## V.1 Introduction

De nombreux systèmes réels et notamment les machines électriques présentent, en plus des perturbations extérieures, des non linéarités et des erreurs paramétriques. La commande à structure variable (CSV) qui, par sa nature est une commande non linéaire, possède cette robustesse [TZA 98]. Elle est basée sur la commutation de fonctions de variables d'état .utilisées pour créer une variété de (ou hyper) surfaces de glissement. Dans la pratique, l'utilisation de cette technique de commande a été longtemps limitée par les oscillations liées aux commutations de la commande et qui se manifestent sur les grandeurs asservies.

Depuis, de nombreuses solutions ont été proposées permettant de réduire ces oscillations: augmentation de la fréquence de commutation, commande continue dans une bande autour de la variété de glissements ou décomposition de la commande en une composante continue de basse fréquence et une composante dite continue de haute fréquence [BUH 86] [MAD 98] [BEL 04].

# V.2 Théorie de la commande par mode de glissant

Les lois de commande classique de type PID donnent de bons résultats dans le cas des systèmes linéaires à paramètres constants. Pour des systèmes non linéaires, ces lois de commande classique peuvent être insuffisantes car elles ne sont pas robustes surtout lorsque les exigences sur la précision et autres caractéristiques dynamiques du système sont strictes.

La caractéristique principale des systèmes à structure variable est que leur loi de commande se modifie d'une manière discontinue [BUH 86] [BEL 04]. Ce type de commande (CSV) présente plusieurs avantages tels que robustesse, précision importante, stabilité, simplicité et temps de réponse faible. Ceci lui permet d'être particulièrement adaptée pour traiter les systèmes qui ont des modèles mal connus, soit à cause de problèmes d'identification des paramètres, soit à cause de simplifications sur le modèle du système.

# V.2.1 Bases mathématiques de la commande par mode glissant

La modélisation mathématique de la commande à structure variable conduit à des équations différentielles de la forme [TZA 98] :

$$X'=f(x, t) + B(x, t) V$$
 (5-1)

avec:

X: vecteur d'état

f : vecteur de fonctions de x et t

B : matrice fonctions de x et t (une matrice n x m).

V: un vecteur commande de dimension m dont chaque composante  $V_i$  subit une discontinuité sur une surface  $S_i(x)=0$ .

La surface S peut s'écrire comme :

$$S(x) = 0$$
avec  $x = [x_1, \dots, x_n]$ 

$$(5-2)$$

$$\begin{cases} V_{i}^{+}(x,t) & si \ S_{i}(x,t) > 0 \\ V_{i}^{-}(x,t) & si \ S_{i}(x,t) < 0 \end{cases} pour : i = 1,...m$$
 (5-3)

Dans le cas multi variables le régime glissant s'effectue sur une variété S(x)=0 de dimension (nxm) (intersection des m surface si S(x)=0).

# V.2.2 Conditions pour l'existence du mode de glissant

Le mode de glissement existe lorsque les commutations ont lieu continûment entre  $U_{max}$  et  $U_{min}$  (figure V-1), lorsque le système à régler est considéré du deuxième ordre, les grandeurs d'état son  $x_{s1}$  et  $x_{s2}$ . [BUH 86]

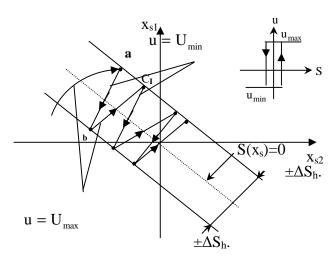


Figure V.1: Existence du mode de glissement

On admet d'abord une hystérèse sur la loi de commande  $S(x_s)=0$ . Par conséquent, les commutations ont lieu sur les droites décalées parallèlement de  $\pm \Delta S_h$ .

Une trajectoire avec  $U=U_{max}$  touche au point "a" le seuil de basculement inférieur. Si avec  $U=U_{min}$ , la trajectoire est orientée vers l'intérieur de la zone de l'hystérèse, elle touche au point "b" le seuil de basculement où a lieu une commutation sur  $U=U_{min}$ .

Si la trajectoire est de nouveau orientée vers l'intérieur, elle touche le point "c" le seuil de basculement inférieur et ainsi de suite. Il y a donc un mouvement continu à l'intérieur de la zone de l'hystérèse. Ce mouvement s'approche du régime stationnaire dans une certaine zone où des commutations continues existent. La fréquence de commutation est finie.

On suppose dans le cas idéal que l'hystérèse est infiniment petite. La loi de commutation fait un mouvement infiniment petit autour de  $S(x_s)=0$ . Par conséquent, le vecteur d'état  $X_s$  suit une trajectoire qui respecte cette condition. La fréquence de commutation est donc infiniment élevée.

## V.2.3 Synthèse de la loi de commande par mode glissant

Les systèmes asservis à retour unitaire ont pour objet de réaliser l'égalité de l'entrée et de la sortie. Les conditions d'emploi amènent à distinguer deux classes de systèmes : les systèmes régulés et les systèmes asservis.

Lorsque l'entrée est constante pendant un temps suffisamment long, on parle de systèmes régulés. Lorsque la consigne varie constamment avec le temps, on parle de systèmes asservis [BUH 86] [TZA 98].

Pour la synthèse de la loi de commande à structure variable, on va considérer que toutes les grandeurs sont mesurables et que les caractéristiques du moteur ne varient pas ou peu ce qui constitue des hypothèses acceptables pour la mise en pratique.

## V.2.4 Conception de la loi de commande non linéaire par mode glissant

La mise en oeuvre de la commande par mode de glissement nécessite principalement trois étapes [BUH 86] [MAD 98] :

- le choix de la surface de glissement,
- l'établissement des conditions de la convergence,
- la détermination de la loi de commande.

#### V.2.4.1 Choix de la surface de glissement

Il est déterminé sur la base du système et des performances désirées. Dans un cas plus général, considérons le système décrit par la représentation d'état non linéaire suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{I} = f(x) + g(x)U \\ y = h(x) \end{cases}$$
(5-4)

La forme d'équation générale pour la surface de glissement, proposée par "J.J. Slotinie" et assurant la convergence d'une variable vers sa valeur désirée, est donnée par :

$$S(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda\right)^{r-1} e(x) \tag{5-5}$$

avec:

$$e(x) = x_{ref} - x$$

e(x): écart de la variable à régler

 $\lambda_x$ : Constante positive qui interprète la bande passante du contrôle désiré.

r: degré relatif, égal au nombre de fois qu'il faut dériver la sortie pour faire apparaître la commande.

#### V.2.4.2 Etablissement de la condition de convergence

La condition de convergence ou d'attractivité permet aux dynamiques du système de converger vers la surface de glissement. Il s'agit de formuler une fonction scalaire de Lyapunov V(x)>0 à énergie finie.

Soit la fonction de Lyapunov définie positive. Pour que la fonction V(x) puisse décroître, il suffit d'assurer que :

$$V(x) = \frac{1}{2}S^{2}(x)$$
 (5-6)

Puisque la dérivée est négative, d'où la condition de convergence s'exprime par :

$$S(x).S'(x) < 0 \tag{5-7}$$

## V.2.4.3 Détermination de la loi de commande

La structure d'un contrôleur en mode glissant comporte deux parties. La première concerne la linéarisation exacte et la deuxième est stabilisante. Cette dernière est très importante dans le réglage par le mode glissant. Elle permet d'éliminer les effets d'imprécisions du modèle et de rejeter les perturbations extérieures.

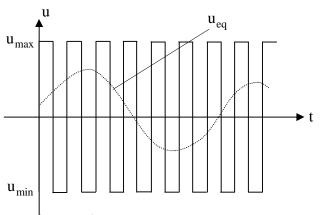
#### A. Commande équivalente

Un vecteur x de la commande équivalente ueq se définit comme étant les équations du régime glissant idéal. On suppose que les relais n'ont ni seuil, ni hystérésis, ni retard de commutation et que le modèle mathématique de l'application [TZA 98] n'a négligé aucune constante de temps, ce régime n'ayant lieu que sur :

$$S_i(x) = 0$$
  $i = 1, 2, 3, \dots, m$  (5-8)

On exprime la condition pour l'obtention de la commande équivalente comme :

$$\frac{dS_i}{dt} = S_i = 0 \tag{5-9}$$



**Figure V.2 :** Interprétation de u<sub>eq</sub>

La commande effective  $U_i$ , pour  $i=1,\,2,3,...$ , m peut être constituée par une composante  $U_{ieq}$  de basse fréquence et une composante  $U_{in}$  no linéaire. On obtient ainsi :

 $U_i=U_{ieq}+U_{in}$  tel que:

$$U_{i} = \begin{cases} U^{+}_{in} & si & S_{i} > 0 \\ U_{in}^{-} & si & S_{i} < 0 \end{cases}$$
 (5-10)

Les amplitudes des oscillations sur les réponses des systèmes en régime glissant peuvent être fortement réduites en utilisant la commande décrite par l'équation (5-4), au lieu de celle représentée par l'équation (5-1) qui n'introduit pas la commande équivalente.

#### B. Commande discontinue de base

Plusieurs choix pour la commande discontinue  $(U_n)$  peuvent être faits. Le plus simple consiste à exprimer la commande  $u_n = [u_1, u_2, ...., u_m]$  avec la fonction sign par rapport à  $S = [S_1, S_2, ....., S_m]$ , tel que:

$$sign(S) = +1 si S > 0$$

$$sign(S) = -1 si S < 0$$
(5-11)

Ce premier choix de la fonction discontinue est représenté sur la figure (V-3)

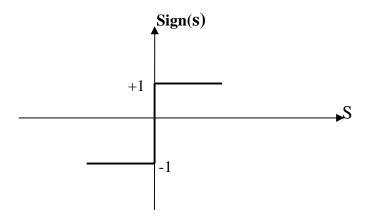


Figure V.3 : Définition de la fonction sign

u s'exprime donc comme:

$$u=K.sign(s)$$
 (5-12)

où K est un gain positif

## V.2.5 Structure des régulateurs

Pour commander la machine asynchrone il faut :

- assurer la rapidité et la précision de la réponse des grandeurs régulées,
- assurer la robustesse du système vis-à-vis des perturbations des variations des paramètres et des charges mécaniques sur l'arbre du moteur.

On propose une structure en cascade des régulateurs à structure variable, dont le but est de contrôler la vitesse, le flux ainsi que les deux composantes du courant.

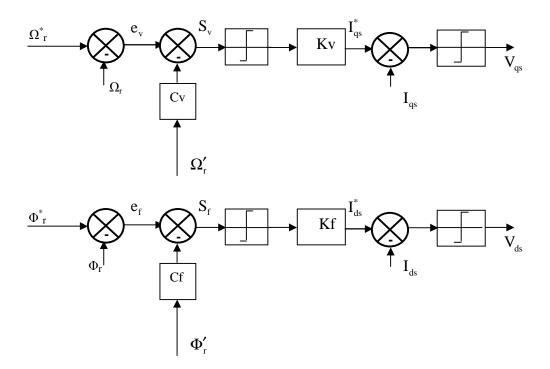


Figure V.4 : Schémas bloc des régulateurs

#### V.2.5.1 Sélection des surfaces de commutation

Les surfaces de commutation sont choisies dans le but d'imposer un comportement désiré au moteur dans le régime transitoire. Alors, pour les boucles de vitesse et de flux, les surfaces de glissement sont choisies pour assurer un temps de réponse désiré, ainsi qu'une précision des grandeurs régulées. Ces surfaces sont données :

- pour la vitesse :

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{\mathbf{v}} = \mathbf{C}_{\mathbf{v}} \mathbf{\tilde{e}}_{\mathbf{v}} + \mathbf{e}_{\mathbf{v}} \\ \mathbf{e}_{\mathbf{v}} = \mathbf{\Omega}_{\mathbf{r}} - \mathbf{\Omega}_{\mathbf{r}}^* \end{cases} \quad avec \ C_{\mathbf{v}} > 0$$
 (5-13)

- pour le flux : 
$$\begin{cases} S_f = C_f \overline{\boldsymbol{\ell}}_f + e_f \\ e_f = \Phi_r - \Phi_r^* \end{cases} \quad \text{avec } C_f > 0$$

Pour la boucle des courants, les surfaces sont choisies pour assurer une réponse instantanée. Les composantes  $I_{qs}$  et  $I_{ds}$  sont contrôlées indépendamment. Les surfaces correspondantes sont :

- pour les courants  $I_{qs}$  et  $I_{ds}$ :

$$S_{q} = I_{qs}^* - I_{qs}$$
 (5-15)

$$S_d = I_{ds}^* - I_{ds}$$

Les entrées du régulateurs correspondant sont données par :

$$I_{qs}^* = K_v sign(s_v)$$

$$I_{ds}^* = K_f sign(s_f)$$

$$V_{qs} = K_q sign(s_q)$$

$$V_{ds} = K_d sign(s_d)$$
(5-16)

# V.3 Application du contrôle par mode de glissement en tenant compte d'un défaut rotorique

Considérons le modèle de la MAS sous la forme donnée par l'équation (2.33), l'objectif est de considérer le cas ou un défaut surviendrait dans la machine, pour cela on utilisé le schéma bloc de simulation suivante:

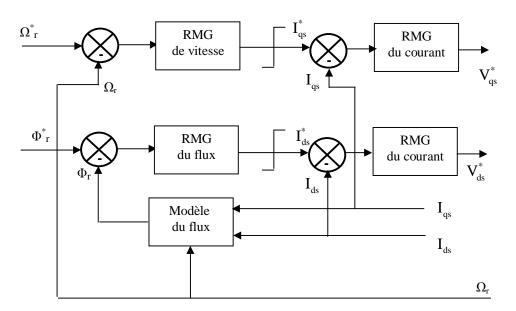


Figure V.5 : Schéma de la structure CSV de la machine asynchrone

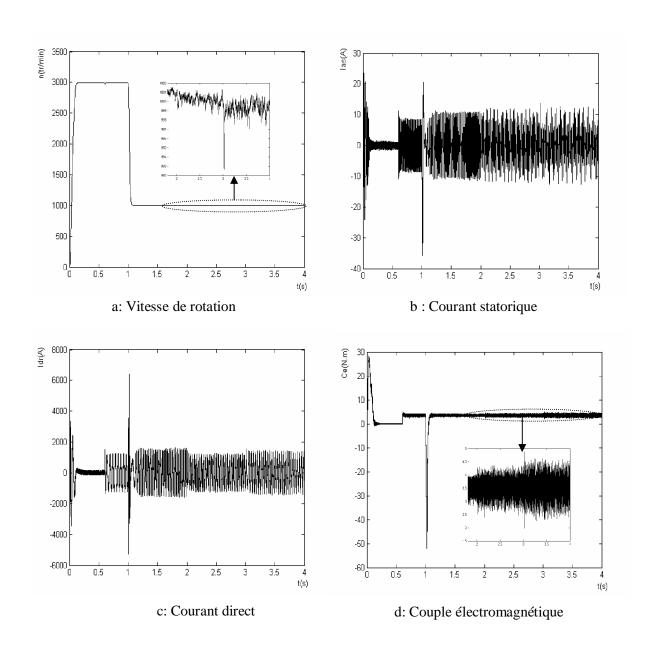
#### V.3.1 Résultats de simulation

## V.3.1.1 Commande de la machine asynchrone à travers un onduleur à MLI dans le cas

## A- d'une cassure deux barres rotorique adjacentes

La simulation est, menée sur une durée de 4s de la manière suivante :

Nous avons considéré une vitesse de 3000tr/min à l'instant initial. Puis, à t=0.6s une charge de 3.5N.m est appliquée, variations de la vitesse de 1000tr/min. A l'instant t=2s,on réalise une cassure de la barre N<sup>0</sup>1 et de la barre N<sup>0</sup>2 à t=3s.



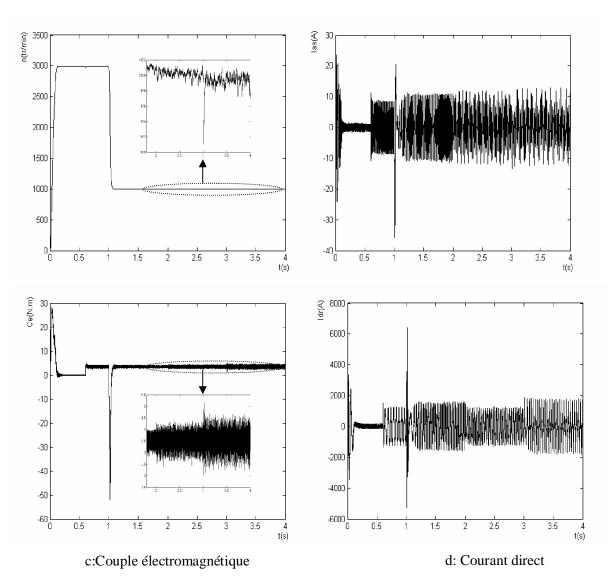
**Figure V.6** Résultats de simulation avec introduction des cassures de barre1 et 2 à t=2s et 3s respectivement

# Interprétation des résultats

La (figure V.7) présente les résultats de simulation de la commande non linéaire par mode glissant, à l'instant on diminue la vitesse, on remarque que le couple électromagnétique prend une valeur important, et puis stabilise à la valeur nominale.

# B- d'une cassure de deux barres rotorique espacées

Dans la simulation suivante, on en visage deux ruptures de barres espacées1 et 7 à t=2s et t=3s respectivement.

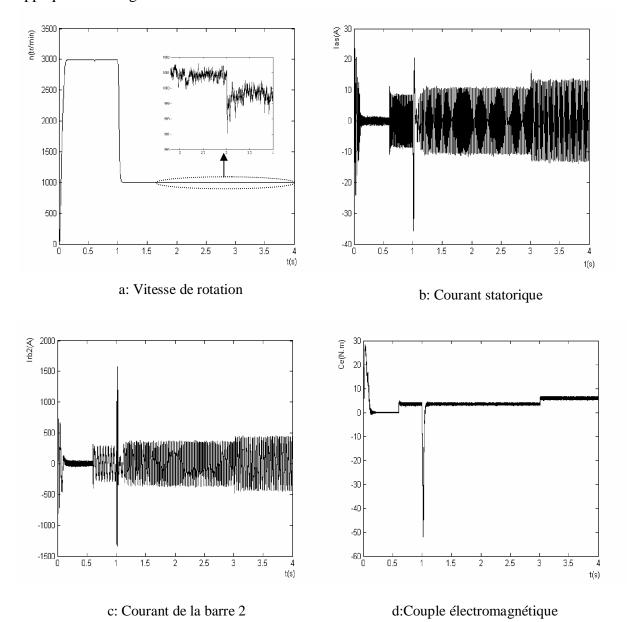


**Figure V.7** Résultats de simulation avec introduction des cassures de barre1 et 7 à t=2s et 3s respectivement

# C- d'une variation de charge

La simulation est menée pendant une durée de 4s de la manière suivante :

Nous avons considéré une vitesse de 3000tr/min à l'instant initial. Puis, à t=0.6s une charge de 3.5N.m est appliquée. A t=1s la vitesse est imposée égale à 1000tr/min. A l'instant t=3s en applique une charge de 6N.m.



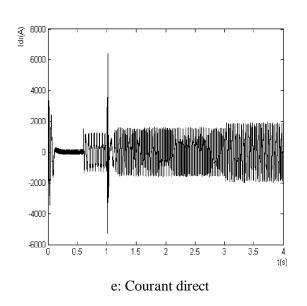


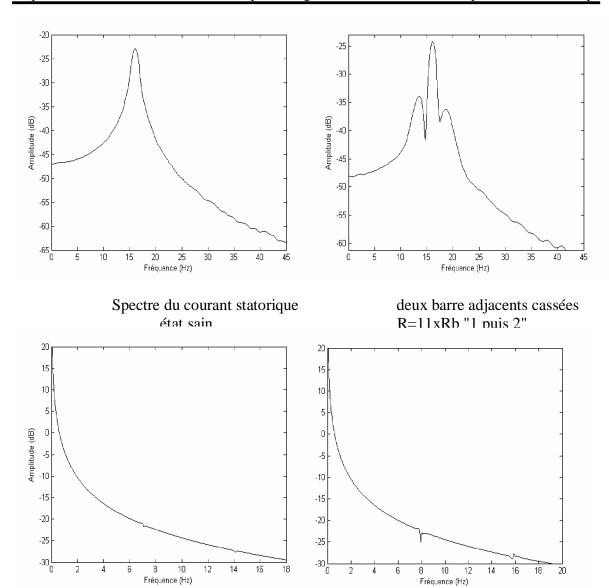
Figure V.8: Résultats de simulation en charge, avec variation de la charge a t=3s

# Interprétation des résultats

- -La fonction "sign" est définie par : sign (s), or la commande u est : u=K .sign (s) (expression 5.6 et 5.7), si le gain K est très petit, le temps de réponse sera long, si K est très grand, le temps de réponse sera rapide. Les figures (V.4 et V.5) représentent un exemple d'application d'une commande discontinue de type "sign".
- Sur les courbes du couple (figure V.6.d et V.7.c), et des courants statoriques, on remarque que pour le rupture de barre espacées leur amplitude plus grands par rapport a celle de rupture adjacentes.
- Au vu des résultats, on constate que la vitesse n'est plus influence par la charge. Elle se stabilise à sa valeur de référence, elle est très rapide temps de réponse (0.15s).
- A l'instant de rupture de barre une déformation apparaît sur la courbe du couple électromagnétique. Pour le cas de variation de la charge les grandeurs de la machine doivent être perturbe à t=3s.

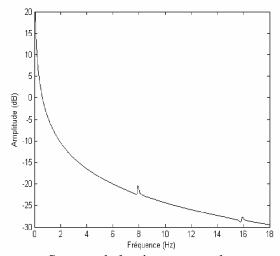
#### **Analyse spectrale:**

Nous allons effectuer l'analyse du courant statorique et la vitesse en cas de cassure de barre rotorique on augmente la résistance d'une barre rotorique 11 fois sa valeur.



Spectre de la vitesse avec une barre cassée à t=2s

Spectre de la vitesse avec deux barres adjacentes cassée à t=2s



Spectre de la vitesse avec deux barres espacées cassée à t=2s

#### V.4 Etude comparative entre la commande vectorielle par régulateur PI et par CSV

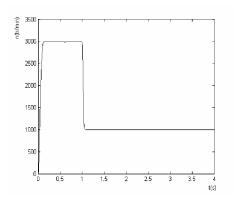
Afin d'avoir une meilleure appréciation de ces résultats, il est tout naturel de les comparer à une commande PI, on va présenter une comparaison de la commande par mode de glissement CSV avec celle du flux orienté (FOC). Ces résultats vont présentés pour le cas d'une machine à l'état saine et l'état de rupture de barre rotorique, et le but de cette étude est de valider avec une simulation numérique la robustesse de la CSV.

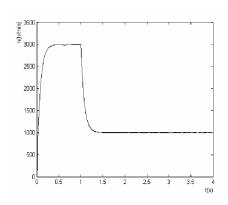
#### V.4.1 Cas d'une cassure de deux barre rotorique adjacentes

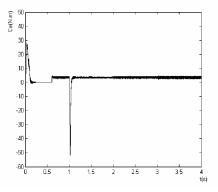
La figure (V.10) représente la vitesse le couple électromagnétique le courant statorique, pour un échelon de vitesse nominale 3000tr/min, et à t=1s on applique une vitesse de 1000tr/min avec rupture successives des barre 1puis 2 à partir de t=2s.

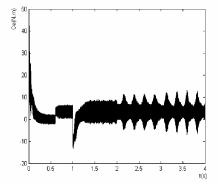
On constate que la réponse de vitesse obtenue avec la CSV figure (V.10.a) plus rapide que celle obtenue avec la commande PI figure (V.10.b), il faut aussi noter, que la synthèse de la commande par flux oriente, on a supposé que la dynamique de la vitesse était linéaire dans le casou l'amplitude du flux  $\Phi_{\rm d}=\Phi$  était régulée à la valeur de référence constante  $\Phi_{\rm ref}$ .

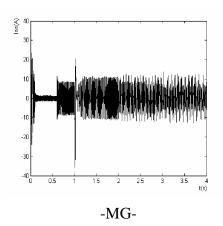
Pour la commande CSV l'effet de variation de charge et de cassure n'affect pas la vitesse, par contre pour la commande PI, l'effet est considérable.

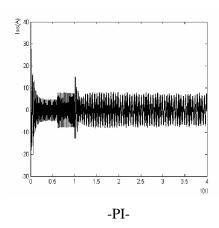








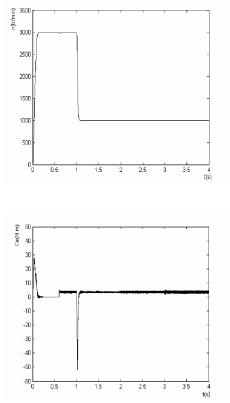


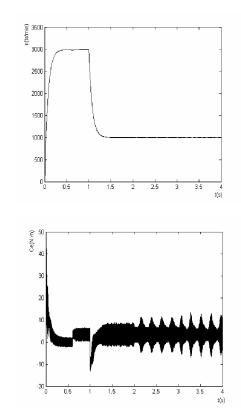


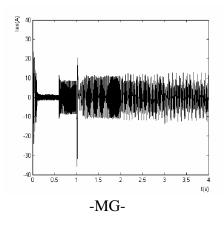
**Figure V.10 :** Réponse du système en charge avec rupture successive des barres 1 puis2 à partir de t=2s

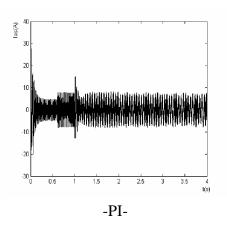
# V.4.2 Cas d'une cassure de deux barre rotorique espacées

Dans ce cas en applique une rupture successive des barres espacées 1 puis7 à partir de t=2s On constate que la vitesse est obtenue sans dépassement, et plus rapide pour la CSV Figure (V.11.a) que pour la commande PI figure (V.11.b).









**Figure V.11 :** Réponse du système en charge avec rupture successive des barres 1 puis7 à partir de t=2s

On voit bien que le couple électromagnétique pour la commande CSV aucune période transitoire mais pour la commande PI il y'a une période transitoire, au démarrage le courant statorique du système à CSV fait apparaître un transitoire de même amplitude que celui à commande PI.

#### V.5 Conclusion

Le travail présenté dans ce chapitre concerne la mise en œuvre de la fonction discontinue "sign" dans les algorithmes à structures variables pour le contrôle en vitesse d'un moteur asynchrone en tenant compte d'un défaut rotorique.

Les résultats obtenus mettent en relief la robustesse du régalage par mode glissant. Cette robustesse est caractérisée par une insensibilité aux variations paramétriques. Les résultats confirment que le réglage par mode glissant présente une réponse rapide du système.