

Introduction générale:

Un grand nombre de problèmes d'ingénierie se réduisent à des équations aux dérivées partielles qui, à cause de leur complexité, doivent être remplacées par des approximations. La Théorie concernant les équations aux dérivées partielles (existence, unicité, problème bien Posé) ne constitue pas un ensemble aussi complet que celle des équations aux dérivées Ordinaires. D'autre part, dans le cas où les solutions analytiques existent, ces solutions sont Triviales ou tellement simples qu'elles ne sont pas utiles en pratique au cours de ces dernières années, l'ingénieur a besoin de modèles physico-mathématique qui lui permettent de simuler le comportement de son dispositif. Les méthodes de l'ingénieur ont été profondément modifiées par les progrès de l'informatique et par des outils d'analyse numérique parus sur le marché du logiciel.

Nous pouvons distinguer les trois principales :

La méthode des Différences Finies (FDTD), la méthode des éléments finis (FETD) et la méthode des Volumes Finis (FVTD). Elles sont basées sur la résolution des équations de Maxwell dans le domaine temporel et sont généralement utilisées pour construire des simulateurs numériques. Seule la nature ou la géométrie de l'application à modéliser permettent réellement de faire un choix entre ces méthodes [17].

Les méthodes de différences finies basées sur des maillages cartésiens sont faciles à mettre en œuvre et performantes mais mal adaptées à la prise en compte de formes géométriques irrégulières.

La méthode des éléments finis apparaît la plus adaptée à résoudre ce type de problème. Cependant la discrétisation de la structure mathématique engendrée par les équations aux dérivées partielles reste difficile, ces problèmes sont pénalisés par la complexité de mise en œuvre et le coût des calculs. En effet, les termes sources des équations à résoudre (connues analytiquement) qui sont, généralement, la densité de courant ou le champ source présentent une difficulté majeure, leur discrétisation. De plus, la qualité de la solution dépend directement de la prise en compte de ces termes sources. On notera enfin, qu'en électrotechnique, les termes sources sont généralement des inducteurs.

Les méthodes des Volumes Finis sont utilisées depuis longtemps pour les simulations numériques en mécanique des fluides mais elles ont trouvé une seconde jeunesse avec des applications en électromagnétisme. Elles font partie, au même titre que les Différences Finies, de ces méthodes numériques capables de résoudre les équations de Maxwell dans le domaine temporel.

Les méthodes de volumes finis ont été mises au point initialement pour des lois de conservation, mais des développements récents permettent à présent de les utiliser pour des équations elliptiques et paraboliques. Ces équations aux dérivées partielles contiennent des termes de divergence. Les intégrales de volume d'un terme de divergence sont transformées en intégrales de surface en utilisant le théorème de flux-divergence. Ces termes de flux sont ensuite évalués aux interfaces entre les volumes finis. On utilise une fonction de flux numérique pour faire une approximation des flux aux interfaces.

Tout problème électromagnétique résolu par un code numérique Volumes Finis obéit à une procédure particulière, il faut d'abord diviser (ou mailler) le domaine de calcul en cellules élémentaires (ou mailles) pour ensuite y résoudre les équations de Maxwell. L'attrait principal de type de méthode est la tolérance vis à vis du maillage et de la position des inconnues.

- Le premier a pour objet la description des phénomènes électromagnétiques dans le cadre des hypothèses de l'électrotechnique. Le modèle mathématique, que nous allons présenter, comprendra les équations de Maxwell, les lois de comportement des matériaux et les conditions aux limites. Puis, nous donnons les formulations, de la magnétostatique et de la magnétodynamique en introduisant des potentiels scalaires et vecteurs (magnétique et électrique) qui s'intègrent dans la structure préalablement définie. Nous verrons enfin comment introduire dans les formulations des grandeurs globales telles que la tension ou l'intensité du courant.

Dans le cadre de notre travail, nous proposons un maillage en 1D (monodimensionnel) et 2D (bidimensionnel) de type volume finis classique aux formes géométrique simple Pour la programmation on utilise le logiciel MATLAB pour déterminer le champ magnétique du problème physique et développer la résolution numérique dans le système magnétostatique par la méthode des volumes finis sur une géométrie 2D et 1D

Ce travail est organisé comme suit:

Le premier chapitre envisage les différentes formulations mathématiques et physiques du phénomène électromagnétique. Le deuxième chapitre est consacré aux diverses méthodes de discrétisation nous introduisons la méthode des volumes finis qui présente une solution numérique 1D.

Dans le troisième chapitre nous améliorons le code numérique 2D écrit avec Une méthode de volumes finis et la réalisation d'un programme permettant de calculer une approximation de ces intégrales elliptiques pour des maillages volumiques rectangulaires de validation. Enfin dans le quatrième chapitre, nous proposons les différentes applications pour vérifier la fiabilité du code de calcul établi.