

$f \clubsuit f \clubsuit f \clubsuit$

**III- RESOLUTION
DES EQUATIONS
DE CONSERVATION**

 $f \clubsuit f \clubsuit f \clubsuit$

CHAPITRE III RESOLUTION DES EQUATIONS DE CONSERVATION

III- 1- METHODE DE RESOLUTION (Méthode des volumes finis)

III-1-1- Définition : La méthode des volumes finis est une méthode qui est basée sur une approche par les volumes de contrôle et sur la formulation d'une équation qui comprend les termes suivants :

- terme instationnaire
- terme convectif
- terme diffusion
- terme source

III-1-2/ Forme générale des équations gouvernant le mouvement

Toutes les équations de transport résolues par la méthode des volumes finis peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho r \phi)}_I + \underbrace{div(\rho r U \phi)}_II = \underbrace{div(r \Gamma grad \phi)}_III + \underbrace{r S}_IV \quad (III-1)$$

$r = 1$ pour les équations en coordonnées cartésiennes

ϕ : est une variable dépendante ($\phi = U, V, \dots$)

Γ : coefficient de diffusion.

I : terme instationnaire.

II : terme convectif.

III : terme diffusion

IV : terme source

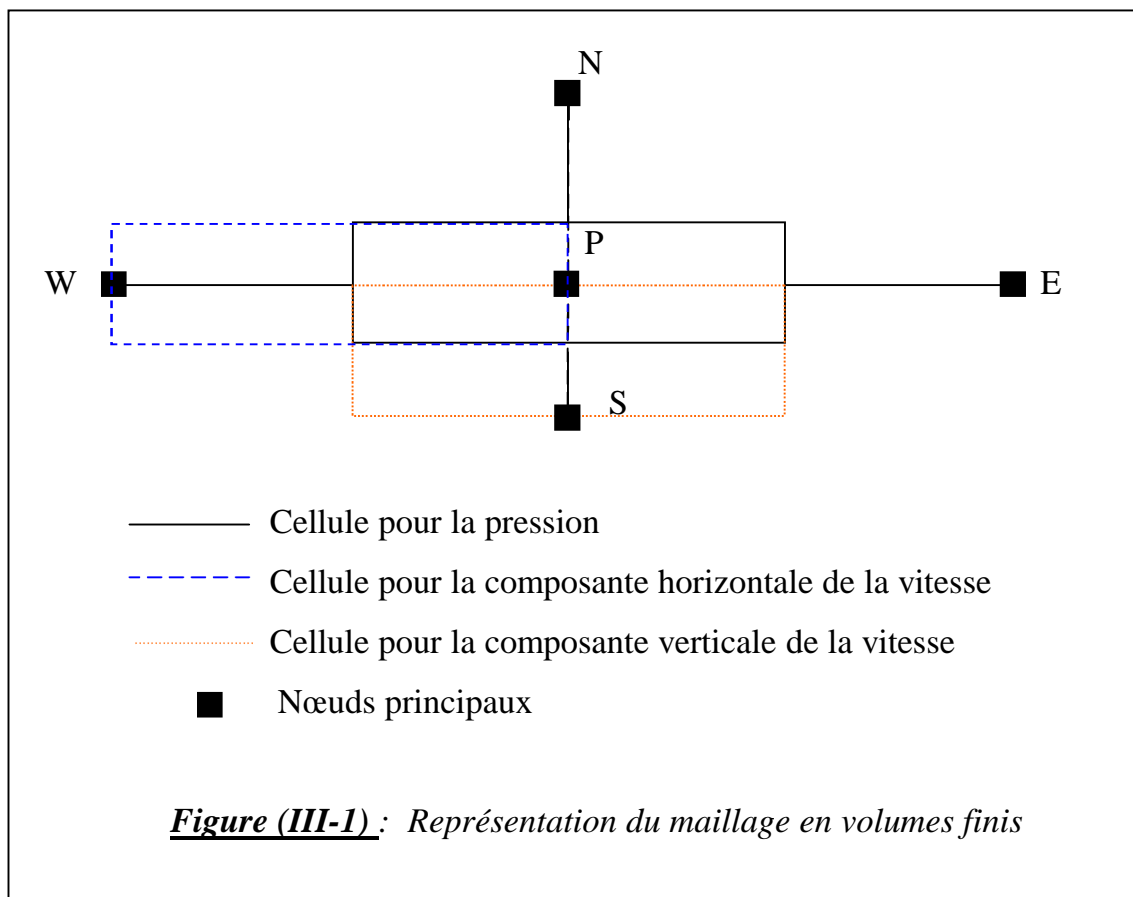
L'équation de continuité s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} (\rho \phi) = 0 \quad (\text{III -2})$$

III-1-3/ Méthode de discrétisation

a) Maillage et volume de contrôle :

Pour le calcul numérique, le domaine d'étude est divisé en un certain nombre de volumes élémentaires, appelés volumes de contrôle, entourant un nœud relatif aux différents paramètres à calculer.



b) Discrétisation des équations de conservation :

L'équation discrétisée est une relation algébrique qui lie les valeurs de la variable dépendante à chaque nœud, elle est obtenue par l'intégration de l'équation différentielle gouvernant le mouvement.

Considérons une équation de conservation à un régime stationnaire

$$\text{div}(\rho U \phi) = \text{div}(\Gamma \text{grad} \phi) + S \quad (\text{III -3})$$

$$\text{posons : } J = \rho U \phi - \Gamma \text{grad} \phi \quad (\text{III -4})$$

alors :

$$\text{div}(\mathbf{J}) = \mathbf{S} \quad (\text{III -5})$$

L'intégration de cette équation sur un volume de contrôle donne :

$$J_w A_w - J_e A_e + J_s A_s - J_n A_n + \bar{S} \Delta V = 0 \quad (\text{III -6})$$

\bar{S} : moyenne des termes source

A : coefficient Relatif aux flux

J : flux approprié au volume de contrôle

c/ Les règles principales de la méthode :

La Méthode des volumes finis est basée sur quatre règles :

Règle 1 : Consistance des faces du volume de contrôle. Lorsqu'on considère une face commune à deux volumes de contrôle, le flux traversant celle ci doit être représenté par la même expression dans l'équation de discrétisation.

Règle 2 : Positivité des coefficients.

Règle 3 : Lorsque le terme source est linéaire sous la forme

$$S = \lambda + S_p \phi_p \quad (\text{III-7})$$

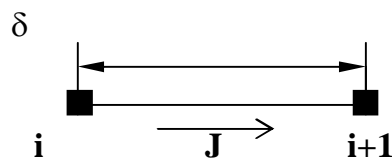
S_p doit être toujours inférieur ou égale à zéro

Règle 4 : lorsque l'équation de continuité est satisfaite, le coefficient central doit être égal à la somme des coefficients voisins

$$A_p = \sum A_{nb} . \quad (\text{III -8})$$

d- Les différents schémas de discretisation :

Considérons deux nœuds voisins $i, i+1$ séparés par la distance « δ »



Nous intéressons aux flux total à l'interface entre $i, i+1$

En utilisant l'équation (III -4) on peut écrire :

$$J^* = \frac{J \cdot \delta}{\Gamma} = Pe \cdot \phi - \frac{d\phi}{d\left(\frac{x}{\delta}\right)} \quad (\text{III -9})$$

$$Pe : \text{représente le nombre de Peclet tel que : } Pe = \frac{\rho \cdot U \cdot \delta}{\Gamma} \quad (\text{III -10})$$

On peut définir deux paramètres dimensionnels γ et β telle que :

$$\gamma = f(Pe) \text{ et } \beta = f(Pe)$$

$$\text{Alors : } J^* = Pe [\gamma \cdot \phi_i + (1-\gamma)\phi_{i+1}] - \beta \cdot (\phi_{i+1} - \phi_i) \quad (\text{III -11})$$

Aussi :

$$J^* = B \cdot \phi_i - A \phi_{i+1} \quad (\text{III -12})$$

avec : A et B sont des coefficients dimensionnels, tels que A est associé au nœud $i+1$ et B est associé au nœud i

Les propriétés de A et B :

1- Si $\phi_i = \phi_{i+1}$, le terme de diffusion est nul alors : $J = \rho \cdot U \cdot \phi_i$

Sous cette condition on peut écrire :

$$J^* = Pe \cdot \phi_i = Pe \cdot \phi_{i+1} \quad (\text{III -13})$$

A partir du (III-12) on tire la relation :

$$B = A + Pe$$

2- A et B ont une symétrie entre eux :

$$\begin{aligned} A(-Pe) &= B(Pe) \\ B(-Pe) &= A(Pe) \end{aligned} \quad (\text{III -14})$$

Pour les valeurs négatives de Pe

$$A(Pe) = B(Pe)$$

$$\begin{aligned} A(Pe) &= A(-Pe) - Pe \\ &= A[|Pe|] - Pe \end{aligned}$$

Pour les valeurs négatives et positives de P :

$$A(Pe) = A[|Pe|] + \|-Pe, 0\| \text{ et } B(Pe) = A[|Pe|] + \|Pe, 0\| \quad (\text{III -15})$$

$\|a, b\|$ indique la valeur maximale entre a et b

La combinaison entre (III-12) et (III-14) donne :

$$\begin{aligned}
 J^* - Pe \cdot \phi_i &= A(\phi_i - \phi_{i+1}) \\
 J^* - Pe \cdot \phi_{+1} &= A(\phi_i - \phi_{i+1}) \\
 a_p \phi_p &= a_e \phi_e + a_w \phi_w
 \end{aligned}
 \tag{III -16}$$

Si on définit par :

F: une grandeur caractérisant la convection $F = \rho \cdot U$

D : une grandeur caractérisant la diffusion, $D = \frac{\Gamma}{\delta_x}$

Alors :

$$\begin{aligned}
 a_e &= D_e A \left[|Pe_e| \right]_+ \left\| -F_e, 0 \right\| \\
 a_w &= D_w A \left[|Pe_w| \right]_+ \left\| -F_w, 0 \right\| \\
 a_p &= a_e + a_w
 \end{aligned}
 \tag{III -17}$$

Les différents schémas de calcul peuvent être obtenus en donnant un choix à la fonction $A[|Pe|]$, qui seront résumés dans ce tableau :

Schéma	Formule de $A[Pe]$
Différence centrée	$1 - 0.5 Pe $
Upwind	1
Hybride	$\left\ 0, 1 - 0.5 Pe \right\ $
Loi de puissance	$\left\ 0, (1 - 0.5 Pe)^5 \right\ $
Exponentiel	$ Pe (\text{Exp} (Pe) - 1)$

III-2- APPLICATION DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS :

III-2-1- Maillage et volume de contrôle :

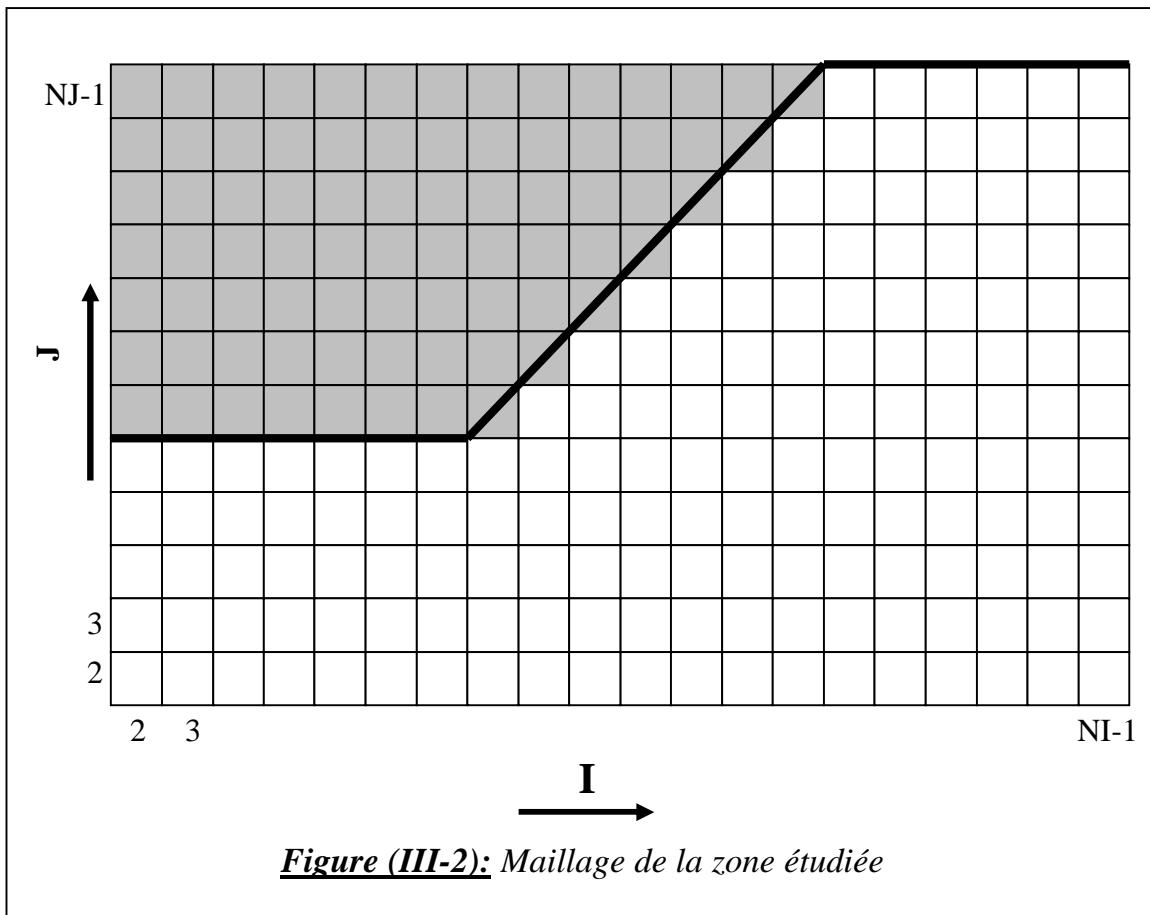
Le domaine d'étude est devisé en un certain nombre de nœuds entourés par des volumes de contrôle pour chaque variable (U, W , P) voir figure (III-2)

Les équations de quantité de mouvement sous forme différentielle s'écrivent :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial r}(\rho r U \phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho r W \phi)}_{\text{convection}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)}_{\text{conduction}} + \underbrace{r S_\phi}_{\text{source}} \tag{III -18}$$

$$\Phi = U, W \text{ et } \Gamma = \mu$$

Pour les équations en coordonnées cartésiennes ($r = 1$)



III-2-2- Discrétisation de l'équation de mouvement

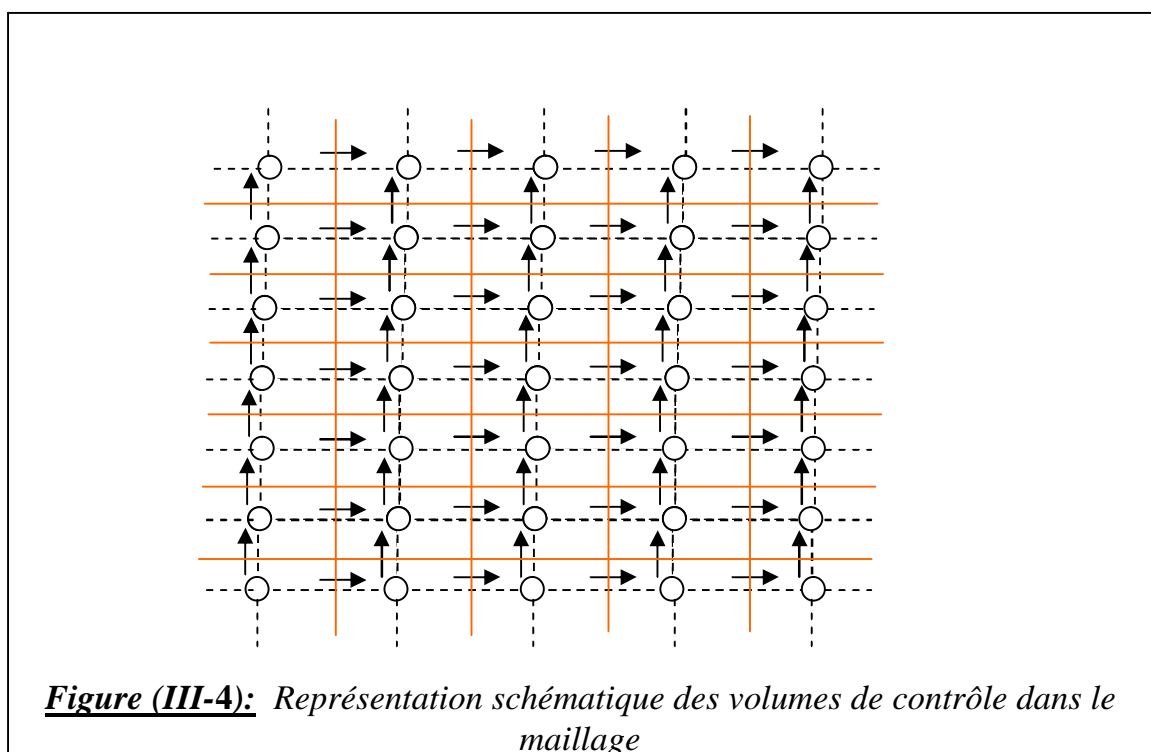
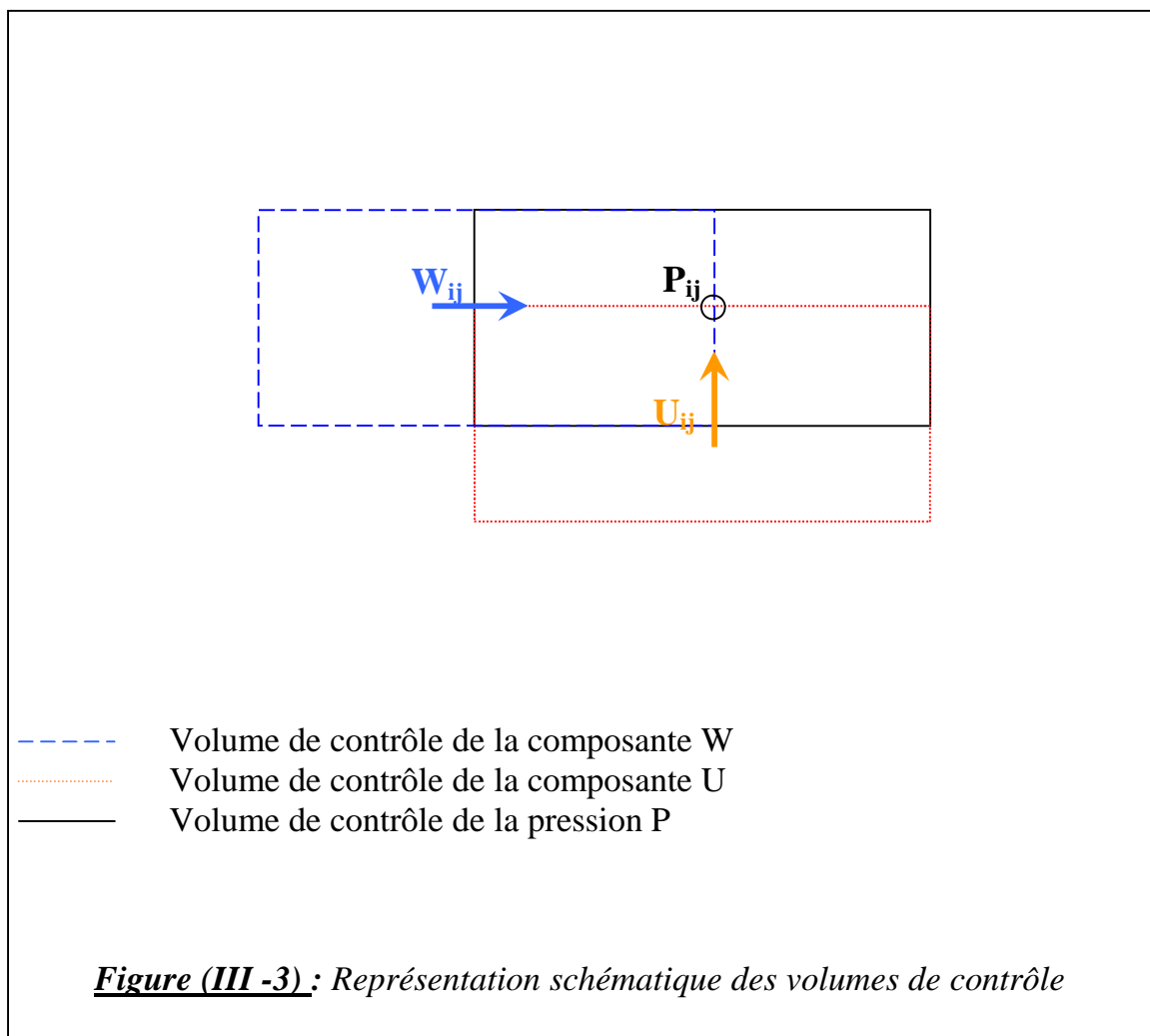
a / Discrétisation de l'équation de transport de la vitesse radiale U

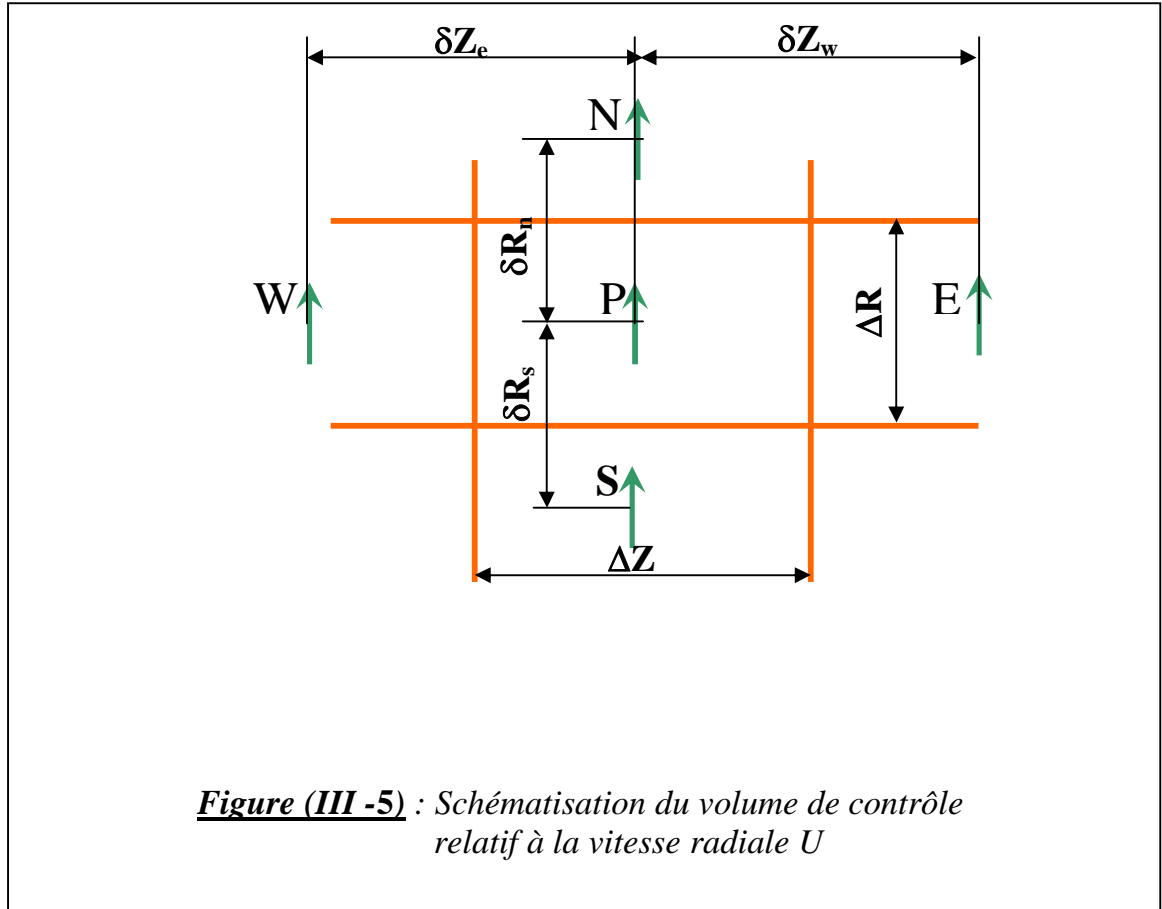
L'équation de transport de U sous forme différentielle s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial R}(\rho.r.U.U) + \frac{\partial}{\partial Z}(\rho.r.W.U) = \frac{\partial}{\partial R}\left(r\mu \frac{\partial U}{\partial R}\right) + \frac{\partial}{\partial Z}\left(r.\mu \frac{\partial U}{\partial Z}\right) + rS_U \tag{III -19}$$

Avec :

$$S_U = -\frac{\partial P}{\partial R} - \mu \frac{U}{r^2} \tag{III -20}$$





L'intégration de l'équation de transport de U sur le volume de contrôle relatif à la vitesse radiale U donne :

$$\iint \frac{\partial}{\partial R} (\rho \cdot r \cdot U \cdot U) dR dZ + \iint \frac{\partial}{\partial Z} (\rho \cdot r \cdot W \cdot U) dR dZ = \iint \frac{\partial}{\partial R} \left(r \mu \frac{\partial U}{\partial R} \right) dR dZ + \iint \frac{\partial}{\partial Z} \left(r \mu \frac{\partial U}{\partial Z} \right) dR dZ + \iint r S_U dR dZ \quad (\text{III -21})$$

$$\begin{aligned} & [(r \cdot \rho \cdot U \cdot U)_n - (r \cdot \rho \cdot U \cdot U)_s] \Delta Z + [(r \cdot \rho \cdot W \cdot U)_e - (r \cdot \rho \cdot W \cdot U)_w] \Delta R = \\ & \left[\left(r \mu \frac{\partial U}{\partial R} \right)_n - \left(r \mu \frac{\partial U}{\partial R} \right)_s \right] \Delta Z + \left[\left(r \mu \frac{\partial U}{\partial Z} \right)_e - \left(r \mu \frac{\partial U}{\partial Z} \right)_w \right] \Delta R + \iint r S_U dR dZ \end{aligned} \quad (\text{III -22})$$

En utilisant les différences centrées :

$$(r \cdot \rho \cdot U \cdot U)_n = (r \cdot \rho \cdot U)_n \frac{U_P + U_N}{2}$$

$$(r.\rho.U.U)_s = (r.\rho.U)_s \frac{U_P + U_S}{2}$$

$$(r.\rho.U.W)_e = (r.\rho.W)_e \frac{U_P + U_E}{2}$$

$$(r.\rho.W.U)_w = (r.\rho.W)_w \frac{U_P + U_W}{2}$$

$$\left(r\mu \frac{\partial U}{\partial R} \right)_n = (r\mu)_n \left(\frac{U_N - U_P}{(\delta R)_n} \right)$$

$$\left(r\mu \frac{\partial U}{\partial R} \right)_s = (r\mu)_s \left(\frac{U_P - U_S}{(\delta R)_s} \right)$$

$$\left(r\mu \frac{\partial U}{\partial Z} \right)_e = (r\mu)_e \left(\frac{U_E - U_P}{(\delta Z)_e} \right)$$

$$\left(r\mu \frac{\partial U}{\partial Z} \right)_w = (r\mu)_w \left(\frac{U_P - U_W}{(\delta Z)_w} \right)$$

En remplaçant dans l'équation (III-22) on obtient :

$$\begin{aligned} & \left[(r.\rho.U)_n \frac{U_P + U_N}{2} - (r.\rho.U)_s \frac{U_P + U_S}{2} \right] \Delta Z + \\ & \left[(r.\rho.W)_e \frac{U_P + U_E}{2} - (r.\rho.W)_w \frac{U_P + U_W}{2} \right] \Delta R = \\ & \left[(r\mu)_n \frac{U_N - U_P}{(\delta R)_n} - (r\mu)_s \frac{U_P - U_S}{(\delta R)_s} \right] \Delta Z + \\ & \left[(r\mu)_e \frac{U_E - U_P}{(\delta Z)_e} - (r\mu)_w \frac{U_P - U_W}{(\delta Z)_w} \right] \Delta R + \iint r S_U dR dZ \end{aligned} \quad (\text{III -23})$$

On peut écrire aussi :

$$a_E = \left[\frac{(r\mu)_e}{(\delta Z)_e} - \frac{(\rho.r.W)_e}{2} \right] \Delta R$$

$$a_w = \left[\frac{(r\mu)_w}{(\delta Z)_w} + \frac{(\rho.r.W)_w}{2} \right] \Delta R$$

$$a_n = \left[\frac{(r\mu)_n}{(\delta R)_n} - \frac{(\rho.r.U)_n}{2} \right] \Delta Z \quad (\text{III -24})$$

$$a_s = \left[\frac{(r\mu)_s}{(\delta R)_s} + \frac{(\rho.r.U)_s}{2} \right] \Delta Z$$

$$b = \iint r S_U dR dZ \quad (\text{III -25})$$

Or

$$b = su + spU_p \quad (\text{III -26})$$

Et

$$a_p = a_E + a_w + a_n + a_s - sp \quad (\text{III -27})$$

en remplaçant (III-24) , (III-25) et (III-27) dans (III-23) on peut écrire :

$$a_p U_p = a_E U_E + a_w U_w + a_n U_n + a_s U_s + b \quad (\text{III-28})$$

En écrivant l'équation (III-28) pour le nœud (i, j)

$$a_p(i, j)U(i, j) = a_w(i, j)U(i-1, j) + a_e(i, j)U(i+1, j) + a_n(i, j)U(i, j+1) + a_s(i, j)U(i, j-1) + b(i, j) \quad (\text{III-29})$$

avec :

$$a_w(i, j) = \frac{1}{2} \rho \cdot \left(\frac{W(i, j) + W(i, j-1)}{2} \right) r_w(j) \Delta R(j) + \frac{\mu r_w(j) \cdot \Delta R(j)}{(\delta Z)_w(i)}$$

$$a_e(i, j) = -\frac{1}{2} \rho \cdot \left(\frac{W(i+1, j) + W(i+1, j-1)}{2} \right) r_e(j) \Delta R(j) + \frac{\mu r_e(j) \cdot \Delta R(j)}{(\delta Z)_e(i)}$$

$$a_n(i, j) = -\frac{1}{2} \rho \cdot \left(\frac{U(i, j) + U(i, j+1)}{2} \right) r_n(j) \Delta Z(i) + \frac{\mu r_n(j) \cdot \Delta Z(i)}{(\delta R)_n(j)}$$

$$a_s(i, j) = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{U(i, j) + U(i, j-1)}{2} \right) r_s(j) \Delta Z(i) + \frac{\mu r_s(j) \cdot \Delta Z(i)}{(\delta R)_s(j)}$$

$$a_c(i, j) = a_w(i, j) + a_e(i, j) + a_n(i, j) + a_s(i, j) - sp(i, j) \quad (\text{III -30})$$

Méthode de résolution de l'équation de transport de « U »

On considère l'équation :

$$a_p(i, j)U(i, j) = a_w(i, j)U(i-1, j) + a_e(i, j)U(i+1, j) + a_n(i, j)U(i, j+1) + a_s(i, j)U(i, j-1) + su(i, j)$$

Le calcul se fait colonne par colonne dans le maillage du champ considéré.

Cette équation appliquée au nœud (i, j) de la colonne i fait intervenir en plus des composantes des vitesses correspondantes à la colonne i les composantes des vitesses correspondantes aux colonnes i-1 et i+1, les composantes des vitesses correspondantes aux colonnes i-1 et i+1 termes : U(i-1, j) et U(i+1, j)

On suppose connues les valeurs de vitesse pour les colonnes i-1 et i+1, on calcul alors les valeurs correspondantes à la colonne i

Avec cette supposition l'équation devient pour le nœud (i, j)

$$-a_n(i, j)U(i, j+1) + a_p(i, j)U(i, j) - a_s(i, j)U(i, j-1) = a_w(i, j)U(i-1, j) + a_e(i, j)U(i+1, j) + su(i, j) \quad (\text{III -31})$$

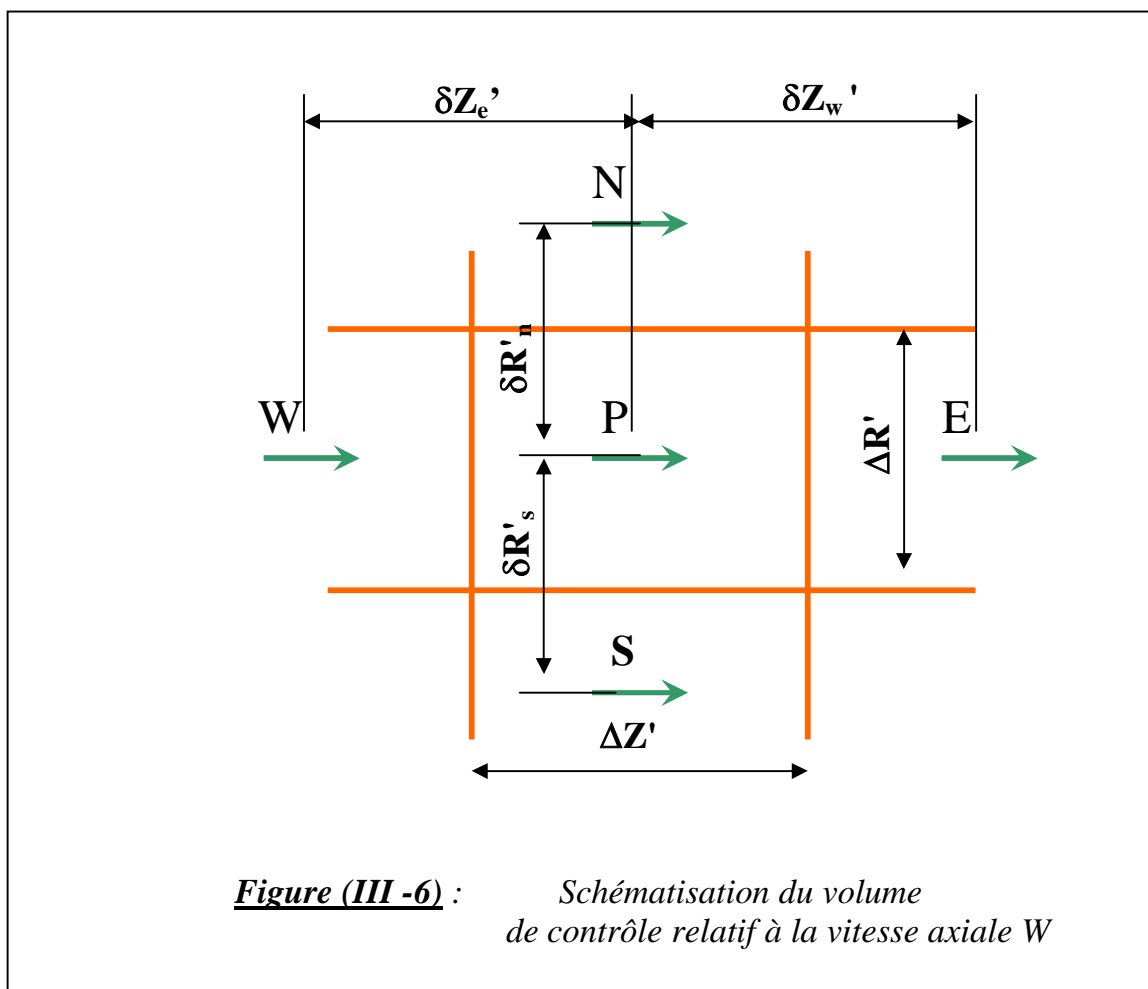
L'équation appliquée à tous les nœuds **j** de la colonne **i** donne un système d'équations dont les inconnues sont les composantes de la vitesse U relatives à la colonne **i**.

La matrice associée au système est tridiagonale de la forme :

$$\frac{\partial}{\partial R}(\rho.r.U.W) + \frac{\partial}{\partial Z}(\rho.r.W.W) = \frac{\partial}{\partial R}\left(r\mu \frac{\partial W}{\partial R}\right) + \frac{\partial}{\partial Z}\left(r\mu \frac{\partial W}{\partial Z}\right) + rS_w \quad (\text{III -33})$$

avec :

$$S_w = -\frac{\partial P}{\partial Z} \quad (\text{III -34})$$



De la même façon en intégrant l'équation de transport de la composante axiale de W on obtient :

$$b_P W_P = b_E W_E + b_W W_W + b_N W_N + b_S W_S + b' \quad (\text{III -35})$$

Avec :

$$b_E = \left[\frac{(r'\mu)_e}{(\delta Z')_e} - \frac{(\rho.r'.W)_e}{2} \right] \Delta R'$$

$$b_w = \left[\frac{(r'\mu)_w}{(\delta Z')_w} + \frac{(\rho.r'.W)_w}{2} \right] \Delta R' \quad (\text{III -36})$$

$$b_n = \left[\frac{(r'\mu)_n}{(\delta R'')_n} - \frac{(\rho.r'.U)_n}{2} \right] \Delta Z'$$

$$b_s = \left[\frac{(r'\mu)_s}{(\delta R')_s} + \frac{(\rho.r'.W)_s}{2} \right] \Delta Z'$$

$$b' = \iint r S_V dR dZ = s_w + s_p'$$

De la même manière, en écrivant l'équation pour le nœud (i, j)

$$b_p(i, j)W(i, j) = b_w(i, j)W(i-1, j) + b_e(i, j)W(i+1, j) + b_n(i, j)W(i, j+1) + b_s(i, j)W(i, j-1) + s_w(i, j) \quad (\text{III-37})$$

avec :

$$b_w(i, j) = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{W(i, j) + W(i-1, j)}{2} \right) r'_w(j) \Delta R'(j) + \frac{\mu.r'_w(j) \Delta R'(j)}{(\delta Z')_w(i)}$$

$$b_e(i, j) = -\frac{1}{2} \rho \left(\frac{W(i, j) + W(i+1, j)}{2} \right) r'_e(j) \Delta R'(j) + \frac{\mu.r'_e(j) \Delta R'(j)}{(\delta Z')_e(i)}$$

$$b_n(i, j) = -\frac{1}{2} \rho \left(\frac{U(i-1, j+1) + U(i, j+1)}{2} \right) r'_n(j) \Delta Z'(i) + \frac{\mu.r'_n(j) \Delta Z'(i)}{(\delta R')_n(i)}$$

$$b_s(i, j) = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{U(i, j) + U(i-1, j)}{2} \right) r'_s(j) \Delta Z'(i) + \frac{\mu.r'_s(j) \Delta Z'(i)}{(\delta R')_s(i)}$$

$$b_p(i, j) = b_w(i, j) + b_e(i, j) + b_n(i, j) + b_s(i, j) - s_p'(i, j)$$

Méthode de résolution de l'équation de transport de « W »

On considère l'équation :

$$b_p(i, j).W(i, j) = b_w(i, j).W(i-1, j) + b_e(i, j).W(i+1, j) + b_n(i, j).W(i, j+1) + b_s(i, j).W(i, j-1) + sw(i, j)$$

Le calcul se fait colonne par colonne dans le maillage du champ considéré.

Cette équation appliquée au nœud (i, j) de la colonne **i** fait intervenir en plus des composantes des vitesses correspondantes à la colonne **j** les composantes des vitesses correspondantes aux colonnes **i-1** et **i+1**, les composantes des vitesses correspondantes aux colonnes **i-1** et **i+1** (termes : $W(i+1, j)$ et $W(i-1, j)$)

On suppose connues les valeurs de vitesse pour les colonnes **i-1** et **i+1**, on calcul alors les valeurs correspondantes à la colonne **i**

Avec cette supposition l'équation devient pour le nœud (i, j)

$$-b_n(i, j).W(i, j+1) + b_p(i, j).W(i, j) - b_s(i, j).W(i, j-1) = b_w(i, j).W(i-1, j) + b_e(i, j).W(i+1, j) + sw(i, j) \quad (\text{III -38})$$

L'équation appliquée à tous les nœuds de la colonne **i** donne un système d'équations dont les inconnues sont les composantes de la vitesse **W** relatives à la colonne **i**.

La matrice associée au système est aussi tridiagonale de la forme :

Les champs de vitesses exactes sont « U » et « W » avec :

$$U = U_p + U^* \text{ et } W = W_p + W^*$$

U_p : étant les corrections des vitesses « U »

W_p : étant les corrections des vitesses « W »

L'équation de continuité avec les champs de vitesses exactes est :

$$\begin{aligned} & \rho.U(i, j+1).r'_n(j).\Delta Z(i) - \rho.U(i, j).r'_s(j).\Delta Z(i) + \\ & \rho.W(i+1, j).r'_e(j).\Delta R'(j) - \rho.W(i, j).r'_w(j).\Delta R'(j) = 0 \end{aligned} \quad (\text{III-41})$$

En faisant soustraire les deux équations, on obtient une équation liant les corrections de vitesse telle que :

$$\begin{aligned} & \rho.U_p(i, j+1).r'_n(j).\Delta Z(i) - \rho.U_p(i, j).r'_s(j).\Delta Z(i) + \\ & \rho.W_p(i+1, j).r'_e(j).\Delta R'(j) - \rho.W_p(i, j).r'_w(j).\Delta R'(j) = -smp(i, j) \end{aligned} \quad (\text{III-42})$$

Relation entre les corrections de vitesse et les corrections de pression :

On a l'équation :

$$\begin{aligned} a_p(i, j).U(i, j) = & a_w(i, j).U(i-1, j) + a_e(i, j).U(i+1, j) + a_n(i, j).U(i, j+1) + \\ & a_s(i, j).U(i, j-1) + su(i, j) \end{aligned}$$

En négligeant certains termes on obtient :

$$U_p(i, j) = (prp(i, j-1) - prp(i, j)). \frac{(r'_n(j)\Delta Z(i) + r'_s(j)\Delta Z(i))}{2.a_p(i, j)}$$

Et de même :

$$W_p(i, j) = (prp(i-1, j) - prp(i, j)). \frac{r'_e(j)\Delta R'(j)}{b_p(i, j)}$$

$$U_p(i, j+1) = (prp(i, j) - prp(i, j+1)). \frac{(r'_n(j+1)\Delta Z(i) + r'_s(j+1)\Delta Z(i))}{2.a_p(i, j+1)}$$

$$W_p(i+1, j) = (prp(i, j) - prp(i+1, j)). \frac{r'_e(j)\Delta R'(j)}{b_p(i+1, j)}$$

prp étant les corrections de pression

Equation des corrections de pression :

En remplaçant les équations précédentes dans l'équation liant les corrections des vitesses on obtient les équations des corrections de pression sous la forme :

$$p_c(i, j) \cdot prp(i, j) = p_w(i, j) \cdot prp(i-1, j) + p_e(i, j) \cdot prp(i+1, j) + p_n(i, j) \cdot prp(i, j+1) + p_s(i, j) \cdot prp(i, j-1) - smp(i, j) \quad (\text{III-43})$$

Avec :

$$p_e = \frac{\rho \cdot r'_e(j) \cdot \Delta R'(j) \cdot r'_w(j) \cdot \Delta R'(j)}{b_p(i+1, j)}$$

$$p_w = \frac{\rho \cdot r'_e(j) \cdot \Delta R'(j) \cdot r'_w(j) \cdot \Delta R'(j)}{b_p(i, j)}$$

$$p_n = \frac{\rho \cdot r_n(j+1) \cdot \Delta Z(i) \cdot (r_s(j) \Delta Z(i) + r_n(j+1) \Delta Z(i))}{2 \cdot a_p(i, j+1)}$$

$$p_s = \frac{\rho \cdot r_s(j) \cdot \Delta Z(i) \cdot (r_s(j) \Delta Z(i) + r_n(j+1) \Delta Z(i))}{2 \cdot a_p(i, j)}$$

$$p_c(i, j) = p_e(i, j) + p_w(i, j) + p_n(i, j) + p_s(i, j) \quad (\text{III-44})$$

L'équation appliquée à tous les nœuds (i, j) de la colonne i donne un système d'équations dont les inconnues sont les composantes de la pression « *prp* », la matrice associée au système est encore tridiagonale et elle est de la forme :

$$\begin{bmatrix} p_c(i,3) & -p_N(i,3) & & & & & & \\ -p_s(i,4) & p_c(i,4) & -p_N(i,4) & & & & & \\ & & & 0 & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & 0 & -p_s(i,nj-2) & p_c(i,nj-2) & -p_N(i,nj-2) & & \\ & & & & -p_w(i,nj-1) & p_c(i,nj-1) & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} prp(i,3) \\ prp(i,4) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ prp(i,nj-2) \\ prp(i,nj-1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} p_s(i,3).prp(i,2) + p_e(i,3).prp(i+1,3) + p_w(i,3).prp(i-1,3) - smrp(i,3) \\ p_e(i,4).prp(i+1,4) + p_w(i,4).prp(i-1,4) - smrp(i,4) \\ \\ \\ \\ p_n(i,nj-1).prp(i,nj) + p_e(i,nj-1).prp(i+1,nj-1) + \\ p_w(i,nj-1).prp(i-1,nj-1) - smrp(i,nj-1) \end{bmatrix} \quad (\text{III-45})$$

III-2-4- L'ALGORITHME SIMPLE

Le procédé qui a été développé pour le calcul des écoulements est nommé « SIMPLE », il a été décrit par Patankar et Spalding (1972).

Ordre des opérations

Les opérations importantes, dans l'ordre de leur exécution, sont:

- 1- Donner un champ initial de pression \mathbf{P}^*
- 2 - Résoudre les équations du mouvement pour obtenir $\mathbf{U}^*, \mathbf{W}^*$
- 3 - Résoudre l'équation de corrections de pression \mathbf{prp} .

4 – Calculez la pression \mathbf{P} en ajoutant \mathbf{prp} à \mathbf{P}^* ($\mathbf{P} = \mathbf{prp} + \mathbf{P}^*$)

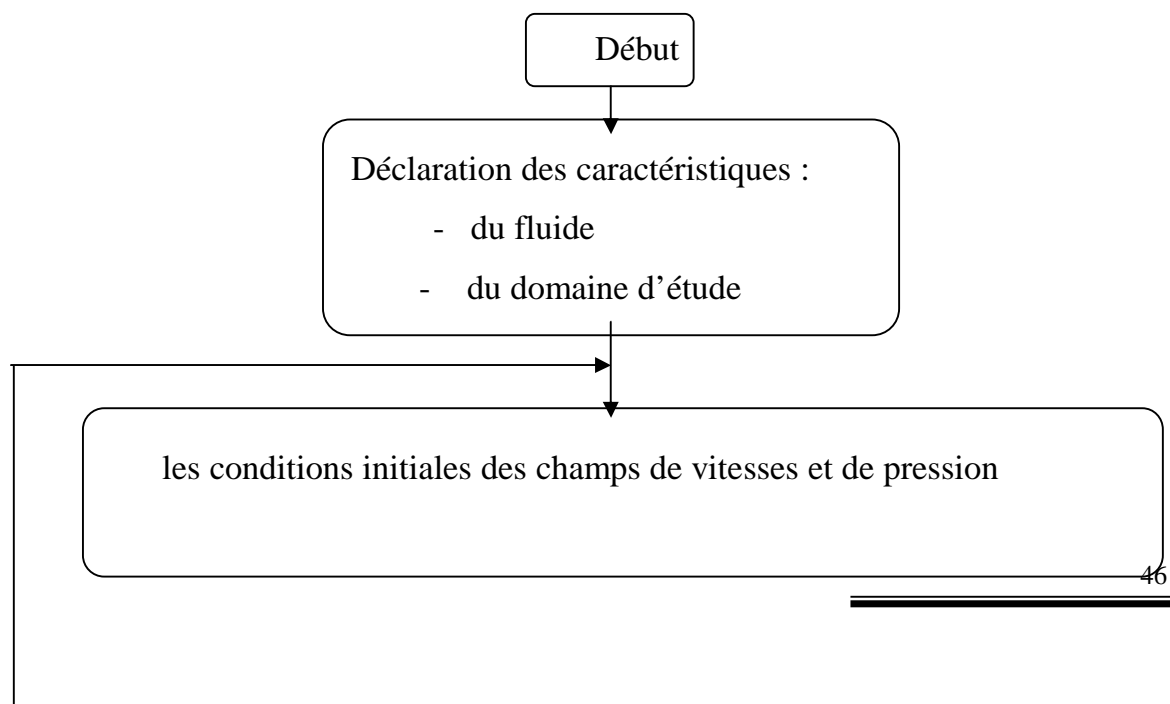
5 - Calculez \mathbf{U} , \mathbf{W} de leurs valeurs initiales en utilisant les formules des corrections

de vitesses.

6- Prendre la pression corrigée \mathbf{P} comme nouvelle pression devinée, et retour à

l'étape 2, répéter le procédé entier jusqu'à ce qu'une solution convergée soit obtenue.

III-2-5- ORGANIGRAMME GENERAL DE CALCUL



les conditions aux limites des champs de vitesses et de pression

Résolution de l'équation de mouvement dans la direction axiale

- Calculer les coefficient a_e a_w a_n a_s a_c
- Appel au sousroutine de résolution des systèmes tri-diagonales TDMA
on obtient un champ W^*

Résolution de l'équation de mouvement dans la direction radiale

- Calculer les coefficient b_e b_w b_n b_s b_c
- Appel au sousroutine de résolution des systèmes tri-diagonales TDMA
on obtient un champ U^*

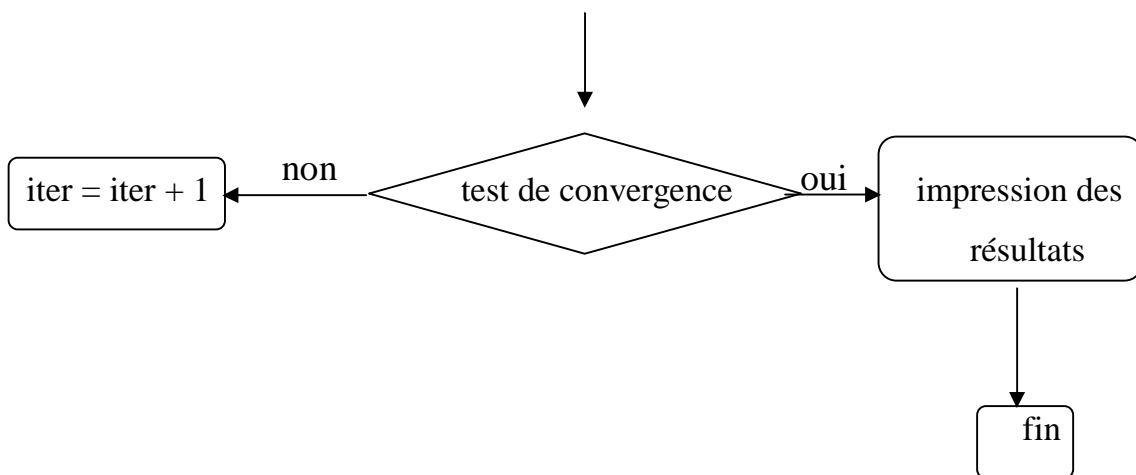
Calcul des résidus massiques pour chaque volume de contrôle

Résolution de l'équation des corrections de pression

Obtenir un champs de corrections de pression

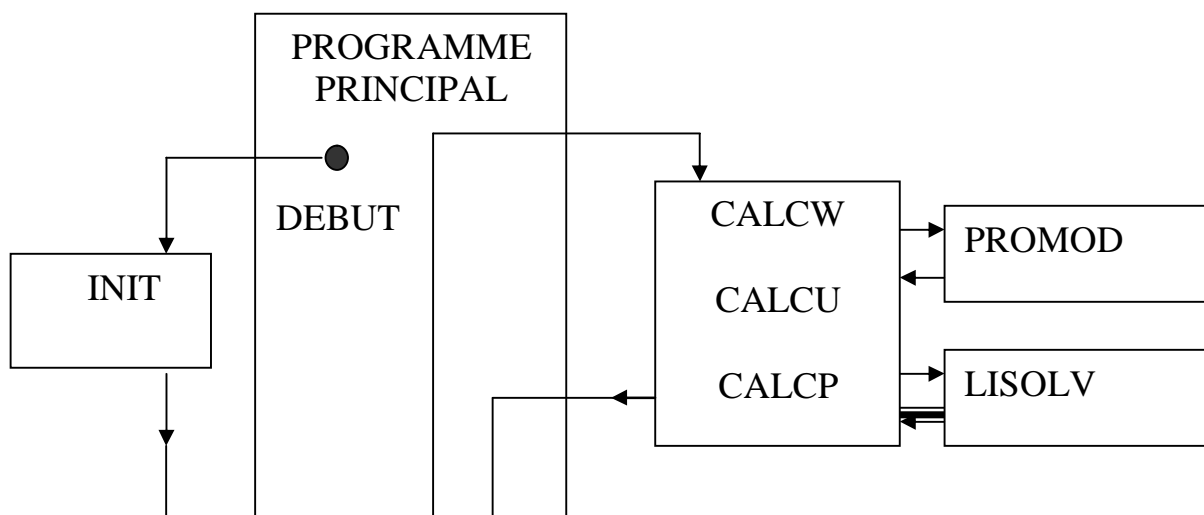
Correction des différents champs

- correction de la pression
- correction de la vitesse W
- correction de la vitesse U



III-2-6- STRUCTURE DU PROGRAMME ET SES SOUBROUTINES

PRINCIALES:



INIT : Détermine les paramètres géométriques intervenant dans le calcul pour chaque nœud du maillage.

CALCW : Calcule les coefficients de l'équation de quantité de mouvement en W
Ainsi que le terme source.

CALCU : Calcule les coefficients de l'équation de quantité de mouvement en U.

CALCP : Calcule les coefficients de l'équation des corrections de pression.

PROMOD : Donne les conditions aux limites pour les vitesses et les corrections de Pression.

LISOLV : Résoudre les systèmes tridiagonales **TDMA**.

PTINT : S'occupe de l'impression des résultats dans un fichier.