

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMMED KHIDER BISKRA
FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de
MAGISTERE

Spécialité : Construction Mécanique

Présenté par :
BELLOUFI Abderrahim

Optimisation du processus d'usinage à l'aide de la programmation non linéaire (P.N.L)

Travail effectué au sien du laboratoire de recherche en productique (Université de Batna)

Soutenu en **06/02/2008** devant la commission d'examen composée du jury :

HECINI Mebrouk,	Maître de conférence, Université de Biskra,	Président
ASSAS Mekki,	Maître de conférence, Université de Batna,	Rapporteur
MAZOUZ Hamoudi,	Maître de conférence, Université de Batna,	Examineur
BOUCHELAGHEM Abdelaziz,	Maître de conférence, Université de Annaba,	Examineur
HADID Mohamed,	Maître de conférence, Université de Biskra,	Examineur

2008

A ma famille, à tous mes amis et à ...

Remerciements

En cadre de la collaboration entre le département de Génie Mécanique de l'université de Biskra et le département de Mécanique de l'université de Batna, ce travail a été réalisé au sien de l'équipe Système de Production Intégré du Laboratoire de recherche en productique (LRP) du département de mécanique de l'université de Batna.

Je tien à remercier chaleureusement mon directeur de mémoire, Dr Mekki Assas, qui a montré toujours disponible malgré un emploi du temps très chargé. Merci pour votre écoute, vos conseils et vos encouragements qui m'ont été précieux pour mener ce travail à son terme.

Je tien à remercier tout particulièrement les membres de jury, à savoir :

Monsieur Hecini Mebrouk, Maître de conférence a l'université de Biskra, qui a bien voulu me faire l'honneur de présider le jury de soutenance.

Monsieur Mazouz Hamoudi, Maître de conférence a l'université de Batna, Monsieur Bouchelaghem Abdelaziz, Maître de conférence a l'université de Annaba, Monsieur Hadid Mohamed, Maître de conférence a l'université de Biskra, qui ont accepté d'examiner ce travail.

Je tien à remercie tous les membres du LRP, en particulier Dr Brahim Benmohammed, pour ses précieux conseils.

Je tien à remercie tous les membres du l'entreprise nationale complexe pelles et grues (CPG) de Ain-Smara (Constantine), en particulier Monsieur Aissa Elamri, le directeur technique de CPG, pour m'avoir accueilli au sein de CPG, et pour l'aide précieuse qu'il m'a apporté.

Je tien à remercie toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail, en particulier Dr Barkat Belkacem et Monsieur Belloufi Mohammed.

Mes remerciements vont également à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation en particulier les enseignants du Département de Génie Mécanique de l'université de Biskra et les enseignants du Département de Mécanique de l'université de Batna.

Table des matières

Abréviations et symboles.....	1
Introduction générale	4
<u>Chapitre I</u>	
Etats de l'art et synthèse des travaux sur l'optimisation non linéaire.	
I.1. Introduction	6
I.2. Formulation d'un problème d'optimisation.....	6
I.2.1. Formulation mathématique du problème d'optimisation	7
I.2.2. Différence entre la programmation linéaire et non linéaire.....	7
I.2.3. Les minimums locaux et globaux.....	8
I.3. Préliminaires sur les Méthodes d'Optimisation.....	8
I.3.1. Nature itérative des Méthodes d'Optimisation non linéaire.....	8
I.3.2. Convergence des Méthodes d'Optimisation.....	9
I.4. Conditions d'optimalité.....	9
I.4.1. Pourquoi avons-nous besoin de conditions d'optimalité ?.....	9
I.4.2. Cas sans contraintes.....	9
I.4.2.1. Conditions nécessaires.....	9
I.4.2.2. Conditions suffisantes.....	10
I.4.3. Cas avec contraintes.....	10
I.4.3.1. Conditions de Lagrange.....	10
I.4.3.2. Conditions de Karush-Kuhn-Tucker.....	11
I.5. Méthodes d'optimisation non linéaire.....	12
I.5.1. Méthodes d'optimisation sans contraintes.....	12
I.5.1.1. Les méthodes de descente basées sur le gradient.....	13
I.5.1.2. Les méthodes utilisant des directions conjuguées.....	14
I.5.1.3. Méthodes de recherche linéaire.....	16
I.5.1.4. La méthode de Newton.....	17
I.5.1.5. Les méthodes de Quasi-Newton.....	18
I.5.1.5.1. Relation de quasi newton.....	18
I.5.1.5.2. Méthode de Davidon, Fletcher et Powell (DFP).....	19
I.5.1.5.3. Méthode de Broyden, Fletcher, Goldfarb et Shanno (BFGS)...	20
I.5.1.6. La méthode de Nelder et Mead (du simplexe).....	21
I.5.2. Méthodes d'optimisation avec contraintes.....	22
I.5.2.1. Les méthodes de directions admissibles.....	22
I.5.2.1.1. La méthode de Frank et Wolfe.....	23
I.5.2.1.2. La méthode de Zoutendijk.....	23
I.5.2.2. Les méthodes de plans sécants.....	25
I.5.2.2.1. La méthode de Kelley.....	25
I.5.2.3. Les méthodes de pénalité intérieure (ou méthodes de barrière)...	26
I.5.2.4. Les méthodes de pénalité extérieure.....	27
I.5.2.5. Les méthodes utilisant la notion de dualité.....	28
I.5.2.5.1. La méthode d'Uzawa.....	28

I.5.2.5.2. La méthode d'Arrow et Hurwicz.....	28
I.5.2.6. La programmation quadratique séquentielle (SQP).....	28
I.6. Synthèse des travaux sur l'optimisation non linéaire.....	29
I.6.1. Etude comparative des méthodes d'optimisation fait par Thierno Diallo.....	29
I.6.1.1. Etude comparative des méthodes d'optimisation sans contraintes.....	29
I.6.1.2. Etude comparative des méthodes d'optimisation avec contraintes.....	32
I.6.2. Synthèse bibliographique sur l'optimisation des régimes de coupe avec la programmation non linéaire.....	34
I.6.2.1. Etude fait par B.Y. Lee et Y.S. Tarng.....	34
I.6.2.2. Etude fait par Shih-Tarng Chiang, Ding-I Liu, An-Chen Lee and Wei-Hua Chieng.....	34
I.6.2.3. Etude fait par M. Brahim, K. Haddouche.....	34
I.6.2.4. Etude fait par J. Wang, T. Kuriyagawa, X.P. Wei, D.M. Guo.....	34
I.6.2.5. Etude fait par J.S. Agapiou.....	34
I.6.2.6. Etude fait par R. Mesquita et E. Krasteva & S. Doytchinov.....	35
I.6.2.7. Etude fait par N. Zeghichi (dirigé par M. Assas).....	35
I.6.2.8. Etude fait par A. Belloufi (dirigé par M. Assas).....	35
I.7. Conclusion.....	35

Chapitre II

Elaboration d'un modèle d'optimisation des conditions d'usinage

II.1. Introduction.....	36
II.2. Généralités.....	36
II.2.1. Le tournage.....	37
II.2.2. Le fraisage.....	37
II.2.3. Le perçage.....	38
II.3. Les conditions de coupe.....	39
II.3.1. Les conditions de coupe en tournage.....	39
II.3.2. Les conditions de coupe en fraisage.....	40
II.3.3. Les conditions de coupe en perçage.....	42
II.4. Formulation des modèles d'optimisation des conditions d'usinage.....	43
II.4.1. Principe de formulation d'un modèle d'optimisation des conditions de coupe.....	43
II.4.2. Formulation d'un modèle d'optimisation des conditions de coupe en tournage.....	44
II.4.3. Formulation d'un modèle d'optimisation des conditions de coupe en fraisage.....	51
II.4.4. Formulation d'un modèle d'optimisation des conditions de coupe en perçage.....	56
II.5. Conclusion.....	58

Chapitre III

Modélisation multi-objectif et multi-passes du problème d'optimisation des conditions d'usinage

III.1. Introduction.....	59
III.2. Modélisation multi-objectif du problème d'optimisation des conditions d'usinage.....	59
III.2.1. Modélisation multi-objectif par la méthode de pondération.....	59
III.2.1.1. Principe de la méthode.....	59
III.2.1.2. présentation de la méthode.....	60
III.2.1.3. Détermination des coefficients de pondération.....	60
III.2.1.4. Formulation de la fonction multi-objectif par la méthode de pondération.....	61
III.2.2. Modélisation multi-objectif par la méthode de Keeney-Raiffa.....	63
III.2.2.1. Principe de la méthode.....	63
III.2.2.2. Présentation de la méthode.....	63
III.2.2.3. Formulation de la fonction multi-objectif par la méthode de Keeney-Raiffa.....	63
III.2.3. Transformation d'un modèle multi-objectif à un modèle mono-objectif par la méthode de l'ordonnancement lexicographique.....	65
III.2.3.1. Principe de la méthode.....	65
III.2.3.2. Présentation de la méthode.....	65
III.2.3.3. Application de la méthode de l'ordonnancement lexicographique dans le cas d'usinage.....	66
III.3. Modélisation multi-passes du problème d'optimisation des conditions d'usinage.....	67
III.3.1. Formulation d'un problème d'optimisation multi-passes des conditions d'usinage.....	67
III.3.1.1. Utilisation de la première méthode.....	68
III.3.1.1.1. Critère du temps de production en tournage multi-passes.....	68
III.3.1.1.2. Critère du coût de production en tournage multi-passes.....	70
III.3.1.1.3. Les contraintes.....	70
III.3.1.1.4. Commentaires.....	71
III.3.1.2. Utilisation de la méthode proposée.....	71
III.3.1.2.1. Cas de tournage.....	71
III.3.1.2.1.1. Critère du temps de production en tournage multi-passes.....	71
III.3.1.2.1.2. Critère du coût de production en tournage multi-passes.....	72
III.3.1.2.2. Cas de fraisage.....	73
III.3.1.2.2.1. Critère du temps de production en fraisage multi-passes.....	73
III.3.1.2.2.2. Critère du coût de production en fraisage multi-passes.....	74
III.3.1.2.3. Optimisation multi-passes des conditions de coupe en	

tournage.....	75
III.3.1.2.4. Optimisation multi-passes des conditions de coupe en fraisage.....	77
III.4. Conclusion.....	78

Chapitre IV

Applications sur l'optimisation des conditions d'usinage

IV.1. Introduction.....	80
IV.2. Optimisation des conditions d'usinage par programmation quadratique séquentielle (SQP).....	80
IV.2.1. Algorithme simplifié de la programmation quadratique séquentielle.....	80
IV.3. Premier exemple d'application.....	82
IV.3.1. La gamme d'usinage de la pièce.....	82
IV.3.2. Données numériques.....	83
IV.3.3. Applications numériques.....	85
IV.3.3.1. Optimisation a passe simple.....	85
IV.3.3.1.1. Optimisation des opérations de la phase 020.....	85
IV.3.3.1.2. Optimisation des opérations de la phase 040.....	93
IV.3.3.1.3. Optimisation des opérations de la phase 070.....	96
IV.3.3.2. Optimisation multi-passe.....	99
IV.3.3.2.1. Optimisation multi-passe des opérations de la phase 020.....	99
IV.3.3.2.2. Optimisation multi-passe des opérations de la phase 070.....	103
IV.4. Deuxième exemple d'application.....	105
IV.4.1. La gamme d'usinage de la pièce.....	105
IV.4.2. Données numériques.....	106
IV.4.3. Applications numériques.....	107
IV.4.3.1. Optimisation a passe simple.....	107
IV.4.3.1.1. Optimisation des opérations des phases 200+300.....	107
IV.4.3.1.2. Optimisation des opérations de la phase 400.....	110
IV.4.3.1.3. Optimisation des opérations de la phase 500.....	112
IV.4.3.2. Optimisation multi-passe.....	114
IV.4.3.2.1. Optimisation multi-passe des opérations des phases 200+300.....	114
IV.4.3.2.2. Optimisation multi-passe des opérations de la phase 400.....	115
IV.5. Conclusion.....	117
Conclusion générale.....	118
Bibliographie.....	119
Annexe.....	122

Abréviations et symboles

<u>Symboles</u>	<u>Désignation</u>
SQP	Programmation quadratique séquentielle.
\mathbf{R}	Ensemble des nombres réels.
∇	Gradient.
J	Jacobienne.
L	Lagrangienne.
H	Hessien.
d^k	Direction de décente.
α^k	Pas de minimisation.
$\alpha(rad)$	Angle de dépouille.
$\beta(rad)$	Angle de taillant.
$\gamma(rad)$	Angle de coupe.
$\lambda_s(rad)$	Angle d'hélice.
$\delta(rad)$	Angle de pointe.
$v_c(m/s)$	Vitesse de coupe.
$N(tr/min)$	Fréquence de la broche.
$D(mm)$	Diamètre de la pièce en tournage et diamètre de l'outil de coupe en fraisage et perçage.
$v_f(mm/min)$	Vitesse d'avance.
$f(mm/tr)$	Avance par tour.
$a(mm)$	Profondeur de passe.
$f_z(mm/dent)$	Avance par dent.
$z(dent)$	Nombre de dents.
$A(mm^2)$	Surface du copeau.
$T_t(min)$	Temps de production.
$t_c(min)$	Temps de coupe.

<u>Symboles</u>	<u>Désignation</u>
t_a (min)	temps auxiliaires.
t_{vb} (min)	le temps de changement d'outil.
T (min)	Durée de vie de l'outil de coupe.
L (mm)	Longueur de la pièce.
l (mm)	Distance d'approche.
a_1, a_2, a_3	Constantes trouvées expérimentalement.
K	Constante dépendant du matériau usiné.
C_T (DZD)	Coût de production.
C_0 (DZD / min)	Coût machine.
C_1 (DZD)	Prix de revient d'une arête de coupe.
C_a (DZD)	Coût auxiliaire de lancement de la série ramené à une pièce.
R_a (μm)	Rugosité arithmétique.
x_1, x_2, x_3, k	Constantes dépendant du matériau usiné et de l'outil de coupe.
l_r (mm)	Longueur d'arête de coupe.
F_c (N)	Force de coupe.
K_s (N / mm ²)	Pression spécifique de coupe.
P_c (kw)	Puissance de coupe.
P_m (kw)	Puissance de la machine.
η	Rendement de la machine.
M_f (Nm)	Moment fléchissant.
W_x	Module de résistance de section du corps d'outil.
b (mm)	Largeur du corps de l'outil.
h (mm)	Hauteur de corps de l'outil.
l' (mm)	Longueur de la porte à faux.
R_p (N / mm ²)	Résistance pratique de l'outil.
[f] (mm)	Flèche admissible.
E (N / mm ²)	Module de young.

<u>Symboles</u>	<u>Désignation</u>
$[\tau](N/mm^2)$	Contrainte admissible de torsion du corps de l'outil.
$[\theta](rad)$	Angle de rotation relatif admissible.
$G(N/mm^2)$	Module d'élasticité transversale.
μ	Coefficient de poisson.
w_i	Coefficients de pondération.
$m(passes)$	Nombre de passes.
$d_c(mm)$	Profondeur de coupe.
f_p	Fonction multi-objectif (méthode de Pondération).
f_k	Fonction multi-objectif (méthode de Keeney-Raiffa).
$T_{ord}(min)$	Temps de coupe optimale obtenue par la méthode de l'ordonnement lexicographique.

Introduction générale

L'obtention des formes requises d'une pièce par enlèvement de matière est encore à ce jour le procédé de fabrication le plus répandu. Malgré les progrès réalisés par les procédés de mise en forme des matériaux (formage, fonderie...), l'usinage se révèle nécessaire à l'obtention des produits finaux, d'autant plus que les tolérances exigées sur la pièce finale sont faibles. De plus, les performances croissantes des machines-outils, des outils de coupe et des logiciels de FAO ont aidé à maintenir la compétitivité du procédé d'usinage, en l'accompagnant de gains non négligeables en termes de productivité et de qualité.

L'usinage des matériaux est un domaine soumis à de fortes contraintes : économiques, écologiques, etc. Les industriels ont besoin d'optimiser leurs processus de production afin d'augmenter la productivité, de réduire l'usure des outils de coupe, d'usiner écologiquement en limitant les quantités de lubrifiants et leur nocivité et de maîtriser l'état résiduel de contraintes dans la pièce.

Parmi les objectifs principal de l'usinage : l'augmentation du taux de productivité par la diminution du temps et du coût de production. Pour atteindre cet objectif on utilise les méthodes d'optimisation des conditions de coupe.

L'optimisation des processus de fabrication prend une place importante au niveau de la recherche scientifique industrielle dans un but de répondre à un double objectif visant l'amélioration de la qualité des produits fabriqués et la réduction des coûts de production.

Le travail réalisé au cours de cette étude a pour objectif de proposer une méthode d'optimisation non linéaire permettant de rechercher les conditions de coupe optimales pour les processus de tournage, fraisage et perçage telles que (la vitesse de coupe, l'avance et la profondeur de passes) en se basant sur des critères multi-objectif et avec des modèles d'usinage multi-passes.

Le travail réalisé et présenté dans ce mémoire s'articule de la façon suivante :

Le chapitre I présente une introduction aux techniques de résolution des problèmes d'optimisation non linéaire, et une synthèse des travaux effectués sur l'optimisation non linéaire.

Le chapitre II est consacré à la formulation des modèles d'optimisation des conditions de coupe en tournage, fraisage et perçage.

Le chapitre III s'intéresse en première partie à la modélisation multi-objectif des problèmes d'optimisation des conditions d'usinage. Nous utilisons trois méthodes différentes pour la formulation d'un problème multi-objectif des conditions d'usinage. La deuxième partie est réservée à une étude des problèmes d'optimisation multi-passes des conditions d'usinage en tournage et en fraisage.

Dans le chapitre IV, nous utilisons la programmation quadratique séquentielle (SQP) pour l'optimisation des conditions de coupe en tournage, fraisage et perçage en se basons sur les modèles d'optimisation développés dans les chapitres précités, l'un des deux exemples d'application présenté dans ce chapitre est réalisé au niveau de l'entreprise nationale complexe pelles et grues (CPG) de Ain-Smara (Constantine).

CHAPITRE I

Etats de l'art et synthèse des travaux sur l'optimisation non linéaire.

I.1. Introduction

Dans la vie courante, nous sommes fréquemment confrontés à des problèmes "d'optimisation" plus ou moins complexes. Ces problèmes peuvent être exprimés sous la forme générale d'un "problème d'optimisation".

L'optimisation peut être définie comme la science qui détermine la meilleure solution à certains problèmes mathématiquement définie, qui sont souvent des modèles de physique réelle. C'est une technique qui permet de "quantifier" les compromis entre des critères parfois non commensurables [2].

L'optimisation recouvre l'étude des critères d'optimalité pour les différents problèmes, la détermination des méthodes algorithmiques de solution, l'étude de la structure de telles méthodes et l'expérimentation de l'ordinateur avec ces méthodes avec vrais problèmes de la vie [1].

Dans ce premier chapitre, nous allons donner une introduction aux techniques de résolution des problèmes d'optimisation non linéaire, c'est-à-dire des problèmes où l'on veut maximiser ou minimiser une fonction de plusieurs variables sous des contraintes.

En effet, bon nombre de problèmes d'industrie se formulent de cette manière.

I.2. Formulation d'un problème d'optimisation

La formulation d'un problème d'optimisation comporte toujours trois étapes :

- choix des variables du modèle,
- formulation de l'objectif,
- formulation des contraintes.

1. Choix des variables

Définition I.1 On appelle variable toute quantité utile à la résolution du problème dont le modèle doit déterminer la valeur [3].

Cette définition permet de différencier les variables des paramètres, qui sont des données qui peuvent varier, par exemple d'une période à l'autre.

2. Expression de l'objectif

Définition 1.2 On appelle fonction objectif d'un problème d'optimisation le critère de choix entre les diverses solutions possibles [3].

3. Expression des contraintes

Définition 1.3 On appelle contraintes du problème toutes les relations limitant le choix des valeurs possibles des variables [3].

Ces relations peuvent être de simples bornes sur les variables.

I.2.1. Formulation mathématique du problème d'optimisation

Un programme mathématique est un problème d'optimisation sous contraintes dans \mathbf{R}^n de la forme [4]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimiser } f(x); \quad f \in \mathbf{R} \\ \text{sous les contraintes} \\ g_i(x) = 0 \quad , i = 1, \dots, m. \\ h_j(x) \leq 0 \quad , j = 1, \dots, n. \end{array} \right. \quad (I-1)$$

Où le vecteur $x \in \mathbf{R}^n$ a pour composantes (x_1, x_2, \dots, x_n) qui sont les inconnues (les variables) du problème (I-1).

$f(x)$: La fonction objectif ou critère économique.

$g_i(x) = 0 \quad (i = 1, \dots, m)$: L'ensemble des contraintes d'égalité du problème.

$h_j(x) \leq 0 \quad (j = 1, \dots, m)$: L'ensemble des contraintes d'inégalité du problème.

I.2.2. Différence entre la programmation linéaire et non linéaire

Dans le cas de la programmation linéaire, la solution optimale pouvait toujours être déterminée en un sommet de la région réalisable. Dans la programmation non linéaire cette propriété est perdue : on peut avoir une solution optimale non extrémale ou encore une solution intérieure. On peut avoir un optimum local différent de l'optimum global. Ce problème ne se produit cependant pas pour les problèmes convexes.

I.2.3. Les minimums locaux et globaux

En première remarque, maximiser une fonction f revient à minimiser la fonction $-f$. On considère donc le problème de minimisation d'une fonction à un ou plusieurs variables.

$$\text{Définition I.8 [1]} \quad x^* \text{ est un minimum local} \Leftrightarrow \begin{cases} \exists \varepsilon > 0 \text{ tel que } f(x) - f(x^*) \geq 0 \\ \forall x \neq x^* \text{ tel que } \|x - x^*\| < \varepsilon. \end{cases} \quad (I-2)$$

$$\text{Définition I.9 [1]} \quad x^* \text{ est un minimum global} \Leftrightarrow f(x) - f(x^*) \geq 0 \quad \forall x \neq x^*. \quad (I-3)$$

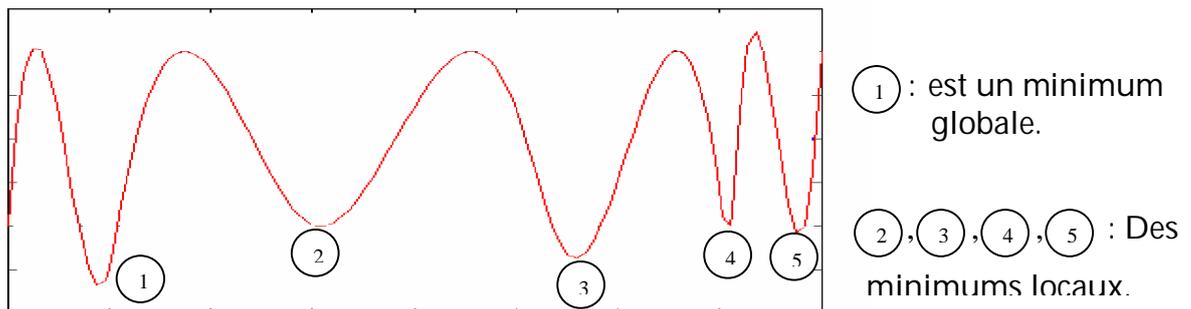


Figure I.1: le minimum locale et le minimum globale [3].

I.3. Préliminaires sur les Méthodes d'Optimisation

Il faut souligner qu'on ne peut pas espérer de concevoir une méthode d'optimisation capable résoudre efficacement tous les problèmes d'optimisation non linéaire. Ces problèmes sont trop divers. En fait il y a de nombreuses méthodes, et chacune d'elles est orienté vers une certaine famille restreinte des problèmes d'optimisation [5].

I.3.1. Nature itérative des Méthodes d'Optimisation non linéaire

Les méthodes de résolution numériques des problèmes d'optimisation non linéaire sont des routines itératives : pour le problème (I-1), une méthode ne peut pas typiquement trouver la solution exacte en temps fini. En fait, la méthode génère une suite infinie $\{x_j\}$ de solutions approximatives. L'itération suivante x_{t+1} est formée, selon certaines règles, sur la base de l'information locale sur le problème, collectée sur l'itération précédente. La partie d'information \mathfrak{S}_t obtenue sur l'itération courante x_t est un vecteur qui consiste en des valeurs de l'objectif et des contraintes x_t et,

probablement, celles des gradients ou même des dérivées supérieures de ces fonctions en x_t [5]. L'itération x_{t+1} est une certaine fonction d'information accumulée jusqu'ici :

$$x_{t+1} = X_{t+1}(\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \dots, \mathcal{S}_t). \quad (I-4)$$

I.3.2. Convergence des Méthodes d'Optimisation

Nous ne pouvons pas nous attendre à ce qu'un problème non linéaire soit résolu de façon exacte en nombre fini d'étapes ; tout ce que nous pouvons espérer est que la suite d'itérations $\{x_t\}$ produite par la méthode en question converge vers l'ensemble de solution du problème quand $t \rightarrow \infty$. Dans la théorie d'optimisation numérique, la convergence d'une méthode d'optimisation sur certaine famille des problèmes est exactement ce qui donne le droit à la méthode d'être qualifiée comme un outil pour résoudre des problèmes de la famille [5].

I.4. Conditions d'optimalité

I.4.1. Pourquoi avons-nous besoin de conditions d'optimalité ?

Afin d'analyser ou de résoudre de manière efficace un problème d'optimisation, il est fondamental de pouvoir disposer de conditions d'optimalité. En effet, celles-ci nous servent non seulement à vérifier la validité des solutions obtenues, mais souvent l'étude de ces conditions aboutit au développement des algorithmes de résolution eux-mêmes.

I.4.2. Cas sans contraintes

I.4.2.1. Conditions nécessaires

Théorème I.1 [6] : Soient $f : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ continuellement différentiable et $x^* \in \mathbf{R}^n$. S'il existe un vecteur d tel que la dérivée directionnelle de f dans la direction d au point x^* (notée $f'(x^*; d)$) est strictement inférieure à zéro, alors d est une direction de descente de f en x^* .

En outre, selon, une propriété connue de l'analyse,

$$f'(x; d) = \nabla f(x) \cdot d \quad (I-5)$$

Alors s'il existe un vecteur d tel que $\nabla f(x^*) \cdot d < 0$, alors d est une direction de descente de f en x^* .

Condition nécessaire du premier ordre (Corollaire).

Soient $f : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ continuellement différentiable et $x^* \in \mathbf{R}^n$. Si x^* est un minimum local de f , alors $\nabla f(x^*) = 0$. Dans le cas où f est deux fois continuellement différentiable, une autre condition nécessaire est donnée par le théorème I.2. Elle est appelée condition nécessaire du second ordre car elle fait intervenir la matrice hessienne de f (que nous noterons $\nabla^2 f$), dont les éléments sont ses secondes dérivées partielles.

Théorème I.2 [6] : (condition nécessaire du second ordre). Soient $f : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ deux fois continuellement différentiable et $x^* \in \mathbf{R}^n$. Si x^* est un minimum local de f , alors $\nabla f(x^*) = 0$ et $\nabla^2 f(x^*)$ est semi définie positive.

I.4.2.2. Conditions suffisantes

Les conditions données précédemment sont nécessaires (si f n'est pas convexe), c'est-à-dire qu'elle doivent être satisfaites pour tout minimum local ; cependant, tout vecteur vérifiant ces conditions n'est pas nécessairement un minimum local. Le théorème I.3 établit une condition suffisante pour qu'un vecteur soit un minimum local, si f est deux fois continuellement différentiable.

Théorème I.3 [6] : (condition suffisante du second ordre). Soient $f : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ deux fois continuellement différentiable et $x^* \in \mathbf{R}^n$. Si $\nabla f(x^*) = 0$ et $\nabla^2 f(x^*)$ est définie positive, alors x^* est un minimum local de f .

I.4.3. Cas avec contraintes

Nous allons maintenant discuter des conditions d'optimalité pour le problème de minimisation avec contrainte.

I.4.3.1. Conditions de Lagrange

Théorème I.4 [7] : Soit $x^* \in S = \{x \in \mathbf{R}^n, g(x) = 0\}$ un point régulier solution du problème d'optimisation, vérifiant donc : $f(x^*) \leq f(x), \forall x \in S$.

Et Soit la matrice Jacobienne $J(x)$ de dimension $m \times n$:

$$J(x) = \begin{bmatrix} \nabla g_1(x)^T \\ \vdots \\ \nabla g_m(x)^T \end{bmatrix} \Leftrightarrow J^T(x) = \nabla g^T(x). \quad (I-6)$$

Un point x^* tel que $g(x^*)=0$ est appelé un point régulier des contraintes si $\text{rang } J(x^*)=m$.

Les composantes du vecteur λ sont appelées multiplicateurs de Lagrange.

Condition nécessaire du premier ordre [8]

Soit $f(x)$ minimum en x^* sous la contrainte $h(x)=0$, Si x^* est un point régulier, alors :

$$\exists \lambda^* \in \mathbf{R}^m / \nabla f(x^*) + \nabla g^T(x^*) \lambda^* = 0. \quad (I-7)$$

Condition nécessaire mais pas suffisante.

$$\text{Soit : } l(x, \lambda) = f(x) + \lambda^T g(x) \text{ fonction de lagrange.} \quad (I-8)$$

Soit : $L(x, \lambda)$ le hessien de $l(x, \lambda)$.

$$\Rightarrow L(x, \lambda) = H(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i G_i(x). \quad (I-9)$$

Le hessien de $f(x)$ \swarrow \searrow Le hessien de $g_i(x)$

Condition nécessaire du second ordre [8]

Soit $f(x)$ minimum en x^* sous la contrainte $g(x)=0$, Si x^* est un point régulier, alors :

$$\exists \lambda^* / 1^\circ \nabla l(x^*, \lambda^*) = \nabla f(x^*) + \nabla g^T(x^*) \lambda^* = 0 \text{ et } g(x^*) = 0. \quad (I-10)$$

$$2^\circ y^T L(x^*, \lambda^*) y > 0 \quad \forall y \in T(x^*) \Leftrightarrow \forall y / y^T \nabla g^T(x^*) = 0. \quad (I-11)$$

Condition suffisante [8]

$$\text{Si } \exists x^* \text{ et } \exists \lambda^* / 1^\circ \nabla f(x^*) + \nabla g^T(x^*) \lambda^* = 0 \text{ et } g(x^*) = 0. \quad (I-12)$$

$$2^\circ y^T L(x^*, \lambda^*) y > 0 \text{ ou } < 0 \quad \forall y \neq 0 / y^T \nabla g^T(x^*) = 0. \quad (I-13)$$

I.4.3.2. Conditions de Karush-Kuhn-Tucker

Théorème I.5 [7] : soit le problème d'optimisation :

$$\min f(x) \text{ avec } g(x)=0 \text{ et } h(x) \leq 0. \text{ tel que } f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R} \text{ et } x \in \mathbf{R}^n$$

Une contrainte d'inégalité $h(x) \leq 0$ est active en x si $h(x) = 0$. Elle est inactive si $h(x) < 0$.

Un point x^* satisfaisant les contraintes $g(x^*)=0$ et $h_j(x^*)=0 \quad \forall j \in I(x^*)$. l'ensemble des indices des contraintes actives est appelé un point régulier si les vecteurs $\nabla g_i(x^*), \nabla h_j(x^*) \quad j \in I(x^*)$ sont linéairement indépendants.

Condition nécessaire du premier ordre [8]

Soit x^* qui minimise $f(x)$ sous les contraintes $g(x) = 0$ et $h(x) \leq 0 (\geq 0)$.

Si x^* est un point régulier, alors :

$$\exists \lambda^*, \mu^* / 1^\circ \mu^* \geq 0 (\mu^* \leq 0). \tag{I-14}$$

$$2^\circ \nabla f(x^*) + \nabla g^T(x^*)\lambda^* + \nabla h^T(x^*)\mu^* = 0. \tag{I-15}$$

$$3^\circ \mu^{*T}h(x^*) = 0. \tag{I-16}$$

$\Rightarrow \mu^* = 0$ si $h(x^*) < 0$ Contrainte inactive.

Condition nécessaire du second ordre [8]

$$\text{Soit } L(x, \lambda, \mu) = H(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i G_i(x) + \sum_{j=1}^p \mu_j H_j(x). \tag{I-17}$$

Le hessien de $f(x)$ Le hessien de $g_i(x)$ Le hessien de $h_j(x)$

Soit x^* qui minimise $f(x)$ sous les contraintes $g(x) = 0$ et $h(x) \leq 0 (\geq 0)$.

Si x^* est un point régulier, alors :

$$\exists \lambda^*, \mu^* / y^T L(x^*, \lambda^*, \mu^*) y \geq 0 \quad \forall y \neq 0 / \begin{cases} y^T \nabla g^T(x^*) = 0 \\ y^T \nabla h_j(x^*) = 0 \quad \forall j \in I(x^*) \end{cases}. \tag{I-18}$$

Condition suffisante [8]

Si $\exists \lambda^*, \mu^* / 1^\circ \mu^* \geq 0 (\mu^* \leq 0)$.

$$2^\circ \nabla f(x^*) + \nabla g^T(x^*)\lambda^* + \nabla h^T(x^*)\mu^* = 0. \text{ et } g(x^*) = 0 \quad \begin{cases} h(x^*) \leq 0 \\ h(x^*) \geq 0 \end{cases} \tag{I-19}$$

$$3^\circ \mu^{*T}h(x^*) = 0.$$

$$4^\circ y^T L(x^*, \lambda^*, \mu^*) y > 0 (\text{où } < 0) \quad \forall y \neq 0 / \begin{cases} y^T \nabla g^T(x^*) = 0 \\ y^T \nabla h_j(x^*) = 0 \quad \forall j \in I(x^*) \end{cases}. \tag{I-20}$$

$\Rightarrow x^*$ est un minimum local au sens strict de $f(x)$ avec $g(x) = 0$ et $h(x) \leq 0$ maximum.

I.5. Méthodes d'optimisation non linéaire

I.5.1. Méthodes d'optimisation sans contraintes

Ces des méthodes permettant de résoudre un problème d'optimisation sans contraintes (appelées aussi parfois méthodes d'optimisation directe) sous la forme :

minimiser $f(x)$ avec $x \in \mathbf{R}^n$.

I.5.1.1. Les méthodes de descente basées sur le gradient

Les méthodes basées sur le gradient de la fonction objectif sont des procédures parmi les plus fondamentales pour minimiser une fonction différentiable de \mathbf{R}^n dans \mathbf{R} . Comme la plupart des autres méthodes développées pour ce problème, elles reposent sur la propriété dite de descente itérative [8]. Rappelons qu'un algorithme itératif part d'un vecteur $x^0 \in \mathbf{R}^n$ et génère une suite de vecteur x^1, x^2, \dots de \mathbf{R}^n , la propriété de descente itérative impliquant que le coût des vecteurs ainsi générés décroisse à chaque itération :

$$f(x^{k+1}) < f(x^k) \quad \forall k \in \mathcal{I} \quad (I-21)$$

Les méthodes basées sur le gradient appartiennent à une importante classe d'algorithmes, où les vecteurs sont générés de la manière suivante :

$$x^{k+1} = x^k + \alpha^k d^k. \quad (I-22)$$

Définition I.10 [6] soient $f : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ et $x^* \in \mathbf{R}^n$. un vecteur d est appelé une direction de descente de f en x si $\exists \alpha_{\max} > 0$ tel que $f(x + \alpha d) < f(x) \forall \alpha \in [0, \alpha_{\max}]$.

Ainsi, afin d'assurer que la propriété de descente itérative soit garantie par l'algorithme, la direction d^k choisie, dans l'équation ci-dessus, doit être une direction de descente. On sait que toute direction d^k telle que $\nabla f(x^k) \cdot d^k < 0$ est une direction de descente de f en x^k . Les algorithmes de ce type sont appelés méthodes du gradient en raison de cette relation entre la direction d^k et le gradient $\nabla f(x^k)$.

* Convergence de la méthode : Idéalement, nous souhaiterions pouvoir générer, à l'aide de la méthode du gradient, une séquence $\{x^k\}$ convergeant vers un minimum global de f . Cependant, c'est bien sûr trop demander à une telle méthode, du moins si f n'est pas convexe (en raison de la présence d'extréma locaux qui ne sont pas globaux). La méthode du gradient est guidée localement selon la forme de f dans la région correspondante au point x^k , et peut ainsi être attirée par tout type de minimum, qu'il soit local ou global. Remarquons que si, pour une quelconque raison, la méthode est démarrée depuis où rejoint un

maximum ou un point stationnaire, elle se termine en ce point. Ainsi, si f n'est pas convexe, nous pouvons, au mieux, attendre de la méthode du gradient qu'elle converge vers un point stationnaire.

- * Critère d'arrêt : Il est nécessaire d'utiliser un critère permettant d'arrêter l'exécution lorsque x^k est suffisamment proche d'un point stationnaire, par exemple $|\nabla f(x^k)| < \varepsilon$, où ε est un scalaire positif arbitrairement choisi. A priori, la valeur que nous devons fixer pour ε dépend du problème considéré.
- * Les inconvénients : L'inconvénient majeur de la méthode du gradient survient lorsque les surfaces de coût égal de f sont "allongées", et que x^k est tel que la direction du gradient y est presque orthogonale à la direction menant au minimum. Celle-ci adopte alors le comportement du "zigzag" et progresse extrêmement lentement.

I.5.1.2. Les méthodes utilisant des directions conjuguées

Ces méthodes sont basées sur l'important concept de la conjugaison et ont été développées afin de résoudre le problème quadratique :

$$\text{minimiser } f(x) = \frac{1}{2}x.Qx + b.x + c \text{ avec } x \in \mathbf{R}^n. \quad (I-23)$$

Où $Q \in \mathbf{R}^{n \times n}$ est symétrique et définie positive, $b \in \mathbf{R}^n$ et $c \in \mathbf{R}$. Les méthodes de direction conjuguées peuvent résoudre les problèmes de cette forme en au plus n itérations et, contrairement au plusieurs méthodes, elle n'utilisent pas de dérivées, sauf dans le cas particulier de la méthode du gradient conjugué.

Définition I.11 [6] (la notion de "conjugaison") Soient Q une matrice $n \times n$ symétrique et définie positive et un ensemble de directions non nulles $\{d^1, d^2, \dots, d^k\}$. Ces directions sont dites Q -conjuguées si : $d^i.Qd^j = 0, \forall i, j \text{ tel que } i \neq j.$ (I-24)

Etant donné un ensemble de n directions Q -conjuguées d^0, d^1, \dots, d^{n-1} , la méthode de directions conjuguées correspondante est donnée par :

$$x^{k+1} = x^k + \alpha^k d^k, \quad k = 0, \dots, n-1. \quad (I-25)$$

Où x^0 est un vecteur de départ choisi arbitrairement et où les α^k sont obtenus par minimisation monodimensionnelle le long de d^k .

Le principal résultat concernant les méthodes utilisant des directions conjuguées est qu'à chaque itération k , la méthode minimise f sur le sous-espace généré par les k premières directions Q -conjuguées utilisées par l'algorithme.

Comment construire les directions Q -conjuguées ? [5]

Des directions Q -conjuguées d^0, \dots, d^k peuvent être générées à partir d'un ensemble de vecteurs linéairement indépendants ξ^0, \dots, ξ^k en utilisant la procédure dite de *Gram Schmidt*, de telle sorte que pour tout i entre 0 et k , le sous-espace généré par d^0, \dots, d^i soit égale au sous espace généré par ξ^0, \dots, ξ^i . Cette procédure fonctionne de la manière suivante. Elle commence par choisir $d^0 = \xi^0$. Supposons maintenant que les directions d^0, \dots, d^i ont été construites ($i < k$), satisfaisant la propriété précédente. Alors d^{i+1} est construite comme suit :

$$d^{i+1} = \xi^{i+1} + \sum_{m=0}^i c^{(i+1)m} d^m \quad (I-26)$$

Les coefficients $c^{(i+1)m}$, eux, sont choisis de manière à assurer la Q -conjugaison des d^0, \dots, d^{i+1} , c'est-à-dire de telle sorte que pour tout $j = 0, \dots, i$, nous ayons

$$d^{i+1} \cdot Q d^j = 0. \quad (I-27)$$

* Convergence des méthodes de directions conjuguées

Théorème 1.6 [8] Soit x^n le point obtenu à la $n^{\text{ième}}$ itération d'une méthode de directions conjuguées, en partant de x^0 quelconque. Alors x^n est un minimum global de f sur \mathbf{R}^n .

La méthode converge donc de manière finie.

* Les avantages : Il est également possible d'employer les méthodes de directions conjuguées pour résoudre des problèmes non quadratiques. Cependant, il faut pour cela recourir à des stratégies permettant de surmonter la "perte" de conjugaison des directions générées due à la présence de termes non quadratiques dans la fonction objectif.

* Les inconvénients : la convergence de ces méthodes est finie.

I.5.1.3. Méthodes de recherche linéaire

La recherche linéaire est la détermination d'un pas $\lambda_k > 0$ le long d'une direction de descente d^k .

∅ But de la recherche linéaire

Dans le cas non quadratique les méthodes de descente ($x^{k+1} = x^k + \alpha^k d^k$, $\alpha^k > 0$) nécessitent la recherche d'une valeur de $\alpha^k > 0$, optimale ou non, vérifiant :

$$f(x^k + \alpha^k d^k) \leq f(x^k). \quad (I-28)$$

On définit comme précédemment la fonction $\varphi(\alpha) = f(x^k + \alpha d^k)$. le pas optimal $\hat{\alpha}$ peut être caractérisé par :

$$\begin{cases} \varphi'(\hat{\alpha}) = 0, \\ \varphi(\hat{\alpha}) \leq \varphi(\alpha), \text{ pour } 0 \leq \alpha \leq \hat{\alpha}, \end{cases} \quad (I-29)$$

Autrement dit, $\hat{\alpha}$ est un minimum local de φ qui assure de plus la décroissance de f .

En fait, dans la plupart des algorithmes d'optimisation modernes, on ne fait jamais de recherche linéaire exacte, car trouver $\hat{\alpha}$ signifie qu'il va falloir calculer un grand nombre de fois la fonction φ , et cela peut être dissuasif du point de vue du temps de calcul. En pratique, on recherche plutôt une valeur de α qui assure une décroissance suffisante de f [7].

∅ Intervalle de sécurité

Définition I.12 [7] On dit que $[a, b]$ est un intervalle de sécurité s'il permet de classer les valeurs de α de la façon suivante :

- Si $\alpha < a$ alors α est considéré trop petit,
- Si $a \leq \alpha \leq b$ alors α est satisfaisant,
- Si $\alpha > b$ alors α est considéré trop grand.

Le problème est de traduire de façon numérique sur φ les trois conditions précédentes, ainsi que de trouver un algorithme permettant de déterminer a et b .

L'idée est de partir d'un intervalle suffisamment grand pour contenir $[a, b]$, et d'appliquer une bonne stratégie pour itérativement réduire cet intervalle.

Recherche d'un intervalle de départ:

- Si α est satisfaisant alors on s'arrête

- Si α est trop grand, alors on prend $b = \alpha$ et on s'arrête
- Si α est trop petit, on fait $\alpha \leftarrow c\alpha$, $c > 0$, et on retourne en 1.

Réduction de l'intervalle

On suppose maintenant que l'on dispose d'un intervalle $[a, b]$ mais que l'on n'a pas encore de α satisfaisant. Une manière simple de faire est de procéder par exemple par dichotomie, en choisissant: $\alpha = \frac{a+b}{2}$.

Puis en conservant soit $[a, \alpha]$ ou $[\alpha, b]$ suivant que α est trop grand ou trop petit. Le problème est que cette stratégie ne réduit pas assez rapidement l'intervalle. Cependant elle n'utilise aucune informations sur φ . On préfère en général procéder en construisant une approximation polynomiale $p(\alpha)$ de φ et en choisissant α réalisant le minimum (s'il existe) de $p(\alpha)$ sur $[a, b]$.

1.5.1.4. La méthode de Newton

Alors que la méthode du gradient utilise une approximation linéaire pour trouver une direction de mouvement, l'idée de la méthode de Newton est de minimiser à chaque itération l'approximation quadratique de f au point courant x^k et donnée par le développement de Taylor d'ordre 2 [9]:

$$q^k(x) = f(x^k) + \nabla f(x^k) \cdot (x - x^k) + \frac{1}{2} (x - x^k) \cdot \nabla^2 f(x^k) (x - x^k). \quad (I-30)$$

Une condition nécessaire pour que le minimum de $q^k(x)$ soit atteint est $\nabla q^k(x) = 0$

$$\text{soit :} \quad \nabla f(x^k) + \nabla^2 f(x^k) (x - x^k) = 0. \quad (I-31)$$

Le vecteur généré à l'itération $k+1$ est le vecteur minimisant $q^k(x)$, c'est-à-dire le vecteur satisfaisant l'équation précédente, soit

$$x^{k+1} = x^k - (\nabla^2 f(x^k))^{-1} \nabla f(x^k). \quad (I-32)$$

La méthode nécessitant l'évaluation de la matrice hessienne de f , elle ne peut être utilisée que si f est deux fois continuellement différentiable (la méthode de Newton requiert même l'évaluation de l'inverse de cette matrice, ce qui est coûteux en terme de calculs).

- * Critère d'arrêt : On peut remarquer que la méthode s'arrête également lorsque $\nabla f(x^k) = 0$, car il s'ensuit que $x^{k+1} = x^k$ [9].
- * Les avantages : l'avantage principale de la méthode de Newton est qu'elle bénéficie d'une convergence quadratique.
- * Les inconvénients : La méthode de Newton présente plusieurs inconvénients :
 1. L'inverse de la matrice hessienne $(\nabla^2 f(x^k))^{-1}$ peut ne pas exister, auquel cas la méthode échoue. Cela intervient typiquement lorsque la méthode atteint une région où f est linéaire (ses secondes dérivées partielles valent zéro).
 2. La méthode de Newton n'est pas une méthode de descente : il est possible que $f(x^{k+1})$ soit supérieur à $f(x^k)$.
 3. Elle est attirée aussi bien par les minima que par les maxima locaux (cette propriété est liée à la précédente). En effet, la méthode, à chaque itération, recherche uniquement un point tel que le gradient de l'approximation quadratique soit égal au vecteur nul, que ce soit point soit un maximum, un minimum ou un point stationnaire.
- * Convergence de la méthode : La méthode ne converge donc pas en général, notamment si elle est démarrée loin d'un minimum local, pour les première et troisième raisons. Cependant, elle converge sous certaines restrictions : si elle est exécutée à partir d'un point suffisamment proche d'un minimum local et que $\nabla^2 f(x^k)$ n'est pas singulière, alors la méthode de Newton convergera vers ce minimum (mais pas de manière finie, de sorte qu'une condition d'arrêt est requise de façon analogue à la méthode du gradient).

I.5.1.5. Les méthodes de Quasi-Newton

I.5.1.5.1. Relation de quasi newton

Une méthode de quasi-Newton est une méthode du type :

$$\begin{cases} d^k = -B_k g_k, & \text{où } B_k = H_k^{-1} \text{ et } g_k = \nabla f(x^k) \\ x^{k+1} = x^k + \alpha^k d^k, \end{cases} \quad (I-33)$$

Où B_k (respectivement H_k) est une matrice destinée à approcher l'inverse du hessien de f (respectivement le hessien de f) en x^k .

Où $\alpha > 0$ est fixé a priori.

Définition I.11 [7] On dit que les matrices B_{k+1} et H_{k+1} vérifient une relation de quasi-Newton si on a :

$$H_{k+1} (x^{k+1} - x^k) = \nabla f(x^{k+1}) - \nabla f(x^k), \quad (I-34)$$

$$\text{ou } x^{k+1} - x^k = B_{k+1} \nabla f(x^{k+1}) - \nabla f(x^k).$$

Il reste un problème à résoudre : comment mettre à jour B_k tout en assurant $B_k > 0$?

Formules de mise à jour de l'approximation du hessien

Le principe de la mise à jour consiste, à une itération donnée de l'algorithme (I-33) à appliquer une formule du type :

$$B_{k+1} = B_k + \Delta_k, \quad (I-35)$$

Avec Δ_k symétrique, assurant la relation de quasi-Newton.

Ainsi que $B_{k+1} > 0$, sous l'hypothèse que $B_k > 0$.

Formule de Broyden : La formule de Broyden est décrite sous la forme :

$$B_{k+1} = B_k + \frac{(s_k - B_k y_k)(s_k - B_k y_k)^T}{(s_k - B_k y_k)^T y_k}, \quad (I-36)$$

$$\text{Où : } \begin{cases} s_k = B_{k+1} y_k, \\ y_k = \nabla f(x^{k+1}) - \nabla f(x^k). \end{cases} \quad (I-37)$$

1.5.1.5.2. Méthode de Davidon, Fletcher et Powell (DFP)

Formule de Davidon, Fletcher et Powell : La formule de mise à jour de Davidon, Fletcher et Powell est une formule de correction de rang 2 donnée par :

$$B_{k+1} = B_k + \frac{s_k s_k^T}{s_k^T y_k} - \frac{B_k y_k y_k^T B_k}{y_k^T B_k y_k}. \quad (I-38)$$

Le résultat suivant montre que sous certaines conditions, la formule (I-38) conserve la définie positivité des matrices B_k .

Théorème I.7 [1] On considère la méthode définie par (I-33) tel que α^k optimal. Où $B_0 > 0$ est donnée ainsi que x^0 . Alors les matrices B_k sont définies positives, $\forall k > 0$.

- * Critère d'arrêt : le critère d'arrêt utilisé dans cette méthode est : $\|g_{k+1}\| < \varepsilon$.
- * Les avantages : Cette méthode a un comportement remarquable dans le cas où f est une forme quadratique.
- * Les inconvénients : dans le cas non quadratique la méthode converge vers un optimum local mais pas obligatoirement vers un minimum globale (sauf près de l'optimum).

I.5.1.5.3. Méthode de Broyden, Fletcher, Goldfarb et Shanno (BFGS)

La formule de mise à jour de Broyden, Fletcher, Goldfarb et Shanno est une formule de correction de rang 2 qui s'obtient à partir de la formule DFP en intervertissant les rôles de s_k et y_k [1]. La formule obtenue permet de mettre à jour une approximation H_k du hessien possédant les mêmes propriétés, à savoir $H_{k+1} > 0$ si $H_k > 0$ et vérifiant la relation de quasi-Newton : $y_k = H_k s_k$.

La formule est donc la suivante :

$$H_{k+1} = H_k + \frac{y_k y_k^T}{y_k^T s_k} - \frac{H_k s_k s_k^T H_k}{s_k^T H_k s_k}. \quad (I-39)$$

- * Convergence de la méthode : du point de vue de la vitesse de convergence, Cette méthode est reconnue comme étant beaucoup moins sensible que la méthode DFP aux imprécisions dans la recherche linéaire.
- * Les avantages : En pratique la mise à jour de H_k est faite directement sur le facteur de Cholesky C_k où $H_k = C_k C_k^T$ ce qui ramène le calcul de d^k au même coût que pour la formule de DFP. De plus, cette technique permet de contrôler précisément la définie positivité de H_k .

Pour les applications pratiques, nous avons préféré utiliser la formule de Broyden, Fletcher, Goldfarb et Shanno (BFGS) parce que La substitution des deux formules de mise à jour est immédiate.

Pour les problèmes fortement non convexes, l'actualisation dans l'espace de conception original peut accélérer le processus de convergence.

Comme la remise à jour de type BFGS ne nécessite que la manipulation et la mémorisation de vecteurs de dimension n (nombre de variables de problème), la méthode est très peu coûteuse.

- * Les inconvénients : Les performances de l'algorithme changent sensiblement lorsque des recherches linéaires inexactes sont exécutées.

1.5.1.6. La méthode de Nelder et Mead (du simplexe)

C'est un euphémisme que de dire que la méthode du simplexe (à ne pas confondre avec la méthode du simplexe pour la programmation linéaire), également appelée méthode de Nelder et Mead, fonctionne différemment des autres méthodes décrites jusqu'ici. En effet, elle ne consiste pas à déterminer, à chaque itération, une direction le long de laquelle se déplacer depuis x^k pour obtenir x^{k+1} . Son principe est de maintenir un ensemble de $n+1$ points, appelé *simplexe*. A chaque itération, l'algorithme remplace le point de coût maximum x_{\max} dans le simplexe par un autre dont le coût est inférieur. Ce nouveau point est déterminé par l'algorithme d'une manière très "géométrique", suivant les étapes de réflexion, d'expansion ou de contraction qui sont décrites ci-dessous [6].

Soient x^0, x^1, \dots, x^k les $n+1$ points du simplexe courant. Soient x_{\min} et x_{\max} les points de coût respectivement le moins et le plus élevé, c'est à dire tels que :

$$\begin{aligned} f(x_{\min}) &= \min_{i=0, \dots, n} f(x^i) \\ \text{et } f(x_{\max}) &= \max_{i=0, \dots, n} f(x^i) \end{aligned} \quad (I-40)$$

Soit \bar{x} défini de la manière suivante (nous pourrions le qualifier de "centre" du polyèdre formé par les points du simplexe à l'exception de x_{\max}) :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \left(-x_{\max} + \sum_{i=0}^n x^i \right). \quad (I-41)$$

L'itération consiste à remplacer le pire des points x_{\max} par un point de coût inférieur ; pour cela, le point dit de réflexion x_{ref} est calculé, situé sur la droite passant par x_{\max} et \bar{x} , et symétrique à x_{\max} par rapport à \bar{x} :

$$x_{ref} = 2\bar{x} - x_{\max}. \quad (I-42)$$

Alors, un nouveau point x_{new} amené à remplacer x_{\max} dans le simplexe est calculé, en fonction des coûts de x_{ref} et des points du simplexe autres que x_{\max} . En fonction de cela, x_{new} pourra être déterminé selon trois phases différentes:

1. Si $f(x_{\min}) > f(x_{ref})$, l'expansion est effectuée. Le point x_{exp} est calculé : $x_{exp} = 2x_{ref} - \bar{x}$.

$$\text{Et } x_{new} \text{ est défini comme suit : } x_{new} = \begin{cases} x_{exp} & \text{si } f(x_{exp}) < f(x_{ref}), \\ x_{ref} & \text{sinon.} \end{cases} \quad (I-43)$$

2. Si $\max_{x^i \neq x_{\max}} f(x^i) > f(x_{ref}) \geq f(x_{\min})$, la réflexion est effectuée. $x_{new} = x_{ref}$ (I-44)

3. Si $f(x_{ref}) \geq \max_{x^i \neq x_{\max}} f(x^i)$, la contraction est effectuée et

$$x_{new} = \begin{cases} \frac{1}{2}(x_{\max} + \bar{x}) & \text{si } f(x_{\max}) \leq f(x_{ref}), \\ \frac{1}{2}(x_{ref} + \bar{x}) & \text{sinon.} \end{cases} \quad (I-45)$$

* Les avantages :

La méthode de Nelder et Mead est une méthode qui permet de traiter des problèmes avec : une exploitation acceptable du domaine de recherche. Aucune condition n'est suggérée sur la fonction objectif.

* Les inconvénients :

- La convergence de la méthode n'est pas toujours assurée.
- Avec la méthode de Nelder et Mead, on ne peut pas éviter les optimums locaux, donc le choix de la position du point initial va influencer sur les résultats d'optimisation.

I.5.2. Méthodes d'optimisation avec contraintes

En premier lieu on remarque que toute contrainte sous forme d'égalité peut être exprimée de manière équivalente par deux inégalités :

$$g_i(x) = 0 \text{ Peut être exprimé sous la forme : } \begin{cases} g_i(x) \leq 0 \\ -g_i(x) \leq 0. \end{cases}$$

I.5.2.1. Les méthodes de directions admissibles

Cette classe de méthodes résout un problème de minimisation non linéaire en se déplaçant d'un point de X vers un autre de ses points au coût inférieur. Elles fonctionnent selon le principe suivant : étant donné un élément x^k de X , une direction d^k est générée telle que pour un $\alpha^k > 0$ et suffisamment petit, les propriétés suivantes sont assurées :

1. $x^k + \alpha^k d^k$ appartient toujours à X .
2. $f(x^k + \alpha^k d^k) < f(x^k)$.

Une fois d^k déterminée, α^k s'obtient par minimisation monodimensionnelle pour que le déplacement dans la direction d^k soit optimal, mais cette fois-ci il est nécessaire d'imposer une borne supérieure sur la valeur de α^k afin de ne pas sortir de X . Cela définit le nouveau point x^{k+1} et le processus est recommencé [6].

I.5.2.1.1. La méthode de Frank et Wolfe

Cette méthode s'applique si les contraintes sont linéaires et si X est borné. Une manière simple de générer une direction d^k satisfaisant la condition de descente $\nabla f(x^k) \cdot d^k < 0$, si l'on pose $d^k = \bar{x}^k - x^k$, est de minimiser la dérivée directionnelle de f dans la direction d^k , comme c'est le cas pour la méthode du gradient ; mais il faut en plus prendre garde de pas sortir de l'ensemble des solutions admissibles [6]. Le sous problème de recherche de d^k peut être formulé ainsi :

$$\underset{\text{suos contrainte } x \in X}{\text{minimiser}} \nabla f(x^k) \cdot (x - x^k) \quad (I-46)$$

et nous pouvons obtenir \bar{x}^k comme la solution optimale de ce sous problème. Celui-ci est un programme linéaire et peut être résolu par l'algorithme du simplexe.

- * Critère d'arrêt : La méthode se termine si la direction générée est égale au vecteur nul.
- * Convergence de la méthode : La méthode converge vers un point de Kuhn Tucker, mais pas nécessairement de manière finie car elle peu être sujette au zigzag.

I.5.2.1.2. La méthode de Zoutendijk

La méthode de Zoutendijk fonctionne selon le même schéma : à chaque itération, elle génère une direction de descente admissible et ensuite minimise f le long de cette direction. A l'image de la méthode de Frank et Wolfe, le sous-programme de recherche d'une telle direction est linéaire [6].

Cas des contraintes linéaires

Les variables apparaissant dans la fonction objectif du sous-programme linéaire sont les composantes de d^k , que l'on norme afin d'empêcher le problème d'être non borné

Le problème de recherche de direction final est :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimise } \nabla f(x^k).d \\ \text{sous les contraintes } \nabla h_i(x^k).d \leq 0 \quad \forall i \in I, \\ \qquad \qquad \qquad -1 \leq d^i \leq 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}. \end{array} \right. \quad (I-47)$$

I : L'ensemble des contraintes actives en x^k : $I = \{i | h_i(x^k) = 0\}$.

Cas des contraintes non linéaires

En raison de la non linéarité de h_i , il se peut que tout déplacement dans cette direction conduise en un point non admissible. Cette approche doit donc être modifiée pour pouvoir prendre en compte ce type de contraintes.

Théorème 1.8 [6] Considérons le problème de minimisation de $f(x)$, sous contraintes $h_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m$. Soient x^k une solution admissible. Supposons, de plus, que f et les h_i sont continues et continuellement différentiables.

Si $\nabla f(x^k).d < 0$ et $\nabla h_i(x^k).d < 0 \quad \forall i \in I$, alors d est une direction de descente admissible de f en x^k .

Pour trouver un vecteur d satisfaisant ces deux inégalités strictes, une possibilité est de minimiser le maximum de la valeur $\nabla f(x^k).d$, d et des valeurs $\nabla h_i(x^k).d$. En dénotant ce minimum par z et en introduisant les restrictions interdisant au problème d'être non borné, nous obtenons le problème suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimiser } z \\ \text{sous les contraintes } \nabla f(x^k).d - z \leq 0, \\ \qquad \qquad \qquad \nabla h_i(x^k).d - z \leq 0 \quad \forall i \in I, \\ \qquad \qquad \qquad -1 \leq d \leq 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}. \end{array} \right. \quad (I-48)$$

Si $z_{optimal} < 0$, alors d est manifestement une direction de descente admissible. Sinon x^k satisfait la condition de Fritz John (x^k satisfait la condition de Fritz John si et seulement si la valeur optimale de la fonction objectif du programme linéaire précédent est égale à zéro).

* Critère d'arrêt : la méthode de Zoutendijk se termine si la valeur optimale de la fonction objectif de ce programme linéaire est nulle.

- * Convergence de la méthode : En général, la convergence de cette méthode n'est pas garantie. Un contre exemple, attribué à Wolfe, a montré qu'elle pouvait ne pas converger vers un point satisfaisant les conditions de Kuhn Tucker.
- * Les inconvénients : avec l'emploi de cette méthode, nous ne pouvons pas traiter de contraintes d'égalités non linéaires, car il ne serait pas possible de générer une direction de déplacement qui n'amène à sortir du domaine.

I.5.2.2. Les méthodes de plans sécants

Les méthodes de plans sécants sont applicables si X est fermé, si les contraintes qui le définissent sont convexes et si f est convexe. Si f est linéaire, le principe de ces méthodes est "d'enfermer" l'ensemble des solutions admissibles dans un polytope P formé d'au moins $n+1$ hyperplans (c'est le nombre minimal d'hyperplans que doit comporter le polytope initial, au début de l'exécution), P définit alors un nouvel ensemble de solutions admissibles et le problème consistant à minimiser f sur P est un programme linéaire. Si sa solution optimale appartient à X , l'exécution est terminée car cette solution est également celle du problème original. Sinon (sa solution optimale n'appartient pas à X), un nouvel hyperplan est introduit réduisant P à un nouveau polytope. Celui-ci doit répondre à deux exigences : il ne doit tout d'abord éliminer aucune solution admissible du problème original ; ensuite, la solution optimale du programme linéaire résolu à l'itération précédente doit devenir non admissible. Puis, le processus est reconduit jusqu'à satisfaire la condition d'arrêt [6].

I.5.2.2.1. La méthode de Kelley

Si x^1 n'est pas une solution admissible du problème de départ, il existe au moins un i tel que $h_i(x) > 0$. Nous pouvons alors choisir s tel que $h_s(x^k) = \max_{1 \leq i \leq m} h_i(x^k) > 0$. Une nouvelle contrainte linéaire est ensuite ajoutée, donnée par l'approximation linéaire de $h_s(x)$ au voisinage de x^k :

$$h_s(x^k) + \nabla h_s(x^k) \cdot (x - x^k) \leq 0. \quad (I-49)$$

* Convergence de la méthode :

Théorème 1.9 [6] Soit une séquence $\{x^k\}$ générée par la méthode de Kelley sous les hypothèses précédentes. Alors tout point limite de $\{x^k\}$ est la solution optimale globale du problème original.

* Les inconvénients : ce type de méthodes résout des problèmes d'optimisation à condition que la fonction objectif est linéaire.

1.5.2.3. Les méthodes de pénalité intérieure (ou méthodes de barrière)

Le principe de ces méthodes réside dans la transformation d'un problème contraint en une séquence de problèmes sans contraintes, en ajoutant au coût une pénalité en cas de violation de celles-ci. Un tel sous problème est résolu à chaque itération d'une méthode de pénalité. L'appellation "pénalité intérieure" est employée car le minimum est approché depuis l'intérieur de X . Les méthodes de barrière s'appliquent aux problèmes dont l'ensemble admissible X est défini uniquement par

une collection d'inégalités :
$$\begin{cases} \text{minimiser } f(x) \\ \text{sous les contraintes } h_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \end{cases}$$

La fonction de barrière, notée $B(x)$, est ajoutée à $f(x)$; elle est continue sur X_I (où $X_I = \{x \mid h_i(x) < 0, \forall i \in \{1, \dots, m\}\}$) et sa valeur tend vers l'infini lorsque la frontière de X est approchée par l'intérieur, c'est-à-dire lorsque l'un des $h_i(x)$ approche zéro par les valeurs négatives. Une itération de la méthode consiste ensuite à minimiser la fonction $f(x) + \varepsilon B(x)$ (où ε est un paramètre réel strictement positif) à l'aide d'algorithmes de minimisation directe [6].

Les fonctions de barrière les plus répandues sont les suivantes :

$$\text{La logarithmique : } B(x) = -\sum_{i=1}^m \ln(-h_i(x)). \quad (I-50)$$

$$\text{L'inverse : } B(x) = -\sum_{i=1}^m \frac{1}{h_i(x)}. \quad (I-51)$$

Il est important de noter que, si tous les $h_i(x)$ sont convexes, ces deux fonctions de barrière le sont également. La méthode de barrière est définie en introduisant la

séquence de paramètres $\{\varepsilon^k\}, k = 0, 1, \dots$ avec $0 < \varepsilon^{k+1} < \varepsilon^k$ et $\varepsilon^k \rightarrow 0$ lorsque $k \rightarrow \infty$. Une itération de celle-ci consiste à déterminer : $x^k = \arg \min_{x \in X_I} \{f(x) + \varepsilon^k B(X)\}$. (I-52)

Théorème I.10 [6] Tout point limite d'une séquence $\{x^k\}$ générée par une méthode de barrière est un minimum global du problème contraint original.

* Les inconvénients : Il n'existe pas de règle universelle permettant d'obtenir un bon choix de ε^0 .

L'utilisateur d'une méthode de barrière sera souvent condamné à exécuter la méthode plusieurs fois avec différentes valeurs de ε^0 et x^0 jusqu'à obtenir une convergence satisfaisante.

I.5.2.4. Les méthodes de pénalité extérieure

Les méthodes de pénalité extérieures cherchent à approcher le minimum depuis l'extérieur de X à $f(x)$ est ajoutée une *fonction de pénalité extérieure* $P(x)$ dont la valeur est égale à zéro si x est admissible et supérieure à zéro s'il ne l'est pas. L'ajout de cette fonction a pour seul but de pénaliser la fonction objectif en cas de violation d'une ou de plusieurs contraintes [6]. La fonction de pénalité quadratique $P(x)$ est

définie comme suit :
$$P(x) = \sum_{i=1}^m (h_i(x))^2 u_i(h_i(x)) \quad (I-53)$$

$$\text{où } u_i(h_i(x)) = \begin{cases} 0 & \text{si } h_i(x) \leq 0, \\ 1 & \text{si } h_i(x) > 0, \end{cases}$$

De façon analogue à la méthode de barrière, nous introduisons un paramètre μ qui permet d'amplifier ou de diminuer sa valeur et, à chaque itération, le sous-problème à résoudre à l'aide d'une méthode de minimisation directe sera de la forme suivante :

minimiser $f(x) + \mu P(x)$ avec $x \in \mathbf{R}^n$. A chaque itération, la méthode obtient x^k de la manière suivante : $x^k = \arg \min_{x \in \mathbf{R}^n} \{f(x) + \mu P(x)\}$. (I-54)

* Les inconvénients : Il n'existe pas de règle universelle permettant d'obtenir un bon choix de μ^0 .

* Les avantages : Le comportement de la méthode de pénalité extérieure est très similaire à celui de la méthode de barrière.

I.5.2.5. Les méthodes utilisant la notion de dualité

Définition I.12 [7] On appelle problème dual du problème $\min_{x \in \mathbf{R}^n} f(x)$, sous $h(x) \leq 0$, le

$$\text{problème : } \max_{\lambda \geq 0} \min_{x \in \mathbf{R}^n} L(x, \lambda), \quad (I-55)$$

I.5.2.5.1. La méthode d'Uzawa

Le principe de la méthode d'Uzawa est d'utiliser la méthode du gradient pour maximiser la fonction duale, tout en tenant compte de la contrainte $\lambda \geq 0$: cela donne

$$\text{la méthode } \lambda^{k+1} = \left[\lambda^k + \alpha^k \nabla \omega(\lambda^k) \right]^+ \quad (I-56)$$

On appelle $\omega(\lambda) = \min_{x \in \mathbf{R}^n} L(x, \lambda)$ la fonction duale.

$$\text{On a : } \nabla \omega(\lambda) = h(x(\lambda)). \text{ et } x^k \text{ solution du problème } \min_{x \in \mathbf{R}^n} f(x) + (\lambda^k)^T h(x). \quad (I-57)$$

* Critère d'arrêt : le critère d'arrêt utilisé dans cette méthode est $\max_i h(x^k) < \varepsilon$.

* Les inconvénients : si ε est trop petit l'algorithme ne s'arrêtera pas.

I.5.2.5.2. La méthode d'Arrow et Hurwicz

Cette méthode est très voisine de la méthode d'Uzawa. Au lieu de déterminer x^k comme le minimum de $L(x, \lambda^k)$ on se contente d'un pas dans la direction

$$-\nabla_x L(x, \lambda^k) : \text{ on définit } x^{k+1} \text{ par : } x^{k+1} = x^k - \alpha^k \nabla_x L(x^k, \lambda^k). \quad (I-58)$$

I.5.2.6. La programmation quadratique séquentielle (SQP)

La programmation quadratique séquentielle (SQP) est utilisée pour la résolution des problèmes généraux d'optimisation non linéaire avec contraintes.

Les problèmes à résoudre avec cette méthode est de la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{x \in \mathbf{R}^n} f(x) \\ \text{sous } g_i(x) = 0, \text{ pour } i = 1, \dots, n \\ h_j(x) \geq 0, \text{ pour } j = n+1, \dots, m \\ x^{\text{inf}} \leq x \leq x^{\text{sup}} \end{array} \right. \quad (I-59)$$

Où toutes les fonctions du problème sont continues différentiables.

La méthode, basé sur la formulation itérative et la solution de sous problème de la programmation quadratique, on obtient le sous problème en utilisant une approximation quadratique du Lagrangien et par linéarisation des contraintes [10].

Alors on peut écrit le sous problème sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{d \in \mathbb{R}^n} \frac{1}{2} d^T B_k d + \nabla f(x^k)^T d \\ \text{sous } \nabla g_i(x^k)^T d + g_i(x^k) = 0, \quad i = 1, \dots, n \\ \nabla h_j(x^k)^T d + h_j(x^k) \geq 0, \quad j = n+1, \dots, m \\ x^{\text{inf}} - x^k \leq d \leq x^{\text{sup}} - x^k \end{array} \right. \quad (I-60)$$

Où B_k est une approximation de l'hessien définie positive. On utilise la recherche linéaire pour trouver le nouveau point x^{k+1} .

$$x^{k+1} = x^k + \alpha d_k, \quad \alpha \in]0,1] \quad (I-61)$$

tel qu'une "fonction modale" aura une valeur de la fonction inférieure au nouveau point. Ici, la fonction Lagrange est utilisée comme une fonction modale.

Lorsque l'optimalité n'est pas accompli, B_k est mis à jour d'après la formule BFGS.

- * Les avantages : avec la programmation quadratique on peut résoudre tous les types de l'optimisation non linéaire avec contraintes (quadratique ou non quadratique), et quelque soit le type de contraintes (contraintes d'égalité ou contraintes d'inégalité).

Cette méthode utilise la formule BFGS pour calculer B_k (la remise à jour de type BFGS ne nécessite que la manipulation et la mémorisation de vecteurs de dimension n).

L'utilisation de remise à jour de type BFGS peut accélérer le processus de convergence. Cette méthode est bénéfice d'une convergence quadratique. Cette méthode utilise une recherche linéaire pour calculer un pas d'optimisation.

I.6. Synthèse des travaux sur l'optimisation non linéaire

I.6.1. Etude comparative des méthodes d'optimisation fait par Thierno Diallo [6]

I.6.1.1. Etude comparative des méthodes d'optimisation sans contraintes

Dans cette étude ils ont résolu de manière réelle grâce à des applications développées, et ils comparé les résultats obtenus pour les différentes méthodes.

Les problèmes résolus sont: P_1 : minimiser $f(x) = 4x_1^2 + 4x_2^2 - 12x_2 - 4x_1x_2$

$$P_2 : \text{minimiser } f(x) = (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2$$

Ils ont résolu ces problèmes par la méthode du gradient. Le point de départ est $x^1(-20,15)$ pour P_1 et $x^1(0,4)$ pour P_2 la condition d'arrêt $|\nabla f(x^k)| < 0.01$.

Tableau I.1 exécution de la méthode du gradient pour le problème P_1 depuis $(-20,15)$.

k	x^k	$f(x^k)$	$\nabla f(x^k)$	d^k	α^k	x^{k+1}
1	(-20.0, 15.0)	3520	(-220.0, 188.0)	(220.0, -188.0)	0.08	(-1.59, -0.73)
2	(-1.59, -0.73)	16.39	(-9.81, -11.48)	(9.81, 11.48)	0.25	(0.83, 2.1)
^	^	^	^	^	^	^
5	(1.0, 2.0)	-12	(-0.01, 0.01)	(0.01, -0.01)	0.08	(1.0, 2.0)
6	(1.0, 2.0)	-12	(0.0, 0.0)	-	-	-

Tableau I.2 exécution de la méthode du gradient pour le problème P_2 depuis $(0,4)$.

k	x^k	$f(x^k)$	$\nabla f(x^k)$	d^k	α^k	x^{k+1}
1	(0.0, 4.0)	80	(-48.0, 32.0)	(48.0, -32.0)	0.06	(3.03, 1.98)
2	(3.03, 1.98)	1.99	(2.49, 3.73)	(-2.49, -3.73)	0.21	(2.5, 1.19)
^	^	^	^	^	^	^
33	(2.13, 1.07)	0	(0.01, -0.01)	(-0.01, 0.01)	0.13	(2.13, 1.07)
34	(2.13, 1.07)	0	(0.01, 0.01)	-	-	-

Et ils ont résolu les mêmes problèmes avec la méthode : de Newton, la condition d'arrêt $|\nabla f(x^k)| < 0.01$.

L'exécution de la méthode de newton donne les résultats suivants :

Tableau I.3 exécution de la méthode de newton pour le problème P_1 depuis $(-20,15)$.

k	x^k	$f(x^k)$	$\nabla f(x^k)$	$\nabla^2 f(x^k)$	d^k	x^{k+1}
1	(-20.0, 15.0)	3520	(-220.0, 188.0)	[(8.0, -4.0), (-4.0, 8.0)]	(21.0, -13.0)	(1, 2)
2	(1.0, 2.0)	-12	(0.0, 0.0)	[(8.0, -4.0), (-4.0, 8.0)]	-	-

Tableau I.4 exécution de la méthode de newton pour le problème P_2 depuis $(0,4)$.

k	x^k	$f(x^k)$	$\nabla f(x^k)$	$\nabla^2 f(x^k)$	d^k	x^{k+1}
1	(0.0,4.0)	80	(-48.0,32.0)	[(50.0,-4), (-4,8.0)]	(0.67,-3.67)	(0.67,0.33)
2	(0.67,0.33)	3.16	(-9.48, 0.0)	[(23.33, -4), (-4, 8.0)]	(0.44, 0.22)	(1.11, 0.56)
^	^	^	^	^	^	^
7	(1.82,0.91)	0	(-0.02, 0.0)	[(2.37, -4), (-4, 8.0)]	(0.06, 0.03)	(1.88, 0.94)
8	(1.88,0.94)	0	(-0.01, 0.0)	[(2.16, -4), (-4, 8.0)]	-	-

Et ils ont résolu le problème P_1 avec la méthode : de directions conjuguées, du gradient conjugué, du simplexe avec un condition d'arrêt $|\nabla f(x^k)| < 0.01$.

L'exécution de la méthode de directions conjuguées donne les résultats suivants :

Tableau I.5 exécution de la méthode de directions conjuguées pour le problème P_1 depuis $(-20,15)$.

k	x^k	$f(x^k)$	Q -conjugate direction	α^k	x^{k+1}
1	(-20.0, 15.0)	3520	(1.0, 0.0)	27.5	(7.5, 15.0)
2	(7.5, 15.0)	495	(0.5, 1.0)	-13	(1.0, 2.0)

L'exécution de la méthode du gradient conjugué donne les résultats suivants :

Tableau I.6 exécution de la méthode du gradient conjugué pour le problème P_1 depuis $(-20,15)$.

k	x^k	$f(x^k)$	Q -conjugate direction	α^k	x^{k+1}
1	(-20.0, 15.0)	3520	(220.0, -188.0)	0.08	(-1.59, -0.73)
2	(-1.59, -0.73)	16.39	(10.41, 10.97)	0.25	(1.0, 2.0)

L'exécution de la méthode du simplexe donne les résultats suivants :

Tableau I.7 exécution de la méthode du simplexe (problème P_1 depuis $(-20,15)$)

k	Simplexe courant	x^k	$f(x^k)$	Opération réalisée
1	[(-20.0, 15.0), (-10.0, 8.0), (0.0, 10.0)]	(10.0, 3.0)	280	reflexion
2	[(10.0, 3.0), (-10.0, 8.0), (0.0, 10.0)]	(-2.5, 7.25)	220.75	contraction
29	[(1.0, 1.99), (0.99, 2.0), (1.0, 2.0)]	(1.0, 2.0)	-12	contraction
30	[(1.0, 2.0), (0.99, 2.0), (1.0, 2.0)]	(1.0, 2.0)	-12	contraction

Ø Commentaires :

Un premier constat est que la méthode du gradient n'a pas eu besoin de beaucoup d'itérations pour trouver la solution optimale de ce problème en partant de ce point initial. Depuis de tels points, la direction menant au minimum est proche de la direction donnée par le gradient, permettant à la méthode de progresser rapidement.

La méthode de Newton converge de manière finie en une seule itération. On peut noter que la méthode de directions conjuguées et la méthode du gradient conjugué ont trouvé le minimum en deux itérations. Il n'y a pas de différence particulière à souligner entre les résultats donnés par ces deux méthodes, si ce n'est que, pour les raisons expliquées à la section I.5.1.2, la méthode du gradient conjugué se révèle plus rapide et donc plus utile en pratique.

La méthode de Nelder et Mead nécessite un nombre d'itérations plus important que les précédents. A première vue, nous pourrions déduire qu'il est moins efficace ou moins adapté à ce problème.

En conséquence, et après avoir résolu P_1 , nous en concluons que chacun des algorithmes décrits précédemment peut être utilisé pour résoudre ce type de

problème ; cependant, la méthode de Newton et les méthodes de directions conjuguées restent les mieux adaptées, de part leur convergence finie en un nombre fixe d'itérations. La méthode du gradient se révèle dans ce cas la moins utile, car elle converge trop lentement en certaines circonstances.

Pour le problème P_2 : La méthode du gradient a eu besoin de 34 itérations pour trouver une approximation du minimum, alors que la méthode de Newton n'en a nécessité que 8.

Autre différences remarquables : La méthode de gradient convergé rapidement au début, avant de tendre ensuite très lentement vers le minimum.

La méthode de Newton, elle, se rapproche plus lentement du minimum durant les premières itérations que la méthode du gradient ; cependant elle converge ensuite beaucoup plus vite.

On peut noter que : Newton donne des résultats considérablement meilleurs pour P_2 , en tout cas avec un point de départ proche du minimum. Cela montre toutes les limites de la méthode du gradient.

1.6.1.2. Etude comparative des méthodes d'optimisation avec contraintes

Soit P'_1 : minimise $-(x_1 - 4.2)^2 - (x_2 - 1.9)^2$

$$\begin{aligned} \text{sous les contraintes} \quad & -x_1 + x_2 \leq 3 \\ & x_1 + x_2 \leq 11 \\ & 2x_1 - x_2 \leq 16 \\ & -x_1 - x_2 \leq -1 \\ & x_2 \leq 5 \text{ et } x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Dans cette étude ils ont résolu le problème P'_1 par différentes méthodes, depuis plusieurs points initiaux.

Le tableau I.8 montre les points vers lesquels chacune des méthodes a convergé, en fonction du point initial.

Tableau I.8 points finaux des différentes méthodes pour P_1

pt. initial	pt. final Frank et Wolfe	pt. final Zoutendijk	pt. final barrière	pt. final SQP
(1.0,1.0)	(0.0, 1.0)	(0.0, 1.0)	(0.0, 3.0)	(0.0, 1.0)
(3.0, 4.0)	(2.0, 5.0)	(2.0, 5.0)	(0.0, 3.0)	(2.0, 5.0)
(5.0, 2.0)	(9.0, 2.0)	(9.0, 2.0)	(4.2, 5.0)	(9.0, 2.0)
(6.0, 4.0)	(6.0, 5.0)	(6.0, 5.0)	(9.0, 2.0)	(6.0, 5.0)

La méthode de barrière a été exécutée avec $\varepsilon^0 = 10$. Les méthodes ont convergé vers divers minima locaux, d'après leur point de départ. Et en 2^{ème} étape ils ont recommencé l'expérience avec $\varepsilon^0 = 50$ pour la méthode de barrière.

Ø Commentaires :

La solution optimale globale de ce problème (9.0, 2.0) n'a été atteinte qu'une fois par chaque méthode. Car les h_i sont convexes et f concave. Ainsi, ces quatre méthodes, que ce soient les méthodes de directions admissibles qui sont guidées par le gradient ou la méthode de barrière qui utilise la méthode de Newton pour la minimisation directe ou la programmation quadratique séquentielle, sont attirées par les minima locaux situés dans le voisinage de leur points de départ. Alors le choix d'un bon point de départ est très important. Cette expérience a aussi permis d'entrevoir des désavantages notables de la méthode de barrière par rapport aux autres : elle ne converge pas de manière finie et a besoin de beaucoup plus d'itérations.

Les méthodes de directions admissibles atteignent les points situés sur la frontière du domaine, et donc obtiennent généralement une approximation plus précise d'un minimum local que les méthodes de pénalité. Bien que la méthode de barrière soit très bien supportée par la théorie et nécessite peu de restrictions sur le problème pour assurer une convergence théorique, elle souffre de faiblesses dans le cadre de l'utilisation pratique, particulièrement lorsque la frontière de la région admissible est approchée :

- Il n'y a pas de technique générale pour le choix du paramètre ε^0 , ce qui implique qu'il faille souvent redémarrer la méthode plusieurs fois.
- Lorsque la méthode approche l'extrémité du domaine, un problème est posé, dû aux algorithmes de minimisation directe utilisés. L'on se convaincra aisément du fait que le comportement d'une méthode de barrière dépend fortement du choix de cet algorithme.

La méthode de programmation quadratique séquentielle n'a pas besoin de beaucoup d'itérations pour trouver la solution et elle peut résoudre n'importe quel problème d'optimisation (quelle que soit la nature de la fonction objectif et les contraintes). par

contre les méthodes de directions admissibles résoudre des problèmes d'optimisation non linéaire à des cas particulières (voir section I.5.2.1)

I.6.2. Synthèse bibliographique sur l'optimisation des régimes de coupe avec la programmation non linéaire

I.6.2.1. Etude fait par B.Y. Lee et Y.S. Tarnng [11]

Ils ont réalisé une optimisation des conditions de coupe en tournage multipasse en utilisant la programmation quadratique séquentielle. Ils ont utilisé un modèle basé sur un réseau polynomial.

Ils ont prendre comme objectif de maximiser le taux de production ou de minimiser le coût de production, ces objectifs sont soumis à des contrainte de rugosité, de forces de coupe et de gammes de régimes de coupe.

I.6.2.2. Etude fait par Shiu-Tarnng Chiang, Ding-I Liu, An-Chen Lee and Wei-Hua Chieng [12]

Ils ont propose une architecteur avec deux réseaux neuraux différents pour la détermination des conditions de coupe optimales. Un réseau avec trois entrées et quatre productions est utilisé pour modéliser le processus de coupe et un deuxième réseau qui utilisé la méthode de multiplicateur de Lagrange pour optimiser les paramètres de coupe.

Ils ont prendre comme objectif de maximiser le débit de copeau.

I.6.2.3. Etude fait par M. Brahim, K. Haddouche [4]

Ils ont utilisé la méthode de pénalité intérieure pour l'optimisation des conditions de coupe en tournage. Ils ont prendre comme objectif d'une part de minimiser le temps de production, et d'autre part, de maximiser le débit de copeau.

I.6.2.4. Etude fait par J. Wang, T. Kuriyagawa, X.P. Wei, D.M. Guo [13]

Ils ont utilisé le logiciel CAM basé sur les méthodes d'optimisation déterministes pour l'optimisation des conditions de coupe en processus de tournage. Ils sont prendre comme objectif de maximiser le taux de production.

I.6.2.5. Etude fait par J.S.Agapiou [14]

Il a utilisé la méthode de Nelder Mead pour l'optimisation des conditions de coupe en tournage avec une fonction multicritère.

I.6.2.6. Etude fait par R. Mesquita et E. Krasteva & S. Doytchinov [15]

Ils ont introduit un logiciel (MECAN02) où sont implémentées des méthodes de programmation non linéaires, le choix de nombre minimum de passe est pris comme un critère dans la fonction objectif.

I.6.2.7. Etude fait par N. Zeghichi (dirigé par M. Assas) [16]

Elle a utilisé la méthode de Nelder Mead pour l'optimisation des conditions de coupe en fraisage par une approche multicritère.

Dans cette étude deux critères sont combinés (minimisation du temps de production et minimisation du coût de production).

I.6.2.8. Etude fait par A. Belloufi (dirigé par M. Assas) [17]

Nous avons utilisé la méthode de pénalité extérieure et la méthode de Powell pour l'optimisation des conditions de coupe en tournage.

Nous avons pris comme objectif de maximiser le débit de copeau.

I.7. Conclusion

Ce chapitre a été très intéressant car il m'a donné l'occasion de travailler dans des domaines variés, me permettant de concilier un travail théorique avec des tâches pratiques (processus d'usinage en particulier), Il m'a donc permis d'améliorer grandement mes connaissances à la fois en mathématiques, dans le domaine de l'optimisation non linéaire, et en programmation. Il m'a permis d'apprécier par moi-même l'efficacité des divers types de méthodes, de juger de leur convenance envers les différents types de problèmes, d'être confronté aux difficultés qui surviennent lors du passage entre les principes théoriques sur lesquels les méthodes sont fondées.

Chapitre II

Elaboration d'un modèle d'optimisation des conditions d'usinage

II.1. Introduction

L'optimisation des processus de fabrication a une place importante au niveau de la production industrielle dans le but principale est l'amélioration de la qualité des produits fabriqués et la réduction des coûts de production.

Dans ce chapitre, nous présentons une synthèse bibliographique sur la coupe des métaux. Après une introduction sur la coupe des métaux nous allons nous intéresser à l'élaboration des modèles d'optimisation des conditions de coupe.

Notre étude est consacrée à la formulation des modèles d'optimisation des conditions de coupe en tournage, fraisage et perçage.

II.2. Généralités

Parmi les différentes techniques de transformation de la matière, la mise en forme par enlèvement de matière (usinage) présente un poste onéreux tant par le parc de machines mobilisé que par les outils de coupe utilisés ou la perte inévitable de la matière par formation de copeaux, mais néanmoins c'est la seule méthode qui permet de produire des formes complexes avec des tolérances très serrées.

Si on compare les différentes opérations d'usinage réalisées au cours des travaux industrielles, on remarque que la répartition s'effectue de la façon suivante : tournage 30%, fraisage 15%, perçage 15%, rectification 10%, alésage et brochage 15%, divers 15% [18].

Dans notre cas nous allons nous intéresser aux opérations de : tournage, fraisage et perçage.

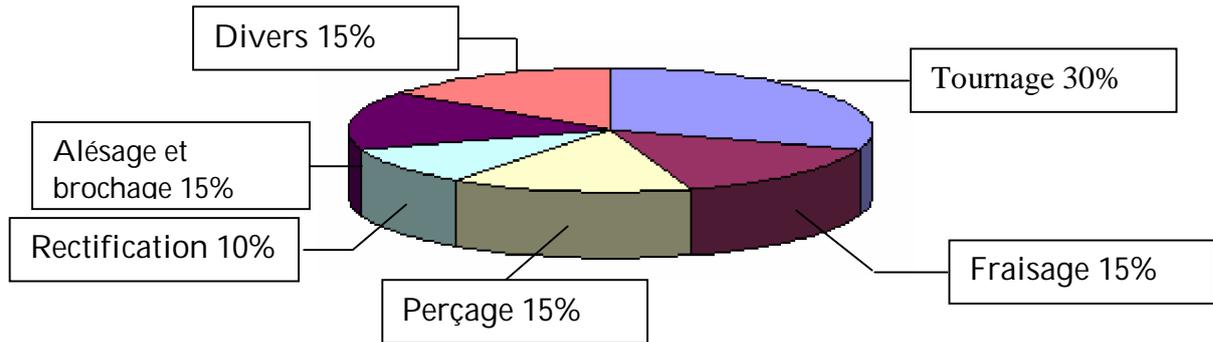


Figure II.1: les différentes opérations d'usinage.

II.2.1. Le tournage

Le tournage est un procédé de fabrication mécanique par coupe (enlèvement de matière) mettant en jeu des outils à arête unique.

La pièce est animée d'un mouvement de rotation (mouvement de coupe), qui est le mouvement principal du procédé (Figure II.2).

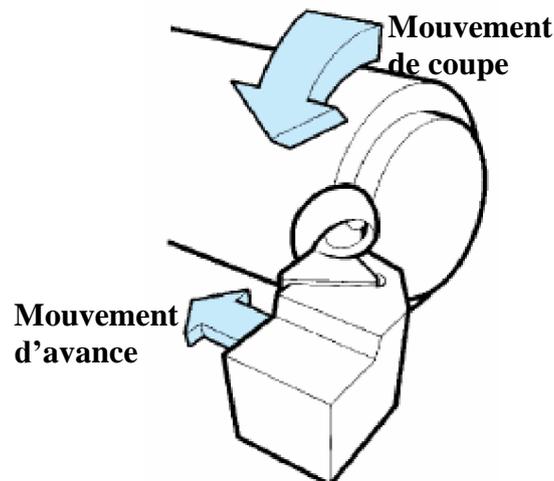


Figure II.2: Mouvements de coupe et d'avance en tournage [19].

L'outil est animé d'un mouvement complémentaire de translation (rectiligne ou non) appelé mouvement d'avance, permettant de définir le profil de la pièce.

La combinaison de ces deux mouvements, ainsi que la forme de la partie active de l'outil, permettent d'obtenir des usinages de formes de révolution (cylindres, plans, cônes ou formes de révolution complexes).

II.2.2. Le fraisage

Le fraisage est un procédé d'usinage réalisé au moyen d'un outil multiple (à plusieurs arêtes de coupe) qui est animé d'un mouvement de rotation (Figure II.3).

- mouvement de rotation de la fraise qui est entraîné par la broche de la machine, M_c (mouvement rapide circulaire de coupe);
- mouvement de translation de la pièce qui est fixée sur la table de la machine, M_a (mouvement lent rectiligne uniforme d'avance).

Le mouvement de translation est orienté de façon à pousser la pièce contre la fraise suivant une direction généralement perpendiculaire par rapport à son axe.

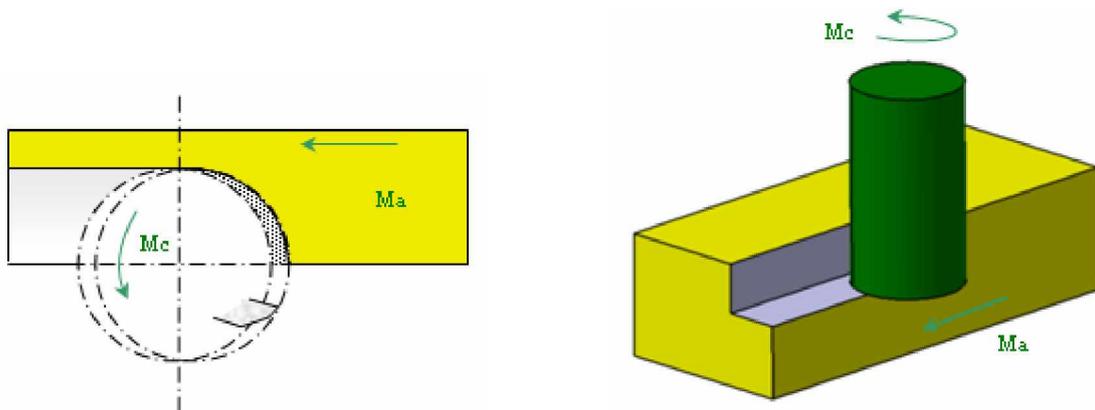


Figure II.3: Mouvements de coupe et d'avance en fraisage [20].

II.2.3. Le perçage

Le terme de perçage recouvre toutes les méthodes ayant pour objet d'exécuter des trous cylindriques dans une pièce avec des outils de coupe par enlèvement de copeaux. En plus du perçage de trous courts et du forage de trous profonds, ce concept inclut également diverses opérations d'usinage consécutives, telles que brochage, alésage, réalésage et certaines formes de finition comme le calibrage et le galetage. Tous ces procédés ont en commun d'utiliser en combinaison un mouvement rotatif et un mouvement d'avance linéaire (Figure II.4).

Le processus de perçage peut être comparé au tournage et au fraisage, mais à cette différence que les exigences au niveau de la formation et de l'évacuation des copeaux sont plus strictes pour le perçage [21].

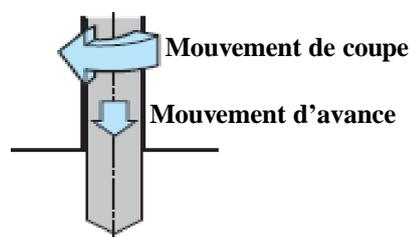


Figure II.4: Mouvements de coupe et d'avance en perçage [19].

II.3. Les conditions de coupe

II.3.1. Les conditions de coupe en tournage

Le mouvement de coupe anime la pièce (pièce tournante). On en déduit la vitesse de coupe v_c . Le mouvement d'avance est un mouvement de translation de l'outil par rapport à la pièce, On en déduit v_f .

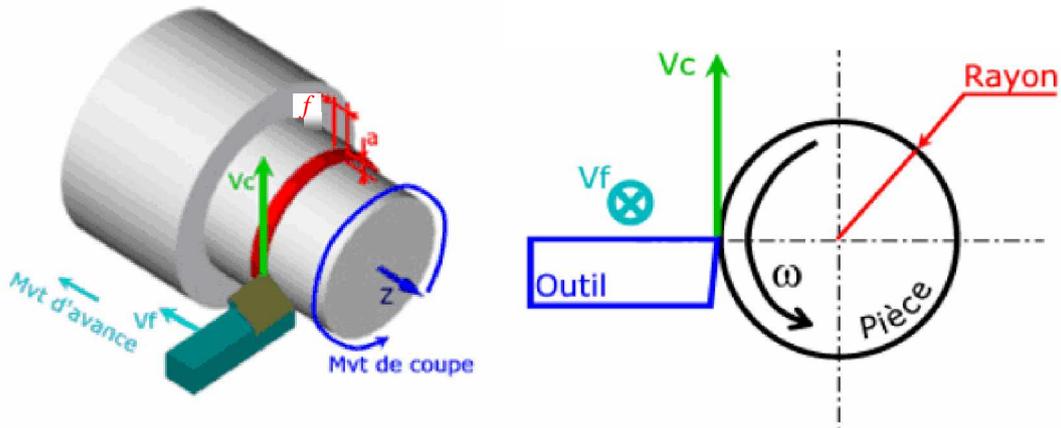


Figure II.5: conditions de coupe en tournage [22].

a. la vitesse de coupe

La pièce est entraînée sur le tour à une certaine vitesse ω rad/s (soit N tr/min), cette vitesse angulaire étant communiquée par la broche de la machine via le porte pièce (Figure II.5).

Compte tenu du diamètre de la pièce au point d'usinage situé sur un diamètre D , la vitesse relative de la pièce en ce point par rapport à l'outil (supposé fixe par rapport à la machine) vaut :

$$v_c(m/s) = \frac{D}{2}(m) \times \omega(rad/s) \quad (II-2)$$

Cette vitesse est appelée vitesse de coupe ; soit, avec les unités traditionnelles de la fabrication mécanique :

$$N(tr/min) = \frac{1000 \times v_c(m/min)}{\pi D(mm)} \quad (II-3)$$

Il convient d'observer que la vitesse de coupe n'est constante que si la vitesse de broche et le diamètre de la pièce demeurent inchangés.

b. la vitesse d'avance – Avance par tour

La vitesse d'avance v_f (mm/min) (Figure II.5) est la vitesse à laquelle la machine déplace l'outil par rapport au bâti.

L'avance par tour f (mm/tr) est la valeur du déplacement de l'outil, lorsque la pièce a effectué une révolution. C'est une donnée clé pour la qualité de la surface usinée.

$$v_f = f(\text{mm/tr}) \times N(\text{tr/min}) \quad (\text{II -4})$$

c. La profondeur de passe

En chariotage, la profondeur de coupe a (mm) (Figure II.5) est la différence de rayon entre la surface non usinée et la surface usinée (c'est-à-dire la moitié de la différence entre le diamètre non usiné et le diamètre usiné). La profondeur de coupe est toujours mesurée perpendiculairement à la direction de l'avance et non pas suivant l'arête de l'outil [23].

II.3.2. Les conditions de coupe en fraisage

Le mouvement de coupe anime l'outil (fraise tournante). Le mouvement d'avance est un mouvement de translation de l'outil.

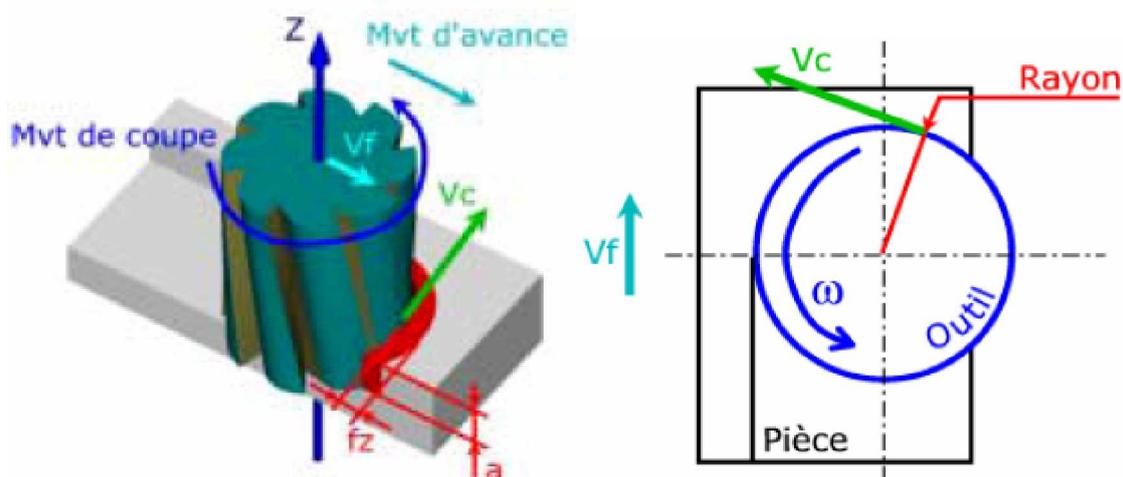


Figure II.6: conditions de coupe en fraisage [22].

a. La vitesse de coupe

Elle indique la vitesse à laquelle l'arête de coupe travaille la surface de la pièce. C'est un important paramètre de l'outil, qui fait partie intégrante des

conditions de coupe avec, pour fonction, de garantir que l'opération est effectuée dans les meilleures conditions d'efficacité par l'outil concerné (Figure II.6).

La vitesse de broche (N en tr/min) est le nombre de tours que l'outil de fraisage monté sur la broche de la machine-outil [24] effectue par minute. Il s'agit là d'une valeur dépendante de la machine, qui ne renseigne guère sur ce qui se passe à la périphérie où l'arête de coupe fait son office.

La vitesse de broche, le diamètre de l'outil et la vitesse de coupe sont naturellement liés par la formule (II.3). avec D : le diamètre de la fraise.

b. La vitesse d'avance – Avance par tour – Avance par dent

La vitesse d'avance (v_f en mm/min) (Figure II.6) est l'avance de l'outil en direction de la pièce, exprimée en unités de distance par unité de temps. On parle également ici d'avance de la table.

L'avance par tour (f en mm/tr) est une valeur spécialement utilisée pour calculer l'avance et déterminer l'aptitude d'une fraise à surfacer à travailler en finition. Elle indique de combien l'outil avance au cours d'une rotation.

L'avance par dent (f_z en $mm/dent$) (Figure II.6) est un important paramètre en fraisage. La fraise étant un outil à arêtes multiples, il faut en effet disposer d'un moyen de mesure pour contrôler que chacune de ces arêtes travaille dans des conditions satisfaisantes. La capacité d'enlèvement de matière de chaque dent est l'élément limitatif au niveau des performances de l'outil. L'avance par dent indique la distance linéaire parcourue par l'outil alors qu'une certaine dent est engagée.

L'avance par dent représente aussi la distance couverte entre la pénétration de deux dents successives dans la pièce. Elle peut donc être exprimée en fonction du nombre d'arêtes de l'outil (z) et de l'avance par minute, ou sous forme d'avance par tour [25].

c. La profondeur de passe

La profondeur de passe $a(mm)$ (Figure II.6) correspond à l'épaisseur de matière enlevée par l'outil. C'est la distance à laquelle l'outil est réglé au-dessous de la surface initiale de la pièce.

II.3.3. Les conditions de coupe en perçage

En perçage, le mouvement principal est une rotation, qui peut être décrite soit par l'outil soit par la pièce.

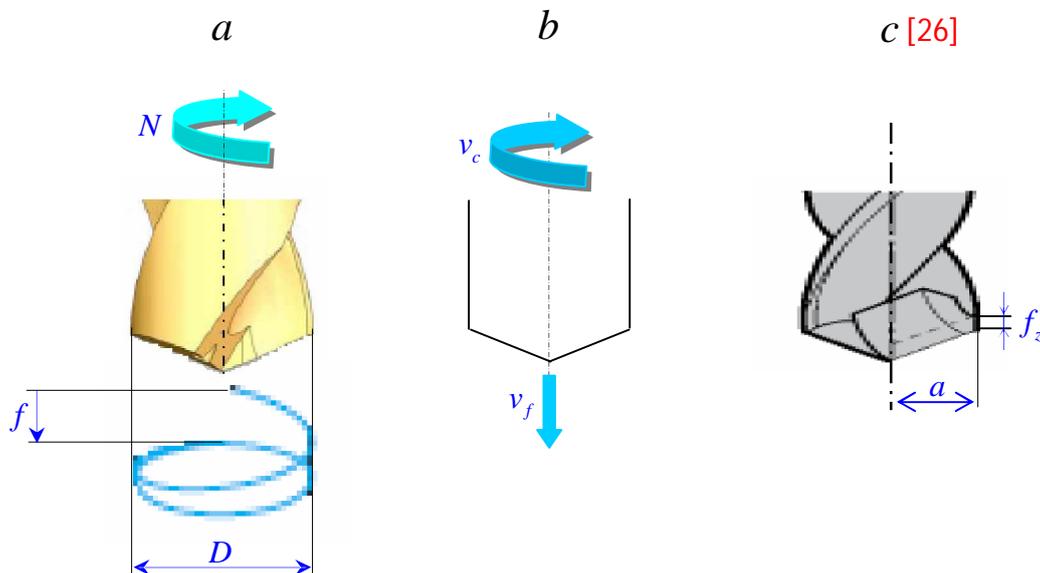


Figure II.7: conditions de coupe en perçage.

a. La vitesse de coupe

La vitesse de coupe $v_c(m/min)$ (Figure II.7. b) est déterminée, en perçage, par la vitesse périphérique de l'élément en rotation et peut être facilement calculée à partir de la formule (II.3).

b. La vitesse d'avance ou de pénétration – Avance par dent

La vitesse d'avance ou de pénétration $v_f(mm/min)$ (Figure II.7. b) correspond au déplacement de l'outil par rapport à la pièce, ou l'inverse, exprimé en longueur par unité de temps. Elle est également désignée sous le nom d'avance, tout simplement, ou d'avance de table.

L'avance par tour $f(mm/tr)$ (Figure II.7. a) exprime le mouvement effectué par l'outil ou la pièce à chaque tour.

L'outil de perçage étant muni de plusieurs arêtes de coupe z , l'avance par arête (dent) $f_z(mm/arete)$ (Figure II.7. c) est utilisée pour définir la surface du copeaux $A(mm^2)$, c'est-à-dire la surface de matière enlevée à chaque tour, qui correspond à la largeur de coupe multipliée par l'avance par arête [26]:

$$f_z = \frac{f}{z} (\text{mm/arete}) \quad (\text{II -5})$$

$$A = a \times f_z (\text{mm}^2) \quad (\text{II -6})$$

c. La profondeur de coupe

La profondeur de coupe a (mm) (Figure II.7.c) correspond à la partie de la surface de la pièce avec laquelle l'outil est en contact et est mesurée, comme en tournage, sur la moitié du diamètre :

$$a = \frac{D}{2} (\text{mm}) \quad (\text{II -7})$$

II.4. Formulation des modèles d'optimisation des conditions d'usinage

L'optique actuelle de la production mécanique est de chercher à obtenir une pièce avec un coût minimum [27].

Ce but peut être atteint en jouant sur les différents stades de l'élaboration de la pièce :

- Conception de l'ensemble à fabriquer,
- Définition de la pièce,
- Choix de la gamme de fabrication,
- Choix des conditions de coupe.

II.4.1 Principe de formulation d'un modèle d'optimisation des conditions de coupe

Toute sortes de choses peuvent être optimisées ; il suffit pour cela de savoir écrire la relation mathématique relie cette chose à toutes les variables à déterminer.

La formulation mathématique d'un modèle d'optimisation comporte toujours 3 étapes :

- Choix des variables du modèle,
- Formulation de l'objectif,
- Formulation des contraintes.

a. Choix des variables du modèle

Les variables utilisés dans les modèles d'optimisation des conditions de coupe sont : la vitesse de coupe v_c , la vitesse d'avance v_f (ou l'avance par tour f ou l'avance par dent f_z) et la profondeur de passe a .

b. Formulation de l'objectif

En usinage les fonctions objectifs différent d'un problème à un autre.

L'optimisation peut prendre comme objectif de :

- Minimiser le coût de production,
- Minimiser le temps de production,
- Maximiser le débit de copeaux,
- Minimiser la valeur de la rugosité,
- Réduire les vibrations,
- Réduire les efforts de coupe etc.

c. Formulation des contraintes

Plusieurs facteurs agissent sur le choix des conditions de coupe. Ces facteurs sont pris comme des contraintes d'optimisation.

Les contraintes prise en considération dans notre étude sont :

- Limitation sur l'intervalle des vitesses de coupe v_c ,
- Limitation sur l'intervalle des avances (v_f, f, f_z),
- Limitation sur l'intervalle de profondeur de passe a ,
- Limitation sur l'effort de coupe,
- Limitation sur la puissance nécessaire à la coupe,
- Limitation sur la résistance pratique à la rupture de l'outil de coupe,
- Limitation sur la résistance à la déformation de l'outil de coupe.

II.4.2. Formulation d'un modèle d'optimisation des conditions de coupe en tournage

a. Choix des variables du modèle

Les variables que l'on prend dans ce modèle sont : la vitesse de coupe v_c , la vitesse d'avance v_f et la profondeur de passe a .

b. Formulation de l'objectif

Dans cette étude on prend comme objectif de :

- Minimiser le temps de production,
- Minimiser le coût de production,
- Minimiser la valeur de la rugosité.

b.1. Critère du temps de production

Le temps de production T_t d'une pièce comprend :

- t_c : le temps de coupe (à calculer suivant l'usinage),
- t_a : le temps auxiliaire (montage et démontage pièce, prise de passes),
- t_{vb} : le temps de changement d'outil.

t_{vb} est à répartir sur le nombre de pièces usinées avec le même outil : si T est la durée de vie de l'outil, le nombre de pièces usinées par l'outil sera : $\frac{T}{t_c}$.

Le temps de production d'une pièce est calculé par la formule suivante :

$$T_t = t_c + t_a + \frac{t_c}{T} t_{vb} \quad (\text{II -8})$$

Ø Détermination du temps de coupe

Nous déterminons ici le temps de coupe dans les deux opérations principales de tournage (chariotage et dressage) [28].

✚ Temps de coupe en chariotage :

$$t_c = \frac{(L+l)\pi D}{1000 f v_c} \quad (\text{II -9})$$

L : Longueur de tournage,

l : Distance d'approche.

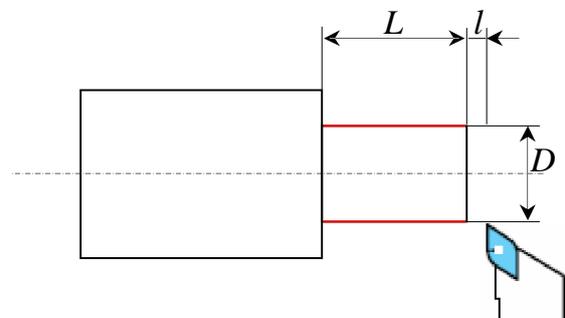


Figure II.8: chariotage.

✚ Temps de coupe en dressage :

$$t_c = \frac{[(D-d)+l]\pi D}{1000 f v_c} \quad (\text{II -10})$$

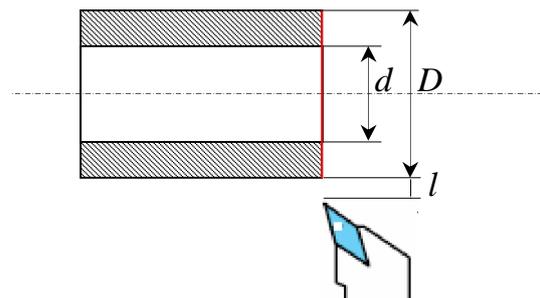


Figure II.9: dressage.

Ø Détermination de la durée de vie de l'outil de coupe

Pour un type de machine, la loi d'usure d'un couple outil – matière usinée est donnée par la loi généralisée de Taylor (ou loi de Gilbert) [29].

Le modèle de Gilbert complète le modèle de Taylor en introduisant l'influence de la vitesse d'avance et de profondeur de passe [30].

$$T = K^{a_3} v_c^{a_1} f^{a_2} a^{a_3} \tag{II -11}$$

a_1, a_2, a_3 : Constantes trouvées expérimentalement,

K : Constante dépendant du matériau usiné.

La formule (II.8) devient :
$$T_t = \frac{(L+l)\pi D}{1000 f v_c} + t_a + \frac{(L+l)\pi D}{1000 K^{a_3} v_c^{a_1} f^{a_2} a^{a_3}} t_{vb} \tag{II -12}$$

Ø Représentations graphiques des temps

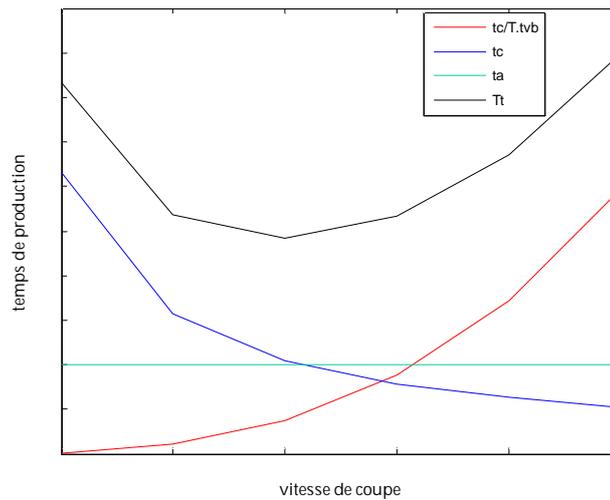


Figure II.10: les temps en fonction de vitesse de coupe.

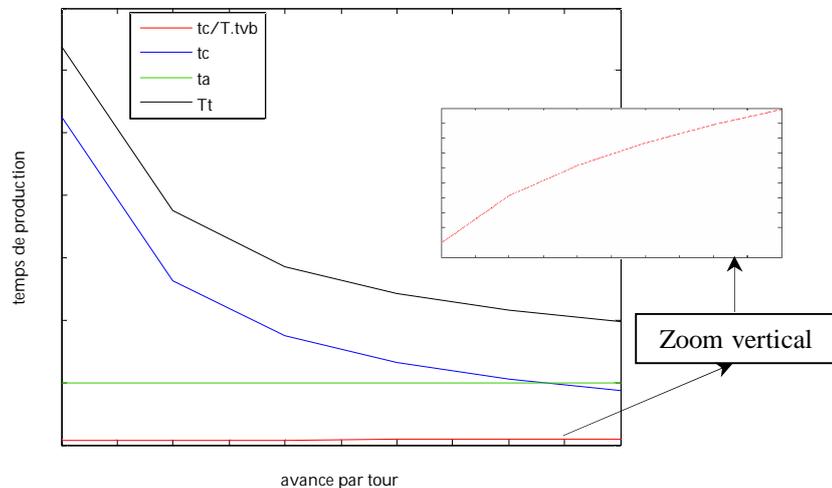


Figure II.11: les temps en fonction de l'avance par tour.

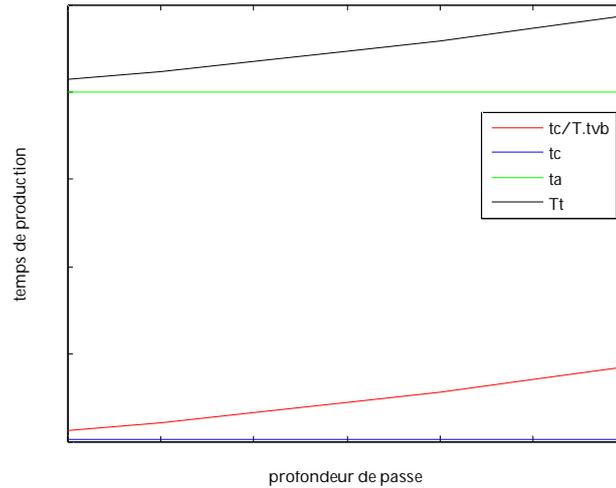


Figure II.12: les temps en fonction de profondeur de passe.

b.2. Critère du coût de production

Pour obtenir le prix de revient d'une pièce, il suffit d'additionner tous les frais de fabrication.

- C_0 : Le coût machine en DA/min ,
- C_1 : Le prix de revient d'une arête de coupe,
- C_a : le coût auxiliaire de lancement de la série ramené à une pièce.

Le coût de production d'une pièce est calculé par la formule suivante :

$$C_t = C_0 t_a + C_0 t_c + C_1 \frac{t_c}{T} + C_a \quad (\text{II -13})$$

On remplace t_c et T à partir de (II.9) et (II.11), la formule de coût de production devient sous la forme :

$$C_t = C_0 t_a + C_0 \frac{(L+l)\pi D}{1000 f v_c} + C_1 \frac{(L+l)\pi D}{1000 K^{a_3} v_c^{a_3} f^{a_3} a^{a_3}} + C_a \quad (\text{II -14})$$

Cette formule est décrite pour l'opération de chariotage, dans l'opération de dressage on remplace L par $D-d$.

b.3. Critère de rugosité

Le critère le plus important pour le l'estimation de la qualité de la surface est la rugosité [31], elle est calculé d'après la formule suivante :

$$R_a = k v_c^{x_1} f^{x_2} a^{x_3} \quad (\text{II -15})$$

x_1, x_2, x_3 et k : Des constantes dépendant du matériau usiné et de l'outil de coupe.

Ø Représentations graphiques de rugosité

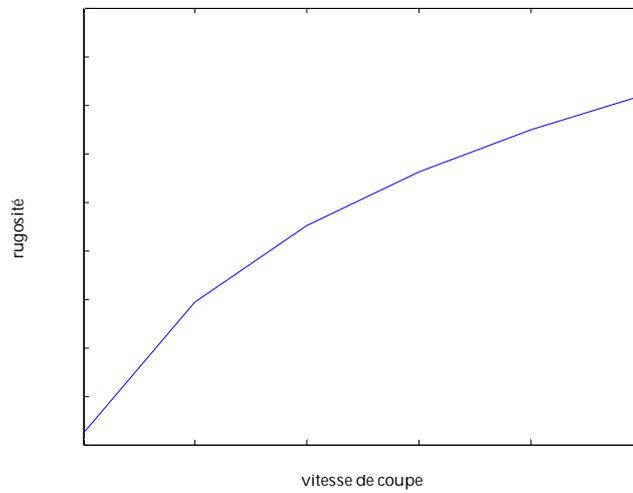


Figure II.13: la rugosité en fonction de vitesse de coupe.

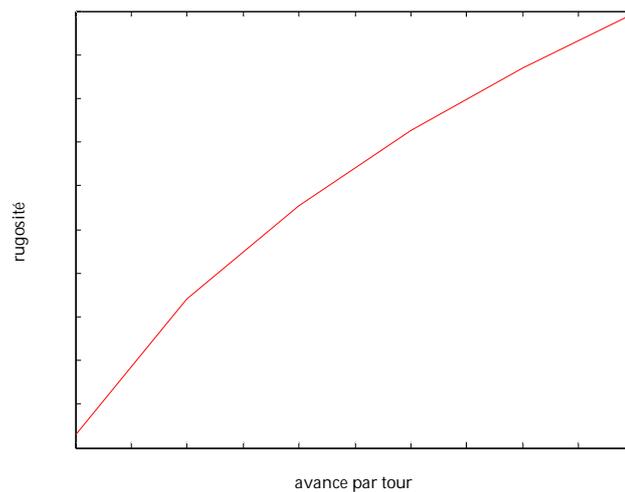


Figure II.14: la rugosité en fonction de l'avance par tour.

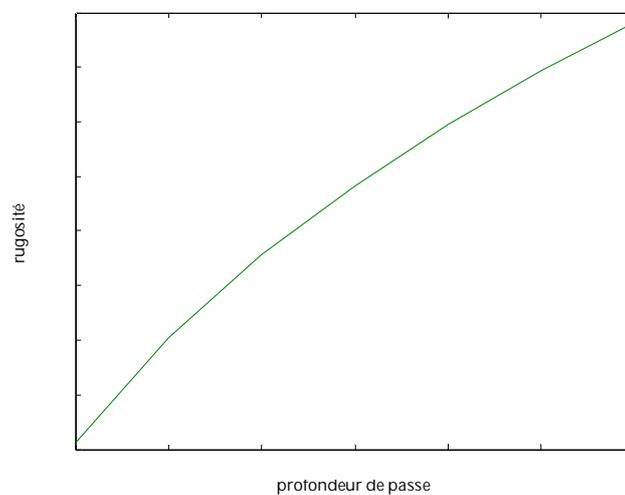


Figure II.15: la rugosité en fonction de profondeur de passe.

c. Formulation des contraintes

c.1. Limitation sur l'intervalle des vitesses de coupe

La vitesse de coupe doit être comprise entre une valeur minimale et une valeur maximale pouvant être assurées par la cinématique de la machine :

$$v_{c\min} \leq v_c \leq v_{c\max} \quad (\text{II -17})$$

c.2. Limitation sur l'intervalle des avances

L'avance par tour doit être aussi comprise entre une valeur minimale et une valeur maximale :

$$f_{\min} \leq f \leq f_{\max} \quad (\text{II -18})$$

c.3. Limitation sur l'intervalle de profondeur de passe

La profondeur de passe doit être aussi comprise entre une valeur minimale et une valeur maximale :

$$a_{\min} \leq a \leq \frac{2}{3}l_r \quad (\text{II -19})$$

l_r : Longueur d'arête de coupe.

c.4. Limitation sur la durée de vie de l'outil

$$K^{a_3} v_c^{\frac{-1}{a_3}} f^{\frac{-a_1}{a_3}} a^{\frac{-a_2}{a_3}} \leq T \quad (\text{II -20})$$

c.5. Limitation sur l'effort de coupe

L'effort de coupe exercé par la pièce sur l'outil se décompose en trois forces.

La plus importante est l'effort tangentiel de coupe : F_c [31].

$$F_c = K_s a f \quad (\text{II -21})$$

K_s : Pression spécifique de coupe en N/mm^2 .

$$F_c \leq F_{\max} \Leftrightarrow K_s a f \leq F_{\max} \quad (\text{II -22})$$

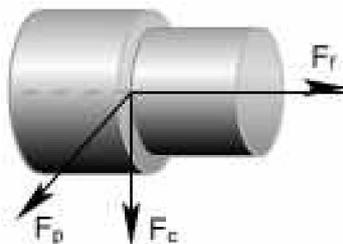


Figure II.16: effort de coupe en tournage.

c.6. Limitation sur la puissance nécessaire à la coupe

La puissance de coupe est un paramètre important surtout pour les opérations d'ébauche car elle permet:

- de choisir ou d'investir dans une machine de puissance adaptée à l'opération à réaliser,
- de rechercher les conditions de coupe permettant d'utiliser au mieux la puissance de la machine pour assurer le meilleur débit de copeaux en tenant compte des capacités de l'outil utilisé.

La puissance nécessaire à la coupe P_c (kw) peut être estimée par la formule suivante:

$$P_c = \frac{F_c \cdot v_c}{60000} \quad (\text{II -23})$$

La puissance de coupe doit être inférieure ou égale à la puissance de coupe maximale :

$$P_{\max} = P_m \cdot \eta \text{ alors}$$

$$\frac{K_s a f v_c}{60000 \eta} \leq P_m \quad (\text{II -24})$$

c.7. Limitation sur la résistance pratique à la rupture de l'outil de coupe

Considérons la résistance pratique d'un métal constituant l'outil de coupe R_p

La condition de résistance pratique s'écrit par :

$$\frac{M_f}{W_x} \leq R_p \quad (\text{II -25})$$

M_f : Le moment fléchissant,

W_x : Le module de résistance de section du corps d'outil.

$$W_x = \frac{bh^2}{6} \quad (\text{II -26})$$

b : Largeur du corps de l'outil,

h : Hauteur de corps de l'outil.

$$M_f = F_c \cdot l = K_s a f l' \quad (\text{II -27})$$

l' : Longueur de la porte à faux.

On remplace M_f et W_x dans (II.25), on trouve :

$$\frac{6K_s a f l'}{b h^2} \leq R_p \quad (\text{II -28})$$

c.8 Limitation sur la résistance à la déformation de l'outil de coupe

La condition de résistance à la déformation s'écrit :

$$f_{\max} \leq [f] \quad (\text{II -29})$$

f_{\max} : La flèche maximale,

$[f]$: La flèche admissible.

$E I_x y'' = -M_f$, où $y = f$ flèche en fonction de x et E étant le module de Young.

Cette équation donne après intégrations successives :

$$f = \frac{F_c l'^3}{3 E I_x} \quad (\text{II -30})$$

En tenant compte des résultats précédents où $I_x = \frac{b h^3}{12}$, (II.29) devient :

$$\frac{4 K_s a f l'^3}{E b h^3} \leq [f] \quad (\text{II -31})$$

II.4.3. Formulation d'un modèle d'optimisation des conditions de coupe en fraisage

a. Choix des variables du modèle

De même que le modèle de tournage, Les variables que l'on prend dans le modèle de fraisage sont : la vitesse de coupe v_c , la vitesse d'avance v_f et la profondeur de passe a .

b. Formulation de l'objectif

b.1. Critère du temps de production

De même que le tournage, le temps de production en fraisage est calculé par la formule (II.8).

Ø *Détermination du temps de coupe*

Nous déterminons ici le temps de coupe dans le cas de fraisage en bout et le cas de fraisage en roulant.

✚ Cas de fraisage en bout :

$$t_c = \frac{(D + L + l_1 + l_2)\pi D}{1000 f_z z v_c} \quad (II - 32)$$

L : Longueur à fraiser,

l_1 : Longueur d'approche,

l_2 : Longueur de dégagement.

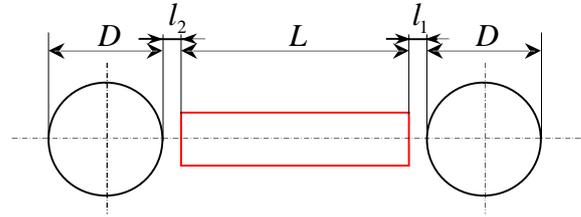


Figure II. 17: fraisage en bout.

La formule (II.8) dans ce cas devient :

$$T_t = \frac{(D + L + l_1 + l_2)\pi D}{1000 f_z z v_c} + t_a + \frac{(D + L + l_1 + l_2)\pi D}{1000 z K^{a_3} v_c^{a_3} f_z^{a_3} a^{-a_2}} t_{vb} \quad (II - 33)$$

✚ Cas de fraisage en roulant :

$$t_c = \frac{[2\sqrt{a(D-a)} + l_1 + l_2 + L]\pi D}{1000 f_z z v_c} \quad (II - 34)$$

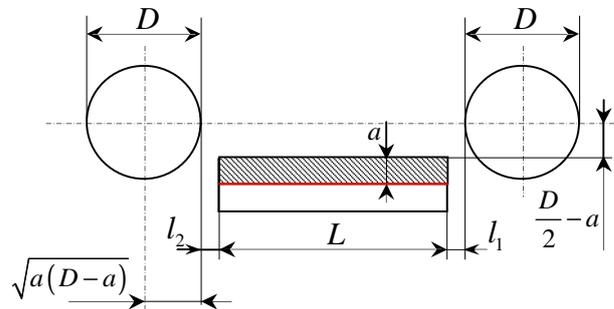


Figure II. 18: fraisage en roulant.

La formule (II.8) dans ce cas devient :

$$T_t = \frac{[2\sqrt{a(D-a)} + l_1 + l_2 + L]\pi D}{1000 f_z z v_c} + t_a + \frac{[2\sqrt{a(D-a)} + l_1 + l_2 + L]\pi D}{1000 z K^{a_3} v_c^{a_3} f_z^{a_3} a^{-a_2}} t_{vb} \quad (II - 35)$$

Ø Représentations graphiques des temps

Les formules (II.33) et (II.35) montrent que la représentation graphique des différents temps en fraisage reste la même que la représentation graphique des différents temps en tournage, sauf la représentation des temps en fonction de profondeur de passe dans le cas de fraisage en roulant.

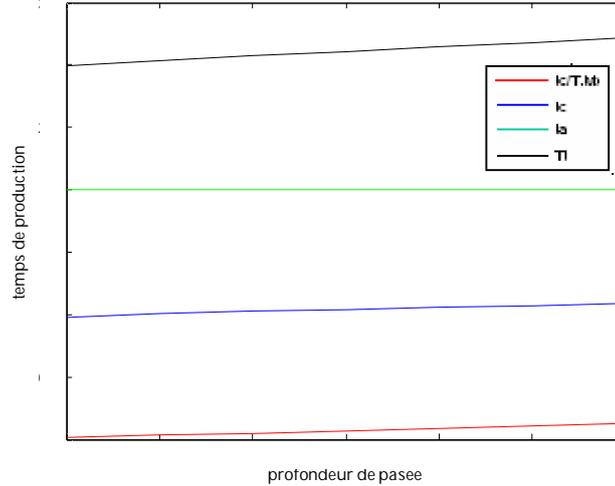


Figure II.19: les temps en fonction de profondeur de passe dans le cas de fraisage en roulant.

b.2. Critère du coût de production

De même que le tournage, le coût de production en fraisage est calculé par la formule (II.13).

On remplace t_c et T à partir de (II.32) et (II.11), la formule de coût de production de fraisage en bout devient sous la forme :

$$C_t = C_0 t_a + C_0 \frac{(D + L + l_1 + l_2) \pi D}{1000 f_z z v_c} + C_1 \frac{(D + L + l_1 + l_2) \pi D}{1000 z K^{a_3} v_c^{a_3} f_z^{a_3} a^{a_3}} + C_a \quad (II -36)$$

On remplace t_c et T à partir de (II.34) et (II.11), la formule de coût de production de fraisage en bout devient sous la forme :

$$C_t = C_0 t_a + C_0 \frac{[2\sqrt{a(D-a)} + l_1 + l_2 + L] \pi D}{1000 f_z z v_c} + C_1 \frac{[2\sqrt{a(D-a)} + l_1 + l_2 + L] \pi D}{1000 z K^{a_3} v_c^{a_3} f_z^{a_3} a^{a_3}} + C_a \quad (II -37)$$

b.3. Critère de rugosité

De même que le tournage, le coût de production en fraisage est calculé par la formule (II.15).

c. Formulation des contraintes

c.1. Limitation sur l'intervalle des vitesses de coupe

$$v_{cmin} \leq v_c \leq v_{cmax}$$

c.2. Limitation sur l'intervalle des avances

$$f_{zmin} \leq f_z \leq f_{zmax}$$

c.3. Limitation sur l'intervalle de profondeur de passe

$$a_{\min} \leq a \leq \frac{2}{3}l_r$$

c.4. Limitation sur la durée de vie de l'outil

$$K^{a_3} v_c^{a_3} f^{a_3} a^{a_3} \leq T$$

c.5. Limitation sur l'effort de coupe

Les difficultés que l'on éprouve à interpréter correctement les actions de coupe en fraisage conduisent à envisager, pour le calcul des efforts et des puissances, l'hypothèse dite de Hulle [18].

Hypothèse de Hulle

On placera l'outil dans les conditions de coupe suivantes : une seule arête de coupe, enlevant une section droite ($S = ap$) de matière uniquement par avance de l'outil à la vitesse v_f et sans rotation [18].

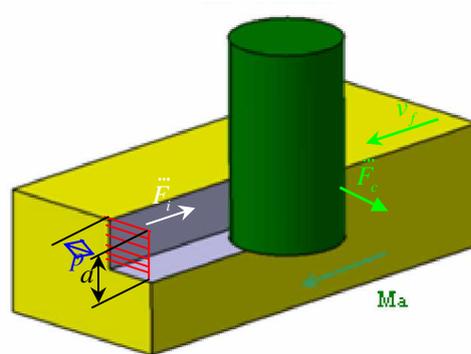


Figure II.20: La force de coupe en fraisage.

L'effort virtuel nécessaire pour assurer la vitesse d'avance v_f de la fraise dans la matière est: $F_i = SK_s$.

$$\text{On a : } F_i v_f = F_c v_c$$

Alors la force de coupe est calculée par la formule suivante :

$$F_c = \frac{K_s a p f_z z}{\pi D} \quad (\text{II -38})$$

$$F_c \leq F_{\max} \Leftrightarrow \frac{K_s a p f_z z}{\pi D} \leq F_{\max} \quad (\text{II -39})$$

c.6. Limitation sur la puissance nécessaire à la coupe

La puissance nécessaire à la coupe P_c (kw) peut être estimée par la formule suivante:

$$P_c = \frac{F_c \cdot v_c}{60000} \quad (\text{II -40})$$

La puissance de coupe doit être inférieure ou égale à la puissance de coupe maximale :

$$\frac{K_s a p f_z z v_c}{60000 \pi D \eta} \leq P_m \quad (\text{II -41})$$

c.7. Limitation sur la résistance pratique à la rupture de l'outil de coupe

La condition de résistance à la rupture d'une fraise est [33]:

$$\tau_{\max} \leq [\tau] \quad (\text{II -42})$$

Le moment le plus importante dans le fraisage est le moment de torsion M_z , alors:

$$\tau_{\max} = \frac{16M_z}{\pi D^3} \quad (\text{II -43})$$

$$\text{Avec : } M_z = F_c \frac{D}{2}$$

On remplace τ_{\max} par sa valeur dans (II.42), on trouve :

$$\frac{8K_s a p f_z z}{\pi^2 D^3} \leq [\tau] \quad (\text{II -44})$$

c.8 Limitation sur la résistance à la déformation de l'outil de coupe

La condition de résistance à la déformation d'une fraise est [33]:

$$\theta_{\max} \leq [\theta] \quad (\text{II -45})$$

$[\theta]$: L'angle de rotation relatif admissible.

$$\theta_{\max} = \frac{32M_z}{G\pi D^4} \quad (\text{II -46})$$

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (\text{II -47})$$

μ : Le coefficient de poisson.

On remplace θ_{\max} , M_z et G dans (II.45), on trouve :

$$\frac{32(1+\mu)K_s a p f_z z}{E\pi^2 D^4} \leq [\theta] \quad (\text{II -48})$$

II.4.4. Formulation d'un modèle d'optimisation des conditions de coupe en perçage

a. Choix des variables du modèle

De même que le modèle de tournage et de fraisage, Les variables que l'on prend dans le modèle de fraisage sont : la vitesse de coupe v_c , la vitesse d'avance v_f et la profondeur de passe a .

b. Formulation de l'objectif

b.1. Critère du temps de production

De même que le tournage et le fraisage, le temps de production en fraisage est calculé par la formule (II.8).

Ø Détermination du temps de coupe

$$t_c = \frac{k_v \pi D \left(L + l + \frac{D}{2} \right)}{1000 f v_c} \quad (\text{II -49})$$

D : Diamètre de foret.

k_v : Fonction de la vitesse de retour $1 < k_v < 4$.

Dans le perçage : $a = \frac{D}{2}$

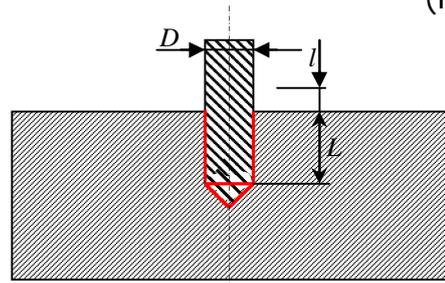


Figure II.21: Le perçage.

La formule (II.8) dans ce cas devient :

$$T_t = \frac{k_v \pi D \left(L + l + \frac{D}{2} \right)}{1000 f v_c} + t_a + \frac{k_v \pi D \left(L + l + \frac{D}{2} \right)}{1000 K^{a_3} v_c^{a_3} f^{a_3} a^{a_3}} t_{vb} \quad (\text{II -50})$$

b.2. Critère du coût de production

De même que le tournage et le fraisage, le coût de production en perçage est calculé par la formule (II.13).

On remplace t_c et T à partir de (II.49), la formule de coût de production de perçage devient sous la forme :

$$C_t = C_0 t_a + C_0 \frac{k_v \pi D \left(L + l + \frac{D}{2} \right)}{1000 f v_c} + C_1 \frac{k_v \pi D \left(L + l + \frac{D}{2} \right)}{1000 K^{a_3} v_c^{a_3} f^{a_3} a^{a_3}} + C_a \quad (\text{II -51})$$

b.3. Critère de rugosité

La rugosité en perçage est calculée d'après la formule suivante :

$$R_a = kv_c^{x_1} f^{x_2} \left(\frac{D}{2} \right)^{x_3} \quad (\text{II -52})$$

c. Formulation des contraintes

c.1. Limitation sur l'intervalle des vitesses de coupe

$$v_{c\min} \leq v_c \leq v_{c\max}$$

c.2. Limitation sur l'intervalle des avances

$$f_{\min} \leq f \leq f_{\max}$$

c.4. Limitation sur la durée de vie de l'outil

$$K \frac{1}{a_3} v_c^{-a_1} f^{-a_2} \left(\frac{D}{2} \right)^{-a_3} \leq T$$

c.5. Limitation sur l'effort de coupe

L'effort de coupe exercé par la pièce sur l'outil se décompose en trois forces.

La plus importante est l'effort tangentiel de coupe : F_c [26].

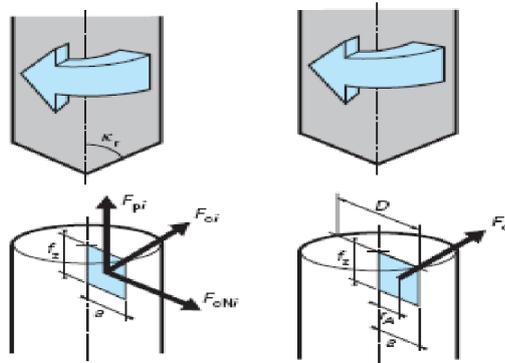


Figure II.22: effort de coupe en perçage [26].

$$F_c = K_s a f \quad (\text{II -53})$$

Avec $a = \frac{D}{2}$

$$F_c \leq F_{\max} \Leftrightarrow K_s \frac{D}{2} f \leq F_{\max} \quad (\text{II -54})$$

c.6. Limitation sur la puissance nécessaire à la coupe

La puissance de perçage est le produit du couple de rotation du foret Γ_A par sa vitesse angulaire ω [26].

On a : $\Gamma_A = \frac{D}{4}$ et $\omega = 2\pi N$, alors

$$P_c = K_s f v_c \frac{D}{240000} (kw) \quad (II -55)$$

La puissance de coupe doit être inférieure ou égale à la puissance de coupe maximale :

$$K_s f v_c \frac{D}{240000\eta} \leq P_m \quad (II -56)$$

c.7. Limitation sur la résistance pratique à la rupture de l'outil de coupe

$$\frac{2K_s f}{\pi D} \leq [\tau] \quad (II -57)$$

c.8 Limitation sur la résistance à la déformation de l'outil de coupe

$$\frac{8(1+\mu)K_s f}{E\pi D^2} \leq [\theta] \quad (II -58)$$

II.5. Conclusion

Dans cette partie on a élaboré des modèles d'optimisation des conditions de coupe en tournage, fraisage et perçage. Nous avons utilisé le modèle d'optimisation des conditions de coupe en tournage élaborée par B. Benmohamed [34] pour lequel nous avons introduit des modifications et des améliorations.

L'élaboration proposée dans notre étude consiste à la formulation de la fonction objective en se basant sur trois critères, le temps de production total, le coût de production et la rugosité. L'optimisation de la fonction objective nécessite souvent des limitations pratiques des conditions de coupe, pour cela nous avons renforcé nos modèles par un ensemble de contraintes. Ces contraintes sont nécessaires pour la stabilité du processus de coupe et le respect de la qualité de la pièce à usiner.

Chapitre III

Modélisation multi-objectif et multi-passes du problème d'optimisation des conditions d'usinage

III.1. Introduction

La plupart des travaux réalisés pour résoudre le problème d'optimisation des conditions d'usinage utilisent généralement des modèles mono-objectif ou bi-objectif, dans lesquels un seul objectif ou deux sont optimisés.

Dans ce chapitre nous présentons dans une première partie des méthodes d'optimisation consistant à la formulation de la fonction objectif en se basant sur trois critères : le temps de production, le coût de production et la rugosité.

Nous utilisons trois méthodes, pour la formulation d'un modèle d'optimisation multi-objectif des conditions d'usinage dans les cas du tournage, fraisage et perçage sont : la méthode de pondération, la méthode de Keeney-Raiffa et la méthode de l'ordonnancement lexicographique.

Dans la deuxième partie nous allons aborder les modèles d'optimisation des conditions d'usinage multi-passes.

Pour formuler un modèle d'optimisation des conditions d'usinage multi-passes, nous utilisons deux méthodes, la première méthode élaborée par S.H. Yeo [38] pour laquelle nous avons introduit des modifications, et la deuxième méthode est une nouvelle méthode, que nous avons élaborée pour l'optimisation multi-passes des conditions d'usinage.

III.2. Modélisation multi-objectif du problème d'optimisation des conditions d'usinage

III.2.1. Modélisation multi-objectif par la méthode de pondération

III.2.1.1. Principe de la méthode

Cette approche de la résolution d'un problème d'optimisation multi-objectif est plus efficace par rapport à l'optimisation mono-objectif. Puisque elle tient compte de plusieurs critères [35]. Le but, ici, est de revenir à un problème d'optimisation

mono-objectif, dont il existe de nombreuses méthodes de résolution. La manière la plus simple de procéder consiste à prendre chacune des fonctions objectif, à leur appliquer un coefficient de pondération et à faire la somme des fonctions objectif pondérées [36,37]. On obtient alors une nouvelle fonction objectif.

III.2.1.2. Présentation de la méthode

Dans ce cas, le problème d'optimisation se transforme de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimiser } f_{eq}(x) = \sum_{i=1}^k w_i \cdot f_i(x) \\ \text{avec } g_i(x) = 0 \\ \text{et } h_j(x) \leq 0 \end{array} \right. \quad (III-1)$$

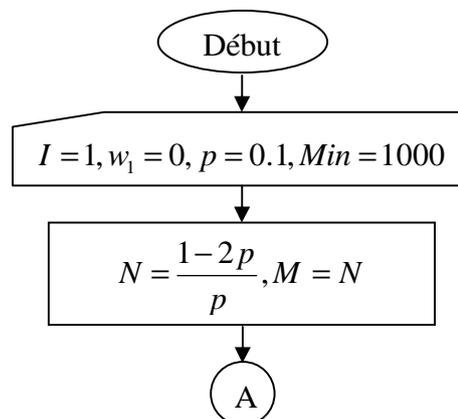
Fréquemment, les coefficients de pondération respectent la relation suivante : $w_i \geq 0$ pour tous les $i \in \{1, \dots, k\}$ et :

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1 \quad (III-2)$$

III.2.1.3. Détermination des coefficients de pondération

L'algorithme ci-dessous est basé sur l'optimisation de la fonction multi-objectif avec toutes les valeurs possibles de w_1, w_2, w_3 tel que $\sum_{i=1}^3 w_i = 1$ et $p = 0,1$ (p la valeur ajoutée à w dans chaque itération), la valeur optimale finale de la fonction multi-objectif correspond au minimum de f_{iopt} et les valeurs finales de w_1, w_2, w_3 correspondant aux valeurs de w_1, w_2, w_3 utilisés pour trouver f_{opt} minimale.

Algorithme :



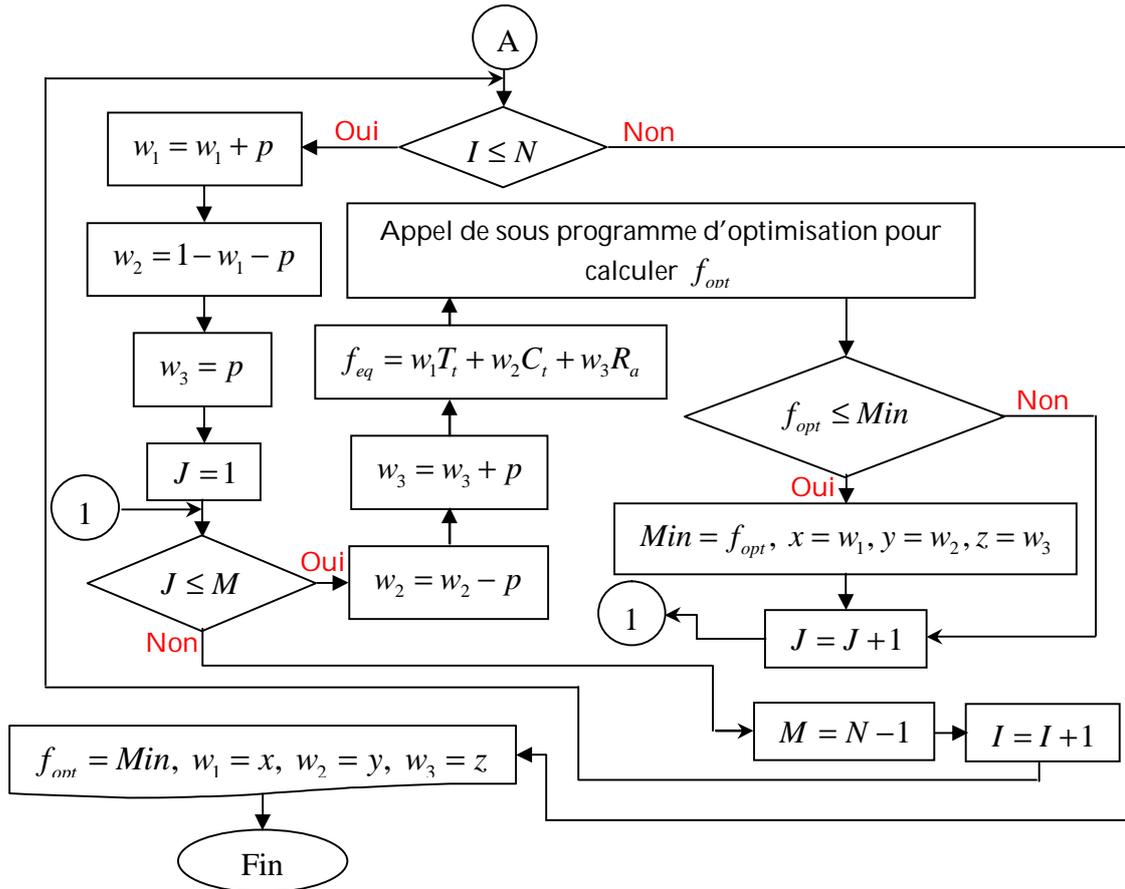


Figure III. 1: Algorithme de détermination des coefficients de pondération.

III.2.1.4. Formulation de la fonction multi-objectif par la méthode de pondération

Comme nous avons vu dans le chapitre précédent, notre étude porte sur trois objectifs (le temps de production, le coût de production et la rugosité).

La fonction multi-objectif est construite comme suit :

$$f_{eq}(v_c, f, a) = w_1 T_t + w_2 C_t + w_3 R_a \tag{III-3}$$

Le problème d'optimisation des conditions d'usinage est défini comme suit :

a. Cas de tournage

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{minimiser } w_1 T_t + w_2 C_t + w_3 R_a \\
 \text{sous } v_{c \min} \leq v_c \leq v_{c \max} \\
 f_{\min} \leq f \leq f_{\max} \\
 a_{\min} \leq a \leq \frac{2}{3} l_r \\
 \frac{1}{K^{a_3}} v_c^{a_3} f^{a_3} a^{-a_3} \leq T \\
 K_s a f \leq F_{\max}
 \end{array} \right\} \tag{III-4}$$

b. Cas de fraisage

$$\left. \begin{array}{l}
 \frac{K_s a f v_c}{60000 \eta} \leq P_m \\
 \frac{6 K_s a f l}{b h^2} \leq R_p \\
 \frac{4 K_s a f l^3}{E b h^3} \leq [f]
 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{minimiser } w_1 T_t + w_2 C_t + w_3 R_a \\
 \text{sous } v_{c \min} \leq v_c \leq v_{c \max} \\
 f_{z \min} \leq f_z \leq f_{z \max} \\
 a_{\min} \leq a \leq \frac{2}{3} l_r \\
 K^{a_3} v_c^{a_3} f^{a_3} a^{a_3} \leq T \\
 \frac{K_s a p f_z z}{\pi D} \leq F_{\max} \\
 \frac{K_s a p f_z z v_c}{60000 \pi D \eta} \leq P_m \\
 \frac{8 K_s a p f_z z}{\pi^2 D^3} \leq [\tau] \\
 \frac{32(1+\mu) K_s a p f_z z}{E \pi^2 D^4} \leq [\theta]
 \end{array} \right\} \quad \text{(III-5)}$$

c. Cas de perçage

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{minimiser } w_1 T_t + w_2 C_t + w_3 R_a \\
 \text{sous } v_{c \min} \leq v_c \leq v_{c \max} \\
 f_{z \min} \leq f_z \leq f_{z \max} \\
 a_{\min} \leq a \leq \frac{2}{3} l_r \\
 K^{a_3} v_c^{a_3} f^{a_3} a^{a_3} \leq T \\
 K_s \frac{D}{2} f \leq F_{\max} \\
 K_s f v_c \frac{D}{240000 \eta} \leq P_m \\
 \frac{2 K_s f}{\pi D} \leq [\tau] \\
 \frac{8(1+\mu) K_s f}{E \pi D^2} \leq [\theta]
 \end{array} \right\} \quad \text{(III-6)}$$

T_t, C_t, R_a : sont déterminés suivant le type d'usinage (voir chapitre II).

III.2.2. Modélisation multi-objectif par la méthode de Keeney-Raiffa

III.2.2.1. Principe de la méthode

Cette méthode utilise le produit des fonctions objectif pour se ramener à un problème d'optimisation mono-objectif. L'approche utilisée ici est semblable à celle utilisée dans la méthode de pondération. La fonction objectif ainsi obtenue s'appelle la fonction d'utilité de Keeney-Raiffa.

III.2.2.2. Présentation de la méthode

On transforme la partie « objectifs » en utilisant la fonction suivante :

$$f_{eq}(x) = \prod_{i=1}^k (u_i(f_i(x)) + 1) \quad (III-7)$$

$u_i(f_i(x))$: est une fonction qui est strictement non décroissante de $f_i(x)$ et qui peut incorporer des non linéarités. C'est une fonction strictement non décroissante de $f_i(x)$ si $f_i(x) \in \mathbf{R}^+$.

Alors le problème d'optimisation se transforme de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimiser } f_{eq}(x) = \prod_{i=1}^k (u_i(f_i(x)) + 1) \\ \text{avec } g_i(x) = 0 \\ \text{et } h_j(x) \leq 0 \end{array} \right. \quad (III-8)$$

III.2.2.3. Formulation de la fonction multi-objectif par la méthode de Keeney-Raiffa

Dans notre étude on prend $u_i(f_i(x)) = f_i(x)^2$, alors la fonction multi-objectif est construite comme suit :

$$f_{eq}(v_c, f, a) = (T_t^2 + 1) * (C_t^2 + 1) * (R_a^2 + 1) \quad (III-9)$$

T_t, C_t, R_a : sont déterminés suivant le type d'usinage (voir chapitre II).

Alors le problème d'optimisation des conditions d'usinage est défini comme suit :

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{a. Cas de tournage} \\
 \text{minimiser } (T_t^2 + 1) * (C_t^2 + 1) * (R_a^2 + 1) \\
 \text{sous} \\
 v_{c \min} \leq v_c \leq v_{c \max} \\
 f_{\min} \leq f \leq f_{\max} \\
 a_{\min} \leq a \leq \frac{2}{3} l_r \\
 K^{a_3} v_c^{a_3} f^{a_3} a^{a_3} \leq T \\
 K_s a f \leq F_{\max} \\
 \frac{K_s a f v_c}{60000 \eta} \leq P_m \\
 \frac{6 K_s a f l}{b h^2} \leq R_p \\
 \frac{4 K_s a f l^3}{E b h^3} \leq [f]
 \end{array} \right\} \quad \text{(III-10)}$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{b. Cas de fraisage} \\
 \text{minimiser } (T_t^2 + 1) * (C_t^2 + 1) * (R_a^2 + 1) \\
 \text{sous} \\
 v_{c \min} \leq v_c \leq v_{c \max} \\
 f_{z \min} \leq f_z \leq f_{z \max} \\
 a_{\min} \leq a \leq \frac{2}{3} l_r \\
 K^{a_3} v_c^{a_3} f^{a_3} a^{a_3} \leq T \\
 \frac{K_s a p f_z z}{\pi D} \leq F_{\max} \\
 \frac{K_s a p f_z z v_c}{60000 \pi D \eta} \leq P_m \\
 \frac{8 K_s a p f_z z}{\pi^2 D^3} \leq [\tau] \\
 \frac{32(1 + \mu) K_s a p f_z z}{E \pi^2 D^4} \leq [\theta]
 \end{array} \right\} \quad \text{(III-11)}$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{a. cas de perçage} \\
 \text{minimiser } (T_t^2 + 1) * (C_t^2 + 1) * (R_a^2 + 1) \\
 \text{sous} \\
 v_{c \min} \leq v_c \leq v_{c \max} \\
 f_{z \min} \leq f_z \leq f_{z \max} \\
 a_{\min} \leq a \leq \frac{2}{3} l_r \\
 K_s^{a_3} v_c^{a_3} f^{a_3} a^{a_2} \leq T \\
 K_s \frac{D}{2} f \leq F_{\max} \\
 K_s f v_c \frac{D}{240000 \eta} \leq P_m \\
 \frac{2 K_s f}{\pi D} \leq [\tau] \\
 \frac{8(1 + \mu) K_s f}{E \pi D^2} \leq [\theta]
 \end{array} \right\} \quad \text{(III-12)}$$

III.2.3. Transformation d'un modèle multi-objectif en un modèle mono-objectif par la méthode de l'ordonnancement lexicographique

III.2.3.1. Principe de la méthode

Après avoir présenté les deux méthodes qui permettent de fusionner les fonctions objectif en une seule (on parle aussi d'agrégation des fonctions objectif), nous allons présenter une méthode qui permet de transformer un problème d'optimisation multi-objectif comportant quelques contraintes supplémentaires.

Cette méthode est très intuitive. En effet, elle consiste à considérer les fonctions objectif les unes après les autres et à minimiser un problème d'optimisation mono-objectif, en complétant au fur et à mesure l'ensemble des contraintes [35].

III.2.3.2. présentation de la méthode

On procède ensuite en k étapes (autant d'étapes qu'il y a de fonctions objectif). Commençons avec la première fonction objectif. On résout :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \text{minimiser } f_1(x) \\
 \text{avec } g_i(x) = 0 \\
 \text{et } h_j(x) \leq 0
 \end{array} \right. \quad \text{(III-13)}$$

On note f_1^* la solution à ce problème.

Ensuite, on transforme la première fonction objectif en contrainte d'égalité puis on prend la seconde fonction objectif et on résout le problème suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimiser } f_2(x) \\ \text{avec } f_1(x) = f_1^* \\ \quad g_i(x) = 0 \\ \text{et } h_j(x) \leq 0 \end{array} \right. \quad (\text{III-14})$$

On répète cette démarche jusqu'à la fonction objectif k . Alors, pour finir, on aura :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimiser } f_i(x) \\ \text{avec } f_1(x) = f_1^* \\ \quad \wedge \\ \quad f_{k-1}(x) = f_{k-1}^* \\ \quad g_i(x) = 0 \\ \text{et } h_j(x) \leq 0 \end{array} \right. \quad (\text{III-15})$$

La dernière valeur de x est celle qui minimise tous les objectifs.

III.2.3.3. Application de la méthode de l'ordonnancement lexicographique dans le cas d'usinage

Comme nous avons vu dans le chapitre précédent, notre étude porte sur trois objectifs (le temps de production, le coût de production et la rugosité).

✚ Nous choisissons de commencer par la rugosité comme premier objectif.

On résout :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimiser } R_a(v_c, f, a) \\ \text{avec } g_i(v_c, f, a) = 0 \\ \text{et } h_j(v_c, f, a) \leq 0 \end{array} \right. \quad (\text{III-16})$$

On note R_{aopt} la solution de ce problème.

✚ Nous choisissons de poser le temps de production comme deuxième objectif.

On résout :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimiser } T_t(v_c, f, a) \\ \text{avec } R_a(v_c, f, a) = R_{aopt} \\ g_i(v_c, f, a) = 0 \\ \text{et } h_j(v_c, f, a) \leq 0 \end{array} \right. \quad (\text{III-17})$$

On note T_{topt} la solution de ce problème.

✚ Nous choisissons de poser le temps de production comme troisième objectif.

On résout :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimiser } C_t(v_c, f, a) \\ \text{avec } R_a(v_c, f, a) = R_{aopt} \\ T_t(v_c, f, a) = T_{topt} \\ g_i(v_c, f, a) = 0 \\ \text{et } h_j(v_c, f, a) \leq 0 \end{array} \right. \quad (\text{III-18})$$

Les valeur de v_c, f et a dans cette étape, sont les valeurs optimales du problème multi-objectif.

Les contraintes $g_i(v_c, f, a)$ et $h_j(v_c, f, a)$ sont définis au chapitre II.

III.3. Modélisation multi-passes du problème d'optimisation des conditions d'usinage

III.3.1. Formulation d'un problème d'optimisation multi-passes des conditions d'usinage

L'usinage d'une surface nécessite généralement des opérations de décroussissage, demi finition et de finition. Il est très rares parfois irréalisable en pratique d'obtenir une surface seulement en une seule passe. On utilisons l'optimisation à passe simple on doit optimiser à chaque passe d'usinage indépendamment des passes suivantes, ce qui nécessite une répétition de la procédure d'optimisation, par conséquent un temps de calcul assis long.

L'optimisation multi-passes est préférable par rapport à l'optimisation à passe simple, puisque la procédure d'optimisation est globale, et utilise une formulation mathématique compacte. Bien que cette formulation mathématique est plus

complexe avec des expressions de la fonction objectif et des contraintes sous forme de somme, elle est plus avantageuse car le temps de calcul est réduite.

Le problème de l'optimisation pour le tournage multi-passes peut être résolu en optimisant v_c , f et a pour chaque passe. Des études sur la distribution optimale de la profondeur de passe ont été faites [39]. Une des ces études [39] montre que l'efficacité de l'optimisation multi-passes est liée à l'utilisation de la profondeur de passe maximale par passe. Par exemple Yellowley [40], a montré que le coût total est minimisé dans deux passes de tournage en amenant une profondeur maximale dans une passe et le reste dans l'autre. Le travail fait par Arsecularatne et J. Agapiou [41] sur l'optimisation des conditions de coupe en tournage, ne pourrait pas conclure la même tendance pour être vrai dans une opération de tournage à neuf passes. Les conditions de coupe dans chaque passe sont optimisées avec l'approche de 'recherche séquentielle'. Dans une telle situation, la durée de vie de l'outil serait difficile à estimer correctement lorsque l'outil est soumis à des conditions de coupe variables pour tous les neuf passes.

III.3.1.1. Utilisation de la première méthode [38].

Cette méthode est valable uniquement pour le cas de tournage.

La stratégie de tournage multi-passes utilisée dans cette méthode est basée sur les profondeurs de passe égales pour l'opération d'ébauche, et la dernière passe pour l'opération de finition. Cette stratégie est adoptée donc pour simplifier l'analyse mathématique et résoudre le problème de tournage multi-passes.

III.3.1.1.1. Critère du temps de production en tournage multi-passes

Le temps de production dans le cas du tournage multi-passes est calculé par la formule suivante :

$$T_t = t_{ce} + t_{ae} + \frac{t_{ce}}{T_e} t_{vb} + t_{cf} + t_{af} + \frac{t_{cf}}{T_f} t_{vb} \quad (\text{III -19})$$

Ø Détermination du temps de coupe

a. temps de coupe en ébauche

Le temps de coupe totale pour m passes d'ébauche est calculé par la formule suivante :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m t_{ce_i} &= t_{ce_1} + t_{ce_2} + \dots + t_{ce_i} + \dots + t_{cem} \\ &= \frac{(L_1 + l)\pi D_0}{1000 f_{e_1} v_{ce_1}} + \frac{(L_2 + l)\pi D_1}{1000 f_{e_2} v_{ce_2}} + \dots + \frac{(L_i + l)\pi D_{i-1}}{1000 f_{e_i} v_{ce_i}} + \dots + \frac{(L_m + l)\pi D_{m-1}}{1000 f_{e_m} v_{ce_m}} \end{aligned} \quad (\text{III -20})$$

Où :

$$D_{i-1} = D_0 - 2 \sum_{j=1}^{i-1} a_j, \quad i = 2, \dots, m$$

b. temps de coupe en finition

La passe finale est obtenue après la $m^{\text{ième}}$ passe d'ébauche, le temps de coupe de finition est :

$$t_{cf} = \frac{(L_f + l)\pi D_{m-1}}{1000 f_f v_{cf}} \quad (\text{III -21})$$

La vitesse de coupe et l'avance sont optimisées pour les passes d'ébauche afin que :

$$\begin{aligned} v_{c_1} = v_{c_2} = \dots = v_{ce}^* \\ f_1 = f_2 = \dots = f_e^* \end{aligned} \quad (\text{III -22})$$

On considérant le cas de tournage longitudinale (pour simplifier), le diamètre est décomposé comme suit :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m D_{i-1} &= D_0 + D_1 + \dots + D_{m-1} \\ &= D_0 + (D_0 - 2a_1) + \dots + \left(D_0 - 2 \sum_{j=1}^{m-1} a_j \right) \end{aligned} \quad (\text{III -23})$$

A partir de la stratégie de profondeur de coupe égale par passe, c'est, $a_1 = a_2 = \dots = a_e$

l'équation (III.23) est simplifié comme suit :

$$\sum_{i=1}^m D_{i-1} = mD_0 - m(m-1)a_e,$$

$$\text{Alors : } \sum_{i=1}^m t_{ce_i} = \frac{\pi(L+l)}{1000 v_{ce} f_e} (mD_0 - m(m-1)a_e) \quad (\text{III -24})$$

Donc le temps de production pour une opération d'ébauche est donnée par :

$$T_{te} = \frac{\pi(L+l)}{1000 v_{ce} f_e} (mD_0 - m(m-1)a_e) + t_{ae} + \frac{\pi(L+l)(mD_0 - m(m-1)a_e)}{1000 K^{\frac{1}{a_3}} v_{ce}^{\frac{-1}{a_3} + 1} f_e^{\frac{-a_1}{a_3} + 1} a_e^{\frac{-a_2}{a_3}}} t_{vb} \quad (\text{III -25})$$

Dans le cas de la passe de finition, le diamètre de la pièce après les m passes D_{m-1} est donné par :

$$D_{m-1} = D_0 - 2ma_e \quad (III -26)$$

Si le diamètre final après finition est D_L et la profondeur de passe utilisé est a_f , alors

$$D_L + 2a_f = D_0 - 2ma_e \quad (III -27)$$

Donc le temps de production pour une opération de finition est donnée par :

$$T_{tf} = \frac{\pi(L+l)}{1000v_{cf}f_f}(D_L + 2a_f) + t_{af} + \frac{\pi(L+l)}{1000K^{a_3}v_{cf}^{a_3}f_f^{a_3}a_f^{a_3}}(D_L + 2a_f)t_{vb} \quad (III -28)$$

Alors, le temps de production totale est :

$$T_t = \frac{\pi(L+l)}{1000v_{ce}f_e}(mD_0 - m(m-1)a_e) + t_{ae} + \frac{\pi(L+l)(mD_0 - m(m-1)a_e)}{1000K^{a_3}v_{ce}^{a_3}f_e^{a_3}a_e^{a_3}}t_{vb} \\ + \frac{\pi(L+l)}{1000v_{cf}f_f}(D_L + 2a_f) + t_{af} + \frac{\pi(L+l)}{1000K^{a_3}v_{cf}^{a_3}f_f^{a_3}a_f^{a_3}}(D_L + 2a_f)t_{vb} \quad (III -29)$$

La fonction objective dans l'équation (III.29) montre que les sept variables, $v_{ce}, f_e, a_e, v_{cf}, f_f, a_f$ et m doivent être optimisés.

III.3.1.1.2. Critère du coût de production en tournage multi-passes

Le coût de production dans le tournage multi-passes est calculé par la formule suivante :

$$C_t = C_0t_{ae} + C_0 \frac{\pi(L+l)(mD_0 - m(m-1)a_e)}{1000f_e v_{ce}} + C_1 \frac{\pi(L+l)(mD_0 - m(m-1)a_e)}{1000K^{a_3}v_{ce}^{a_3}f_e^{a_3}a_e^{a_3}} \\ + C_0t_{af} + C_0 \frac{\pi(L+l)(D_L + 2a_f)}{1000f_f v_{cf}} + C_1 \frac{\pi(L+l)(D_L + 2a_f)}{1000K^{a_3}v_{cf}^{a_3}f_f^{a_3}a_f^{a_3}} + C_a \quad (III -30)$$

III.3.1.1.3. Les contraintes

Les contraintes prises en considération dans l'usinage multi-passes sont les mêmes que celles de l'usinage à passe simple (voir chapitre II), avec deux contraintes supplémentaires qui sont :

$$D_0 - 2ma_e - D_L - 2a_f = 0 \quad (III -31)$$

$$\text{Et } m - m_{\max} = 0 \quad (\text{III -32})$$

III.3.1.1.4. Commentaires

Les profondeurs de passe égales facilitent la détermination de la durée de vie de l'outil de coupe.

Cette méthode est valable uniquement pour le cas de tournage, parce qu'elle basée sur la variation du diamètre de la pièce.

Cette méthode est basé sur la variation du diamètre de la pièce, par conséquent le critère de rugosité ne peut pas être traité parce que ce dernier n'incluse pas le diamètre dans sa formulation mathématique.

III.3.1.2. Utilisation de la méthode proposée

Cette méthode est valable pour le tournage et le fraisage.

La valeur optimale de la vitesse, l'avance et la profondeur de coupe pour chaque passe sont obtenues par le processus multi-passes. Cette méthode consiste à formuler un problème à trois variables au minimum.

III.3.1.2.1. Cas de tournage

III.3.1.2.1.1. Critère du temps de production en tournage multi-passes

Le temps de production dans le tournage multi-passes est calculé par la formule (III.19).

Ø Détermination du temps de coupe

a. temps de coupe en ébauche

Le temps de coupe totale d'ébauche est calculé par la formule suivante :

$$t_{ce}(k) = \sum_{i=1}^N t_{ce_i} = \sum_{i=1}^N \frac{\pi (L_1 + l) \left(D - 2 \sum_{j=1}^{i-1} a_{e_j} \right)}{1000 f_{e_i} v_{ce_i}}, \quad N = N_{\min}, N_{\min+1}, \dots, N_{\max} \quad (\text{III -33})$$

Alors, on trouve plusieurs valeurs de t_{ce} pour différents valeurs de N .

$t_{ce}(k=1)$ pour $N = N_{\min}$,

$t_{ce}(k=2)$ pour $N = N_{\min} + 1$,

^

$t_{ce}(k=m)$ pour $N = N_{\max}$,

$$N_{\min} = \frac{d_c - a_{f \max}}{a_{e \max}} \quad (\text{III -34})$$

$$N_{\max} = \frac{d_c - a_{f \min}}{a_{e \min}} \quad (\text{III -35})$$

- d_c : Profondeur de coupe totale,
- $a_{f \min}$: Profondeur de passe minimale,
- $a_{f \max}$: Profondeur de passe maximale,
- N_{\min} : Nombre de passe minimale,
- N_{\max} : Nombre de passe maximale.

b. temps de coupe en finition

La passe finale est obtenue après la $N^{i\text{ème}}$ passe d'ébauche, le temps de coupe de finition est :

$$t_{cf} = \frac{\pi (L_f + l)(D_L + 2a_f)}{1000 f_f v_{cf}} \quad (\text{III -36})$$

Donc le temps de production prend des valeurs différentes suivant la valeurs de N . Ces valeurs sont illustrées par la formule suivante :

$$T_i(k) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\pi (L_1 + l) \left(D - 2 \sum_{j=1}^{i-1} a_{e_j} \right)}{1000 f_{e_i} v_{ce_i}} + t_{ae} + \frac{\pi (L_1 + l) \left(D - 2 \sum_{j=1}^{i-1} a_{e_j} \right)}{1000 K^{a_3} v_{ce_i}^{a_3} f_{e_i}^{a_3} a_{e_i}^{a_3}} t_{vb} \right) + \frac{\pi (L_f + l)(D_L + 2a_f)}{1000 f_f v_{cf}} + t_{af} + \frac{\pi (L_f + l)(D_L + 2a_f)}{1000 K^{a_3} v_{cf}^{a_3} f_f^{a_3} a_f^{a_3}} t_{vb} \quad (\text{III -37})$$

La fonction objectif dans l'équation (III.37) montre que les $3N+3$ variables, $v_{ce_i}, f_{e_i}, a_{e_i}, v_{cf}, f_f, a_f$ doivent être optimisés. Après optimisation on trouve k valeurs du temps de production, la valeur optimale est égale a la valeur minimale et les valeurs optimales de $v_{ce_i}, f_{e_i}, a_{e_i}, v_{cf}, f_f, a_f$ sont les valeurs correspondants.

III.3.1.2.1.2. Critère du coût de production en tournage multi-passes

Le coût de production prend aussi des valeurs différentes suivant la valeurs de N . Ces valeurs sont illustrées par la formule suivante :

$$C_t(k) = C_0 t_{ae} + C_0 \sum_{i=1}^N \frac{\pi (L_1 + l) \left(D - 2 \sum_{j=1}^{i-1} a_{e_j} \right)}{10^3 f_{e_i} v_{ce_i}} + C_1 \sum_{i=1}^N \frac{\pi (L_1 + l) \left(D - 2 \sum_{j=1}^{i-1} a_{e_j} \right)}{10^3 K^{a_3} v_{ce_i}^{\frac{1}{a_3} - 1} f_{e_i}^{\frac{-1}{a_3} + 1} a_{e_i}^{\frac{-a_1}{a_3} + 1} a_{e_i}^{\frac{-a_2}{a_3}}} \quad (\text{III -38})$$

$$+ C_0 t_{af} + C_0 \frac{\pi (L_f + l) (D_L + 2a_f)}{10^3 f_f v_{cf}} + C_1 \frac{\pi (L_f + l) (D_L + 2a_f)}{10^3 K^{a_3} v_{cf}^{\frac{1}{a_3} - 1} f_f^{\frac{-1}{a_3} + 1} a_f^{\frac{-a_1}{a_3} + 1} a_f^{\frac{-a_2}{a_3}}} + Ca$$

Après optimisation on trouve k valeurs du coût de production, la valeur optimale est égale a la valeur minimale et les valeurs optimales de $v_{ce_i}, f_{e_i}, a_{e_i}, v_{cf}, f_f, a_f$ sont les valeurs correspondants.

III.3.1.2.2. Cas de fraisage

III.3.1.2.2.1. Critère du temps de production en fraisage multi-passes

Le temps de production pour le fraisage multi-passes est calculé par la formule (III.19).

Ø Détermination du temps de coupe

a. temps de coupe en ébauche

✚ Cas de fraisage en bout :

Le temps de coupe totale d'ébauche en fraisage en bout est calculé par la formule suivante :

$$t_{ce}(k) = \sum_{i=1}^N t_{ce_i} = \sum_{i=1}^N \frac{(D + L + l_1 + l_2) \pi D}{1000 f_{ze_i} z v_{ce_i}}, N = N_{\min}, N_{\min+1}, \dots, N_{\max}. \quad (\text{III -39})$$

✚ Cas de fraisage en roulant :

$$t_{ce}(k) = \sum_{i=1}^N t_{ce_i} = \sum_{i=1}^N \frac{\left[2\sqrt{a_{e_i} (D - a_{e_i})} + l_1 + l_2 + L \right] \pi D}{1000 f_{ze_i} z v_{ce_i}} \quad (\text{III -40})$$

b. temps de coupe en ébauche

✚ Cas de fraisage en bout :

$$t_{cf} = \frac{(D + L + l_1 + l_2) \pi D}{1000 f_{zf} z v_{cf}} \quad (\text{III -41})$$

✚ Cas de fraisage en roulant :

$$t_{cf} = \frac{\left[2\sqrt{a_f (D - a_f)} + l_1 + l_2 + L \right] \pi D}{1000 f_{zf} z v_{cf}} \quad (\text{III -42})$$

Donc le temps de production prend des valeurs différentes suivant la valeurs de N .

Ces valeurs sont illustrées par les formules suivantes :

✚ Cas de fraisage en bout :

$$T_t(k) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{(D+L+l_1+l_2)\pi D}{1000 f_{ze_i} z v_{ce_i}} + t_{ae} + \frac{(D+L+l_1+l_2)\pi D}{1000 z K^{\frac{1}{a_3}} v_{ce_i}^{\frac{-1}{a_3}+1} f_{e_i}^{\frac{-a_1+1}{a_3}} a_{e_i}^{\frac{-a_2}{a_3}}} t_{vb} \right) + \frac{(D+L+l_1+l_2)\pi D}{1000 f_{zf} z v_{cf}} + t_{af} + \frac{(D+L+l_1+l_2)\pi D}{1000 z K^{\frac{1}{a_3}} v_{cf}^{\frac{-1}{a_3}+1} f_f^{\frac{-a_1+1}{a_3}} a_f^{\frac{-a_2}{a_3}}} t_{vb} \quad (III -43)$$

✚ Cas de fraisage en roulant :

$$T_t(k) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\left[2\sqrt{a_{e_i}(D-a_{e_i})} + l_1 + l_2 + L \right] \pi D}{10^3 f_{ze_i} z v_{ce_i}} + t_{ae} + \frac{\left[2\sqrt{a_{e_i}(D-a_{e_i})} + l_1 + l_2 + L \right] \pi D}{10^3 z K^{\frac{1}{a_3}} v_{ce_i}^{\frac{-1}{a_3}+1} f_{e_i}^{\frac{-a_1+1}{a_3}} a_{e_i}^{\frac{-a_2}{a_3}}} t_{vb} \right) + \frac{\left[2\sqrt{a_f(D-a_f)} + l_1 + l_2 + L \right] \pi D}{10^3 f_{zf} z v_{cf}} + t_{af} + \frac{\left[2\sqrt{a_f(D-a_f)} + l_1 + l_2 + L \right] \pi D}{10^3 z K^{\frac{1}{a_3}} v_{cf}^{\frac{-1}{a_3}+1} f_f^{\frac{-a_1+1}{a_3}} a_f^{\frac{-a_2}{a_3}}} t_{vb} \quad (III -44)$$

La fonction objectif dans les équations (III.43), (III.44) montre que les $3N+3$ variables, $v_{ce_i}, f_{e_i}, a_{e_i}, v_{cf}, f_f, a_f$ doivent être optimisés. Après optimisation on trouve k valeurs du temps de production, la valeur optimale est égale a la valeur minimale et les valeurs optimales de $v_{ce_i}, f_{e_i}, a_{e_i}, v_{cf}, f_f, a_f$ sont les valeurs correspondants.

III.3.1.2.2.2. Critère du coût de production en fraisage multi-passes

Le coût de production prend aussi des valeurs différentes suivant la valeurs de N . Ces valeurs sont illustrées par les formules suivantes :

✚ Cas de fraisage en bout :

$$C_i(k) = C_0 t_a + C_0 \sum_{i=1}^N \frac{(D+L+l_1+l_2)\pi D}{1000 f_{ze_i} z v_{ce_i}} + C_1 \frac{(D+L+l_1+l_2)\pi D}{1000 z K^{\frac{1}{a_3}} v_{ce_i}^{\frac{-1}{a_3}+1} f_{e_i}^{\frac{-a_1+1}{a_3}} a_{e_i}^{\frac{-a_2}{a_3}}} + C_0 t_f + C_0 \frac{(D+L+l_1+l_2)\pi D}{1000 f_{zf} z v_{cf}} + C_1 \frac{(D+L+l_1+l_2)\pi D}{1000 z K^{\frac{1}{a_3}} v_{cf}^{\frac{-1}{a_3}+1} f_f^{\frac{-a_1+1}{a_3}} a_f^{\frac{-a_2}{a_3}}} \quad (III -45)$$

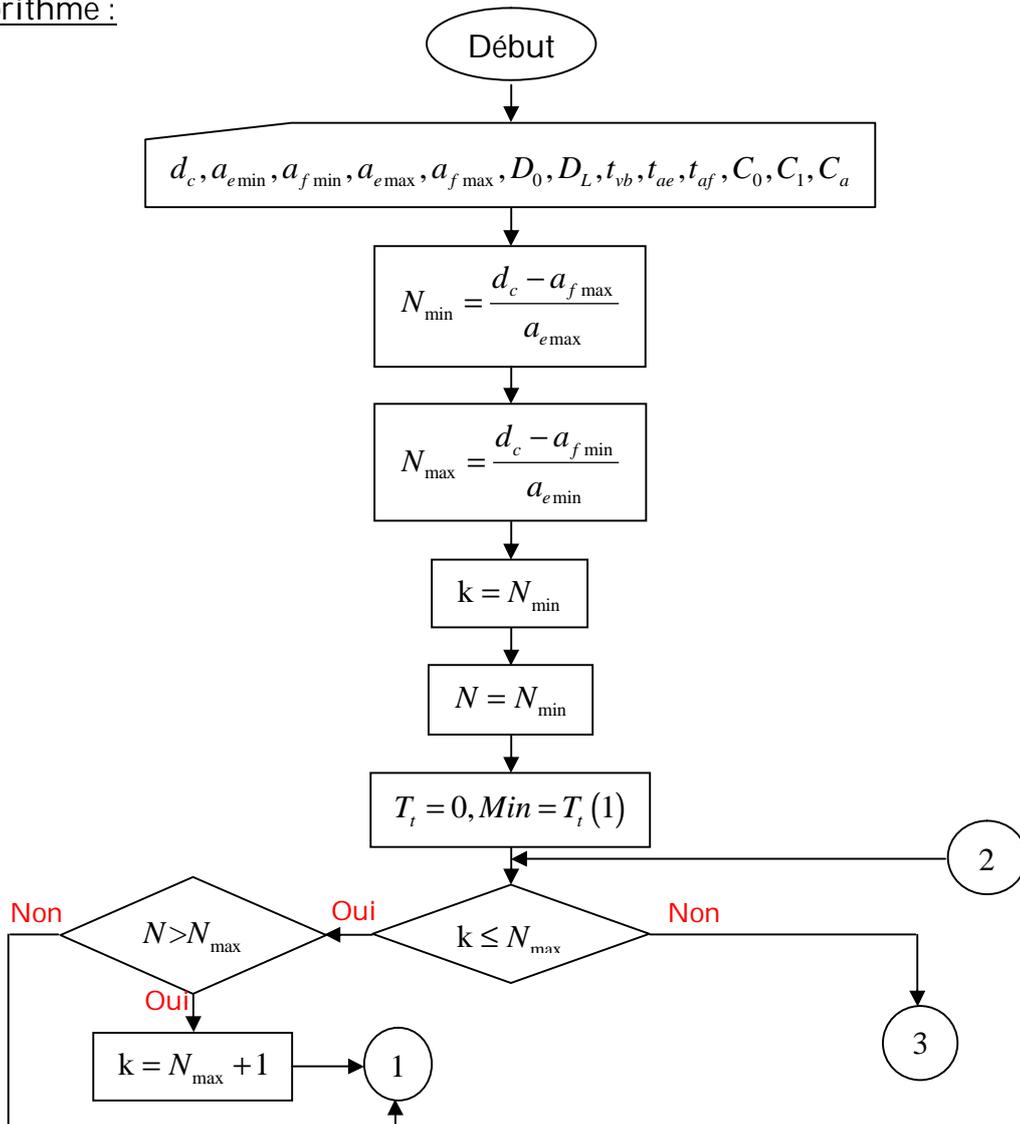
✚ Cas de fraisage en roulant :

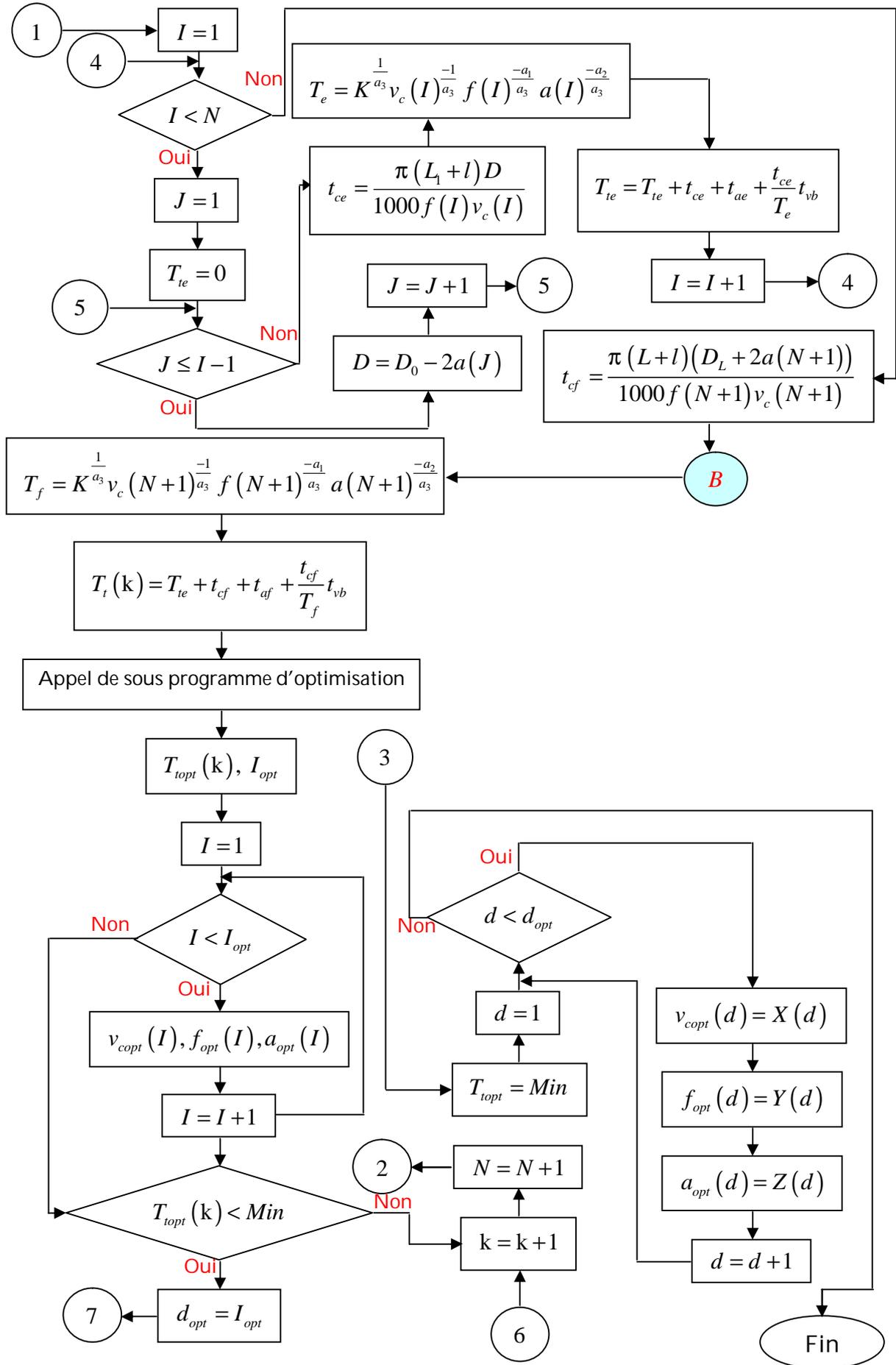
$$C_t(k) = C_0 t_a + C_0 \sum_{i=1}^N \frac{\left[2\sqrt{a_{e_i}(D-a_{e_i})} + l_1 + l_2 + L \right] \pi D}{1000 f_{ze_i} z v_{ce_i}} + C_1 \frac{\left[2\sqrt{a_{e_i}(D-a_{e_i})} + l_1 + l_2 + L \right] \pi D}{10^3 z K^{a_3} v_{ce_i}^{\frac{1}{a_3} - 1} f_{e_i}^{\frac{-a_1+1}{a_3}} a_{e_i}^{\frac{-a_2}{a_3}}} + C_0 t_f + C_0 \frac{\left[2\sqrt{a_f(D-a_f)} + l_1 + l_2 + L \right] \pi D}{1000 f_{zf} z v_{cf}} + C_1 \frac{\left[2\sqrt{a_f(D-a_f)} + l_1 + l_2 + L \right] \pi D}{10^3 z K^{a_3} v_{cf}^{\frac{1}{a_3} - 1} f_f^{\frac{-a_1+1}{a_3}} a_f^{\frac{-a_2}{a_3}}} + C_a \quad (III -46)$$

Après optimisation on trouve k valeurs du coût de production, la valeur optimale est égale a la valeur minimale et les valeurs optimales de $v_{ce_i}, f_{e_i}, a_{e_i}, v_{cf}, f_f, a_f$ sont les valeurs correspondants.

III.3.1.2.3. Optimisation multi-passes des conditions de coupe en tournage

Algorithme :





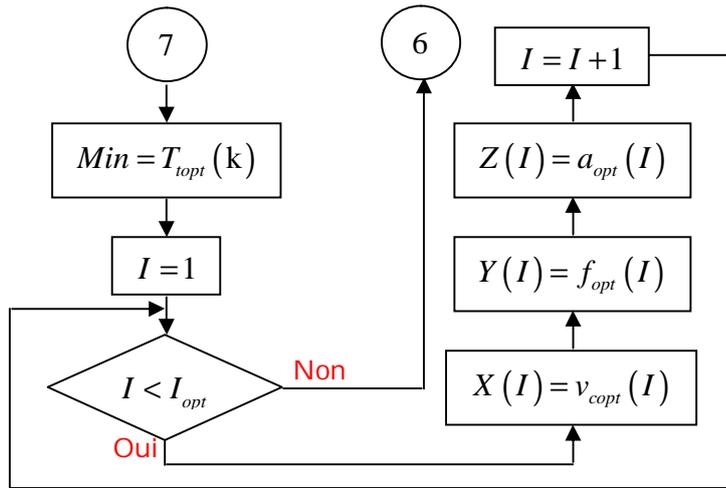
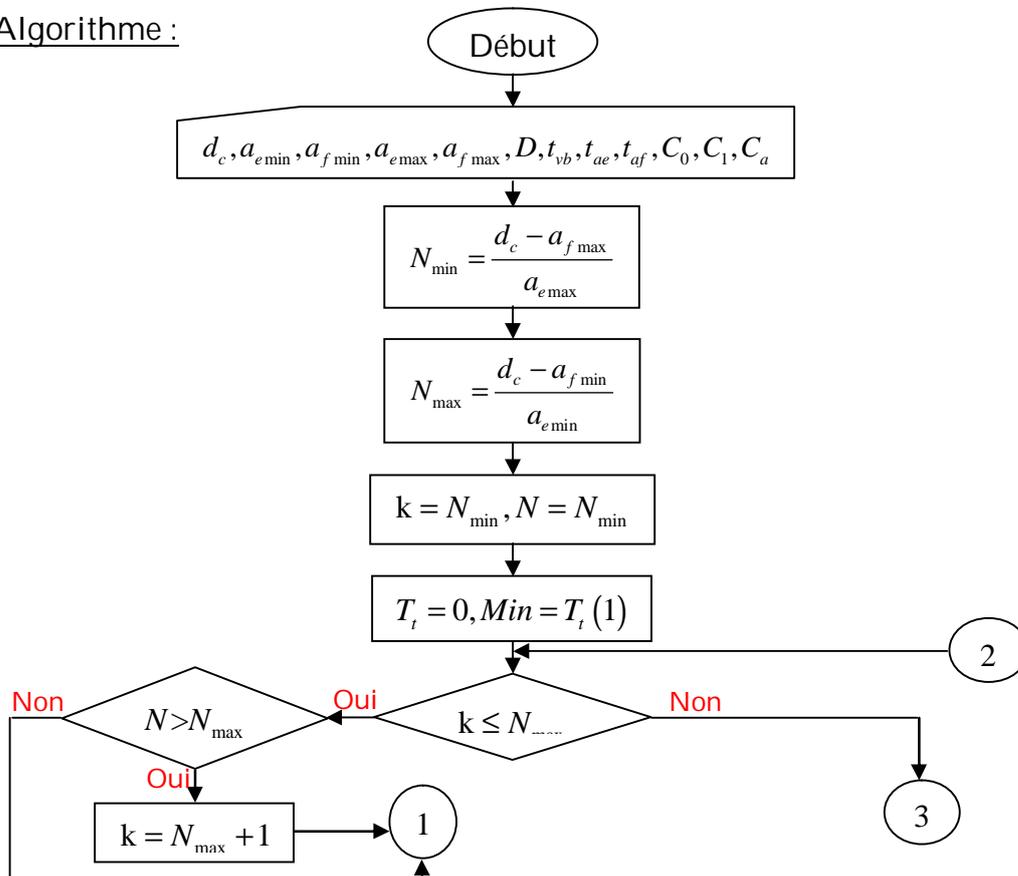


Figure III.2: Algorithme d'optimisation multi-passes des conditions de coupe en tournage.

Cet algorithme est dédié à la résolution de problème d'optimisation multi-passes des conditions d'usinage en tournage en utilisant comme critère le temps de production. Pour le critère de coût de production il suffit de remplacer l'équation de temps de production totale par l'équation de coût de production totale décrit par la formule (III.40).

III.3.1.2.4. Optimisation multi-passes des conditions de coupe en fraisage

Algorithme :



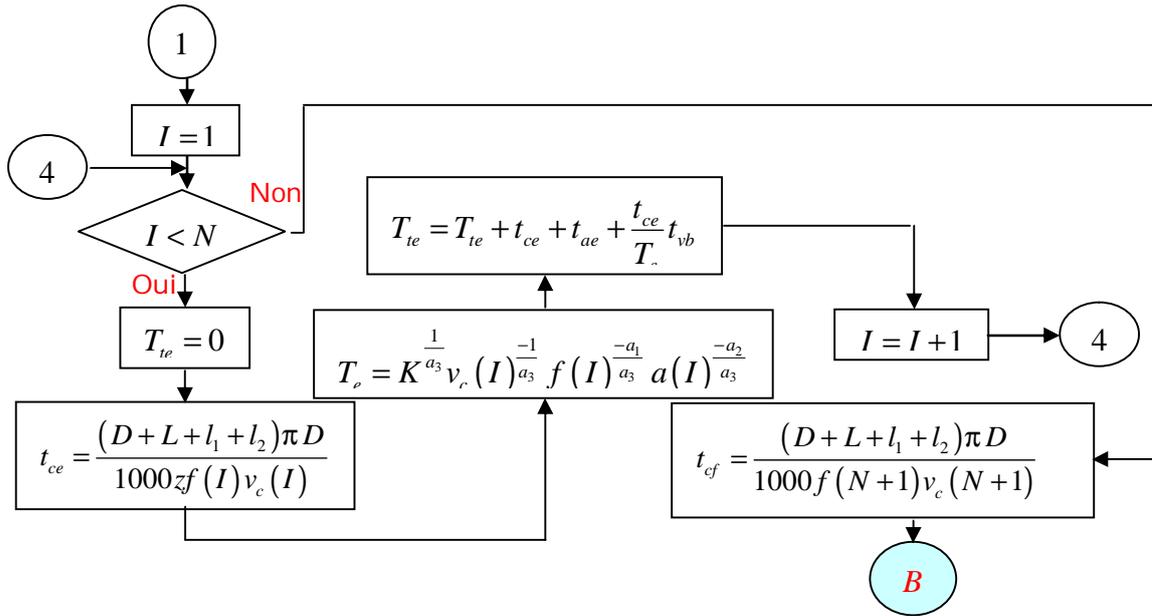


Figure III. 3: Algorithme d'optimisation multi-passes des conditions de coupe en fraisage.

Cet algorithme est dédié à la résolution de problème d'optimisation multi-passes des conditions d'usinage en fraisage en utilisant comme critère le temps de production. Pour le critère de coût de production il suffit de remplacer l'équation de temps de production totale par l'équation de coût de production totale décrit par la formule (III.45) pour le fraisage en bout où la formule (III.46) pour le fraisage en roulant.

III.4. Conclusion

Dans ce chapitre, Nous avons présenté en première partie une modélisation multi-objectif du problème d'optimisation des conditions de coupe en usinage. La modélisation multi-objectif de ce problème est nouvelle.

Le problème a été formulé en utilisant trois objectifs (le coût de production, le temps de production et la rugosité), et en tenant compte des contraintes techniques. Pour la formulation du problème multi-objectif, nous avons utilisé trois méthodes d'optimisation multi-objectif (la méthode de pondération, la méthode de Keeney-Raiffa et la méthode de l'ordonnancement lexicographique). Ces méthodes ont été utilisées pour les processus de tournage, fraisage et perçage.

Dans la deuxième partie, Nous avons présenté le développement d'une méthodologie pour l'optimisation multi-passes des conditions de coupe, cette méthodologie est basée sur deux méthodes :

La première est visée à formuler un modèle d'optimisation simple et efficace en cas de tournage, basé sur la détermination d'une profondeur de passe égale pour tous les passes d'ébauche, suivi par une passe de finition.

Et la deuxième visée à formuler un modèle d'optimisation dans les deux cas de tournage et de fraisage, basé sur la détermination de nombre et de profondeurs de passes en ébauche (ces profondeurs ne sont pas obligatoirement égaux), suivi par une passe de finition.

Chapitre IV

Applications sur l'optimisation des conditions d'usinage

IV.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous utilisons la programmation quadratique séquentielle (SQP) pour l'optimisation des conditions de coupe en tournage, fraisage et perçage en se basant sur les modèles d'optimisation développés dans les chapitres (II, III). Pour atteindre cet objectif, nous avons choisi comme applications l'usinage de deux pièces mécaniques.

La première pièce a été réalisée au niveau de l'entreprise nationale complexe pelles et grues (CPG) de Ain-Smara (Constantine). Et la deuxième pièce, que nous choisissons à partir de la littérature de fabrication mécanique.

Ce chapitre a pour but d'illustrer sur des exemples d'application les modèles et les méthodes présentées précédemment.

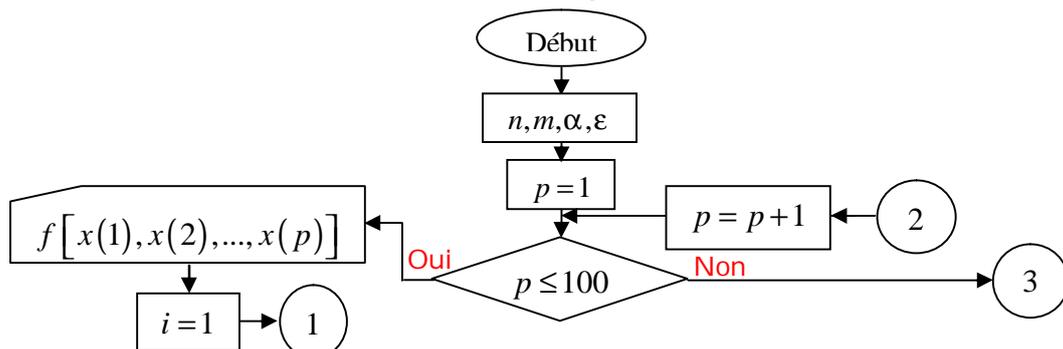
IV.2. Optimisation des conditions d'usinage par la programmation quadratique séquentielle (SQP)

La base de choix de la programmation quadratique séquentielle (SQP) est sa capacité de résoudre les problèmes d'optimisation non linéaire avec plusieurs variables, et avec différentes contraintes (d'égalité et d'inégalité).

Le choix de cette méthode revient aussi à sa vitesse de convergence par rapport aux autres méthodes (voir chapitre I).

IV.2.1. Algorithme simplifié de la programmation quadratique séquentielle

Cette méthode a été exposée au paragraphe (I.5.2.6) du chapitre (I).



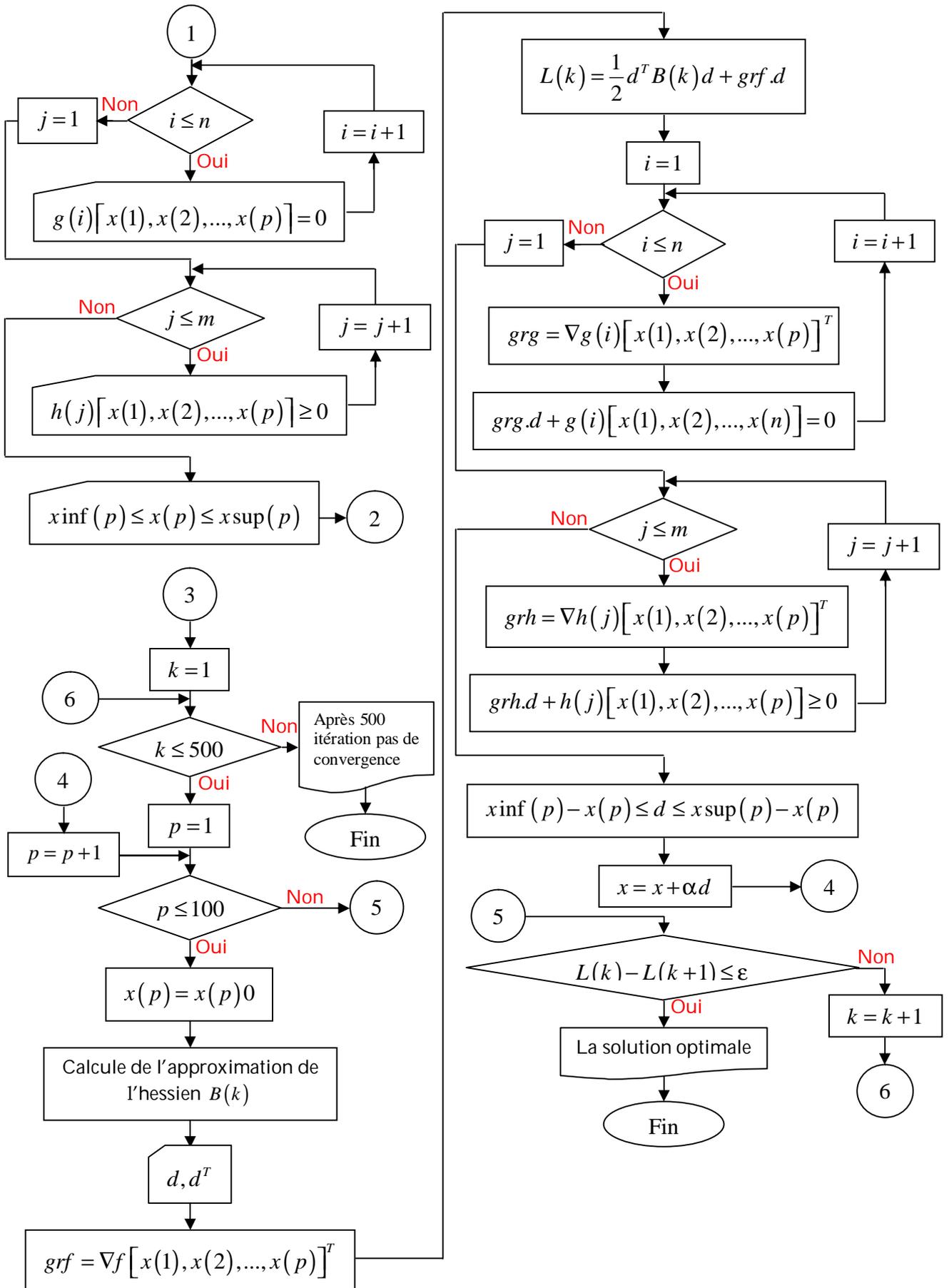


Figure IV.1: Algorithme de la programmation quadratique séquentielle (SQP).

IV.3. Premier exemple d'application

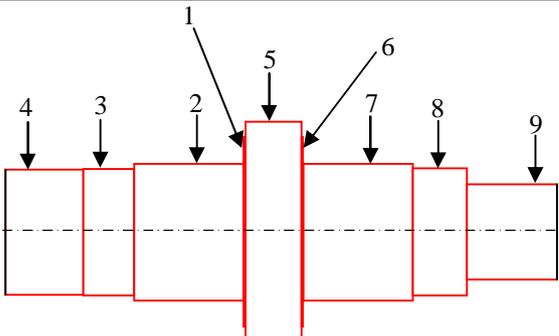
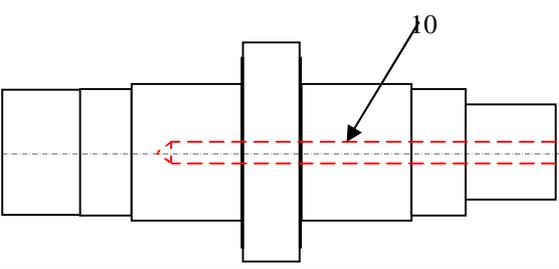
Cet exemple concerne l'utilisation de la programmation quadratique séquentielle pour l'optimisation des conditions de coupe pour l'usinage d'une pièce réalisée au niveau de l'entreprise nationale complexe pelles et grues (CPG), et de comparer ensuite les résultats trouvés avec les paramètres utilisés par le CPG.

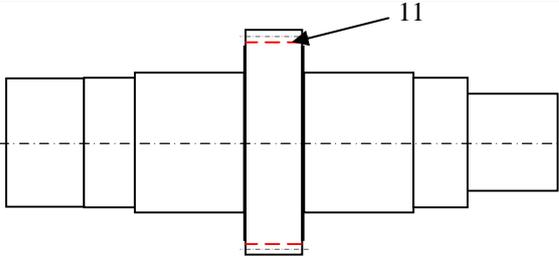
Puisque le but recherché est la vérification de la validité de notre méthode, le nombre d'opérations d'usinage à optimiser a été limité.

IV.3.1. La gamme d'usinage de la pièce

Voire la gamme d'usinage qui a été réalisée au niveau de CPG dans L'ANNEXE.

Tableau IV.1 : La gamme d'usinage de la 1^{ère} pièce.

phase	Désignation	La machine, les outils de coupe	Plans de phase
010	Centrage de 2 cotes	Outil à centrer	
015	Contrôle	P.C	
020	Tournage : Chariotage 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	Outil de tournage : CCMT150408	
030	Contrôle	P.C	
040	Perçage : Perçage de 10	Foret Ø=9.5	
050	Perçage radial : - Percer 2 Ø = 8.5 (prof=25) - Chanf à 90° (prof=1.5) - Tarauder M10 (prof=17.5) - Percer Ø= 7.8 et aléser au Ø= 8	- Foret Ø=8.5 - Outil à chanfreiner - Outil a taraudé M10 - Foret Ø=7.8 - Outil à aléser - Foret Ø=4	

	- Pivoter de 180° et percer 2 Ø= 4		
060	Tournage : Chanfreiner de centrage à 60° Chanfreiner de protection à 120°	Outil à chanfreiner	
070	Fraisage : Fraisier le profil à arbres (cannelés z=25) Ø=105 Surf : 11	Fraise pour rainures Ø=13.5	
080	Fraisage : Fraisier le profil à arbres (cannelés z=18) Ø=60	Fraise pour rainures Ø=13.5	
090	Ebavurer : Le profile à arbres (cannelés) Ø=105 et Ø=60	Outil à ébavurer	

Les opérations à optimiser sont les opérations des phases 020, 040, 070.

IV.3.2. Données numériques

Le tableau suivant regroupe les données nécessaires pour l'application.

Tableau VI.2 : Les données numériques

Caractéristiques de la pièce		
Matière	17 CrNiMo 6	
Longueur de la pièce	386,5 – 0,5	
Diamètre de la pièce	104,2h11	
Caractéristiques de l'outil et de la machines dans la phase 020		
Caractéristiques de la machine	$v_{c\ min}$ (mm / min)	60
	$v_{c\ max}$ (mm / min)	600
	$f_{\ min}$ (mm / tr)	0.2
	$f_{\ max}$ (mm / tr)	0.8
	$a_{\ min}$ (mm)	4(ébauche), 0.5(finition)
	$a_{\ max}$ (mm)	10(ébauche), 2(finition)
	$F_{\ max}$ (N)	10000
	P_m (kw)	70
	η	0.85
	C_0 (DZD / min)	34.83
	C_T (DZD / min)	50.5737

Caractéristiques de l'outil	Désignation	CCMT150408 (ébauche) CCMT0602 (finition)
	$T(\text{min}/\text{arête})$	35
	$K_s(N/mm^2)$	2000
	$R_p(N/mm^2)$	1200
	$b(\text{mm})$	20
	$h(\text{mm})$	40
	$l'(\text{mm})$	70
	$[f](\text{mm})$	0.1(<i>ébauche</i>),0.01(<i> finition</i>)
	$E(n/mm^2)$	373130
	$C_1(DZD)$	550.96
$t_{vb}(\text{min})$	1.5	
Diamètres et longueurs à usiner	D_1	105.5
	D_2	90.8
	D_3	65.4
	D_4	60.4
	D_5	59.4
	D_6	45.4
	L_1	169
	L_2	168.2
	L_3	91
	L_4	55
	L_5	39.6
	L_6	179
	L_7	178.2
	L_8	101.5
L_9	63.5	
Caractéristiques de l'outil et de la machines dans la phase 040		
Caractéristiques de la machine	$v_{c\text{min}}(\text{mm}/\text{min})$	40
	$v_{c\text{max}}(\text{mm}/\text{min})$	450
	$f_{\text{min}}(\text{mm}/\text{tr})$	0.1
	$f_{\text{max}}(\text{mm}/\text{tr})$	0.8
	$F_{\text{max}}(N)$	8000
	$P_m(\text{kw})$	20
	η	0.8
	$C_0(DZD/\text{min})$	46.086
Caractéristiques de l'outil	Désignation	F9.5
	$T(\text{min}/\text{arête})$	80
	$K_s(N/mm^2)$	2100
	$[\tau](N/mm^2)$	1200
	$D(\text{mm})$	9.5
	$[\theta](\text{rad})$	0.021
	$E(n/mm^2)$	205000

	μ	0.28125
	$C_1(DZD)$	385.72
	$t_{vb}(\text{min})$	1.5
Diamètres et longueurs à usiner	$D(\text{mm})$	9.5
	$L(\text{mm})$	270
Caractéristiques de l'outil et de la machines dans la phase 070		
Caractéristiques de la machine	$v_{c\text{min}}(\text{mm}/\text{min})$	50
	$v_{c\text{max}}(\text{mm}/\text{min})$	500
	$f_{\text{min}}(\text{mm}/\text{tr})$	0.1
	$f_{\text{max}}(\text{mm}/\text{tr})$	0.6
	$a_{\text{min}}(\text{mm})$	2(ébauche), 0.5(finition)
	$a_{\text{max}}(\text{mm})$	4(ébauche), 2(finition)
	$F_{\text{max}}(\text{N})$	8000
	$P_m(\text{kw})$	8
	η	0.75
		$C_0(DZD/\text{min})$
Caractéristiques de l'outil	Désignation	STFRW13.5
	$T(\text{min}/\text{arête})$	35
	$K_s(\text{N}/\text{mm}^2)$	2000
	$[\tau](\text{N}/\text{mm}^2)$	1200
	$D(\text{mm})$	13.5
	$[\theta]$	0.015(e), 0.0015(f)
	$E(\text{n}/\text{mm}^2)$	205000
	μ	0.28125
	$C_1(DZD)$	1655.64
	$t_{vb}(\text{min})$	1.5
	$z(\text{dents})$	8
	$p(\text{mm})$	5.2
longueurs à usiner	L, d_c	39.6 , 4
Les coefficients		
$K = 193.3 , a_1 = 0.29 , a_2 = 0.35 , a_3 = 0.25$		
$k = 1.001 , x_1 = 0.0088 , x_2 = 0.3232 , x_3 = 0.3144$		

IV.3.3. Applications numériques

IV.3.3.1. Optimisation à passe simple

IV.3.3.1.1. Optimisation des opérations de la phase 020

a. Fonctions temps

Pour l'usinage de la surface 1 :

$$T_{te1} = \frac{55.079}{fv_c} + 6.025 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad T_{tf1} = \frac{0.292}{fv_c} + 3.132 \cdot 10^{-10} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -1})$$

Pour l'usinage de la surface 2 :

$$T_{te2} = \frac{48.037}{fv_c} + 5.161 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad T_{tf2} = \frac{16.389}{fv_c} + 1.761 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -2})$$

Pour l'usinage de la surface 3 :

$$T_{te3} = \frac{18.740}{fv_c} + 2.013 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad T_{tf3} = \frac{7.096}{fv_c} + 7.624 \cdot 10^{-9} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -3})$$

Pour l'usinage de la surface 4 :

$$T_{te4} = \frac{10.474}{fv_c} + 1.125 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad T_{tf4} = \frac{10.474}{fv_c} + 1.125 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -4})$$

Pour l'usinage de la surface 5 :

$$T_{te5} = \frac{13.191}{fv_c} + 1.417 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad T_{tf5} = \frac{13.191}{fv_c} + 1.417 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -5})$$

Pour l'usinage de la surface 6 :

$$T_{te6} = \frac{59.394}{fv_c} + 6.381 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad T_{tf6} = \frac{0.292}{fv_c} + 3.132 \cdot 10^{-10} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -6})$$

Pour l'usinage de la surface 7 :

$$T_{te7} = \frac{50.890}{fv_c} + 5.468 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad T_{tf7} = \frac{16.389}{fv_c} + 1.761 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -7})$$

Pour l'usinage de la surface 8 :

$$T_{te8} = \frac{20.895}{fv_c} + 2.245 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad T_{tf8} = \frac{7.489}{fv_c} + 8.046 \cdot 10^{-9} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -8})$$

Pour l'usinage de la surface 9 :

$$T_{te9} = \frac{12.087}{fv_c} + 1.297 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad T_{tf9} = \frac{9.486}{fv_c} + 1.019 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -9})$$

b. Fonctions coût

Pour l'usinage de la surface 1 :

$$C_{te1} = \frac{1918.40}{fv_c} + 2.213 \cdot 10^{-5} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad C_{tf1} = \frac{10.17}{fv_c} + 1.15 \cdot 10^{-7} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -10})$$

Pour l'usinage de la surface 2 :

$$C_{te2} = \frac{1673.13}{fv_c} + 1.896 \cdot 10^{-5} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad C_{tf2} = \frac{570.83}{fv_c} + 6.468 \cdot 10^{-6} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -11})$$

Pour l'usinage de la surface 3 :

$$C_{te3} = \frac{652.71}{fv_c} + 7.394 \cdot 10^{-6} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad C_{tf3} = \frac{247.15}{fv_c} + 2.800 \cdot 10^{-6} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -12})$$

Pour l'usinage de la surface 4 :

$$C_{te4} = \frac{364.81}{fv_c} + 4.132 \cdot 10^{-6} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad C_{tf4} = \frac{364.81}{fv_c} + 4.132 \cdot 10^{-6} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -13})$$

Pour l'usinage de la surface 5 :

$$C_{te5} = \frac{459.44}{fv_c} + 5.205 \cdot 10^{-6} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad C_{tf5} = \frac{459.44}{fv_c} + 5.205 \cdot 10^{-6} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -14})$$

Pour l'usinage de la surface 6 :

$$C_{te6} = \frac{2068.69}{fv_c} + 2.344 \cdot 10^{-5} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad C_{tf6} = \frac{10.17}{fv_c} + 1.150 \cdot 10^{-7} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -15})$$

Pour l'usinage de la surface 7 :

$$C_{te7} = \frac{1772.50}{fv_c} + 2.008 \cdot 10^{-5} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad C_{tf7} = \frac{570.83}{fv_c} + 6.468 \cdot 10^{-6} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -16})$$

Pour l'usinage de la surface 8 :

$$C_{te8} = \frac{727.77}{fv_c} + 8.246 \cdot 10^{-6} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad C_{tf8} = \frac{260.84}{fv_c} + 2.955 \cdot 10^{-6} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -17})$$

Pour l'usinage de la surface 9 :

$$C_{te9} = \frac{420.99}{fv_c} + 4.764 \cdot 10^{-6} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad \text{et} \quad C_{tf9} = \frac{330.40}{fv_c} + 3.743 \cdot 10^{-6} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -18})$$

c. Fonction rugosité

La fonction rugosité est la même pour tous les surfaces.

$$R_a = 1.001 v_c^{0.0088} f^{0.3232} a^{0.3144} \quad (\text{IV -19})$$

d. Fonctions multi-objectif

La fonction multi-objectif par la méthode de Pondération f_{pi}

$$f_{pe1} = w_1 T_{te1} + w_2 C_{te1} + w_3 R_a \quad \text{et} \quad f_{pf1} = w_1 T_{tf1} + w_2 C_{tf1} + w_3 R_a \quad (\text{IV -20})$$

$$f_{pe2} = w_1 T_{te2} + w_2 C_{te2} + w_3 R_a \quad \text{et} \quad f_{pf2} = w_1 T_{tf2} + w_2 C_{tf2} + w_3 R_a \quad (\text{IV -21})$$

$$f_{pe9} = w_1 T_{te9} + w_2 C_{te9} + w_3 R_a \quad \text{et} \quad f_{pf9} = w_1 T_{tf9} + w_2 C_{tf9} + w_3 R_a \quad (\text{IV -22})$$

La fonction multi-objectif par la méthode de Keeney-Raiffa f_{Ki}

$$f_{ke1} = (T_{te1}^2 + 1) * (C_{te1}^2 + 1) * (R_a^2 + 1) \quad \text{et} \quad f_{kf1} = (T_{tf1}^2 + 1) * (C_{tf1}^2 + 1) * (R_a^2 + 1) \quad (\text{IV -23})$$

$$f_{ke2} = (T_{te2}^2 + 1) * (C_{te2}^2 + 1) * (R_a^2 + 1) \quad \text{et} \quad f_{kf2} = (T_{tf2}^2 + 1) * (C_{tf2}^2 + 1) * (R_a^2 + 1) \quad (\text{IV -24})$$

$$f_{ke9} = (T_{te9}^2 + 1) * (C_{te9}^2 + 1) * (R_a^2 + 1) \quad \text{et} \quad f_{kf9} = (T_{tf9}^2 + 1) * (C_{tf9}^2 + 1) * (R_a^2 + 1) \quad (\text{IV -25})$$

e. Les contraintes

$$60 \leq v_c \leq 600 \quad (\text{IV -26})$$

$$0.2 \leq f \leq 0.8 \quad (\text{IV -27})$$

$$4 \leq a \leq 10 \text{ (ébauche)} \quad 0.5 \leq a \leq 2 \text{ (finition)} \quad (\text{IV -28})$$

$$193.3^4 v_c^{-4} f^{-1.16} a^{-1.4} \leq 35 \quad (\text{IV -29})$$

$$2000af \leq 10000 \quad (\text{IV -30})$$

$$0.039afv_c \leq 70 \quad (\text{IV -31})$$

$$26.25af \leq 1200 \quad (\text{IV -32})$$

$$0.0057af \leq 0.1 \text{ (ébauche)} \quad 0.0057af \leq 0.01 \text{ (finition)} \quad (\text{IV -33})$$

f. Représentations graphiques

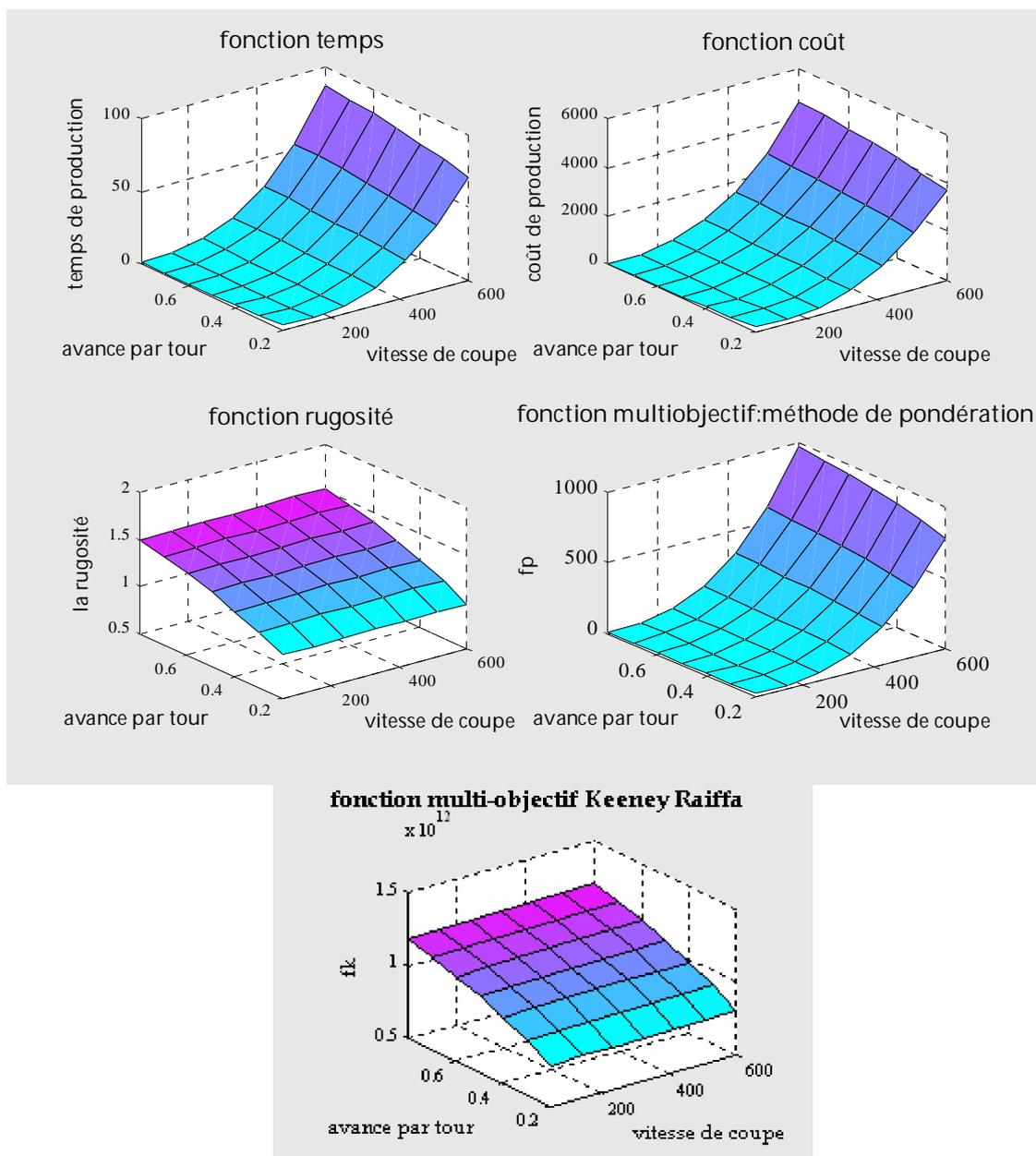


Figure IV.2: variation des fonctions objectif en fonction de v et f .

Pour mieux voir l'allure des fonctions objectif, elles sont représentées en fonction des vitesses de coupe et d'avance avec une profondeur de passe constante (choisie arbitrairement dans le domaine de recherche $a=4\text{mm}$).

Les fonctions objectif pour chaque surface ont la même allure, alors il suffit de représenter les différentes fonctions objectif d'une seule surface.

g. interprétation des représentations graphiques :

- Le choix de la méthode d'optimisation convenable nécessite de savoir avec précision la nature de la fonction objectif,
- On remarque que pour les grandes valeurs de l'avance et de la vitesse de coupe on obtient des coûts et des temps maximum, Par contre pour des grandes valeurs de l'avance et petites valeurs de la vitesse de coupe on obtient des coûts et des temps minimums,
- Les valeurs maximums de la rugosité correspondant à des valeurs maximums de l'avance, et quelque soit la valeur de la vitesse de coupe,
- On remarque aussi, que pour les grandes valeurs de l'avance et de la vitesse de coupe on obtient des valeurs maximum de la fonction multi-objectif obtenue par la méthode de pondération,
- Les valeurs maximums de la fonction multi-objectif obtenue par la méthode de Keeney-Raiffa correspondant à des valeurs maximums de l'avance.

h. Les résultats

Les résultats obtenus sont regroupés dans les tableaux suivants

Tableau IV.3 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du temps de production)

surface	d_{cT} (mm)	N°de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_t (min)
1	7.35	1	5.0	89.0992	0.8	1.0303
		1	1.85	89.0992	0.8	0.8556
		1	0.5	299.9722	0.8	0.0049
2	12.7	2	5.0	89.4957	0.8	0.8945
		1	2.2	89.4957	0.8	0.7586
		1	0.5	172.5179	0.8	0.1583
3	2.5	1	2.0	89.5056	0.8	0.2924
		1	0.5	299.9675	0.8	0.1197
4	0.5	1	0.5	172.5360	0.8	0.1012
5	0.65	1	0.65	172.5292	0.8	0.1385
6	7.35	1	5.0	89.4958	0.8	1.1060
		1	1.85	89.4958	0.8	0.9186

		1	0.5	299.9722	0.8	0.0049
7	12.7	2	5.0	89.4957	0.8	0.8945
		1	2.2	89.4957	0.8	0.7586
		1	0.5	172.5179	0.8	0.1583
8	2.5	1	2.0	89.4964	0.8	0.3261
		1	0.5	299.9672	0.8	0.1263
9	7.5	1	5.0	89.5295	0.8	0.2250
		1	2.0	89.5295	0.8	0.1886
		1	0.5	299.9658	0.8	0.1600

Tableau IV.4 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du coût de production)

surface	d_{cT} (mm)	N°de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	C_t (DZD)
1	7.35	1	5.0	60.0000	0.8	68.8572
		1	1.7743	60.0000	0.8	48.8346
		1	0.5757	299.9722	0.8	0.1879
2	12.7	2	5.0	60.0000	0.8	59.6090
		1	2.0231	60.0000	0.8	43.6805
		1	0.6769	97.1908	0.8	11.0139
3	2.5	1	2.0	60.0000	0.8	16.9944
		1	0.5	108.0609	0.8	4.4059
4	0.5	1	0.5	103.0437	0.8	6.4049
5	0.65	1	0.65	97.3346	0.8	8.7345
6	7.35	1	5.0	60.0000	0.8	73.6984
		1	1.7743	60.0000	0.8	52.4905
		1	0.5757	102.8612	0.8	0.1879
7	12.7	2	5.0	60.0000	0.8	59.6090
		1	2.0231	60.0000	0.8	43.6805
		1	0.6769	97.1908	0.8	11.0139
8	2.5	1	1.9975	60.0000	0.8	18.9441
		1	0.5025	107.8698	0.8	4.6560
9	7.5	1	5.0	60.0000	0.8	14.9900
		1	2.0	60.0000	0.8	10.9589
		1	0.5	107.9249	0.8	5.8869

Tableau IV.5 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation de la rugosité)

Opération	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	R_a (μ m)
Ebauche	5.0000	299.9999	0.2000	1.0377
Finition	1.2918	299.9680	0.2000	0.6781

Tableau IV.6 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode de pondération)

surface	d_{cT} (mm)	N°de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	f_p
1	7.35	1	5.0	60.0000	0.8	14.8274
		1	1.85	60.0000	0.8	10.7914
		1	0.5	100.9476	0.8	0.2454
2	12.7	2	5.0	60.0000	0.8	32.71161

		1	2.0926	60.0000	0.8	7.0104
		1	0.6074	100.9476	0.8	5.3478
3	2.5	1	2.0	60.0000	0.8	6.5995
		1	0.5	100.6316	0.8	2.0756
4	0.5	1	0.5	100.5394	0.8	10.1805
5	0.65	1	0.65	100.5215	0.8	4.5408
6	7.35	1	5.0	60.0000	0.8	40.3663
		1	1.85	60.0000	0.8	19.4741
		1	0.5	108.0609	0.8	0.2454
7	12.7	2	5.0	60.0000	0.8	32.7116
		1	2.0926	60.0000	0.8	17.0104
		1	0.6074	100.9476	0.8	5.3478
8	2.5	1	1.8867	60.0000	0.8	7.0830
		1	0.6133	100.6031	0.8	2.5378
9	7.5	1	5.0	60.0000	0.8	8.4618
		1	2.0	60.0000	0.8	4.3395
		1	0.5	100.5545	0.8	3.1710

Tableau IV.7 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode de Keeney-Raiffa)

surface	d_{cT} (mm)	N°de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	f_k
1	7.35	1	5.0	60.0000	0.8	4.3407e+004
		1	1.85	60.0000	0.8	1.3968e+004
		1	0.5	130.4236	0.4182	1.6343
2	12.7	2	5.0	60.0000	0.8	2.7822e+004
		1	1.9854	60.0000	0.8	9.6420e+003
		1	0.7146	95.3651	0.8	235.9237
3	2.5	1	1.7676	60.0000	0.8	758.4255
		1	0.7324	94.5483	0.8	44.8177
4	0.5	1	0.5	95.0000	0.8	68.6126
5	0.65	1	0.65	98.8532	0.8	139.9579
6	7.35	1	5.0	60.0000	0.8	5.4507e+004
		1	1.85	60.0000	0.8	1.7645e+004
		1	0.5	130.4236	0.4182	1.6343
7	12.7	2	5.0	60.0000	0.8	2.7822e+004
		1	1.9854	60.0000	0.8	9.6420e+003
		1	0.7146	95.3651	0.8	235.9237
8	2.5	1	2.0	60.0000	0.8	1.0759e+003
		1	0.5	95.3218	0.8	35.5386
9	7.5	1	5.0	60.0000	0.8	884.8202
		1	2.0	60.0000	0.8	321.9482
		1	0.5	93.4747	0.8	56.4883

Tableau IV.8 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode d'ordonnement lexicographique)

surface	d_{cT} (mm)	N°de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_{tord} (min)
1	7.35	1	5.0	60.0001	0.5014	1.9039
		1	1.85	60.0001	0.5014	1.8543
		1	0.5	160.7806	0.2034	0.0094
2	12.7	2	5.0	60.0000	0.5014	1.6593
		1	2.1347	60.0000	0.5014	1.6205
		1	0.5653	152.9215	0.2136	0.5275
3	2.5	1	2.0	65.3869	0.5263	0.5558
		1	0.5	180.3556	0.2396	0.1804
4	0.5	1	0.5	180.3627	0.2396	0.2662
5	0.65	1	0.65	180.3565	0.2396	0.3457
6	7.35	1	5.0	60.0001	0.5014	2.0516
		1	1.8416	60.0001	0.5014	1.9990
		1	0.5084	177.5429	0.2358	0.0076
7	12.7	2	5.0	60.0000	0.5014	1.6593
		1	2.1347	60.0000	0.5014	1.6205
		1	0.5653	152.9215	0.2136	0.5275
8	2.5	1	2.0	60.0783	0.5439	0.6492
		1	0.5	180.3570	0.2396	0.1903
9	7.5	1	5.0	72.0466	0.6197	0.2988
		1	2.0	72.0466	0.6197	0.2806
		1	0.5	180.3567	0.2396	0.2411

i. Commentaires

L'examen de ces résultats, nous permet de soulever quelques remarques :

- La valeur optimale de l'avance est toujours égale 0.8 mm/dent (quelque soit l'objectif à minimiser à part le cas de l'optimisation multi-objectif par l'ordonnement lexicographique et la minimisation de la rugosité),
- Le temps optimale totale trouvé ($T_{tTotale} = 11.0099 \text{ min}$) est inférieure aux temps totale de réalisation des opérations de la phase 20 ($T_{tTotale} = 8.9 + 110/42 = 11.52 \text{ min}$) selon le (CPG),
- Le coût total trouvé ($C_{tTotale} = 556.811 \text{ DZD}$) est inférieure aux coût totale de réalisation des opérations de la phase 20 ($C_{tTotale} = 582.609 \text{ DZD}$) selon le (CPG),
- Les valeurs de la vitesse de coupe obtenue par la minimisation de la fonction multi-objectif (méthode de pondération et la méthode de Keeney-Raiffa) sont les mêmes que dans le cas de minimisation de coût de production dans les opération d'ébauche,

- La méthode de l'ordonnancement lexicographique présente un inconvénient : elle requiert un choix de la séquence des objectif à minimiser (dans notre cas nous avons choisie de minimiser la rugosité en 1^{er} séquence, le coût en 2^{ème} séquence et le temps dans la 3^{ème} séquence. Ce choix est arbitraire.

IV.3.3.1.2. Optimisation des opérations de la phase 040

a. Fonctions temps

$$T_t = \frac{32.8}{fv_c} + 1.561 \cdot 10^{-7} v_c^3 f^{0.16} \quad (\text{IV -34})$$

b. Fonctions coût

$$C_t = \frac{1511.62}{fv_c} + 4.014 \cdot 10^{-5} v_c^3 f^{0.16} \quad (\text{IV -35})$$

c. Fonction rugosité

$$R_a = 1.634 v_c^{0.0088} f^{0.3232} \quad (\text{IV -36})$$

d. Fonctions multi-objectif

La fonction multi-objectif par la méthode de Pondération f_p s'écrit :

$$f_p = w_1 \left(\frac{32.8}{fv_c} + 1.561 \cdot 10^{-7} v_c^3 f^{0.16} \right) + w_2 \left(\frac{1511.62}{fv_c} + 4.014 \cdot 10^{-5} v_c^3 f^{0.16} \right) + w_3 (1.634 v_c^{0.0088} f^{0.3232}) \quad (\text{IV -37})$$

La fonction multi-objectif par la méthode de Keeney-Raiffa f_k est :

$$f_p = \left[\left(\frac{32.8}{fv_c} + 1.561 \cdot 10^{-7} v_c^3 f^{0.16} \right)^2 + 1 \right] * \left[\left(\frac{1511.62}{fv_c} + 4.014 \cdot 10^{-5} v_c^3 f^{0.16} \right)^2 + 1 \right] * \left[\left(1.634 v_c^{0.0088} f^{0.3232} \right)^2 + 1 \right] \quad (\text{IV -38})$$

e. Les contraintes

$$40 \leq v_c \leq 450 \quad (\text{IV -39})$$

$$0.1 \leq f \leq 0.8 \quad (\text{IV -40})$$

$$1.576 \cdot 10^8 v_c^{-4} f^{-1.16} \leq 80 \quad (\text{IV -41})$$

$$9975 f \leq 8000 \quad (\text{IV -42})$$

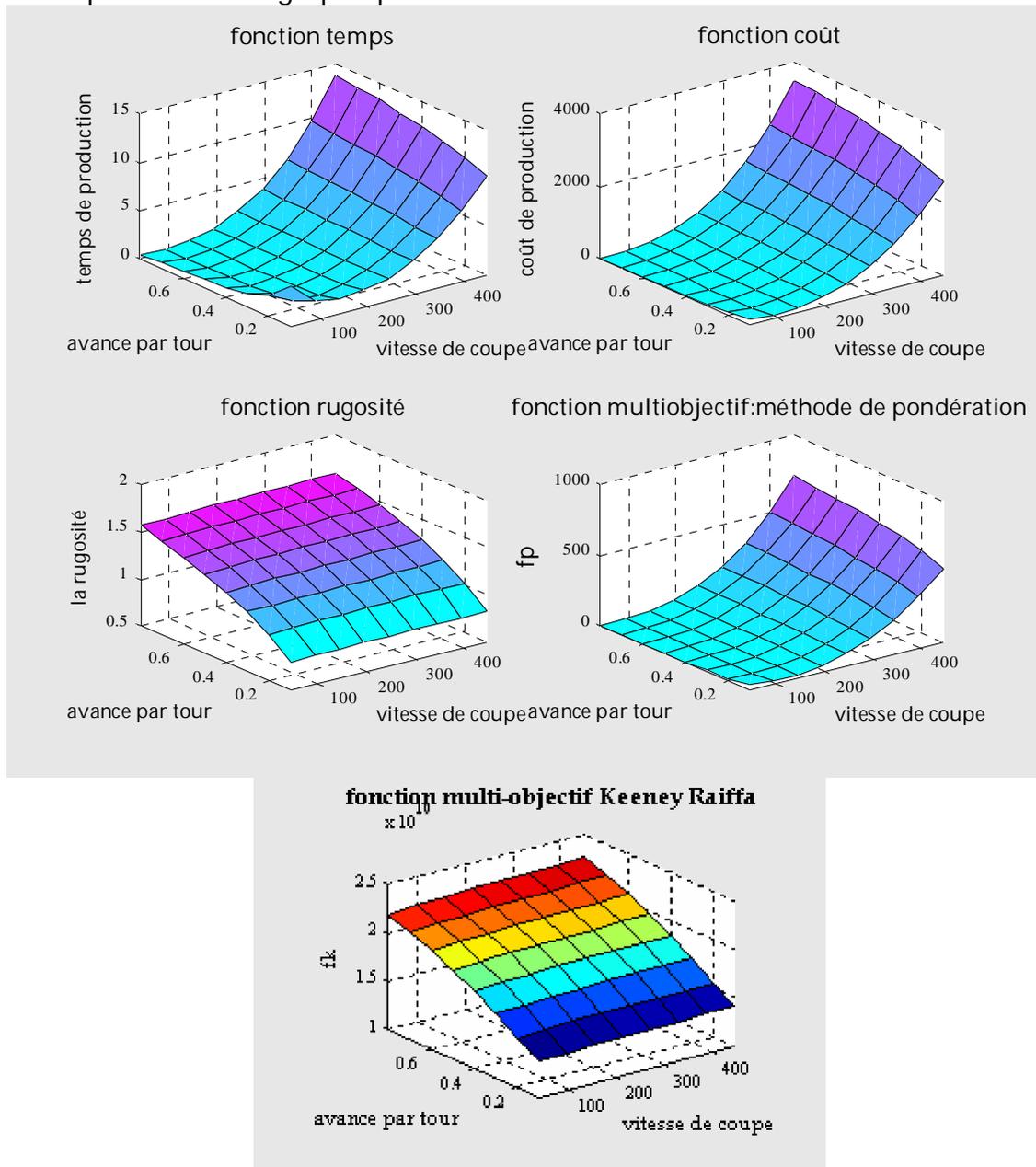
$$0.104 f v_c \leq 20 \quad (\text{IV -43})$$

$$140.726 f \leq 1200 \quad (\text{IV -44})$$

$$3.703 \cdot 10^{-4} f \leq 0.021$$

(IV -45)

f. Représentations graphiques

Figure IV.3: variation des fonctions objectif en fonction de v et f .

g. interprétation des représentations graphiques :

- On remarque que pour les grandes valeurs de l'avance et de la vitesse de coupe on obtient des coûts et des temps maximum, Par contre pour des grandes valeurs de l'avance et petites valeurs de la vitesse de coupe on obtient des coûts et des temps minimums,
- Les valeurs maximums de la rugosité correspondant à des valeurs maximums de l'avance, et quelque soit la valeur de la vitesse de coupe,

- On remarque aussi, que pour les grandes valeurs de l'avance et de la vitesse de coupe on obtient des valeurs maximum de la fonction multi-objectif obtenue par la méthode de pondération,
- Les valeurs maximums de la fonction multi-objectif obtenue par la méthode de Keeney-Raiffa correspondant à des valeurs maximums de l'avance.

h. Les résultats

Les résultats obtenus sont regroupés dans les tableaux suivants

Tableau IV.9 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du temps de production)

v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_t (min)
97.6020	0.8000	0.5601

Tableau IV.10 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du coût de production)

v_c (mm/min)	f (mm/dent)	C_t (DZD)
63.5024	0.8000	39.6736

Tableau IV.11 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation de la rugosité)

v_c (mm/min)	f (mm/dent)	R_a (μ m)
199.9999	0.1000	0.8134

Tableau IV.12 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode de pondération)

v_c (mm/min)	f (mm/dent)	f_p
64.3175	0.8000	8.6586

Tableau IV.13 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode de Keeney-Raiffa)

v_c (mm/min)	f (mm/dent)	f_k
67.7496	0.8000	7.9353e+003

Tableau IV.14 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode d'ordonnement lexicographique)

v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_{tord} (min)
203.7888	0.8000	1.4760

i. Commentaires

- La valeur optimale de l'avance est toujours égale 0.8 mm/dent (quelque soit l'objectif à minimiser à part le cas de la minimisation de la rugosité),

- Les valeurs optimales de la vitesse de coupe dans les cas de : la minimisation de coût et la minimisation de la fonction multi-objectif (méthode de pondération et méthode de Keeney-Raiffa) sont presque égales.
- La valeur optimale du temps de production trouvé par l'optimisation multi-objectif (la méthode de l'ordonnancement lexicographique) est supérieur au temps de production optimale trouvé on minimisant le temps de production.

IV.3.3.1.3. Optimisation des opérations de la phase 070

a. Fonctions temps

$$T_t = \frac{0.011\sqrt{13.5a - a^2}}{f_z v_c} + \frac{0.212}{f_z v_c} + 1.139 \cdot 10^{-11} \sqrt{13.5a^{3.8} - a^{4.8}} v_c^3 f_z^{0.16} + 2.278 \cdot 10^{-10} v_c^3 f_z^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -46})$$

b. Fonctions coût

$$C_t = \frac{0.202\sqrt{13.5a - a^2}}{f_z v_c} + \frac{3.884}{f_z v_c} + 1.257 \cdot 10^{-8} \sqrt{13.5a^{3.8} - a^{4.8}} v_c^3 f_z^{0.16} + 2.514 \cdot 10^{-7} v_c^3 f_z^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -47})$$

c. Fonction rugosité

$$R_a = 8.008 v_c^{0.0088} f_z^{0.3232} a^{0.3144} \quad (\text{IV -48})$$

d. Fonctions multi-objectif

La fonction multi-objectif par la méthode de Pondération f_p

$$f_p = w_1 T_t + w_2 C_t + w_3 R_a \quad (\text{IV -49})$$

La fonction multi-objectif par la méthode de Keeney-Raiffa f_k

$$f_k = (T_t^2 + 1) * (C_t^2 + 1) * (R_a^2 + 1) \quad (\text{IV -50})$$

e. Les contraintes

$$50 \leq v_c \leq 500 \quad (\text{IV -51})$$

$$0.1 \leq f \leq 0.6 \quad (\text{IV -52})$$

$$2 \leq a \leq 4 \text{ (ébauche)} \quad 0.5 \leq a \leq 2 \text{ (finition)} \quad (\text{IV -53})$$

$$193.3^4 v_c^{-4} f^{-1.16} a^{-1.4} \leq 35 \quad (\text{IV -54})$$

$$1961.732 a f_z \leq 8000 \quad (\text{IV -55})$$

$$0.0436af_z v_c \leq 9 \tag{IV -56}$$

$$27.41af_z \leq 1200 \tag{IV -57}$$

$$5.076 \cdot 10^{-5} af_z \leq 0.015 \text{ (ébauche)} \quad 5.076 \cdot 10^{-5} af_z \leq 0.0015 \text{ (finition)} \tag{IV -58}$$

f. Représentations graphiques

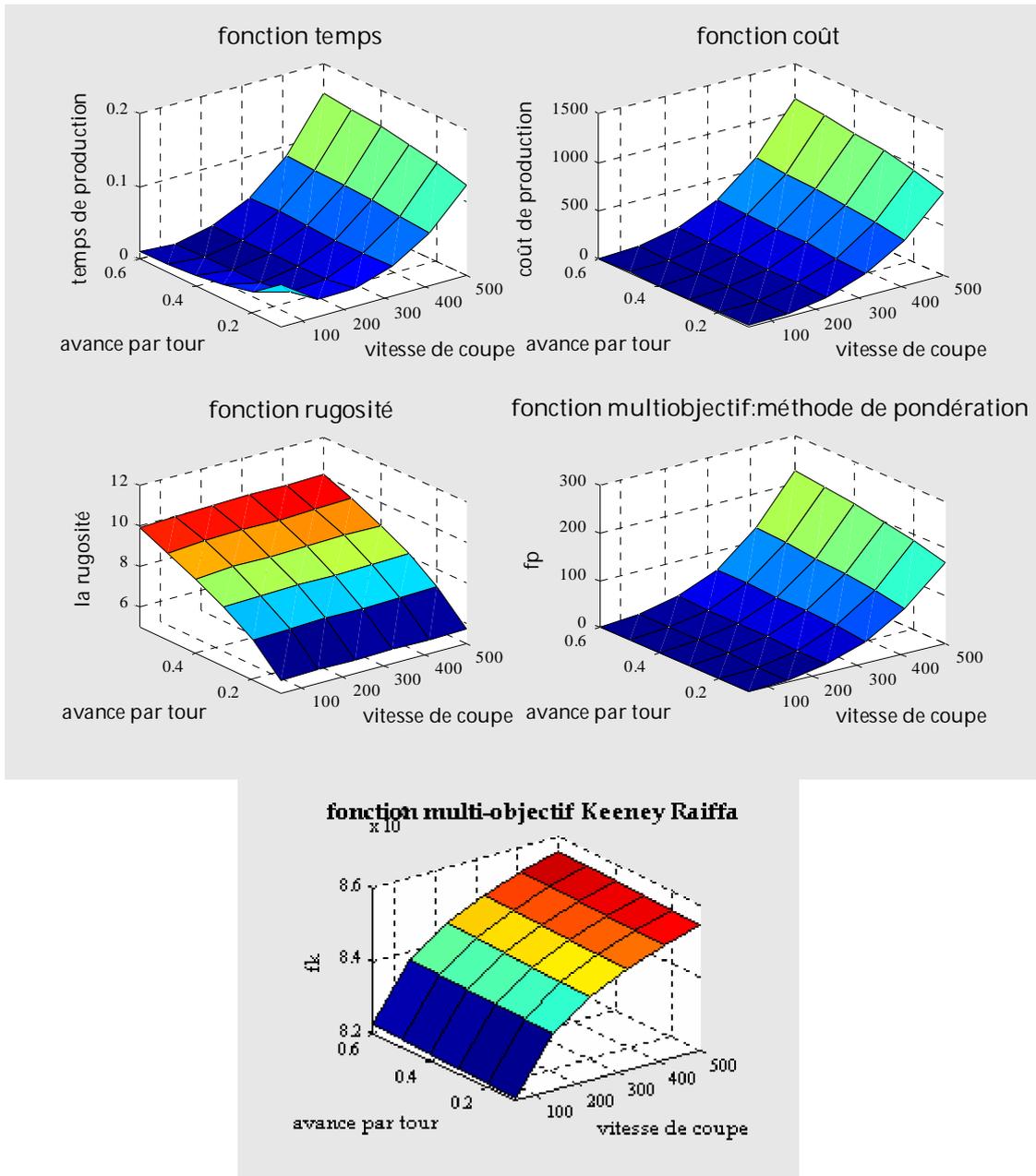


Figure IV.4: variation des fonctions objectif en fonction de v et f .

g. interprétation des représentations graphiques :

- On remarque que pour les grandes valeurs de l'avance et de la vitesse de coupe on obtient des coûts et des temps maximum, Par contre pour des

grandes valeurs de l'avance et petites valeurs de la vitesse de coupe on obtient des coûts et des temps minimums,

- Les valeurs maximums de la rugosité correspondant à des valeurs maximums de l'avance, et quelques soit la valeur de la vitesse de coupe,
- On remarque aussi, que pour les grandes valeurs de l'avance et de la vitesse de coupe on obtient des valeurs maximum de la fonction multi-objectif obtenue par la méthode de pondération,
- Les valeurs maximums de la fonction multi-objectif obtenue par la méthode de Keeney-Raiffa correspondant à des valeurs maximums de la vitesse de coupe.

h. Les résultats

Les résultats obtenus sont regroupés dans les tableaux suivants

Tableau IV.15 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du temps de production)

a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_t (min)
2	199.9754	0.5161	0.0072
1.5	199.9754	0.5161	0.0057
0.5	199.9769	0.6000	0.0028

Tableau IV.16 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du coût de production)

a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	C_t (DZD)
2	72.3069	0.6000	0.3603
1.5	72.3069	0.6000	0.2811
0.5	117.4630	0.6000	0.2509

Tableau IV.17 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation de la rugosité)

a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	R_a (μ m)
2	199.9992	0.1000	4.9570
1.5	199.9992	0.1000	4.5283
0.5	199.9996	0.1000	3.2057

Tableau IV.18 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode de pondération)

a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	f_p
2	121.5749	0.1000	1.2578
1.5	121.5749	0.1000	1.1154
0.5	197.4990	0.1000	0.8278

Tableau IV.19 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode de Keeney-Raiffa)

a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	f_k
2	83.0736	0.3718	13.0023
1.5	83.0736	0.3718	10.1763
0.5	150.6055	0.2547	5.4311

Tableau IV.20 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode d'ordonnement lexicographique)

a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_{ford} (min)
2	121.0950	0.1014	0.0224
1.5	121.0950	0.1014	0.0216
0.5	194.6288	0.6000	0.0028

i. Commentaires

- Les valeurs optimales de la vitesse de coupe dans les cas de : la minimisation de temps et de la minimisation de la rugosité sont à peu près égales,
- Les valeurs optimales de la vitesse de coupe dans les cas de : la minimisation de fonction multi-objectif (méthode de pondération) et de la minimisation de temps (méthode de l'ordonnement lexicographique) sont comparables,
- Le temps optimale totale trouvé ($T_{tTotale} = (0.0157 * 25 + 0.18 * 25) = 4.8925$ min) est inférieure aux temps totale de réalisation des opérations de la phase 70 ($T_{tTotale} = 0.27 + 200/42 = 5.03$ min) selon le (CPG),
- Les valeurs de l'avance obtenues par la minimisation de la fonction multi-objectif (méthode de pondération) sont les mêmes que dans le cas de minimisation de la rugosité ($f = 0.1$ mm/dent).

IV.3.3.2. Optimisation multi-passe

IV.3.3.2.1. Optimisation multi-passe des opérations de la phase 020

a. Fonctions temps

Pour l'usinage de la surface 1 :

$$\begin{aligned}
 T_t = & (105.5m - m(m-1)a_e) \left[\frac{0.532}{v_{ce} f_e} + 5.711 \cdot 10^{-10} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\
 & + (90.8 + 2a_f) \left[\frac{3.142 \cdot 10^{-3}}{v_{cf} f_f} + 3.375 \cdot 10^{-12} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right]
 \end{aligned} \tag{IV -59}$$

Pour l'usinage de la surface 2 :

$$T_t = (90.8m - m(m-1)a_e) \left[\frac{0.529}{v_{ce}f_e} + 5.684 \cdot 10^{-10} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (65.4 + 2a_f) \left[\frac{0.243}{v_{cf}f_f} + 2.612 \cdot 10^{-10} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (\text{IV -60})$$

Pour l'usinage de la surface 3:

$$T_t = (65.4m - m(m-1)a_e) \left[\frac{0.286}{v_{ce}f_e} + 3.070 \cdot 10^{-10} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (60.4 + 2a_f) \left[\frac{0.114}{v_{cf}f_f} + 1.222 \cdot 10^{-10} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (\text{IV -61})$$

Pour l'usinage de la surface 4 :

$$T_t = (60.4m - m(m-1)a_e) \left[\frac{0.173}{v_{ce}f_e} + 1.863 \cdot 10^{-10} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (59.4 + 2a_f) \left[\frac{0.173}{v_{cf}f_f} + 1.863 \cdot 10^{-10} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (\text{IV -62})$$

Pour l'usinage de la surface 5 :

$$T_t = (105.5m - m(m-1)a_e) \left[\frac{0.125}{v_{ce}f_e} + 1.343 \cdot 10^{-10} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (104.2 + 2a_f) \left[\frac{0.125}{v_{cf}f_f} + 1.343 \cdot 10^{-10} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (\text{IV -63})$$

Pour l'usinage de la surface 6 :

$$T_t = (105.5m - m(m-1)a_e) \left[\frac{0.563}{v_{ce}f_e} + 6.049 \cdot 10^{-10} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (90.8 + 2a_f) \left[\frac{3.142 \cdot 10^{-3}}{v_{cf}f_f} + 3.375 \cdot 10^{-12} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (\text{IV -64})$$

Pour l'usinage de la surface 7 :

$$T_t = (90.8m - m(m-1)a_e) \left[\frac{0.56}{v_{ce}f_e} + 6.022 \cdot 10^{-10} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (65.4 + 2a_f) \left[\frac{0.243}{v_{cf}f_f} + 2.612 \cdot 10^{-10} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (\text{IV -65})$$

Pour l'usinage de la surface 8 :

$$T_t = (65.4m - m(m-1)a_e) \left[\frac{0.319}{v_{ce}f_e} + 3.433 \cdot 10^{-10} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (60.4 + 2a_f) \left[\frac{0.12}{v_{cf}f_f} + 1.289 \cdot 10^{-10} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (\text{IV -66})$$

Pour l'usinage de la surface 9 :

$$T_t = (60.4m - m(m-1)a_e) \left[\frac{0.2}{v_{ce}f_e} + 2.150 \cdot 10^{-10} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (45.4 + 2a_f) \left[\frac{0.2}{v_{cf}f_f} + 2.150 \cdot 10^{-10} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (IV -67)$$

b. Fonctions coût

Pour l'usinage de la surface 1 :

$$C_t = (105.5m - m(m-1)a_e) \left[\frac{18.530}{v_{ce}f_e} + 3.147 \cdot 10^{-7} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (90.8 + 2a_f) \left[\frac{0.109}{v_{cf}f_f} + 1.859 \cdot 10^{-9} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (IV -68)$$

Pour l'usinage de la surface 2 :

$$C_t = (90.8m - m(m-1)a_e) \left[\frac{18.425}{v_{ce}f_e} + 3.132 \cdot 10^{-7} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (65.4 + 2a_f) \left[\frac{8.464}{v_{cf}f_f} + 1.439 \cdot 10^{-7} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (IV -69)$$

Pour l'usinage de la surface 3:

$$C_t = (65.4m - m(m-1)a_e) \left[\frac{9.961}{v_{ce}f_e} + 1.691 \cdot 10^{-7} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (60.4 + 2a_f) \left[\frac{3.971}{v_{cf}f_f} + 6.733 \cdot 10^{-8} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (IV -70)$$

Pour l'usinage de la surface 4 :

$$C_t = (60.4m - m(m-1)a_e) \left[\frac{6.026}{v_{ce}f_e} + 1.026 \cdot 10^{-7} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (59.4 + 2a_f) \left[\frac{6.026}{v_{cf}f_f} + 1.026 \cdot 10^{-7} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (IV -71)$$

Pour l'usinage de la surface 5 :

$$C_t = (105.5m - m(m-1)a_e) \left[\frac{4.354}{v_{ce}f_e} + 7.399 \cdot 10^{-8} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (104.2 + 2a_f) \left[\frac{4.354}{v_{cf}f_f} + 7.399 \cdot 10^{-8} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (IV -72)$$

Pour l'usinage de la surface 6 :

$$C_t = (105.5m - m(m-1)a_e) \left[\frac{18.669}{v_{ce}f_e} + 3.333 \cdot 10^{-7} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (90.8 + 2a_f) \left[\frac{0.109}{v_{cf}f_f} + 1.859 \cdot 10^{-9} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (IV -73)$$

Pour l'usinage de la surface 7 :

$$C_t = (90.8m - m(m-1)a_e) \left[\frac{19.505}{v_{ce} f_e} + 3.318 \cdot 10^{-7} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (65.4 + 2a_f) \left[\frac{8.464}{v_{cf} f_f} + 1.439 \cdot 10^{-7} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (\text{IV -74})$$

Pour l'usinage de la surface 8 :

$$C_t = (65.4m - m(m-1)a_e) \left[\frac{11.111}{v_{ce} f_e} + 1.891 \cdot 10^{-7} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (60.4 + 2a_f) \left[\frac{4.180}{v_{cf} f_f} + 7.102 \cdot 10^{-8} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (\text{IV -75})$$

Pour l'usinage de la surface 9 :

$$C_t = (60.4m - m(m-1)a_e) \left[\frac{6.966}{v_{ce} f_e} + 1.185 \cdot 10^{-7} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] \\ + (45.4 + 2a_f) \left[\frac{6.966}{v_{cf} f_f} + 1.185 \cdot 10^{-7} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (\text{IV -76})$$

c. Les contraintes :

Les contraintes du modèle de tournage multi-passe sont les même que les contraintes du modèle d'usinage à passe simple avec deux contraintes supplémentaires, sont :

$$D_0 - 2ma_e - D_L - 2a_f = 0 \quad (\text{IV -77})$$

$$m - m_{\max} \leq 0 \quad (\text{IV -78})$$

d. Les résultats

Les résultats obtenus sont regroupés dans les tableaux suivants

Tableau IV.21 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du temps de production)

surface	d_{cT} (mm)	Opération	N°de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_t (min)
1	7.35	Ebauche	2	2.6750	96.4589	0.8000	1.7489
		Finition	1	2.0000	299.5033	0.3791	
2	12.7	Ebauche	2	5.3500	60.0000	0.6431	2.7173
		Finition	1	2.0000	116.1754	0.8000	
3	2.5	Ebauche	1	2.0000	115.2478	0.8000	0.3746
		Finition	1	0.5000	284.5081	0.8000	
4	0.5	Finition	1	0.5000	172.5360	0.1012	0.1012
5	0.65	Finition	1	0.6500	172.5292	0.8000	0.1385
6	7.35	Ebauche	2	2.6750	96.4589	0.8000	1.8500
		Finition	1	2.0000	299.5309	0.3794	
7	12.7	Ebauche	2	5.3500	60.0000	0.6431	2.7173
		Finition	1	2.0000	116.1754	0.8000	

8	2.5	Ebauche	1	2.0000	115.2774	0.8000	0.4123
		Finition	1	0.5000	285.4935	0.8000	
9	7.5	Ebauche	2	3.5000	73.7221	0.8000	0.5400
		Finition	1	0.5000	249.9101	0.8000	

Tableau IV.22 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du coût de production)

surface	d_{cr} (mm)	Opération	N°de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	C_t (DZD)
1	7.35	Ebauche	1	5.3500	60.0000	0.6431	96.1745
		Finition	1	2.0000	60.0000	0.8000	
2	12.7	Ebauche	2	5.3500	60.0000	0.6431	171.3243
		Finition	1	2.0000	60.0000	0.8000	
3	2.5	Ebauche	1	2.0000	66.5193	0.8000	23.8587
		Finition	1	0.5000	86.5521	0.8000	
4	0.5	Finition	1	0.5000	103.0437	0.8000	6.4049
5	0.65	Finition	1	0.6500	97.3346	0.8000	8.7345
6	7.35	Ebauche	2	2.6750	60.0821	0.8000	124.2115
		Finition	1	2.0000	60.0000	0.8000	
7	12.7	Ebauche	2	5.3500	60.0000	0.6431	171.3243
		Finition	1	2.0000	60.0000	0.8000	
8	2.5	Ebauche	1	2.0000	66.5193	0.8000	26.3403
		Finition	1	0.5000	86.5073	0.8000	
9	7.5	Ebauche	2	3.5000	60.0000	0.8000	34.4674
		Finition	1	0.5000	86.4833	0.8000	

e. Commentaires

- En comparant les résultats obtenus pour le tournage à passe simple par celles obtenus pour le tournage multi-passes, on s'aperçoit que l'optimisation multi-passes donne les meilleures valeurs minimales de deux fonctions objectives (coût et temps),
- Les valeurs obtenues par l'optimisation sont très précises par rapport à celles obtenues par données directes (valeurs utilisées par le CPG),
- Le nombre de passes est le même quelque soit l'objectif à minimiser,
- La valeur de la profondeur de passe ne varie pas avec la variation de l'objectif à minimiser.

IV.3.3.2.2. Optimisation multi-passes des opérations de la phase 070

$$N_{\min} = \frac{d_c - a_{f \max}}{a_{e \max}} = 1 \quad (\text{IV -79})$$

$$N_{\max} = \frac{d_c - a_{f \min}}{a_{e \min}} = 2 \quad (\text{IV -80})$$

a. Fonctions temps

$$T_t = \min[T_t(1), T_t(2)]$$

$$T_t(1) = \frac{0.011\sqrt{13.5a_{e1} - a_{e1}^2}}{f_{ze1}v_{ce1}} + \frac{0.212}{f_{ze1}v_{ce1}} + 1.139 \cdot 10^{-11} \sqrt{13.5a_{e1}^{3.8} - a_{e1}^{4.8}} v_{ce1}^3 f_{ze1}^{0.16}$$

$$+ 2.278 \cdot 10^{-10} v_{ce1}^3 f_{ze1}^{0.16} a_{e1}^{1.4} + \frac{0.011\sqrt{13.5a_f - a_f^2}}{f_{zf}v_{cf}} + \frac{0.212}{f_{zf}v_{cf}}$$

$$+ 1.139 \cdot 10^{-11} \sqrt{13.5a_f^{3.8} - a_f^{4.8}} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} + 2.278 \cdot 10^{-10} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} a_f^{1.4}$$
(IV -81)

$$T_t(2) = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{0.011\sqrt{13.5a_{ei} - a_{ei}^2}}{f_{zei}v_{cei}} + \frac{0.212}{f_{zei}v_{cei}} + 1.139 \cdot 10^{-11} \sqrt{13.5a_{ei}^{3.8} - a_{ei}^{4.8}} v_{cei}^3 f_{zei}^{0.16} \right.$$

$$\left. + 2.278 \cdot 10^{-10} v_{cei}^3 f_{zei}^{0.16} a_{ei}^{1.4} \right) + \frac{0.011\sqrt{13.5a_f - a_f^2}}{f_{zf}v_{cf}} + \frac{0.212}{f_{zf}v_{cf}}$$

$$+ 1.139 \cdot 10^{-11} \sqrt{13.5a_f^{3.8} - a_f^{4.8}} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} + 2.278 \cdot 10^{-10} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} a_f^{1.4}$$
(IV -82)

b. Fonctions coût

$$C_t = \min[C_t(1), C_t(2)]$$

$$C_t(1) = \frac{0.202\sqrt{13.5a_{e1} - a_{e1}^2}}{f_{ze1}v_{ce1}} + \frac{3.884}{f_{ze1}v_{ce1}} + 1.886 \cdot 10^{-8} \sqrt{13.5a_{e1}^{3.8} - a_{e1}^{4.8}} v_{ce1}^3 f_{ze1}^{0.16}$$

$$+ 3.772 \cdot 10^{-7} v_{ce1}^3 f_{ze1}^{0.16} a_{e1}^{1.4} + \frac{0.202\sqrt{13.5a_f - a_f^2}}{f_{zf}v_{cf}} + \frac{3.884}{f_{zf}v_{cf}}$$

$$+ 1.886 \cdot 10^{-8} \sqrt{13.5a_f^{3.8} - a_f^{4.8}} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} + 3.772 \cdot 10^{-7} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} a_f^{1.4}$$
(IV -83)

$$C_t(2) = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{0.202\sqrt{13.5a_{ei} - a_{ei}^2}}{f_{zei}v_{cei}} + \frac{3.884}{f_{zei}v_{cei}} + 1.886 \cdot 10^{-8} \sqrt{13.5a_{ei}^{3.8} - a_{ei}^{4.8}} v_{cei}^3 f_{zei}^{0.16} \right.$$

$$\left. + 3.772 \cdot 10^{-7} v_{cei}^3 f_{zei}^{0.16} a_{ei}^{1.4} \right) + \frac{0.202\sqrt{13.5a_f - a_f^2}}{f_{zf}v_{cf}} + \frac{3.884}{f_{zf}v_{cf}}$$

$$+ 1.886 \cdot 10^{-8} \sqrt{13.5a_f^{3.8} - a_f^{4.8}} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} + 3.772 \cdot 10^{-7} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} a_f^{1.4}$$
(IV -84)

c. Les contraintes :

Les contraintes du modèle de fraisage multi-passe sont les même que les contraintes du modèle d'usinage à passe simple avec une contrainte supplémentaire,

$$\text{est : } a_f + \sum_{i=1}^2 a_{ei} = d_{cT}$$
(IV -85)

d. Les résultats

Les résultats obtenus sont regroupés dans les tableaux suivants

Tableau IV.23 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du temps de production)

Opération	N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_t (min)
Ebauche	1	2.0000	199.9979	0.5161	0.0142
Finition	1	2.0000	199.9982	0.6000	

Tableau IV.24 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du coût de production)

Opération	N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	C_t (DZD)
Ebauche	1	2.2157	69.7606	0.6000	0.6028
Finition	1	1.7843	50.0000	0.6000	

e. Commentaires

- En comparant les résultats obtenus pour le fraisage à passe simple par celles obtenus pour le fraisage multi-passes, on s'aperçoit que l'optimisation multi-passes donne les meilleurs valeurs minimales de deux fonction objectif (C_t, T_t),
- Les valeurs obtenues par l'optimisation sont très précises par rapport à celle obtenues par données directes (valeurs utilisées dans le CPG),
- Le nombre de passes est le même quelque soit l'objectif à minimiser.
- La valeur de la profondeur de passe varie avec la variation de l'objectif à minimiser.

IV.4. Deuxième exemple d'application

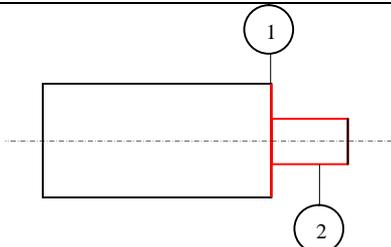
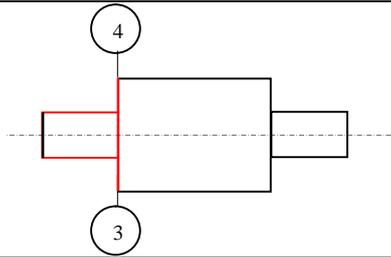
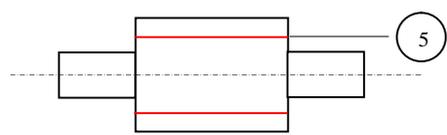
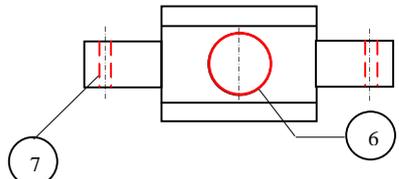
Cet exemple concerne l'utilisation de la programmation quadratique séquentielle pour l'optimisation des conditions de coupe en usinage d'une pièce qui nous avons choisie de la littérature.

La matière de cette pièce est : 17 CrNiMo 6.

IV.4.1. La gamme d'usinage de la pièce

La gamme d'usinage de la pièce est représentée par le tableau suivant :

Tableau IV.25 : La gamme d'usinage

La phase	Désignation	La machine, les outils de coupe	Plans de phase
100	Contrôle de brut	P.c	
200	Tournage : Chariotage 1,2	Outil de tournage : CCMT150408	
300	Tournage : Chariotage 3,4	Outil de tournage : CCMT150408	
400	Fraisage : Surfaçage 5	Outil de fraisage :	
500	Perçage : Perçage de 6 Perçage de 7	Outil de perçage :	

IV.4.2. Données numériques

Le tableau suivant regroupe les données nécessaires pour cette application.

Tableau IV.26 : Les données numériques pour la deuxième pièce.

Caractéristiques de l'outil et de la machines dans les phases 200,300				
Caractéristique de la machine	Paramètre	Valeur	Paramètre	Valeur
Caractéristique de la machine	$v_{c\ min}$ (mm/min)	30	$a_{\ max}$ (mm)	4(e) ,2(f)
	$v_{c\ max}$ (mm/min)	200	$F_{\ max}$ (N)	4100
	$f_{\ min}$ (mm/tr)	0.254	P_m (kw)	9
	$f_{\ max}$ (mm/tr)	0.762	η	0.8
	$a_{\ min}$ (mm)	2(e) ,0.5 (f)	C_0 (DZD/min)	6.7
	Caractéristique de l'outil	T (min/arête)	35	l' (mm)
K_s (N/mm ²)		2000	$[f]$ (mm)	0.1, 0.01
R_p (N/mm ²)		1200	E (n/mm ²)	373130

	$b(mm)$	20	$C_1(DZD)$	33.5
	$h(mm)$	40	$t_{vb}(min)$	1.5
Diam et long à usiner	$D_1 = 30, L(mm) = 20$			
Caractéristiques de l'outil et de la machines dans la phase 400				
Caractéristique de la machine	Paramètre	Valeur	Paramètre	Valeur
	$v_{c\min}(mm/min)$	50	$a_{\max}(mm)$	4(e), 2(f)
	$v_{c\max}(mm/min)$	300	$F_{\max}(N)$	8000
	$f_{\min}(mm/tr)$	0.1	$P_m(kw)$	8
	$f_{\max}(mm/tr)$	0.6	η	0.8
	$a_{\min}(mm)$	2(e), 0.5 (f)	$C_0(DZD/min)$	33.5
Caractéristique de l'outil	$T(min/arête)$	240	μ	0.28125
	$K_s(N/mm^2)$	2000	$C_1(DZD)$	167.5
	$[\tau](N/mm^2)$	1200	$t_{vb}(min)$	1.5
	$D(mm)$	160	$z(dents)$	16
	$[\theta]$	0.015, 0.0015	$p(mm)$	26
	$E(n/mm^2)$	205000		
Diam et long à usiner	$L(mm) = 40$			
Caractéristiques de l'outil et de la machines dans la phase 500				
Caractéristique de la machine	Paramètre	Valeur	Paramètre	Valeur
	$v_{c\min}(mm/min)$	50	$F_{\max}(N)$	8000
	$v_{c\max}(mm/min)$	300	$P_m(kw)$	16
	$f_{\min}(mm/tr)$	0.1	η	0.8
	$f_{\max}(mm/tr)$	0.6	$C_0(DZD/min)$	33.5
Caractéristique de l'outil	$T(min/arête)$	80	$E(n/mm^2)$	205000
	$K_s(N/mm^2)$	2000	μ	0.28125
	$[\tau](N/mm^2)$	1200	$C_1(DZD)$	385
	$D(mm)$	16,4	$t_{vb}(min)$	1.5
	$[\theta](rad)$	0.021		
Diam et long à usiner	$D_2 = 16mm, D_3 = 4mm$			

IV.4.3. Applications numériques

IV.4.3.1. Optimisation à passe simple

IV.4.3.1.1. Optimisation des opérations des phases 200+300

a. Fonctions temps

$$T_t = \frac{3.808}{fv_c} + 4.092 \cdot 10^{-9} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (IV - 86)$$

b. Fonctions coût

$$C_t = \frac{25.514}{fv_c} + 9.139 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} a^{1.4} \quad (IV - 87)$$

c. Fonction rugosité

$$R_a = 1.001v_c^{0.0088} f^{0.3232} a^{0.3144} \quad (\text{IV -88})$$

d. Fonctions multi-objectif

La fonction multi-objectif par la méthode de Pondération f_{pi}

$$f_p = w_1 T_t + w_2 C_t + w_3 R_a \quad (\text{IV -89})$$

La fonction multi-objectif par la méthode de Keeney-Raiffa f_{ki}

$$f_k = (T_t^2 + 1) * (C_t^2 + 1) * (R_a^2 + 1) \quad (\text{IV -90})$$

e. Les contraintes

$$30 \leq v_c \leq 200 \quad (\text{IV -91})$$

$$0.254 \leq f \leq 0.762 \quad (\text{IV -92})$$

$$2 \leq a \leq 4 \text{ (ébauche)} \quad 0.5 \leq a \leq 2 \text{ (finition)} \quad (\text{IV -93})$$

$$193.3^4 v_c^{-4} f^{-1.16} a^{-1.4} \leq 35 \quad (\text{IV -94})$$

$$2000af \leq 4100 \quad (\text{IV -95})$$

$$0.042afv_c \leq 9 \quad (\text{IV -96})$$

$$26.25af \leq 1200 \quad (\text{IV -97})$$

$$0.0057af \leq 0.1 \text{ (ébauche)} \quad 0.0057af \leq 0.01 \text{ (finition)} \quad (\text{IV -98})$$

f. Les résultats

Les résultats obtenus sont regroupés dans les tableaux suivants :

Tableau IV.27 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du temps de production)

N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_t (min)
1	2.3517	100.0070	0.7620	0.0604
3	2.0000	100.0070	0.7620	0.0586
1	0.6483	100.0702	0.7620	0.0523

Tableau IV.28 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du coût de production)

N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	C_t (DZD)
1	2.5000	87.2227	0.7620	0.5489
3	2.0000	87.2227	0.7620	0.5118
1	0.5000	129.4626	0.7620	0.3448

Tableau IV.29 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation de la rugosité)

N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	R_a (μ m)
2	2.8186	99.8973	0.2540	0.9272
1	1.7731	99.9322	0.2540	0.8014
1	1.5897	99.9322	0.2540	0.7744

Tableau IV.30 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode de pondération)

N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	f_p
2	2.9425	99.9980	0.6967	0.4334
1	1.6356	99.9984	0.7620	0.3546
1	1.4794	99.9984	0.7620	0.3439

Tableau IV.31 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode de Keeney-Raiffa)

N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	f_k
1	2.5000	87.2029	0.7620	3.5237
3	2.0000	87.2029	0.7620	3.1352
1	0.5000	129.2703	0.7620	1.8145

Tableau IV.32 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode d'ordonnement lexicographique)

N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_{tord} (min)
1	2.1695	102.0838	0.4478	0.0926
3	2.0000	102.0838	0.4478	0.0917
1	0.8305	100.7240	0.7603	0.0530

g. Commentaires

- Les valeurs optimales de la vitesse de coupe dans les cas de : la minimisation de la rugosité et de la minimisation de la fonction multi-objectif (méthode de pondération) sont comparables,
- Les valeurs optimales de la vitesse de coupe dans les cas de : la minimisation du coût de production et de la minimisation de la fonction multi-objectif (méthode de Keeney-Raiffa) sont presque égales,
- La valeur optimale de l'avance est toujours égale 0.762 mm/dent (quelque soit l'objectif à minimiser à part le cas la minimisation de la rugosité et le cas de l'optimisation multi-objectif par la méthode de l'ordonnement lexicographique),

- Les opérations de la finition prennent plus de temps et leurs coûts sont élevés par rapport aux opérations d'ébauche.

IV.4.3.1.2. Optimisation des opérations de la phase 400

a. Fonctions temps

$$T_t = \frac{0.126\sqrt{160a-a^2}}{f_z v_c} + \frac{2.538}{f_z v_c} + 1.35 \cdot 10^{-10} \sqrt{160a^{3.8} - a^{4.8}} v_c^3 f_z^{0.16} + 2.728 \cdot 10^{-9} v_c^3 f_z^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -99})$$

b. Fonctions coût

$$C_t = \frac{4.221\sqrt{160a-a^2}}{f_z v_c} + \frac{85.023}{f_z v_c} + 2.262 \cdot 10^{-8} \sqrt{160a^{3.8} - a^{4.8}} v_c^3 f_z^{0.16} + 4.5694 \cdot 10^{-7} v_c^3 f_z^{0.16} a^{1.4} \quad (\text{IV -100})$$

c. Fonction rugosité

$$R_a = 16.016 v_c^{0.0088} f^{0.3232} a^{0.3144} \quad (\text{IV -101})$$

d. Fonctions multi-objectif

La fonction multi-objectif par la méthode de Pondération f_{pi}

$$f_p = w_1 T_t + w_2 C_t + w_3 R_a \quad (\text{IV -102})$$

La fonction multi-objectif par la méthode de Keeney-Raiffa f_{ki}

$$f_k = (T_t^2 + 1) * (C_t^2 + 1) * (R_a^2 + 1) \quad (\text{IV -103})$$

e. Les contraintes

$$50 \leq v_c \leq 300 \quad (\text{IV -104})$$

$$0.1 \leq f \leq 0.6 \quad (\text{IV -105})$$

$$2 \leq a \leq 4 \text{ (ébauche)} \quad 0.5 \leq a \leq 2 \text{ (finition)} \quad (\text{IV -106})$$

$$193.3^4 v_c^{-4} f^{-1.16} a^{-1.4} \leq 240 \quad (\text{IV -107})$$

$$1655.211 a f_z \leq 8000 \quad (\text{IV -108})$$

$$0.0345 a f_z v_c \leq 8 \quad (\text{IV -109})$$

$$0.165 a f_z \leq 1200 \quad (\text{IV -110})$$

$$8.082 \cdot 10^{-8} a f_z \leq 0.015 \text{ (ébauche)} \quad 8.082 \cdot 10^{-8} a f_z \leq 0.0015 \text{ (finition)} \quad (\text{IV -111})$$

f. Les résultats

Les résultats obtenus sont regroupés dans les tableaux suivants

Tableau IV.33 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du temps de production)

N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_t (min)
1	2.5000	100.0151	0.6000	0.1000
3	2.0000	100.0151	0.6000	0.0910
1	0.5000	100.0406	0.6000	0.0626

Tableau IV.34 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du coût de production)

N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	C_t (DZD)
1	2.5000	82.6195	0.6000	4.9233
3	2.0000	82.6195	0.6000	4.3051
1	0.5000	127.0337	0.6000	2.1467

Tableau IV.35 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation de la rugosité)

N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	R_a (μ m)
1	2.5000	99.9977	0.1000	10.5698
3	2.0000	99.9977	0.1000	9.8537
1	0.5000	122.0475	0.1000	6.3837

Tableau IV.36 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode de pondération)

N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	f_p
1	2.5000	99.9769	0.3461	4.7222
3	2.0000	99.9769	0.3461	4.3072
1	0.5000	161.0398	0.2746	2.5751

Tableau IV.37 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode de Keeney-Raiffa)

N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	f_k
1	2.5000	82.7239	0.6000	667.5822
3	2.0000	82.7239	0.6000	450.6234
1	0.5000	126.9306	0.6000	57.1529

Tableau IV.38 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode d'ordonnement lexicographique)

N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_{tord} (min)
2	4.0000	134.3993	0.2662	0.2311
1	1.0000	300.0000	0.6000	0.1332

g. Commentaires

- Les valeurs de la vitesse de coupe sont plus supérieures aux opérations de finition que aux opérations d'ébauche,
- La valeur de la vitesse de coupe est supérieure lorsque on prend comme objectif de minimiser le temps de production,
- Les opérations de la finition prennent plus de temps et leurs coûts sont élevés par rapport aux opérations d'ébauche.

IV.4.3.1.3. Optimisation des opérations de la phase 500

a. Fonctions temps

$$T_{t1} = \frac{2.835}{fv_c} + 5.598 \cdot 10^{-8} v_c^3 f^{0.16} \quad (\text{IV -112})$$

$$T_{t2} = \frac{0.714}{fv_c} + 2.024 \cdot 10^{-9} v_c^3 f^{0.16} \quad (\text{IV -113})$$

b. Fonctions coût

$$C_{t1} = \frac{94.9725}{fv_c} + 2.155 \cdot 10^{-5} v_c^3 f^{0.16} \quad (\text{IV -114})$$

$$C_{t2} = \frac{23.919}{fv_c} + 7.7924 \cdot 10^{-7} v_c^3 f^{0.16} \quad (\text{IV -115})$$

c. Fonctions rugosité

$$R_{a1} = 1.925 v_c^{0.0088} f^{0.3232} \quad (\text{IV -116})$$

$$R_{a2} = 1.245 v_c^{0.0088} f^{0.3232} \quad (\text{IV -117})$$

d. Fonctions multi-objectif

La fonction multi-objectif par la méthode de Pondération f_{pi}

$$f_{p1} = w_1 T_{t1} + w_2 C_{t1} + w_3 R_{a1} \quad (\text{IV -118})$$

$$f_{p2} = w_1 T_{t2} + w_2 C_{t2} + w_3 R_{a2} \quad (\text{IV -119})$$

La fonction multi-objectif par la méthode de Keeney-Raiffa f_{Ki}

$$f_{k1} = (T_{t1}^2 + 1) * (C_{t1}^2 + 1) * (R_{a1}^2 + 1) \quad (\text{IV -120})$$

$$f_{k2} = (T_{t2}^2 + 1) * (C_{t2}^2 + 1) * (R_{a2}^2 + 1) \quad (\text{IV -121})$$

e. Les contraintes

$$50 \leq v_c \leq 300 \quad (\text{IV -122})$$

$$0.1 \leq f \leq 0.6 \quad (\text{IV -123})$$

$$7.596 \cdot 10^7 v_c^{-4} f^{-1.16} \leq 80 \quad , \quad 5.29 \cdot 10^8 v_c^{-4} f^{-1.16} \leq 80 \quad (\text{IV -124})$$

$$16000f \leq 8000 \quad , \quad 4000f \leq 8000 \quad (\text{IV -125})$$

$$0.167fv_c \leq 16 \quad , \quad 0.0416fv_c \leq 16 \quad (\text{IV -126})$$

$$79.57f \leq 1200 \quad , \quad 318.31f \leq 1200 \quad (\text{IV -127})$$

$$1.214 \cdot 10^{-4} f \leq 0.021 \quad , \quad 1.943 \cdot 10^{-3} f \leq 0.021 \quad (\text{IV -128})$$

f. Les résultats

Les résultats obtenus sont regroupés dans les tableaux suivants

Tableau IV.39 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du temps de production)

Surface	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_t (min)
6	78.3681	0.5000	0.0965
7	199.9974	0.6000	0.0209

Tableau IV.40 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du coût de production)

Surface	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	C_t (DZD)
6	50.0000	0.5000	6.2099
7	65.5878	0.6000	0.8104

Tableau IV.41 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation de la rugosité)

Surface	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	R_a (μ m)
6	199.9999	0.1000	0.9583
7	199.9999	0.1000	0.6198

Tableau IV.42 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode de pondération)

Surface	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	f_p
6	50.0000	0.5000	1.6323
7	66.6294	0.6000	0.3922

Tableau IV.43 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode de Keeney-Raiffa)

Surface	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	f_k
6	50.0000	0.5000	141.9029
7	65.3398	0.6000	3.6449

Tableau IV.44 : les paramètres de coupe optimaux
(Optimisation multi-objectif : la méthode d'ordonnement lexicographique)

Surface	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_{tord} (min)
6	50.0000	0.5000	0.1197
7	65.5884	0.6000	0.0187

g. Commentaires

- La valeur optimale de l'avance est la même (quelque soit l'objectif à minimiser à part le cas la minimisation de la rugosité),
- Les valeurs de la vitesse de coupe et de l'avance augmentent avec la diminution du diamètre de l'outil de coupe,
- Les valeurs de la fonction objectif augmentent avec l'augmentation du diamètre de l'outil de coupe.

IV.4.3.2. Optimisation multi-passe

IV.4.3.2.1. Optimisation multi-passe des opérations des phases 200+300

a. Fonctions temps

$$T_t = (30m - m(m-1)a_e) \left[\frac{0.127}{v_{ce} f_e} + 1.364 \cdot 10^{-10} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] + (12 + 2a_f) \left[\frac{0.127}{v_{cf} f_f} + 1.364 \cdot 10^{-10} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (IV -129)$$

b. Fonctions coût

$$C_t = (30m - m(m-1)a_e) \left[\frac{0.8509}{v_{ce} f_e} + 4.5694 \cdot 10^{-9} v_{ce}^3 f_e^{0.16} a_e^{1.4} \right] + (12 + 2a_f) \left[\frac{0.8509}{v_{cf} f_f} + 4.5694 \cdot 10^{-9} v_{cf}^3 f_f^{0.16} a_f^{1.4} \right] \quad (IV -130)$$

c. Les contraintes :

Les contraintes du modèle de tournage multi-passe sont les même que les contraintes du modèle d'usinage à passe simple avec deux contraintes supplémentaires, sont :

$$30 - 2ma_e - 12 - 2a_f = 0 \quad (IV -131)$$

$$m - m_{\max} \leq 0 \quad (IV -132)$$

d. Les résultats

Les résultats obtenus sont regroupés dans les tableaux suivants :

Tableau IV.45 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du temps de production)

Opération	N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_t (min)
Ebauche	2	3.5000	100.0258	0.5857	0.1739
Finition	1	2.0000	100.0125	0.7620	

Tableau IV.46 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du coût de production)

Opération	N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_t (min)
Ebauche	2	3.5000	72.5366	0.5857	1.7176
Finition	1	2.0000	78.8017	0.7620	

e. Commentaires

- Les valeurs de la vitesse de coupe et de l'avance sont plus supérieures aux opérations de finition que aux opérations d'ébauche,
- En comparant les résultats obtenus pour le tournage à passe simple par celles obtenus pour le tournage multi-passes, on s'aperçoit que l'optimisation multi-passes donne les meilleures valeurs minimales de deux fonction objectif (coût et temps),
- Les valeurs de la profondeur de passe sont plus supérieures au tournage multi-passes que au tournage à passe simple.

IV.4.3.2.2. Optimisation multi-passe des opérations de la phase 400

$$N_{\min} = 1$$

$$N_{\max} = 2$$

a. Fonctions temps

$$T_t = \min[T_t(1), T_t(2)]$$

$$\begin{aligned}
 T_t(1) = & \frac{0.126\sqrt{160a_{e1} - a_{e1}^2}}{f_{ze1}v_{ce1}} + \frac{2.538}{f_{ze1}v_{ce1}} + 1.35 \cdot 10^{-10} \sqrt{160a_{e1}^{3.8} - a_{e1}^{4.8}} v_{ce1}^3 f_{ze1}^{0.16} \\
 & + 2.728 \cdot 10^{-9} v_{ce1}^3 f_{ze1}^{0.16} a_{e1}^{1.4} + \frac{0.126\sqrt{160a_f - a_f^2}}{f_{zf}v_{cf}} + \frac{2.538}{f_{zf}v_{cf}} \\
 & + 1.35 \cdot 10^{-10} \sqrt{160a_f^{3.8} - a_f^{4.8}} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} + 2.728 \cdot 10^{-9} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} a_f^{1.4}
 \end{aligned} \tag{IV - 133}$$

$$\begin{aligned}
T_t(2) = & \sum_{i=1}^2 \left(\frac{0.126\sqrt{160a_{ei} - a_{ei}^2}}{f_{zei}v_{cei}} + \frac{2.538}{f_{zei}v_{cei}} + 1.35 \cdot 10^{-10} \sqrt{160a_{ei}^{3.8} - a_{ei}^{4.8}} v_{cei}^3 f_{zei}^{0.16} \right. \\
& \left. + 2.728 \cdot 10^{-9} v_{cei}^3 f_{zei}^{0.16} a_{ei}^{1.4} \right) + \frac{0.126\sqrt{160a_f - a_f^2}}{f_{zf}v_{cf}} + \frac{2.538}{f_{zf}v_{cf}} \\
& + 1.35 \cdot 10^{-10} \sqrt{160a_f^{3.8} - a_f^{4.8}} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} + 2.728 \cdot 10^{-9} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} a_f^{1.4}
\end{aligned} \quad (IV - 134)$$

b. Fonctions coût

$$C_t = \min[C_t(1), C_t(2)]$$

$$\begin{aligned}
C_t(1) = & \frac{4.221\sqrt{160a_{e1} - a_{e1}^2}}{f_{ze1}v_{ce1}} + \frac{85.023}{f_{ze1}v_{ce1}} + 2.262 \cdot 10^{-8} \sqrt{160a_{e1}^{3.8} - a_{e1}^{4.8}} v_{ce1}^3 f_{ze1}^{0.16} \\
& + 4.5694 \cdot 10^{-7} v_{ce1}^3 f_{ze1}^{0.16} a_{e1}^{1.4} + \frac{4.221\sqrt{160a_f - a_f^2}}{f_{zf}v_{cf}} + \frac{85.023}{f_{zf}v_{cf}} \\
& + 2.262 \cdot 10^{-8} \sqrt{160a_f^{3.8} - a_f^{4.8}} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} + 4.5694 \cdot 10^{-7} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} a_f^{1.4}
\end{aligned} \quad (IV - 135)$$

$$\begin{aligned}
C_t(2) = & \sum_{i=1}^2 \left(\frac{4.221\sqrt{160a_{ei} - a_{ei}^2}}{f_{zei}v_{cei}} + \frac{85.023}{f_{zei}v_{cei}} + 2.262 \cdot 10^{-8} \sqrt{160a_{ei}^{3.8} - a_{ei}^{4.8}} v_{cei}^3 f_{zei}^{0.16} \right. \\
& \left. + 4.5694 \cdot 10^{-7} v_{cei}^3 f_{zei}^{0.16} a_{ei}^{1.4} \right) + \frac{4.221\sqrt{160a_f - a_f^2}}{f_{zf}v_{cf}} + \frac{85.023}{f_{zf}v_{cf}} \\
& + 2.262 \cdot 10^{-8} \sqrt{160a_f^{3.8} - a_f^{4.8}} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} + 4.5694 \cdot 10^{-7} v_{cf}^3 f_{zf}^{0.16} a_f^{1.4}
\end{aligned} \quad (IV - 136)$$

c. Les contraintes :

Les contraintes du modèle de fraisage multi-passe sont les même que les contraintes du modèle d'usinage à passe simple avec une contrainte supplémentaire,

$$\text{est : } a_f + \sum_{i=1}^2 a_{ei} = 5 \quad (IV - 137)$$

d. Les résultats

Les résultats obtenus sont regroupés dans les tableaux suivants :

Tableau IV.47 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du temps de production)

Opération	N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_t (min)
Ebauche	1	3.0000	100.0015	0.6000	0.2017
Finition	1	2.0000	100.0018	0.6000	

Tableau IV.48 : les paramètres de coupe optimaux (objectif : Minimisation du coût de production)

Opération	N° de passes	a (mm)	v_c (mm/min)	f (mm/dent)	T_t (min)
Ebauche	1	4.0000	65.7214	0.6000	9.4244
Finition	1	1.0000	102.9427	0.6000	

e. Commentaires

- Les valeurs de la vitesse de coupe sont plus supérieures aux opérations de finition que aux opérations d'ébauche,
- La valeur optimale de l'avance est toujours égale 0.6 mm/dent quelque soit l'objectif à minimiser et le type d'opération,
- En comparant les résultats obtenus pour le fraisage à passe simple par celles obtenus pour le fraisage multi-passes, on s'aperçoit que l'optimisation multi-passes donne les meilleures valeurs minimales de deux fonction objectif (coût et temps).

IV.5. Conclusion

Dans ce chapitre on a utilisé la programmation quadratique séquentielle pour l'optimisation des conditions d'usinage avec les trios modèle simple, multi-objectif et multi-passes, et nous avons utilisés deux exemples d'application pour atteindre nos résultats, l'un de ces deux exemples est réalisé au niveau de CPG.

Conclusion générale

Ce présent mémoire nous permet de constater que l'optimisation des régimes de coupe à un intérêt indispensable pour le développement de la production mécanique, D'après l'étude bibliographique que nous avons effectué, nous pouvons conclure qu'avec la programmation non linéaire, les résultats obtenus avec la programmation linéaire, peuvent être considérablement améliorés. Malgré les difficultés algorithmiques, nous avons utilisé la programmation non linéaire pour tester son efficacité.

Nous avons fixé pour objectif de ce travail d'utiliser la programmation non linéaire pour l'optimisation des conditions de coupe en tournage, fraisage et perçage, Nous avons utilisé un programme qui nous permet d'optimiser les conditions d'usinage, avec les critères de la minimisation du temps de production, la minimisation du coût de production et la minimisation de la rugosité.

Le programme utilisé est basé sur la programmation quadratique séquentielle, et écrit en langage Matlab, le choix de la programmation quadratique séquentielle nous a permis d'optimiser les conditions d'usinage avec trois critères et avec plusieurs variables.

En utilisant ce programme nous avons obtenu des résultats satisfaisant et meilleurs à ceux utilisés en pratique, et nous avons vérifiés ça avec un exemple d'application qui est déjà réalisé au niveau de l'entreprise nationale complexe pelles et grues (CPG) de Ain-Smara (Constantine).

Cette étude nous a permis de tester la méthode de programmation non linéaire généralement délicate par rapport à la programmation linéaire.

Bibliographie

- [1] R. Fletcher "Practical Methods of Optimization" Department of Mathematics, University of Dundee, Scotland, U.K.1980
- [2] Laetitia ANDRIEU "Optimisation sous contrainte en probabilité" Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Décembre 2004
- [3] Daniel DE WOLF "Théorie et pratique de l'optimisation" Université Charles de gaulle - Lille 3, Ufr de mathématiques, sciences économiques et sociales, Villeneuve d'ascq, Octobre 2002
- [4] M. BRAHIM, K. HADDOUCHE "Optimisation non linéaire des paramètres de coupe en tournage" 1^{er} Congrès International de Mécanique - Constantine, Algérie, Décembre 2002
- [5] M. Minoux "Programmation mathématique : théorie et algorithmes tome1" Dunod, BORDAS et C.N.E.T.-E.N.S.T., Paris 1983
- [6] Thierno Diallo "Etude et illustration de méthodes itératives d'optimisation non linéaire" Projet de master 2005-2006, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Faculté Sciences de Base, Chaire de Recherche Opérationnelle Sud Est, Lausanne, avril 2006
- [7] Stéphane Mottelet "Optimisation non-linéaire -RO04/TI07" Université de Technologie de Compiègne, Printemps 2003
- [8] Irène Charon, Olivier Hudry "Optimisation non linéaire" École nationale supérieure des télécommunications, France 2007
- [9] Michel Bierlaire, Dma-Roso "Optimisation non linéaire sans contraintes 'Variations sur Newton'", Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
- [10] IMSL "Fortran Subroutines for Mathematical Applications" IMSL STAT/LIBRARY User's Manual, Version 2.0, IMSL, Houston. 1991
- [11] B.Y. Lee et Y.S. Tarn "Cutting-parameter selection for maximizing production rate or minimizing production cost in multistage turning operations" Journal of Materials Processing Technology 105 (2000) 61-66, Février 1999
- [12] Shih-Tarn Chiang, Ding-I Liu, An-Chen Lee and Wei-Hua Chieng "Adaptive control optimization in end milling using neural networks" Int. J. Mach. Tools Manufact. Vol 34. N°5. pp. 637-660). 1995
- [13] J. Wang, T. Kuriyagawa, X.P. Wei, D.M. Guo "Optimization of cutting conditions for single pass turning operations using a deterministic approach" International Journal of Machine Tools & Manufacture 42 (2002) 1023-1033, Mars 2002
- [14] J.S. Agapiou "The optimization of machining operations based on a combined criterion, Part 1: The use of combined objectives in single pass operations" Journal of engineering industry, vol.114, pp. 508-513, November 1992

- [15] Ruy Mesquita, Evdokia Krasteva, Stefan Doytchinov "Computer-aided selection of optimum machining parameters in multi-pass turning" Journal of advanced manufacturing technology, vol 10,pp 19-26,1995
- [16] N. Zeghichi "Optimisation des conditions de coupe en fraisage par algorithmes génétiques et la méthode de Nelder et Mead" Mémoire de magistère sous la direction de M.Assas, Université M^{ed} Khider Biskra, 2004
- [17] A. Belloufi "Optimisation des conditions de coupe en utilisant la programmation non linéaire" mémoire de fin d'étude sous la direction de M. Assas, Université de Batna, 2005
- [18] J. Vergnas "Usinage : technologie et pratique" Génie mécanique Dunod, ISBN : 2-04-011186-7, BORDAS, Paris 1982
- [19] P.Alain "Tournage" Technique de l'ingénieur, Traité génie mécanique, Bm 7086, pp.3-22,1997
- [20] A.Benyoucef "Modélisation de l'effort de coupe dans le cas du fraisage hémisphérique par une approche mécanistique" Mémoire de magistère sous la direction de M.Assas, Université de Batna, 2006
- [21] R.Laheurte "Application de la théorie du second gradient a la coupe des matériaux" Thèse de doctorat N° 2935, Université Bordeaux 1, Ecole doctorale des sciences physiques et de l'ingénieur, Décembre 2004
- [22] F.Barbachov "Le fraisage" Traduit du russe par V.Polonski, 1975, Traduction française éditions MIR 1980
- [23] C. Claudin, G. Poulachon, M. Lambertin, J.J. Janosch, B. Vecchi, F. Gigé "Influence of Minimum Quantity of Lubrication on drilling process" Fifth International Conference on High Speed Machining, March 14-16, 2006
- [24] A. TOUMINE "Usinage" INSA de LYON, Groupe conception – productique, 2007
- [25] Sandvik-Coromant "Fraisage" Technique de l'ingénieur, Traité génie mécanique, Bm 7082, pp.3-21,1997
- [26] Sandvik-Coromant "Perçage" Technique de l'ingénieur, Traité génie mécanique, Bm 7088, pp.3-20,1997
- [27] P.Padilla, B. Anselmetti "Production mécanique" DUNOD 1986
- [28] P.Padilla, A.Thély "Guide des fabrications mécaniques" Deuxième édition revue et augmentée, DUNOD, ISBN : 2-04-011587-0, BORDAS, Paris 1981
- [29] Y.Shoefs, S.Fournier et J.J.Léon "production mécanique" espaces technologique, collection dirigée par A.Biancitto et P.Boye, Delagrave, 1994
- [30] M. Assas, T. Ameer, H. Mazouz, B. Benmohammed "Optimization of cutting parameters using evolutionary computation" Fifth International conference on High Speed Machining, March 14-16, 2006
- [31] Uros Zuperl, Franci Cus "Optimization of cutting conditions during cutting byusing neural networks" Robotics and Computer Integrated Manufacturing 19 (189–199), 2003

- [32] B. Marandet, B Verquin, J. Saint-Chely, C. Anderson, M. Ryckeboer, "Usinage : Procédés de coupe : Tournage" L'association Européenne De L'aluminium et MATTER, Université de Liverpool 2007
- [33] K. Seghir "Notion de résistance des matériaux" Batna university press, 1997
- [34] B. Benmohamed "Etude des conditions d'usinage"" mémoire de fin d'étude sous la direction de M. Assas, Université de Batna, 1991
- [35] Y. Collette, P. Siarry "Optimisation multi-objectif" Groupe Eyrolles, 2002 ISBN : 2-212-11168-1
- [36] M. Assas, N. Belhattab, M. Djenane "Optimization of metal working based on combined criterion" Revue "Morskoy Vestnik" N°2.Juin 2003. Leningrad. Russia
- [37] M. Assas, M. Djenane "Optimisation des Conditions d'usinage basée sur un critère combiné" Deuxièmes Journées de Mécanique EMP.Alger 23 et 24 Décembre 2001
- [38] S.H. Yeo "A multipass optimization strategy for CNC lathe operations" International Journal of production economics 40(1995) 209-218
- [39] Chia, T.H. "Optimization analysis and strategies for the selection of cutting conditions for turning operations" Ph.D. Thesis, University of Melbourne, Australia.1984
- [40] Yellowley, I. "A fundamental examination of the economics of the two-pass turning operation" Int. J. Prod. Res., 21(5): 617-626, 1983
- [41] Arsecularatne, J. Agapiou, Hinduja, S. and Barrow, G. "Optimum cutting conditions for turned components" J. Eng. Manuf.,206: 15-31, 1992

Annexe

La gamme d'usinage de CPG :

S.O	CDF	P	TR	TE/PCE	TEXTE
010	322	2710	115	1,80	CENTRER SERRER ; USINAGE FRONTAL DES DEUX COTES A LG.386 ,5 -0,5 ; CENTRER DES DEUXCOTES R4 X 8, 5
015					CONT. INTER
020	322	1320	110	8,90	TOURNER SURFACER COTE GAUCHE DANS LA ZONE DE LA DENTURE I, COTE 168,2 + 0,1 TOURNER DIAM. 59,4 H11 AV CHENFR. DE 1,2 A 45 DEGR. ; DIAM. 60,4 - 0,1 ; DIAM. 65,4-0,1 AV. SUREPAIS. ; TOURNENER DIAM. 90 AU. DIAM. 104,2 H11 AV. CHANFR. DE 2 A 45 DEGRES. SURFACER COTE DROIT DANS LA ZONE DE LA DE LA DENTURE I ; COTE 194 - 0,1. TOURNER DIAM.45, 4 - 0,1 ; DIAM.65, 4 - 0,1 ; DIAM. 90 ET CHANFR. DE 2 A 45 DEGR. AU DIAM. 104,2 H11.
030	531	0000	080	000	CONT. INT
040	322	2320	080	6,80	PERC-PROF SERRER, PERCER, DIAM. 9,5 A PROF. 270 EN OPPOSITION AU DESSIN DIAM. 8
050	325	2320	045	15,70	PERC. RAD SERRER, PERCER 2X DIAM. 8,5 À PROF. 25 ; CHANFREINER a 90 DEGR.PROF. 1,5 ET TARAUDER m10 A PROF. 17,5 ; PERCER 2X DIAM. 4 PERCER DIAM. 7,8 ET ALESER AU DIAM. 8 H7 ; PIVOTER DE 180 DEGR. ET PËRCER 2 X DIAM.4
060	329	1110	045	6,00	TOURNER SERRER, TOURNER COTE DROIT, CHANFR. DE CENTRAGE A 60 DEG. AV. CHENFR. DE PROTECTION A 120 DEGR.
070	326	3520	200	00,27	TAIL.F.M. SERRER, FRAISER LE PROFIL A ARBRES CANNELES W 105 X 4 X 8C DIN 5480 ; Z=25 ; MODULE=4 ; SOUS LA COTE MINI DE 0,1 CONTRAIREMENT AU DESSIN
080	326	3520	150	16,60	TAIL.F.M. SERRER, FRAISER LE PROFIL A ARBRES CANNELES W 60 X 3 X 8h DIN 5480 ; Z=18 ; MODULE=43; SOUS LA COTE MINI DE 0,05 A 0,08 CONTRAIREMENT AU DESSIN
090	326	9240	040	11,00	EBAVAURER LE PROFIL A ARBRES CANNELS W 60 X 3 X 8h ET 105 X 4 X 8C DIN 5480

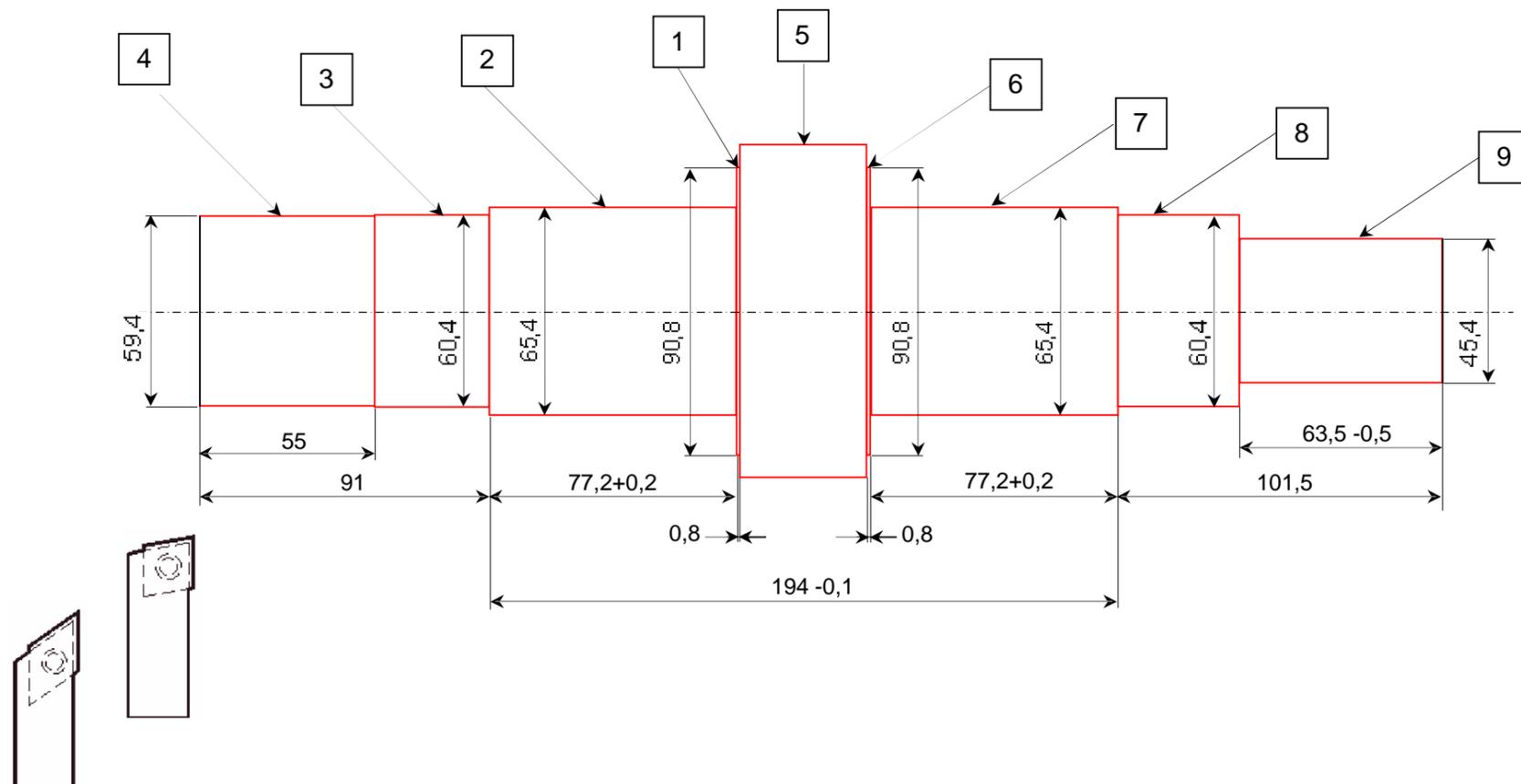
CONTRAT DE PHASE PREVISIONNEL PHASE 020	Ensemble : grue		Date : 08/02/2008
	Pièce : arbre primaire	Repère : 01	BUREAU DES METHODES CPG
	Matière : 17 Cr Ni Mo 6		
	Fabrication : 42 pièces		

Désignation : TOURNAGE **Montage : entre deux pointes**

Machine outil : CFI - 322 - 1320

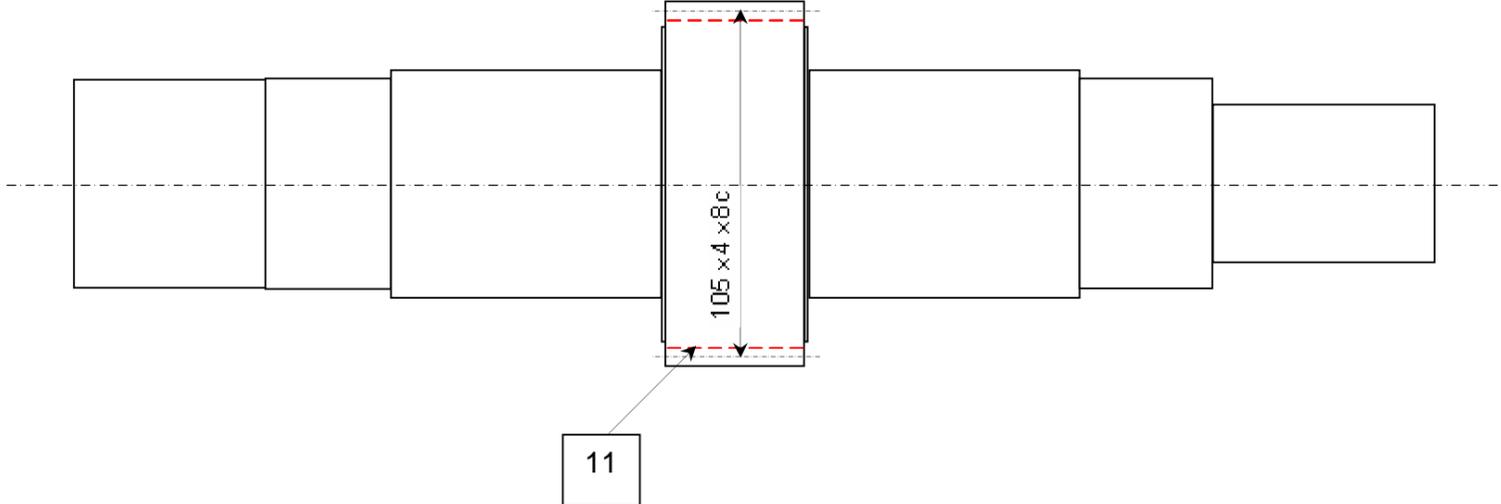
Programme d'usinage :

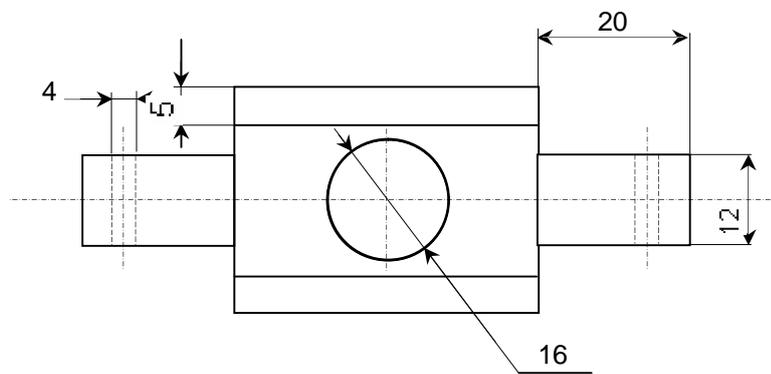
Croquis de phase :



DESIGNATION DES OPERATIONS	OUTILS	Vc m/min	n tr/min	fz mm/dt	f mm/tr	Vf mm/min
a- chariotage de 1 (ébauche) Cf 1 = 169+0,2 Cf 2 = 91,8	CCMT150408					
b- chariotage de 2 (ébauche) Cf 3 = 168,2+0,2 Cf 4 = 66,4	CCMT150408					
c - chariotage de 3 (ébauche) Cf 5 = 90,5 Cf 6 = 61,4	CCMT150408					
d - chariotage de 4 (ébauche) Cf 7 = 55 Cf 8 = 60,4	CCMT150408					
c - chariotage de 5 (ébauche) Cf 9 = 207,8 Cf 10 = 105,2	CCMT150408					
f - chariotage de 6 (ébauche) Cf 11 = 179,5285 Cf 12 = 91,8	CCMT150408					
g - chariotage de 7 (ébauche) Cf 13 = 178,7+0,2 Cf 14 = 66,4	CCMT150408					
h - chariotage de 8 (ébauche) Cf 15 = 101,5 Cf 16 = 61,4	CCMT150408					
i - chariotage de 9 (ébauche) Cf 17 = 63,5-0,5 Cf 18 = 46,4	CCMT150408					
j- chariotage de 1 (finition) Cf 1 = 169+0,2 Cf 2 = 90,8	CCMT0602					
k- chariotage de 2 (finition) Cf 3 = 168,2+0,2 Cf 4 = 65,4	CCMT0602					
l - chariotage de 3 (finition) Cf 5 = 90,5 Cf 6 = 60,4	CCMT0602					
m - chariotage de 4 (finition) Cf 7 = 55 Cf 8 = 59,4	CCMT0602					
chariotage de 5 (finition) Cf 9 = 207,8 Cf 10 = 104,2	CCMT0602					
n - chariotage de 6 (finition) Cf 11 = 179,5285 Cf 12 = 90,8	CCMT0602					
o - chariotage de 7 (finition) Cf 13 = 178,7+0,2 Cf 14 = 65,4	CCMT0602					
p - chariotage de 8 (finition) Cf 15 = 101,5 Cf 16 = 60,4	CCMT0602					
q - chariotage de 9 (finition) Cf 17 = 63,5-0,5 Cf 18 = 45,4	CCMT0602					

CONTRAT DE PHASE PREVISIONNEL PHASE 040	Ensemble : grue		Date : 08/02/2008			
	Pièce : arbre primaire	Repère : 01	BUREAU DES METHODES CPG			
	Matière : 17 Cr Ni Mo 6					
	Fabrication : 42 pièces					
Désignation : TURNAGE			Montage : Montage d'usinage spécifique			
Machine outil : CFI - 322 - 2320			Programme d'usinage :			
Croquis de phase :						
<p>The diagram shows a shaft with a central hole. A dimension line above the hole indicates a length of 270 mm. A box labeled '10' points to the diameter of the hole. A red dashed line shows the drill bit's path. A drill bit is shown on the right side of the shaft.</p>						
DESIGNATION DES OPERATIONS	OUTILS	Vc m/min	n tr/min	fz mm/dt	f mm/tr	Vf mm/min
Perçage de 10 Cf 1 = 270 Cf 2 = Ø 9,5	F9.5					

CONTRAT DE PHASE PREVISIONNEL PHASE 060	Ensemble : grue		Date : 08/02/2008			
	Pièce : arbre primaire	Repère : 01	BUREAU DES METHODES CPG			
	Matière : 17 Cr Ni Mo 6					
	Fabrication : 42 pièces					
Désignation : FRAISAGE			Montage : Montage d'usinage spécifique			
Machine outil : CFI – 326 - 3520			Programme d'usinage :			
Croquis de phase :						
						
DESIGNATION DES OPERATIONS	OUTILS	Vc m/min	n tr/min	fz mm/dt	f mm/tr	Vf mm/min
a- Rainurage de 11 (ébauche) 25 rainures Cf 1 = 100.7	STFRW13.5					
b- Rainurage de 11 (finition) Cf 1 = 100.2 105x4x8c	STFRW13.5					

**Laboratoire de recherche en productique**

Format : A4

Ech : 1/1

Axe

BELLOUFI Abderrahim

40-09-2007

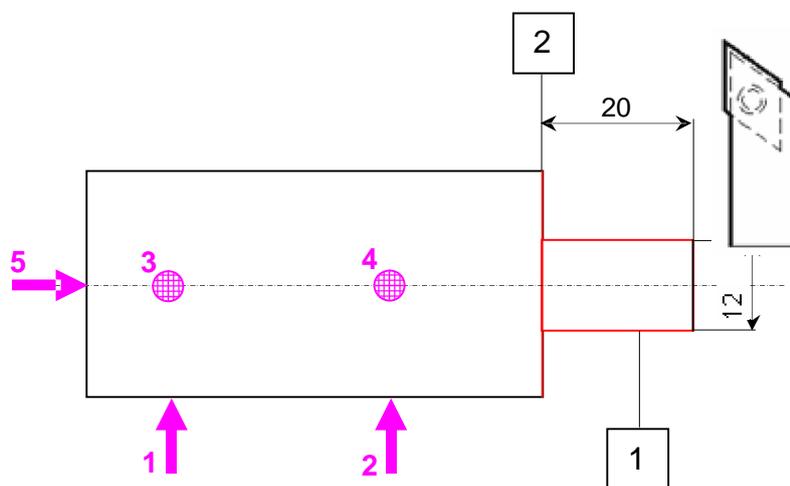
1/1

CONTRAT DE PHASE PREVISIONNEL PHASE 200	Ensemble : Cric		Date : 08/02/2008
	Pièce : Axe	Repère : 01	BUREAU DES METHODES
	Matière : 17 Cr Ni Mo 6		
	Fabrication : 300 pièces/an		

Désignation : TOURNAGE **Montage : Mandrin 3 mors durs + butée de broche**

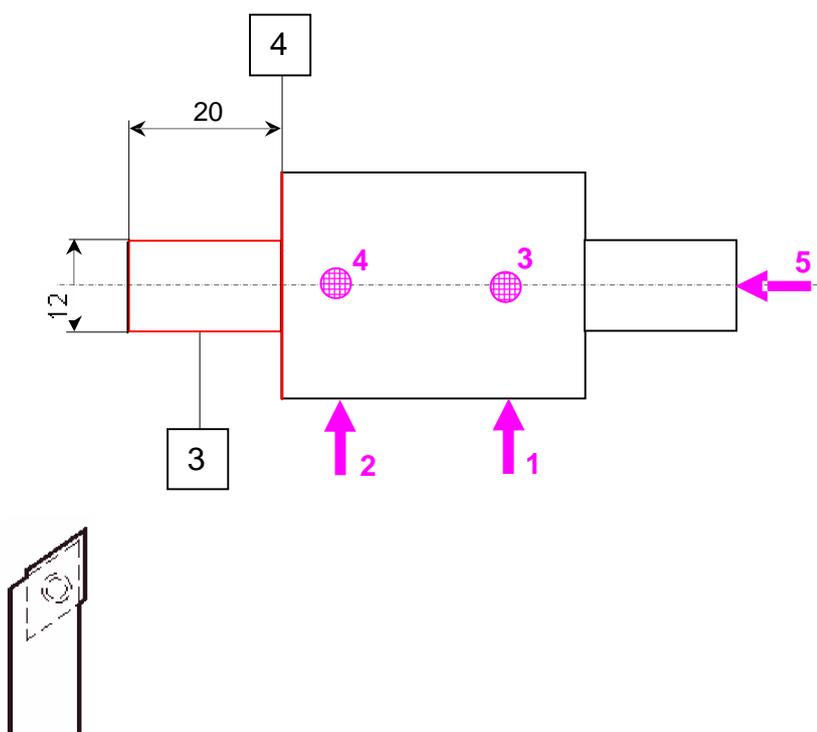
Machine outil : Tour parallèle

Croquis de phase :



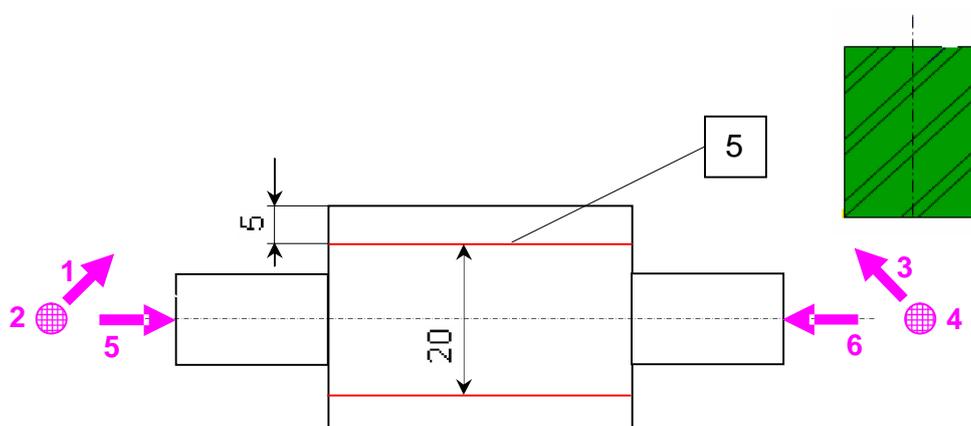
DESIGNATION DES OPERATIONS	OUTILS	Vc m/min	n tr/min	fz mm/dt	f mm/tr	Vf mm/min
a- Chariotage 1,2 (ébauche) Cf 1 = 20 Cf 2 = 13	Outil à charioter					
b- Chariotage 1,2 (finition) Cf 1 = 20 Cf 1 = 12	Outil à charioter					

CONTRAT DE PHASE PREVISIONNEL PHASE 300	Ensemble : Cric		Date : 08/02/2008
	Pièce : Axe	Repère : 01	BUREAU DES METHODES
	Matière : 17 Cr Ni Mo 6		
	Fabrication : 300 pièces/an		

Désignation : TOURNAGE**Montage : Mandrin 3 mors durs + butée de broche****Machine outil : Tour parallèle****Croquis de phase :**

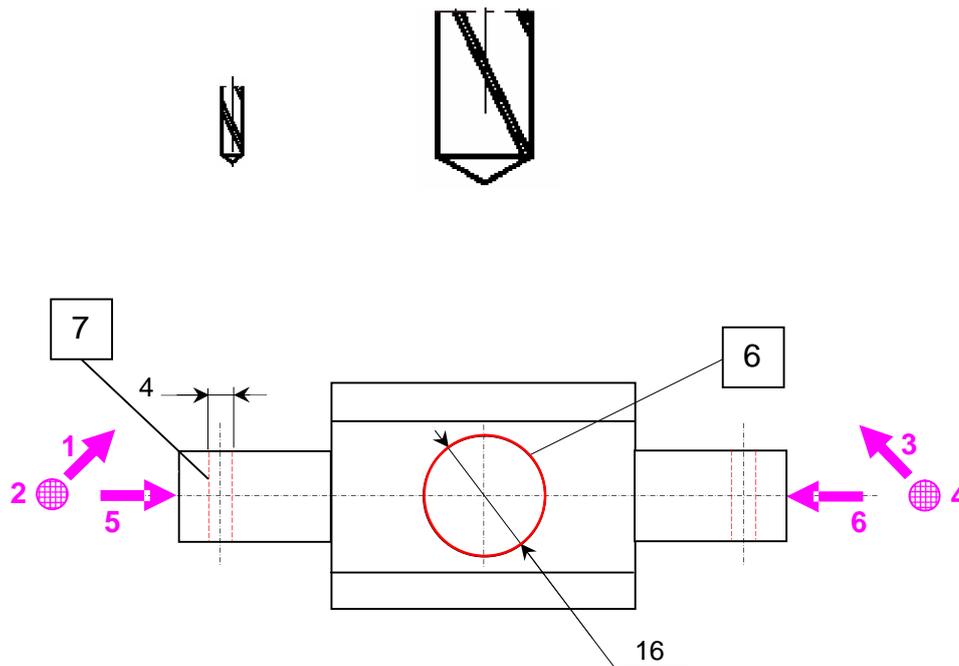
DESIGNATION DES OPERATIONS	OUTILS	Vc m/min	n tr/min	fz mm/dt	f mm/tr	Vf mm/min
a- Chariotage 3, 4 (ébauche) Cf 3 = 20 Cf 4 = 13	Outil à charioter					
b- Chariotage 3,4 (finition) Cf 3 = 20 Cf 4 = 11	Outil à charioter					

CONTRAT DE PHASE PREVISIONNEL PHASE 400	Ensemble : Cric		Date : 08/02/2008
	Pièce : Axe	Repère : 01	BUREAU DES METHODES
	Matière : 17 Cr Ni Mo 6		
	Fabrication : 300 pièces/an		

Désignation : Fraisage**Montage : Entre deux points****Machine outil : Fraiseuse****Croquis de phase :**

DESIGNATION DES OPERATIONS	OUTILS	Vc m/min	n tr/min	fz mm/dt	f mm/tr	Vf mm/min
a- Fraisage 5 (ébauche) Cf 5 = 21	Fraise à surfacer Ø 160 ; Z = 16					
b- Fraisage 5 (finition) Cf 51 = 20	Fraise à surfacer Ø 160 ; Z = 16					

CONTRAT DE PHASE PREVISIONNEL PHASE 500	Ensemble : Cric		Date : 08/02/2008
	Pièce : Axe	Repère : 01	BUREAU DES METHODES
	Matière : 17 Cr Ni Mo 6		
	Fabrication : 300 pièces/an		

Désignation : Fraisage**Montage : Entre deux points****Machine outil : Fraiseuse****Croquis de phase :**

DESIGNATION DES OPERATIONS	OUTILS	Vc m/min	n tr/min	fz mm/dt	f mm/tr	Vf mm/min
a- perçage 6 Cf 6 = 16	Foret Ø 16					
b- perçage 7 Cf 7 = 4	Foret Ø 5					

Résumé

L'une des tendances actuelles de la production mécanique est de chercher à obtenir une pièce de qualité requise avec un coût minimum dans des délais les plus courts possibles. Ce but peut être atteint en jouant sur les différents stades de l'élaboration de la pièce depuis sa conception jusqu'au contrôle de qualité en passant par l'étape de fabrication. L'utilisation des techniques d'optimisation est d'un grand intérêt pour ce type de problèmes.

Dans cette étude, nous présentons une méthode d'optimisation non linéaire permettant de rechercher les conditions de coupe optimales pour les processus de tournage, fraisage et perçage, en se basant sur des critères multi-objectif et avec des modèles d'usinage multi-passes. Cette méthode est basée sur la programmation quadratique séquentielle.

Mots clés: Optimisation de l'usinage; Programmation non linéaire; modélisation; Programmation quadratique séquentielle.

Abstract

One of the present tendencies of the mechanical production is to try to get a requisite quality piece with a minimum cost in possible shortest delays. This goal can be reached while playing on the different stages of the development of the piece since its conception until the control of quality while passing by the stage of manufacture. The use of the optimization techniques is of a big interest for this type of problems.

In this survey, we present a non linear optimization method permitting to search for the optimal conditions of cut for the processes of turning, milling and drilling, while being based on criteria's multi-objective and with models of machining multi-passes. This method is based on the sequential quadratic programming.

Key words: Optimization of the machining; Non linear programming; modelling; Sequential quadratic programming.

ملخص

من أحد الاتجاهات الحالية للإنتاج الميكانيكي: البحث من أجل الحصول على قطعة بالنوعية المطلوبة وبأقل تكلفة في أقصر الآجال الممكنة. هذا الهدف يمكن تحقيقه من خلال التحكم في مختلف مراحل إعداد القطعة، انطلاقاً من مخطط القطعة وصولاً إلى مراقبة نوعيتها مروراً بمرحلة التصنيع. استعمال تقنيات الأمثلة يكتسي أهمية كبيرة لهذا النوع من المسائل.

في هذه الدراسة قمنا بعرض طريقة أمثلة غير خطية تسمح بالبحث عن شروط القطع المثلى لعمليات: الخراطة، التفريز و الثقب معتمدين على كتابات ذات أهداف متعددة ونماذج تصنيع بتمريرات متعددة. هذه الطريقة تركز على البرمجة التريبيعية التعاقبية.

الكلمات المفتاحية: أمثلة التصنيع؛ البرمجة الغير خطية؛ النمذجة؛ البرمجة التريبيعية التعاقبية.