

II.1 Introduction

La mise au point d'une procédure de diagnostic, à base de modèles analytiques pour la machine asynchrone, recouvre un certain nombre de problèmes qui doivent être résolus. L'un de ces problèmes, de loin le plus délicat, est le problème de la synthèse du modèle décrivant le comportement de la machine, ceci non pas d'une façon moyenne comme pour la commande, mais d'une façon plus exacte et plus fine en intégrant certains paramètres de la machine. Les méthodes classiques d'étude de ce type de machine utilisent des modèles simples dans le repère (d, q) , négligeant un certain nombre de phénomènes. Ces modèles sont fréquemment affectés par les transformations et le changement d'axes de référence, ce qui conduit à des interprétations théoriques qui ne peuvent pas être utilisées pour analyser des effets localisés tels que les cassures des barres rotoriques de la machine en les distinguant des effets provenant d'autres incidents. D'autre part, ces modèles sont imprécis et ne décrivent qu'un fonctionnement sain de la machine [ABE 02]. Ainsi, il a fallu s'orienter vers des modèles plus sophistiqués (modèle multi enroulements) pour une description adaptée aux défauts. La modélisation décrite dans ce chapitre a pour objet de permettre la représentation d'une rupture de barres pour une machine asynchrone à cage. Dans cette perspective, on a développé, en utilisant l'approche analytique, un modèle basé sur un circuit maillé représentant la cage rotorique.

II.2 Modèle multi enroulements de la machine asynchrone

L'objectif est de procéder à un développement d'un modèle de la machine asynchrone qui mette en évidence l'influence des défauts étudiés sur les grandeurs mesurables de la machine, principalement les courants, afin d'étudier les phénomènes mis en jeu. Deux approches sont possibles. La première s'appuie sur la distribution des champs et des courants en tout point de la machine et permet de simuler son fonctionnement en régime de défaut [SCH99] [ABE02]. Cette méthode est coûteuse en temps de calcul et nécessite la connaissance des paramètres géométriques et des caractéristiques des matériaux relatifs au moteur asynchrone. La seconde approche, retenue ici, consiste à interpréter la machine du point de vue de la théorie des circuits. Pour faciliter la simulation et la mise au point des problèmes de ruptures de barres et d'anneaux de court circuit, nous avons modélisé le rotor par des mailles reliées entre elles électriquement et couplées magnétiquement [BAG 99] [REZ 03].

En considérant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- entrefer lisse et constant, (effet d'excentricité négligeable, champ radial),
- perméabilité relative du fer très grande,
- distribution sinusoïdale de la force magnétomotrice statorique,
- pas de saturation, effet pelliculaire nul, courants de Foucault négligeables hors des barres rotoriques.

En plus de ces hypothèses, on suppose que le stator est sain, de constitution symétrique.

II.2.1 Calcul des inductances

II.2.1.1 Partie statorique

En considérant que l'intensité du champ magnétique H produit par une bobine statorique dans le fer est très faible par rapport à sa valeur dans l'entrefer, vu la symétrie du dispositif, et d'après le théorème d'ampère on peut écrire :

$$\oint H dL = \frac{N_s I_s}{p} \quad (2-1)$$

Partant de l'expression (2-1) l'induction maximale dans l'entrefer est égale :

$$B_{\max} = \mu_0 \frac{N_s I_s}{2 \cdot p \cdot e} \quad (2-2)$$

La décomposition de l'induction en série de Fourier fournit le fondamental :

$$B_s(\theta) = \frac{2\mu_0 N_s I_s}{e p \pi} \cos(p \cdot \theta) \quad (2-3)$$

Par conséquent, le flux magnétique dans l'entrefer est obtenu par intégration de l'expression (2-3). La repartition de l'induction est donnée par la figure II-1. On écrit :

$$\Phi_s = \iint_s B_s ds = \int_0^t dz \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{\frac{\pi}{2p}} B_s R \cdot L \cdot d\theta$$

on obtient:

$$\Phi_s = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{N_s^2}{e \cdot p^2} R \cdot L \cdot I_s \quad (2-4)$$

Le flux total traversant l'enroulement de la phase "a" est :

$$\Psi_{sa} = N_s \cdot \Phi_s = N_s \cdot I_s \frac{2\mu_0 \cdot N_s \cdot R \cdot L}{e \cdot p^2 \pi} \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{\frac{\pi}{2p}} \cos(p \cdot \theta) \cdot d\theta$$

donc $\Psi_{sa} = L_{sp} \cdot I_s$ (2-5)

L'inductance principale de la phase "a" statorique d'après (2-5) est donnée donc par :

$$L_{sp} = 4\mu_0 \frac{N_s^2}{e \cdot p^2 \pi} R \cdot L$$
 (2-6)

Le flux de fuites est donné par :

$$\Phi_{fs} = L_{fs} \cdot I_s$$
 (2-7)

L'inductance totale de la phase "a" est égale à la somme de l'inductance de magnétisation et l'inductance de fuite :

$$L_{as} = L_{sp} + L_{sf}$$
 (2-8)

Puisque les enroulements statoriques sont symétriques, les inductances propres des trois phases sont considérées égales ($L_{as}=L_{bs}=L_{cs}=L_s$).

La figure II.1 représente, en fonction de θ , l'allure de l'induction magnétique, supposée radiale, produite par une maille rotorique k dans l'entrefer.

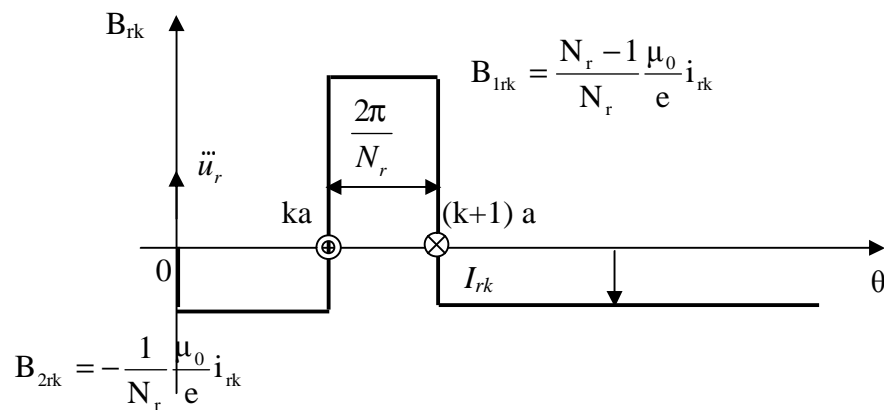


Figure II.1 : induction magnétique produite par une maille du rotor

II.2.1.2 Partie rotorique

Le rotor est décomposé en circuits élémentaires (mailles) constitués de deux barres et de deux portions d'anneaux les reliant à chaque extrémité [BAG 99] [SCH 99].

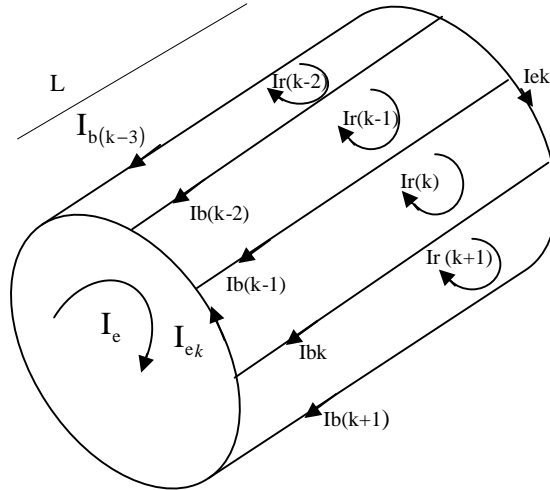


Figure II.2 : Structure de la cage du rotor

La distribution spatiale du champ, dû à la k^{eme} boucle de courant rotorique, est considérée comme étant rectangulaire. L'inductance principale et l'inductance mutuelle d'une maille rotorique sont données par l'expression du flux propre de la maille k .

On a donc :

$$\Phi_{\text{rpk}} = \int_0^t dz \int_{ka}^{(k+1)a} B_{\text{rpk}} \cdot R \cdot L \cdot d\theta$$

$$\Phi_{\text{rpk}} = \frac{(N_r - 1)}{N_r^2} \mu_0 \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot l}{e} i_{\text{rk}} \quad (2-9)$$

L'inductance propre d'une boucle rotorique est :

$$L_{\text{rp}} = \frac{N_r - 1}{N_r^2} \frac{\mu_0}{e} 2\pi \cdot R \cdot L \quad (2-10)$$

L'inductance totale de la k^{eme} maille rotorique est égale à la somme de son inductance principale, des inductances de fuite des deux barres et des inductances de fuites de deux portions d'anneaux de court circuit fermant la maille k , on obtient :

$$L_{\text{rr}} = L_{\text{rp}} + 2 \cdot L_b + 2 \cdot L_e \quad (2-11)$$

Les mailles rotoriques sont magnétiquement couplées par l'intermédiaire du flux rotorique d'entrefer, le flux traversant la j^{eme} maille, produit par le courant i_{rk} circulant dans la maille k est donné par:

$$\Phi_{rjrk} = \int_0^t dz \int_{j_a}^{(j+1)a} B_{2rk} R \cdot L \cdot d\theta$$

$$\Phi_{rjrk} = \int_0^t dz \int \left(-\frac{1}{N_r} \frac{\mu_0}{e} R \cdot L \cdot i_{rk} \right) d\theta \quad (2-12)$$

D'après l'équation (2 - 12) on obtient l'inductance mutuelle :

$$M_{rr} = -\frac{1}{N_r^2} \frac{\mu_0}{e} 2 \cdot \pi \cdot L \cdot R \quad (2-13)$$

II.2.1.3 Mutuelle inductance entre stator et rotor

L'induction produite par la bobine de la phase n dans la k^{eme} maille rotorique est donnée par :

$$B_{msr} = \frac{2\mu_0 N_s \cdot i_s}{e \cdot p \cdot \pi} \cos\left(p\theta - n \frac{\pi}{3}\right) \quad (2-14)$$

avec : $n=(1,2,3)$

Le flux traversant la maille k , est donné par :

$$\Phi_{rka} = \int_0^t dz \int_{ka}^{(k+1)a} B_s \cdot R \cdot L \cdot d\theta$$

On obtient :

$$\Phi_{rka} = -\frac{2\mu_0}{\pi \cdot e \cdot p} N_s R \cdot L \cdot i_s \frac{1}{p} \left[\sin\left(p\theta - n \frac{2\pi}{3}\right) \right]_{ka}^{(k+1)a} \quad (2-15)$$

L'inductance mutuelle entre la phase "a" du stator et la k^{eme} maille rotorique est :

$$M_{rka} = -M_{sr} \cos\left(p\theta - n \frac{2\pi}{3} + ka\right) \quad (2-16)$$

avec

$$M_{sr} = \frac{4\mu_0 N_s R \cdot L}{\pi \cdot e \cdot p^2} \sin\left(\frac{a}{2}\right)$$

$$a = p \frac{2\pi}{N_r}$$

II.3 Mise en équation

L'objectif de cette étape est de trouver un modèle adéquat de la machine asynchrone pour mener la simulation.

II.3.1 Equations statoriques

Les équations de tension et du flux statorique sont :

$$\begin{cases} [\mathbf{V}_{abc}] = [\mathbf{R}_s][\mathbf{I}_{abc}] + \frac{d}{dt}[\Phi_{abc}] \\ [\Phi_{abc}] = [\mathbf{L}_s][\mathbf{I}_{abc}] + [\mathbf{M}_{sr}][\mathbf{I}_{rk}] \end{cases} \quad (2-17)$$

avec :

$$[\mathbf{V}_{abc}] = [V_a \quad V_b \quad V_c]^t$$

$$[\mathbf{I}_{abc}] = [I_a \quad I_b \quad I_c]^t$$

$$[\mathbf{I}_{rk}] = [I_{r0} \quad I_{r1} \quad \dots \quad I_{r(N_r-1)}]^t$$

$$[\Phi_{abc}] = [\Phi_a \quad \Phi_b \quad \Phi_c]^t$$

La matrice des résistances statoriques est :

$$[\mathbf{R}_s] = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix}$$

La matrice d'inductances statoriques s'écrit :

$$[\mathbf{L}_s] = \begin{bmatrix} L_{sp} + L_{sf} & M_s & M_s \\ M_s & L_{sp} + L_{sf} & M_s \\ M_s & M_s & L_{sp} + L_{sf} \end{bmatrix}$$

La matrice des inductances mutuelles entre phases statoriques et mailles rotoriques s'écrit :

$$[\mathbf{M}_{sr}] = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & -M_{sr} \cos(\theta_r + ka) & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & -M_{sr} \left(\theta_r + ka - \frac{2\pi}{3} \right) & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & -M_{sr} \left(\theta_r + ka - \frac{4\pi}{3} \right) & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

avec: $k=0, 1, 2, \dots, N_r-1$

I.3.2 Equations rotoriques

La figure II.3 illustre la modélisation du rotor par son schéma électrique équivalent.

Le rotor est composé des différentes barres et portions d'anneaux les reliant à chaque extrémité. Ce découpage est largement suffisant pour l'étude des ruptures de barres ou d'anneaux. Par contre, la prise en compte des courants inter barres nécessiterait d'affiner encore le circuit.

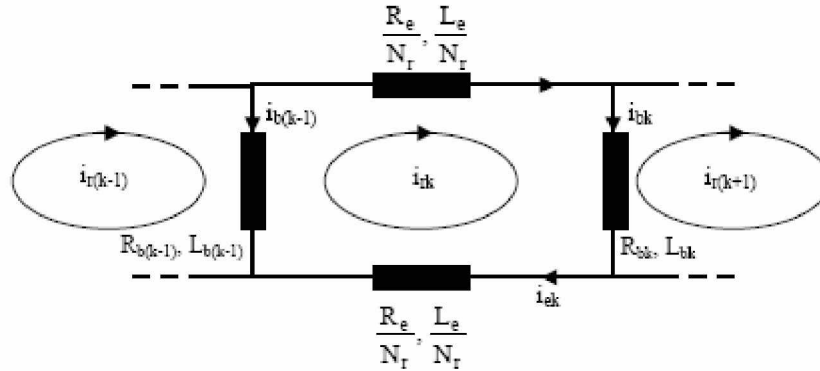


Figure II.3 : Schéma équivalent de la maille rotorique

Sachant que :

$$i_{ek} = i_{rk} - i_e$$

$$i_{bk} = i_{rk} - i_{r(k+1)}$$

L'équation électrique relative à la maille k est donnée par :

$$\frac{R_e}{N_r} i_{rk} - R_{b(k-1)} \cdot i_{b(k-1)} + \frac{R_e}{N_r} i_{ek} + R_{bk} i_{bk} + \frac{d}{dt} \Phi_{rk} = 0 \quad (2-18)$$

Le flux totalisé Φ_{rk} pour un circuit élémentaire k est composé de la somme des termes suivants :

- le flux principal :

$$\Phi_{rp} = L_{rp} I_{rk}$$

- le flux mutuel avec les autres circuits du rotor :

$$\Phi_{rr} = M_{rr} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^{=N_r-1} I_{rj}$$

- le flux mutuel avec le stator :

$$\Phi_{sr} = M_{sr} \left[\cos(\theta_r + ka) \wedge \cos\left(\theta_r + ka - \frac{2\pi}{3}\right) \wedge \cos\left(\theta_r + ka - \frac{4\pi}{3}\right) \right]$$

L'équation (2-18) devient donc:

$$0 = R_{bk} I_{r(k-1)} + \left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b(k-1)} + R_{bk} \right) I_{rk} - R_{bk} I_{r(k+1)} - \frac{R_e}{N_r} I_e + \frac{d\Phi_{rk}}{dt}$$

d'où :

$$\begin{aligned} \Phi_{rk} = & \left(L_{rp} + \frac{2L_e}{N_r} + 2L_b \right) I_{rk} - M_{rr} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^{N_r-1} I_{rj} - L_b (I_{r(k-1)} + I_{r(k+1)}) - \frac{L_e}{N_r} I_e \\ & - M_{sr} \left[\cos(\theta_r + ka) \cos\left(\theta_r + ka - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\theta_r + ka - \frac{4\pi}{3}\right) \right] [I_{abc}] \end{aligned} \quad (2-19)$$

L'équation relative à l'anneau de court circuit est :

$$\frac{L_e}{N_r} \sum_{k=0}^{N_r-1} \frac{dI_{rk}}{dt} - L_e \frac{dI_e}{dt} - \left(R_e I_e - \frac{R_e}{N_r} \sum_{k=0}^{N_r-1} I_{rk} \right) = 0$$

De la même façon on utilise les équations de $I_{e(k)}$ et $I_{b(k)}$ et on trouve :

$$\frac{R_e}{N_r} \sum_{k=1}^{N_r} I_{r(k)} + \frac{L_e}{N_r} \sum_{k=1}^{N_r} \frac{d}{dt} I_{r(k)} - I_e \frac{d}{dt} I_e - R_e I_e = 0 \quad (2-20)$$

II.3.3 Equation d'état de la machine

Le système est mis sous la forme canonique suivante :

$$[V] = [R][I] + [L] \frac{d}{dt} [I] + \frac{d[L]}{dt} [I] \quad (2-21)$$

avec :

$[V] = [v_a \ v_b \ v_c \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]^t$: le vecteur global des tensions $((N_r+4) \times 1)$. Il contient les trois tensions statoriques et les N_r tensions des mailles rotoriques, ainsi que la tension de l'anneau de court-circuit.

$[I] = [i_a \ i_b \ i_c \ i_{r0} \ i_{r1} \ \dots \ i_{rk} \ \dots \ i_{r(N_r-1)} \ i_e]^t$: le vecteur global des courants $((N_r+4) \times 1)$. Il contient les trois courants statoriques et les N_r courants des mailles rotoriques, ainsi que le courant de l'anneau de court-circuit.

La matrice globale des résistances est [ARZ 04.1], [ARZ 04.2] :

$$[\mathbf{R}] = \begin{bmatrix} [\mathbf{R}_s]_{3 \times 3} & : & [0]_{3 \times (N_r+1)} \\ \dots & \dots & \dots \\ [0]_{(N_r+1) \times 3} & : & [\mathbf{R}_r]_{(N_r+1) \times (N_r+1)} \end{bmatrix}$$

La matrice des résistances rotoriques.

$$[\mathbf{R}_r] = \begin{bmatrix} R_{b0} + R_{b(N-1)} + 2\frac{R_e}{N_r} & -R_{b0} & \dots & 0 & \dots & \dots & -R_{b(N-1)} & : & -\frac{R_e}{N_r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & : & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & : & \dots \\ 0 & \dots & -R_{b(k-1)} & R_{bk} + R_{b(k-1)} + 2\frac{R_e}{N_r} & -R_{bk} & \dots & 0 & : & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & : & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & : & \dots \\ -R_{b(N-1)} & \dots & 0 & \dots & \dots & -R_{b(N-2)} & R_{b(N-1)} + R_{b(N-2)} + 2\frac{R_e}{N_r} & : & -\frac{R_e}{N_r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & : & \dots \\ \frac{R_e}{N_r} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{R_e}{N_r} & : & R_e \end{bmatrix}$$

La matrice globale des inductances est donnée par :

$$[\mathbf{L}] = \begin{bmatrix} [\mathbf{L}_s]_{3 \times 3} & : & [\mathbf{M}_{sr}]_{3 \times (N_r+1)} \\ \dots & \dots & \dots \\ [\mathbf{M}_{rs}]_{(N_r+1) \times 3} & : & [\mathbf{L}_r]_{(N_r+1) \times (N_r+1)} \end{bmatrix}$$

La matrice des inductances rotoriques :

$$[\mathbf{L}_r] = \begin{bmatrix} L_{rp} + 2L_b + 2\frac{L_e}{N_r} & M_{tr} - L_b & \dots & \dots & M_{tr} & \dots & M_{tr} - L_b & : & -\frac{L_e}{N_r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & : & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & : & \dots \\ M_{tr} - L_b & \dots & M_{tr} - L_b & L_{rp} + 2L_b + 2\frac{L_e}{N_r} & M_{tr} - L_b & M_{tr} & \dots & : & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & : & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & : & \dots \\ M_{tr} - L_b & \dots & M_{tr} & \dots & \dots & M_{tr} - L_b & L_{rp} + 2L_p + 2\frac{L_e}{N_r} & : & -\frac{L_e}{N_r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & : & \dots \\ -\frac{L_e}{N_r} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & -\frac{L_e}{N_r} & : & L_e \end{bmatrix}$$

La dérivée de la matrice globale des inductances est :

$$\frac{d[L]}{dt} = \begin{bmatrix} [0] & \frac{d[M_{sr}]}{dt} \\ \frac{d[M_{sr}]^t}{dt} & [0] \end{bmatrix}$$

II.3.4 Transformation de Park

Pour obtenir un système d'équations à coefficients constants, il est usuel de faire appel à une transformation dite transformation de Park. Elle permet le passage du repère réel triphasé (a, b, c) au repère d'axe (h, d, q).

Le système de grandeurs triphasées est tel que la somme instantanée des grandeurs est nulle. Ceci permet d'annuler la composante homopolaire. Par conséquent, le repère (h, d, q) peut être réduit à un repère biphasé (d, q).

La matrice de Park modifiée est définie par :

$$[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos \theta & -\sin \theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2-22)$$

La dérivée de la matrice de Park est :

$$\frac{d}{dt}[P(\theta)] = -\omega \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 0 & \sin \theta & \cos \theta \\ 0 & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ 0 & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

On définit la matrice globale de Park de dimension $(N_r + 4) \times (N_r + 4)$ comme :

$$[T] = \begin{bmatrix} [P(\theta)] & : & [0] \\ \dots & \dots & \dots \\ [0]^T & : & [1]_{(N_r+1) \times (N_r+1)} \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

L'inverse de la matrice globale de Park est :

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} [P(\theta)]^{-1} & : & [0] \\ \dots & \dots & \dots \\ [0]^T & : & [1]_{(N_r+1) \times (N_r+1)} \end{bmatrix}$$

Sachant que:

$$[V] = [T][V_{tr}], \quad \text{avec : } [V_{tr}] = [v_{0s} \ v_{ds} \ v_{qs} \ \hat{0} \ 0 \ \dots \ 0^t]$$

$$[I] = [T][I_{tr}], \quad \text{avec : } [I_{tr}] = [i_{0s} \ i_{ds} \ i_{qs} \ \hat{i}_{r0} \ \dots \ i_{rk} \ \dots \ i_{r(N_r-1)} \ \hat{i}_e]^t$$

L'équation (2-21) devient :

$$[T][V_{tr}] = [R][T][I_{tr}] + \frac{d[L]}{dt}[T][I_{tr}] + [L]\frac{d[T]}{dt}[I_{tr}] + [L][T]\frac{d[I_{tr}]}{dt}$$

$$[V_{tr}] = ([T]^{-1}[R][T] + [T]^{-1}\frac{d[L]}{dt}[T] + [T]^{-1}[L]\frac{d[T]}{dt})[I_{tr}] + [T]^{-1}[L][T]\frac{d[I_{tr}]}{dt}$$

$$[V_{tr}] = (A + B + C)[I_{tr}] + D\frac{d[I_{tr}]}{dt}$$

avec les termes A, B, C, D donnés par :

$$A = [T]^{-1}[R][T] = \begin{bmatrix} [P(\theta)]^{-1}[R_s][P(\theta)] & : & [0] \\ \dots & \dots & \dots \\ [0] & : & [R_r] \end{bmatrix}$$

$$B = [T]^{-1}[L]\frac{d[T]}{dt} = \begin{bmatrix} [P(\theta)]^{-1}[L_s]\frac{d[P(\theta)]}{dt} & : & [0] \\ \dots & \dots & \dots \\ [M_{sr}]\frac{d[P(\theta)]}{dt} & : & [0] \end{bmatrix}$$

$$C = [T]^{-1}[L]\frac{d[T]}{dt} = \begin{bmatrix} [0] & : & [P(\theta)]^{-1}\frac{d[M_{sr}]}{dt} \\ \dots & \dots & \dots \\ [P(\theta)]\frac{d[M_{sr}]}{dt} & : & [0] \end{bmatrix}$$

$$D = [T]^{-1}[L][T] = \begin{bmatrix} [P(\theta)]^{-1}[L_s][P(\theta)] & : & [P(\theta)]^{-1}[M_{sr}] \\ \dots & \dots & \dots \\ [M_{rs}]^T[P(\theta)] & : & [L_r] \end{bmatrix}$$

La mise en équation du modèle de la machine conduit à un système complet de dimension $Nr+4$;

$$\begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \\ V_{0s} \\ \backslash \\ 0 \\ \wedge \\ \wedge \\ 0 \\] \\ 0 \end{bmatrix} = [R_{tr}] \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \\ I_{0s} \\] \\ 0 \\ \wedge \\ \wedge \\ 0 \\] \\ 0 \end{bmatrix} + [L_{tr}] \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \\ I_{0s} \\] \\ 0 \\ \wedge \\ \wedge \\ 0 \\] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-24)$$

$[L_{tr}]$ et $[R_{tr}]$ sont les matrices globales des résistances et des inductances après la transformation de Park.

A ces équations, on ajoute les équations électromagnétiques (2-25) (2-26) afin d'avoir la vitesse électrique et la position électrique θ_r du rotor.

$$\frac{d\Omega_r}{dt} = \frac{1}{J}(C_e - C_r - k_0\omega_m) \quad (2-25)$$

$$\frac{d}{dt}\theta_r = \omega_r \quad (2-26)$$

II.3.5 Equation mécanique

La puissance absorbée de la machine asynchrone s'écrit :

$$P_e = V_a i_a + V_b i_b + V_c i_c = V_{ds} i_{ds} + V_{qs} i_{qs} + V_{0s} i_{0s}$$

Posons :

$$[X_{dq0}] = \begin{bmatrix} X_d \\ X_q \\ X_0 \end{bmatrix} \text{ et } [X_{abc}] = \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix}$$

Avec $X = (i, V, \Phi)$ et Φ est le flux d'induction totalisé dans l'enroulement.

Soit $[P]$ la matrice de transformation directe, de telle sorte que : $[X_{dq0}] = [P][X_{abc}]$

Dans ces conditions, la puissance instantanée a pour expression :

$$P_e = [V_{abc}]^t [i_{abc}] = [V_{dq0}]^t [I_{dq0}] \quad (2-27)$$

$$[V_{dq0}] = [R_s] [i_{dq0}] + \frac{d}{dt} [\Phi_{dq0}] + [P] \frac{d[P]^{-1}}{dt} [\Phi_{dq0}] \quad (2-28)$$

$$\begin{cases} V_{ds} = R_s I_{ds} + \frac{d}{dt} \Phi_{ds} - \omega_{er} \Phi_{qs} \\ V_{qs} = R_s I_{qs} + \frac{d}{dt} \Phi_{qs} + \omega_{er} \Phi_{ds} \\ V_{0s} = R_s I_{0s} + \frac{d}{dt} \Phi_{0s} \end{cases}$$

$$P_e = (R_s I_{ds}^2 + \left(\frac{d}{dt} \Phi_{ds}\right) I_{ds} - \omega_{er} \Phi_{qs} I_{ds}) + (R_s I_{qs}^2 + \left(\frac{d}{dt} \Phi_{qs}\right) I_{qs} + \omega_{er} \Phi_{ds} I_{qs}) + (R_s I_{0s}^2 + \left(\frac{d}{dt} \Phi_{0s}\right) I_{0s})$$

$$P_e = (R_s \cdot I_{ds}^2 + R_s \cdot I_{qs}^2) + I_{sd} \left(\frac{d\Phi_{sd}}{dt} \right) + I_{sq} \left(\frac{d\Phi_{sq}}{dt} \right) + \omega_{er} (\Phi_{ds} \cdot I_{qs} - \Phi_{qs} \cdot I_{sd})$$

a) la puissance dissipée en pertes joules est :

$$P_j = R_s (I_{ds}^2 + I_{qs}^2)$$

b) la puissance représentant les échanges d'énergie électromagnétique est :

$$P_v = I_{ds} \left(\frac{d\Phi_{ds}}{dt} \right) + I_{qs} \left(\frac{d\Phi_{qs}}{dt} \right)$$

c) la puissance mécanique P_m est :

$$P_m = \omega (\Phi_{ds} I_{qs} - \Phi_{qs} I_{ds})$$

Or la puissance mécanique est égale à $C_e \Omega$ ou à $\frac{C_e \omega}{p}$. On en tire l'expression scalaire du

couple.

$$C_e = p [\Phi_{ds} I_{qs} - \Phi_{qs} I_{ds}] \quad (2-29)$$

On remplace Φ_{ds} et Φ_{qs} par ces expressions et on obtient :

$$C_e = \frac{3}{2} p \cdot M_{sr} (I_{ds} \sum_{k=0}^{N_r-1} I_{r(k)} \sin(k.a) - I_{qs} \sum_{k=0}^{N_r-1} I_{r(k)} \cos(k.a)) \quad (2-30)$$

II.4 Modèle de taille réduite

La représentation système par l'expression (2-24) fait apparaître un système d'ordre très élevé car il est constitué de nombre de phases statoriques, du nombre de phases rotoriques et des équations électromécaniques [BAG 99], [REZ 03].

Nous avons appliqué une transformation de Park étendue au système rotorique de manière à transformer ce système à N_r phases en un système (d, q).

Nous pouvons définir un vecteur d'état $[X]$ qui, après l'application de cette matrice de transformation, donnera :

$$[X_{odqs}] = [T(\theta_s)][X_{abcs}] \Rightarrow [X_{abcs}] = [T(\theta_s)]^{-1} \cdot [X_{odqs}]$$

$$[X_{odqr}] = [T_{3N_r}(\theta_r)][X_{rk}] \Rightarrow [X_{rk}] = [T_{3N_r}(\theta_r)]^{-1} [X_{odqr}]$$

Soit la partie statorique :

$$[V_s] = [R_s][i_s] + \frac{d}{dt} \{ [L_s] \cdot [i_s] \} + \frac{d}{dt} \{ [M_{sr}] [i_{rk}] \} \quad (2-31)$$

L'application de la transformation donne :

$$\begin{aligned} [V_{odqs}] = & \{ [T(\theta_s)][R_s][T(\theta_s)]^{-1} \} [i_{odqs}] + \{ [T(\theta_s)][L_s][T(\theta_s)]^{-1} \} \frac{d}{dt} [i_{odqs}] \\ & + \left\{ [T(\theta_s)][L_s] \frac{d}{dt} [T(\theta_s)]^{-1} \right\} [i_{odqs}] + \{ [T(\theta_s)][M_{sr}][T_{3N_r}(\theta_r)]^{-1} \} \frac{d}{dt} [i_{odqr}] \\ & + \left\{ [T(\theta_s)] \frac{d}{dt} \{ [M_{sr}][T_{3N_r}(\theta_r)]^{-1} \} \right\} [i_{odqr}] \end{aligned}$$

Pour la partie rotorique :

$$[V_r] = [R_r][i_{rk}] + \frac{d}{dt} \{ [L_r] \cdot [i_{rk}] \} + \frac{d}{dt} \{ [M_{rs}] \cdot [i_s] \} \quad (2-32)$$

Nous obtenons de la même façon :

$$\begin{aligned} [V_{odqr}] = & \{ [T(\theta_r)][R_r][T(\theta_r)]^{-1} \} [i_{odqr}] + \{ [T(\theta_r)][L_r][T(\theta_r)]^{-1} \} \frac{d}{dt} [i_{odqr}] \\ & + \left\{ [T(\theta_r)][M_{sr}] \frac{d}{dt} [T(\theta_r)]^{-1} \right\} [i_{odqr}] + \left\{ [T(\theta_r)] \frac{d}{dt} [M_{rs}][T(\theta_s)]^{-1} \right\} [i_{odqs}] \end{aligned}$$

En choisissant un référentiel lié au rotor, les relations angulaires peuvent s'écrire $\theta_s = \theta_r$ et $\theta_r = 0$.

Après simplifications, nous obtenons un modèle de taille réduite pour la machine asynchrone.

$$\begin{bmatrix} L_{sc} & 0 & -\frac{N_r}{2}M_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & L_{sc} & 0 & \frac{N_r}{2}M_{sr} & 0 \\ -\frac{3}{2}M_{sr} & 0 & L_{rc} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}M_{sr} & 0 & L_{rc} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_e \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \\ I_{dr} \\ I_{qr} \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ds} \\ V_{qs} \\ V_{dr} \\ V_{qr} \\ V_e \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

$$\begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & \frac{N_r}{2}wM_{sr} & 0 \\ 0 & R_s & \frac{N_r}{2}wM_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \\ I_{dr} \\ I_{qr} \\ I_e \end{bmatrix}$$

avec :

$$L_{rdq} = L_{rp} - M_{rr} + \frac{2.L_e}{N_r} + 2.L_e(1 - \cos(a))$$

$$R_{rdq} = 2\frac{R_e}{N_r} + 2.R_b(1 - \cos(a))$$

et :

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Dans le cas d'un défaut rotorique, la matrice $[R_r]$ doit être modifiée

En utilisant la matrice de transformation, nous obtenons une matrice d'ordre 2 pour le rotor.

La matrice de défaut rotorique s'écrit :

$$[R_{rf}] = [R_r] + \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \wedge & \backslash & \wedge & \wedge & & \backslash \\ & \backslash & & & & \backslash \\ 0 & \backslash 0 & 0 & 0 & 0 & \backslash \\ 0 & \backslash 0 & R'_{bk} & -R'_{bk} & 0 & \backslash \\ 0 & \backslash 0 & -R'_{bk} & R'_{bk} & 0 & \backslash \\ 0 & \backslash 0 & 0 & 0 & 0 & \backslash \\ \wedge & \wedge & \wedge & \wedge & 0 & \backslash \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

La nouvelle matrice des résistances rotoriques, après transformations, devient :

$$[\mathbf{R}_{\text{rfdq}}] = [\mathbf{T}(\theta_R)][\mathbf{R}_{\text{r}}][\mathbf{T}(\theta_R)]^{-1} = [\mathbf{T}(\theta_R)][[\mathbf{R}_r] + [\mathbf{R}'_r]][\mathbf{T}(\theta_R)]^{-1} \quad (2-35)$$

La matrice résistance est :

$$[\mathbf{R}_{\text{rfdq}}] = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\text{rdd}} & \mathbf{R}_{\text{rdq}} \\ \mathbf{R}_{\text{rqd}} & \mathbf{R}_{\text{rqq}} \end{bmatrix}$$

Où les quatres termes de cette matrice sont :

$$\mathbf{R}_{\text{rdd}} = 2 \cdot \mathbf{R}_b (1 - \cos(a)) + 2 \frac{\mathbf{R}_e}{\mathbf{N}_r} + \frac{2}{\mathbf{N}_r} (1 - \cos(a)) \sum_k \mathbf{R}_{\text{bfk}} (1 - \cos(2k-1)a)$$

$$\mathbf{R}_{\text{rdq}} = -\frac{2}{\mathbf{N}_r} (1 - \cos(a)) \sum_k \mathbf{R}_{\text{bfk}} \cdot \sin(2k-1)a$$

$$\mathbf{R}_{\text{rqd}} = -\frac{2}{\mathbf{N}_r} (1 - \cos(a)) \sum_k \mathbf{R}_{\text{bfk}} \sin(2k-1)a$$

$$\mathbf{R}_{\text{rqq}} = 2 \cdot \mathbf{R}_b (1 - \cos(a)) + 2 \frac{\mathbf{R}_e}{\mathbf{N}_r} + \frac{2}{\mathbf{N}_r} (1 - \cos(a)) \sum_k \mathbf{R}_{\text{bfk}} (1 + \cos(2k-1)a)$$

L'indice k caractérise la barre cassée.

Pour la partie mécanique, après l'application de la transformation généralisée sur l'expression du couple, on obtient :

$$C_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \mathbf{N}_r \cdot \mathbf{M}_{\text{sr}} (\mathbf{I}_{\text{ds}} \cdot \mathbf{I}_{\text{qr}} - \mathbf{I}_{\text{qs}} \cdot \mathbf{I}_{\text{dr}}) \quad (2-36)$$

La sous-matrice, relative à la résistance rotorique, est un bon indicateur de la présence d'un défaut. En effet, en cas de défaut \mathbf{R}_{rdd} et \mathbf{R}_{rqq} ne sont plus égaux comme c'est le cas pour la machine saine. En outre, les termes \mathbf{R}_{rdq} et \mathbf{R}_{rqd} prennent une valeur non nulle, ce qui témoigne de la présence d'un défaut au rotor [BAG 99] [ABE 02] [REZ03].

II.5 Défauts couramment rencontrés dans la machine

II.5.1 Cas d'un court-circuit entre spires

Il est assez difficile de décrire exactement la succession des phénomènes physiques qui entrent en jeu lors d'un court-circuit. La dégradation des isolants faits qu'à un moment donné, il existe entre deux points de différentes spires un chemin dont la résistance devient très faible.

Dans tous les cas, nous ne nous intéressons pas à la phase transitoire de ces phénomènes, mais uniquement aux courts-circuits établis qui seront modélisés par une résistance de valeur faible entre les points de courts-circuit, c.à.d entre deux bornes de dipôles élémentaires.

La conséquence d'un tel défaut est donc de modifier la connexion entre les dipôles du schéma électrique et, comme nous le verrons, de modifier le nombre d'équations différentielles du modèle de simulation [SCH 99].

II.5.2 Cas d'un défaut au rotor

Encore une fois, nous ne nous intéresserons pas à l'ensemble des phénomènes (matage, point chaud, dilatation, etc.) qui interviennent progressivement jusqu'à la création franche d'un défaut du circuit électrique au rotor. Les fissures apparaissant dans les barres ou anneaux, tout comme les problèmes de soudure entre barres et anneaux, ont pour effet d'augmenter la résistance équivalente des éléments concernés. Par contre, ce type de défaut ne modifie ni les connexions entre dipôles, ni les valeurs des inductances propres et mutuelles des éléments concernés [SCH 99].

II.5.3 Cas d'une ouverture de phase

L'ouverture de phase est assez fréquente. Bien souvent, il s'agit de la rupture d'un fusible ou encore d'une cosse mal serrée à la jonction du câble d'alimentation et des bornes de la machine. Ce type de défaut peut être modélisé soit en considérant effectivement l'ouverture du circuit électrique et, encore une fois la modification de sa topologie, soit plus simplement en faisant tendre une (les) résistance (s) vers l'infini pour forcer l'annulation du (des) courant(s) dans le(s) conducteur(s) concerné(s) [SCH 99].

II.5.4 Cas d'un autre défaut

Il est possible d'envisager d'autres défauts comme le court-circuit aux bornes des phases, ou encore le court-circuit entre une spire et la carcasse magnétique. Ce dernier défaut nécessite cependant de considérer les différents parcours possibles des courants entre la spire et l'onduleur, ce qui est spécifique à l'installation industrielle [SCH 99].

II.6 Modélisation de l'onduleur de tension

Pour un onduleur triphasé, les commandes des interrupteurs d'un bras sont complémentaires. Donc pour chaque bras il y a deux états indépendants. Ces deux états peuvent être considérés comme une grandeur booléenne.

- $S_{a,b,c} = 1$: Interrupteur du demi-bras haut (a, b ou c) fermé.
- $S_{a,b,c} = 0$: Interrupteur du demi-bras bas (a, b ou c) fermé.

La figure II.4 montre le schéma d'un onduleur triphasé et de sa charge.

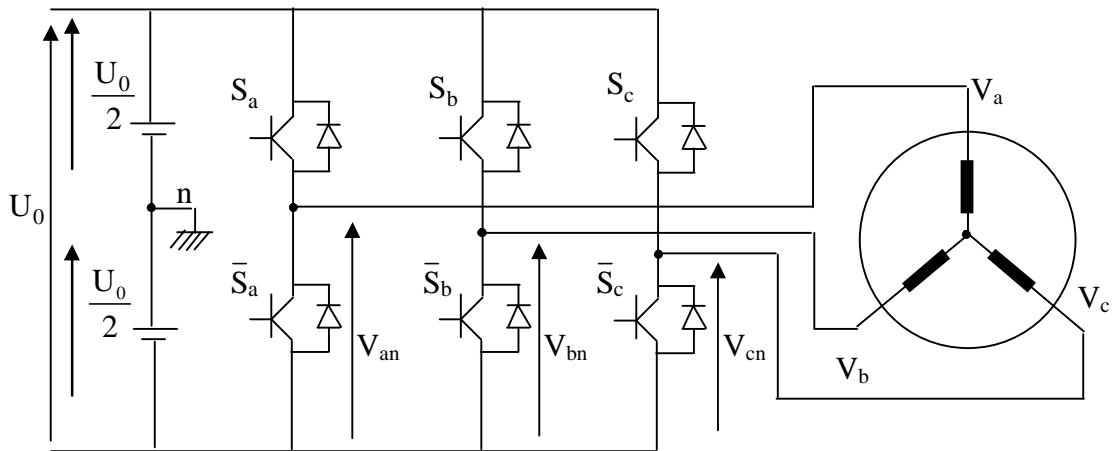


Figure II.4 : Schéma d'un onduleur triphasé et de sa charge.

Pour simplifier l'étude, on supposera que :

- la commutation des interrupteurs est instantanée,
- la chute de tension aux bornes des interrupteurs est négligeable,
- la charge triphasée, est équilibrée et couplée en étoile avec neutre isolé.

Pour les tensions simples on a :

$$\begin{cases} V_{an} = S_a U_0 - \frac{U_0}{2} \\ V_{bn} = S_b U_0 - \frac{U_0}{2} \\ V_{cn} = S_c U_0 - \frac{U_0}{2} \end{cases} \quad (2-37)$$

Sachant que la charge est équilibrée et le neutre isolé, on écrit alors :

$$V_a + V_b + V_c = 0 \quad (2-38)$$

En utilisant ces variables booléennes de l'état des interrupteurs, on a :

$$\begin{cases} V_a = \frac{U_0}{3}(2S_a - S_b - S_c) \\ V_b = \frac{U_0}{3}(-S_a + 2S_b - S_c) \\ V_c = \frac{U_0}{3}(-S_a - S_b + 2S_c) \end{cases} \quad (2.391)$$

Comme on peut le voir, les combinaisons $(S_a S_b S_c) = (111)$ et (000) correspondent au vecteur nul. La figure II.5 montre les six vecteurs non nuls qui peuvent être créés par un onduleur triphasé.

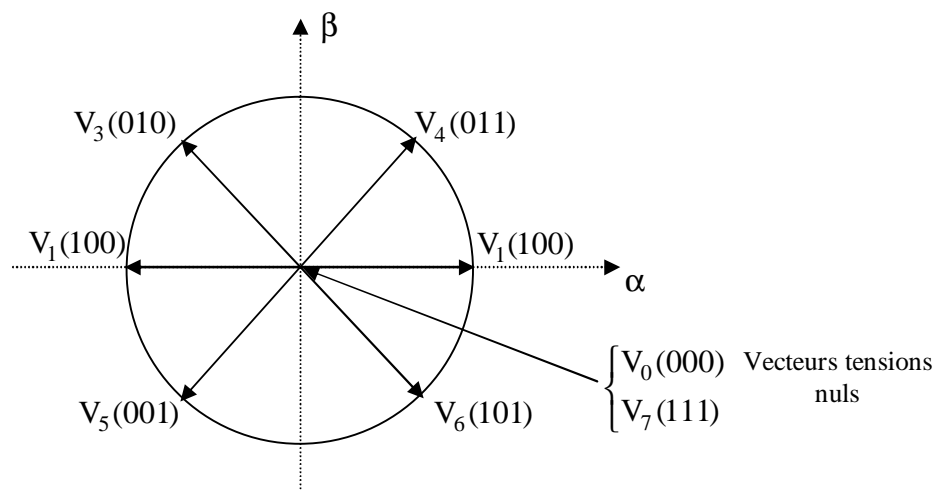


Figure II.5 : Vecteur de tension créé par l'onduleur.

II.7 Commande de l'onduleur de tension à MLI naturelle (sinus-triangle)

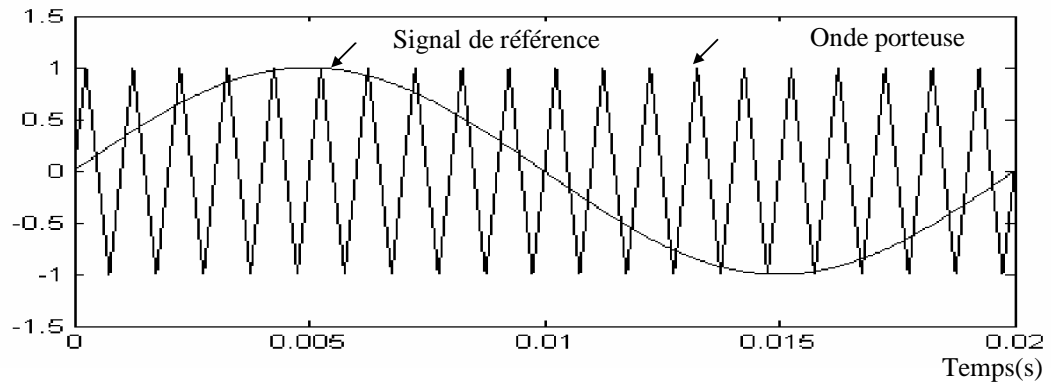
La technique de la MLI naturelle repose sur la comparaison entre deux signaux :

- § Le premier qui est appelé signal de référence (Modulatrice) représente l'image de la sinusoïde qu'on désire à la sortie de l'onduleur. Ce signal est modulable en amplitude et en fréquence.
- § Le second qui est appelé signal de la porteuse (Triangulaire) définit la cadence de la commutation des interrupteurs statiques de l'onduleur. C'est un signal de haute fréquence (HF) par rapport au signal de référence.

L'onde en impulsion est meilleure que l'onde rectangulaire si :

$$f_{\text{porteuse}} > 20. f_{\text{référence}} \quad (2.40)$$

Les figures II.6, II.7 représentent deux *MLI* générées par la comparaison de deux signaux de la porteuse en triangle ayant deux fréquences différentes 1kHz (figure II.6) et 2kHz (figureII.7), avec le même signal sinusoïdal de référence. Ces *MLI* sont obtenues comme suit :



L'impulsion imposée au bras de l'onduleur

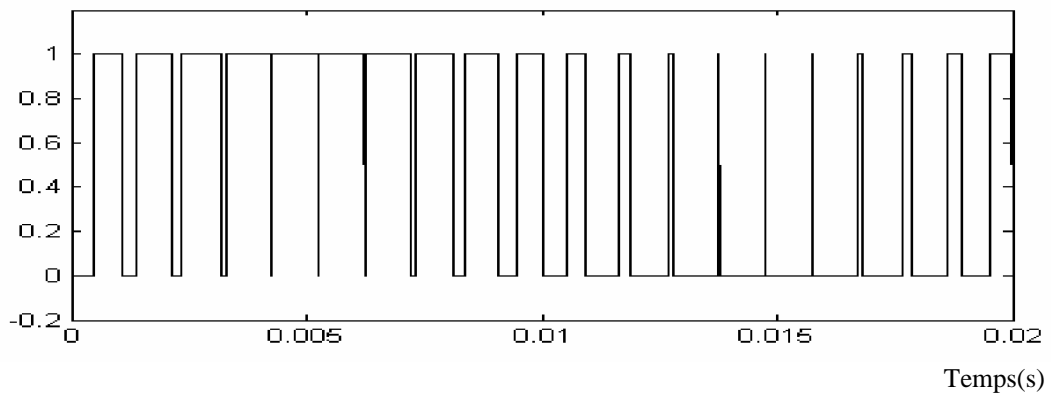
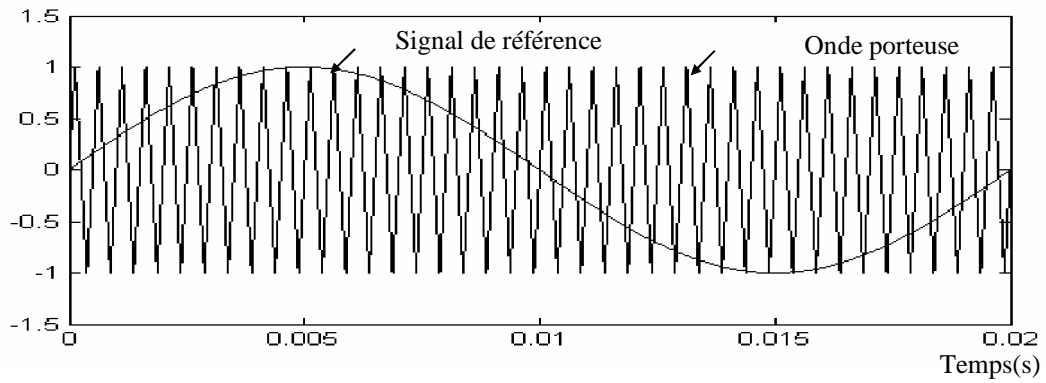
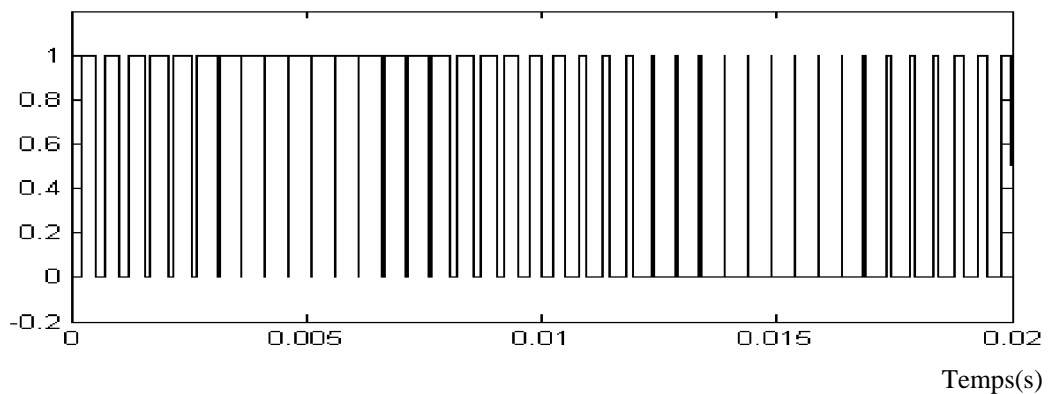


Figure II.6 : Génération d'une *MLI* naturelle pour un signal de la porteuse de 1kHz.



L'impulsion imposée au bras de l'onduleur

**Figure II.7 :** Génération d'une *MLI* naturelle pour un signal de la porteuse de 2kHz.

La modulation sinus-triangle présente l'inconvénient de générer des impulsions dissymétriques par rapport à une période de la porteuse. Ainsi, les instants de commutation ne peuvent être exprimés sous forme analytique simple, ce qui rend délicate la mise en œuvre dans les applications numériques.

L'avantage majeur de la technique de modulation sinus-triangle naturelle est de réduire la pollution (élimination d'harmoniques non désirés) ou de minimiser les oscillations sur la vitesse, le couple et les courants; ce qui permettra de réduire la pollution en harmoniques dans le réseau électrique avec minimisation des pertes dans le système et donc amélioration du rendement

II.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons exposé le développement de deux modèles de la machine asynchrone adaptés pour la simulation des ruptures de barres au rotor. Cette simulation permet d'observer l'évolution des courants dans la cage rotorique. Elle permet également de simuler le comportement de la machine présentant des défaillances de barres rotoriques. En partant d'un système d'ordre élevé, lié au nombre de barres rotoriques, nous avons présenté une transformation de Park généralisée permettant de réduire l'ordre du système électrique. Nous présentons les résultats de la simulation obtenus à l'aide de ce modèle dans, le chapitre suivant qui sera consacré au diagnostic des défauts dans la cage rotorique.