

f ♣ *f* ♣ *f* ♣

**I- NOTIONS
GENERALALES
SUR LES
ECOULEMENTS
AVEC
SINGULARITES**

f ♣ *f* ♣ *f* ♣

CHAPITRE I**NOTIONS GENERALES SUR LES
ECOULEMENTS AVEC SINGULARITES****I-1- ECOULEMENT DANS UNE CONDUITE**

Lorsqu'un fluide s'écoule dans une conduite il s'exerce une résistance visqueuse qui crée une perte d'énergie. La chute de pression le long de la conduite s'appelle la *perte de charge*. Pour des conditions aux limites constantes imposées à l'écoulement, Osborne Reynolds a montré en 1883 qu'il existe deux sortes d'écoulements suivant la valeur d'un nombre sans dimension appelé *nombre de Reynolds* et noté Re tel que : $Re = VD/\nu$ où V est une vitesse typique de l'écoulement, D une taille caractéristique et ν la viscosité cinématique du fluide.

Lorsque le nombre de Reynolds est faible, les lignes de courant sont stationnaires et l'écoulement est dit *laminaire*. Au contraire lorsque le nombre de Reynolds est grand, les lignes de courant deviennent instationnaires et l'écoulement est dit *turbulent*.

A ces deux types d'écoulement fondamentalement différents correspondent des pertes de charge différentes.

I-1-1- ECOULEMENT LAMINAIRE :

Considérons un tube cylindrique horizontal de rayon R et de longueur L dans lequel on étudie l'écoulement d'un fluide en régime laminaire, Lorsque le fluide pénètre dans le tube, sa vitesse augmente pour atteindre une valeur stationnaire au bout d'une certaine distance appelée "longueur d'entrée" l_E .

l_E : est la longueur de la conduite nécessaire à l'établissement du régime stationnaire pour lequel la pression diminue linéairement avec la distance.

l_E est en fonction avec le nombre de Reynolds par la relation

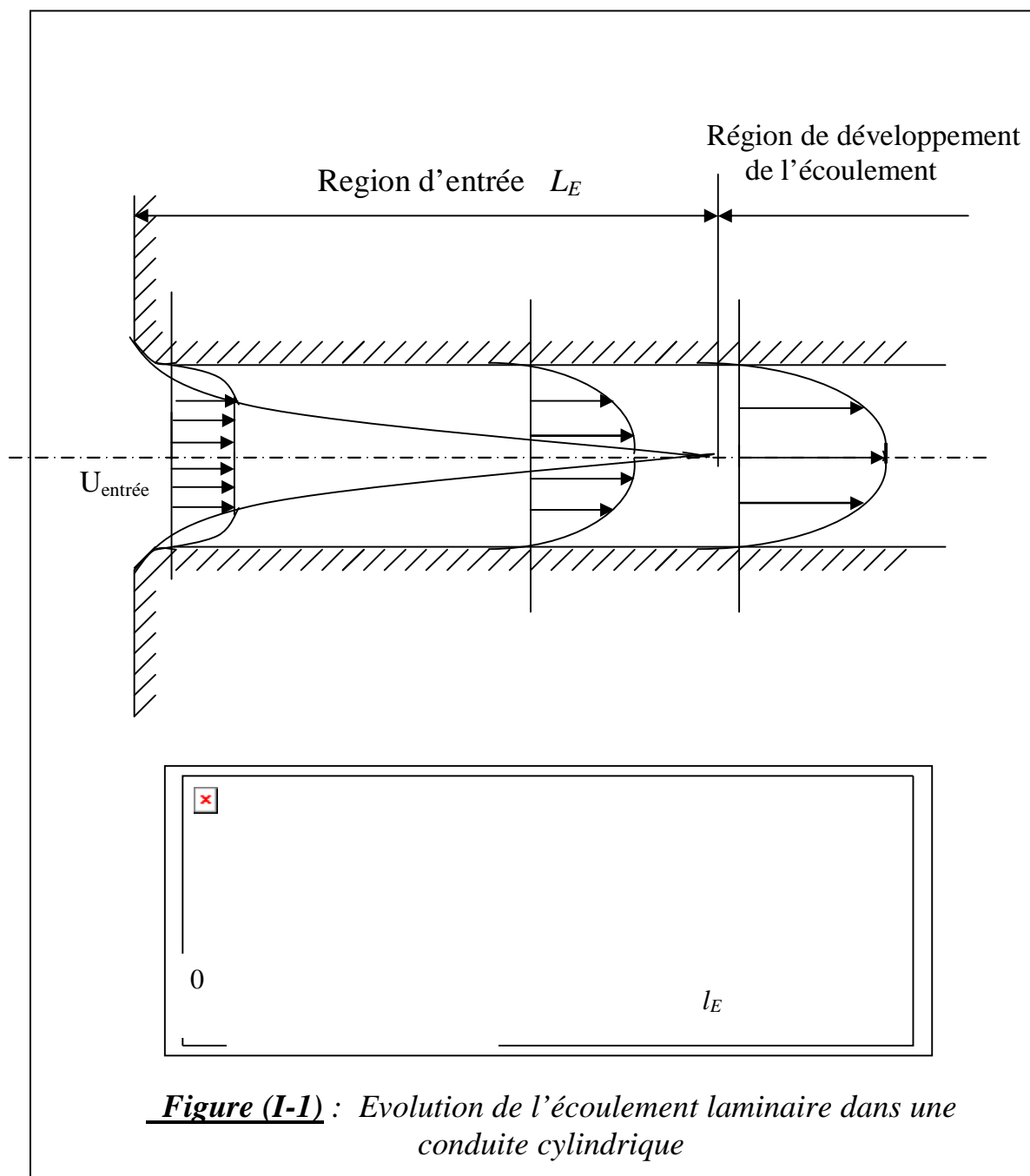
$$l_E / D = 0.065 \cdot Re \quad [3]$$

D est le diamètre de la conduite.

L'établissement du régime permanent dans une conduite correspond à l'épaississement continu des couches limites. Avec le développement progressif de la couche limite la vitesse de la partie centrale croît pour assurer la conservation du débit ce qui entraîne un gradient longitudinal de la pression .

Le profil de la vitesse prend une forme parabolique,
$$U(r) = U_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

Avec $U_{\max} = 2.U_{\text{entrée}}$ comme le montre la figure (I-1)



I-1-2- ECOULEMENT TURBULENT :

On dit qu'un écoulement est turbulent lorsque le mouvement des particules fluides se fait d'une façon irrégulier et que les fluctuations aléatoires de vitesse se superposent au mouvement moyen du fluide, on peut observer ce type d'écoulement par exemple dans le cas d'un filet d'eau s'échappant d'un simple robinet , pour un débit plus important et à vitesse plus élevé on constate que les filets d'eau oscillent autour d'une position moyenne et l'écoulement prend un aspect irrégulier et turbulent.

Pour le cas d'un écoulement turbulent dans une conduite cylindrique , La vitesse du fluide est telle que la couche limite ne peut pas envahir toute la section de la conduite. De plus, il y a développement d'une couche limite turbulente après une longueur l_T , puis établissement de celle-ci lorsque son épaisseur atteint une valeur proche de $0,2D$ (D est le diamètre de la conduite), après une longueur d'entrée l_E . La région centrale présente alors un profil presque plat (voir figure (I-4)).

Pour le cas d'un écoulement turbulent : $l_E/D \approx 1.5 \sqrt[4]{Re}$ [8]

La distance du point de transition $l_T/D \approx \frac{10^5}{Re}$ et le profil de vitesse peut être approximativement représenté par une loi de puissance décrit par la fonction:

$$U(r) = U_{\max} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^n \quad \text{avec} \quad 6 \leq n \leq 10 \quad \text{et dépend du nombre de Reynolds et}$$

$$U_{\max} = 1.2 U_{\text{entrée}}$$

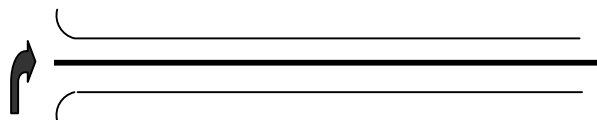


Figure (I-2) : Ecoulement laminaire dans le conduit cylindrique

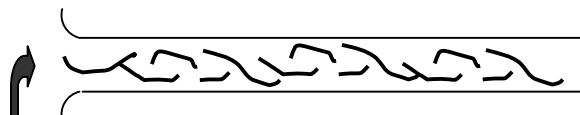


Figure (I-3) : Ecoulement turbulent dans le conduit cylindrique

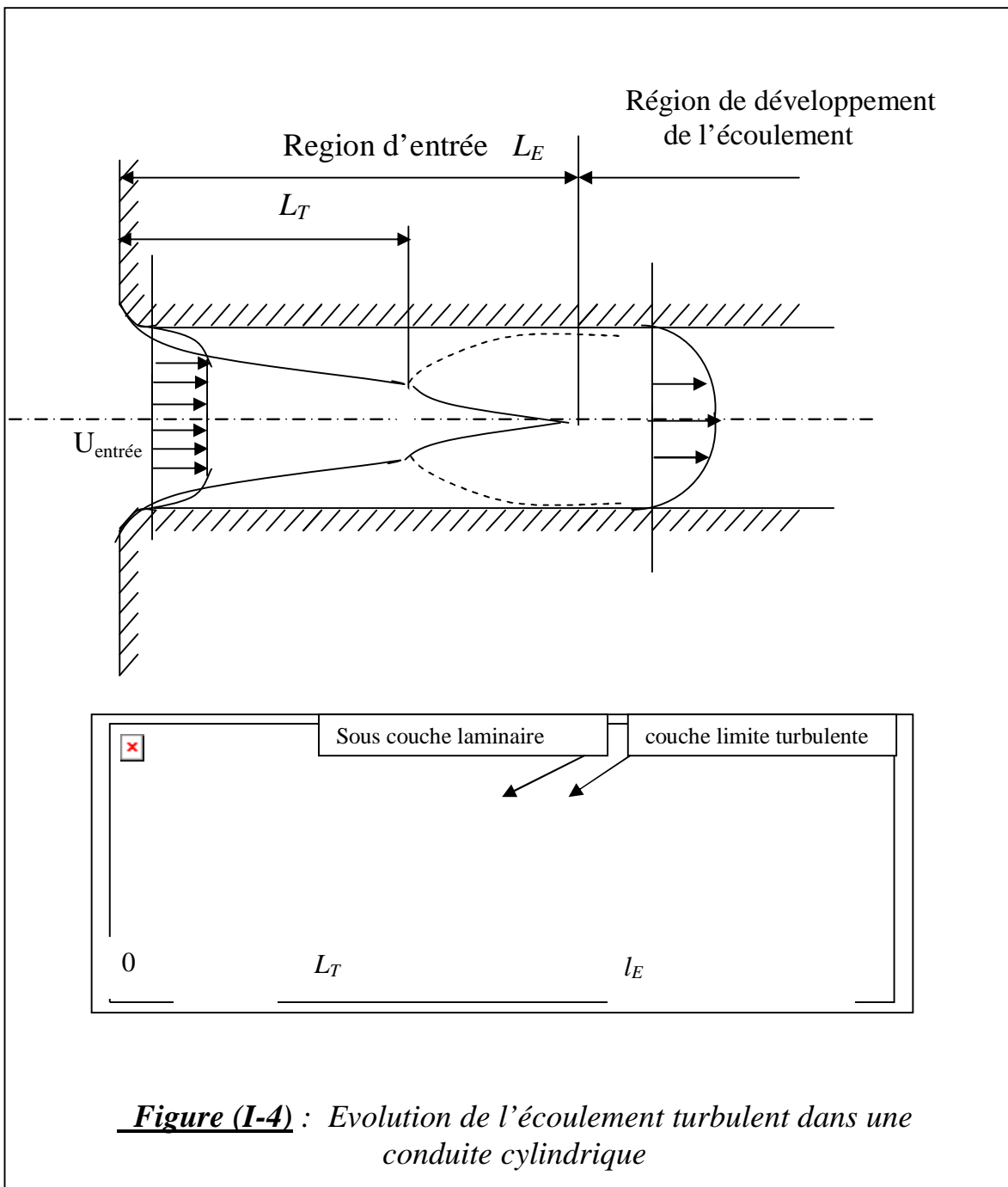


Figure (I-4) : Evolution de l'écoulement turbulent dans une conduite cylindrique

I-2- GENERALITES SUR LES ECOULEMENTS BIDIMENSIONNELS DANS LES CAVITES

I-2-1- ECOULEMENT DANS UNE CAVITE CIRCULAIRE :

la figure (I-5) montre la géométrie de base d'une cavité circulaire définie par l'angle β . [9]

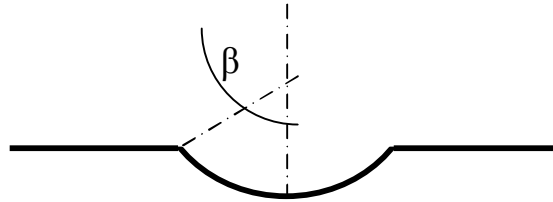


Figure (I-5) : Géométrie de base pour les cavités circulaires

- **Pour des faibles valeurs de β : ($\beta = 65.12^\circ$)**

La cavité considérée correspond à une cavité peu profonde pour laquelle l'écoulement n'est pas séparé de la paroi limite. Les lignes de courant pour cet écoulement sont montrées sur la figure (I-6-a), ces dernières montrent que la cavité a un effet assez faible sur la plupart de l'écoulement, mais elle produit une forte décélération du fluide adjacent à la paroi.

- **Cavité pour $\beta = 90^\circ$:**

Quand une cavité est plus profonde, une large recirculation tourbillonnaire se forme dans la cavité ceci est montré sur la figure (I-6-b). La comparaison entre les deux allures des lignes de courant tracées dans les figures précédentes montrent comment une petite augmentation de profondeur de la cavité produit une recirculation qui occupe toute la cavité. De plus, la présence de la recirculation tourbillonnaire empêche le passage du fluide frais à l'intérieur de la cavité.

L'emprisonnement de l'écoulement dans les cavités profondes est un grand problème dans le nettoyage de ces dernières.

- **Cavité pour $\beta > 90^\circ$:**

Un exemple extrême de la cavité circulaire est montré sur la figure (I-6-c) avec $\beta = 135^\circ$. Il est clair qu'autant la cavité s'approfondi, les déviations de l'écoulement en dehors de celle-ci diminuent.

Le profil de la vitesse est similaire à celui de la cavité dont $\beta = 90^\circ$, sauf que le

centre du tourbillon est plus haut que celui de la cavité dont $\beta=90^\circ$.

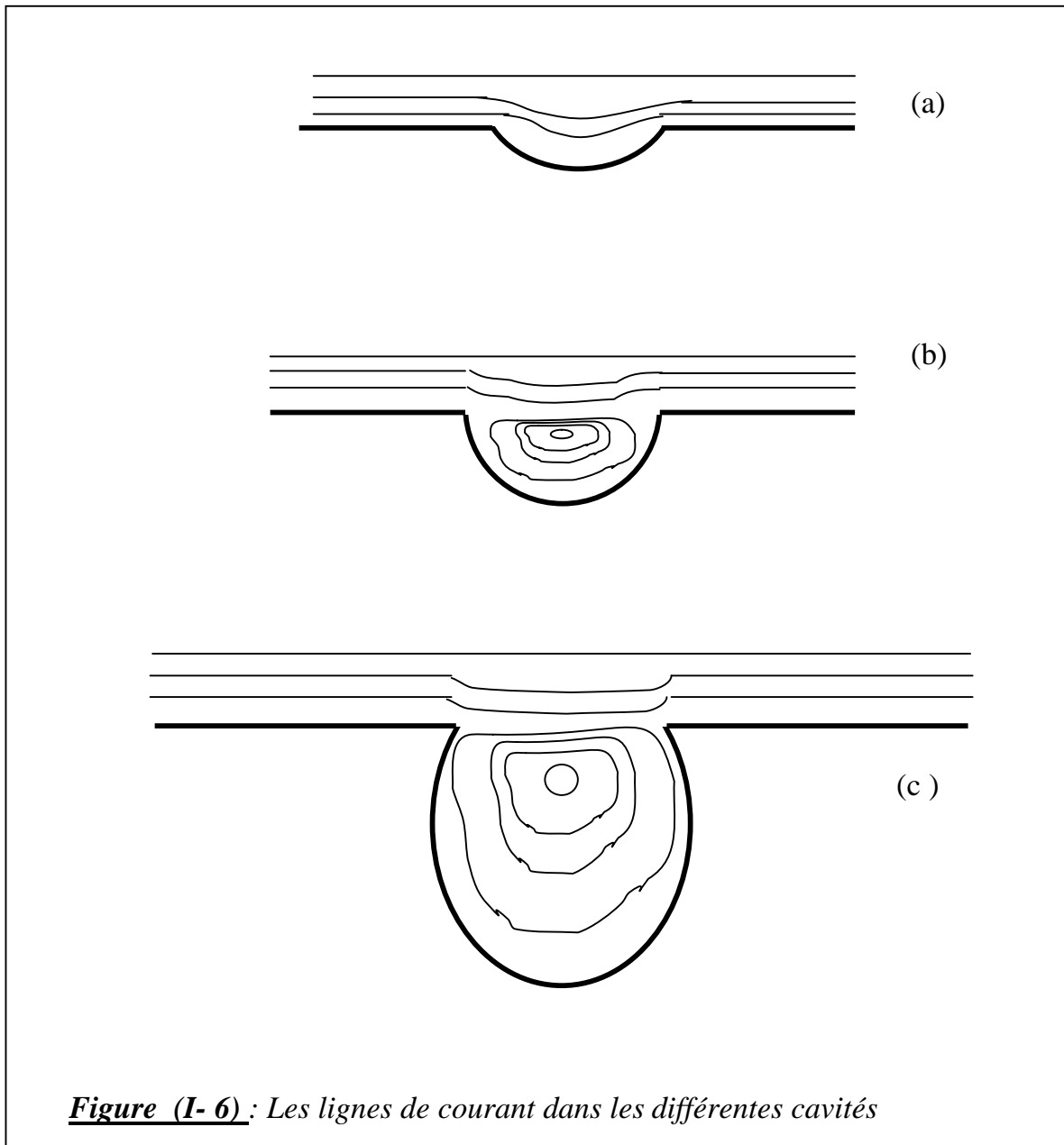


Figure (I-6) : Les lignes de courant dans les différentes cavités

circulaires

I-2-2-ECOULEMENT DANS UNE CAVITE RECTANGULAIRE :

Les cavités rectangulaires sont caractérisées par deux dimensions importantes : la largeur (L) et la profondeur (W).

a) Ecoulement dans une cavité rectangulaire caractérisée par le rapport

$$\mathbf{L/W = 1}$$

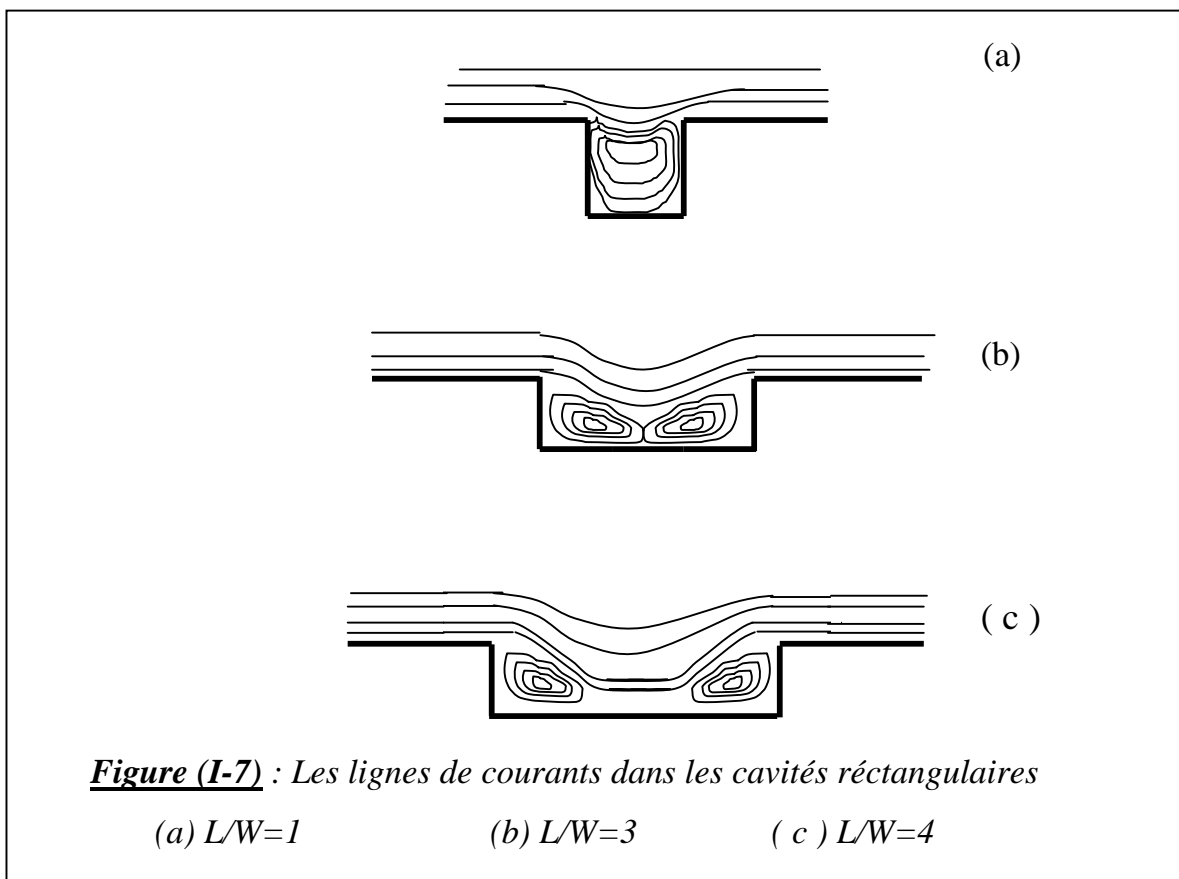
L'écoulement est similaire à celui des cavités circulaires, il y a formation

d'une simple recirculation étendue qui occupe la cavité, mais il diffère du précédent par la présence d'une succession de tourbillons dans les coins du carré.

b)-Écoulement dans une cavité rectangulaire caractérisée par le rapport $L/W = 3$

On constate un changement total dans l'allure des lignes de courant comme il est indiqué sur la figure (I-7 -b).

On note que l'écoulement extérieur pénètre fortement dans la cavité, le volume de la région de recirculation est maintenant occupée par deux recirculations séparées et la succession des recirculations des coins apparaît comme au paravant.



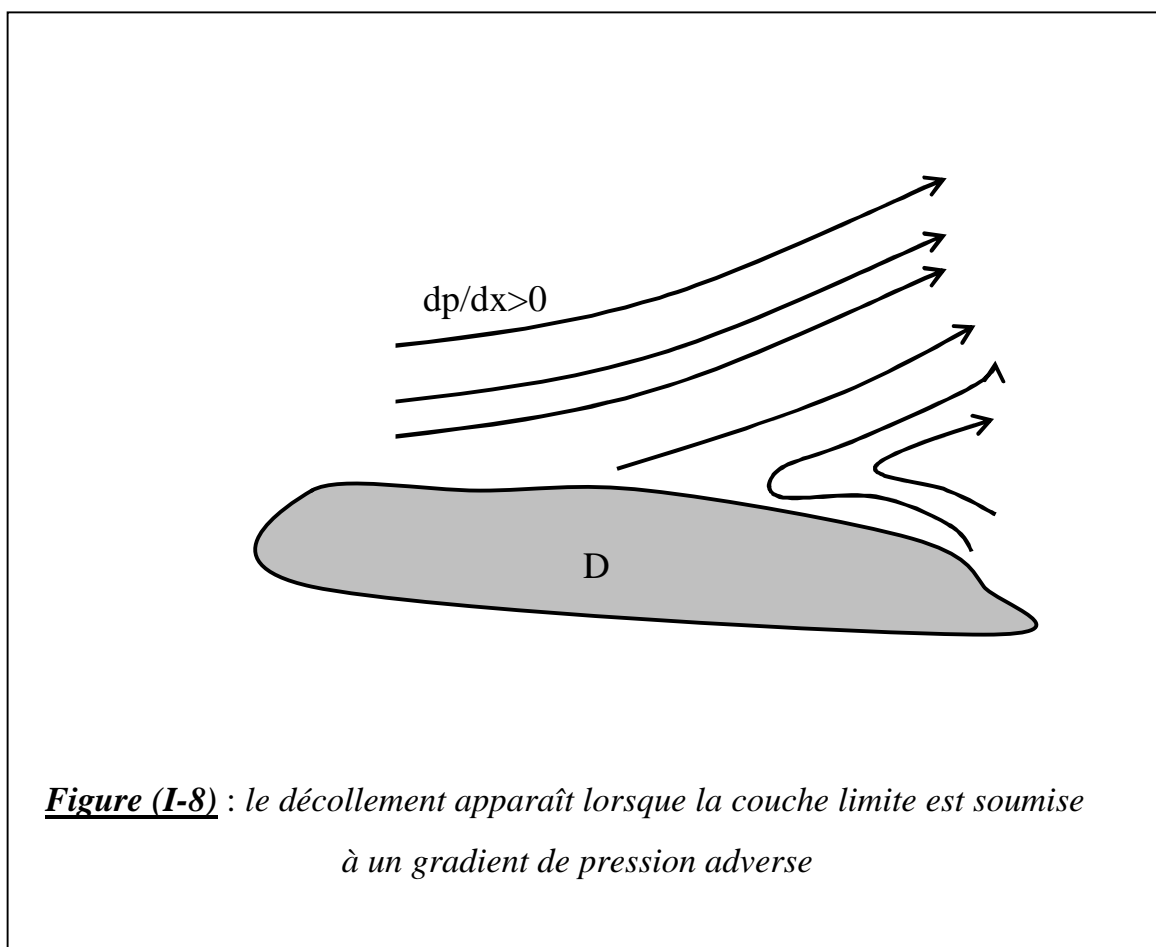
I- 3- LE DECOLLEMENT :

I- 3- 1- DEFINITION

Le phénomène de décollement est intimement lié au comportement dynamique de la couche limite. Le décollement intervient lorsque la couche limite se développe en présence d'un gradient de pression adverse, c'est-à-dire dans une situation où la pression augmente dans la direction de l'écoulement. Dans ce cas, la vitesse de

l'écoulement externe diminue et les particules fluides subissent une décélération.

La décélération est encore plus importante dans la couche limite du fait du transfert de quantité de mouvement par les forces visqueuses. Dans ces conditions la quantité de mouvement des particules fluides qui se déplacent près de la paroi est diminuée et le fluide perd son inertie et sa capacité à avancer. La quantité de mouvement du fluide diminue graduellement pour compenser le gradient de pression et les forces de frottement pariétales et, en un certain point, la vitesse des particules fluide s'annule.



La théorie classique du décollement définit le point de séparation comme le point

où $\partial u / \partial y = 0$. En ce lieu, la contrainte pariétale $\tau = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}$ s'annule.

En aval du point de décollement, le gradient de pression induit un écoulement à contre courant, l'épaisseur de la couche augmente notablement et les filets fluides

quittent la paroi figure (I-9).

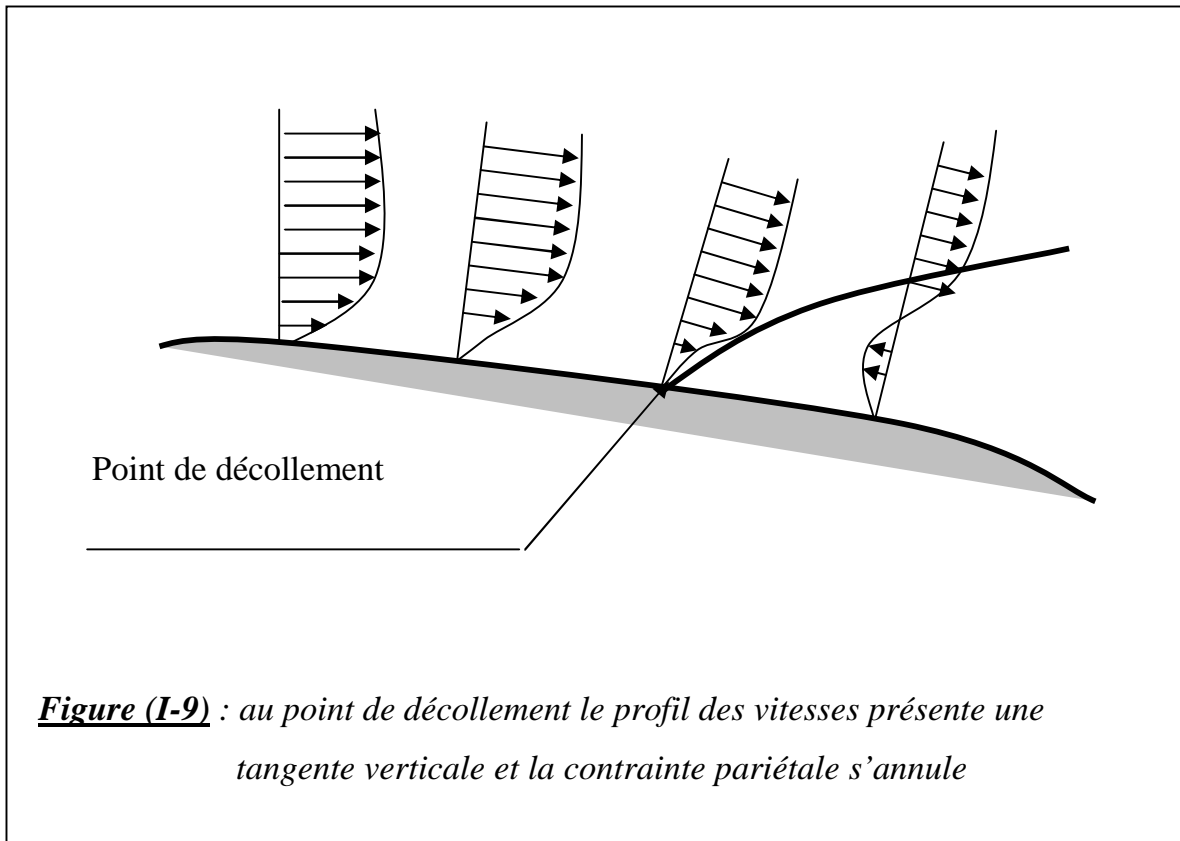


Figure (I-9) : au point de décollement le profil des vitesses présente une tangente verticale et la contrainte pariétale s'annule

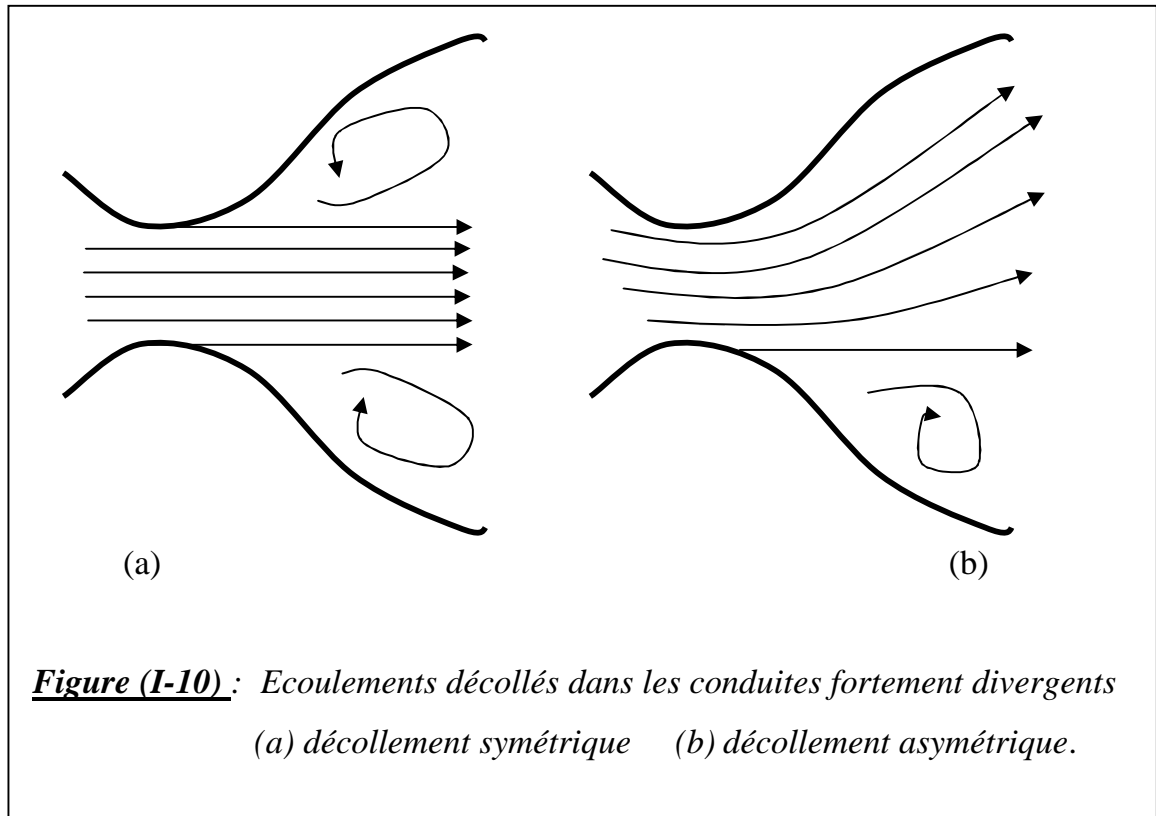
On observe alors la formation d'un sillage et l'approximation de couche limite n'est plus applicable.

Le décollement est généralement accompagné par le développement d'instabilités de l'écoulement. Très souvent des tourbillons dans la région décollée. Ainsi, dans le cas d'un cylindre placé dans un écoulement uniforme, on observe pour certaines gammes de valeurs du nombre de Reynolds, un lâchage de tourbillons alternés.

Le décollement apparaît dans de nombreux autres cas d'écoulement. Il se produit par exemple dans les conduites fortement divergentes. En amont du col, la pression décroît, l'écoulement est accéléré, les forces d'inertie augmentent et la couche limite adhère à la paroi du divergent. En aval, le gradient de la pression devient positif, l'écoulement décélère et la couche limite quitte la paroi, le décollement est généralement asymétrique avec formation d'une zone de retour au voisinage de l'une des parois, l'écoulement principal suivant l'autre paroi. Le

phénomène est accompagné par la formation d'un lâchage de tourbillons dans la zone de retour.

Pour éviter le décollement, on utilise en pratique des angles de divergents relativement faibles (inférieur à 15°) [4]. On peut aussi utiliser des baffles qui partagent le divergent en canaux séparés et guident les filets fluides.

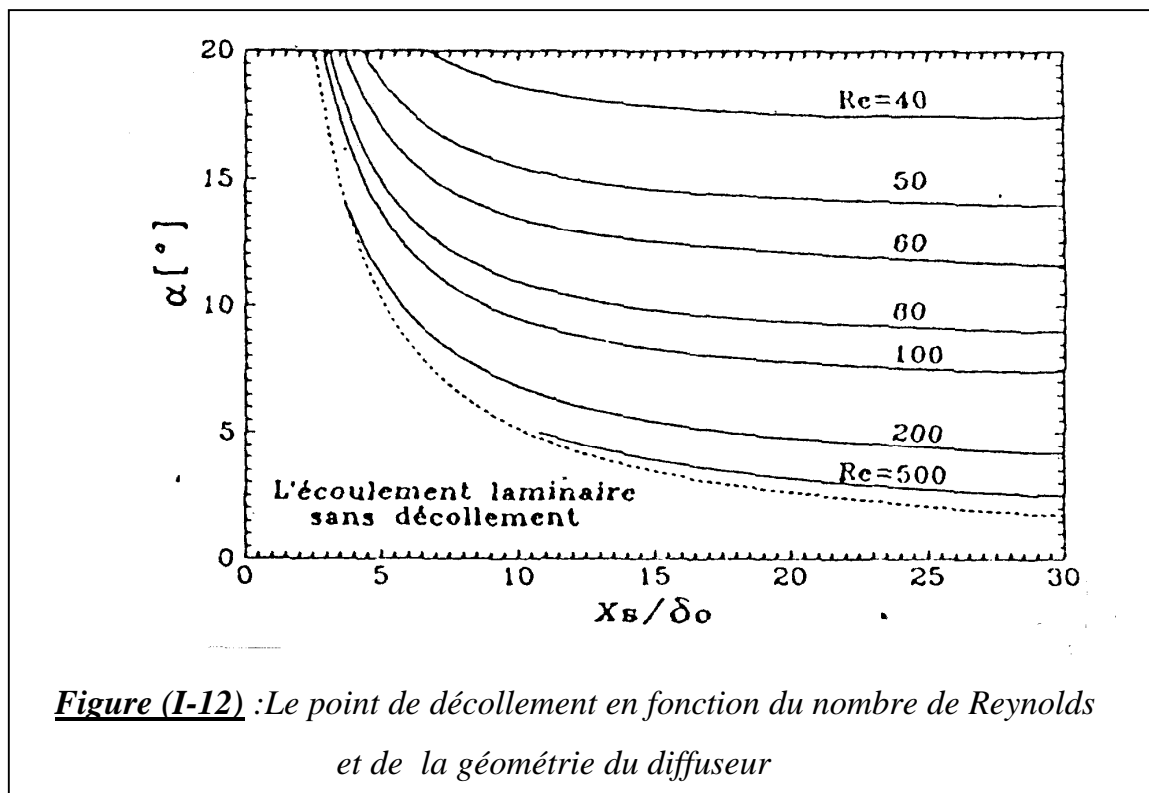
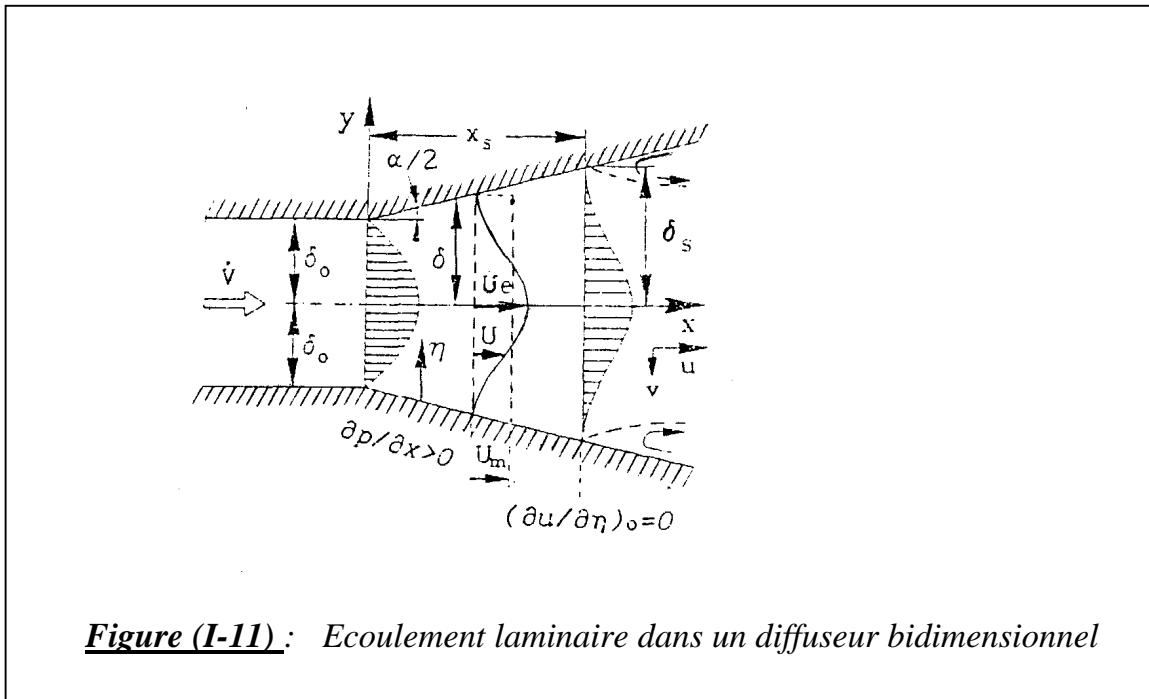


I-3-2- DETERMINATION DU POINT DE DECOLLEMENT D'UN ECOULEMENT VISQUEUX INCOMPRESSIBLE DANS LES DIFFUSEURS BIDIMENSIONNELS

Dans les diffuseurs en raison de la croissance de la section le long de l'écoulement, la pression augmente et la vitesse diminue. L'existence d'un gradient de pression positif permet de création des zones de retour de l'écoulement à partir d'une section donnée du diffuseur qui se définit comme une section pour laquelle la contrainte visqueuse sur la paroi est nulle (figure (I-11)).

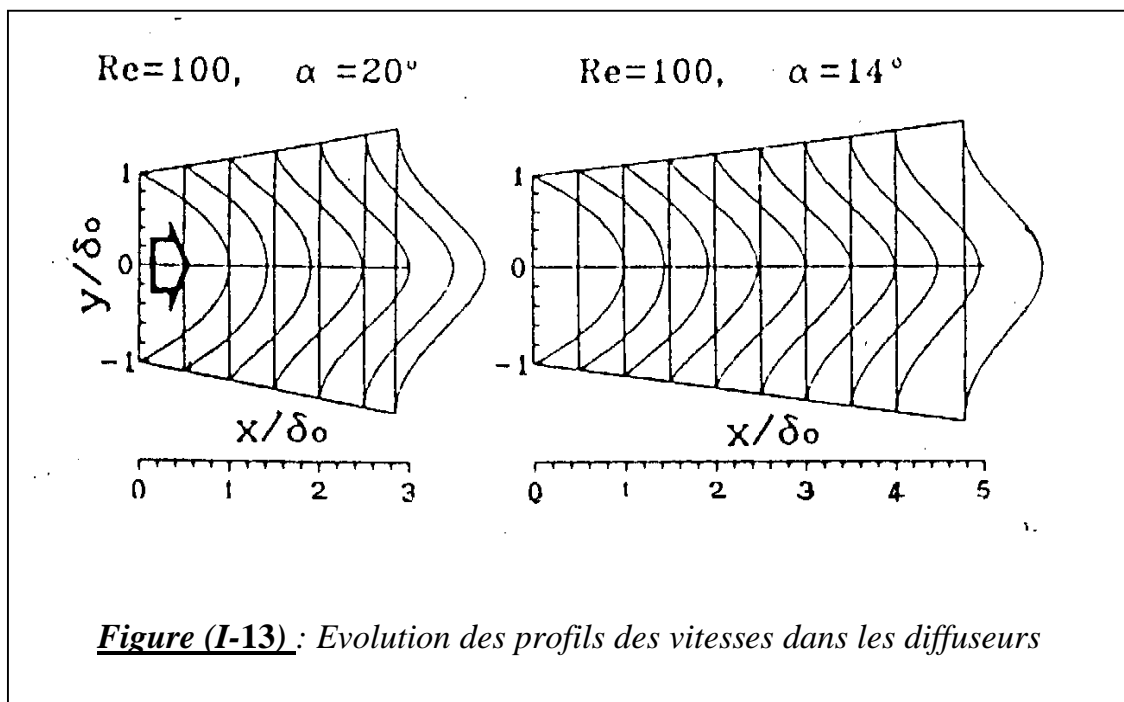
La détermination du point de décollement a une grande importance parce qu'un écoulement de retour y prend naissance (début d'apparition de zone de recirculation).

Plusieurs articles sont consacrés à la détermination du point de décollement d'un écoulement dans un diffuseur, des abaques sont tracés en fonction du Reynolds et de la géométrie du diffuseur voir figure (I-12) [1].



Le profil de vitesse entrant se transforme relativement vite en un profil de

vitesse de décollement de l'écoulement et se développe sur une longueur non négligeable du diffuseur voir figure (I-13) [1]



I- 4- PERTES DE CHARGE

Lors de l'écoulement d'un fluide dans une conduite, les pertes de charge régulières correspondent à une dissipation d'énergie sous forme de chaleur lorsque le régime est établi, c'est à dire lorsque le profil de vitesse dans la veine fluide reste inchangé le long de la conduite. Par opposition, les pertes de charge singulières apparaissent lors de la traversée de composants qui modifie le profil de vitesse (en grandeur et/ou en direction) dans la veine fluide tel que les coudes, les raccords, les élargissements ou des contractions soudaines,... et donc va engendrer une modification de pression dynamique.

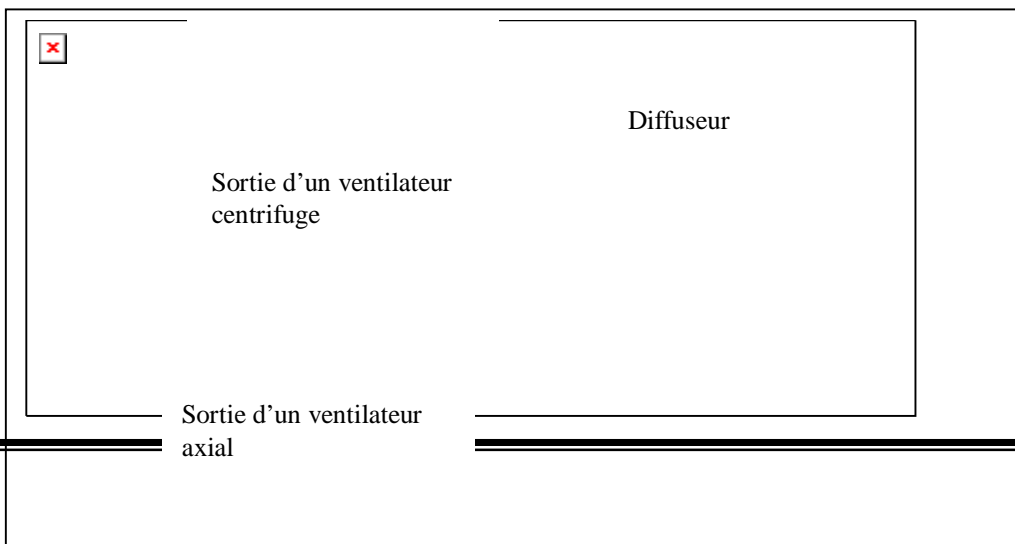


Figure (I-14) : Modification des profils de vitesse dans les singularités

Les pertes de charges sont exprimées sous la forme suivante :

$$e_s = k \frac{v_m^2}{2} \quad \text{ou encore} \quad h_s = k \frac{v_m^2}{2g}$$

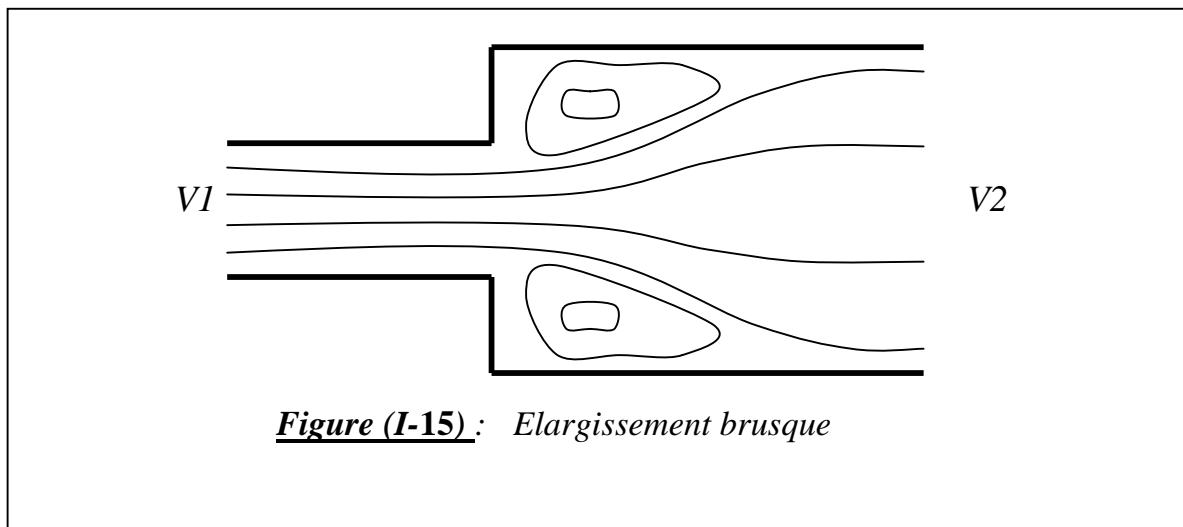
e_s exprime l'énergie par unité de masse

h_s exprime l'énergie par unité de poids

Par convention, la vitesse v_m est la vitesse moyenne calculée sur la section du conduit, en amont de la singularité.

Le coefficient k est obtenu pour chaque type d'élément par mesure directe ou à l'aide de modélisation simple.

I-4-1- ELARGISSEMENT BRUSQUE

**Figure (I-15) :** Elargissement brusque

Un élargissement brusque est représenté sur la figure (I-15), une théorie élémentaire est basée sur un bilan de quantité de mouvement permet d'obtenir l'expression suivante pour la perte de charge.

$$e_s = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{v_1^2}{2}$$

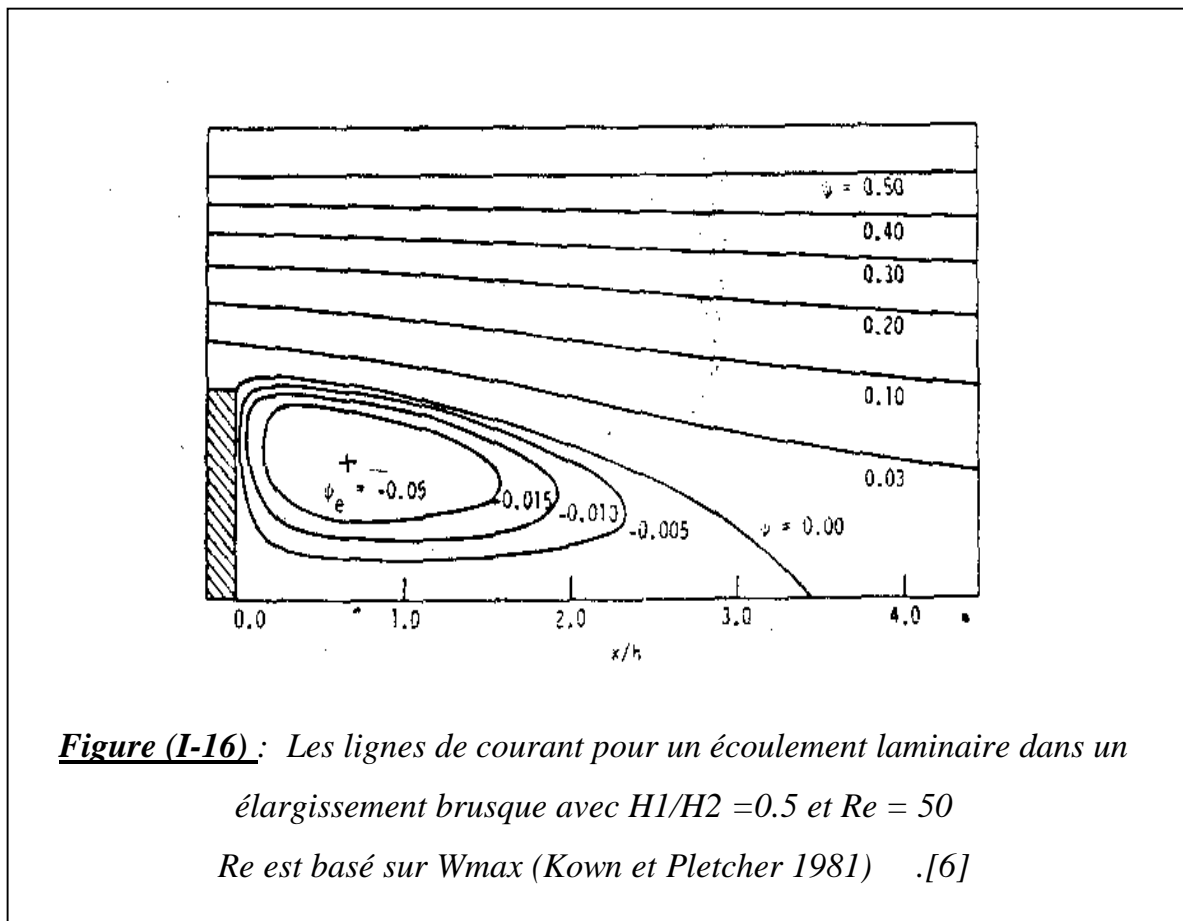
le coefficient de perte de charge théorique est ici :

$$k = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

Lorsque $A_2 = \infty$ c'est-à-dire lorsqu'un conduit de section A_1 débouche dans un réservoir de très grande section, la perte de charge est :

$$e_s = \frac{v_1^2}{2}$$

Cette perte de charge correspond à la dissipation complète de l'énergie cinétique du fluide par les forces visqueuses



I-4-2- DIFFUSEURS :

Si l'élargissement est graduel, l'élément est appelé diffuseur et la perte de charge associée est généralement plus faible, elle peut se mettre sous la forme :

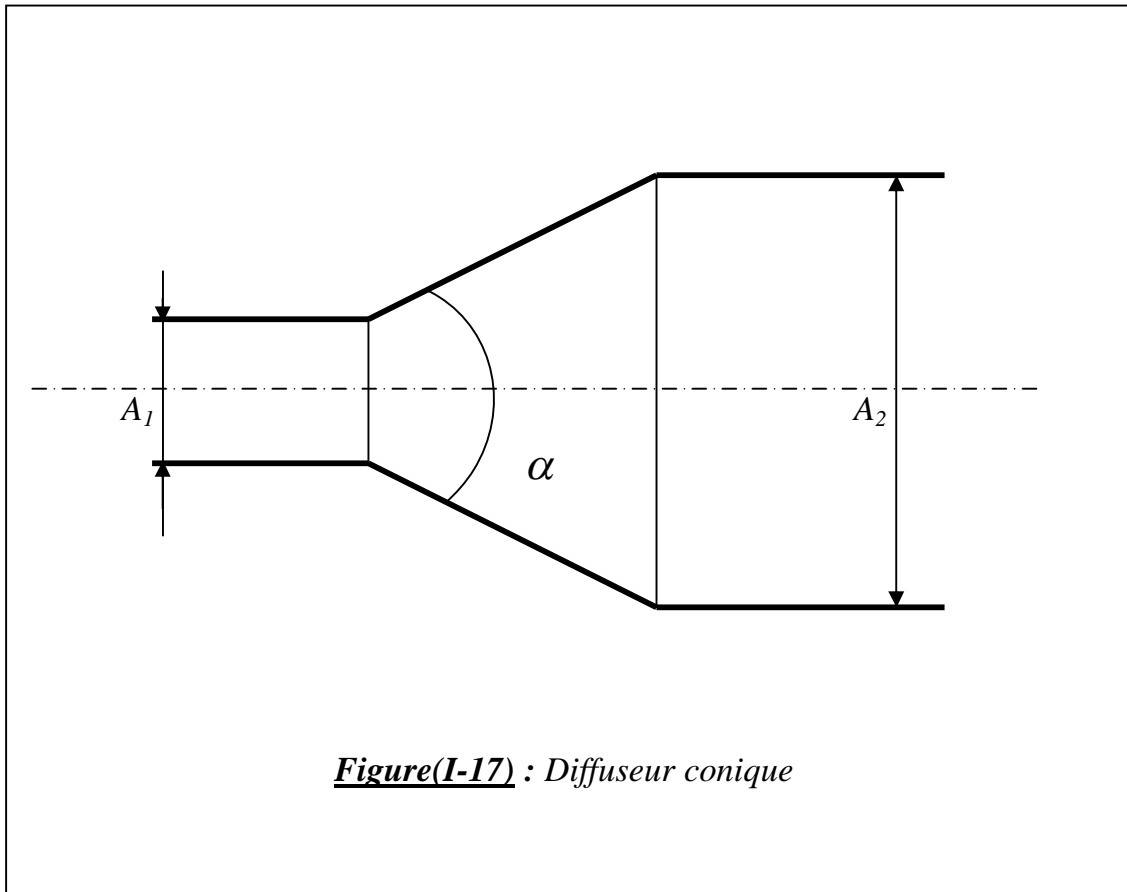
$$e_f + e_s = G \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{v_1^2}{2}$$

e_f perte de charge associée au frottement

le coefficient G dépend à la fois de l'angle α du diffuseur et du rapport A_1/A_2

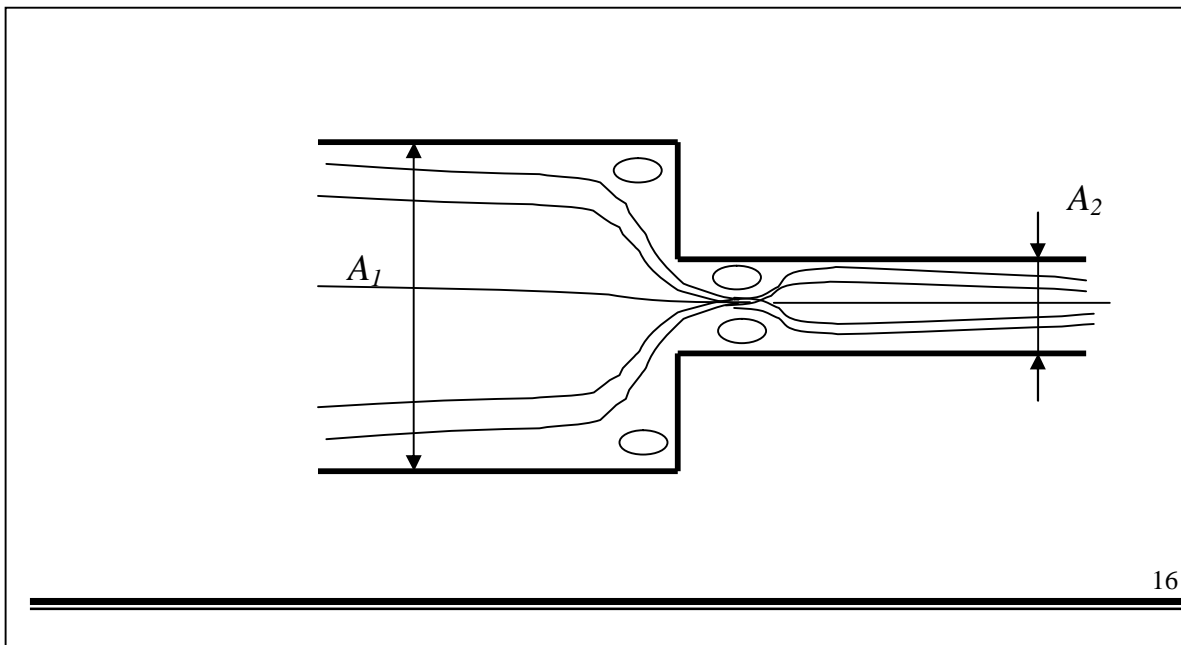
G est au voisinage de 0.15 pour des faibles valeurs de α de l'ordre de

ou inférieur à 7° [4]. Pour des angles α plus importants G augmente rapidement



I-4-3- RETRECISSEMENT BRUSQUE

Un rétrécissement brusque est représenté sur la figure (I-18).

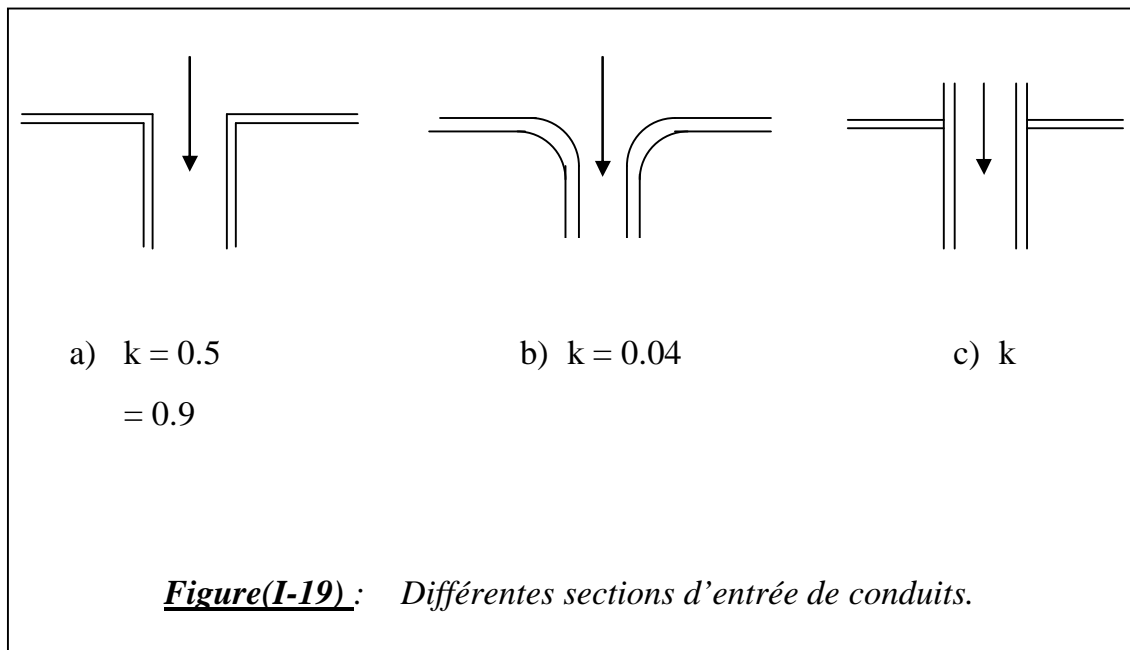


Figure(I-18) : Rétrécissement brusque

Les pertes de charge sont surtout associées dans ce cas à l'écoulement en aval de la contraction. Le coefficient k associé à ce type d'élément est donné ci-dessous pour quelques valeurs du rapport A_2/A_1

A_2/A_1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
k	0.37	0.35	0.32	0.27	0.22	0.17	0.10	0.06	0.02	0

Le perte de charge varie fortement avec la géométrie détaillée de la contraction. La figure (I-19) montre trois exemples de section d'entrée de conduites. Pour une section à bord franc $k \sim 0.5$, pour une section d'entrée profilée $k \sim 0.04$. Une section ré-entrante produit la perte de charge la plus importante et $k \sim 0.9$ dans ce cas



I-4-4- LES COUDES :

pour un coude à 90° , arrondis à section circulaire, carré ou rectangulaire à grand coté perpendiculaire au rayon de courbure

<input style="width: 15px; height: 15px; border: 1px solid black; margin-left: 5px; margin-top: 5px;" type="checkbox"/>	R/d	0,5	0,75	1	1,5	2
	k	1	0,45	0,30	0,20	0,20

pour un coude à 90°, arrondis à section rectangulaire à grand coté suivant le rayon de courbure

<input style="width: 15px; height: 15px; border: 1px solid black; margin-left: 5px; margin-top: 5px;" type="checkbox"/>	R/d	0,5	0,75	1	1,5	2
	k	1,5	0,7	0,45	0,3	0,3

pour un coude à 90°, brusque,

<input style="width: 15px; height: 15px; border: 1px solid black; margin-left: 5px; margin-top: 5px;" type="checkbox"/>	<input style="width: 15px; height: 15px; border: 1px solid black; margin-left: 5px; margin-top: 5px;" type="checkbox"/>
avec arrondi extérieur k = 1	sans arrondi extérieur k = 1,5