

CHAPITRE DEUX

ÉTUDE THÉORIQUE DU DISPOSITIF

II.1. Introduction

Le premier chapitre de notre étude a eu pour objectif de passer en revue les principaux appareils de mesure du débit dans les canaux ouverts.

Nous pouvons noter que ces appareils présentent tous une loi hauteur – débit.

Cette hauteur correspond à l'épaisseur de la lame d'eau franchissant l'appareil et elle est mesurée à l'amont. Notre recherche bibliographique à montrer que toutes les relations exprimant le débit contiennent des termes correctifs le plus important d'entre eux est le coefficient de débit μ .

Cette partie de notre étude a pour principal objectif d'établir la loi *hauteur- débit* du dispositif étudié. Cette loi sera d'abord déterminée par une approche théorique, puis sera ensuite validée par des essais expérimentaux réalisés sur quelques dispositifs de caractéristiques diverses. Lors de notre approche théorique, il sera possible d'établir deux expressions théoriques du coefficient de débit dont la première correspond à une vitesse d'approche de l'écoulement négligeable, tandis que la seconde sera établie en tenant compte de l'effet de la vitesse d'approche de l'écoulement. Rappelons que cette vitesse d'approche est représentée par la hauteur capable de la vitesse moyenne dans une section amont du canal d'aménée et correspond donc à la quantité $V^2/2g$. L'effet de la tension superficielle ne sera éventuellement observé et quantifié que lors des essais expérimentaux.

Après avoir décrit le dispositif étudié ainsi que l'écoulement qui y transite, nous procéderons à l'application de l'équation de la quantité de mouvement entre deux sections choisies de l'écoulement. La première section sera prise dans le canal d'aménée dans lequel est inséré le dispositif, tandis que la seconde correspondra à la section de contrôle apparaissant à l'intérieur de la section triangulaire du dispositif. L'équation de la quantité de mouvement sera établie en termes adimensionnels afin de lui donner un caractère de validité générale. Nous en déduirons ensuite les expressions théoriques du coefficient de débit et du débit écoulé par le dispositif. Ces expressions seront discutées et des conclusions seront tirées.

II.2. Géométrie du dispositif et paramètres adimensionnels

Le nouveau type d'appareil semi- modulaire destiné à la mesure du débit dans les canaux ouverts se caractérise par une section de forme triangulaire à paroi épaisse et d'angle d'ouverture constant θ . il est muni d'une hauteur de pelle et son axe longitudinal se confond avec celui du canal d'amenée de forme rectangulaire dans lequel il est inséré. L'appareil provoque un rétrécissement brusque de la section du canal d'amenée et la veine liquide s'y écoule subit une contraction latérale.

La figure 2.1 montre, en perspective, le schéma simplifié du dispositif étudié lorsqu'il est inséré dans un canal d'amenée de section rectangulaire. Les caractéristiques géométriques du dispositif y sont également indiquées, en particulier la forme triangulaire de la section et sa hauteur de pelle.

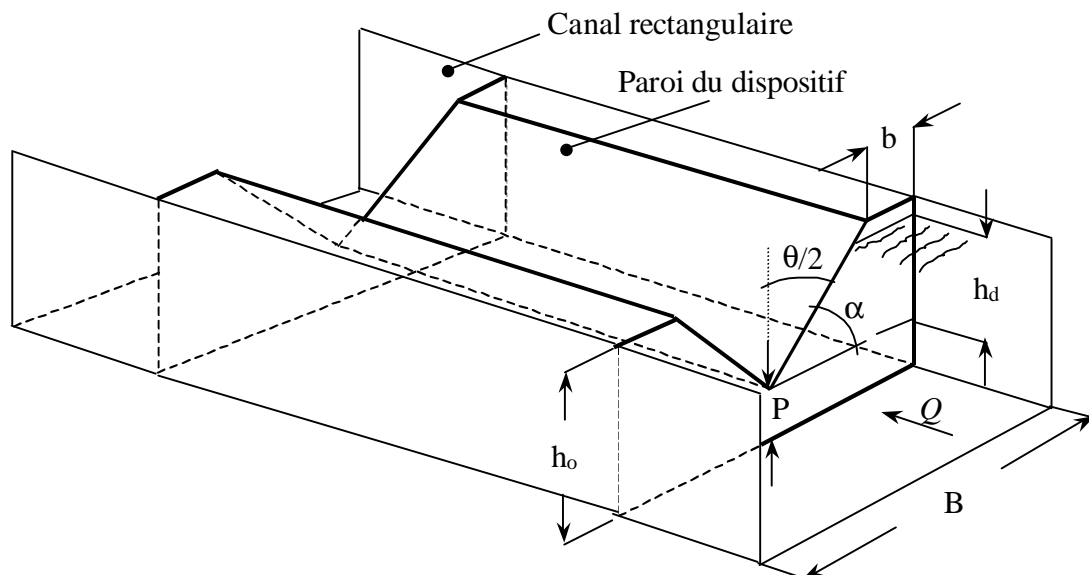


Figure 2.1 : Schéma en perspective du dispositif étudié placé dans un canal d'amenée rectangulaire.

Les caractéristiques du dispositif sont :

h_o : La hauteur géométrique

P : La hauteur de pelle

h_d : La hauteur de déversement comptée au-dessus de la hauteur de pelle P

b : Largeur de la contraction latérale du dispositif

θ : L'angle d'ouverture de la section triangulaire du dispositif

α : L'angle d'inclinaison des parois du dispositif par rapport à l'horizontale

Il est à noter que l'angle d'ouverture maximale du dispositif s'obtient pour $b = 0$.

La hauteur maximale de déversement sera donc $h_{d, \max} = (h_o - P)$.

Si $m = \cotg(\alpha) = \tg(\theta/2)$, nous pouvons alors établir géométriquement que :

$$\tg(\theta_{\max}/2) = m = B/(2h_{d,\max}) = B/[2(h_o - P)]$$

En introduisant le paramètre $M_d = mh_d/B$, il apparaît ainsi que la valeur maximale de M_d est $M_{d,\max} = 1/2$. Pour les faibles valeurs de la profondeur de déversement h_d ou pour les grandes valeurs de la largeur B du canal d'amenée, nous pouvons écrire que $M_d \rightarrow 0$.

Il est donc possible d'écrire que $0 \leq M_d \leq 1/2$.

Il est aisé de montrer que le paramètre sans dimension M_d correspond au rapport de la section triangulaire (mh_d^2) et de la section rectangulaire (Bh_d). Il s'agit donc d'un paramètre qui traduit l'effet de la contraction de la section transversale du canal d'amenée, située au-dessus de la hauteur de pelle P .

En outre, l'effet de la contraction transversale de toute la section d'amenée du canal, située à l'amont du dispositif, peut se traduire par le paramètre sans dimension :

$$\psi = mh_d^2/[B(h_d + P)]$$

Soit :

$$\psi = M_d / (1 + P^*) \tag{2.1}$$

Où $P^* = P/h_d$ est la hauteur relative de pelle. La plus faible valeur que prend le paramètre sans dimension ψ est zéro et correspond soit à $M_d \rightarrow 0$ ou aux grandes valeurs de la hauteur relatives de pelle P^* ($P^* \rightarrow \infty$). La valeur maximale de ψ est obtenue pour les faibles valeurs de la hauteur relative de pelle P^* ($P^* \rightarrow 0$) et pour la plus grande valeur de M_d , soit $M_{d,\max} = 1/2$. Il est donc possible d'écrire, compte tenu de ces considérations, que $0 \leq \psi \leq 1/2$.

II.3. Description de l'écoulement

La figure 2.2 montre, quant à elle, le profil en long de l'écoulement, à la fois dans le canal d'amenée à l'amont du dispositif et à l'intérieur de celui-ci.

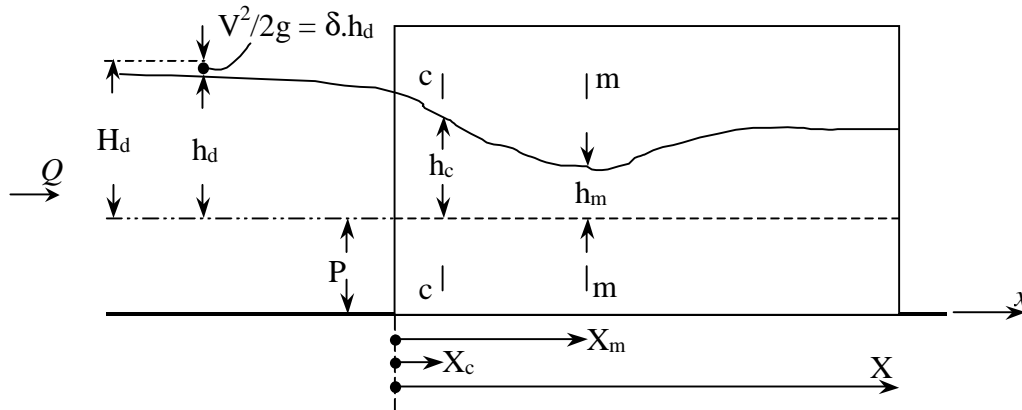


Figure 2.2 : Profil en long de l'écoulement dans le canal d'amenée et à l'intérieur du dispositif.

Le profil en long ainsi représenté a été observé expérimentalement sur l'ensemble des dispositifs testés, pour peu que la longueur géométrique X soit suffisante.

L'écoulement amont dans le canal d'amenée rectangulaire est de nature fluviale et il est caractérisé par la charge totale H_d et la profondeur de déversement h_d , comptées au-dessus de la hauteur de pelle P . La hauteur capable de la vitesse d'approche de l'écoulement amont $V^2/2g$ est considérée comme étant égale à une fraction δ de la profondeur de déversement h_d , soit :

$$V^2/2g = \delta.h_d$$

Ceci permet d'écrire que la charge totale $H_d = (h_d + V^2/2g)$ est telle que :

$$H_d = (1 + \delta) h_d \quad (2.2)$$

Lorsque $\delta \rightarrow 0$, la charge totale H_d peut alors être assimilée à la profondeur de déversement h_d .

A l'intérieur du dispositif de forme triangulaire de longueur géométrique X , l'écoulement demeure fluvial sur une certaine distance. Il devient critique dans la section c-c et se transforme en un écoulement torrentiel entre les sections c-c et m-m dont la profondeur h_m est minimale.

Nous désignons par X_c la distance critique correspondant à l'apparition de la section de contrôle, tandis que X_m est la distance correspondant à la profondeur minimale h_m . Les distances X_c et X_m sont toutes les deux comptées à partir de l'entrée du dispositif.

II.4. Hauteur relative de déversement

II.4.1. Définition

Nous définissons la hauteur relative de déversement h_d^* comme étant le rapport entre la hauteur de déversement h_d et la profondeur critique h_c dans la section de contrôle à l'intérieur de la section triangulaire du dispositif, soit $h_d^* = h_d/h_c$. Il est à noter que la hauteur relative h_d^* est supérieure à l'unité, puisque la hauteur de déversement h_d est supérieure à la profondeur critique h_c . Il est universellement connu que la profondeur critique h_c d'un écoulement dans une section triangulaire est telle que :

$$h_c = \left[\frac{2Q^2}{g m^2} \right]^{1/5} \quad (2.3)$$

Où Q est le débit volume écoulé par le dispositif ainsi que par le canal d'amenée, g est l'accélération de la gravité et m a déjà été précédemment définie comme étant égal à la cotangente de l'angle d'inclinaison des parois du dispositif par rapport à l'horizontale ou à la tangente du demi-angle d'ouverture de la section triangulaire du dispositif étudié.

Dans cette partie de notre étude, nous tenterons de déterminer les paramètres dont dépend la hauteur relative de déversement h_d^* en ayant recours à l'équation de la quantité de mouvement.

II.4.2. Calcul de la hauteur relative de déversement

Le calcul de la hauteur relative de déversement est possible en ayant recours à l'équation de la quantité de mouvement. L'application de cette équation repose sur le choix de deux sections et sur quelques hypothèses simplificatrices que nous allons préciser.

- Les sections choisies sont d'une part la section de l'écoulement à l'amont du dispositif, située dans le canal d'amenée et de profondeur $(h_d + P)$, et la section c-c (Figure 2.2) à l'intérieur du dispositif et de profondeur h_c , d'autre part.
- La répartition de la pression est supposée hydrostatique en toute section de l'écoulement, que ce soit dans le canal d'amenée ou à l'intérieur du dispositif.
- La répartition de la vitesse est supposée uniforme dans les sections choisies.

- La perte de charge par frottement est supposée négligeable, sur la courte distance séparant les deux sections choisies.
- La résistance de l'air est négligeable.

En règle générale, les hypothèses ci-dessus mentionnées ont été confirmées dans un bon nombre de cas pratiques. Mais qu'en est-il de leur validité pour le dispositif faisant l'objet de la présente étude ? Seule l'expérimentation au laboratoire pourra répondre de manière définitive à cette question.

L'équation de la quantité de mouvement exprime que la variation de la quantité (ρQV) entre les deux sections choisies est égale à la somme de toutes les forces extérieures agissant sur ces mêmes sections, après les avoir projetées sur un axe longitudinal, dont le sens est généralement choisi identiquement à celui de l'écoulement. Rappelons que ρ désigne la masse volumique du liquide en écoulement. Si :

- V_c est la vitesse moyenne critique dans la section c-c de profondeur h_c .
- V_1 est la vitesse moyenne dans une section située à l'amont du dispositif, dans le canal d'amenée.
- F_c est la force hydrostatique agissant sur la section c-c.
- F_1 est la force hydrostatique agissant sur la section à l'amont du dispositif, dans le canal d'amenée.
- F_r est la force de réaction de la face amont du dispositif.

Alors l'équation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\rho Q(V_c - V_1) = F_1 - F_c - F_r \quad (2.4)$$

Etant donné le caractère supposé hydrostatique des forces mises en jeu, nous pouvons alors écrire que :

$F_1 = \varpi \bar{h}_1 A_1$, $F_c = \varpi \bar{h}_c A_c$ et $F_r = \varpi \bar{h}_r A_r$, où $\varpi = \rho g$ désigne le poids spécifique du liquide en écoulement.

Les profondeurs \bar{h}_1 , \bar{h}_c et \bar{h}_r désignent respectivement la position du centre de gravité des sections A_1 , A_c et A_r , comptée à partir de la surface libre de l'écoulement, et s'expriment respectivement par :

$$\bar{h}_1 = h_1/2, \quad \bar{h}_c = h_c/3 \quad \text{et} \quad \bar{h}_r = \frac{h_1}{6} \left(\frac{3B - 2mh_1}{B - mh_1} \right), \quad \text{où} \quad h_1 = (h_d + P).$$

En substituant les relations précédentes dans l'équation (2.4), et après avoir procédé à des simplifications et à des arrangements, nous obtenons le résultat final suivant :

$$h_d^{*5} - \frac{5}{2}h_d^{*2} + \frac{3}{2}\frac{M_d}{(1+P^*)} = 0 \quad (2.5)$$

Ou bien :

$$h_d^{*5} - \frac{5}{2}h_d^{*2} + \frac{3}{2}\psi = 0 \quad (2.6)$$

Il est utile de rappeler que :

$$h_d^* = h_d/h_c, \quad M_d = mh_d/B, \quad P^* = P/h_d \quad \text{et} \quad \psi = M_d/(1+P^*).$$

Ainsi, la hauteur relative h_d^* de déversement dépend du paramètre adimensionnel M_d et de la hauteur relative de pelle P^* . Lorsque $P^* = 0$, nous retrouvons le cas particulier du dispositif dépourvu d'une hauteur de pelle ($P=0$), ayant déjà fait l'objet d'une étude antérieure (Nebbar, 2005). L'axe du dispositif se confond avec celui du canal d'amenée, ce qui confère à l'ouvrage un caractère auto- dégrevant.

Mais $P^* = 0$ peut correspondre également au cas d'un dispositif de hauteur de pelle $P \neq 0$, fonctionnant cependant sous de fortes hauteur de déversement h_d ($h_d \rightarrow \infty$). En pratique, les paramètres connus du problème sont :

- La hauteur de pelle P du dispositif.
- La largeur B du canal d'amenée rectangulaire.
- L'angle d'inclinaison α des parois du dispositif par rapport à l'horizontale, et par voie de conséquence $m = \cotg(\alpha)$ est également une donnée.
- La hauteur de déversement h_d , obtenue par une simple mesure limnimétrique.

Ainsi, compte tenu de toutes données, il est aisé d'estimer la valeur du paramètre adimensionnel ψ . L'équation de la quantité de mouvement, exprimée par la relation (2.6), permet alors la détermination de la hauteur relative de déversement h_d^* . Cependant, étant donné le caractère implicite de l'équation (2.6), la détermination de h_d^* ne peut se faire que par la voie graphique ou en s'aidant d'un procédé itératif.

Nous avons représenté sur la figure 2.3 la variation de la hauteur relative h_d^* en fonction de la hauteur relative de pelle P^* , pour diverses valeurs du paramètre adimensionnel M_d et selon la relation implicite (2.5). Sur la même figure est représentée également la variation de la hauteur relative de déversement en fonction du paramètre sans dimension ψ , en vertu de la relation (2.6).

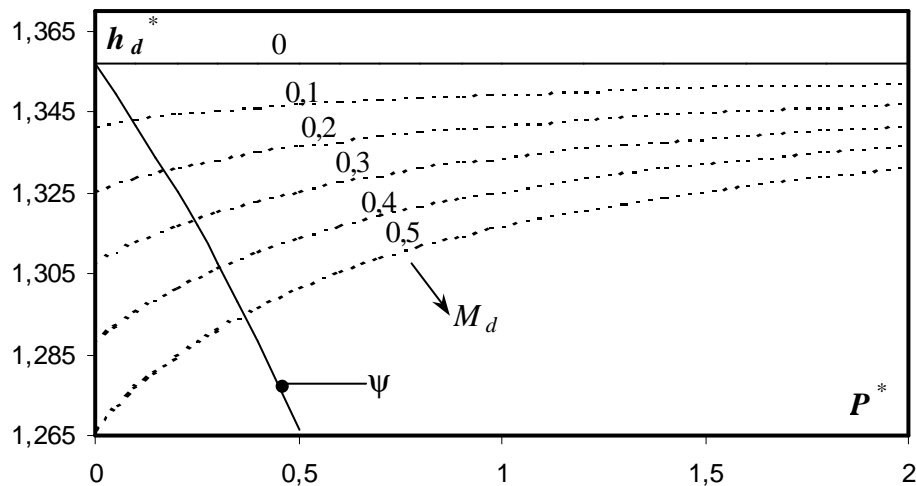


Figure 2.3 : Variation de la hauteur relative de déversement en fonction de la hauteur relative de pelle et du paramètre ψ .

Nous pouvons ainsi constater que pour la même valeur du paramètre adimensionnel M_d , la hauteur relative de déversement h_d^* augmente avec l'accroissement de la hauteur relative de pelle P^* . La figure 2.3 montre également que pour la même valeur de la hauteur relative de pelle P^* , la hauteur relative de déversement h_d^* diminue avec l'augmentation de la valeur du paramètre adimensionnel M_d .

Nous pouvons également constater que pour $M_d = 0$, la hauteur relative de déversement h_d^* prend une valeur constante quelque soit la valeur de la hauteur relative de pelle P^* . D'un point de vue physique, il est plutôt convenable d'écrire $M_d \rightarrow 0$ au lieu de $M_d = 0$.

Les très faibles valeurs du paramètre adimensionnel ($M_d = mh_d/B \rightarrow 0$) correspondent, pour un dispositif donné, soit aux faibles valeurs de la hauteur de déversement h_d , ou soit aux grandes valeurs de la largeur B du canal d'amenée.

La valeur h_d^* ($M_d = 0$) est obtenue en substituant $M_d = 0$ dans l'équation (2.6). Il s'ensuit que :

$$h_d^{*5} - \frac{5}{2}h_d^{*2} = 0$$

Soit : $h_d^* = (5/2)^{1/3} \approx 1,3572$.

Quant à la variation de $h_d^* = f(\psi)$, la figure 2.3 montre que h_d^* diminue au fur et à mesure que ψ augmente dans toute la gamme $0 \leq \psi \leq 1/2$. Pour les valeurs limites $\psi = 0$ et $\psi = 1/2$, le calcul montre que $h_d^* (\psi = 0) = (5/2)^{1/3} \approx 1,3572$, valeur ayant déjà été déterminée précédemment, et $h_d^* (\psi = 1/2) \approx 1,2667$. Ainsi, dans la gamme de variation $0 \leq \psi \leq 1/2$, la profondeur relative h_d^* varie dans la gamme $1,2667 \leq h_d^* \leq 1,3572$.

II.4.3. Expression approchée de la hauteur relative de déversement

Nous avons noté, lors du développement théorique précédent, que la hauteur relative h_d^* de déversement était liée au paramètre ψ par une relation implicite d'ordre cinq, exprimée par la relation (2.6). Afin de permettre une estimation aisée de h_d^* , nous proposons une relation approchée $h_d^* = f(\psi)$ en ayant recours à la méthode des moindres carrés non linéaires. Cette relation, obtenue avec un coefficient de corrélation $R^2 = 0,9997$, est :

$$h_d^{*-1} \approx 0,1004\psi^{1,0787} + 0,7368 \tag{2.7}$$

Les valeurs exactes de h_d^{*-1} , calculées pour diverses valeurs du paramètre ψ en application de la relation implicite (2.6), ont été confrontées à celles issues de l'équation approchée (2.7). Les écarts relatifs calculés sont représentés sur la figure 2.4 en fonction du paramètre ψ . L'écart relatif maximal observé est de l'ordre de 0,65% et ne s'obtient que lorsque la plus grande valeur de ψ est associée à la plus faible valeur de P^* , soit $\psi = 1/2$ et $P^* = 0$. L'écart maximal est inférieur à 0,45% pour $\psi = 1/2$ et $P^* \geq 0,1$. Ceci permet de conclure à la fiabilité de la relation approchée (2.7), dont l'application est explicite.

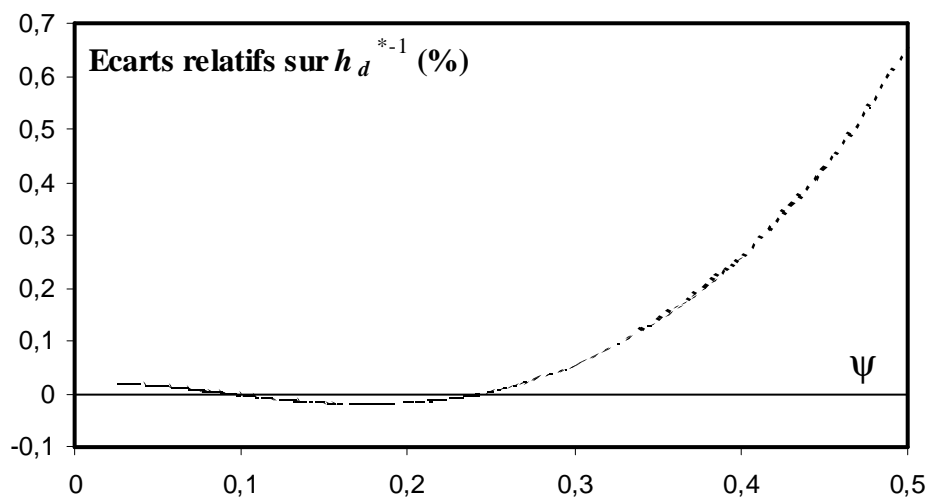


Figure 2.4 : Ecarts relatifs entre les valeurs exactes et approchées de h_d^{*-1} , en fonction du paramètre adimensionnel ψ .

II.5. Charge totale relative de déversement

II.5.1. Définition

Nous définissons la charge totale relative H_d^* de déversement, la charge totale de déversement H_d rapportée à la profondeur critique h_c de l'écoulement dans la section triangulaire du dispositif, soit $H_d^* = H_d/h_c$. La profondeur critique h_c répond à la relation (2.3). Comme pour la hauteur relative de déversement h_d^* , il est intéressant de savoir quels sont les paramètres dont dépend la charge totale relative de déversement H_d^* .

II.5.2. Calcul de la charge totale relative de déversement

En se rapportant à la figure 2.2, nous pouvons établir l'équation suivante :

$$H_d = h_d + V^2/2g$$

En outre, la vitesse moyenne V , dans le canal d'amenée rectangulaire de la largeur B , s'écrit $V = Q/A$ où A est l'aire de la section mouillée qui s'exprime par $A = B(h_d + P)$.

Tenant compte de ces considérations, la charge totale H_d s'écrit :

$$H_d = h_d + \frac{Q^2}{2gB^2(h_d + P)^2} \quad (2.8)$$

En éliminant le débit volume Q entre les relations (2.3) et (2.8), il vient que :

$$H_d = h_d + \frac{m^2 h_c^5}{4B^2(h_d + P)^2} \quad (2.9)$$

En introduisant les paramètres $H_d^* = H_d/h_c$, $h_d^* = h_d/h_c$, $M_d = mh_d/B$ et $P^* = P/h_d$,

La relation (2.9) peut aisément s'écrire :

$$H_d^* = h_d^* + \frac{M_d^2}{4h_d^{*4} (1 + P^*)^2} \quad (2.10)$$

Ou bien :

$$H_d^* = h_d^* + \frac{\psi^2}{4h_d^{*4}} \quad (2.11)$$

Tenant compte des relation (2.6) et (2.11), il apparaît clairement que la charge totale relative de déversement H_d^* ne dépend que du paramètre ψ et par conséquent des paramètres M_d et P^* .

La relation (2.11) montre également que lorsque $\psi \rightarrow 0$, la charge totale relative de déversement peut être assimilée à la hauteur relative de déversement.

En d'autres termes, la charge totale de déversement H_d se confond avec la hauteur de déversement h_d .

Comme pour la hauteur relative h_d^* , la charge totale relative de déversement H_d^* est ainsi liée au paramètre ψ par une relation implicite. Cependant, il est possible de remplacer (2.11) par une relation explicite, après avoir constaté la quasi-linéarité entre H_d^* et ψ . La relation (2.11) est tracée graphiquement sur la figure 2.5, à partir des valeurs calculées des relations (2.6) et (2.11).

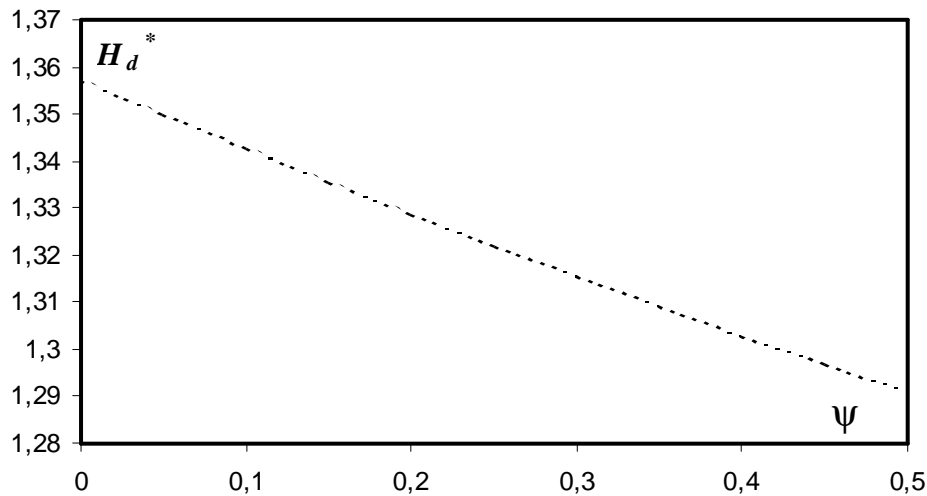


Figure 2.5 : Variation de H_d^* en fonction de ψ , selon les relations (2.6) et (2.11)

Nous pouvons ainsi constater que la charge totale relative H_d^* diminue quasi linéairement lorsque ψ augmente dans toute la gamme $0 \leq \psi \leq 1/2$.

Un ajustement, basé sur la méthode des moindres carrés linéaires, a permis d'écrire avec une excellente approximation que :

$$H_d^{*-1} \approx 0,0768\psi + 0,7368 \quad (2.12)$$

La relation (2.12) a été obtenue avec un coefficient de corrélation $R^2 = 0,9996$. Nous avons en outre confronté les valeurs exactes et approchées de H_d^{*-1} et nous avons pu constater que les écarts relatifs sont insignifiants. L'écart relatif maximal est de l'ordre de 0,078%, obtenu pour la plus grande valeur du paramètre ψ , soit $\psi = 1/2$.

Les écarts relatifs entre les valeurs de $H_{d,exacte}^{*-1}$ et $H_{d,approché}^{*-1}$ sont représentés sur la figure 2.6 en fonction de ψ .

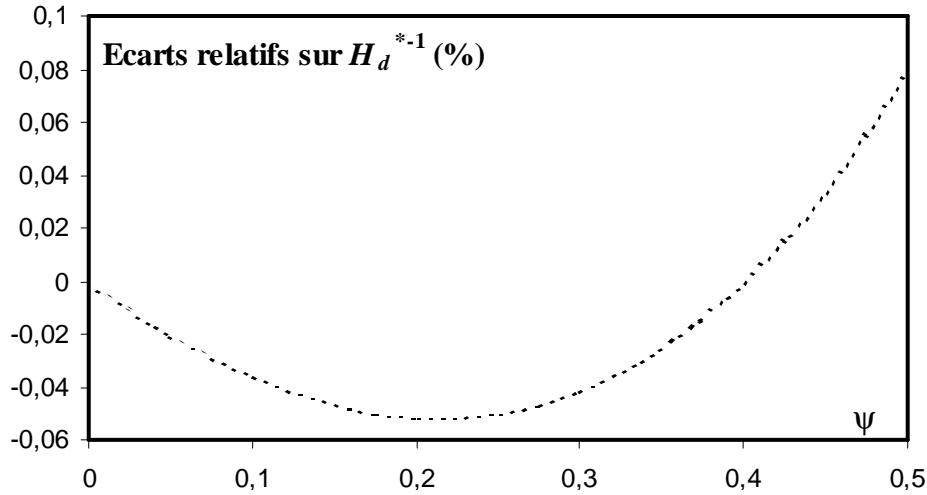


Figure 2.6 : Ecarts relatifs sur H_d^{*-1} en fonction de ψ .

II.6. Coefficient de débit du dispositif et expression du débit

II.6.1. Vitesse d'approche de l'écoulement négligée

Nous rappelons que lorsque la vitesse d'approche est négligée, la charge totale de déversement est assimilée à la hauteur de déversement, soit $H_d \approx h_d$. Cela revient à écrire que le paramètre δ , figurant dans la relation (2.2), est tel que $\delta \rightarrow 0$. Dans ce cas, le débit volume Q écoulé par le dispositif s'écrit :

$$Q = \mu_o m \sqrt{2g} h_d^{5/2} \quad (2.13)$$

Le paramètre μ_o est le coefficient de débit du dispositif étudié, et l'indice "o" est affecté pour rappeler que $\delta \rightarrow 0$.

En éliminant le débit volume Q entre les relations (2.3) et (2.13), il est aisé de montrer que :

$$\mu_o h_d^{5/2} = \frac{1}{2} h_c^{5/2}$$

En introduisant le paramètre $h_d^* = h_d/h_c$, la relation précédente permet d'écrire que :

$$\mu_o = \frac{1}{2h_d^{*5/2}} \quad (2.14)$$

Il est ainsi démontré que le coefficient de débit μ_o est exclusivement lié à la hauteur relative de déversement h_d^* , et donc au paramètre $\psi = M_d/(1+P^*)$ tel que nous l'indique la relation (2.6). En éliminant h_d^* entre les relations (2.6) et (2.14), il est aisé de déterminer la relation fonctionnelle $\mu_o = f(\psi)$, soit :

$$x^{-2} - \frac{5}{2}x^{-4/5} + \frac{3}{2}\psi = 0 \quad (2.15)$$

Où : $x = 2\mu_o$.

Nous avons représenté sur la figure 2.7 la variation du coefficient de débit μ_o en fonction des paramètres M_d et P^* d'une part, puis en fonction du paramètre ψ d'autre part.

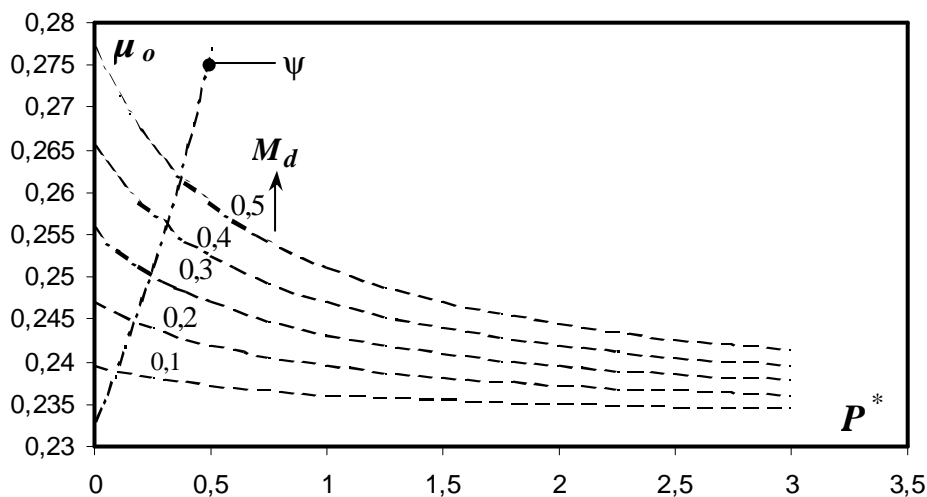


Figure 2.7 : Variation de $\mu_o = f(M_d, P^*)$ et de $\mu_o = f(\psi)$.

La figure 2.7 montre que, quelle que soit la valeur du paramètre M_d , le coefficient de débit μ_o diminue au fur et à mesure que la hauteur relative de pelle P^* augmente.

Il augmente cependant avec l'accroissement du paramètre ψ . Pour les grandes valeurs de P^* , la figure 2.7 montre que le coefficient de débit μ_o tend à devenir constant et dont la valeur dépend de celle du paramètre M_d .

En outre, la relation (2.15) indique que, quelle soit la valeur de M_d , $\mu_o = f(M_d, P^* \rightarrow \infty) = f(\psi \rightarrow 0) \approx 0,233$. Elle indique également que $\mu_o = f(\psi = 1/2) \approx 0,2768$.

Il est donc possible d'écrire que pour $0 \leq \psi \leq 1/2$, le coefficient de débit μ_o varie dans la gamme $0,233 \leq \mu_o \leq 0,2768$.

Etant donné le caractère implicite de la relation (2.15), il n'est pas aisé d'exprimer le coefficient de débit μ_o en fonction du paramètre ψ . Cependant, nous pouvons faire appel à la relation (2.7) dont la fiabilité a déjà été démontrée. Ainsi, en éliminant h_d^* entre les relations (2.7) et (2.14), nous pouvons écrire que :

$$\mu_o \approx \frac{1}{2}(0,1004\psi^{1,0787} + 0,7368)^{5/2} \quad (2.16)$$

La relation (2.16) permet ainsi une estimation explicite du coefficient de débit théorique μ_o .

En substituant la relation (2.16) dans (2.13), le débit volume Q écoulé par le dispositif est :

$$Q = \frac{1}{2}(0,1004\psi^{1,0787} + 0,7368)^{5/2} m \sqrt{2g} h_d^{5/2} \quad (2.17)$$

II.6.2. Vitesse d'approche de l'écoulement non négligée

Dans le cas où la vitesse d'approche de l'écoulement n'est pas négligée, il est possible de proposer deux méthodes visant à définir l'expression théorique du coefficient de débit du dispositif étudié.

a) La première méthode consiste à écrire que le débit volume Q écoulé par le canal doit s'écrire en réalité :

$$Q = \mu m \sqrt{2g} H_d^{5/2} \quad (2.18)$$

Le paramètre μ correspond au coefficient de débit lorsque $\delta \neq 0$. L'inconvénient majeur dans l'application de la relation (2.18) est que la charge totale de déversement H_d ne peut être déterminée en pratique, puisque le débit volume Q n'est pas connu. C'est

d'ailleurs le paramètre que l'on cherche à déterminer lors de l'utilisation pratique du dispositif étudié. Pour exprimer le coefficient de débit μ , nous pouvons faire appel à la relation (2.3) qui exprime la profondeur critique dans la section triangulaire du dispositif. Ainsi, en éliminant le débit volume Q entre les relations (2.3) et (2.18), nous pouvons écrire que :

$$\mu H_d^{5/2} = \frac{1}{2} h_c^{5/2}$$

En introduisant le paramètre $H_d^* = H_d/h_c$, la relation précédente permet d'écrire :

$$\mu = \frac{1}{2 H_d^{*5/2}} \quad (2.19)$$

Il est évident que lorsque $\delta \rightarrow 0$, $\mu \rightarrow \mu_o$ et $H_d^* \rightarrow h_d^*$, et la relation (2.14) est alors reproduite.

En combinant les relations (2.12) et (2.19), nous pouvons alors exprimer le coefficient de débit μ par la relation suivante :

$$\mu \approx \frac{1}{2} (0,0768\psi + 0,7368)^{5/2} \quad (2.20)$$

La relation (2.20) est explicite vis-à-vis de μ , puisque le paramètre ψ est une donnée du problème.

Il est à noter que cette méthode ne permet pas d'exprimer le débit volume Q en fonction de la hauteur de déversement h_d .

b) La deuxième méthode consiste à écrire que le débit volume Q s'exprime par la relation :

$$Q = \mu_o m \sqrt{2g} H_d^{5/2}$$

Il s'agit en fait de la relation (2.13) dans laquelle la hauteur de déversement h_d est remplacée par la charge de déversement H_d . En tenant compte de la relation (2.3), nous pouvons écrire que :

$$Q = \mu_o m \sqrt{2g} (1 + \delta)^{5/2} h_d^{5/2} \quad (2.21)$$

Nous pouvons ainsi constater que lorsque $\delta = 0$, la relation (2.13) est alors reproduite. En outre, la relation (2.21) peut s'écrire :

$$Q = \mu m \sqrt{2g} h_d^{5/2} \quad (2.22)$$

Dans laquelle :

$$\mu = \mu_o (1 + \delta)^{5/2} \quad (2.23)$$

μ est le coefficient de débit lorsque $\delta \neq 0$.

D'autre part, la relation (2.11) peut se mettre sous la forme :

$$H_d^* = \left(1 + \frac{\psi^2}{4h_d^{*5}} \right) h_d^* \quad (2.24)$$

Il est également utile de constater que la relation (2.2) peut s'écrire, en divisant ses deux membres par h_c : $H_d^* = (1 + \delta) h_d^*$ (2.25)

Par identification, nous pouvons déduire des relations (2.24) et (2.25) que :

$$\delta = \frac{\psi^2}{4h_d^{*5}} \quad (2.26)$$

En tenant compte de la relation (2.14), le paramètre cinétique δ , exprimé par la relation (2.26), s'écrit :

$$\delta = \mu_o^2 \psi^2 \quad (2.27)$$

En substituant (2.27) dans (2.23), le coefficient de débit μ s'exprime par la relation suivante :

$$\mu = \mu_o (1 + \mu_o^2 \psi^2)^{5/2} \quad (2.28)$$

La relation (2.28) montre bien que lorsque $\psi \rightarrow 0$ correspondant à $\delta \rightarrow 0$, $\mu \rightarrow \mu_o$. En outre, elle montre que le coefficient de débit μ ne dépend que du paramètre $\psi = f(M_d, P^*)$, compte tenu du fait que, selon la relation (2.16), $\mu_o = f(\psi)$.

Afin d'illustrer l'effet de la vitesse d'approche de l'écoulement sur le coefficient de débit du dispositif, nous avons calculé et représenté sur la figure 2.8 les écarts obtenus sur le coefficient de débit selon que l'on considère soit $\mu = \mu_o$ correspondant à $\delta \rightarrow 0$, ou soit μ exprimée par la relation (2.28) pour $\delta \neq 0$. Les écarts calculés sont représentés en fonction des paramètres adimensionnels M_d et P^* .

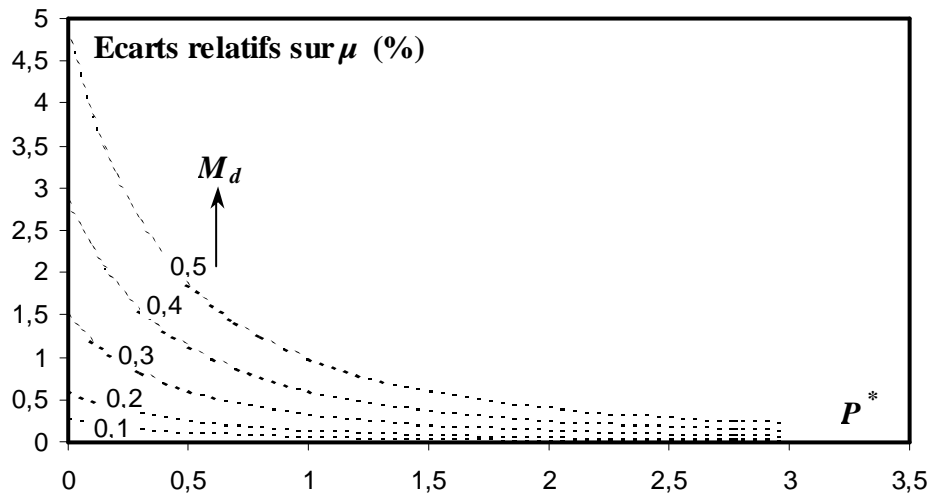


Figure 2.8: Effet de la vitesse d'approche de l'écoulement sur le coefficient de débit μ .

La figure 2.8 montre que pour une valeur donnée de M_d , les écarts sur le coefficient de débit du dispositif diminuent au fur et à mesure que la hauteur relative de pelle P^* augmente. Quelle que soit la valeur de M_d , les écarts peuvent être considérés comme étant insignifiants lorsque $P^* \rightarrow \infty$. En d'autres termes, lorsque les hauteurs de pelle P du dispositif sont nettement supérieures aux hauteurs de déversement h_d , nous pouvons écrire $\mu \approx \mu_o$. Par contre, pour les faibles valeurs de P^* , la figure 2.8 montre clairement que les écarts sur le coefficient de débit du dispositif augmentent au fur et à mesure que M_d croît. Lorsque le dispositif est dépourvu de hauteur de pelle, soit $P^* = 0$, les écarts peuvent atteindre environ 5% pour la plus grande valeur de M_d , soit $M_d = 1/2$.

En ce qui concerne l'expression théorique du débit volume écoulé par le dispositif, tenant compte de l'effet de la vitesse d'approche de l'écoulement, elle peut être obtenue en substituant (2.28) dans (2.22). Ainsi :

$$Q = \mu_o (1 + \mu_o^2 \psi^2)^{5/2} m \sqrt{2g} h_d^{5/2} \quad (2.29)$$

Rappelons que le coefficient de débit μ_o est donné par la relation (2.16).

II.7. Conclusion

Le second chapitre de notre étude a été consacré au développement de quelques relations théoriques régissant le fonctionnement d'un seuil large de section triangulaire doté d'une hauteur de pelle. Inséré dans un canal d'amenée rectangulaire, le dispositif provoque une contraction latérale de la section du canal.

A partir d'un schéma de définition de l'écoulement et sous certaines hypothèses simplificatrices, l'équation de la quantité de mouvement a été appliquée entre une section amont du canal d'amenée rectangulaire et la section de contrôle à l'intérieur du dispositif, en tenant compte des forces de réaction de la section amont du dispositif. Une équation de cinquième ordre a été obtenue, liant la hauteur relative de déversement $h_d^* = h_d/h_c$ aux paramètres adimensionnels $M_d = mh_d/B$ et $P^* = P/h_d$. Nous avons ainsi constaté que les paramètres mis en jeu sont : m la cotangente d'inclinaison des parois du dispositif par rapport à l'horizontale, h_d la hauteur de déversement comptée au-dessus de la hauteur de pelle P du dispositif et dont la valeur est mesurable en pratique, B la largeur du canal d'amenée rectangulaire et enfin la profondeur critique h_c de l'écoulement dans la section de contrôle.

En raison du caractère implicite de la relation obtenue, un ajustement, basé sur la méthode des moindres carrés non linéaires, a permis de proposer une excellente relation approchée. Celle-ci permet le calcul explicite de la hauteur relative de déversement h_d^* en fonction du paramètre composé $\psi = M_d/(1+P^*)$.

Nous avons poursuivi le développement théorique par l'identification des paramètres influençant la charge totale relative de déversement que nous avons définie comme étant, où H_d est la charge totale de déversement comptée au-dessus de la hauteur de pelle P du dispositif. Nous avons montré que H_d^* la charge totale relative de déversement que nous avons définie comme étant $H_d^* = H_d/h_c$, ne dépendait que du paramètre composé ψ , et donc des variables M_d et P^* . Après avoir établi le quasi linéarité entre H_d^{*-1} et ψ , une relation approchée a été proposée.

Au cours du second chapitre de notre étude, nous nous sommes plus particulièrement intéressés à l'établissement des équations théoriques régissant le coefficient de débit μ du dispositif étudié. Nous avons montré que μ était étroitement lié à la hauteur relative de déversement h_d^* lorsque la vitesse d'approche de l'écoulement a été négligée, et à la charge totale relative de déversement H_d^* lorsque l'effet de la vitesse d'approche de l'écoulement devait être considéré.

Dans les deux cas ci-dessus mentionnés, nous avons pu montrer que le coefficient de débit μ du dispositif étudié était dépendant des paramètres adimensionnels M_d et P^* , et les équations qui le gouvernent ont été établies. A travers une représentation graphique, nous avons montré comment l'effet de la vitesse d'approche de l'écoulement pouvait influencer le coefficient de débit μ , en particulier lorsque les faibles valeurs de la hauteur relative de pelle P^* sont associées aux valeurs élevées du paramètre M_d .

Enfin, tenant compte ou non de l'effet de la vitesse d'approche de l'écoulement, les expressions théoriques du débit volume Q écoulé par le dispositif ont été proposées.

Les relations théoriques que nous avons établies, notamment celles du coefficient de débit, seront vérifiées au cours du troisième chapitre de notre étude, à travers l'analyse des mesures d'essais de laboratoire.