

I. ECOULEMENT UNIFORME

I.1. Introduction

Un écoulement est considéré comme étant uniforme lorsque ses caractéristiques sont invariables dans le temps et dans l'espace. Ces caractéristiques sont la profondeur h ou y_n de l'écoulement appelée aussi profondeur normale, l'aire de la section mouillée A , la vitesse V de l'écoulement et le débit Q . La ligne de charge totale est à la fois parallèle à la ligne piézométrique et à la pente géométrique du canal.

D'un point de vue pratique, la constance de la vitesse V est généralement associée à la constance de la vitesse moyenne de l'écoulement; mais de façon plus rigoureuse, cela signifie que l'écoulement est caractérisé par une vitesse constante en tout point de son domaine. En d'autres termes, la distribution des vitesses dans chacune des sections transversales de l'écoulement est uniforme, correspondant à une couche limite pleinement développée.

Bien que la condition d'un écoulement uniforme, dans le sens stricte du terme, ne soit pratiquement jamais satisfaite, elle est cependant fréquemment admise lors du calcul des caractéristiques d'un écoulement en canaux et rivières. Cette approche, bien que simplifiée, donne des résultats assez satisfaisants dans bon nombre de cas pratiques.

L'écoulement uniforme peut être soit en régime laminaire soit en régime turbulent, mais il se produit sous de grandes vitesses. A vitesse élevée, l'écoulement uniforme est instable et il est le siège d'un fort entraînement d'air.

Dans les canaux ouverts, l'écoulement uniforme se développe lorsque les forces de résistance s'opposant à l'écoulement sont équilibrées par les forces de gravité. Les forces de résistances sont proportionnelles à V^2 .

Lorsqu'un écoulement entrant dans un canal s'effectue de façon lente, la vitesse et par conséquent la résistance à l'écoulement sont faibles. Les forces de gravité sont alors prédominantes et l'écoulement subit alors une accélération depuis l'amont. La vitesse ainsi que la résistance augmentent au fur et à mesure que l'on se déplace vers l'aval, jusqu'à ce que les forces de gravité soient équilibrées. A cet instant, l'écoulement uniforme apparaît. La zone sur laquelle s'étend l'écoulement accéléré, et au-delà de laquelle l'écoulement uniforme apparaît, est dite zone de transition. Si la longueur du canal est inférieure à la longueur de la zone transitoire, l'écoulement uniforme ne peut être atteint.

Plus à l'aval de l'écoulement uniforme, les forces de gravité deviennent de plus en plus prédominantes en raison de l'accélération que subit l'écoulement. L'écoulement uniforme disparaît alors en laissant place à un écoulement varié. La figure 1.1 montre l'état d'un écoulement à l'entrée et à l'intérieur d'un canal rectangulaire de grande longueur et de différentes pentes géométriques i . La pente i

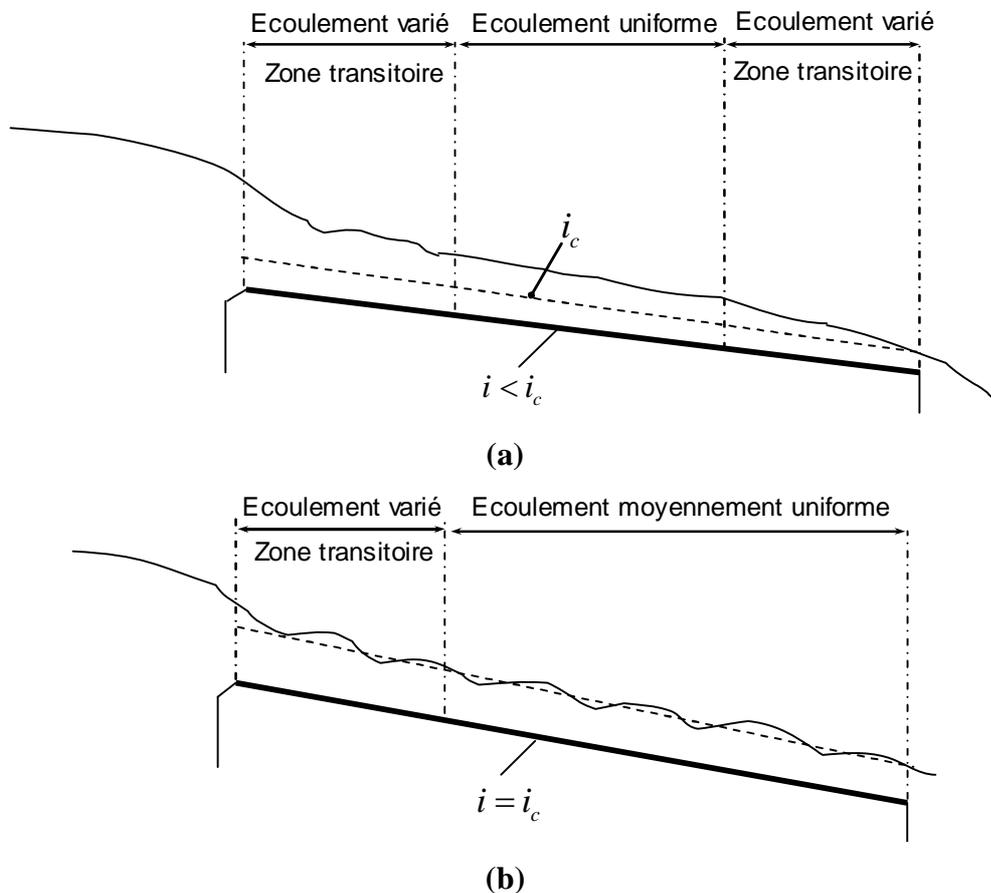
est comparée à la pente critique i_c .

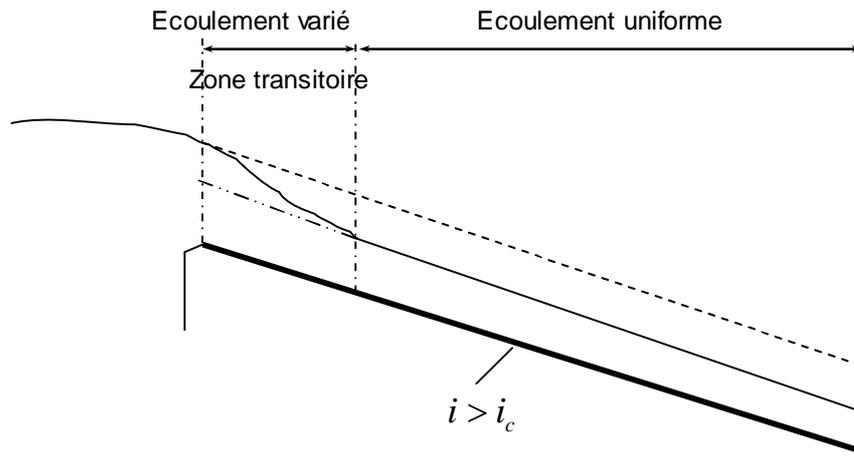
Lorsque la pente i est suave (figure 1.1.a), la zone transitoire se présente sous l'aspect d'ondulations. L'écoulement est uniforme au milieu du canal mais varie aux extrémités de celui-ci. D'un point de vue théorique, l'écoulement varié tend vers l'écoulement uniforme de manière graduelle et asymptotique. On considère généralement dans la pratique que la profondeur de l'écoulement reste constante si la variation qu'elle subit n'excède pas 1% de la valeur moyenne de la profondeur normale.

Lorsque la pente i correspond à la pente critique i_c (figure 1.1.b), la surface libre de l'écoulement critique est instable. Des ondulations peuvent se produire au milieu du canal, mais la profondeur oscille autour d'une valeur moyenne et l'écoulement est alors considéré comme étant uniforme.

Lorsque la pente i est supercritrique ou prononcée (figure 1.1.c), la surface libre dans la zone transitoire chute de manière graduelle d'un niveau subcritique ou suave à un niveau supercritique ou prononcé. Au-delà de la zone transitoire, l'écoulement devient uniforme.

La longueur sur laquelle s'étend la zone transitoire dépend essentiellement du débit volume Q entrant dans le canal ainsi que des caractéristiques de celui-ci, telles que la rugosité absolue, la pente et la géométrie d'entrée. D'un point de vue hydrodynamique, la longueur de la zone transitoire ne doit pas être inférieure à la longueur pour laquelle, sous des conditions données de l'écoulement, la couche limite est pleinement développée.





(c)

Figure 1.1 : Établissement de l'écoulement uniforme dans un canal de grande longueur.
 (- - -): profondeur critique. (—): profondeur normale de l'écoulement uniforme.

Le calcul de la profondeur d'un écoulement uniforme, appelée profondeur normale de l'écoulement est très important. Le classement des profils géométriques par exemple est tributaire de la valeur de la profondeur normale. Comme le montre la figure 1.1.c, la profondeur normale est inférieure à la profondeur critique et c'est cette inégalité qui permet de conclure sur le caractère prononcé ou supercritique de la pente géométrique du canal.

Le calcul de la profondeur normale dans les canaux se base sur les relations dites " relations de l'écoulement normal ". Celles-ci expriment, de manière approximative, la vitesse moyenne V de l'écoulement sous l'hypothèse d'un régime turbulent. Les formules pratiques de l'écoulement uniforme s'expriment généralement sous la forme $V = C R_h^\beta J^\gamma$ où R_h est le rayon hydraulique et J est la pente de la ligne de charge. Comme nous l'avons déjà indiqué, J correspond également à la pente i . Le paramètre C traduit la résistance de l'écoulement et dépend de V , de R_h , de la rugosité absolue ε caractérisant les parois du canal, de la viscosité du liquide et de beaucoup d'autres facteurs.

La distinction doit être faite entre l'écoulement uniforme se produisant d'une part dans les canaux artificiels et dans les canaux naturels d'autre part. Dans la pratique, l'écoulement dans les canaux naturels est considéré comme étant uniforme à condition que la profondeur de l'écoulement ne subisse pas de variation brusque pouvant être causée par les irrégularités des parois du canal. L'application des relations de l'écoulement uniforme aux canaux naturels mène à des résultats plutôt approximatifs en raison du fait que l'écoulement dépend en réalité d'un plus grand nombre de facteurs que ceux qui influencent l'écoulement dans les canaux artificiels. Selon *Schnackenberg* (1951), une bonne relation de l'écoulement uniforme dans un canal naturel sans transport de sédiments est celle qui devrait tenir compte d'au moins 10 paramètres qui sont A , V , V_{ms} qui correspond à la vitesse maximale à la surface, le périmètre mouillé P ,

R_h , la profondeur maximale y de l'écoulement, la pente S_w de la surface libre, le coefficient n qui caractérise la rugosité du canal, la viscosité dynamique μ du liquide et la température T .

Lorsque l'on se réfère à la bibliographie (*Houk*, 1918; *Forchheimer*, 1930 ; *Lindquist*, 1933; *Vladislavjevitch*, 1951), on peut s'apercevoir que de très nombreuses relations ont été proposées au calcul de l'écoulement uniforme. Cependant, aucune d'entre elles ne répond au qualificatif de " bonne relation " selon la conception de *Schnackenberg*.

Différentes approches ont été également présentées au calcul de la vitesse de l'écoulement dans les canaux naturels, telle que celle de *Toebe*s (1955). Dans cette approche, une analyse par corrélation multiple est appliquée aux différents facteurs influençant la vitesse de l'écoulement dans un canal naturel. Ces facteurs, selon *Toebe*s (1955) sont A , V_{ms} , S_w , n et T . Par cette approche, il est possible d'estimer l'influence de chacun des dits facteurs sur la vitesse V et la valeur de celle-ci est égale à la somme algébrique des diverses contributions de chacun des paramètres en question. Cependant, la méthode de *Toebe*s (1955) ne peut être appliquée que dans la région géographique pour laquelle a été faite l'analyse de l'influence des facteurs ci-dessus cités, ce qui malheureusement exclut toute généralisation de cette méthode.

A travers de nombreux exemples pratiques concernant l'écoulement uniforme, on peut s'apercevoir que les formules dites de *Chézy* et de *Manning* (ou de *Manning – Strickler*) sont les plus largement utilisées. La forme de leur expression est telle que nous l'avons déjà indiqué $V = C R_h^\beta J^\gamma$ où les exposants β et γ ont des valeurs bien déterminées. En raison de leur utilisation fiable et très répandue, ces relations seront développées aussi clairement que possible, en tentant d'éclaircir leur limite et leur domaine d'applicabilité. D'autres relations seront également exposées, telle que la formule de *Darcy – Weisbach* dont l'application est universelle. Cette relation joue un rôle important dans le calcul des écoulements évoluant dans les conduites, et sa généralisation aux canaux ouverts connaît un grand succès.

Notre travail se présente en deux grandes parties. La première partie est consacrée à un état de connaissances sur l'écoulement uniforme. Elle se propose de passer en revue les principales formules de l'écoulement uniforme, en mettant l'accent sur les relations de *Chézy*, *Manning – Strickler* et de *Darcy – Weisbach*.

Dans la deuxième partie de notre étude, nous avons tenté d'exposer notre contribution au calcul de l'écoulement uniforme. Notre recherche a pour principal objectif de proposer des relations approchées fiables au calcul de la profondeur normale ainsi que celles destinées au dimensionnement de la conduite considérée. Ces relations sont applicables dans tout le domaine de l'écoulement turbulent, comprenant l'écoulement lisse, de transition et turbulent rugueux.

I.2. Formule de Chézy

La formule de *Chézy* est probablement la première formule destinée au calcul de l'écoulement uniforme. La vitesse moyenne V s'exprime par :

$$V = C \sqrt{R_h J} \quad (1.1)$$

Rappelons que R_h est le rayon hydraulique, J est la pente de la ligne de charge totale ou gradient de perte de charge (J étant également la pente i du canal) et C est le facteur caractérisant la résistance de l'écoulement. Le facteur C est habituellement appelé coefficient de *Chézy*.

Chézy stipule que la force de résistance s'opposant à l'écoulement et par unité de surface de canal est proportionnelle au carré de la vitesse moyenne V . Cette force peut donc s'écrire : $F_r (1m^2) = K V^2$, où K est le facteur de proportionnalité. Comme le montre la figure 1.2, la surface du canal en contact avec le liquide est égale au produit du périmètre mouillé P par la longueur L du canal. La force totale F_r mise en jeu s'écrit ainsi :

$$F_r = K V^2 P L \quad (1.2)$$

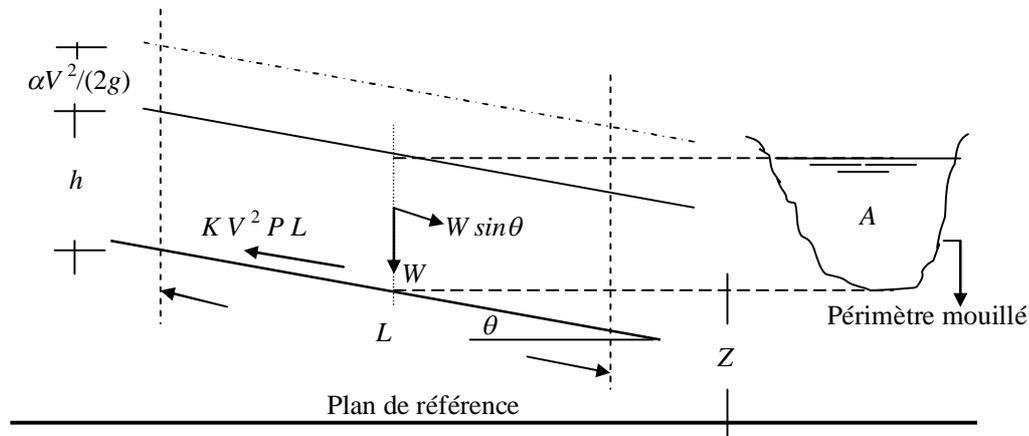


Figure 1.2: Schéma de définition ayant servi de base à l'établissement de la formule de *Chézy*.

Nous avons déjà indiqué que l'écoulement uniforme s'établit lorsque les forces de gravité sont équilibrées par les forces de résistance F_r . La quantité $(W \sin \theta)$, représentée sur la figure 1.2, correspond à la composante tangentielle du poids propre W du liquide. C'est cette composante qui intervient dans l'écoulement et qui doit être équilibrée par la force F_r . Le poids propre W peut s'écrire $W = \rho g A L$ où ρ est la masse volumique du liquide, g est l'accélération de la pesanteur. Le produit $(A L)$ désigne le volume de liquide sur toute la longueur L considérée. Ainsi, nous pouvons écrire $\rho g A L \sin \theta = K V^2 P L$, soit : $V^2 = (\rho g / K) (A / P) \sin \theta$. La quantité A / P représente par définition le rayon hydraulique R_h . En désignant par $C^2 = (\rho g / K)$ et par $J = \sin \theta$, il vient que :

$$V = C R_h^{1/2} J^{1/2} \quad (1.3)$$

Comme l'exige la relation (1.3), le coefficient C de Chézy doit avoir pour unité $[L^{1/2} T^{-1}]$. Plusieurs relations ont été proposées au calcul du coefficient C et nous verrons dans ce qui suit les plus importantes d'entre elles.

I.2.1. Détermination du coefficient C de Chézy par la formule de Ganguillet – Kutter.

La formule de Ganguillet – Kutter (1869) exprime le coefficient C de Chézy en fonction de la pente J ou i du canal, du rayon hydraulique R_h et du coefficient de rugosité n . Elle a été élaborée à partir de mesures expérimentales effectuées sur divers types de canaux et rivières naturelles :

$$C = \frac{23 + \frac{0,00155}{J} + \frac{1}{n}}{1 + \left(23 + \frac{0,00155}{J}\right) \frac{n}{\sqrt{R_h}}} \quad (1.4)$$

Le coefficient n de la relation (1.4) est connu sous le nom de " coefficient n de Kutter ". Bien que la relation (1.4) apparaisse quelque peu encombrante, elle donne néanmoins des résultats assez satisfaisants. De nombreux auteurs proposent d'éliminer le terme contenant la pente J , afin de simplifier la forme de l'équation. On peut en effet s'apercevoir que le terme $0,00155/J$ n'a pas d'effet significatif sur la valeur du coefficient C , pour une même valeur du coefficient de rugosité n et du rayon hydraulique R_h . A titre indicatif, pour $n = 0,01$ et $R_h = 1,20$ m, C ne subit pratiquement aucun changement dans une large gamme de valeurs de J : $102 \leq C \leq 103$ lorsque $0,00005 \leq J \leq 0,01$.

I.2.2. Détermination du coefficient C de Chézy par la formule de Bazin

Bazin (1897) considère que la valeur du coefficient C de Chézy dépend du rayon hydraulique R_h mais ne dépend pas de la pente J du canal. Le coefficient C peut alors être déterminé par la relation :

$$C = \frac{87}{1 + \frac{m}{\sqrt{R_h}}} \quad (1.5)$$

m est le coefficient de rugosité dépendant de la nature du matériau constituant le canal considéré et dont la valeur est tabulée. Les valeurs de m sont sans commune mesure avec celles qui correspondent au coefficient de rugosité n figurant dans la relation (1.4) de Ganguillet – Kutter et ceci pour le même matériau. A titre indicatif, pour le cas d'un canal fabriqué en ciment lisse, les tables de valeurs indiquent que $n = 0,01$ et $m = 0,11$.

La formule de *Bazin* a été développée à l'origine pour de petits canaux, si bien que sa généralisation ne donne pas d'aussi bons résultats que ceux obtenus par la formule de *Ganguillet – Kutter*.

I.2.3. Détermination du coefficient C de *Chézy* par la formule de *Powell*

Powell (1950) propose une relation de type logarithmique au calcul du coefficient C de *Chézy*, mais elle se présente sous une forme implicite :

$$C = -23,2 \log \left(\frac{1,811C}{R} + \frac{\varepsilon}{R_h} \right) \quad (1.6)$$

" log " désigne le logarithme décimal, R est le nombre de *Reynolds*, ε est la rugosité absolue des parois du canal. A l'origine, la formule de *Powell* a été présentée en unité anglaise et les constantes figurant dans la relation (1.6) sont alors différentes et beaucoup plus simples :

$$C = -42 \log \left(\frac{C}{4R} + \frac{\varepsilon}{R_h} \right) \quad (1.7)$$

Pour le cas des canaux rugueux, l'écoulement est en général turbulent correspondant aux valeurs élevées du nombre de *Reynolds*. Le terme $C/(4R) \rightarrow 0$ et la relation (1.7) devient :

$$C = -42 \log \left(\frac{\varepsilon}{R_h} \right) \quad (1.8)$$

Par contre, pour les canaux lisses, l'effet de la rugosité est tellement faible que la relation (1.7) peut s'écrire :

$$C = -42 \log \left(\frac{C}{4R} \right) \quad (1.9)$$

I.3. Formule de *Manning-Strickler*

La vitesse moyenne V de l'écoulement uniforme peut être également évaluée par la formule dite de *Manning* (1891). La vitesse V est liée au coefficient C de résistance de l'écoulement, au rayon hydraulique R_h et à la pente J du canal. A l'origine, la formule de *Manning – Strickler* se présentait sous une forme compliquée, puis elle a été simplifiée pour s'écrire, avec $C = k$:

$$V = k R_h^{2/3} \sqrt{J} \quad (1.10)$$

La relation (1.10) a été ensuite modifiée par plusieurs auteurs pour s'écrire, en unité métrique :

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} \sqrt{J} \quad (1.11)$$

(n selon *Manning* et $1/n = k$ selon *Strickler*).

La conversion en unité anglaise de la relation (1.10) donne :

$$V = \frac{1,486}{n} R_h^{2/3} \sqrt{J} \quad (1.12)$$

Dans cette conversion, la valeur numérique du coefficient de rugosité n reste inchangée et la même valeur est utilisée dans les deux systèmes d'unité. Comme l'exige la forme de la relation (1.10), le coefficient n doit avoir pour dimension $[TL^{-1/3}]$. Cependant, il paraît physiquement injustifié que la dimension de temps T puisse intervenir dans l'unité d'une rugosité puisqu'elle celle-ci ne devrait dépendre que de la nature du matériau constituant les parois du canal considéré. Pour cette raison, certains auteurs énoncent que le numérateur de la relation (1.10) devrait contenir le terme \sqrt{g} , où g est l'accélération de la pesanteur, ce qui conduirait à donner à n la dimension $[L^{1/6}]$. En outre, il a été démontré que le coefficient de rugosité n pouvait s'écrire :

$$n = [\phi(R_h / \varepsilon)] \varepsilon^{1/6} \quad (1.13)$$

où ε est la rugosité absolue. Si la fonction $\phi(R_h / \varepsilon)$ doit être considérée comme étant adimensionnelle, le coefficient de rugosité n doit alors avoir la même dimension que $\varepsilon^{1/6}$, c'est à dire $[L^{1/6}]$. *Hager* (1989) a pu montrer que la rugosité absolue ε et le coefficient k de Strickler sont liés par la relation :

$$\frac{k \varepsilon^{1/6}}{8,2 \sqrt{g}} = 1 \quad (1.14)$$

D'autre part, il est également possible d'admettre que le terme $1,486/n$ figurant dans la relation (1.12) puisse contenir de manière implicite la dimension $[L^{1/3} T^{-1}]$, ou que $\phi(R_h / \varepsilon)$ contienne un facteur ayant une dimension. Ceci rendrait alors le coefficient n adimensionnel. Sous cette dernière condition, la conversion en unité anglaise conduit à la constante $(3,2808)^{1/3} = 1,486$, puisque $1\text{ m} = 3,2808\text{ ft}$.

Si l'on considère que la dimension de n est $[L^{1/6}]$, sa valeur numérique en unité anglaise doit être différente de sa valeur en unité métrique, à moins de tenir compte d'un facteur de correction ou de compensation.

Si n est la valeur du coefficient de rugosité en unité métrique et n' en unité anglaise, on peut écrire alors $n' = (3,2808)^{1/6} n = 1,219 n$. Lorsque la formule de *Manning* subit la conversion de l'unité métrique vers l'unité anglaise, la constante figurant dans l'expression qui en résulte est égale à

$$(3,2808)^{1/3 + 1/6} = \sqrt{3,2808} = 1,811 \text{ et la dimension de } n \text{ est alors } [L^{1/6}].$$

En raison de sa forme simplifiée et aux résultats satisfaisants auxquels elle aboutit, la formule de *Manning – Strickler* est celle qui est largement utilisée pour les écoulements uniformes dans les canaux ouverts.

De nombreuses applications ont montré que les valeurs de n de *Manning* et n de *Kutter* sont pratiquement identiques lorsque la pente du canal est supérieure ou égale à 0,0001 pour un rayon hydraulique variant approximativement entre 0,30 m et 9 m.

En comparant la formule de *Manning – Strickler*, exprimée en unité métrique, à celle de *Chézy*, on peut écrire $C = (1/n)R_h^{1/6}$. Ainsi, la formule de *Manning – Strickler* est souvent considérée comme une variante de la formule de *Chézy*.

De nombreuses études dont celle de *Bazin*, et qui concernent les canaux artificiels, ont montré que l'exposant de R_h ne serait pas égal à 2/3 comme le suggère *Manning*, mais sa valeur moyenne varie entre 0,6499 et 0,8395 suivant la forme du canal et la rugosité de celui-ci. Des études telle que () suggère de prendre la valeur 3/4 pour l'exposant de R_h , tandis que *Blench* (1939) considère le coefficient C comme une variable qui dépend non seulement de n mais aussi de R_h et dont l'exposant dépend à son tour de n et de R_h ; c'est la formule dite de *Pavlovski* (1940) qui s'exprime, en unité métrique, par :

$$C = (1/n) R_h^y \tag{1.15}$$

$$\text{où } y = 2,5\sqrt{n} - 0,13 - \frac{3}{4}\sqrt{R_h}(\sqrt{n} - 0,10).$$

La relation (1.15) est applicable pour un rayon hydraulique variant entre 0,10 m et 3 m et pour n compris entre 0,011 et 0,04. Des relations approchées au calcul de l'exposant y ont été également proposées : $y = 1,5\sqrt{n}$ pour $R_h < 1$ m et $y = 1,3\sqrt{n}$ pour $R_h > 1$ m.

L'application de la formule de *Manning – Strickler*, comme celle d'ailleurs de *Ganguillet – Kutter* est tributaire de la valeur du coefficient n . Il n'existe aucune méthode exacte qui permet d'évaluer n . Évaluer n revient à estimer la résistance de l'écoulement dans un canal donné, ce qui nécessite beaucoup d'expérience et de pratique. En se référant à la bibliographie, plusieurs auteurs concluent que pour estimer n les étapes suivantes sont nécessaires :

1. Recenser puis apprécier l'influence des paramètres pouvant affecter le coefficient n , tels que la présence de végétation dans le canal, la dimension moyenne des grains du matériaux constituant les parois du canal, l'irrégularité du canal due à la présence de courbures ou de variation même réduite de la section transversale de l'écoulement, etc...
2. Consulter les tables de valeurs de n déjà évalué pour des canaux de différents types.
3. Examiner et s'informer de l'état physique caractérisant des canaux existants et dont la valeur de n a

déjà été déterminée.

- Déterminer la valeur de n par une approche analytique basée sur la répartition théorique de la vitesse dans les sections transversales de l'écoulement.

1.4. Formule de *Darcy – Weisbach* et évaluation du coefficient de frottement

La formule de *Darcy – Weisbach* exprime la proportionnalité entre le gradient de la perte de charge J , la vitesse moyenne V de l'écoulement et le diamètre hydraulique $D_h = 4A/P = 4R_h$. Le facteur de proportionnalité étant le coefficient de frottement f . Le gradient J est inversement proportionnel à D_h et proportionnel au carré de la vitesse V :

$$J = \frac{f}{D_h} \frac{V^2}{2g} \quad (1.16)$$

La formule (1.16) est aussi bien valable pour les canaux ouverts que pour les conduites fermées.

Le coefficient de frottement f peut être évalué par diverses relations, selon la nature du régime d'écoulement.

La formule de *Colebrook – White* permet d'évaluer le coefficient de frottement f lorsque l'écoulement est en régimes de transition, turbulent rugueux et lisse :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon / D_h}{3,7} + \frac{2,51}{R \sqrt{f}} \right) , R > 2300 \quad (1.17)$$

Dans le cas où le régime d'écoulement est de transition, le coefficient de frottement dépend à la fois de la rugosité relative ε / D_h et du nombre de *Reynolds* R . La représentation graphique de la relation (1.17) dans un système d'axes de coordonnées à divisions logarithmiques montre que, pour la même valeur de ε / D_h , le coefficient de frottement f diminue lorsque R augmente. Pour des valeurs données de ε / D_h et de R , l'évaluation du coefficient de frottement f , par application de la relation (1.17), nécessite un procédé itératif. Une excellente relation approchée de (1.17) a été proposée par *Achour* (*Achour*, 2007):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon / D_h}{3,7} + \frac{4,5}{R} \log \frac{R}{6,97} \right) \quad (1.18)$$

A partir d'une valeur $R = R_{lim}$ dépendant de la valeur de ε / D_h , le coefficient de frottement demeure pratiquement inchangé avec l'augmentation de R . Cette particularité caractérise la nature de l'écoulement dans la zone de pleine turbulence ou domaine rugueux. Dans ce domaine, le coefficient de frottement f peut être évalué par la relation explicite de *Nikuradse* :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon / D_h}{3,7} \right) \quad (1.19)$$

La relation (1.19) peut être obtenue à partir des relations (1.17) ou (1.18), en écrivant que $R \rightarrow \infty$.

Dans le domaine pratiquement lisse correspondant à $\varepsilon / D_h \rightarrow 0$, la relation (1.17) mène à écrire :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{R \sqrt{f}} \right) \quad (1.20)$$

et l'évaluation de f nécessite également un procédé itératif. Dans le même domaine d'écoulement, ce procédé itératif peut être évité par l'application de la relation (1.18) :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{4,5}{R} \log \frac{R}{6,97} \right) \quad (1.21)$$

Dans la large gamme $2,35 \cdot 10^3 \leq R \leq 10^9$, l'application de la relation (1.21) occasionne un écart relatif inférieur à 0,7% par rapport à (1.20).

La formule de *Swamee et Jain* (1976) permet également d'évaluer de manière explicite le coefficient f dans le domaine pratiquement lisse :

$$f = \left[2 \log \left(\frac{5,74}{R^{0,9}} \right) \right]^{-2} \quad (1.22)$$

Mais, dans la même gamme de valeurs ci-dessus indiquée de R , l'application de (1.22) occasionne un écart relatif atteignant 2,8% par rapport à (1.20). Dans une gamme plus restreinte de R telle que $5 \cdot 10^3 < R < 10^8$, cet écart se réduit mais atteint tout de même 1,5%.

En comparant les relations (1.1) et (1.16), on peut montrer que le coefficient C de *Chézy* est étroitement lié au coefficient de frottement f :

$$C = \sqrt{\frac{8g}{f}} \quad (1.23)$$

1.5. Équations théoriques de l'écoulement uniforme

1.5.1. Distribution de la vitesse dans un écoulement uniforme

La distribution de la vitesse dans un écoulement turbulent demeure quasi uniforme lorsque la couche limite est pleinement développée, et suit approximativement une loi logarithmique. La contrainte de cisaillement ou tangentielle en n'importe quel point de l'écoulement turbulent se produisant au-dessus d'une paroi solide est donnée par la relation de *Prandtl* (1926) :

$$\tau = \rho l^2 (dv/dy)^2 \quad (1.24)$$

ρ est la masse volumique du liquide en écoulement, l est une longueur caractéristique dite longueur de mélange, dv/dy est le gradient de vitesse à la hauteur y de la paroi solide et normale à celle-ci. La longueur de mélange peut être interprétée comme étant la longueur au-delà de laquelle la particule liquide voit sa quantité de mouvement diminuer.

Dans la région proche de la paroi solide, *Prandtl* utilise deux approches:

1. La longueur de mélange est proportionnelle à y , soit $l = Ky$ où K est le facteur de proportionnalité entre l et y et dont la valeur a été estimée à 0,40 environ.
2. La contrainte tangentielle est constante.

Puisque la contrainte tangentielle à la surface est égale à la force tractrice unitaire τ_0 , la constance de la contrainte tangentielle implique que $\tau = \tau_0$. La relation (1.16) devient :

$$dv = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \frac{dy}{y} \quad (1.25)$$

L'intégration de la relation (1.25) mène à :

$$v = \frac{5}{2} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \operatorname{Ln} \frac{y}{y_0} \quad (1.26)$$

" Ln " désigne le logarithme népérien et y_0 représente la constante d'intégration. La force tractrice τ_0 s'exprime par la relation $\tau_0 = (\varpi R_h J)$ où $\varpi = \rho g$ est le poids spécifique du liquide et J est la pente du canal. On peut alors écrire que $\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{g R_h J} = v_f$, où v_f a la dimension d'une vitesse et elle est connue

sous le nom de vitesse de frottement. La relation (1.26) devient alors :

$$v = \frac{5}{2} v_f \operatorname{Ln} \frac{y}{y_o} \quad (1.27)$$

La relation (1.27) indique que la vitesse dans un écoulement turbulent est une fonction logarithmique de la distance y . Elle est connue sous le nom de loi universelle de *Prandtl – Von – Karman* de la distribution des vitesses. Cette loi a été vérifiée par plusieurs expériences et les résultats ont montré une remarquable similitude entre la distribution des vitesses observée expérimentalement et celle issue de la théorie. Lorsque la surface solide est lisse, la constante y_o ne dépend que de la vitesse de frottement v_f et de la viscosité cinématique ν du liquide :

$$y_o = m_o \frac{\nu}{v_f} \quad (1.28)$$

m_o est une constante égale à 1/9 lorsque la surface solide est lisse. Cette constante a été déduite des essais de *Nikuradse* concernant les conduites lisses. La combinaison des relations (1.27) et (1.28) donne ainsi, pour les surfaces lisses, la répartition de la vitesse dans un écoulement turbulent :

$$v = \frac{5}{2} v_f \operatorname{Ln} \frac{9y v_f}{\nu} \quad (1.29)$$

Lorsque la surface est rugueuse, la constante y_o dépend de la rugosité absolue ε :

$$y_o \approx m_o \varepsilon \quad (1.30)$$

La constante m_o est approximativement égale à 1/30.

La relation (1.27) devient alors :

$$v = \frac{5}{2} v_f \operatorname{Ln} \frac{30y}{\varepsilon} \quad (1.31)$$

1.5.2. Équation de *Keulegan*

En utilisant la loi universelle de *Prandtl – Von – Karman* de la distribution des vitesses, *Keulegan* (1938) aboutit à des équations donnant la vitesse moyenne d'un écoulement turbulent dans les canaux ouverts par une approche théorique simple. En se basant sur l'équation de continuité, le débit volume Q passant par une section quelconque de l'écoulement peut s'écrire :

$$Q = VA = \int_{\delta_o=0}^{y=h} v B dy \quad (1.32)$$

V est la vitesse moyenne de l'écoulement, h est la profondeur, A est l'aire de la section mouillée, B est la longueur de la courbe d'égale vitesse (figure 1.3) et y est la profondeur verticale comptée à partir de la surface jusqu'à la courbe d'égale vitesse. la sous - couche laminaire d'épaisseur δ_0 est considérée comme étant très mince ($\delta_0 = 0$).

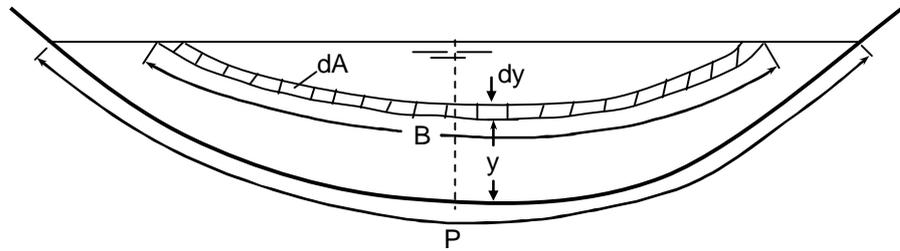


Figure 1.3 : Schéma de définition ayant servi de base à l'établissement de l'équation de *Keulegan*.

Le maximum de vitesse est supposé être à la surface et que la longueur B est proportionnelle à la distance y ; ceci permet d'écrire :

$$B = P - \gamma y \quad (1.33)$$

P est le périmètre mouillé de la surface considérée et γ est une fonction dépendant de la forme de la section. Ainsi, l'aire de la section mouillée A est :

$$A = \int_0^h B dy = Ph - \frac{1}{2} \gamma h^2 \quad (1.34)$$

La combinaison des relations (1.27), (1.32), (1.33) et (1.34) permet d'écrire, après intégration :

$$V = v_f \left[5,75 \log \left[\frac{h}{m_o R_h} \exp \left(-1 - \frac{\gamma h^2}{4A} \right) \right] + 5,75 \log \frac{m_o R_h}{y_o} \right] \quad (1.35)$$

Le premier terme du membre droit de l'équation (1.35) est une fonction de la forme de la section du canal considéré. Cependant, la variation que subit ce terme pour différentes formes de canaux est relativement faible et il a été remplacé par une constante désignée par A_0 . La relation (1.35) prend alors une forme plus simplifiée et s'écrit :

$$V = v_f \left[A_0 + 5,75 \log \frac{m_o R_h}{y_o} \right] \quad (1.36)$$

La relation (1.36) représente l'équation théorique générale de la vitesse moyenne de l'écoulement uniforme dans les canaux ouverts.

Pour les canaux à parois lisses, l'étude de *Keulegan*, basée sur les valeurs expérimentales de *Nikuradse*, montre que $A_0 \approx 3,25$. Ainsi, l'équation théorique générale de la vitesse moyenne de l'écoulement uniforme dans les canaux ouverts à parois lisses est, en tenant compte de (1.28):

$$V = v_f \left[3,25 + 5,75 \log \left(\frac{R_h v_f}{\nu} \right) \right] \quad (1.37)$$

En ce qui concerne les canaux ouverts à parois rugueuses, *Keulegan* montre, après avoir analysé les mesures de *Bazin*, que la constante A_0 varie dans une large gamme, en fonction de la forme de la section du canal ($3,23 \leq A_0 \leq 16,92$), et la valeur moyenne $A_0 = 6,25$ est alors adoptée. Ainsi, l'expression théorique générale de la vitesse moyenne de l'écoulement uniforme dans les canaux ouverts à parois rugueuses est, en tenant compte de (1.30):

$$V = v_f \left[6,25 + 5,75 \log \left(\frac{R_h}{\varepsilon} \right) \right] \quad (1.38)$$

En combinant les expressions $V = C \sqrt{R_h J}$ de *Chézy* (relation 1.1) et $\sqrt{g R_h J} = v_f$ de la vitesse de frottement, on peut écrire :

$$\frac{V}{v_f} = \frac{C}{\sqrt{g}} \quad (1.39)$$

ou bien, en faisant appel à (1.23):

$$\frac{V}{v_f} = \sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{f}} \quad (1.40)$$

En tenant compte de (1.39) et de la définition du nombre de *Reynolds* modifié tel que $R = VR_h/\nu$, les relations (1.37) et (1.38) permettent d'exprimer les coefficients C et f , respectivement pour un canal à parois lisses et rugueuses :

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = 3,25 + 5,75 \log \left(\frac{R \sqrt{g}}{C} \right) \quad (1.41)$$

$$\frac{C}{\sqrt{g}} = 6,25 + 5,75 \log\left(\frac{R_h}{\varepsilon}\right) \quad (1.42)$$

ou bien :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 0,231 + 2,033 \log(R\sqrt{f}) \quad (1.43)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2,210 + 2,033 \log\left(\frac{R_h}{\varepsilon}\right) \quad (1.44)$$

I.6. Interprétation théorique du coefficient de rugosité de *Manning*

En éliminant le coefficient C de *Chézy* entre les relations $C = (1/n)R_h^{1/6}$ et (1.42), le coefficient n de *Manning* s'écrit :

$$n = \varepsilon^{1/6} \phi(R_h / \varepsilon) \quad (1.45)$$

avec :

$$\phi(R_h / \varepsilon) = \frac{\left(\frac{R_h}{\varepsilon}\right)^{1/6}}{\sqrt{g} \left[6,25 + 5,75 \log \frac{R_h}{\varepsilon} \right]} \quad (1.46)$$

La représentation graphique de (1.46), pour une large gamme de valeurs de la rugosité relative (R_h / ε) , se traduit par une courbe plate presque horizontale. La fonction $\phi(R_h / \varepsilon)$ peut alors être remplacée par une constante dont la valeur est approximativement égale à 0,0342.

Si l'on admet que la fonction $\phi(R_h / \varepsilon)$ est constante, la relation (1.45) indique alors que le coefficient n de *Manning* varie en fonction de la puissance 1/6 de la rugosité absolue ε . En d'autres termes, lorsque ε subit une variation de 1/1000 ème, le coefficient n ne varie que de 1/3 environ. Ainsi, ε est donc plus sensible que le coefficient n . En conséquence, l'application de la relation (1.45) n'entraîne qu'une erreur relativement faible sur le calcul du coefficient n .

L'étude comparative de *Bakhmeteff* et *Feodoroff* (1943) entre les formules de *Manning*, de *Ganguillet – Kutter* et de *Prandtl – Von – Karman* mise sous une forme identique à celle de la relation (1.45), montre que la formule de *Manning* est la plus adaptée.

I.7. Méthode de détermination du coefficient de *Manning*

Deux méthodes de détermination du coefficient n de *Manning*, basées sur la répartition théorique des vitesses dans un canal à parois rugueuses, ont été développées. La première méthode, dite méthode liée à la mesure de la rugosité, admet la validité de la relation (1.46). Ainsi, la valeur de n peut être calculée en application de (1.45) pour la valeur connue de la rugosité absolue ε .

La seconde méthode est dite méthode liée à la mesure de la vitesse. En se référant à la loi logarithmique de la répartition de la vitesse exprimée par (1.31), on peut s'apercevoir que cette répartition dépend de la rugosité absolue ε liée au coefficient n de *Manning* par la relation (1.45). En d'autres termes, la rugosité dans le sens du coefficient n de *Manning* peut être considérée comme le facteur prédominant affectant la répartition de la vitesse. Si celle-ci était connue, le coefficient n de *Manning* peut alors être évalué.

On définit $V_{0,2}$ la vitesse aux deux dixièmes de la profondeur ou à la distance $0,8y$ comptée à partir du fond du canal de grande largeur et à parois rugueuses; y représente la profondeur de l'écoulement. En vertu de la relation (1.31), on peut écrire:

$$V_{0,2} = \frac{5}{2} v_f \operatorname{Ln} \left(\frac{24y}{\varepsilon} \right) \quad (1.47)$$

$$V_{0,8} = \frac{5}{2} v_f \operatorname{Ln} \left(\frac{6y}{\varepsilon} \right) \quad (1.48)$$

En éliminant la vitesse v_f entre les relations (1.47) et (1.48), on peut écrire en posant $X = V_{0,2}/V_{0,8}$:

$$(1 - X) \operatorname{Ln} \frac{y}{\varepsilon} = X \operatorname{Ln} 6 - \operatorname{Ln} 24$$

ou bien :

$$\operatorname{Ln} \frac{y}{\varepsilon} = \frac{1,792 X - 3,178}{1 - X} \quad (1.49)$$

L'équation (1.38), qui exprime la vitesse moyenne de l'écoulement dans un canal à parois rugueuses, devient alors pour un canal de grande largeur ($R_h = y$):

$$\frac{V}{v_f} = \frac{1,775 X + 1,686}{X - 1} \quad (1.50)$$

En outre, la combinaison des relations $C = (1/n)R_h^{1/6}$ et (1.38), pour $R_h = y$, donne :

$$\frac{V}{V_f} = \frac{y^{1/6}}{n\sqrt{g}} \quad (1.51)$$

Ainsi, le coefficient n de *Manning* peut être évalué à partir de l'égalité des relations (1.50) et (1.51), soit :

$$n = \frac{y^{1/6} (X - 1)}{1,775\sqrt{g} (X + 0,95)} \quad (1.52)$$

La relation (1.52) permet ainsi d'évaluer le coefficient n de *Manning* pour le cas d'un canal de grande largeur à parois rugueuses et dans l'hypothèse que la distribution de la vitesse suit une loi logarithmique.

I.8. Calcul de l'écoulement uniforme

I.8.1. Conductivité

Le débit volume Q de l'écoulement uniforme dans une conduite ou un canal s'exprime par le produit de la vitesse moyenne V et l'aire de la section mouillée A :

$$Q = VA = CAR_h^\beta J^\gamma \quad (1.53)$$

La relation (1.53) peut aussi s'écrire :

$$Q = KJ^\gamma \quad (1.54)$$

où :

$$K = CAR_h^\beta \quad (1.55)$$

Le facteur K est connu sous le terme de conductivité de la conduite ou du canal. Il s'agit de la capacité d'évacuation de la section de la conduite ou du canal considéré, étant donné que K est directement lié au débit volume Q .

Lorsque l'une des relations de *Chézy* ou de *Manning* est utilisée, correspondant à $\gamma = 1/2$, la relation (1.54) permet alors de déduire que la conductivité est :

$$K = Q / \sqrt{J} \quad (1.56)$$

La relation (1.56) peut être utilisée pour calculer la conductivité K lorsque le débit volume Q et la pente J sont donnés.

Lorsque la formule de *Chézy* est utilisée, correspondant à $\gamma = 1/2$, l'équation (1.55) devient :

$$K = CAR_h^{1/2} \quad (1.57)$$

C est le coefficient de résistance de *Chézy*.

Lorsque la relation de *Manning* est utilisée, la conductivité K s'écrit :

$$K = \frac{1}{n} AR_h^{2/3} \quad (1.58)$$

Les relations (1.57) et (1.58) peuvent être utilisées pour calculer la conductivité K , lorsque la géométrie de la section ainsi que le coefficient de résistance sont connus.

I.8.2. Facteur de section

L'expression $AR_h^{2/3}$ est appelée facteur de section au calcul de l'écoulement uniforme. Selon la relation (1.58), nous pouvons écrire :

$$AR_h^{2/3} = nK \quad (1.59)$$

Ou bien, en tenant compte de la relation (1.56) :

$$AR_h^{2/3} = \frac{nQ}{\sqrt{J}} \quad (1.60)$$

Le second terme de la relation (1.60) contient les paramètres n , Q et J , alors que le premier terme dépend de la géométrie de la section mouillée de la conduite ou du canal considéré. Pour les valeurs données de n , Q et J , il n'existe qu'une profondeur possible pour maintenir l'écoulement uniforme, à condition toutefois que $AR_h^{2/3}$ augmente avec l'accroissement de la profondeur. Cette profondeur est la profondeur normale.

Lorsque n et J sont connus, la relation (1.60) donne un seul débit pour maintenir l'écoulement uniforme dans la section considérée de la conduite ou du canal, à condition toutefois que $AR_h^{2/3}$ augmente avec l'accroissement de la profondeur. Ce débit est appelé débit normal.

Notons que dans le cas le plus général, la quantité $AR_h^{2/3}$ augmente avec l'accroissement de la profondeur, à l'exception du cas des conduites dont le toit est graduellement fermé telle que la conduite de forme circulaire. Dans ce cas, $AR_h^{2/3}$ augmente dans un premier temps avec l'accroissement de la profondeur, puis décroît dans un second temps en fonction de la profondeur à l'approche de la pleine section. La valeur maximale de $AR_h^{2/3}$ est atteinte à une profondeur légèrement inférieure à la profondeur

de pleine section. En conséquence, il est possible d'avoir deux profondeurs pour la même valeur de $AR_h^{2/3}$; une profondeur inférieure et l'autre supérieure à la profondeur correspondant au maximum de $AR_h^{2/3}$.

La relation (1.60) peut être très utile pour l'analyse et le calcul de l'écoulement uniforme. Lorsque le débit volume Q , la pente J et n sont connus, cette relation donne la valeur du facteur de section $A_n R_{h,n}^{2/3}$, où l'indice n désigne l'écoulement normal, et par suite la profondeur normale y_n . D'autre part, lorsque n , J et y_n sont donnés, la relation (1.60) permet de calculer le débit volume normal Q_n .

Dans le but de simplifier le calcul, des courbes adimensionnelles ont été tracées pour le cas de la conduite de forme circulaire en particulier, montrant la relation entre la profondeur et le facteur de section $AR_h^{2/3}$. Ces courbes sont un moyen de détermination de la profondeur pour un facteur de section $AR_h^{2/3}$ donné et vice-versa.

Pour le cas de la conduite de forme circulaire de diamètre D , le tableau de valeurs suivant a été dressé (Chow, 1973) et a permis le tracé de la courbe de la figure 1.4.

Tableau 1.1 : Valeurs du facteur de section relatif en fonction de la profondeur relative pour le cas de la conduite de forme circulaire (Chow, 1973)

y_n / D	$AR_h^{2/3} / D^{8/3}$
0,01	0,0000
0,02	0,0002
0,03	0,0005
0,04	0,0009
0,05	0,0015
0,06	0,0022
0,07	0,0031
0,08	0,0040
0,09	0,0052
0,10	0,0065
0,11	0,0079
0,12	0,0095
0,13	0,0113
0,14	0,0131
0,15	0,0152
0,16	0,0173
0,17	0,0196
0,18	0,0220
0,19	0,0247
0,20	0,0273
0,21	0,0301
0,22	0,0333
0,23	0,0359
0,24	0,0394
0,25	0,0427

Tableau 1.1 (Suite) : Valeurs du facteur de section relatif en fonction de la profondeur relative pour le cas de la conduite de forme circulaire (Chow, 1973)

y_n / D	$AR_h^{2/3} / D^{8/3}$
0,26	0,0464
0,27	0,0497
0,28	0,0536
0,29	0,0571
0,30	0,0610
0,31	0,0650
0,32	0,0690
0,33	0,0736
0,34	0,0776
0,35	0,0820
0,36	0,0864
0,37	0,0909
0,38	0,0955
0,39	0,1020
0,40	0,1050
0,41	0,1100
0,42	0,1147
0,43	0,1196
0,44	0,1245
0,45	0,1298
0,46	0,1348
0,47	0,1401
0,48	0,1452
0,49	0,1505
0,50	0,1558
0,55	0,1825
0,60	0,2092
0,65	0,2358
0,70	0,2608
0,75	0,2840
0,80	0,3045
0,85	0,3212
0,90	0,3324
0,95	0,3349
1,00	0,3117

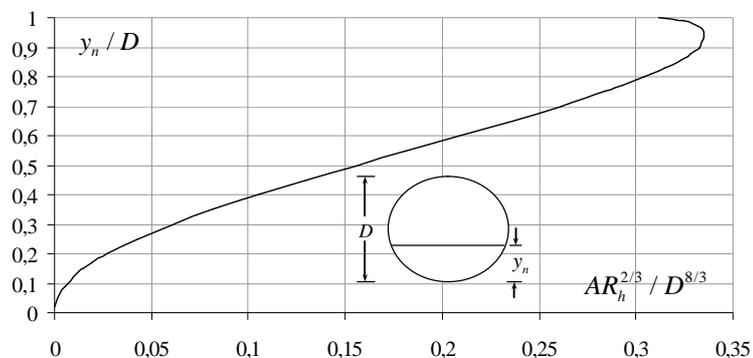


Figure 1.4 : Facteur de section relatif en fonction de la profondeur normale relative pour le cas de la conduite de forme circulaire. Courbe tracée selon les valeurs du tableau 1.1.

I.8.3. Caractéristiques de l'écoulement dans une conduite circulaire

En prenant pour exemple la conduite circulaire, les courbes adimensionnelles pour les quantités $AR_h^{2/3} / A_o R_{h,o}^{2/3}$ et $R_h^{2/3} / R_{h,o}^{2/3}$, où l'indice « o » est relatif à l'état plein de la conduite, sont représentées sur la figure 1.5 (Camp, 1946).

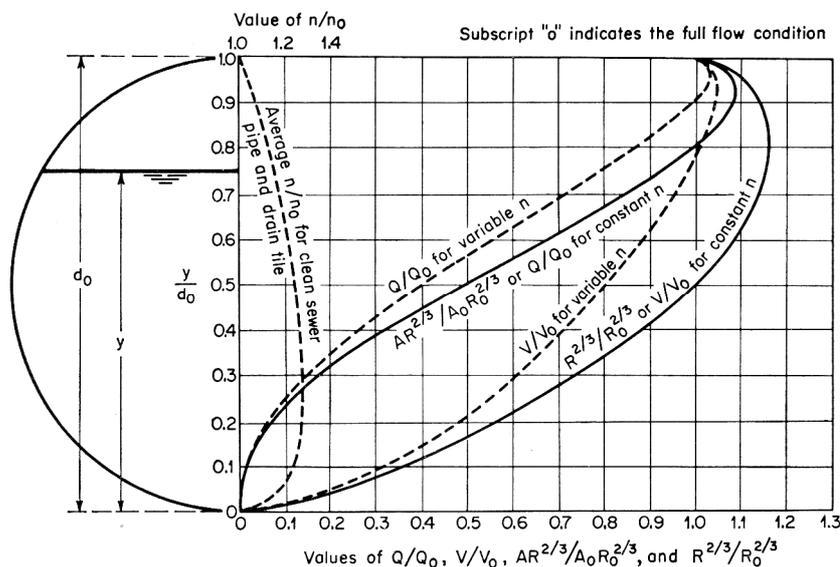


Figure 1.5 : Caractéristiques de l'écoulement dans une conduite circulaire selon Camp (1946).

Si la valeur du coefficient n de Manning est considéré comme une constante ou indépendant de la variation de la profondeur, les deux courbes $AR_h^{2/3} / A_o R_{h,o}^{2/3}$ et $R_h^{2/3} / R_{h,o}^{2/3}$ représentent respectivement la variation du rapport Q / Q_o et V / V_o . Les deux courbes, en trait plein, montre des valeurs maximales qui s'obtiennent à environ $0,938d_o$ et $0,81d_o$ respectivement. D'un point de vue mathématique, la profondeur correspondant au débit maximum, soit $0,938d_o$, peut être simplement obtenue en égalant à zéro la dérivée première de $AR_h^{2/3}$ par rapport à la profondeur y , puisque le débit volume Q , calculé par la formule de Manning, est proportionnel à $AR_h^{2/3}$ pour n et J constants. Parallèlement, puisque la vitesse moyenne V , selon la formule de Manning, est proportionnelle à $R_h^{2/3}$, la profondeur correspondant au maximum de la vitesse, soit $0,81d_o$, peut être obtenue en égalant à zéro la dérivée première de $R_h^{2/3}$ par rapport à la profondeur y .

En outre, la courbe adimensionnelle Q / Q_o de la figure 1.5 montre que, lorsque la profondeur est environ plus grande que $0,82d_o$, il est possible d'avoir deux profondeurs différentes pour le même débit volume ; une première profondeur au-dessus et une seconde en-dessous de la valeur $0,938d_o$.

En outre, la courbe V/V_0 montre que, lorsque la profondeur est plus grande que $y/d_0 = 1/2$, il est possible d'avoir deux profondeurs différentes pour la même vitesse ; une première profondeur au-dessus et une seconde en-dessous de la valeur $0,81d_0$.

Toutes ces remarques restent valables tant que le coefficient de résistance est supposé être constant, même si la profondeur varie. Il a été cependant constaté (figure 1.5) que le coefficient de résistance augmente de plus de 28% de $1,00 d_0$ à $0,25d_0$ où il apparaît clairement admette un maximum. Cette variation du coefficient de résistance fait que le maximum de débit et de vitesse apparaît à environ $0,97d_0$ et $0,94d_0$ respectivement. Les courbes correspondantes de Q/Q_0 et de V/V_0 ont été représentées en trait discontinu sur la figure 1.5.

En considérant comme étant constant le coefficient de résistance n , la vitesse moyenne de l'écoulement serait la même que celle de l'écoulement dans la conduite à moitié pleine que celle de l'écoulement à pleine section. Par contre, si l'on considère que n varie en fonction de la profondeur, comme il est indiqué sur la figure 1.5, alors la vitesse de l'écoulement dans la conduite à moitié pleine n'est que de 80% de la vitesse à pleine section.

I.9. Conclusion

Le chapitre précédent a eu pour objectif de passer en revue les principaux résultats connus sur l'écoulement uniforme. Nous avons précisé les conditions d'établissement d'un écoulement uniforme dont les caractéristiques ont été représentées sur la figure 1.1, en comparant la pente du canal à la pente critique.

A partir d'un schéma de définition, nous avons montré les différentes forces intervenant dans un volume de contrôle de l'écoulement uniforme, ce qui a conduit à la démonstration de la formule universellement connue de *Chézy*. Nous avons montré que le coefficient de résistance C de *Chézy* est tel que $C = \sqrt{\rho g / K}$, où ρ est la masse volumique du liquide en écoulement, g est l'accélération de la pesanteur et K est un facteur de proportionnalité intervenant dans l'expression de la force de résistance à l'écoulement (Relation 1.2). Nous avons présenté trois relations permettant d'évaluer le coefficient de résistance à l'écoulement C de *Chézy*. La première relation est celle de *Ganguillet – Kutter* dans laquelle le coefficient C est tel que $C(J, R_h, n)$, où J est la pente de la ligne de charge totale égale à la pente géométrique du canal, R_h est le rayon hydraulique et n est le coefficient de rugosité. La seconde relation est celle de *Bazin* dans laquelle le coefficient C est tel que $C(R_h, m)$, où m est le coefficient de rugosité dépendant de la nature du matériau constituant le canal

considéré. La troisième relation est celle de *Powell*. Elle exprime de manière implicite le coefficient C en fonction du nombre de *Reynolds*, du rayon hydraulique et de la rugosité absolue des parois du canal.

Nous avons présenté la formule de *Manning* ou de *Manning-Strickler* qui exprime la vitesse moyenne du liquide en écoulement. Le coefficient n selon *Manning* et $1/n = k$ selon *Strickler*) a été discuté et son unité a été précisée. Le coefficient k est lié à la rugosité absolue ε par la relation de *Hager*. Nous avons surtout précisé qu'il n'existe aucune méthode analytique d'évaluation du coefficient n de *Manning*, à l'exception du cas d'un canal de grande largeur à parois rugueuses et dans l'hypothèse que la distribution de la vitesse suit une loi logarithmique. Le coefficient n est alors donné par la relation (1.52), après avoir déterminé les vitesses $V_{0,2}$ et $V_{0,8}$. Pour l'évaluation pratique du coefficient n , nous avons présenté les étapes à suivre, préconisées par certains auteurs.

La relation de *Darcy-Weisbach* a été présentée (Relation 1.16). Elle exprime la pente de la ligne de charge totale comme étant un paramètre inversement proportionnel au diamètre hydraulique et directement proportionnel à la hauteur capable de la vitesse de l'écoulement. Le facteur de proportionnalité est représenté par le coefficient f , appelé coefficient de frottement. Celui-ci peut être évalué par la relation de *Colebrook-White* en s'appuyant sur un procédé itératif. Des relations explicites au calcul de f ont été proposées par certains auteurs, tels que *Achour* et *Swamee*.

Le chapitre a été achevé par le calcul de l'écoulement uniforme qui intéresse notre étude. Nous avons rappelé la notion de conductivité qui est représentée par le facteur K . Il s'agit de la capacité d'évacuation de la section de la conduite ou du canal considéré, étant donné que K est directement lié au débit volume Q (Relation 1.56). Nous avons également rappelé la notion de facteur de section dont l'importance est capitale dans le calcul de l'écoulement uniforme. Le facteur de section est représenté par la quantité $AR_h^{2/3}$ et dépend, par conséquent, de la géométrie de la section de la conduite ou du canal considéré. Nous avons indiqué que dans le cas le plus général, la quantité $AR_h^{2/3}$ augmente avec l'accroissement de la profondeur, à l'exception du cas des conduites dont le toit est graduellement fermé telle que la conduite de forme circulaire. Pour ce type de conduites fermées, le facteur de section $AR_h^{2/3}$ augmente dans un premier temps avec l'accroissement de la profondeur, puis décroît dans un second temps en fonction de la profondeur à l'approche de la pleine section. Cette particularité a été illustrée sur la courbe adimensionnelle de la figure 1.4.

Les courbes adimensionnelles de *Camp* (Figure 1.5) ont permis l'analyse des caractéristiques de l'écoulement dans une conduite de forme circulaire. Le facteur de section, rapporté à celui de la conduite pleine, a été représenté en fonction du paramètre de forme de la section pour les cas d'un coefficient de *Manning* supposé constant et dépendant de la variation de la profondeur. Dans le premier cas, la vitesse moyenne de l'écoulement serait la même que celle de l'écoulement dans la conduite à moitié pleine que celle de l'écoulement à pleine section. Par contre, dans le second cas, la vitesse de l'écoulement dans la conduite à moitié pleine n'est que de 80% de la vitesse à pleine section.

Les courbes adimensionnelles de *Camp* ont pu mettre en évidence la nature variable du coefficient de *n* de *Manning* et son incidence sur les valeurs maximales du débit volume Q et de la vitesse moyenne V .

Au cours de paragraphes suivants de notre étude, nous allons examiner dans le détail l'écoulement uniforme dans les conduites de formes circulaire et en fer à cheval. Ce sont des ouvrages largement utilisées dans la pratique de l'ingénieur hydraulicien. Une étude particulière de l'écoulement uniforme est présentée dans les cas des coefficients de *Chézy* et de *Manning* constants et variables en fonction de la profondeur. Des relations simples et explicites sont présentées pour le dimensionnement de telles conduites d'une part, et pour le calcul de la profondeur normale d'autre part. La méthode de la MMR (*Achour, 2007*) a pu nous mener à des relations fiables destinées à l'évaluation explicite des coefficients de *Chézy* et de *Manning*. De nombreux exemples d'applications sont présentés pour mieux illustrer la méthode préconisée.