

Chapitre II

Modélisation du schéma multi enroulements de la machine asynchrone

II.1 Introduction

Les machines asynchrones à rotor en court-circuit consomment plus de 40% de l'énergie électrique produite ; elles sont largement utilisées vu les avantages qu'elles présentent à savoir :

- leur simplicité et leur robustesse mécanique,
- leur fonctionnement sans génération d'étincelles d'où un entretien réduit,
- la normalisation des réseaux de distribution de l'énergie électrique se prête bien à l'utilisation directe de ces moteurs (tensions et fréquences constantes),
- un prix de revient relativement faible.

Par ailleurs, la machine asynchrone, malgré ses qualités, peut présenter des défauts structurels. Dans ce chapitre, nous portons notre attention sur la rupture totale ou partielle de barres rotoriques, tout particulièrement au niveau de la brasure barre- anneau. Pour ce faire, il convient de développer un modèle qui tienne compte de la structure du rotor.

En effet, Pour étudier ces machines à induction on fait appel soit à la théorie du champs électromagnétique (équations de Maxwell), soit à la théorie des circuits électriques (lois de Kirchhoff) ; ou bien la méthode mixte combinant la théorie du champ électromagnétique et la théorie des circuits électriques [7].

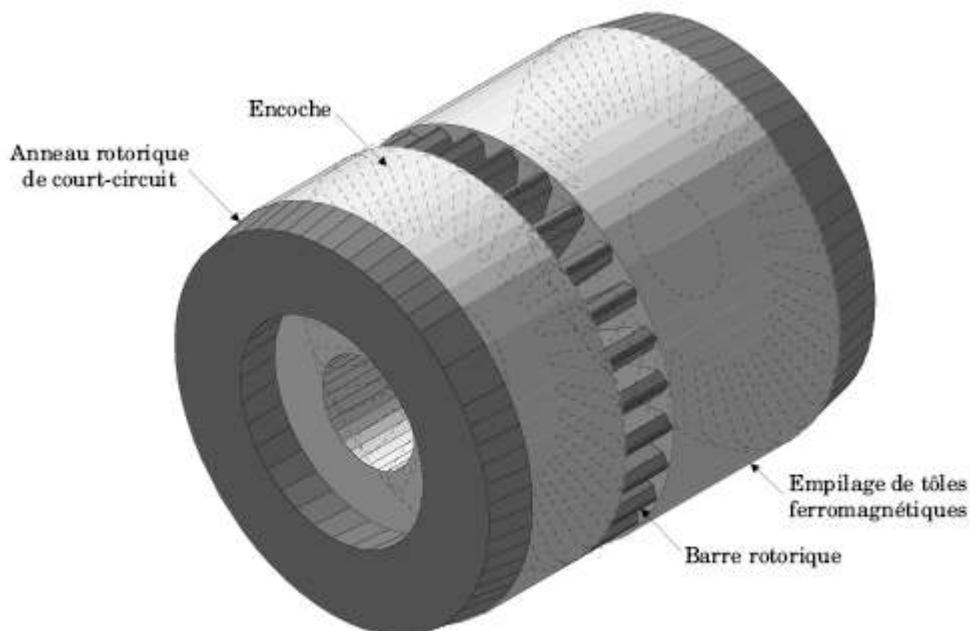


Figure II.I : Constitution et disposition d'une cage rotorique [1]

II.2 Modèle d'étude

Il est fonction du type d'approche utilisée. On en distingue deux, assez complémentaires :

- une approche dite « locale » car basée sur la signature de grandeurs locales telles que la densité de flux ; il s'agit souvent de méthodes numériques par éléments finis permettant une analyse fine des phénomènes physiques locaux associés aux défauts de cages,
- une approche analytique basée, quant à elle, sur la signature de grandeurs externes globales telles que courants, couple électromagnétique ; elle utilise le modèle de Kirchhoff, (réseau électrique équivalent à la machine) ainsi que la transformation « des 2 axes » appliquée aux équations électriques du système multi enroulements étudié. En fin, cette approche s'adapte particulièrement bien au problème posé ici et vu sa simplicité nous l'avons adoptée comme démarche.

II.3 Schéma multi enroulements équivalent

Pour l'étude analytique des performances des moteurs d'induction avec dissymétries rotoriques, nous avons adopté le schéma multi enroulements équivalent qui s'adapte bien au problème posé, car il décrit le rotor comme un ensemble de mailles interconnectées entre elles, chacune formée par deux barres adjacentes et les portions d'anneaux qui les relient (figure II.1).

A partir d'hypothèses classiques qui supposent que la perméabilité du fer est infinie, que l'entrefer est lisse et constant et que la f.m.m. statorique est à distribution sinusoïdale, on calcule les différentes inductances et mutuelles qui interviennent dans les équations du circuit.

II.3.1 Calcul des inductances [4]

II.3.1.1 Stator

L'induction due à la bobine statorique de la phase m s'écrit :

$$B_{sm}(\theta) = \frac{2}{\pi} \mu_0 \frac{N_s}{ep} I_{sm} \cos\left(p\theta - m \frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{II.1})$$

Par conséquent, le flux principal et l'inductance cyclique sont donnés par :

$$\Phi_{psm} = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{N_s^2}{ep^2} R L I_{sm} \tag{II.2}$$

$$L_{sc} = \frac{3}{2} L_{sp} + l_{sl} = \frac{6}{\pi} \mu_0 \frac{N_s^2}{ep^2} R L + L_{sl} \tag{II.3}$$

II.3.1.2 Rotor

Le rotor à cage est représenté par la figure II.2. La figure II.3 représente la forme d'onde de l'induction produite par la maille rotorique k.

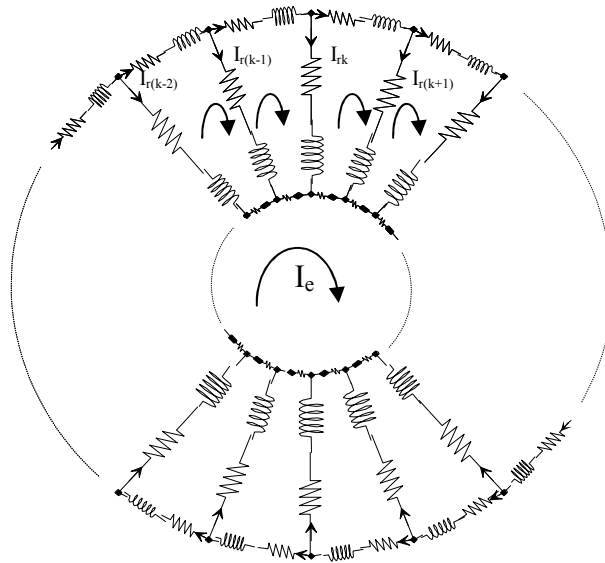


Figure II.2 :
Schéma multi enroulements du rotor

I_{rk} Représente le courant de maille k et I_{bk} le courant de barre K , avec :

$$I_{bk} = I_{rk} - I_{r(k+1)} \tag{II.4}$$

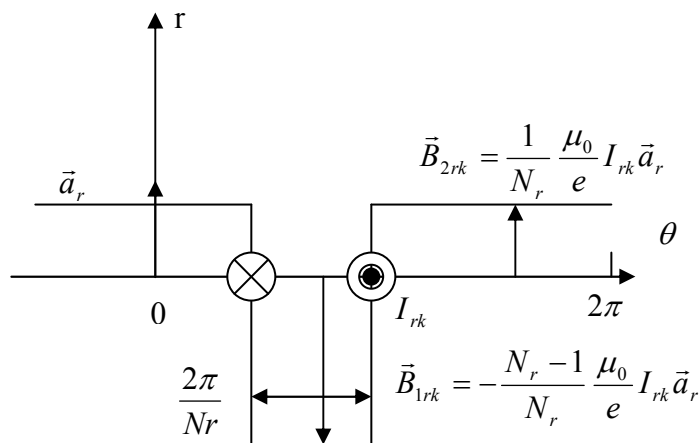


Figure II.3 : Induction produite par une maille du rotor

On voit bien, à travers la figure II.2 qu'il n'est pas possible de retenir l'hypothèse du premier harmonique qui concerne l'induction produite par une maille du rotor. Partant de cette répartition, on calcule alors l'inductance principale d'une maille rotorique ainsi que la mutuelle entre deux mailles :

$$L_{rp} = \frac{N_r - 1}{N_r^2} \frac{\mu_0}{e} 2\pi LR \quad (\text{II.5})$$

$$M_{rr} = -\frac{1}{N_r^2} \frac{\mu_0}{e} 2\pi LR \quad (\text{II.6})$$

II.3.1.3. Stator Rotor

L'induction produite par la bobine statorique de la phase m induit dans la maille rotorique K le flux :

$$\Phi_{smrk} = \int_{S_{rk}} \vec{B}_{sm} \cdot \vec{dS}_{rk} = - \int_{\frac{\theta}{p} + k \frac{2\pi}{N_r} - \frac{\pi}{N_r}}^{\frac{\theta}{p} + k \frac{2\pi}{N_r} + \frac{\pi}{N_r}} B_{sm}(\theta') LR d\theta' \quad (\text{II.7})$$

$$\Phi_{smrk} = -\frac{2}{\pi} \frac{\mu_0}{e p} N_s I_{sm} LR \frac{1}{p} \left[\sin\left(p\theta' - m \frac{2\pi}{3}\right) \right]_{\frac{\theta}{p} + k \frac{2\pi}{N_r} - \frac{\pi}{N_r}}^{\frac{\theta}{p} + k \frac{2\pi}{N_r} + \frac{\pi}{N_r}} \quad (\text{II.8})$$

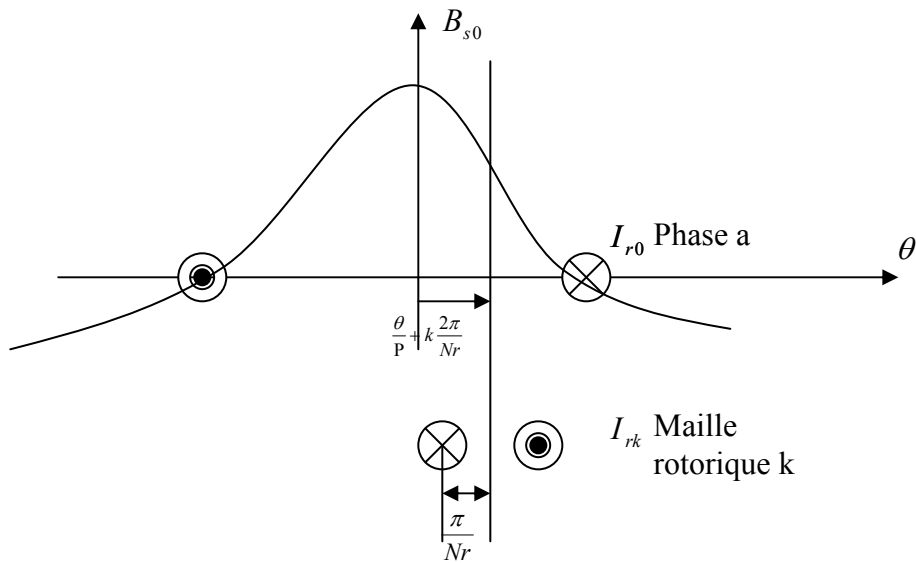


Figure II.4 : Position de la maille rotorique K , par rapport à la bobine de la phase statorique ($m = 0$)

Il en résulte la mutuelle stator rotor entre la phase statorique m et la maille rotorique K :

$$M_{smrk} = -M_{sr} \cos\left(\theta - m \frac{2\pi}{3} + k\alpha\right) \quad (\text{II.9})$$

$$\text{Où } M_{sr} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{e p^2} N_s LR \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (\text{II.10})$$

Et $\alpha = p \frac{2\pi}{N_r}$ est l'angle électrique entre deux mailles rotoriques.

II.3.2. Mise en équation

Nous utilisons une transformation de Clarke pour passer des grandeurs triphasées statoriques (a, b, c) aux grandeurs diphasées (α, β). Nous pouvons effectuer la simulation avec deux repères distincts pour le stator et le rotor.

Pour alléger le temps de calcul, on élimine l'angle θ de la matrice de couplage en choisissant le repère le plus adéquat et qui est celui du rotor. Dans ce repère, toutes les grandeurs ont une pulsation $g\omega_s$ en régime permanent. Cette caractéristique peut être utilisée pour l'analyse de rupture de barres rotoriques dans la machine par l'observation du courant i_{ds} .

II.3.2.1. Stator

On déduit pour l'ensemble des phases statoriques

$$[V_{sabc}] = [R_s][I_{sabc}] + \frac{d}{dt}[\Phi_{sabc}] \quad (\text{II.11})$$

Après transformation et rotation, les équations électriques dans le repère rotorique s'écrivent :

$$V_{ds} = R_s i_{ds} - \omega \Phi_{qs} + \frac{d\Phi_{ds}}{dt} \quad (\text{II.12})$$

$$V_{qs} = R_s i_{qs} + \omega \Phi_{ds} + \frac{d\Phi_{qs}}{dt} \quad (\text{II.13})$$

Avec :

$$\Phi_{sdq} = \begin{bmatrix} L_{sc} & 0 \\ 0 & L_{sc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} - M_{sr} \begin{bmatrix} \cdots & \cos j\alpha & \cdots \\ \cdots & \sin j\alpha & \cdots \\ \vdots & & \\ I_{r(N_r-1)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.14})$$

Nous obtenons :

$$V_{ds} = R_s i_{ds} - \omega \left[L_{sc} i_{qs} - M_{sr} (\sin 0\alpha I_{r0} + \sin 1\alpha I_{r1} + \dots + \sin j\alpha I_{rj} + \dots + \sin(N_r - 1)\alpha I_{r(N_r - 1)}) \right] \\ + L_{sc} \frac{di_{ds}}{dt} - M_{sr} (\cos 0\alpha \frac{dI_{r0}}{dt} + \cos 1\alpha \frac{dI_{r1}}{dt} + \dots + \cos j\alpha \frac{dI_{rj}}{dt} + \dots + \cos(N_r - 1)\alpha \frac{dI_{r(N_r - 1)}}{dt}) \quad (\text{II.15})$$

Et :

$$V_{gs} = R_s i_{gs} + \omega \left[L_{sc} i_{ds} - M_{sr} (\cos 0\alpha I_{r0} + \cos 1\alpha I_{r1} + \dots + \cos j\alpha I_{rj} + \dots + \cos(N_r - 1)\alpha I_{r(N_r - 1)}) \right] \\ + L_{sc} \frac{di_{gs}}{dt} - M_{sr} (\sin 0\alpha \frac{dI_{r0}}{dt} + \sin 1\alpha \frac{dI_{r1}}{dt} + \dots + \sin j\alpha \frac{dI_{rj}}{dt} + \dots + \sin(N_r - 1)\alpha \frac{dI_{r(N_r - 1)}}{dt}) \quad (\text{II.16})$$

On écrit les équations sous la forme :

$$[L] \frac{d}{dt} [I] = [V] - [R][I] \quad (\text{II.17})$$

Donc :

$$L_{sc} \frac{di_{ds}}{dt} - M_{sr} (\cos 0\alpha \frac{dI_{r0}}{dt} + \dots + \cos j\alpha \frac{dI_{rj}}{dt} + \dots + \cos(N_r - 1)\alpha \frac{dI_{r(N_r - 1)}}{dt}) = V_{ds} - R_s i_{ds} \quad (\text{II.18}) \\ + \omega L_{sc} i_{gs} - \omega M_{sr} (\sin 0\alpha I_{r0} + \dots + \sin j\alpha I_{rj} + \dots + \sin(N_r - 1)\alpha I_{r(N_r - 1)})$$

Et :

$$L_{sc} \frac{di_{gs}}{dt} - M_{sr} (\sin 0\alpha \frac{dI_{r0}}{dt} + \dots + \sin j\alpha \frac{dI_{rj}}{dt} + \dots + \sin(N_r - 1)\alpha \frac{dI_{r(N_r - 1)}}{dt}) = V_{gs} - R_s i_{gs} \quad (\text{II.19}) \\ - \omega L_{sc} i_{ds} + \omega M_{sr} (\cos 0\alpha I_{r0} + \dots + \cos j\alpha I_{rj} + \dots + \cos(N_r - 1)\alpha I_{r(N_r - 1)})$$

II.3.2.2 Rotor

Une maille du rotor à cage est représentée par la figure II.5

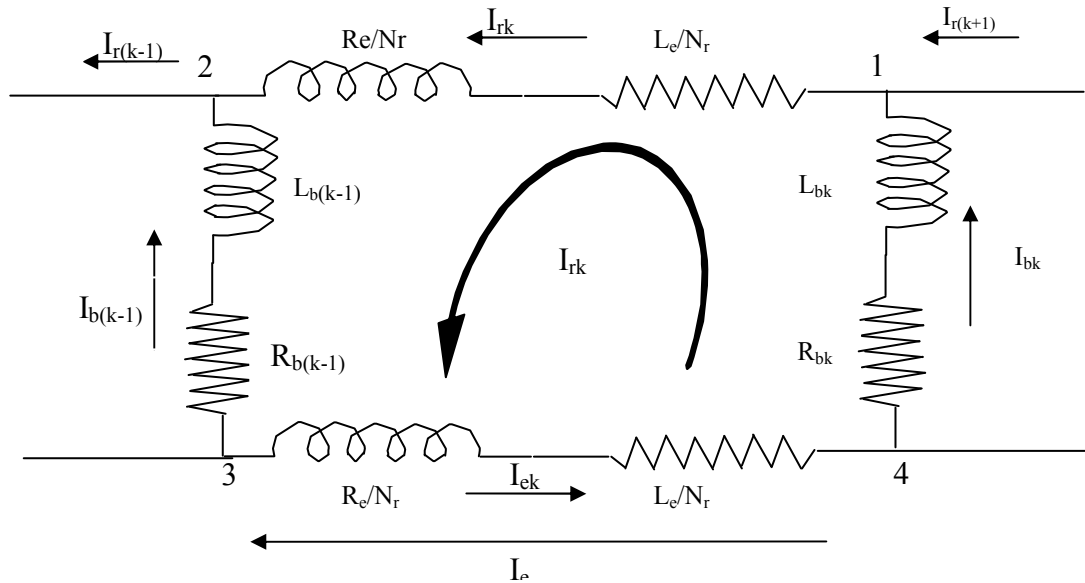


Figure II.5 : Représentation d'une maille rotorique

I_{rk} représente le courant de maille K , I_{bk} le courant de la barre K .

Pour le nœud n° 1 :

$$I_{bk} = I_{rk} - I_{r(k+1)} \quad (\text{II.20})$$

Pour le nœud n° 2 :

$$I_{b(k-1)} = I_{r(k-1)} - I_{rk} \quad (\text{II.21})$$

L'équation électrique relative à la maille K est :

$$0 = \frac{R_e}{N_r} I_{rk} - R_{b(k-1)} [I_{r(k-1)} - I_{rk}] + \frac{R_e}{N_r} [I_{rk} - I_e] + R_{bk} [I_{rk} - I_{r(k+1)}] + \frac{d\Phi_{rk}}{dt} \quad (\text{II.22})$$

Donc l'équation électrique relative à la maille K devient :

$$0 = \frac{R_e}{N_r} I_{rk} - I_{b(k-1)} R_{b(k-1)} + \frac{R_e}{N_r} [I_{rk} - I_e] + I_{bk} R_{bk} + \frac{d\Phi_{rk}}{dt} \quad (\text{II.23})$$

Le flux induit dans la maille rotorique est donné par :

$$\Phi_{rk} = L_{rp} I_{rk} + M_{rr} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^{Nr-1} I_{rj} - \frac{3}{2} M_{sr} (i_{ds} \cos K\alpha + i_{qs} \sin K\alpha) + \frac{L_e}{N_r} (I_{rk} + I_{ek}) + L_b (-I_{b(k-1)} + I_{bk}) \quad (\text{II.24})$$

Le terme en L_{rp} représente le flux principal, celui en M_{rr} représente le flux mutuel avec les autres mailles rotoriques, puis viennent les termes de couplage avec le stator. On remarquera le facteur $\frac{3}{2}$ par rapport à l'équation statorique à cause de la transformation de Clark.

Les termes en L_b et L_e représentent les fuites rotoriques.

On essaye d'écrire l'équation (II.24) uniquement en fonction des courants de maille ;

$$I_{rk} - I_e = I_{ek} \quad (\text{II.25})$$

Où : I_e représente le courant de l'anneau de court circuit, On a :

$$\begin{aligned} \Phi_{rk} = & L_{rp} I_{rk} + M_{rr} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^{Nr-1} I_{rj} - \frac{3}{2} M_{sr} (i_{ds} \cos K\alpha + i_{qs} \sin K\alpha) + \frac{2L_e}{N_r} I_{rk} - \frac{L_e}{N_r} I_e \\ & - L_b [I_{r(k-1)} + I_{r(k+1)}] + 2L_b I_{rk} \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

on aboutit à :

$$\begin{aligned} (L_{rp} + \frac{2L_e}{N_r} + 2L_b) \frac{dI_{rk}}{dt} + M_{rr} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^{Nr-1} \frac{dI_{rj}}{dt} - L_b \left(\frac{dI_{r(k-1)}}{dt} + \frac{dI_{r(k+1)}}{dt} \right) - \frac{3}{2} M_{sr} \left(\frac{di_{ds}}{dt} \cos k\alpha + \frac{di_{qs}}{dt} \sin k\alpha \right) \\ - \frac{L_e}{N_r} \frac{dI_e}{dt} = - \left[\left(\frac{2R_e}{N_r} + R_{bk} + R_{b(k-1)} \right) I_{rk} - R_{b(k-1)} I_{r(k-1)} - R_{bk} I_{r(k+1)} - \frac{R_e}{N_r} I_e \right] \end{aligned} \quad (\text{II.27})$$

Pour l'anneau de court circuit

$$L_e \frac{dI_e}{dt} - \frac{L_e}{N_r} \sum_{k=0}^{Nr-1} \frac{dI_{rk}}{dt} = - \left(R_e I_e - \frac{R_e}{N_r} \sum_{k=0}^{Nr-1} I_{rk} \right) \quad (\text{II.28})$$

Le système complet $[L] \frac{d[I]}{dt} = [V] - [R][I]$ devient :

$$\begin{bmatrix}
 L_{sc} & 0 & \dots & \dots & \dots & -M_{sr} \cos j\alpha & \dots & \dots & 0 \\
 0 & L_{sc} & \dots & \dots & \dots & -M_{sr} \sin j\alpha & \dots & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & L_{rp} + \frac{2L_e}{N_r} + 2L_b & M_{rr} - L_b & M_{rr} & \dots & M_{rr} & M_{rr} - L_b & \frac{L_e}{N_r} \\
 \vdots & \vdots & M_{rr} - L_b & L_{rp} + \frac{2L_e}{N_r} + 2L_b & M_{rr} - L_b & M_{rr} & \dots & M_{rr} & \vdots \\
 -\frac{3}{2}M_{sr} \cos k\alpha & -\frac{3}{2}M_{sr} \sin k\alpha & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & M_{rr} - L_b & M_{rr} & \dots & M_{rr} & M_{rr} - L_b & L_{rp} + \frac{2L_e}{N_r} + 2L_b & \frac{L_e}{N_r} \\
 0 & 0 & \frac{L_e}{N_r} & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{L_e}{N_r} & L_e
 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \vdots \\ I_{r0} \\ \vdots \\ I_{rj} \\ \vdots \\ I_{r(Nr-1)} \\ \vdots \\ I_e \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
 R_s & -aL_{sc} & \dots & \dots & M_{sr} \omega \sin j\alpha & \dots & \dots & 0 \\
 -aL_{sc} & R_s & \dots & \dots & -M_{sr} \omega \cos j\alpha & \dots & \dots & 0 \\
 0 & 0 & 2\frac{R_e}{N_r} + R_{b0} + R_{b(Nr-1)} & -R_{b0} & 0 & 0 & -R_{b(Nr-1)} & \frac{R_e}{N_r} \\
 0 & 0 & 0 & -R_{b(k-1)} & 2\frac{R_e}{N_r} + R_{bk} + R_{b(k-1)} & -R_{bk} & 0 & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & -R_{b(k-1)} & 2\frac{R_e}{N_r} + R_{bk} + R_{b(k-1)} & -R_{bk} & 0 & \vdots \\
 0 & 0 & -R_{b(Nr-1)} & 0 & 0 & -R_{b(Nr-2)} & 2\frac{R_e}{N_r} + R_{b(Nr-2)} + R_{b(Nr-1)} & \frac{R_e}{N_r} \\
 0 & 0 & \frac{R_e}{N_r} & \dots & \dots & \dots & \frac{R_e}{N_r} & R_e
 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \vdots \\ I_{r0} \\ \vdots \\ I_{rj} \\ \vdots \\ I_{r(Nr-1)} \\ I_e \end{bmatrix}$$

(II.29)

Le couple électromagnétique est obtenu par dérivation de la co-énergie:

$$C_{em} = \frac{3}{2} P [i_{sdq}]^t \frac{\delta}{\delta \theta} \begin{bmatrix} \dots & -M_{sr} \cos(\theta + k\alpha) & \dots \\ \dots & -M_{sr} \cos(\theta + k\alpha) & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ I_{rk} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (II.30)$$

$$C_{em} = \frac{3}{2} P M_{sr} \left\{ i_{ds} \sum_{k=0}^{Nr-1} I_{rk} \sin k\alpha - i_{qs} \sum_{k=0}^{Nr-1} I_{rk} \cos k\alpha \right\} \quad (II.31)$$

On y ajoute les équations mécaniques afin d'avoir la vitesse $\Omega = \frac{\omega}{P}$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} P (C_{em} - C_r - \frac{f}{P} \omega) \quad (II.32)$$

$$\text{Et } \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

Le système ci-dessus est très compliqué pour le programmer et l'exécution d'une simulation d'un tel modèle est très lente, c'est pour cela qu'on a opté pour un autre modèle, le modèle dq . Nous avons appliqué une transformation généralisée (N_r) qui permet de passer des N_r grandeurs équilibrées vers deux grandeurs dq . La simulation de ce modèle est très rapide.

II.4. La transformation de N_r grandeurs équilibrées en deux grandeurs dq [6]

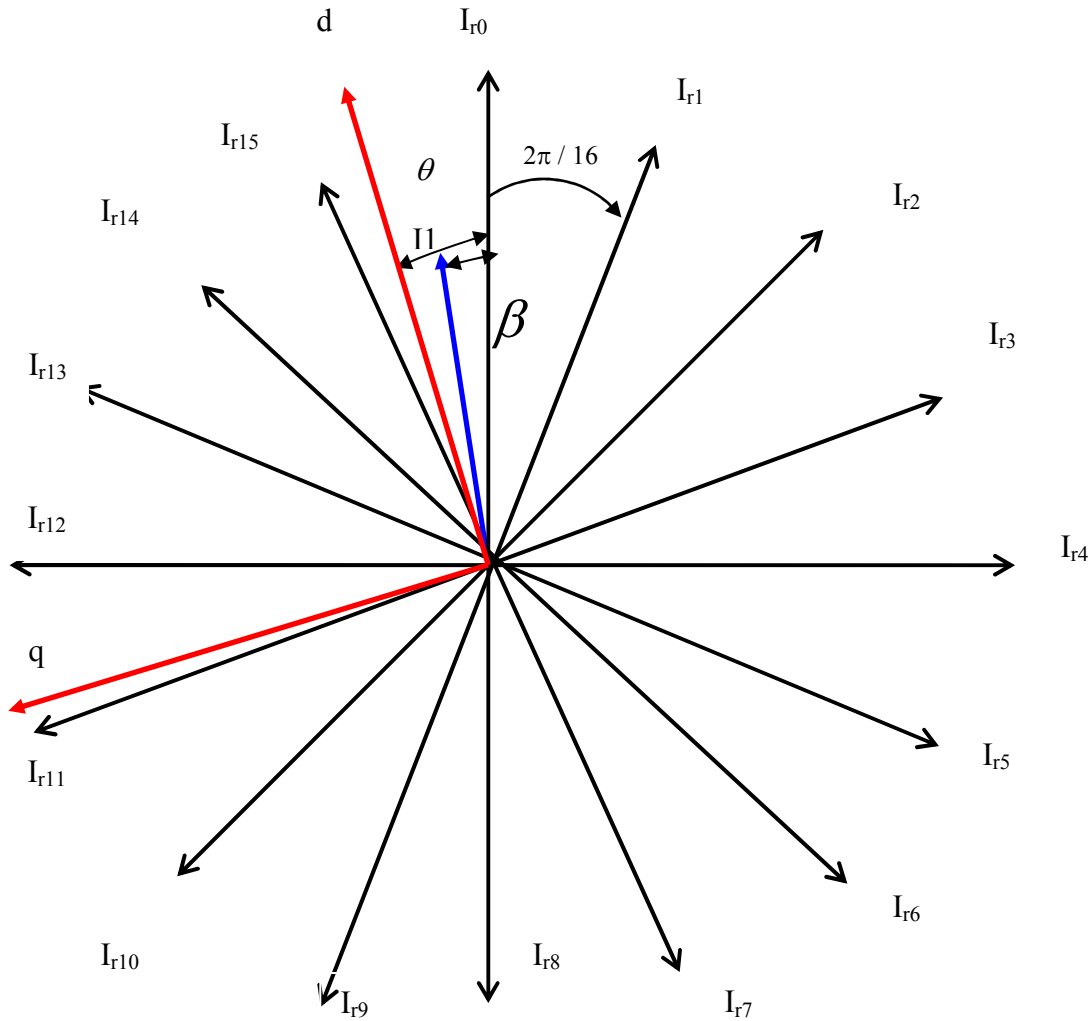


Figure II.6 : projection du modèle multi enroulement sur le modèle dq

➤ Passage du modèle polyphasé au modèle biphasé

On calcule les différentes résistances équivalentes ($S_1, S_2, S_3, et S_4$) ;

$$S_1 = \frac{2}{16} \left[\left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b0} + R_{b15} \right) \cos^2 0\alpha + \left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b1} + R_{b0} \right) \cos^2 1\alpha + \dots + \left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b15} + R_{b14} \right) \cos^2 15\alpha \right]$$

$$- \frac{4}{16} \left[(R_{b0} \cos(0\alpha) \cos(1\alpha)) + (R_{b1} \cos(1\alpha) \cos(2\alpha)) + \dots + (R_{b15} \cos(15\alpha) \cos(0\alpha)) \right] \quad (\text{II.33})$$

$$\begin{aligned}
S_2 = & -\frac{2}{16} \left[\left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b_0} + R_{b_{15}} \right) \cos 0\alpha \sin 0\alpha - \left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b_1} + R_{b_0} \right) \cos 1\alpha \sin 1\alpha - \dots - \left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b_{15}} + R_{b_{14}} \right) \cos 15\alpha \sin 15\alpha \right] \\
& + \frac{2}{16} \left[(R_{b_0} \sin(0\alpha) \cos(1\alpha)) + (R_{b_1} \sin(1\alpha) \cos(2\alpha)) + \dots + (R_{b_{15}} \sin(15\alpha) \cos(0\alpha)) \right] \\
& + \frac{2}{16} \left[(R_{b_0} \cos(0\alpha) \sin(1\alpha)) + (R_{b_1} \cos(1\alpha) \sin(2\alpha)) + \dots + (R_{b_{15}} \cos(15\alpha) \sin(0\alpha)) \right] \quad (\text{II.34})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_3 = & -\frac{2}{16} \left[\left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b_0} + R_{b_{15}} \right) \cos 0\alpha \sin 0\alpha - \left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b_1} + R_{b_0} \right) \cos 1\alpha \sin 1\alpha - \dots - \left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b_{15}} + R_{b_{14}} \right) \cos 15\alpha \sin 15\alpha \right] \\
& + \frac{2}{16} \left[(R_{b_0} \sin(0\alpha) \cos(1\alpha)) + (R_{b_1} \sin(1\alpha) \cos(2\alpha)) + \dots + (R_{b_{15}} \sin(15\alpha) \cos(0\alpha)) \right] \\
& + \frac{2}{16} \left[(R_{b_0} \cos(0\alpha) \sin(1\alpha)) + (R_{b_1} \cos(1\alpha) \sin(2\alpha)) + \dots + (R_{b_{15}} \cos(15\alpha) \sin(0\alpha)) \right] \quad (\text{II.35})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_4 = & \frac{2}{16} \left[\left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b_0} + R_{b_{15}} \right) \cos^2 0\alpha + \left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b_1} + R_{b_0} \right) \cos^2 1\alpha + \dots + \left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b_{15}} + R_{b_{14}} \right) \cos^2 15\alpha \right] \\
& - \frac{4}{16} \left[(R_{b_0} \cos(0\alpha) \cos(1\alpha)) + (R_{b_1} \cos(1\alpha) \cos(2\alpha)) + \dots + (R_{b_{15}} \cos(15\alpha) \cos(0\alpha)) \right] \quad (\text{II.36})
\end{aligned}$$

Si l'on considère que toutes les barres sont saines ($R_{b_0} = R_{b_1} = \dots = R_{b_{15}}$), les résistances équivalente S_1 , S_2 , S_3 , et S_4 deviennent :

$$S_1 = S_4 = 2 \frac{R_e}{N_r} + 2R_b (1 - \cos \alpha)$$

$$S_2 = S_3 = 0, \text{ en posant : } R_r = 2 \frac{R_e}{N_r} + 2R_b (1 - \cos \alpha)$$

La nouvelle matrice des résistances du modèle dq équivalent, en considérant que toutes les barres sont saines, est [4] :

$$\begin{bmatrix} R_s & -\omega L_{sc} & 0 & -\frac{Nr}{2} \omega M_{sr} & 0 \\ \omega L_{sc} & R_s & -\frac{Nr}{2} \omega M_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_e \end{bmatrix} \text{ avec : } R_r = 2 \frac{R_e}{N_r} + 2R_b (1 - \cos \alpha) \quad (\text{II.37})$$

La nouvelle matrice d'inductances du modèle dq équivalent, en considérant que toutes les barres sont saines, est [4] :

$$\begin{bmatrix} L_{sc} & 0 & -\frac{N_r}{2} M_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & L_{sc} & 0 & \frac{N_r}{2} M_{sr} & 0 \\ -\frac{3}{2} M_{sr} & 0 & L_{rc} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} M_{sr} & 0 & L_{rc} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_e \end{bmatrix} \text{ avec : } L_{rc} = L_{rp} - M_{rr} + 2 \frac{L_e}{N_r} + 2L_b(1 - \cos \theta) \quad (\text{II.38})$$

Donc le modèle réduit, en considérant que toutes les barres sont saines, est :

$$\begin{bmatrix} L_{sc} & 0 & -\frac{N_r}{2} M_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & L_{sc} & 0 & \frac{N_r}{2} M_{sr} & 0 \\ -\frac{3}{2} M_{sr} & 0 & L_{rc} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} M_{sr} & 0 & L_{rc} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_e \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_s & -\omega L_{sc} & 0 & -\frac{N_r}{2} \omega M_{sr} & 0 \\ \omega L_{sc} & R_s & -\frac{N_r}{2} \omega M_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \\ I_e \end{bmatrix} \quad (\text{II.39})$$

II.5 Mode d'alimentation de la machine asynchrone

II.5.1 Contrôle des courants par hystérésis

Le principe de cette méthode de contrôle des courants par hystérésis est basé sur la commande des interrupteurs de l'onduleur de telle sorte que les variations du courant dans chaque phase du moteur soit limitées dans une bande d'hystérésis encadrant les références des courants.

Ce contrôle se fait par une comparaison permanente entre les courants réels et les courants de références. La sortie des comparateurs est reliée à la logique de commande de l'onduleur de manière à imposer une commutation des interrupteurs lorsque le courant s'écarte de la valeur d'hystérésis de sa référence.

Les ondulations du courant sont fixées par la valeur de la bande d'hystérésis. Dans cette méthode le courant est toujours imposé aux bornes de la machine. La figure II.7 donne le schéma de principe.

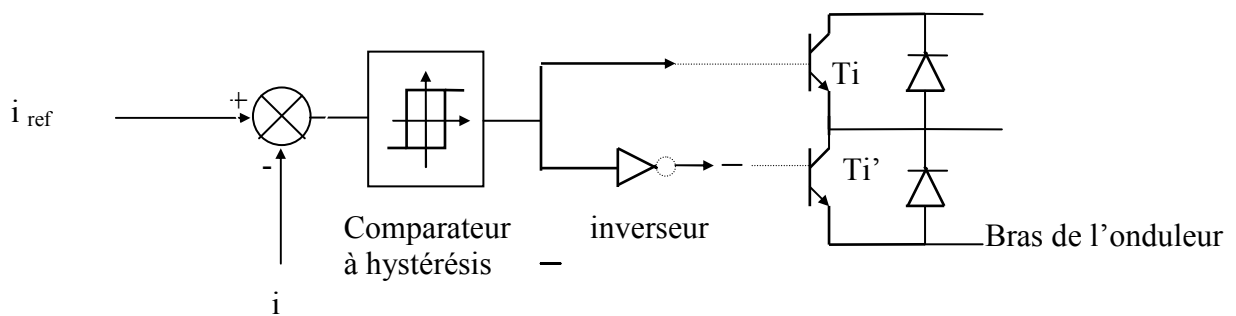


Figure II.7 :Principe du contrôle des courants par hystérésis

II.5.2 Modélisation de l'onduleur

L'onduleur est un convertisseur statique assurant la conversion continu – alternatif. Il est composé de six transistors ($T_1, T_2, T_3, T'_1, T'_2, T'_3$) shuntés en anti-parallèle par des diodes de récupération ($D_1, D_2, D_3, D'_1, D'_2, D'_3$), qui permettent de renvoyer le courant négatif vers le condensateur de filtrage mis à l'entrée de l'onduleur .

La commutation des composants électriques est supposée instantanée (composants parfaits). Afin de simplifier l'étude, nous associons à chaque bras de l'onduleur, une fonction logique F_i ($i=1,2,3$) qui est la sortie du modulateur à hystérésis.

Les fonctions logiques sont définies ainsi :

$$F_i = \begin{cases} +1 & \text{si } K_i \text{ est fermé et } K'_i \text{ ouvert} \\ 0 & \text{si } K_i \text{ est ouvert et } K'_i \text{ fermé} \end{cases} \quad (\text{II.40})$$

Les tensions de ligne aiguillées par l'onduleur sont :

$$\begin{cases} U_{ab} = \frac{U}{2} \cdot (F_1 - F_2) \\ U_{bc} = \frac{U}{2} \cdot (F_2 - F_3) \\ U_{ca} = \frac{U}{2} \cdot (F_3 - F_1) \end{cases} \quad (\text{II.41})$$

La relation imposée par la machine aux tensions de phase s'exprime par :

$$V_a + V_b + V_c = 0 \quad (\text{II.42})$$

En tenant compte de cette relation, on déduit les tensions simples :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{U}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.43})$$

II.5.3 Modélisation du modulateur à hystérésis

Pour déterminer les signaux de commande des interrupteurs de l'onduleur, il suffit d'associer un modulateur à hystérésis pour chacune des trois phases de l'onduleur, ceci permet de comparer chaque courant de phase avec sa référence de courant sinusoïdale de telle sorte que la variation de courant dans chaque phase soit limitée dans une bande encadrant la référence des courants :

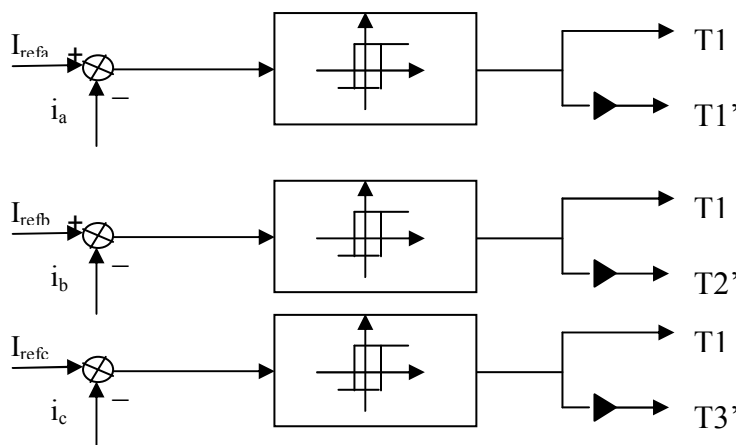


Figure II.8

Les fonctions logiques représentant les interrupteurs de l'onduleur sont définis par :

$$\begin{aligned} F_i &= 0 \quad \text{si } i_j - i_{jref} > h \\ F_i &= 1 \quad \text{si } i_j - i_{jref} > -h \end{aligned} \quad (\text{II.44})$$

$$F_i = F_i \text{ si } i_{j\text{ref}+h} > i_j > i_{j\text{ref}-h}$$

Avec i_j courant de phase, $j = a, b, c$ et $i_{j\text{ref}}$ courant de référence

II.6 Simulation du modèle réduit multi enroulements

a. Cas d'une machine saine à vide

- Alimentation sans onduleur

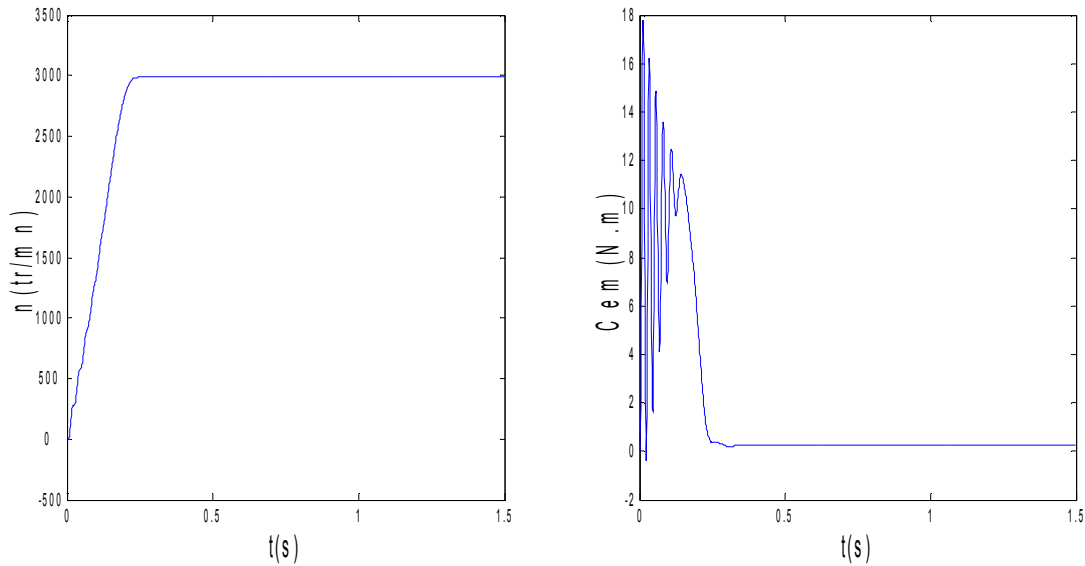


Figure II.9 : vitesse de rotation, couple électromagnétique, simulation avec le modèle réduit, machine saine à vide

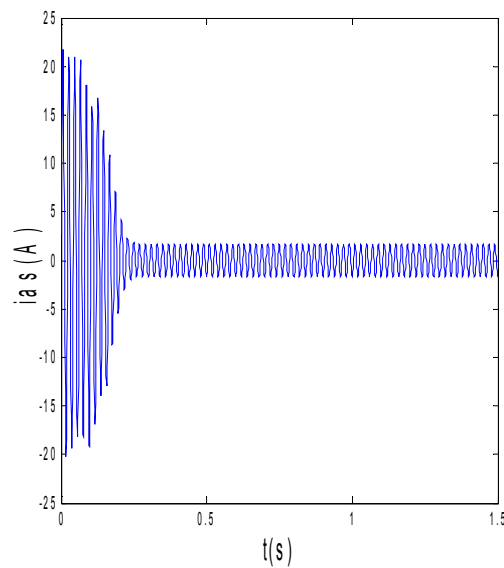


Figure II.10 : courant statorique, simulation avec le modèle réduit, machine saine à vide

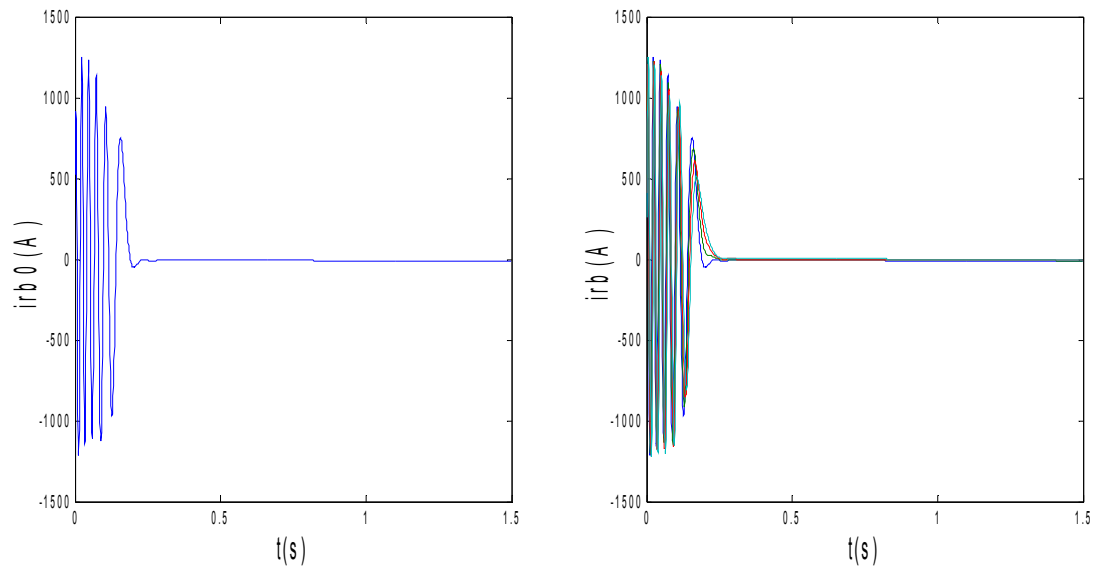
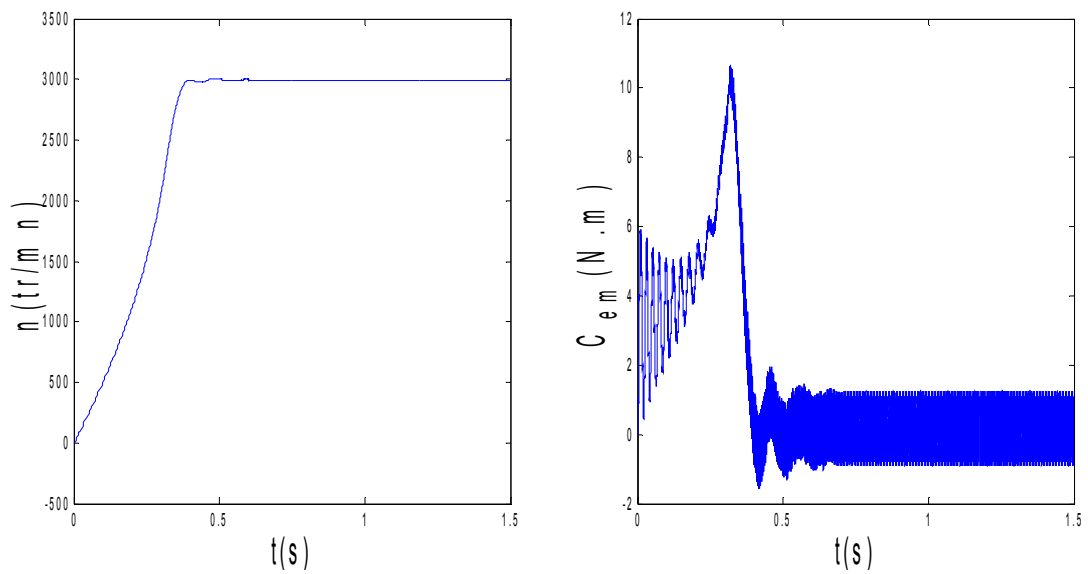


Figure II.11 : courants dans les barres rotoriques, $I_{rb0}, I_{rb1}, I_{rb2}, I_{rb3}$, simulation avec le modèle global, machine saine à vide

• Alimentation avec onduleur



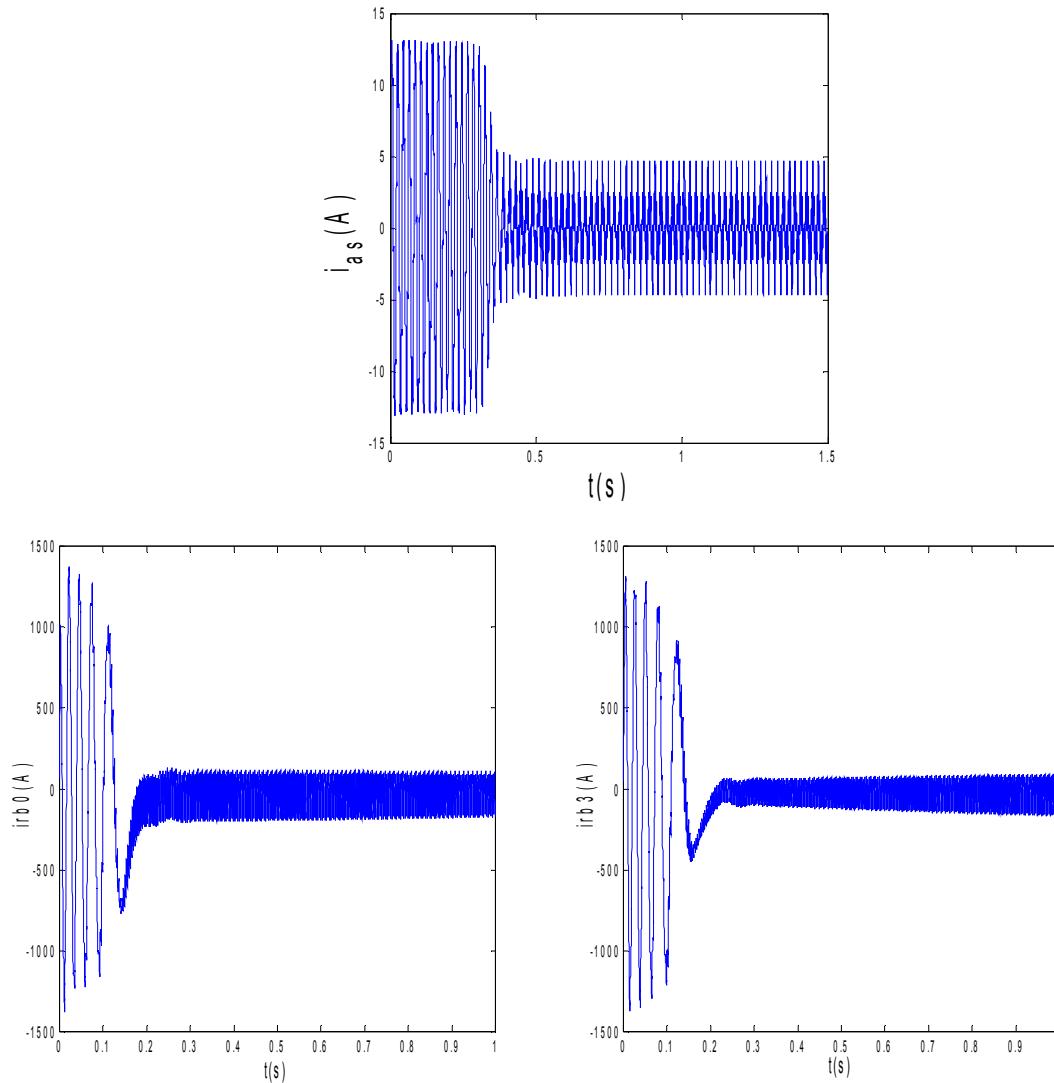


Figure II.12 : simulation du modèle réduit, alimentation avec onduleur à vide

A vide

On n'impose tout d'abord aucun couple de charge. La Figure II.9 illustre l'évolution temporelle, en régime transitoire et en régime permanent, de la vitesse de rotation. Après une phase transitoire, celle-ci se stabilise à une valeur proche de la vitesse de synchronisme à cause de l'absence d'un couple de charge. La figure illustre aussi le couple électromagnétique. Pour le couple, après une phase transitoire, celui-ci se stabilise à une valeur proche de zéro à cause de l'absence d'un couple de charge. La figure II.10 illustre l'évolution temporelle, en régime transitoire et en régime permanent, du courant statorique en absence du couple de charge. La figure II.11 illustre l'évolution temporelle, en régime transitoire et en régime permanent, des courants de barres rotoriques I_{rb0} , I_{rb1} , I_{rb2} , I_{rb3} . On constate que les barres rotoriques sont parcourues par des courants faibles mais non nuls en régime permanent. On peut expliquer cette circulation de courants par l'existence d'un frottement visqueux qui génère un faible couple résistant, et par l'existence de champs harmoniques ne tournant pas, à la vitesse de synchronisme. Les boucles rotoriques soumises à des champs fluctuants sont alors le siège de courants induits.

b. Cas d'une machine saine en charge

- Alimentation sans onduleur

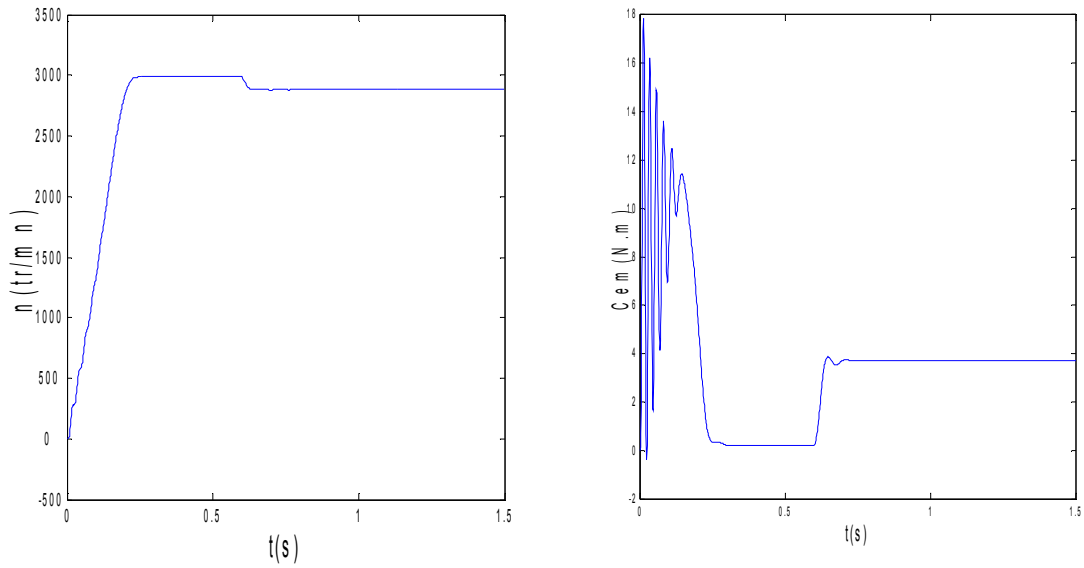


Figure II.13 : vitesse de rotation, couple électromagnétique, machine saine en charge $C_r=3.5N.m$

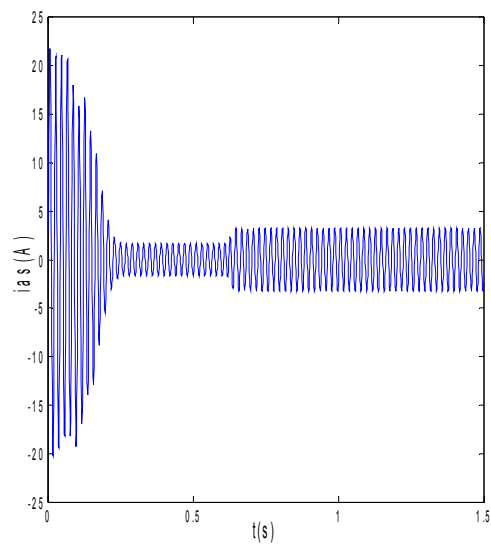


Figure II.14 : courant statorique, simulation avec le modèle réduit, machine saine en charge, $C_r=3.5N.m$

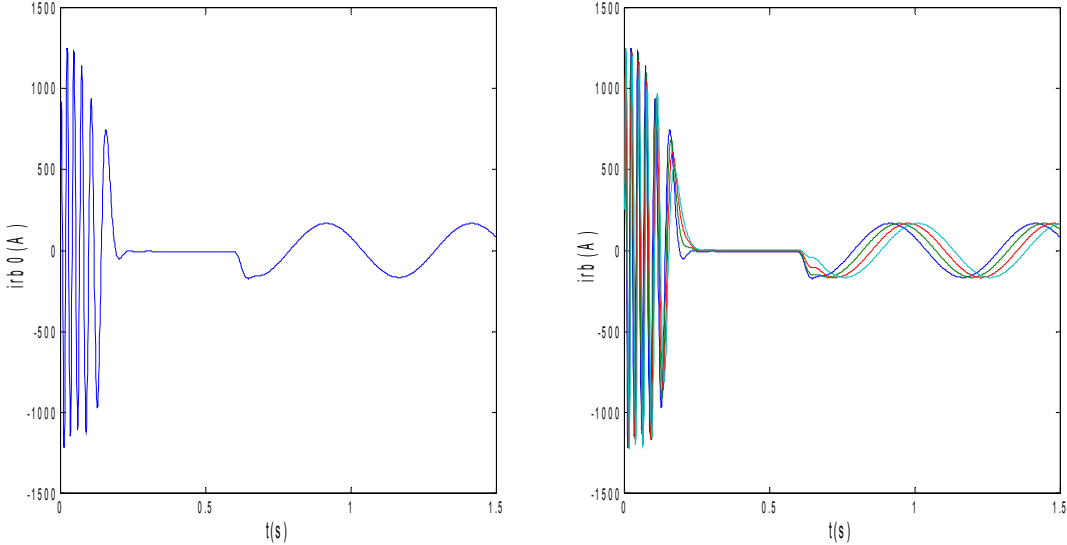
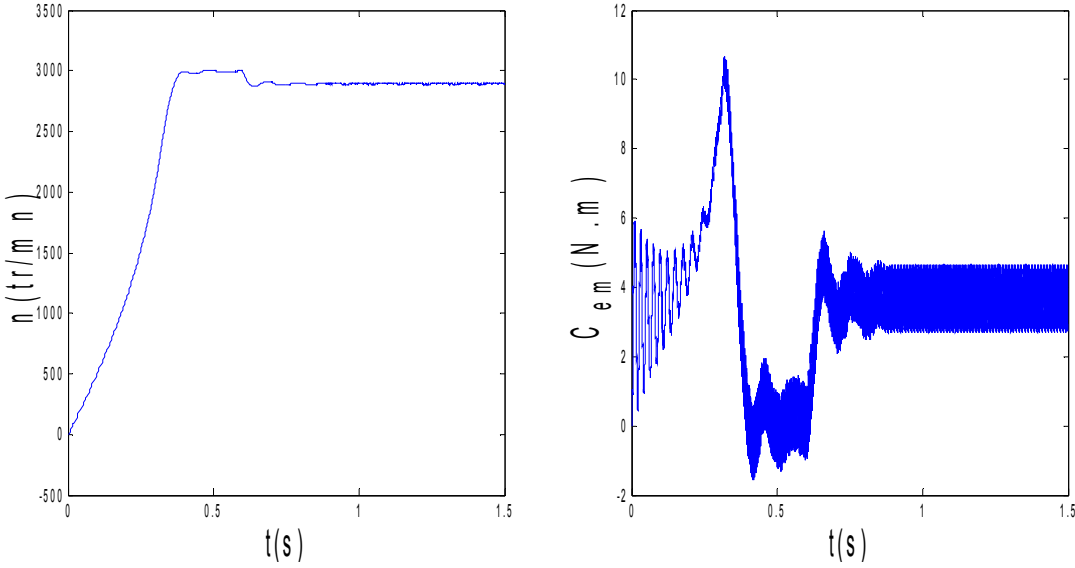


Figure II.15 :courants dans les barres rotoriques, $I_{rb0}, I_{rb1}, I_{rb2}, I_{rb3},$

• Alimentation avec onduleur



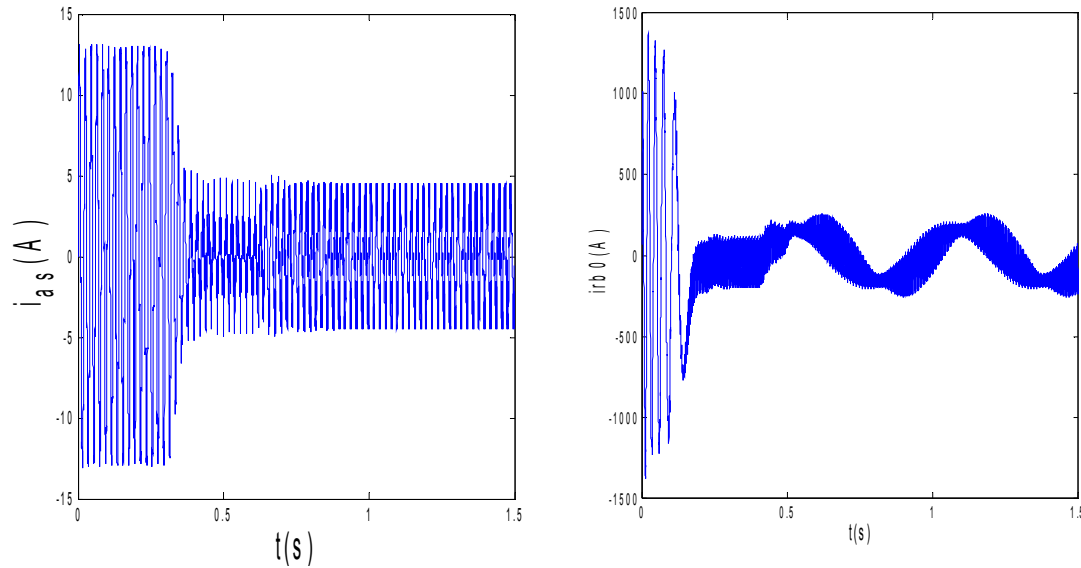


Figure II.16 : simulation du modèle réduit, Alimentation avec onduleur en charge

En charge

On impose maintenant un couple de charge de 3.5 N.m. La figure II.13 illustre l'évolution temporelle, en régime transitoire et en régime permanent, de la vitesse de rotation. Après une phase transitoire, celle-ci se stabilise à une valeur de 2885 tr/mn. La figure illustre aussi le couple électromagnétique. Pour le couple, après une phase transitoire, celui-ci se stabilise à une valeur proche de 3.5 N.m.

La figure II.14 illustre l'évolution temporelle, en régime transitoire et en régime permanent, du courant statorique en présence d'un couple de charge de 3.5 N.m.

La figure II.15 illustre l'évolution temporelle, en régime transitoire et en régime permanent, des courants de barres rotoriques I_{rb0} , I_{rb1} , I_{rb2} , I_{rb3} . On constate que les barres rotoriques sont logiquement parcourues par des courants de fréquence fondamentale gf_{s0} en régime permanent. Ceux-ci possèdent également une fréquence fondamentale gf_{s0} en régime permanent.

II.7 Conclusion

Dans ce chapitre on a traité la machine asynchrone en terme de circuit, et on a considéré que le rotor est constitué de plusieurs éléments, chaque élément de la cage est décrit par un circuit électrique équivalent de N_r grandeurs. Puis, on a fait la transformation de N_r grandeurs vers deux grandeurs, pour faciliter l'étude.

On remarque que la méthodologie de modélisation adoptée est assez générique, et peut très bien être adaptée pour la représentation d'autres types de machines électriques : machines asynchrones à rotor bobiné, machines synchrones à aimant permanent ou à rotor bobiné, machines à reluctance variable. Cette modélisation peut également servir dans une certaine mesure à des objectifs de conception.

Le modèle constitué donne des résultats identiques à ceux obtenus dans le cas du modèle classique de la machine asynchrone et permet d'étudier les différents défauts rotoriques, donc ce modèle s'adapte bien au problème posé.

Dans la suite de l'étude, on va plutôt exploiter la flexibilité du modèle pour rendre compte d'un certain nombre de défauts rotoriques pouvant affecter les machines asynchrones triphasées à cage d'écureuil.