Chapitre I

MODELISTAION DE LA MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASE

La modélisation de la machine asynchrone est une phase primordiale de son développement. Les progrès de l'informatique et du génie des logiciels permettent de réaliser des modélisations performantes et d'envisager l'optimisation des machines électriques. Dans ce chapitre, on va présenter et modéliser la machine asynchrone, plus exactement dans son fonctionnement moteur. Un moteur asynchrone à cage se présente, figure (I.1) [CAN 00], sous la forme d'un carter (2) entourant le circuit statorique accueillant des encoches. L'enroulement statorique polyphasé (généralement triphasé) est bobiné en fil de cuivre isolé (1). A l'intérieur de ce circuit magnétique, qui se présente comme un cylindre creux, séparé par un entrefer, se trouve le circuit magnétique rotorique (3), ce dernier accueille dans ses encoches les barreaux en aluminium coulé ou en cuivre de la cage rotorique qui sont court-circuités à chaque extrémité par des anneaux réalisés dans le même matériau. Le circuit magnétique rotorique est traversé par l'arbre qui repose sur des paliers montés dans les flasques (5), (6) fixées au carter.



Figure 1.1 - Moteur asynchrone a cage Leroy Somer [CAN 00]

I.1 Modélisation dynamique

I.1.1 Avantages du moteur asynchrone

Le moteur asynchrone à cage est le moteur le plus répandu dans l'industrie, il est robuste, fiable, économique. Il est également apprécié pour sa très bonne standardisation.

I.1.2 Problématique du moteur asynchrone

Dans le moteur asynchrone, le courant statorique sert à la fois à générer le flux et le couple. Le couplage naturel de la machine à courant continu n'existe plus, d'autre part, on ne peut connaître les variables internes du rotor à cage (I_r par exemple) qu'à travers le stator. L'inaccessibilité du rotor nous amènera à modifier l'équation vectorielle rotorique pour exprimer les grandeurs rotorique à travers l'action sur le stator. La simplicité structurelle cache donc une grande complexité fonctionnelle due aux caractéristiques du moteur, mais également aux non-linéarités, à la difficulté d'identification et aux variations des paramètres (R_r en particulier, jusqu'à 100%).

I.1.3 Hypothèses simplificatrices

Le modèle mathématique de la machine à induction s'appuie sur un certain nombre d'hypothèse :

- Parfaite symétrie de construction.
- Assimilation de la cage à un bobinage en court-circuit de même nombre de phase que le bobinage statorique.
- Répartition sinusoïdale le long de l'entrefer des champs magnétique de chaque bobinage.
- > Absence de saturation dans le circuit magnétique.

Dans ces conditions, les équations des circuits électriques font intervenir des inductances propres et mutuelles permettant de définir les flux en fonction des courants. Elles se pressentent sous forme matricielle comme suit :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\mathrm{sa}} \\ \mathbf{V}_{\mathrm{sb}} \\ \mathbf{V}_{\mathrm{sc}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathrm{s}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{\mathrm{s}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_{\mathrm{s}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{\mathrm{sa}} \\ \mathbf{i}_{\mathrm{sb}} \\ \mathbf{i}_{\mathrm{sc}} \end{bmatrix} + \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{dt}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{sa}} \\ \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{sb}} \\ \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{sc}} \end{bmatrix}$$
(1.1)

pour le rotor :

$$\begin{bmatrix} V_{ra} \\ V_{rb} \\ V_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{ra} \\ \varphi_{rb} \\ \varphi_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(1.2)

Les équations des flux en fonction des courants s'obtiennent à partir de la matrice des inductances $[L(\theta)]$, celle-ci comporte 36 coefficients non nuls, dont la moitié dépend du temps par l'intermédiaire de l'angle électrique θ , qui représente la position de la phase (r_a) du rotor par rapport à la phase(S_a) du stator (figure I.2).

$$\begin{bmatrix} \varphi_{sa} \\ \varphi_{sb} \\ \varphi_{sc} \\ \varphi_{ra} \\ \varphi_{rb} \\ \varphi_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1_{s} & M_{s} & M_{s} & M_{1} & M_{3} & M_{2} \\ M_{s} & 1_{s} & M_{s} & M_{2} & M_{1} & M_{3} \\ M_{s} & M_{s} & 1_{s} & M_{3} & M_{2} & M_{1} \\ M_{1} & M_{2} & M_{3} & 1_{r} & M_{r} & M_{r} \\ M_{3} & M_{1} & M_{2} & M_{r} & 1_{r} & M_{r} \\ M_{2} & M_{3} & M_{1} & M_{r} & M_{r} & 1_{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix}$$
(1.3)



M₀ : La valeur maximale des inductances mutuelles entre phase statoriques et rotoriques.

La matrice $[L(\theta)]$ fait apparaître quatre sous matrices d'inductance:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{sabc} \\ \varphi_{rabc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{s} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} M_{sr} \\ M_{rs} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} i_{sabc} \\ i_{rabc} \end{bmatrix}$$
(1.5)

Avec :

$$[L(\theta)] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{S} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} M_{rs} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} L_{R} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Où la matrice des inductances statoriques $\left[L_{S}\right]$:

$$\begin{bmatrix} L_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix}$$
(I.6)

La matrice des inductances rotoriques $[L_R]$:

$$\begin{bmatrix} L_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix}$$
(I.7)

La matrice des inductances mutuelles s'écrit :

$$\begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{rs} \end{bmatrix}^{T} = M_{0} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$
(1.8)

Les couplages en étoile entre les bobines permettent d'introduire les relations suivantes :

$$i_{Sa} + i_{Sb} + i_{Sc} = 0$$
 et $i_{ra} + i_{rb} + i_{rc} = 0$ (1.9)

En utilisant (1.9), le regroupement des termes permet d'écrire [voir annexe (A.1)] :

$$L_s = l_s - M_s$$
, $L_r = l_r - M_r$ et $L_m = \frac{3}{2}M_0$ (1.10)

On obtient finalement :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{sabc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{Sabc} \end{bmatrix} + \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{dt}} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{Sabc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{rabc} \end{bmatrix} \right\} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{rabc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{rabc} \end{bmatrix} + \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{dt}} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{rabc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{Sabc} \end{bmatrix} \end{cases}$$
(1.11)

Le couple sera donné par :

$$C_{e} = p \left[i_{s_{a}} i_{s_{b}} i_{s_{c}} \right] \frac{d}{d\theta} \left[M_{sr} \right] \begin{bmatrix} i_{r_{a}} \\ i_{r_{b}} \\ i_{r_{c}} \end{bmatrix}$$
(1.12)

I.1.4 Modèle vectoriel

La représentation vectorielle d'une grandeur triphasée peut s'exprimer dans différents référentiels (Figure 1.3) :



Figure 1.3 - Positions des systèmes d'axes

$$\overline{X}_{(S)} = Xe^{j\alpha_{S}} \quad \text{dans le référentiel fixe (S) lié au stator.}$$

$$\overline{X}_{(R)} = Xe^{j\alpha_{R}} \quad \text{dans le référentiel fixe (R) lié au rotor.}$$

$$\overline{X}_{(T)} = Xe^{j\alpha_{T}} \quad \text{dans le référentiel mobile (T) tournant à la vitesse du champ.}$$

$$(1.13)$$

A partir des positions angulaires relatives θ_S et θ_R , on déduit les expressions de changement de référentiel :

- Changement de (S) vers (T) : $\overline{X}_{(T)} = \overline{X}_{(S)} e^{-j\theta_S}$
- Changement de (R) vers (T): $\overline{X}_{(T)} = \overline{X}_{(R)} e^{-j\theta_R}$ (1.14)
- Changement de (R) vers (S) : $\overline{X}_{(S)} = \overline{X}_{(R)} e^{j\theta}$

La tension statorique exprimée dans le référentiel (S) lié au stator s'écrit:

$$\overline{V}_{S(S)} = R_S \overline{I}_{S(S)} + \frac{d\overline{\varphi}_{S(S)}}{dt}$$
(1.15)

La tension rotorique exprimée dans le référentiel (R) lié au rotor s'écrit:

$$\overline{V}_{R_{(R)}} = 0 = R_{R} \overline{I}_{R_{(R)}} + \frac{d\overline{\varphi}_{R_{(R)}}}{dt}$$
(1.16)

Les indices (S)et (R) indiquent la mesure dans leurs référentiels respectifs .

I.1.5 Les équations des tensions dans les différents référentiels

On peut écrire les équations de tension statorique et rotorique exprimées dans les différents repères, en représentation vectorielle telles que :

L'expression des tensions dans le référentiel (S), lié au stator :

$$\begin{cases} \overline{V}_{S(S)} = R_{S}\overline{I}_{S(S)} + \frac{d\overline{\varphi}_{S(S)}}{dt} \\ \overline{V}_{R(S)} = 0 = R_{R}\overline{I}_{R(S)} + \frac{d\overline{\varphi}_{R(S)}}{dt} - j\omega\overline{\varphi}_{R(S)} \end{cases}$$
(1.17)

✤ L'expression des tensions dans le référentiel (R), lié au rotor :

$$\begin{cases} \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{S}(\mathbf{R})} = \mathbf{R}_{\mathbf{S}} \overline{\mathbf{I}}_{\mathbf{S}(\mathbf{R})} + \frac{d\overline{\boldsymbol{\varphi}}_{\mathbf{S}(\mathbf{R})}}{dt} + j\omega\overline{\boldsymbol{\varphi}}_{\mathbf{S}(\mathbf{R})} \\ \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{R}(\mathbf{R})} = \mathbf{0} = \mathbf{R}_{\mathbf{R}} \overline{\mathbf{I}}_{\mathbf{R}(\mathbf{R})} + \frac{d\overline{\boldsymbol{\varphi}}_{\mathbf{R}(\mathbf{R})}}{dt} \end{cases}$$
(1.18)

L'expression des tensions dans le référentiel (T), lié au champ tournant :

$$\begin{cases} \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{S}(T)} = \mathbf{R}_{\mathbf{S}} \overline{\mathbf{I}}_{\mathbf{S}(T)} + \frac{d\overline{\boldsymbol{\varphi}}_{\mathbf{S}(T)}}{dt} + j\omega_{\mathbf{S}} \overline{\boldsymbol{\varphi}}_{\mathbf{S}(T)} \\ \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{R}(T)} = \overline{\mathbf{0}} = \mathbf{R}_{\mathbf{R}} \overline{\mathbf{I}}_{\mathbf{R}(T)} + \frac{d\overline{\boldsymbol{\varphi}}_{\mathbf{R}(T)}}{dt} + j\omega_{\mathbf{r}} \overline{\boldsymbol{\varphi}}_{\mathbf{R}(T)} \end{cases}$$
(1.19)

Avec :

$$\omega_{\rm S} = \omega_{\rm R} + \omega$$

I.1.6 Expressions du couple

A partir de l'expression de base du couple mettant en œuvre les différentes grandeurs, vecteurs courants et flux, on obtient les expressions suivantes :

$$\begin{bmatrix} C_{e} = pL_{m} Im[\overline{I}_{S}\overline{I}_{R}^{*}] \\ C_{e} = pIm[\overline{I}_{S}\overline{\varphi}_{S}^{*}] \\ C_{e} = p\frac{L_{m}}{L_{r}}Im[\overline{I}_{S}\overline{\varphi}_{R}^{*}] \\ C_{e} = p\frac{L_{m}}{L_{s}L_{r}}Im[\overline{\varphi}_{S}\overline{\varphi}_{R}^{*}] \end{bmatrix}$$
(1.20)

I.1.7 Equations de Park

Pour obtenir les équations de Park, on fait les projections des équations du modèle vectoriel dans le référentiel tournant (T) sur les deux axes (d, q) pour chaque vecteur x, tel que :

$$\mathbf{x}_{(\mathrm{T})} = \mathbf{x}_{\mathrm{d}} + \mathbf{j}\mathbf{x}_{\mathrm{q}} \tag{1.21}$$

On aura les équations de Park de la machine asynchrone suivantes :

Г

$$\begin{cases} V_{Sd} = R_s I_{sd} + \frac{d\varphi_{sd}}{dt} - \omega_s \varphi_{sq} \\ V_{Sq} = R_s I_{sq} + \frac{d\varphi_{sq}}{dt} + \omega_s \varphi_{sd} \\ 0 = V_{Rd} = R_r I_{rd} + \frac{d\varphi_{rd}}{dt} - \omega_r \varphi_{rq} \\ 0 = V_{Rq} = R_r I_{rq} + \frac{d\varphi_{rq}}{dt} + \omega_r \varphi_{rd} \end{cases}$$
(1.22)

Expressions des flux :

$$\begin{cases} \varphi_{sd} = L_s I_{sd} + L_m I_{rd} \\ \varphi_{sq} = L_s I_{sq} + L_m I_{rq} \\ \varphi_{rd} = L_r I_{rd} + L_m I_{sd} \\ \varphi_{rq} = L_r I_{rq} + L_m I_{sq} \end{cases}$$
(1.23)

Expression du couple :

$$C_{e} = p \frac{L_{m}}{L_{r}} \left[I_{sq} \phi_{rd} - I_{sd} \phi_{rq} \right]$$
(1.24)

I.1.8 Modèle d'état continu

La transformation de Park permet de définir un modèle basé sur une machine diphasée équivalente. La présence de la vitesse mécanique dans les équations électriques conduit à un système de cinq équations différentielles non linéaires [BOD 95]. Si l'on suppose que la vitesse mécanique est un paramètre lentement variable vis-à-vis des grandeurs électriques, on obtient un modèle d'état d'ordre quatre, linéaire mais non stationnaire. La représentation d'état exige la définition du vecteur

d'état x et du vecteur d'entrée u et de sortie y, le vecteur d'entrée u est constitué des tensions statoriques (u_{sd} , u_{sq}), le vecteur d'état x est constitué de quatre variable d'état électriques. Parmi les quatre variable d'état électriques à choisir, on prend communément les deux composantes du courant statorique (i_{sd} , i_{sq}) qui sont mesurables et on les complète par les deux composantes du flux rotorique (ϕ_{rd} , ϕ_{rq}).

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \, \mathbf{x} + \mathbf{B} \, \mathbf{u} \tag{1.25}$$

$$\begin{aligned} x &= \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & \phi_{rd} & \phi_{rq} \end{bmatrix}^T & & \text{Vecteur d'état} \\ u &= \begin{bmatrix} u_{s\alpha} & u_{s\beta} \end{bmatrix}^T & & \text{Vecteur d'entrée} \\ y &= \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} \end{bmatrix}^T & & \text{Vecteur de sortie} \end{aligned}$$

Le modèle linéaire d'état s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = A(\omega) x + B u \\ y = C x \end{cases}$$
(1.26)

Avec :

$$A(\omega) = \begin{bmatrix} -\alpha & \omega_{s} & \beta & c\omega \\ -\omega_{s} & -\alpha & -c\omega & \beta \\ \gamma & 0 & \delta & \omega_{s} - \omega \\ 0 & \gamma & \omega - \omega_{s} & \delta \end{bmatrix}, B = a \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(1.27)

Ou :

$$\alpha = \frac{L_r^2 R_s + L_m^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2} , \quad \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} , \qquad \beta = \frac{c}{T_r} = \frac{R_r L_m}{\sigma L_s L_r^2}$$
(1.28)

$$c = (1 - \sigma) / (\sigma L_m), \quad \delta = -\frac{1}{T_r}, \quad \gamma = L_m / T_r, \quad a = \frac{1}{\sigma L_s}, \quad T_r = L_r / R_r,$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} : \text{Coefficient de dispersion de BLONDEL.}$$

L'équation mécanique est :

$$J\frac{d\Omega}{dt} = p\frac{L_m}{L_r} \left(\phi_{rd} i_{sq} - \phi_{rq} i_{sd} \right) - C_r$$
(1.29)

Les paramètres introduits dans les équations (1.28) correspondent au modèle dynamique de Park de la machine asynchrone. Il est souvent souhaitable de donner un sens physique à ces différent paramètres électriques en se ramenant au schémas électrique avec fuites ramenées au stator de la machine. En utilisant les paramètres introduits dans le modèle dynamique avec fuites ramenées stator (voir annexe (A.2), on obtient :

$$N_{s} = \sigma L_{s}, \quad \alpha = \frac{R_{s} + R_{r}}{N_{s}}, \quad T_{r} = L_{r} / R_{r}, \quad \delta = -\frac{1}{T_{r}}$$

$$c = 1 / N_{s}, \quad \beta = \frac{c}{T_{r}} = \frac{1}{N_{s}T_{r}}, \quad \gamma = R_{r}, \quad a = c,$$
(1.30)

Tout en respectant la condition $\omega_s = \omega_R + \omega$, on a un degré de liberté concernant le choix du repère. L'un des deux choix les plus classiques est présentées ci-dessous.

I.1.8.1 Modèle dans le repère lié au stator

Le modèle découplé dans le repère statorique résulte directement du modèle généralisé ((1.26), (1.27) et (1.28)) en imposant l'angle de rotation θ_s constante et égale à zéro, on obtient la nouvelle matrice d'état suivante :

$$A(\omega) = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 & \beta & c\omega \\ 0 & -\alpha & -c\omega & \beta \\ \gamma & 0 & \delta & -\omega \\ 0 & \gamma & \omega & \delta \end{bmatrix}$$
(1.31)

L'équation mécanique devient :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = p \frac{L_m}{L_r} \left(\phi_{r\alpha} i_{s\beta} - \phi_{r\beta} i_{s\alpha} \right) - C_r$$
(1.32)

I.1.8.2 Modèle d'ordre réduit dans le repère lié au stator

Dans le modèle d'ordre réduit de la machine asynchrone, le courant statorique correspond à l'entrée : $u=[i_{s\alpha} \ i_{s\beta}]^T$, la tension statorique à la sortie : $y = [u_{s\alpha} \ u_{s\beta}]^T$, et l'état du système contient uniquement les grandeurs inaccessibles, flux rotorique [ELT 01] : $x = [\phi_{s\alpha} \ \phi_{s\beta}]^T$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = A_2(\omega) x + B_2 u \\ y = C_2(\omega) x + D_2 u + E_2 \dot{u} \end{cases}$$
(1.33)

avec :

$$A_{2}(\omega) = \begin{bmatrix} \delta & -\omega \\ \omega & \delta \end{bmatrix}, \quad B_{2} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & \gamma \end{bmatrix}$$

$$C_{2}(\omega) = \frac{c}{a} \begin{bmatrix} \delta & -\omega \\ \omega & \delta \end{bmatrix}, \quad D_{2} = \frac{1}{a} \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}, \quad E_{2} = \frac{1}{a} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(1.34)

Prenons $z = y - D_2 u - E_2 \dot{u}$ la nouvelle sortie du modèle , alors le modèle réduit sera écrit comme suite :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = A_2(\omega) x + B_2 u \\ z = C_2(\omega) x \end{cases}$$
(1.35)

I.1.9 Modèle d'état discret

I.1.9.1 Modèle d'état discret dans le repère lié au stator

Le modèle d'état continu doit être discrétisé. Les différents signaux intervenant dans le modèle continu (1.26) sont donc échantillonnés à une période T_e . On pose alors :

$$x_{k} = x(kT_{e}), u_{k} = u(kT_{e}), y_{k} = y(kT_{e})$$
$$x_{k} = [i_{s\alpha_{k}} i_{s\beta_{k}} \phi_{r\alpha_{k}} \phi_{r\beta_{k}}]^{T} \quad \text{et} \quad u_{k} = [v_{s\alpha_{k}} v_{s\beta_{k}}]^{T}$$
(1.36)

La matrice d'état discrète est obtenue par un développement en série de Taylor à l'ordre deux de l'exponentielle de la matrice par rapport à la méthode d'Euler (ordre1) afin de garantit une meilleure précision du modèle discret [VER 88, HIL 00, WIL 85]. Puisque la vitesse mécanique intervient dans certains coefficients de la matrice d'état continue, on suppose :

$$A(\omega(kT_e)) = A(\omega_k)$$
(1.37)

On obtient :

$$\begin{cases} A_{k} = e^{A(\omega_{k}).T_{e}} \approx I_{4} + A(\omega_{k}).T_{e} + \frac{(A(\omega_{k})T_{e})^{2}}{2} \\ B_{k} = A(\omega_{k})^{-1} (e^{A(\omega_{k}).T_{e}} - I_{4})B \approx T_{e}(I_{4} + \frac{A(\omega_{k}).T_{e}}{2})B \end{cases}$$
(1.38)

avec I₄ la matrice identité d'ordre 4.

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_k(\omega_k) x_k + B_k u_k \\ y_k = C x_k \end{cases}$$
(1.39)

• le modèle d'état réduit sera donc discrétisé de la même manière comme suite :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k} &= \left[\begin{array}{c} \boldsymbol{\phi}_{r\boldsymbol{\alpha}_{k}} & \boldsymbol{\phi}_{r\boldsymbol{\beta}_{k}} \right]^{\mathrm{T}}, \mathbf{u}_{k} &= \left[i_{s\boldsymbol{\alpha}k} & i_{s\boldsymbol{\beta}k} \right]^{\mathrm{T}} \\ \begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_{k2}(\boldsymbol{\omega}_{k}) \ \mathbf{x}_{k} + \mathbf{B}_{k2} \ \mathbf{u}_{k} \\ \mathbf{z}_{k} &= \mathbf{C}_{k}(\boldsymbol{\omega}_{k}) \ \mathbf{x}_{k} \end{aligned}$$
(1.40)

I.1.10 Simulation du modèle en tension

La simulation numérique est très connue dans le domaine des machines électrique. Elle permet aux ingénieurs et aux chercheurs de mieux modéliser et d'analyser les systèmes en cours d'évolution et de fonctionnement dans des conditions normales ou les plus défavorables. C'est dans ce contexte que plusieurs logiciels ont été conçus. Nous citons comme exemples « MATLAB, MATRIX, ATP..., etc. ».

Dans notre cas, la machine asynchrone est simulée par l'outil « MATLAB ». La simulation numérique entreprise sera testée sur une machine de 4kW dont les paramètres sont spécifiés dans l'annexe (A.3). La machine démarrera à vide et après une seconde, elle sera chargée de 25Nm. Les graphes des figures (I.4) à (I.6) illustrent ce test.

I.1.10.1 Résultats de simulation

Les figures suivantes représentent les résultats de simulation obtenue par la simulation du modèle complet en considérant que la machine tourne à vide pendant un instant t=1 sec.







Figure 1.6 - Couple et vitesse mécanique

I.1.10.2. Interprétation des résultats

I.1.10.2.a Caractéristique du courant et de flux statorique

La figure (1.4) montre l'évolution du courant statorique en fonction du temps, on reconnaît le classique appel de courant au démarrage qui égale 5 fois environ le courant nominal, cette surintensité excessive est de courte durée, donc la machine pourrait le supporter sans risquer un échauffement dangereux. Cette valeur de courant (régime transitoire) disparaisse au bout de quelques alternances afin d'obtenir une forme sinusoïdale d'amplitude constante.

Le flux statorique passe-lui aussi par un régime transitoire puis il se stabilise avec une amplitude constante et une forme sinusoïdale. A l'instant t=1sec, on charge la machine avec un couple Cr=25N.m, on remarque une augmentation dans le courant statorique accompagné par une faible diminution du flux statorique.

I.1.10.2. b Caractéristique du courant et flux rotorique

D'après la figure (1.5) le courant rotorique est très faible en fonctionnement à vide, mais il prend une valeur notable lorsqu'on charge la machine. Le flux rotorique diminue légèrement avec la présence de la charge.

I.1.10.2. c Caractéristique de la vitesse

La figure (1.6) montre l'évolution de la vitesse de rotation de la MAS en fonction du temps. L'allure de la vitesse présente des oscillations dans les premiers instants de démarrage avec un accroissement presque linéaire. Au cours de ces oscillations, il se produit une transformation d'énergie cinétique du rotor tournant en énergie électromagnétique ou inversement. La vitesse se stabilise presque à la valeur (1500 tr/min) car la machine possède 2 paires de pôles. Quand on charge la machine à l'instant t= 1sec, on constate une diminution de la vitesse.

I.1.10.2. d Caractéristique du couple

La figure (1.6) décrit l'évolution du couple électromagnétique en fonction du temps. Au premier instant du démarrage le couple électromagnétique est fortement pulsatoire contenant un pic presque 60N.m avant qu'il soit amorti et tend vers le régime de fonctionnement à vide. Au moment du chargement de la machine ($C_r=25$ N.m), le couple électromagnétique tend vers la valeur du couple résistant.

I.2 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté un modèle mathématique décrivant le comportement dynamique de la machine asynchrone. Ce modèle est validé et testé pour différentes conditions de fonctionnement. Ce modèle est mis en œuvre pour analyser et mettre en place les différentes fonctions des commandes. Les résultats sont satisfaisants et caractérisant le comportement classique de la machine asynchrone.