

## CHAPITRE II

### MODELISATION DES INSOLATEURS PLANS A AIR

#### INTRODUCTION

Les capteurs solaires plans à air qui feront l'objet de notre étude transforment l'énergie incidente solaire en énergie thermique extraite par l'air en écoulement dans le capteur. Cette énergie est ensuite utilisée dans diverses applications [4], à savoir ; le chauffage la réfrigération, le séchage, etc.

L'étude du comportement thermique de notre capteur relative à la configuration utilisée, ne peut être qu'une étude parmi d'autres déjà élaborées. L'objectif principal de toute recherche est la détermination, en particulier des performances thermiques. Plusieurs modèles décrivent la variation du rendement thermique [5], en fonction des paramètres, tels que le nombre de Reynolds [6], le débit de l'air caloporteur ou autres [7, 8 et 9].

Plusieurs types de capteurs à air ont été construits et testés. Ils se différencient par leurs configurations, la nature de l'écoulement de l'air caloporteur, le type de vitrage utilisé [8], et par l'introduction d'absorbeurs rugueux [10] ou de chicanes dans la veine d'air mobile entre l'isolant et l'absorbeur [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18] ainsi que par l'adjonction de tôles minces placées en quinconce entre l'absorbeur et le vitrage [2 et 19]. La couverture transparente externe des capteurs est généralement en verre qui est le plus opaque au rayonnement infrarouge, elle réalise l'effet de serre nécessaire pour réchauffer l'absorbeur. Plusieurs capteurs peuvent être reliés de manières différentes pour répondre aux besoins demandés, on a observé [20] que leur combinaison en série est plus performante que celle en parallèle et en séries-parallèle.

---

## II.1. L'INSOLATEUR PLAN A AIR

Il s'agit d'un capteur solaire plan à air qui passe entre l'absorbeur et la plaque d'aluminium placée sur l'isolant. En vue d'améliorer les performances thermiques du capteur solaire, on a introduit des obstacles métalliques très minces d'épaisseur 0.4 mm, assimilés à des rugosités artificielles dites chicanes dans la veine d'air utile. La figure (II.1) représente les éléments de l'insolateur a étudié :

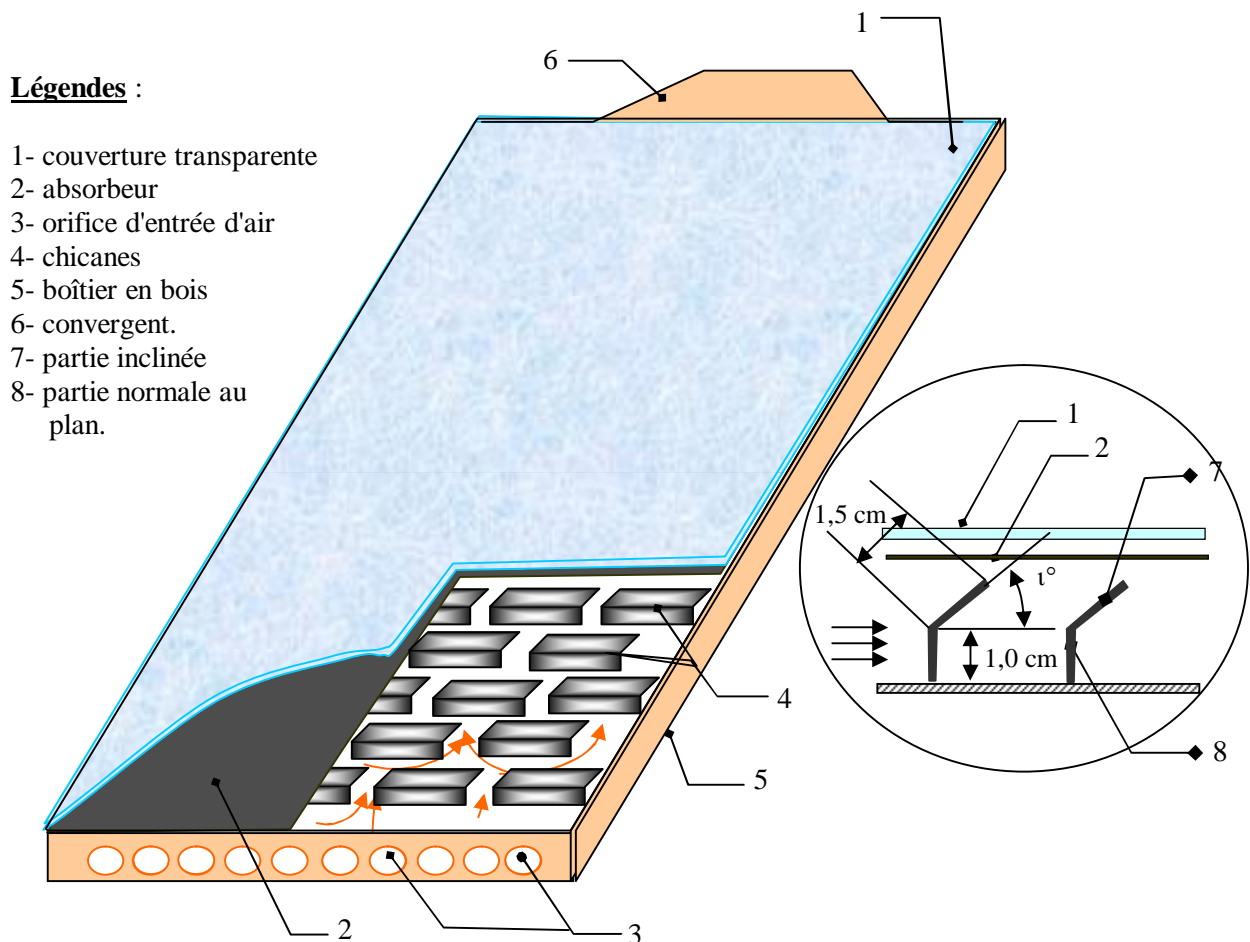


Fig.(II .1): Schéma d'un capteur solaire plan à simple passage d'air

Le bilan thermique d'un insolateur rapporté à l'unité de surface est :

$$\Phi_g = Q_u + Q_p + Q_s \quad (\text{II.1})$$

Ce bilan se résume ainsi :

Le flux  $\phi_g$  reçu par l'insolateur représente la somme de l'énergie utile  $Q_u$  emportée par le fluide caloporteur, des déperditions thermiques  $Q_p$  par les différents modes de transfert vers le milieu ambiant et l'énergie stockée  $Q_s$  dans les différentes parties de l'insolateur.

Dans le cas du régime thermique permanent et pour les capteurs à air, la quantité d'énergie stockée dans les différentes parties de l'insolateur est négligeable, ce qui conduit à :

$$\Phi_g = Q_u + Q_p \quad (\text{II.2})$$

## II-2-MODELISATION DE L'INSOLATEUR

Il existe deux méthodes de modélisation de l'insolateur plan à air :

1. Méthode par tranches.
2. Méthode globale.

### II.2.1. Méthode par tranche

On appelle aussi la méthode de modélisation « pas à pas » qui prend en compte l'évolution des températures de tous les éléments de l'insolateur en tranches fictives de longueur «  $\delta x$  » dans le sens de l'écoulement du fluide caloporteur et à écrire le bilan des échanges dans chaque tranche.

Il est commode pour cela d'utiliser le principe des analogies qui existent entre le transfert de chaleur et le transfert d'électricité.

Le réseau électrique (fig.II.3) correspond à l'insolateur représenté sur la figure (II.2) démunie des chicanes. L'application de la loi d'Ohm conduit aux équations de bilans suivantes :

---

- Dans la vitre :

$$\alpha_v \Phi_g + h_{mv}(T_n - T_v) + \frac{h_{vnat}}{2}(T_n - T_v) = U_{t1}(T_v - T_a) \quad (II.3)$$

- Dans l'absorbeur :

$$(\tau_v \alpha_n) \Phi_g = h_{vnf}(T_n - T_f) + \frac{h_{vnat}}{2}(T_n - T_v) + h_{mAl}(T_n - T_{Al}) + h_{mv}(T_n - T_v) \quad (II.4)$$

- Dans le fluide caloporteur :

$$h_{vnf}(T_n - T_f) = h_{vAlf}(T_f - T_{Al}) + Qu \quad (II.5)$$

- Dans le plan d'écoulement inférieur (plaque d'aluminium) :

$$h_{vAlf}(T_f - T_{Al}) + h_{mAl}(T_n - T_{Al}) = U_b(T_{Al} - T_a) \quad (II.6)$$

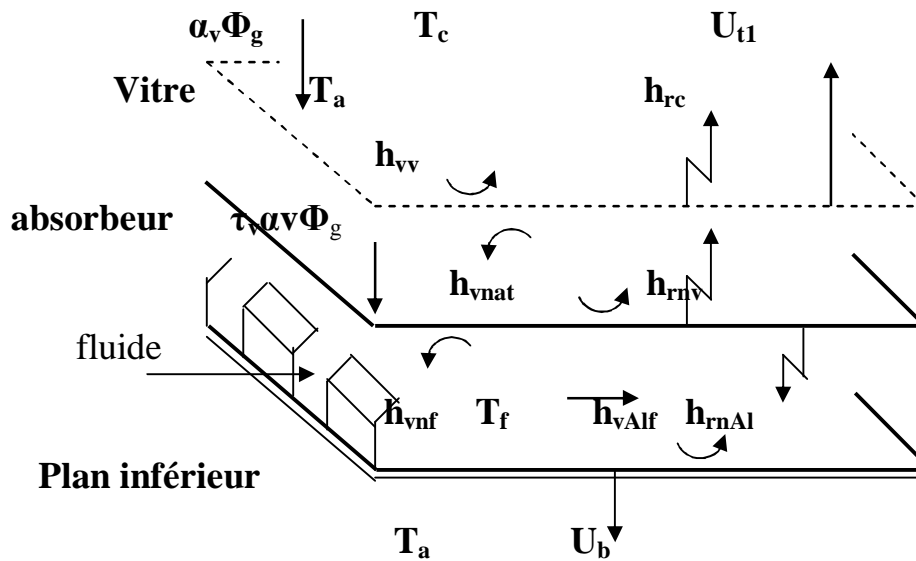


Fig.II.2. Représentation schématique des échanges thermiques qui ont lieu dans l'isolateur

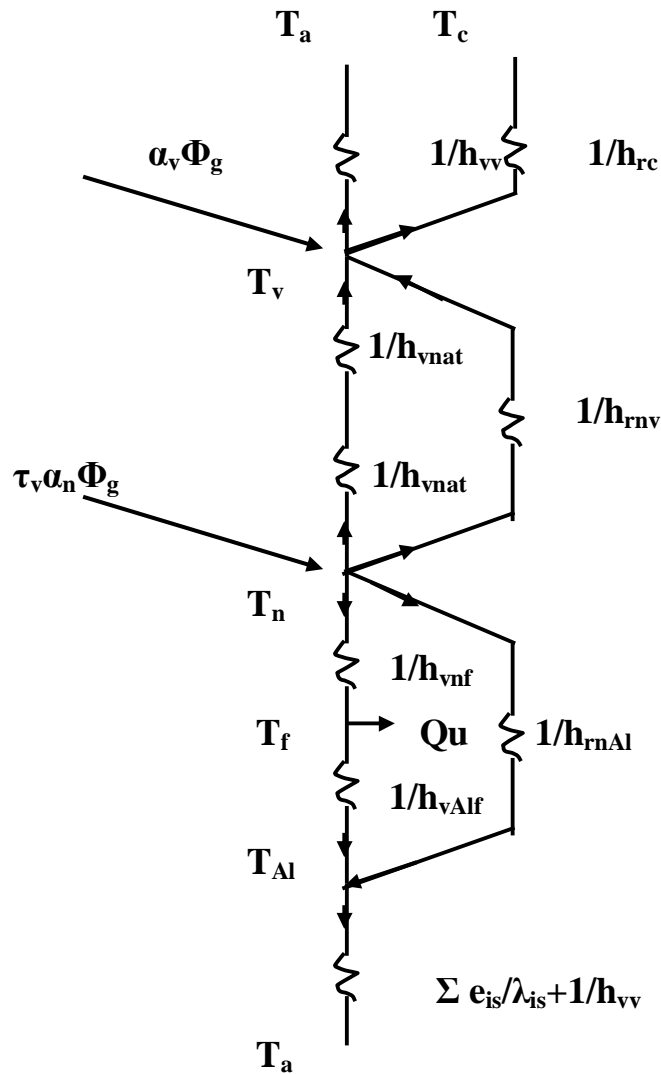
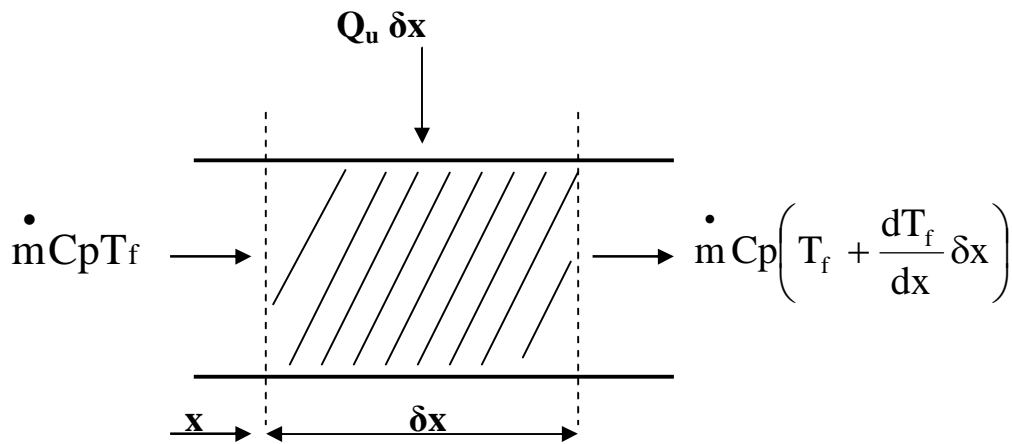


Fig.II.3. Schéma électrique équivalent relatif à une section de l'insolateur

- **Distribution de la température selon la direction de l'écoulement de l'air**

On considère la tranche “ $\delta x$ ” voir figure (II.4). La température de l'air est supposée uniforme au niveau de la section de la veine mobile de l'insolateur démunie des chicanes.

Fig.II.4. Tranche fictive «  $\delta x$  »

La conservation de l'énergie dans cette tranche nous donne

Avec  $l$  étant la largeur du capteur :

$$\dot{m} Cp T_f + Q_u \cdot l \cdot \delta x = \dot{m} Cp \left( T_f + \frac{dT_f}{dx} \delta x \right) \quad (\text{II-7})$$

Après simplification, on obtient :

$$\frac{dT_f}{dx} = \frac{Q_u \cdot l}{\dot{m} Cp} \quad (\text{II-8})$$

Nous supposons, comme on le fait généralement, que le transfert de chaleur avec le fluide (air) de température  $T_f$  est uniforme le long du capteur de longueur  $L$ . L'intégration de l'équation (II-8) entre les deux pôles du capteur nous donne :

$$T_f(x) = \left( \frac{Q_u \cdot l}{\dot{m} Cp} \right) x + T_{fe} \quad (\text{II-9})$$

Où  $T_{fe}$  est la température d'entrée de l'air, et  $T_{fs}$ , la température de sortie qui a pour valeur :

$$T_{fs} = \frac{Q_u \cdot l \cdot L}{\dot{m} Cp} + T_{fe} \quad (\text{II-10})$$

Supposons aussi que la température du fluide varie linéairement le long du capteur, la valeur moyenne de la température est par conséquent étant égale à la moyenne arithmétique entre l'entrée et la sortie :

$$T_{fm} = \frac{(T_{fs} + T_{fe})}{2}$$

A partir des deux dernières équations, on déduit :

$$Q_u = \frac{2 \dot{m} C_p (T_{fm} - T_{fe})}{A} \quad (\text{II.9})$$

Où :  $A = l \cdot L$

En remplaçant la valeur de la puissance utile dans le système d'équations du bilan, on aboutit aux équations suivantes :

$$\left( \frac{h_{vnat}}{2} + h_{mv} + U_{t1} \right) T_v - \left( \frac{h_{vnat}}{2} + h_{mv} \right) T_n = \alpha_v \Phi_g + U_{t1} T_a \quad (\text{II.10})$$

$$\left( \frac{h_{vnat}}{2} + h_{mv} \right) T_v + \left( \frac{h_{vnat}}{2} + h_{vnf} + h_{mv} + h_{mAl} \right) T_n - h_{vnf} T_f - h_{mAl} T_{Al} = (\tau_v \alpha_n) \Phi_g \quad (\text{II.11})$$

$$h_{vnf} T_n - \left( h_{vnf} + h_{vAlf} + \frac{2 \dot{m} C_p}{A} \right) T_f + h_{vAlf} T_{Al} = - \frac{2 \dot{m} C_p}{A} T_{fe} \quad (\text{II.12})$$

$$- h_{mAl} T_n - h_{vAlf} T_f + (h_{mAl} + U_b + h_{vAlf}) T_{Al} = U_b T_a \quad (\text{II.13})$$

Ce système d'équations peut être sous la forme d'une équation matricielle de dimension 4 :

$$[A]\{T\} = \{B\} \quad \text{où} \quad \{T\} = \begin{bmatrix} T_v \\ T_n \\ T_f \\ T_{Al} \end{bmatrix} \quad (\text{II.14})$$

Les températures sont déterminées par la matrice inverse :

$$\{T\} = [A]^{-1} \{B\}$$

Tous ces calculs nécessitent la connaissance des valeurs des coefficients d'échange par convection, par rayonnement et par conduction, ainsi que les valeurs des coefficients des pertes par l'avant et par l'arrière  $U_{t1}$  et  $U_b$  qui sont formulées par [9]:

$$U_{t1} = (h_{vv} + h_{rc}) \quad \text{et} \quad U_b = \frac{1}{\sum \frac{e_{is}}{\lambda_{is}} + \frac{1}{h_{vv}}}$$

### II.2.2. METHODE GLOBALE

Cette deuxième méthode est celle suivie par Hottel, Whillier et Bliss [9]. Elle suppose que le régime est permanent et que les éléments de l'insolateur se trouvent chacun à une température moyenne constante ; elle néglige donc les effets de l'inertie thermique.

Notre choix s'est porté sur cette méthode pour la modélisation et l'étude des performances de l'insolateur, car la variation de la température à l'entrée du capteur est faible est les performances que nous déterminons sont instantanées.

L'équation de la chaleur dans le fluide caloporteur s'écrit :

$$\rho C_p \left( \frac{\delta T_f}{\delta t} + \vec{v}_f \cdot \vec{\text{grad}} T_f \right) = \text{div}(\vec{q}) + \sigma_T \quad (\text{II.15})$$

Où  $q$  est le flux par conduction dans le fluide,  $\sigma_T$  l'amplitude volumique de la source de chaleur d'origine solaire par unité de volume du fluide caloporteur de masse volumique  $\rho$ .

En régime permanent on néglige la conduction dans le fluide, il vient [21] :

$$\rho C_p \vec{v}_f \cdot \vec{\text{grad}} T = \sigma_T \quad (\text{II.15})'$$



Si l'écoulement s'effectue suivant la coordonnée  $x$ , cette équation s'écrit :

$$\rho C_p v_f \frac{\delta T_f}{\delta x} = \sigma_T \quad (\text{II-15})''$$

Où :

$$\sigma_T = \frac{Qu}{e}$$

En introduisant le coefficient global des pertes thermiques entre l'absorbeur et l'air extérieur désigné par  $U_L$ , la puissance utile s'écrit par conséquent :

$$P_u = A Q_u = A [(\tau_v \alpha_n) \Phi_g - U_L (T_n - T_a)] \quad (\text{II.16})$$

Où  $A$  est la surface de captation.

Si le transfert était idéal, on aurait  $T_f = T_n$ , et on pourrait alors écrire :

$$P_u' = A [(\tau_v \alpha_n) \Phi_g - U_L (T_f - T_a)] \quad (\text{II.16})'$$

En fait, la condition  $T_f = T_n$  n'est jamais satisfaite, on est donc amené à définir un coefficient d'efficacité local de transfert air-absorbeur noté "  $F$  ", qui représente le rapport de la puissance utile à la puissance récupérée par l'insolateur lorsque la température de l'absorbeur est précisément celle du fluide.

$$F' = \frac{[(\tau_v \alpha_n) \Phi_g - U_L (T_n - T_a)]}{[(\tau_v \alpha_n) \Phi_g - U_L (T_f - T_a)]} \quad (\text{II.17})$$

Soit :

$$P_u' = A F' [(\tau_v \alpha_n) \Phi_g - U_L (T_f - T_a)] \quad (\text{II.18})$$

En introduisant le débit massique  $\dot{m}$ , l'équation de la chaleur s'écrit :

$$\dot{m} C_p v_f \frac{\delta T_f}{\delta x} = l \cdot F' \left[ (\tau_v \alpha_n) \Phi_g - U_L (T_f - T_a) \right] \quad (\text{II.19})$$

Si l'on suppose que  $F'$  et  $U_L$  ne dépendent pas de  $x$ , la solution est de la forme :

$$\frac{T_f - T_a - \frac{(\tau_v \alpha_n) \Phi_g}{U_L}}{T_{fe} - T_a - \frac{(\tau_v \alpha_n) \Phi_g}{U_L}} = \exp \left( - \frac{U_L \cdot l \cdot F' x}{\dot{m} C_p} \right) \quad (\text{II.20})$$

La température  $T_{fs}$  du fluide à la sortie de l'isolateur de longueur  $L$  est donc telle que :

$$\frac{T_{fs} - T_a - \frac{(\tau_v \alpha_n) \Phi_g}{U_L}}{T_{fe} - T_a - \frac{(\tau_v \alpha_n) \Phi_g}{U_L}} = \exp \left( - \frac{U_L \cdot l \cdot F' L}{\dot{m} C_p} \right) \quad (\text{II.21})$$

En fait, l'équation (II.18) qui est fonction de  $F'$  qui est aussi fonction de  $T_f$  et  $T_n$ , dépend donc de ces deux températures. La première est une donnée du problème, alors que la seconde est une inconnue.

Il est pratique d'exprimer la puissance utile en termes de conditions d'entrée en définissant un autre coefficient global de transfert air-absorbeur par :

$$F_R = \frac{[(\tau_v \alpha_n) \Phi_g - U_L (T_n - T_a)]}{[(\tau_v \alpha_n) \Phi_g - U_L (T_{fe} - T_a)]} \quad (\text{II.22})$$

En introduisant le débit massique par  $m^2$  de capteur  $G_c = \frac{\dot{m}}{l \cdot L}$ , la puissance  $Q_u$  récupérée par le fluide par  $m^2$  de captation est :

$$\begin{aligned}
Q_u &= G_c Cp(T_{fs} - T_{fe}) = G_c Cp \left[ \left( T_{fs} - T_{fa} - \frac{(\tau_v \alpha_n) \Phi_g}{U_L} \right) - \left( T_{fe} - T_{fa} - \frac{(\tau_v \alpha_n) \Phi_g}{U_L} \right) \right] \\
&= G_c Cp \left[ \left( T_{fe} - T_a - \frac{(\tau_v \alpha_n) \Phi_g}{U_L} \right) \exp\left(-\frac{F' U_L}{G_c Cp}\right) - \left( T_{fe} - T_a - \frac{(\tau_v \alpha_n) \Phi_g}{U_L} \right) \right] \\
&= \frac{G_c Cp}{U_L} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{F' U_L}{G_c Cp}\right) \right] \left( \frac{(\tau_v \alpha_n) \Phi_g}{U_L} - U_L (T_{fe} - T_a) \right) \\
Q_u &= F_R [(\tau_v \alpha_n) \Phi_g - U_L (T_{fe} - T_a)] \tag{II.23}
\end{aligned}$$

Avec :

$$F_R = \frac{G_c Cp}{U_L} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{F' U_L}{G_c Cp}\right) \right] \tag{II.24}$$

En introduisant la surface **A** du capteur, Le coefficient **F<sub>R</sub>** s'écrit :

$$F_R = \frac{\dot{m} Cp}{A U_L} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{F' U_L A}{\dot{m} Cp}\right) \right] \tag{II.25}$$

### II.3. MODELISATION DES COEFFICIENTS D'ECHANGES THERMIQUES

En plus des hypothèses générales mentionnées pour la modélisation des capteurs utilisant la méthode globale, on pose les hypothèses particulières suivantes :

- La conduction thermique dans le sens de l'écoulement est négligeable,
- Le vent extérieur est supposé de direction toujours parallèle aux faces de l'isolateur.
- Les gradients transversaux de température dans l'absorbeur sont négligés (la conductivité thermique de l'absorbeur est supposée très grande).

Pour déterminer les divers coefficients d'échange thermique "h", les relations suivantes sont utilisées, selon qu'il s'agit d'un transfert par conduction, rayonnement ou convection.

### II.3.1 TRANSFERT CONDUCTIF

Les coefficients d'échange par conduction à travers l'isolant et le bois vers l'arrière de l'isolateur est donné par :

$$h_{\text{cond}} = \frac{\lambda_{\text{is}}}{e_{\text{is}}} + \frac{\lambda_{\text{b}}}{e_{\text{b}}} \quad (\text{II.26})$$

Où :

$\lambda_{\text{is}}$  et  $\lambda_{\text{b}}$  sont respectivement les conductivités thermiques de l'isolant et du bois et  $e_{\text{is}}$  et  $e_{\text{b}}$  sont respectivement les épaisseurs de l'isolant et du bois.

### II.3.2. TRANSFERT RADIATIF

On considère un transfert radiatif entre deux plaques parallèles de températures  $T_1$  et  $T_2$  (exprimées en Kelvin), On applique la formule [22] :

$$h = \frac{\sigma(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{12}} - \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \frac{S_1}{S_2}}$$

Où :

$T_1$  et  $T_2$  sont les températures absolues des deux faces, supposées uniformes,

$\varepsilon_1$  est l'émissivité du milieu i (de surface  $S_i$ ),

$F_{12}$  est le facteur de forme géométrique entre les surfaces  $S_1$  et  $S_2$ , pris généralement pour les diverses parties de l'isolateur égale à 1,

$\sigma$  est la constante de Stephane-Boltzmann.

- Entre la vitre et la voûte céleste

D'après [6], le coefficient d'échange radiatif s'écrit :

$$h_{rc} = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon_v (1 - \cos \beta) (T_v + T_c) (T_v^2 + T_c^2) \quad (\text{II.27})$$

Où :

$\beta$  est l'inclinaison du capteur par rapport à l'horizontale et les températures  $T_v$  et  $T_c$  sont les températures absolues de la vitre et de la voûte céleste.

$T_c$  est la température équivalente de la voûte céleste donnée par la relation de Swinbank (1963) :

$$T_c = 0.0552 T_a^{1.5} \quad (\text{II.28})$$

- Entre la vitre et l'absorbeur

$$h_{rv} = \frac{\sigma (T_v + T_n) (T_v^2 + T_n^2)}{\frac{1}{\varepsilon_v} + \frac{1}{\varepsilon_{nmat}} - 1} \quad (\text{II.29})$$

- Entre l'absorbeur et la plaque d'aluminium placée sur l'isolant

$$h_{rnAl} = \frac{\sigma (T_n + T_{Al}) (T_n^2 + T_{Al}^2)}{\frac{1}{\varepsilon_{nAl}} + \frac{1}{\varepsilon_{Al}} - 1} \quad (\text{II.30})$$

### II.3.3. TRANSFERT CONVECTIF

On distingue deux types d'échanges convectifs :

- Ceux dus au vent,
- Ceux intervenant dans l'insolateur.

- **Transfert convectif dû au vent**

La relation suivante de Hottel et Woertz est généralement admise [14] :

$$h_{vv} = 5.67 + 3.86 \cdot V_v \quad (\text{II.31})$$

Où :  $V_v$  est la vitesse du vent en (m/s).

- **Transfert convectifs dans le capteur**

- Entre l'absorbeur et la vitre

Le coefficient de pertes par conduction-convection naturelle, entre l'absorbeur et la vitre, rapporté dans [17] s'écrit :

$$h_{vnat} = 1.42 \left[ \frac{(T_n + T_a) \sin \beta}{L} \right]^{1/4} \quad (\text{II.32})$$

Les températures  $T_n$  et  $T_a$  sont exprimées en Kelvin.

- Dans la veine d'air mobile

En ce qui concerne la convection forcée, et dans le cas des conduits rectangulaires, l'échange entre l'absorbeur et le fluide caloporteur est caractérisé par le coefficient :

$$h_{vnf} = \frac{Nu \lambda_f}{DH} \quad (\text{II.33})$$

- Pour les capteurs munis de rugosité artificielle,  $h_{vnf}$  est considéré comme le coefficient d'échange moyen [23], il est aussi calculé par la formule (II.33).

Le nombre de Nusselt se calcule à partir de la corrélation de Kays suivante [9] :

$$Nu = 0.0158 \cdot Re^{0.8} \quad \text{pour} \quad \frac{L}{D_H} > 10 \quad (\text{II.34})$$

Où le nombre de Reynolds est donné par :

$$Re = \frac{V_f DH}{\nu_f}$$

- Le coefficient d'échange entre la plaque d'aluminium et le fluide caloporteur est donné par :

$$h_{vAlf} = h_{vnf} \quad (\text{II.35})$$

• La vitesse de l'air dans le conduit mobile  $V_f$ , dépend des paramètres géométriques de la veine d'air utile et de la forme des chicanes (Fig.II.5), elle s'exprime par :

$$V_f = \frac{\dot{m}}{\rho_f A_f} \quad (\text{II.36})$$

La section de passage de l'air  $A_f$  dans la veine d'air mobile, est calculée comme suit :

-Capteur sans chicanes

$$A_f = l \cdot e \quad (\text{II.37})$$

-Capteur muni de chicanes

$$A_f = (l \cdot e) - n \cdot (\varepsilon \cdot b_{ch}) \quad (\text{II.38})$$

Où :  $n$  est le nombre de chicanes par rangée,

• Le diamètre hydraulique est défini par le rapport de quatre fois la section de passage du fluide au périmètre mouillé. Pour ne pas alourdir le texte, dans l'annexe (2) on présente quelques définitions données par différents ouvrages. Selon qu'ils s'agit d'un capteur sans ou avec chicanes, on le calcule par :

-Capteur solaire sans chicanes

$$D_H = \frac{4 \cdot l \cdot e}{2(l + e)} \quad (\text{II.39})$$

-Capteur solaire muni de chicanes

Le diamètre hydraulique est calculé à partir du schéma équivalent suivant, ou on tient en compte de la section obturée transversale par une rangée constituée de  $N$  chicanes disposé devant le passage du fluide.

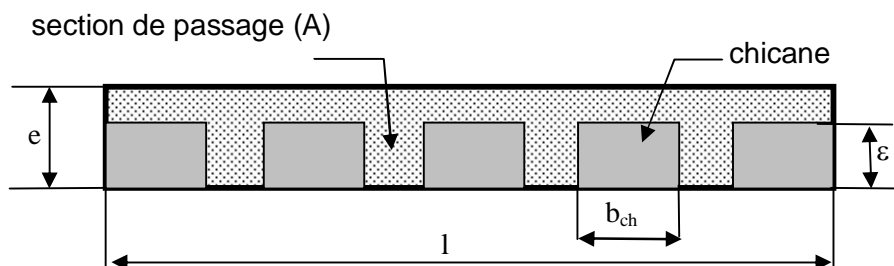


Fig.(II.5). Section de passage.

L'aire de la section de passage du fluide est :  $A=el-n\varepsilon\cdot l$

Le périmètre mouillé en contact avec le fluide est :  $P=2l+2e+2(n-2)\varepsilon$

Par conséquent le diamètre hydraulique équivalent peut être exprimé comme suit :

$$D_H = \frac{4.A}{P} = \frac{2(el-n\varepsilon\cdot l)}{(N-2)\varepsilon+l+e} \quad (\text{II.40})$$

#### II.4. PUISSANCE INCIDENTE « $\Phi_g$ »

La puissance incidente  $\Phi_g$  reçue par un mètre carré de surface d'insolateur incliné d'un angle  $\beta$ , peut être déterminée théoriquement (cf. Annexe1), elle s'écrit :

$$\Phi_g = \Phi_{b\beta} + \Phi_{d\beta}$$

Où :

$\Phi_{b\beta}$  est la composante directe,

$\Phi_{d\beta}$  est la composante diffuse.

La puissance transmise à travers le vitrage est donc égale à (  $\Phi_{b\beta}\tau + \Phi_{d\beta}\tau_d$  ) en désignant par  $\tau$  la transmittivité totale directionnelle et  $\tau_d$  la transmittivité totale hémisphérique.

L'absorbeur capte la fraction  $\alpha_n$  de cette puissance transmise, et réfléchit vers le vitrage la fraction  $(1 - \alpha_n)$ . Si  $r_{vd}$  est la réflectibilité hémisphérique du vitrage, celui-ci réfléchit vers l'absorbeur la fraction  $(1 - \alpha_n) \cdot r_{vd}$ . Ce dernier absorbe à nouveau la fraction  $\alpha_n \cdot (1 - \alpha_n) \cdot r_{vd}$  et réfléchit vers le vitrage la fraction  $(1 - \alpha_n)^2 \cdot r_{vd}$ . La fraction  $(1 - \alpha_n)^2 \cdot r_{vd}^2$  est à nouveau, réfléchi vers l'absorbeur et ainsi de suite.

Après n réflexions sur le vitrage, la fraction réfléchi vers l'absorbeur est  $(1 - \alpha_n)^n \cdot r_{vd}^n$  de sorte qu'après une infinité de réflexions, la puissance captée est :



$$\Phi_n = \sum_{n=0}^{\infty} (1 - \alpha_n)^n r_{vd}^n (\Phi_{b\beta} \tau + \Phi_{d\beta} \tau_d) = \frac{\alpha_n (\Phi_{b\beta} \tau + \Phi_{d\beta} \tau_d)}{1 - (1 - \alpha_n)^n r_{vd}} \quad (\text{II.41})$$

Le rendement optique  $\eta_0$  de l'insolateur défini par le quotient  $\Phi_n/\Phi_g$ , est également appelé 'transmittivité-absorptivité effective' de l'insolateur et noté par  $(\tau_v \alpha_n)$  qui vaut donc :

$$\eta_0 = \tau_v \alpha_n = \frac{\alpha_n (\Phi_{b\beta} \tau + \Phi_{d\beta} \tau_d)}{(1 - (1 - \alpha_n)^n r_{vd}) (\Phi_{b\beta} + \Phi_{d\beta})} \quad (\text{II.42})$$

Pour la suite, on se limitera à déterminer la puissance  $\Phi_n$  par  $m^2$  de surface de captation de l'insolateur en utilisant la formule suivante :

$$\Phi_n = (\tau_v \alpha_n) \Phi_g \quad (\text{II.43})$$

## II.5. CALCUL DES PERTES THERMIQUES « $Q_p$ »

Supposons que :

- Le régime est permanent,
- La puissance  $Q_v$  absorbée par la vitre est négligeable,

Ces hypothèses nous permettent d'exprimer les pertes globales de l'absorbeur  $Q_p$  par  $m^2$  de surface de captation de l'insolateur à l'aide du coefficient de pertes  $U_L$  et l'inverse est la résistance au transfert thermique entre les potentiels  $T_n$  et  $T_a$  :

$$Q_p = U_L (T_n - T_a) = Q_{p1} + Q_{p2} \quad (\text{II.44})$$

Si les pertes latérales sont négligeables,  $Q_{p1}$  désignera les pertes à l'avant et  $Q_{p2}$ , les pertes à l'arrière.

### II.5.1. PERTES A L'AVANT « $U_t$ »

Afin de déterminer le coefficient de pertes à l'avant  $U_t$  qui dépend de plusieurs paramètres, parmi eux le nombre et l'épaisseur de la couverture transparente [24], Klein a proposé la formule suivante qui exprime les pertes à l'avant  $Q_{pl}$  en fonction de la température de l'absorbeur, indépendamment de celle de la vitre :

$$Q_{pl} = \frac{T_n - T_a}{N \left( \frac{C}{T_n} \right) \left( \frac{T_n - T_a}{N + f} \right)^{0.33} + \frac{1}{h_{vv}}} + \frac{\sigma (T_n^4 - T_a^4)}{\frac{1}{\varepsilon_{n\beta} + 0.05N(1 - \varepsilon_{n\beta})} + \frac{2N + f - 1}{\varepsilon_{v\beta}} - N} \quad (\text{II.45})$$

Les températures  $T_n$  et  $T_a$  sont exprimées en Kelvin.

Cette équation est valable pour :

$$47^\circ\text{C} < T_n < 147^\circ\text{C}, \quad -13^\circ\text{C} < \varepsilon_{v\beta} < 37^\circ\text{C}, \quad 0.1 < \varepsilon_{vb} < 0.95,$$

$$V_v < 10 \text{ m/s}, \quad 1 < N < 3 \quad \text{et} \quad 0 < \beta < 90^\circ$$

Où :

$N$  : est le nombre de vitrage,

$\varepsilon_{n\beta}$  : est l'émissivité de l'absorbeur pour une inclinaison  $\beta$  de celui-ci.

$\varepsilon_{vb}$  : est l'émissivité de la vitre pour une inclinaison  $\beta$  de l'isolateur,

$f$  : est le facteur correctif tenant compte de l'effet du vent, il s'exprime par :

$$f = \left( 1 - 0.04 \cdot h_{vv} + 0.0005 \cdot h_{vv}^2 \right) (1 + 0.091 \cdot N) \quad (\text{II.46})$$

$C$  est le facteur tenant compte de l'influence de l'inclinaison de l'isolateur sur les coefficients de convection dans les conduits non utiles, il est exprimé par :

$$C = 365.9 \left( 1 - 0.0088\beta + 0.00012\beta^2 \right) \quad (\text{II.47})$$

$\beta$  étant exprimée en degrés.

Finalement, les pertes  $U_t$  sont données par :

$$U_t = \frac{Q_{p1}}{T_n - T_a} \quad (\text{II.48})$$

### II.5.2. PERTES A L'ARRIERE « $U_b$ »

L'expression des pertes de la face arrière de l'insolateur est :

$$U_b = \frac{1}{\frac{e_{is}}{\lambda_{is}} + \frac{e_b}{\lambda_b} + \frac{1}{h_{vv}}} \quad (\text{II.49})$$

Où :

$h_{vv}$  est le coefficient d'échange convectif dû au vent entre la face inférieure de l'insolateur et l'air extérieur.

## II.6. ALGORITHME DE CALCUL DES PERFORMANCES DE L'INSOLATEUR PLAN A AIR

Les différentes étapes de l'algorithme de calcul des performances thermiques de l'insolateur sont représentées sur la figure (II.6). En utilisant la méthode globale de Hottel, Whillier et Bliss, ces étapes de calcul sont les suivantes :

### 1-Introduction des données

- Dimensions de l'insolateur (largeur, longueur, inclinaison, etc.),
- Caractéristiques des chicanes, si utile,
- Données météorologiques,  $\Phi_g$ ,  $T_a$ ,  $V_v$ ,
- Débit massique du fluide caloporteur  $\dot{m}$ ,
- Température d'entrée du fluide  $T_{fe}$ .

## 2-Initialisation des températures moyennes

- $T_f$  du fluide dans l'insolateur,
- $T_n$  de l'absorbeur,
- $T_{Al}$  de la plaque d'aluminium placée sur l'isolant,
- $T_v$  de la vitre.

## 3-Calcul du coefficient de transfert convectif $h_{vv}$ : dû au vent, voir équation (II.31)

## 4-Calcul du coefficient des pertes par conduction-convection naturelle $h_{vnat}$ :

entre l'absorbeur et la vitre, voir équation (II.32)

## 5-Calcul du coefficient de transfert radiatif $h_{rc}$ , $h_{rnv}$ et $h_{rnAl}$ : par les formules respectives (II.27), (II.29) et (II.30)

## 7-Calcul des pertes $U_t$ : de la face avant de l'insolateur en utilisant la corrélation de Klein (II.45) et l'équation (II.48)

## 8-Calcul des pertes $U_b$ : de la face inférieure de l'insolateur en utilisant la relation (II.49)

## 9-Calcul du coefficient $U_L$ : des pertes totales de l'insolateur en tenant compte des échanges radiatifs [14], qui s'écrit sous la forme :

$$U_L = \frac{(U_t + U_b)(h_{vnf} h_{vAlf} + h_{vnf} h_{rnAl} + h_{vAlf} h_{rnAl}) + U_b U_t (h_{vnf} + h_{vAlf})}{h_{vnf} h_{rnAl} + h_{vAlf} U_t + h_{vAlf} h_{rnAl} + h_{vnf} h_{vAlf}}$$

Sachant que :  $h_{vAlf} = h_{vnf}$ , il vient alors :

$$U_L = \frac{(U_t + U_b)(h_{vnf} + 2h_{rnAl}) + 2U_b U_t}{U_t + 2h_{rnAl} + h_{vnf}} \quad (II.50)$$

-Si le capteur sans chicanes, ne contient pas la plaque d'aluminium placée sur l'isolant dans la veine d'air mobile, on ne tient pas compte des échanges radiatifs et on peut écrire :

$$U_L = U_t + U_b \quad (II.50a)$$

**10-Calcul du coefficient d'efficacité  $F'$**  : tenant compte des échanges radiatifs [12] :

$$F' = \frac{h^{rnAl} h_{vnf} + h_{vAlf} U_t + h_{vAlf} h_{rnAl} + h_{vnf} h_{vAlf}}{(U_t + h_{rnAl} + h_{vnf})(U_b + h_{vAlf} + h_{rnAl}) - h_{rnAl}^2}$$

Pour :  $h_{vAlf} = h_{vnf}$ , on about à :

$$F' = \frac{h_{vnf} (U_t + 2h_{rnAl} + h_{vnf})}{(U_t + h_{rnAl} + h_{vnf})(U_b + h_{vAlf} + h_{rnAl}) - h_{rnAl}^2} \quad (II.51)$$

-Par contre, lorsque le capteur sans chicanes ne dispose pas de la plaque d'aluminium sur l'isolant, les échanges radiatifs étant négligés, le coefficient  $F'$  peut être calculé par l'expression suivante :

$$F' = \frac{1}{1 + \frac{U_L}{h_{vnf}}} \quad (II.51a)$$

**11-Calcul du coefficient de correction  $F_R$** , à l'aide de l'équation (II.25)

**12-Calcul de la puissance utile  $Q_u$**  : fournie par l'isolateur à partir de la relation :

$$Q_u = F_R [(\tau_v \alpha_n) \Phi_g - U_L (T_{fe} - T_a)] \quad (II.52)$$

**13-Recalcul de la température moyenne du fluide  $T_f$**  avec la relation suivante de Klein

$$T_f = T_{fe} + \frac{Q_u}{U_L F_R} \left(1 - \frac{F_R}{F'}\right) \quad (II.53)$$

**14-Calcul de la température moyenne de la plaque d'aluminium  $T_{Al}$** , déduite des équations (II.54) à (II.56) du bilan, selon qu'il s'agit d'un capteur sans ou avec des chicanes :

L'adjonction des chicanes (en aluminium) dans la veine d'air mobile de l'isolateur (Fig.II.1), permet l'augmentation de la surface d'échange convectif. Cependant, en plus de la surface d'échange avec le fluide caloporteur, de l'absorbeur, on dispose d'une autre surface d'échange composée de plusieurs petites surfaces placées verticalement en quinconce dans le sens de l'écoulement de l'air. Par conséquent, le coefficient d'échange convectif  $h_{vAlf}$  entre la plaque d'aluminium et le fluide caloporteur est précédé d'un facteur noté « **fact** » qui tient compte de cette surface d'échange supplémentaire des chicanes. Et on peut donc déduire le coefficient des pertes totales de l'isolateur qui découle des équations du bilan suivantes :

$$(\tau_v \varepsilon_n) \Phi_g + U_t (T_a - T_n) + h_{rnAl} (T_{Al} - T_n) + h_{vnf} (T_f - T_n) = 0 \quad (II.54)$$

$$h_{vnf} (T_n - T_f) + fact \cdot h_{vAlf} (T_n - T_f) = Qu \quad (II.55)$$

$$U_b (T_a - T_{Al}) + fact \cdot h_{vAlf} (T_f - T_{Al}) + h_{fnAl} (T_n - T_{Al}) = 0 \quad (II.56)$$

En effet :

$$fact = 1 + \frac{A_{ch}}{A}$$

Où :

$A_{ch}$  est la surface d'échange des chicanes placées dans le sens perpendiculaire à l'écoulement et supposées à la températures de la plaque d'aluminium (le contact entre la plaque d'aluminium et les chicanes supposé parfait), elle est donnée par :

$$A_{ch} = n \cdot (\varepsilon \cdot b_{ch}) \cdot N_n$$

Où :  $n$  est le nombre de chicanes par rangée,

$N_n$  est le nombre de rangée.

- Capteur sans chicanes

$$T_{Al} = T_f + \frac{h_{rnAl} (\tau_v \alpha_n) \Phi_g - (T_f - T_a)(U_t U_b + U_b h_{vnf} + h_{rnAl} (U_t + U_b)) + \text{terme}}{(U_t + h_{rnAl} + h_{vnf})(U_b + h_{vAlf} + h_{rnAl}) - h_{rnAl}^2}$$

Avec : terme =  $T_f (h_{vAlf} + h_{vnf})(U_t + h_{rnAl} + h_{vnf})$

Pour :  $h_{vAlf} = h_{vnf}$ , on about à :

$$T_{Al} = T_f + \frac{h_{rnAl} (\tau_v \alpha_n) \Phi_g - (T_f - T_a)(U_t U_b + U_b h_{vAlf} + h_{rnAl} (U_t + U_b))}{(U_t + h_{rnAl} + h_{vAlf})(U_b + h_{vAlf} + h_{rnAl}) - h_{rnAl}^2} \quad (II.57)$$

- Capteur muni de chicanes :

$$T_{Al} = T_f + \frac{h_{rnAl} (\tau_v \alpha_n) \Phi_g - (T_f - T_a)(U_t U_b + U_b h_{vnf} + h_{rnAl} (U_t + U_b)) + \text{terme}}{(U_t + h_{rnAl} + h_{vnf})(U_b + \text{fact} \cdot h_{vAlf} + h_{rnAl}) - h_{rnAl}^2}$$

Avec : terme =  $T_f (\text{fact} \cdot h_{vAlf} + h_{vnf})(U_t + h_{rnAl} + h_{vnf})$

Pour :  $h_{vAlf} = h_{vnf}$ , on aboutit à :

$$T_{Al} = T_f + \frac{h_{rnAl} (\tau_v \alpha_n) \Phi_g - (T_f - T_a)(U_t U_b + U_b h_{vAlf} + h_{rnAl} (U_t + U_b))}{(U_t + h_{rnAl} + h_{vAlf})(U_b + \text{fact} \cdot h_{vAlf} + h_{rnAl}) - h_{rnAl}^2} \quad (II.58)$$

Avec : terme =  $T_f \cdot h_{vAlf} (\text{fact} - 1)(U_t + h_{rnAl} + h_{vAlf})$

**15-Recalcul de la température moyenne de l'absorbeur  $T_n$** , d'après le bilan énergétique,

- Capteur muni de la plaque d'aluminium et sans chicanes :

$$T_n = 2T_f + \frac{Qu}{h_{vnf}} - T_{Al} \quad (II.59)$$

- Capteur sans plaque d'aluminium et sans chicanes [21]

$$T_n = T_f + \frac{Qu}{h_{vnf}} \quad (II.60)$$

- Capteur muni de la plaque d'aluminium et de chicanes

$$T_n = \frac{(1 + \text{fact}) \cdot T_f + \frac{Qu}{h_{vnf}} - T_{Al}}{\text{fact}} \quad (\text{II.61})$$

**16-Calcul de la température moyenne de la vitre  $T_v$** , d'après le bilan énergétique, elle s'écrit :

$$T_v = \frac{\alpha_v \Phi_g + T_n + \left( h_{mnv} + \frac{h_{vnat}}{2} \right) h_{vv} T_n + h_{rc} T_c}{h_{mnv} + \frac{h_{vnat}}{2} + h_{vv} + h_{rc}} \quad (\text{II.62})$$

**17-Comparer**, la valeur initiale de  $T_n$  et celle calculée. Si l'écart est trop important, réitérer à partir de (3), sinon continuer.

**18-Calcul de :**

- La température du fluide à la sortie du capteur :

$$T_{fs} = T_{fe} + \frac{AQu}{m Cp} \quad (\text{II.63})$$

- Le rendement thermique de l'insolateur  $\eta$  :

Le rendement thermique de l'insolateur représente le rapport de la puissance utile à la puissance incidente :

$$\eta = \frac{Qu}{\Phi_g} = \frac{P_u}{A\Phi_g} \quad (\text{II.64})$$

Il peut être aussi donné en fonction du rapport de la différence de température ( $T_{fe}-T_a$ ) au flux global incident  $\Phi_g$  :

$$\eta = \frac{P_u}{A\Phi_g} = F_R (\tau_v \alpha_n) - F_R U_L \frac{T_{fe} - T_a}{\Phi_g} \quad (\text{II.65})$$

$$|T - T_n| < \varepsilon$$



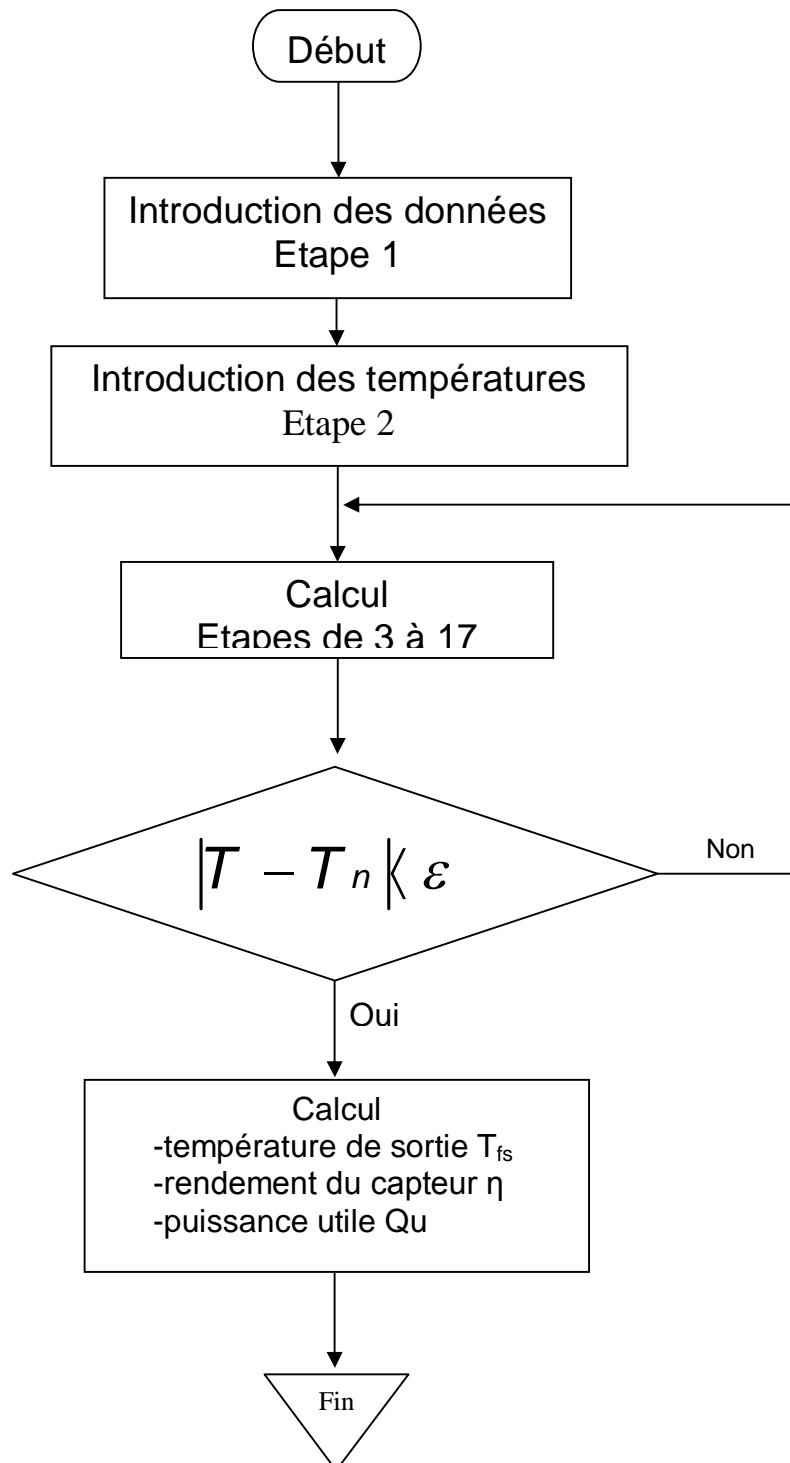


Fig.(II.6) : Organigramme simplifié de calcul des performances de l'insolateur.