

## ANNEXE

### I. Structure du Programme :

Ce programme d'analyse non linéaire par éléments finis comprend les blocs fonctionnels nécessaires à l'analyse élastique et élasto-plastique à savoir le bloc des données, le bloc de formulation des rigidités élémentaires, le bloc d'assemblage et de résolution du système global et enfin le bloc des résultats, figure (a).

Pour pouvoir traiter le problème non linéaire d'une façon incrémentale et contrôler la convergence, des blocs complémentaires ( ou des boucles ) sont inclus dans le programme et qui sont :<sup>[HIN80]</sup>

- Un bloc incrémental sur le chargement : l'analyse élasto-plastique non linéaire est procédée d'une manière incrémentale, alors ce bloc contrôle l'incrémentation des charges appliquées.
- Un bloc itératif qui permet de contrôler le nombre d'itérations jusqu'à la convergence de la solution.

Notez que le programme utilise une très bonne bibliothèque d'éléments de la plaque en flexion :

- L'élément de Lagrange à neuf nœuds Q9.
- L'élément de Serendip à huit nœuds Q8.
- L'élément Hétérosis à neuf nœuds HT9.
- L'élément à quatre nœuds Q4.
- L'élément à quatre nœuds avec cisaillement transversal constant par côté Q4 $\gamma$ <sup>[BAT90b]</sup>.

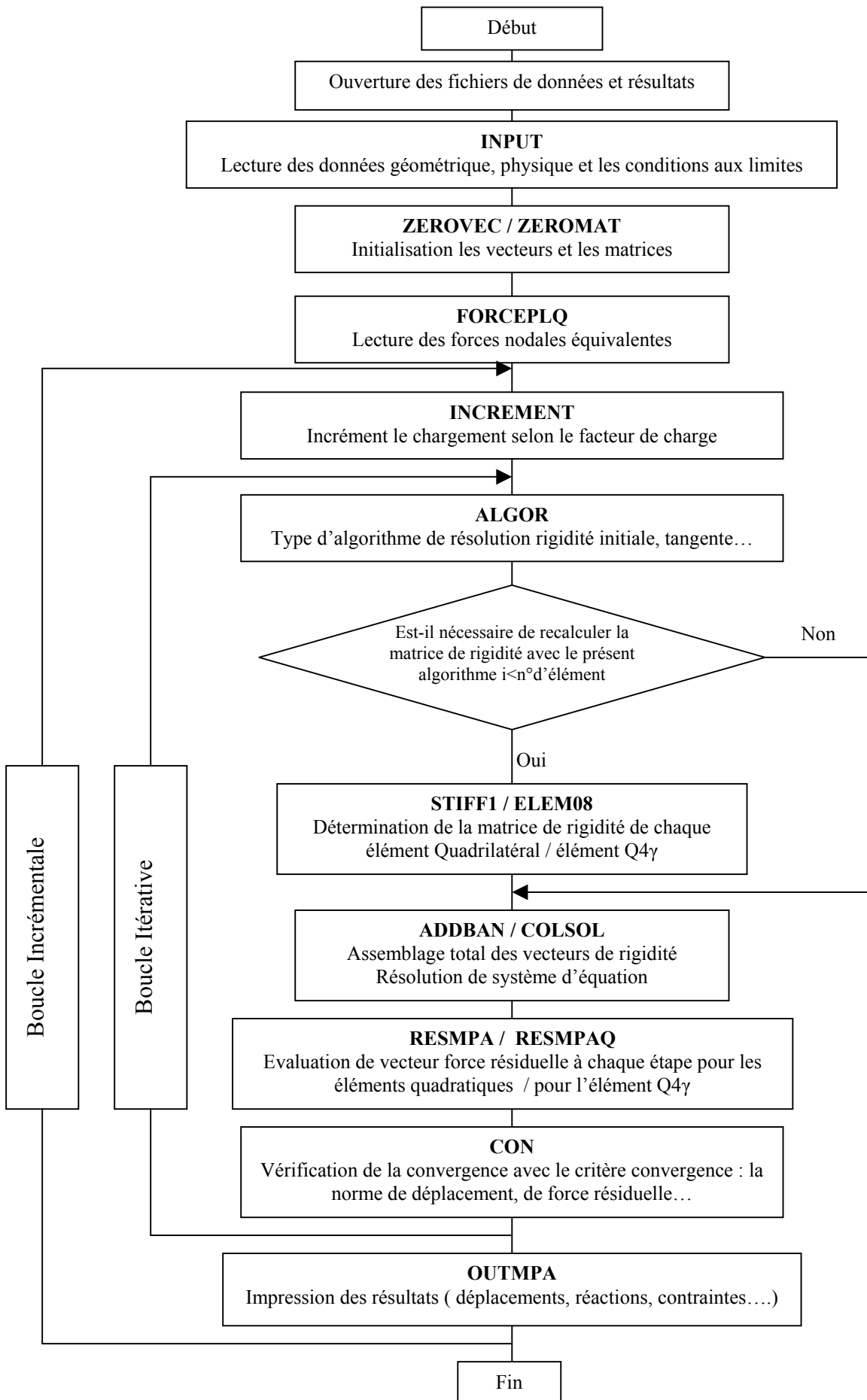


Figure (a) : Structure du Programme <sup>[HIN80]</sup>

## II. Construction de fichier de donnée :<sup>[HIN80]</sup>

### Titre

**NPOIN** : nombre total de points nodaux dans la structure ( nombre des nœuds )

**NELEM** : Nombre total d'éléments finis dans la structure

**NNELEM** : Nombre de nœuds par élément

**NMATS** : Nombre total de différents matériaux dans la structure

**NGAUS** : Nombre de points de Gauss

**NAPP** : Nombre de points appui dans la structure ( Conditions aux limites )

**Numel** : Numéro de l'élément sous considération

**Matno** : Numéro d'identification des propriétés du matériau

**Lcons** : Points de connections ( les 4 premiers sont les nœuds aux sommets, les 4 qui suivent sont les nœuds au milieu des côtés, le dernier est le nœud central.

**Ipoint** : Numéro du point nodal

**Coord** : coordonnées des nœuds suivant x et y

**J** : classement du nœud appui

**Iap** : Numéro de ce nœud appui

**ID** : Condition d'appui du nœud suivant x, y, z,  $\theta_x$ ,  $\theta_y$  ( 0 : Libre, 1 : fixe )

**Numat** : Numéro d'identification du matériau

**Props** : caractéristiques du matériau : E,  $\nu$ , h, Q,  $\sigma_0$ , H

**Ifr** : Paramètre = 1 : Forces nodales équivalentes à calculer, = 0 : pas de force Nodale

**Im** : Type d'élément (=1 : l'élément classique Q4, Q8, Q8, Q9, = 2 l'élément Q4 $\gamma$ )

**Npb** : Type d'élément ( = 1 : L'élément classique, = 4 : l'élément Hétérosis )

**Nincs** : Nombre d'incrément auquel le chargement total est appliqué

**Niters** : Nombre maximum d'itérations permises.

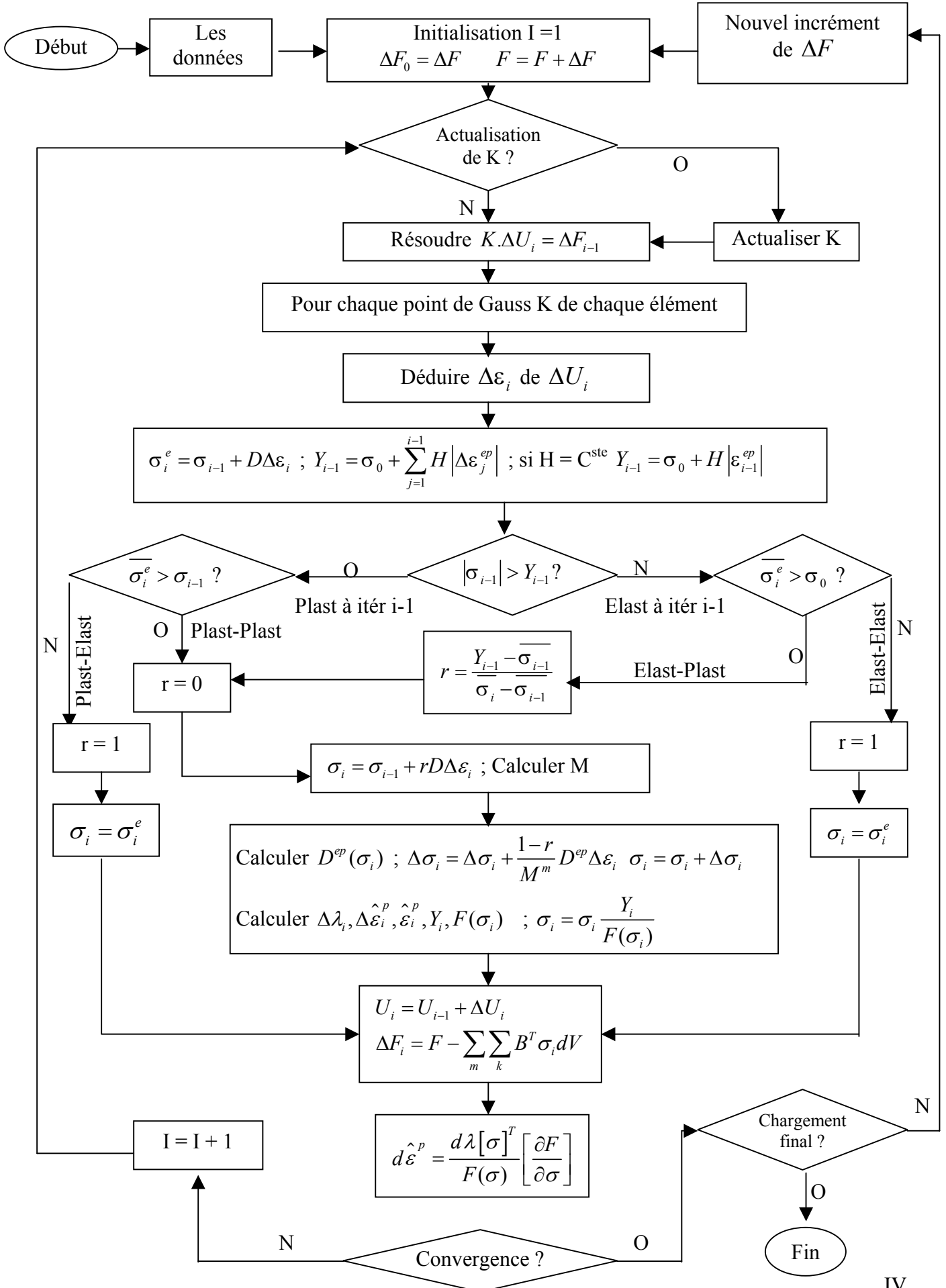
**Konv** : : Code de convergence

**Tol** : Paramètre contrôlant la tolérance permise dans le processus de convergence

**Fact** : Facteur de charge

**Imp** : Paramètre d'impression des résultats ( = 0 impression des résultats après la convergence, = 1 impression des résultats après la première itération de l'incrément, = 2 impression des résultats après chaque itération pour chaque incrément de charge ).

## III. Organigramme élasto-plasticité multiaxiale :



**IV. Sous-programme de l'élément Q4 $\gamma$  ( ELEM08 , RESMPAQ ) :**Subroutine ELEM08 : Calcul de la matrice de rigidité pour l'élément Q4 $\gamma$ .Subroutine RESMPAQ : Calcul des efforts résultants aux points de Gauss pour l'élément Q4 $\gamma$ .

```

C*****
C----- MATRICE DE RIGIDITE POUR L'ELEMENT Q4GAMMA
SUBROUTINE ELEM08(coord,lcons,matno,ielem,props,vke,epstn,incs,strsg,ncrit,kgt)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
PARAMETER (PG = .577350269189626D0)
PARAMETER (PG1=-.577350269189626D0)
DIMENSION vcore(2,4),coord(2,*),lcons(9,*),ake(378),vke(27,27),
.      epstn(*),strsg(5,*),stres(5),devia(4),dvect(5),matno(*),props(7,*),avect(5),
DIMENSION VJI(2,2),VH(3,3),VHC(2,2),VB(3,27),VBC(2,27),VJNX(8),VJNY(8)
DIMENSION VPG(2,4),VWG(4),VN(4),VKSI(4),VETA(4)
DATA VH/9*0.D0/,VHC/4*0.D0/,VB/81*0.D0/,VBC/54*0.D0/
DATA VPG/PG1,PG1,PG,PG1,PG,PG,PG1,PG/,VWG/4*1.D0/
C----- INITIALISATION DES PARAMETRES-----
idle=12
ike=144
nnelem=4
ipg=4
ih=3
ihc=2
lprop=matno(ielem)
epais=props(3,lprop)
C***** EVALUATE THE COORDINATES OF THE ELEMENT NODAL POINTS*****
do 10 in=1,4
ln=lcons(in,ielem)
ln=iabs(ln)
do 10 idime=1,2
vcore(idime,in)=coord(idime,ln)
10 CONTINUE
C----- CALCUL DES TERMES DE LA MATRICE JACOBIENNE AUX 4 NOEUDS
C      VJNX(8)=<J11, J12, (NOEUD1) ; J11 J12 (NOEUD2)..>
C      VJNY(8)=<J21, J22, (NOEUD1) ; J21 J22 (NOEUD2)..>
CALL JACND4(VCORE,VJNX,VJNY)
C----- MATRICE RIGIDITE VKE: 12x12 SYMETRIQUE
CALL ZEROMAT(VKE,27,27)
C----- BOUCLE D'INTEGRATION NUMERIQUE : 4 POINTS
DO 220 IG=1,IPG
C----- CALCUL DE N,KSI N,ETA AU POINT IG (CODE=1)
CALL NQ4(1,VPG(1,IG),VPG(2,IG),VN,VKSI,VETA)
C----- MATRICE JACOBIENNE INVERSE : VJI(2,2)
CALL JAC2D(nnelem,ielem,vksi,veta,vcore,vji,detj)
C----- MATRICE : VB(3,12) :BETAX,X BETAY,Y ET BETAX,Y+BETAY,X,VHC(2,12) : GAMAX, GAMAY
CALL BQ4GAM(VJI,VKSI,VETA,VJNX,VJNY,VB,VBC)
C----- CONSTRUIRE LA MATRICE DES PROPRIETES ELASTIQUES
C----- CONSTANT PAR ELEMENT : VH(3,3) , VHC(2,2)
CALL HPLCT(lprop,props,vh,vhc)
C----- MULTIPLIER VH,VHC PAR POIDS*DETJ
C=DETJ*VWG(IG)
DO 210 I=1,IH
DO 210 J=1,IH
210 VH(I,J)=VH(I,J)*C
DO 215 I=1,IHC
DO 215 J=1,IHC
215 VHC(I,J)=VHC(I,J)*C
if(incs.eq.1)goto 80
kgt=kgt+1
if(epstn(kgt).eq.0d0)goto 80
hards=props(7,lprop)
do 90 is=1,3
90 stres(is)=strsg(is,kgt)
call invmp(devia,ncrit,sint3,steff,stres,theta,varj2,yield)
call flowmp(abeta,avect,devia,VH,dvect,hards,ncrit,sint3,steff,theta,varj2)

```

```

      do 100 is=1,3
      do 100 js=1,3
100   VH(is,js)=VH(is,js)-abeta*dvect(is)*dvect(js)
80    CONTINUE
C----- CALCULER : VKE=VKE+BT*VH*B
      CALL BTDB(IH,27,VB,VH,VKE)
      CALL BTDB(IHC,27,VBC,VHC,VKE)
220  CONTINUE
C----- VECTORISATION DE LA MATRICE DE RIGIDITE ELEMENTAIRE
      kk=0
      do 50 il=1,27
      do 50 jl=il,27
      kk=kk+1
      ake(kk)=vke(il,jl)
50   continue
      RETURN
      END
C*****
C-----CONTRAINTES ---ELEMENT Q4GAMMA-----
      SUBROUTINE RESMPAQ (F,COORD,EFFST,FI,EPSTN,LCONS,
      .
      .
      .
      MATNO,NCRIT,NELEM, PROPS,STRSG,ID,NEQS)
C----- DECLARATIONS
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      PARAMETER (PG = .577350269189626D0)
      PARAMETER (PG1=-.577350269189626D0)
      DIMENSION F(*),ID(5,*),EFFST(*),FI(*),VWG(4)
      .
      .
      .
      EPSTN(*),LCONS(9,*),MATNO(*),PROPS(7,*), VJI(2,2),VH(3,3),VHC(2,2),
      .
      .
      .
      VB(3,12),VBC(2,12), VJNX(8),VJNY(8),VPG(2,4),VKSI(4),VDLE(12),VD(20),
      .
      .
      .
      VETA(4),COORD(2,*),STRSG(5,*),VGF(3),VGC(2),VN(4),VCORE(2,4),VM(3),VT(2),DU(5,4),
      .
      .
      .
      STRES(5),SGTOT(5),SIGMA(5),DESIG(5),AVECT(5),DVECT(5), DEVI(4)
      DATA VH/9*0.D0/,VHC/4*0.D0/,VB/36*0.D0/,VBC/24*0.D0/
      DATA ZERO/0.D0/,DEUX/2.D0/
      DATA VPG/PG1,PG1,PG,PG1,PG,PG,PG1,PG/,VWG/4*1.D0/
C----- INITIALISATION DES PARAMETRES
      IDLE=12
      IKE=144
      NNELEM=4
      IPG=4
      IH=3
      IHC=2
C*** EVALUATE THE COORDINATES OF THE ELEMENT NODAL POINTS
      CALL ZEROVEC(FI,NEQS)
      KG=0
      DO 20 IELEM=1,NELEM
      LPROP=MATNO(IELEM)
      DO 10 IN=1,4
      LN=LCONS(IN,IELEM)
      LN=IABS(LN)
      DO 10 IDIME=1,2
      VCORE(IDIME,IN)=COORD(IDIME,LN)
10   CONTINUE
      CALL ZEROVEC(VD,20)
      CALL ZEROVEC(VDLE,12)
      CALL ZEROMAT(DU,5,4)
      DO 77 IN=1,NNELEM
      LC=LCONS(IN,IELEM)
      DO 76 IL=1,5
      IF(ID(IL,LC).GT.0) DU(IL,IN)=F(ID(IL,LC))
76   CONTINUE
77   CONTINUE
      KK=1
      DO 12 IT=1,4
      DO 13 IR=1,5
      VD(KK)=DU(IR,IT)
      KK=KK+1
13   CONTINUE
12   CONTINUE
      K=1
      J=2

```

```

31  CONTINUE
    DO 32 I=K,K+2
      VDLE(I)=VD(I+J)
32  CONTINUE
      K=K+3
      J=J+2
      IF(I.LE.12)GOTO 31
C-----CALCUL DES EFFORTS RESULTANTS AUX POINTS DE GAUSS
      CALL JACND4(VCORE,VJNX,VJNY)
C-----BOUCLE D'INTEGRATION NUMERIQUE:4 POINTS DE GAUSS
      DO 710 IG=1,IPG
        KG=KG+1
C-----CALCUL DE N,KSI N,ETA AU POINT IG (CODE=1)
        CALL NQ4(1,VPG(1,IG),VPG(2,IG),VN,VKSI,VETA)
C-----MATRICE JACOBIENNE INVERSE: VJI(2,2)
        CALL JAC2D(NNELEM,IELEM,VKSI,VETA,VCORE,VJI,DETJ)
C-----CONSTRUIRE LA MATRICE B: VB(3,12): KAPAX, KAPAY,KAPAXY
C-----VBC(2,12): GAMAX, GAMAY
        CALL BQ4GAM(VJI,VKSI,VETA,VJNX,VJNY,VB,VBC)
C-----CALCUL DES COURBURES ET CIS.: VGF=C*BF*U, VGC=C*BC*VDLE
        CALL MATVEC(IH,12,VB,VDLE,VGF)
        CALL MATVEC(IHC,12,VBC,VDLE,VGC)
C-----CONSTRUIRE LA MATRICE DES PROPRIETES ELASTIQUES
C-----CONSTANT PAR ELEMENT: VH(3,3), VHC(2,2)
        CALL HPLCT(LPROP,PROPS,VH,VHC)
C-----CALCUL DES MOMENTS MX,MY,MXY ET EFFORTS TRANCHANTS TX,TY
C      :VM=VH*VGF, VT=VHC*VGC
        CALL MATVEC(IH,IH,VH,VGF,VM)
        CALL MATVEC(IHC,IHC,VHC,VGC,VT)
C-----CALCUL DE LA FONCTION N AU POINT IG (CODE=0)
        CALL NQ4(0,VPG(1,IG),VPG(2,IG),VN,VKSI,VETA)
C-----CALCUL DE X Y AU POINT DE GAUSS
        X=VCORE(1,1)*VN(1)+VCORE(1,2)*VN(2)+VCORE(1,3)*VN(3)+VCORE(1,4)*VN(4)
        Y=VCORE(2,1)*VN(1)+VCORE(2,2)*VN(2)+VCORE(2,3)*VN(3)+VCORE(2,4)*VN(4)
C-----STRES=VM ET VT-----
        DO 777 IS=1,3
          STRES(IS)=VM(IS)
777  CONTINUE
          STRES(4)=0.0
          STRES(5)=0.0
          BRING=1.0
          PREYS=PROPS(6,LPROP)+EPSTN(KG)*PROPS(7,LPROP)
          C=DETJ*VWG(IG)
          DO 150 ISTRE=1,3
            DESIG(ISTRE)=STRES(ISTRE)
            SIGMA(ISTRE)=STRSG(ISTRE,KG)+STRES(ISTRE)
150  CONTINUE
            CALL INVMP ( DEVIA,NCRIT,SINT3,STEFF,SIGMA,THETA,VARJ2,YIELD)
            ESPRE=EFFST(KG)-PREYS
            IF (ESPRE.GE.0.0) GOTO 50
            ESCUR=YIELD-PREYS
            IF (ESCUR.LE.0.0) GOTO 60
            RFACT=ESCUR/(YIELD-EFFST(KG))
            GOTO 70
50    ESCUR =YIELD-EFFST(KG)
            IF (ESCUR.LE.0.0) GOTO 60
            RFACT=1.0
70    MSTEP=ESCUR*8.0/PROPS(6,LPROP)+1.0
            ASTEP=MSTEP
            REDUC=1.0-RFACT
            DO 80 ISTRE=1,3
              SGTOT(ISTRE)=STRSG(ISTRE,KG)+REDUC*STRES(ISTRE)
80    STRES(ISTRE)=RFACT*STRES(ISTRE)/ASTEP
            DO 90 ISTEP=1,MSTEP
              CALL INVMP ( DEVIA,NCRIT,SINT3,STEFF,SGTOT,THETA,VARJ2,YIELD)
              HARDS=PROPS(7,LPROP)
              CALL FLOWMP (ABETA,AVECT,DEVIA,VH,DVECT,HARDS,CRIT,SINT3,STEFF,THETA,VARJ2)
              AGASH=0.0
              DO 100 ISTRE=1,3

```

```

100   AGASH=AGASH+AVECT(ISTRE)*STRES(ISTRE)
      DLAMD=AGASH*ABETA
      IF(DLAMD.LT.0.0)DLAMD=0.0
      BGASH=0.0
      DO 110 ISTRE=1,3
      BGASH=BGASH+AVECT(ISTRE)*SGTOT(ISTRE)
110   SGTOT(ISTRE)=SGTOT(ISTRE)+STRES(ISTRE)-DLAMD*DVECT(ISTRE)
      EPSTN(KG)=EPSTN(KG)+DLAMD*BGASH/YIELD
90    CONTINUE
      DO 120 ISTRE=1,3
120   DESIG(ISTRE)=SGTOT(ISTRE)-STRSG(ISTRE,KG)
      CALL INVMP ( DEVI,NCRIT,SINT3,STEFF,SGTOT,THETA,VARJ2,YIELD)
      CURYS=PROPS(6,LPROP)+EPSTN(KG)*PROPS(7,LPROP)
      IF (YIELD.GT.CURYS) BRING=CURYS/YIELD
60    DO 130 ISTRE=1,3
      SGTOT(ISTRE)=BRING*(STRSG(ISTRE,KG)+DESIG(ISTRE))
130   STRSG(ISTRE,KG)=SGTOT(ISTRE)
      EFFST(KG)=BRING*YIELD
C-----CALCUL ET ASSEMBLAGE DES FORCES NODALES INTERNES
      DO 16 IN=1,NNELEM
      LN=LCONS(IN,IELEM)
      DO 16 IDL=1,3
      DO 16 IS=1,3
      IF(ID(IDL+2,LN).NE.0) FI(ID(IDL+2,LN))=FI(ID(IDL+2,LN))+
&    VB(IS,3*IN+IDL-3)*SGTOT(IS)*C
16    CONTINUE
C-----CISAILLEMENT-----
      STRES(4)=VT(1)
      STRES(5)=VT(2)
      DO 3100 ISTRE=4,5
      SGTOT(ISTRE)=STRSG(ISTRE,KG)+STRES(ISTRE)
3100  STRSG(ISTRE,KG)=SGTOT(ISTRE)
C-----CALCUL ET ASSEMBLAGE DES FORCES NODALES INTERNES
      DO 166 IN=1,NNELEM
      LN=LCONS(IN,IELEM)
      DO 166 IDL=1,3
      DO 166 IS=1,2
      IF(ID(IDL+2,LN).NE.0) FI(ID(IDL+2,LN))=FI(ID(IDL+2,LN))+
&    VBC(IS,3*IN+IDL-3)*SGTOT(IS+3)*C
166   CONTINUE
710   CONTINUE
20    CONTINUE
      RETURN
      END

```