

La commande par mode glissant flou

1. Introduction

La commande par mode glissant a largement prouvé son efficacité à travers plusieurs études théoriques, ses principaux domaines d'application sont la robotique [34], [35], [36] et la commande des moteurs électriques [37]. L'avantage que procure une telle commande qui la rend aussi importante, est sa robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes du modèle. Cependant, ces performances sont obtenues au prix de certains inconvénients: l'apparition du phénomène de chattering ou broutement provoqué par la partie discontinue de la commande qui peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs, le système est soumis à chaque instant à une commande élevée afin d'assurer sa convergence vers l'état désiré et ceci n'est pas souhaitable.

Parmi les solutions proposées à ces problèmes on peut citer la commande par mode glissant à bande limite qui consiste à remplacer la fonction de commutation par une fonction de saturation. Mais, cette solution n'est qu'un cas particulier de la commande par mode glissant flou, d'où l'intérêt à utiliser une commande qui combine la logique floue et le mode glissant afin d'obtenir une commande robuste et lisse.

Certains chercheurs [38] ont essayé de trouver une similitude entre la commande floue non linéaire et la commande par mode glissant et de combiner les deux lois de commande, c'est-à-dire la commande floue pour sa rapidité et sa facilité de mise en œuvre, et le régime glissant pour ses fondements théoriques rassurant du point de vue stabilité et robustesse. Cette combinaison reliant les avantages d'invariance par rapport aux incertitudes et aux perturbations de la commande à régime glissant avec ceux de la rapidité et de la bonne poursuite de trajectoire de la commande floue, permet de s'affranchir des problèmes de broutement de la commande par mode glissant et de déficit en outils d'analyse de la commande à base de la logique floue sans oublier la diminution du nombre de règles floues.

Dans ce chapitre, nous allons étudier un contrôleur flou dont le fonctionnement reflète le principe de la commande par mode glissant pour assurer la stabilité et la robustesse. Ensuite, on va étudier un contrôleur par mode glissant flou.

2. Synthèse de la commande robuste par mode glissant

Considérons un système non linéaire décrit par la représentation d'état suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = f(X, t) + b(X, t)u(t) + d(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{array} \right. \quad (\text{IV.1})$$

Où

$$\left\{ \begin{array}{l} x^{(n)}(t) = f(X, t) + b(X, t)u(t) \\ y(t) = x(t) \end{array} \right. \quad (\text{IV.2})$$

avec :

$X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T = [x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t)]^T$ est le vecteur d'état.

$f(X, t)$ et $b(X, t)$ sont des fonctions non linéaires du vecteur d'état avec $b(X, t) \geq \underline{b} > 0$.

$u(t)$: la commande.

$d(t)$: la perturbation considérée comme étant bornée : $|d(t)| \leq D$.

Le but de la commande est de trouver une loi de commande telle que, les trajectoires du vecteur d'état tendent vers zéro malgré la présence des perturbations.

La mise en œuvre d'une commande par mode glissant passe par trois étapes :

- **Le choix de la surface de glissement**

La surface de glissement est donnée par :

$$S(X, t) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_{n-1} x_{n-1} + x_n \quad (\text{IV.3})$$

où

$$S(X, t) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_i + x_n \quad \text{avec } c_i > 0, i = 1, \dots, n-1 \quad (\text{IV.4})$$

- **La condition d'existence d'une surface de glissement**

Elle peut être déduite de la fonction de Lyapunov donnée par la relation suivante :

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (\text{IV.5})$$

Une condition suffisante pour que le système (IV.1) soit stable est :

$$\dot{V} = S\dot{S} \leq -\eta|S| \quad (\text{IV.6})$$

Ou : $\eta > 0$

• L'établissement de la loi de commande

La loi de commande par mode glissant est donnée par la formule suivante :

$$u = u_{eq} + K\text{Sign}(S) \quad (\text{IV.7})$$

u_{eq} : la commande équivalente.

$\text{Sign}(\cdot)$: la fonction signe.

K : une constante positive qui représente le gain de la commande.

L'objectif est de déterminer une loi de commande par mode glissant de telle l'état du système converge vers l'origine.

Pour que le système (IV.1) soit stable les coefficients de (IV.3) doivent être choisis de telle sorte que les racines soient à parties réelles négatives.

On considère la fonction de Lyapunov :

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (\text{IV.8})$$

D'après le théorème de Lyapunov si \dot{V} est négative la trajectoire d'état sera attirée vers la surface de glissement et commute autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre.

$$\dot{V} = S\dot{S} = S\left(\sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} + \dot{x}_n\right) \quad (\text{IV.9})$$

$$\dot{V} = S\dot{S} = S\left(\sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} + f(X, t) + b(X, t)u(t) + d(t)\right) \quad (\text{IV.10})$$

Il est facile de conclure que si la commande u a la forme suivante

$$u = u_{eq} - K\text{Sign}(Sb(X, t)), \quad K > \frac{D}{b(X)} \quad (\text{IV.11})$$

avec

$$u_{eq} = \frac{-\sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} - f(X, t)}{b(X, t)} \quad (\text{IV.12})$$

et

$$\text{Sign}(\varphi) = \begin{cases} 1 & \text{Si } \varphi > 0 \\ 0 & \text{Si } \varphi = 0 \\ -1 & \text{Si } \varphi < 0 \end{cases} \quad (\text{IV.13})$$

alors la valeur de \dot{V} sera négative.

On remarque que la loi de commande (IV.11)- (IV.13) ne dépend que des paramètres c_i et K et des fonctions supposées connues $f(X,t)$ et $b(X,t)$ et que le terme $K * \text{Sign}(Sb(X,t))$ provoque un phénomène de chattering qui peut exciter les hautes fréquences et les nonlinéarités non modélisables et endommager le système. Ainsi, la loi de commande (IV.11) est efficace mais elle est difficile à mettre en œuvre et peut présenter des risques pour le processus.

Pour réduire l'effet du broutement la fonction discontinue peut être remplacée par une fonction de saturation, qui consiste à déterminer une bande limite autour de la surface de glissement assurant le lissage de la commande et le maintien de l'état du système dans cette bande. La loi de commande, représentée sur la figure IV.1, est alors :

$$u = u_{eq} - K \text{Sat}(Sb(X,t)/\Phi), \quad \Phi > 0 \quad (\text{IV.14})$$

avec

$$\text{Sat}(\varphi) = \begin{cases} \text{Sign}(\varphi) & \text{Si } |\varphi| \geq 1 \\ \varphi & \text{Si } |\varphi| < 1 \end{cases} \quad (\text{IV.15})$$

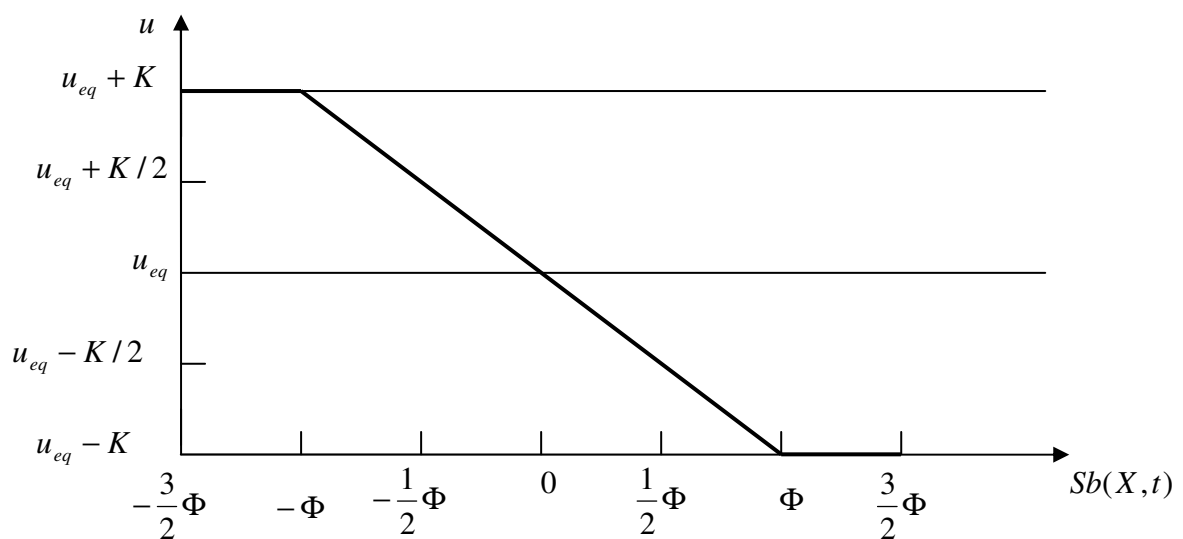


Figure IV.1. Sortie de la commande par mode glissant : $u = u_{eq} - K \text{Sat}\left(\frac{Sb(X,t)}{\Phi}\right)$

3. La conception du contrôleur par mode glissant flou

3.1. Détermination de la distance signée d_s pour un point arbitraire

Soit une surface de glissement de dimension $(n-1)$ dans l'espace d'état de dimension n :

$$S(X, t) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_{n-1} x_{n-1} + x_n \quad (\text{IV.16})$$

Le vecteur normal N à la surface $S(X, t) = 0$ est donné par :

$$N = \frac{[c_1, c_2, \dots, c_{n-1}, 1]^T}{\|[c_1, c_2, \dots, c_{n-1}, 1]\|} \quad (\text{IV.17})$$

La distance signée d_s pour un point arbitraire X est donnée par :

$$d_s = X^T N \quad (\text{IV.18})$$

Pour un système non linéaire décrit par l'équation (IV.1), la distance signée d_s est :

$$d_s = \frac{c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_{n-1} x_{n-1} + x_n}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_{n-1}^2 + 1}} \quad (\text{IV.19})$$

$$d_s = \frac{S(X, t)}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_{n-1}^2 + 1}} \quad (\text{IV.20})$$

Si on choisit une fonction de Lyapunov de la forme :

$$V = \frac{1}{2} d_s^2 \quad (\text{IV.21})$$

alors

$$\dot{V} = d_s \dot{d}_s = \frac{S \dot{S}}{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_{n-1}^2 + 1} \quad (\text{IV.22})$$

La dérivée de la surface de glissement est donnée par :

$$\dot{S} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i \dot{x}_{i+1} + f(X, t) + b(X, t)u + d(t) \quad (\text{IV.23})$$

En multipliant l'équation (IV.23) par S , on obtient :

$$S \dot{S} = S \sum_{i=1}^{n-1} c_i \dot{x}_{i+1} + S f(X, t) + S b(X, t)u + S d(t) \quad (\text{IV.24})$$

Si on suppose que $b(X, t) \succ 0, \forall X$ alors :

u augmente avec l'augmentation de \dot{S} et vice-versa.

si $S \succ 0$ la diminution de u va diminuer $S \dot{S}$ et si $S \prec 0$ l'augmentation de u va diminuer $S \dot{S}$.

Si $d_s > 0$ la diminution de u va diminuer $d_s \dot{d}_s$ de sorte que $\dot{V} < 0$ et si $d_s < 0$ l'augmentation de u va diminuer $d_s \dot{d}_s$ aussi de sorte que $\dot{V} < 0$ [39].

La relation qui lie la distance signée d_s entre le vecteur d'état et la surface de glissement et la commande u peut être exploitée pour déterminer la base de règles d'un contrôleur flou permettant la stabilité asymptotique du système.

La figure IV.2 représente le plan de phase d'un système d'ordre deux. Soit :

$\dot{x} + c_1 x = 0$: la droite de glissement.

$B(x_1, \dot{x}_1)$: la position de l'état actuel dans le plan de phase.

$A(x, \dot{x})$: le point d'intersection de la projection du vecteur d'état actuel $B(x_1, \dot{x}_1)$ sur la surface de glissement selon la direction du vecteur normal N .

d_1 : la distance signée entre le vecteur d'état $B(x_1, \dot{x}_1)$ et le vecteur d'état $A(x, \dot{x})$

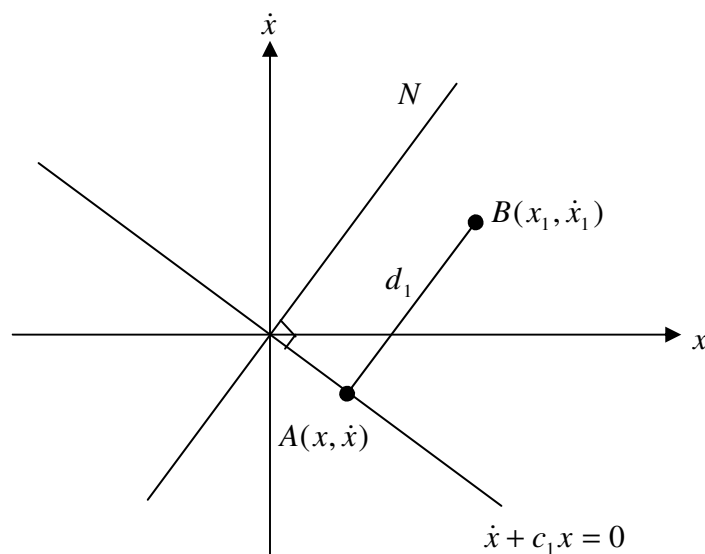


Figure IV.2. Droite de glissement $S(x) = 0$ et la distance d_1

La distance signée d_s pour un point arbitraire $B(x, \dot{x})$ est définie comme suit [39] :

$$d_s = [x_1 \quad x_2] \frac{\begin{bmatrix} c_1 & 1 \end{bmatrix}^T}{\begin{bmatrix} c_1 & 1 \end{bmatrix}} = \frac{c_1 x_1 + x_2}{\sqrt{1 + c_1^2}} \quad (\text{IV.25})$$

$$d_s = \frac{S}{\sqrt{1 + c_1^2}} \quad (\text{IV.26})$$

Pour que le système soit asymptotiquement stable, on peut utiliser un régulateur flou dont la table de règles est donnée par :

d_s	NG	NM	ZR	PM	PG
u_f	PG	PM	ZR	NM	NG

Tableau 1 : Les règles floues pour la commande u_f de la distance euclidienne d_s

avec NG : négatif grand, NM : négatif moyen, ZR : zéro, PM : positif moyen et PG : positif grand.

4. Le principe de la commande par mode glissant flou

On suppose un contrôleur flou pour un système d'ordre deux construit par la collection des règles floues suivantes :

$$\begin{aligned}
 R^1 &: \text{Si } S \text{ est } NG \text{ Alors } u_f \text{ est } PG \\
 R^2 &: \text{Si } S \text{ est } NM \text{ Alors } u_f \text{ est } PM \\
 R^3 &: \text{Si } S \text{ est } ZR \text{ Alors } u_f \text{ est } ZR \\
 R^4 &: \text{Si } S \text{ est } PM \text{ Alors } u_f \text{ est } NM \\
 R^5 &: \text{Si } S \text{ est } PG \text{ Alors } u_f \text{ est } NG
 \end{aligned}
 \tag{IV.27}$$

avec NG, NM, ZR, PM et PG, \dots sont des ensembles flous dont les fonctions d'appartenance sont montrées dans les figures suivantes :

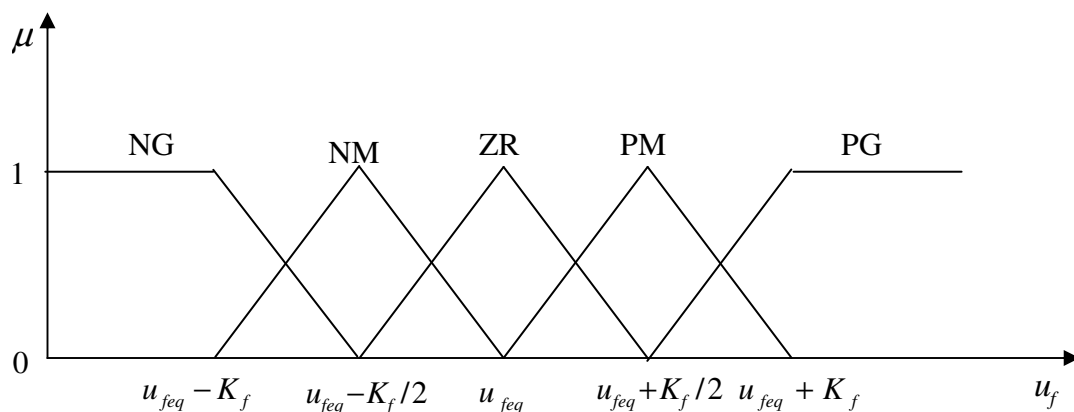


Figure IV.3. Fonctions d'appartenance pour la sortie u_f

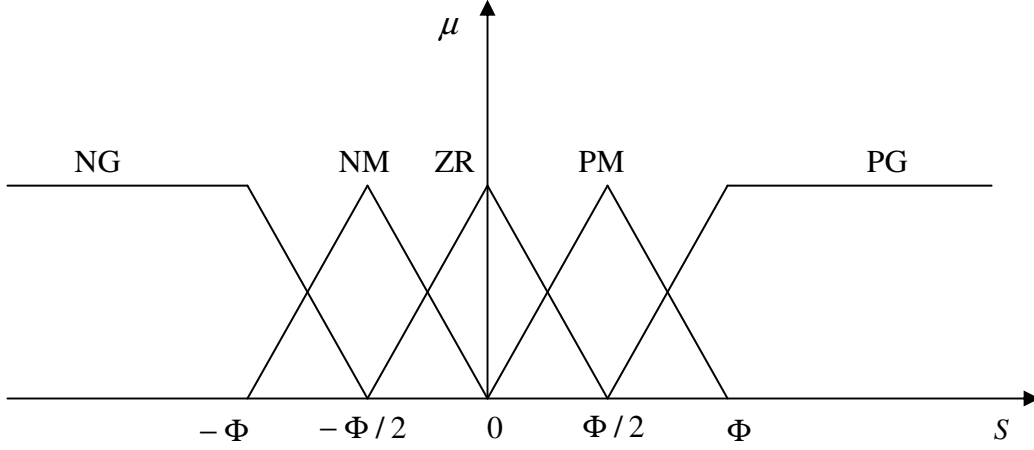


Figure IV.4. Fonctions d'appartenance pour l'entrée S

Pour n'importe quel ensemble, chaque règle R^i peut déterminer un ensemble flou. En utilisant la méthode d'inférence max-min on trouve :

$$\mu_{\tilde{F}_x \circ R^i}(u_f) = \sup_{S \in X} \left[\min \left[\mu_{\tilde{F}_x}(S), \min \left[\mu_{\tilde{F}_s^i}, \mu_{\tilde{F}_{u_f}^i}(u_f) \right] \right] \right] \quad (\text{IV.28})$$

L'équation (IV.28) peut être simplifiée en supposant \tilde{F}_x comme étant un singleton flou c'est-à-dire pour $S = \alpha, \mu_{\tilde{F}_s^i}(S) = 1$ sinon $\mu_{\tilde{F}_s^i}(S) = 0$, l'équation (IV.28) devient :

$$\mu_{\tilde{F}_x \circ R^i}(u_f) = \min \left[\mu_{\tilde{F}_s^i}(\alpha), \mu_{\tilde{F}_{u_f}^i}(u_f) \right] \quad (\text{IV.29})$$

et la fonction d'appartenance résultante $\mu_{\tilde{F}_{u_f}^d}$ est :

$$\mu_{\tilde{F}_{u_f}^d}(u_f) = \max \left[\mu_{\tilde{F}_x \circ R^1}(u_f), \dots, \mu_{\tilde{F}_x \circ R^5}(u_f) \right] \quad (\text{IV.30})$$

en utilisant la défuzzification par la méthode de centre de gravité, l'expression de la sortie du régulateur flou u_f est :

$$u_f = \frac{\int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} u_f \mu_{\tilde{F}_{u_f}^d}(u_f) du_f}{\int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \mu_{\tilde{F}_{u_f}^d}(u_f) du_f} \quad (\text{IV.31})$$

A partir les figures IV.3-IV.4 et l'équation (IV.30), (IV.31) devient :

$$u_f = \begin{cases} -\frac{1}{2} * \frac{(2\varphi+3)(3\varphi+1)}{4\varphi^2+6\varphi+1} & \varphi < -1 \\ -\frac{1}{2} * \frac{\varphi(2\varphi+3)}{4\varphi^2+2\varphi-1} & -1 \leq \varphi \leq \frac{-1}{2} \\ \frac{1}{2} * \frac{\varphi(2\varphi-3)}{4\varphi^2-2\varphi-1} & \frac{-1}{2} \leq \varphi \leq 0 \\ \frac{1}{2} * \frac{(2\varphi-3)(3\varphi-1)}{4\varphi^2-6\varphi+1} & 0 \leq \varphi \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \leq \varphi \leq 1 \\ & \varphi \geq 1 \end{cases} \quad (IV.32)$$

avec $\varphi = \frac{S}{\Phi}$ si $|S| \geq \Phi$ alors $u_f = -\text{Sign}(S)$

La figure IV.5 représente le résultat de la sortie u_{CMGF} pour une entrée floue, la loi de la commande par mode glissant flou u_{CMGF} à la forme suivante :

$$u_{CMGF} = u_{feq} + K_f u_f \quad (IV.33)$$

On peut conclure que ce régulateur par mode glissant flou particulier travaille comme un régulateur par mode glissant à bande limite.

$$u_{CMGF} = u_{feq} - K_f \text{Sat}\left(\frac{S}{\Phi}\right) \quad (IV.34)$$

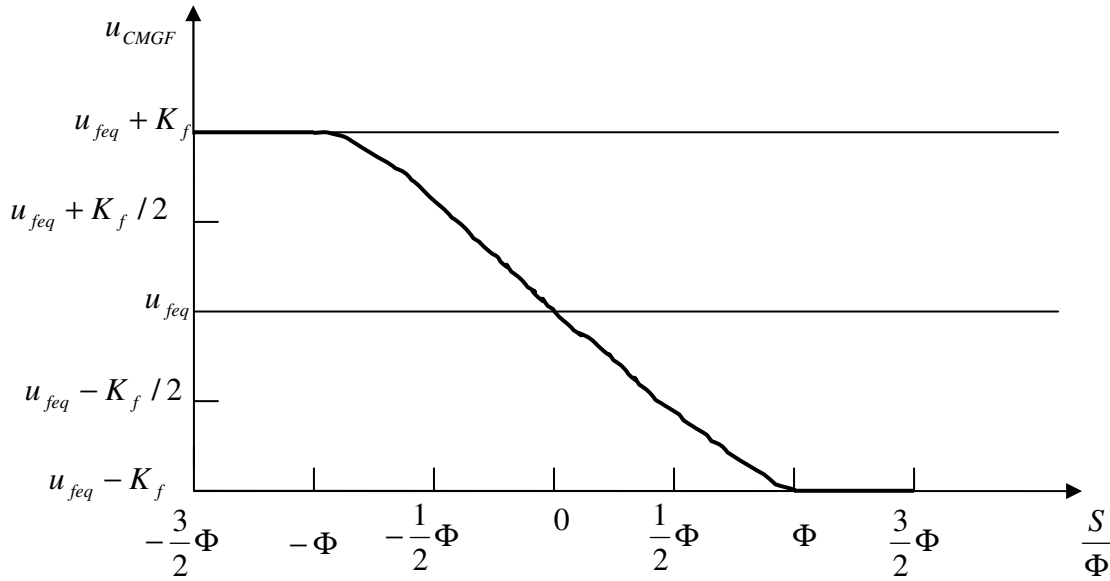


Figure IV.5. Sortie de la commande par mode glissant flou $u_{CMGF} = u_{feq} - K_f \text{Sat}\left(\frac{S}{\Phi}\right)$

A partir des figures IV.1 et IV.5 on remarque que le régulateur par mode glissant flou donné par l'équation (IV.34) et le contrôleur par mode glissant donné par l'équation (IV.14) ont une grande ressemblance non seulement au niveau des équations mais aussi au niveau des figures de représentations.

En comparant l'équation (IV.14) et l'équation (IV.34) on remarque qu'on peut remplacer u_{feq} et K_f par les valeurs correspondantes u_{eq} et K dans le régulateur par mode glissant.

En résumé, dans la conception d'un régulateur flou basé sur cinq règles, les règles floues peuvent être obtenus à partir d'un régulateur par mode glissant. Ce qui assure la stabilité et la robustesse pour le régulateur flou.

5. Commande par mode glissant flou découplée

Soit le système non linéaire d'ordre quatre décrit par la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = f_1(X) + b_1(X)u(t) + d_1(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) = f_2(X) + b_2(X)u(t) + d_2(t) \end{cases} \quad (\text{IV.35})$$

avec :

$X = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ est le vecteur d'état, $f_1(X), f_2(X), b_1(X)$ et $b_2(X)$ sont des fonctions non linéaires avec $b_1(X) \geq \underline{b}_1 > 0$ et $b_2(X) \geq \underline{b}_2 > 0, \forall X$, $u(t)$ est la commande, $d_1(t)$ et $d_2(t)$ sont des perturbations supposées comme étant bornées : $|d_i(t)| \leq D_i, i = 1, 2$.

On définit deux surface de glissement S_1 et S_2 :

$$S_1 = c_1 x_1 + x_2 \quad (\text{IV.36})$$

$$S_2 = c_2 x_3 + x_4 \quad (\text{IV.37})$$

A partir de la théorie de mode glissant présentée dans la partie précédente, on peut choisir une loi de commande de la forme [40] :

$$u_1 = u_{1eq} - K_1 \text{Sat}(S_1 b_1(X) / \Phi_1), \text{ avec } K_1 \succ \frac{D_1}{b_1(X)} \quad (\text{IV.38})$$

avec

$$u_{1eq} = \frac{-c_1 x_2 - f_1(X)}{b_1(X)} \quad (IV.39)$$

et

$$u_2 = u_{2eq} - K_2 \text{Sat}(S_2 b_2(X) / \Phi_2), \text{ avec } K_2 \succ \frac{D_2}{b_2(X)} \quad (IV.40)$$

Il est évident que si on pose $u = u_1$, cette commande permet de ramener le plus rapidement possible les états x_1 et x_2 sur la surface S_1 , puis de les y faire glisser jusqu'au point d'équilibre. La même chose sera pour les états x_3 et x_4 avec S_2 si on prend $u = u_2$, autrement dit ce régulateur ne peut commander que l'un des deux sous-systèmes.

Pour le système donné par l'équation (IV.35) on cherche à déterminer une loi de commande $u = u(x)$ de sorte que le système en boucle fermée soit globalement stable, dans le sens où toutes les variables d'état soient uniformément bornées et convergent asymptotiquement vers leurs point d'équilibre.

L'idée principale de ce régulateur découplé consiste à décomposer le système en deux sous-systèmes A et B, le sous système A est constitué de x_1 et x_2 et sa surface de glissement correspondante est S_1 , le sous système B est constitué de x_3 et x_4 et sa surface de glissement correspondante est S_2 . En supposant que l'objectif essentiel est de stabiliser le sous système A, il est raisonnable de considérer l'information venant du sous système B comme étant secondaire, et cette information secondaire doit être prise en compte par le sous système A, une variable intermédiaire z qui représente donc cette information secondaire est incorporée en S_1 . La surface S_1 prend la forme $c_1(x_1 - z) + x_2$, ce qui signifie que l'objectif principal est changé à $x_1 = z$, $x_2 = 0$, ou z est une fonction de S_2 [41].

On peut choisir l'expression S_1 et S_2 comme étant :

$$S_1 = c_1(x_1 - z) + x_2 \quad (IV.41)$$

$$S_2 = c_2 x_3 + x_4 \quad (IV.42)$$

donc la loi de commande devient :

$$u = u_1 = u_{1eq} - K_1 \text{Sat}(S_1 b_1(X) / \Phi_1) \quad (IV.43)$$

avec

$$u_{1eq} = \frac{-c_1 x_2 - f_1(X)}{b_1(X)} \quad (IV.44)$$

la valeur de l'état z peut être limitée en posant

$$|z| \leq z_U, 0 < z_U < 1 \quad (IV.45)$$

où z_U est la valeur maximale de $|z|$.

La variable z peut être définie par :

$$z = Sat\left(\frac{S_2}{\Phi_Z}\right) z_U \quad \text{avec} \quad 0 < z_U < 1 \quad (IV.46)$$

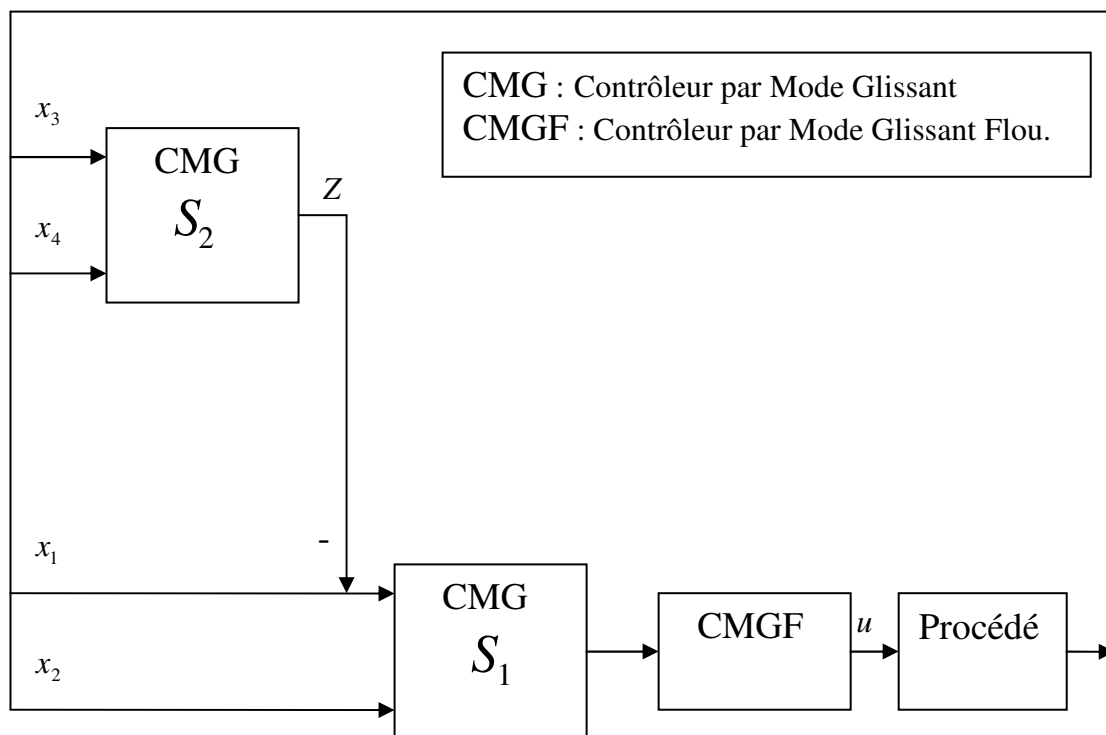


Figure IV.6. Schéma de principe de la commande par mode glissant fluo.

avec Φ_Z est la bande limite de la surface de glissement S_2 qui assure le lissage de la commande et le maintien de l'état du système dans cette bande. À partir de l'équation (IV.46) si $S_2 \neq 0$ alors $Z \neq 0$, si $S_2 \rightarrow 0$ alors $z \rightarrow 0$, et $x_1 \rightarrow 0$ et $S_1 \rightarrow 0$ et l'objectif de la commande peut être achevé [42].

5.1. Exemples

5.1.1 Pendule Inversé

Le système se compose d'un chariot mobile en translation supportant un pendule libre en rotation comme le montre la figure IV.7.

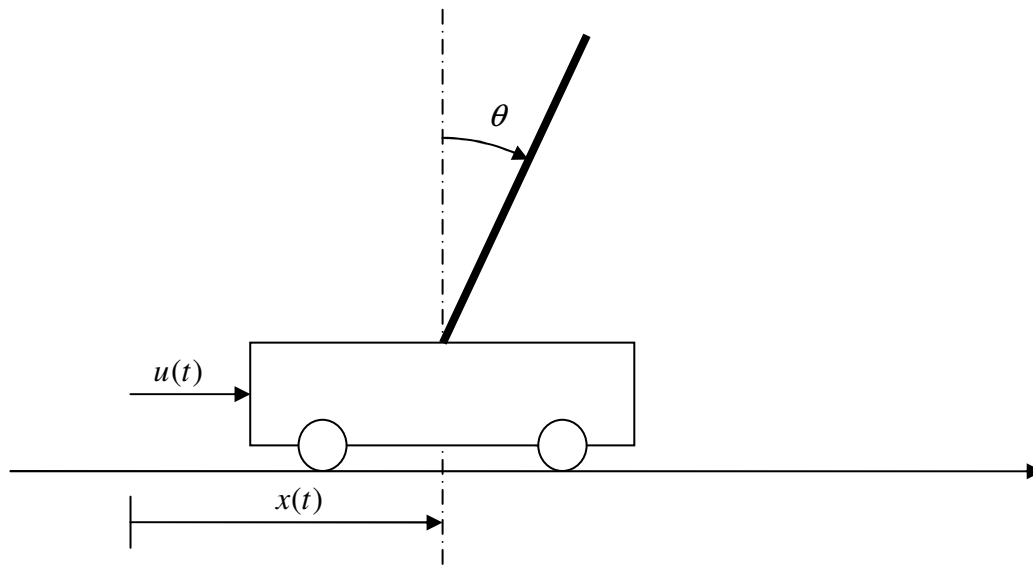


Figure IV.7. Schéma de principe du simple pendule inversé

En exerçant une force horizontale $u(t)$ sur le chariot, le chariot se déplace à la position x provoquant la rotation du pendule d'un angle θ . Le pendule inversé est un système instable en boucle ouverte, non linéaire et multivariable.

La commande de ce système doit réaliser :

- la stabilisation du pendule autour de sa position d'équilibre, en partant d'une condition initiale $\theta(0)$ comprise dans l'intervalle $[-\pi/2, +\pi/2]$;
- la stabilisation du chariot dans la position $x = 0$, en partant d'une condition initiale $x(0)$ comprise dans l'intervalle $[-1m, +1m]$.

Le mouvement peut être décrit par les équations différentielles suivantes [43] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{m_t g \sin x_1 - m_p L \sin x_1 \cos x_1 x_2^2 + \cos x_1 u}{L \left(\frac{4}{3} m_t - m_p \cos^2 x_1 \right)} + d(t) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{\frac{4}{3} m_p L x_2^2 \sin x_1 + m_p g \sin x_1 \cos x_1}{\frac{4}{3} m_t - m_p \cos^2 x_1} + \frac{4}{3 \left(\frac{4}{3} m_t - m_p \cos^2 x_1 \right)} u + d(t) \end{cases} \quad (\text{IV.47})$$

avec

$$x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, x_3 = x, x_4 = \dot{x}$$

$u(t)$: la commande appliquée sur le chariot.

x : la position du chariot.

θ : l'angle du pendule.

$m_p = 0.1 \text{ kg}$: est la masse du pendule.

$m_c = 1 \text{ kg}$: la masse du chariot.

$m_t = m_c + m_p$: la masse totale du chariot-pendule.

$L = 0.5 \text{ m}$: demi longueur du pendule.

$g = 9.81 \text{ m/s}^2$: la pesanteur.

Les résultats de simulation sont donnés sur les figures suivantes pour une condition initiale $x(0) = [-1.0, 0, -1.0, 0]^T$, pour un régulateur par mode glissant flou dont les paramètres sont :

$$c_1 = 5, c_2 = 0.5, K_1 = 15, \Phi_1 = 5, \Phi_z = 8.5812, z_U = 0.9425$$

Les figures IV.8 et IV.9 représentent la convergence des états du système vers les points d'équilibre, ainsi que les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre vers zéro.

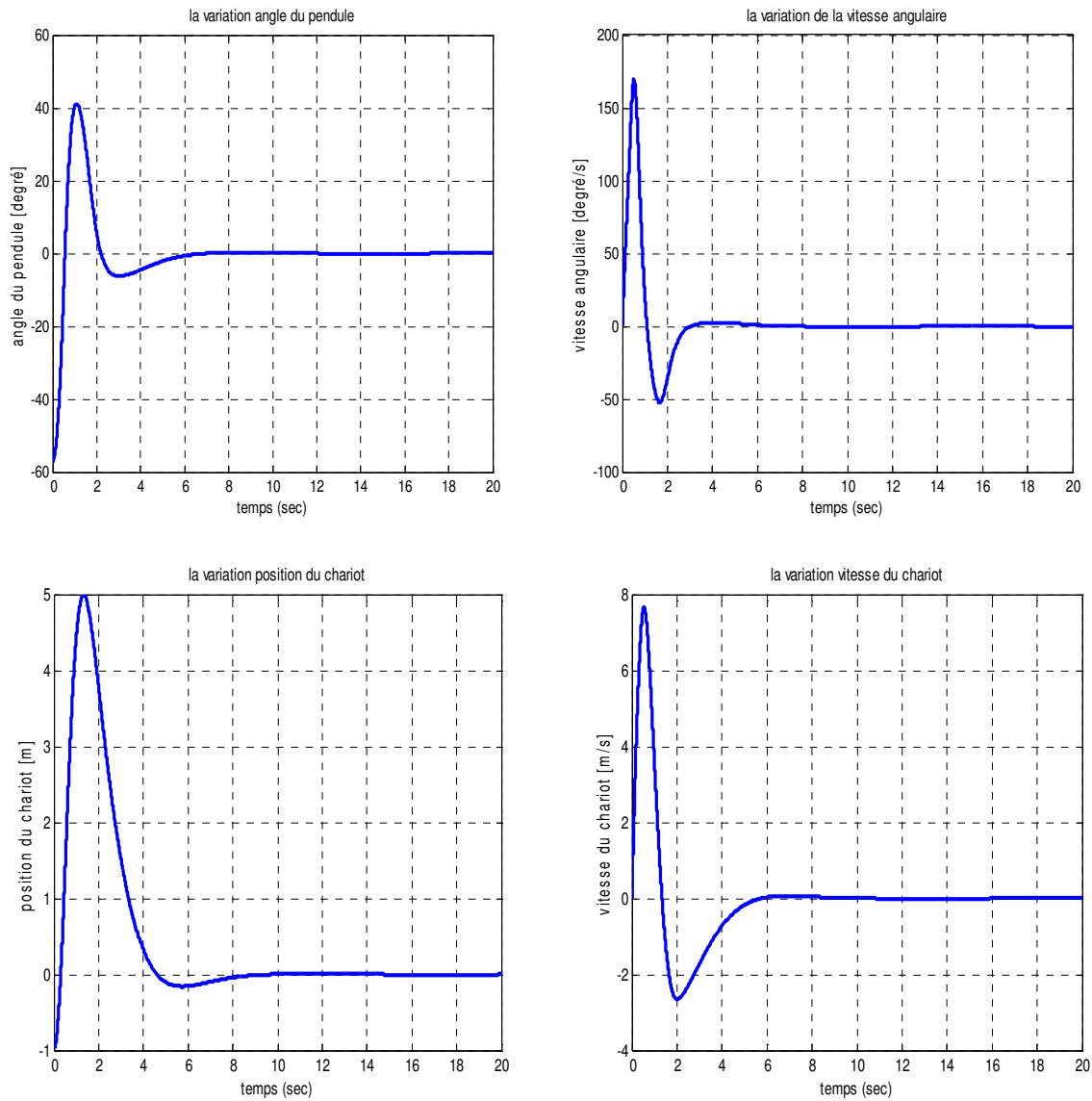


Figure IV.8. Variation des variables d'état $\theta(t), \dot{\theta}(t), x(t)$ et $\dot{x}(t)$

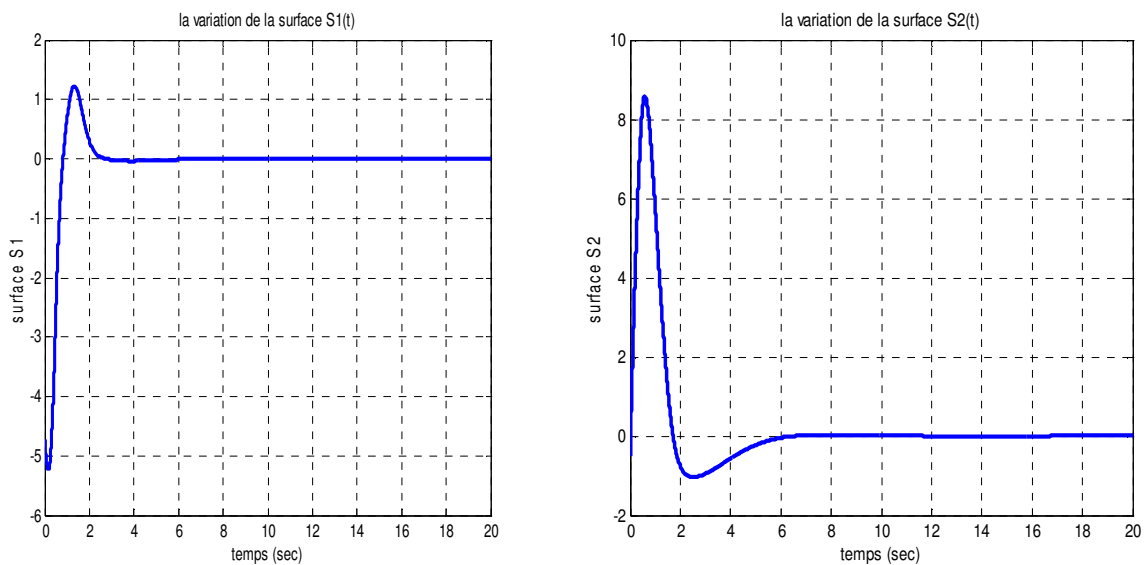


Figure IV.9. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.10. La représentation des plans de phase $x_2 = f(x_1)$ et $x_4 = f(x_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.11).

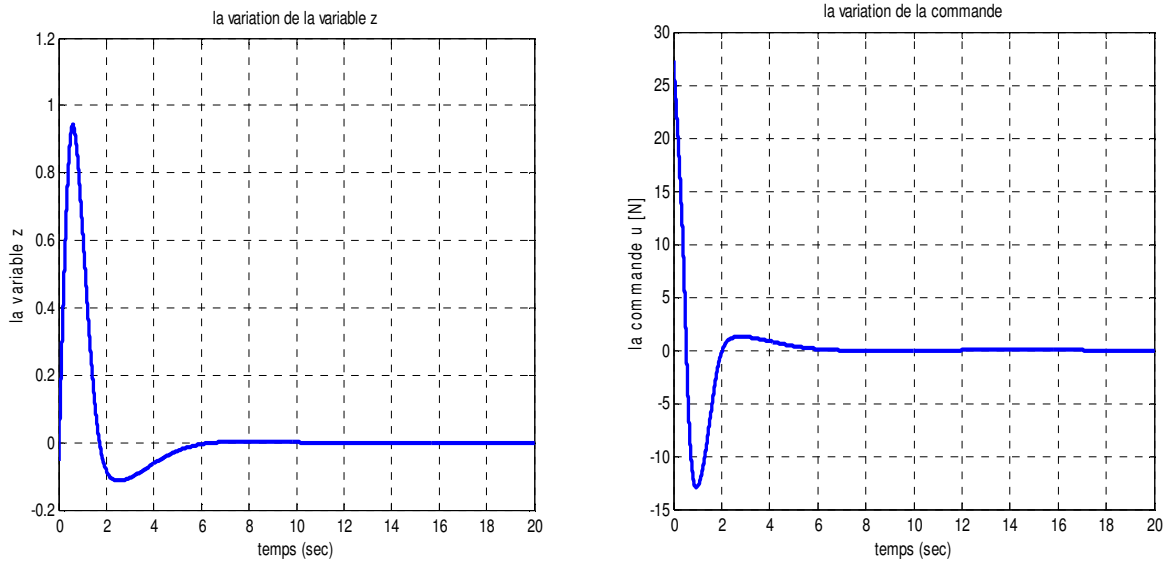


Figure IV.10. Variation de la variable z et la commande u

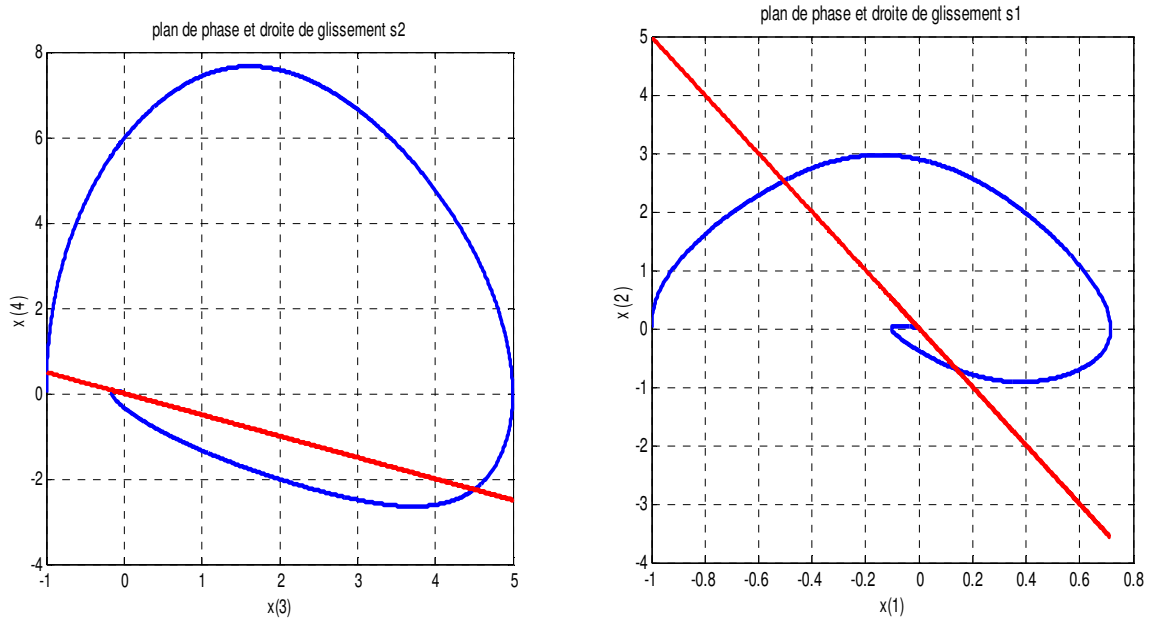


Figure IV.11. Plan de phase $(x(1), x(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(x(3), x(4))$ et la droite de glissement $S2$

Les résultats de simulation avec une perturbation externe : $d_1(t) = d_2(t) = 0.5 \sin(t)$, données sur les figures IV.12- IV.13 représentent la convergence des états du système vers les points d'équilibre, ainsi que les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre vers zéro malgré la présence des perturbations.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.14. La représentation des plans de phase $x_2 = f(x_1)$ et $x_4 = f(x_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.15).

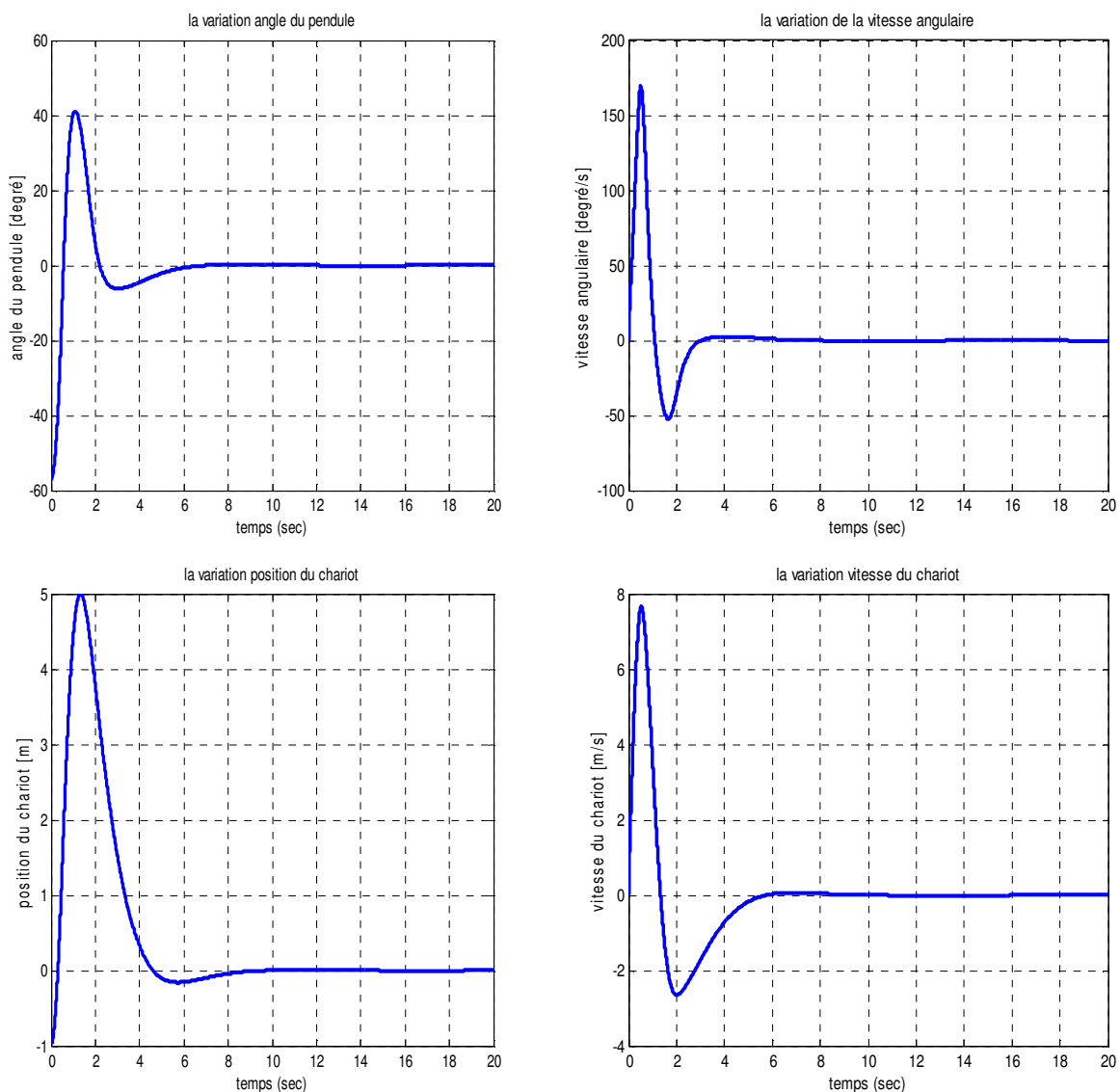


Figure IV.12. Variation des variables d'état $\theta(t), \dot{\theta}(t), x(t)$ et $\dot{x}(t)$

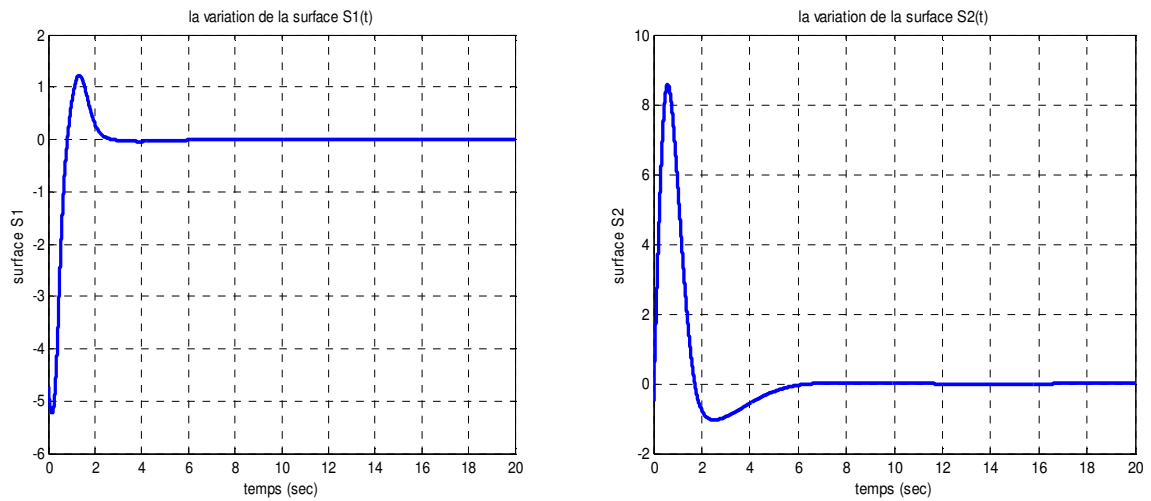


Figure IV.13. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

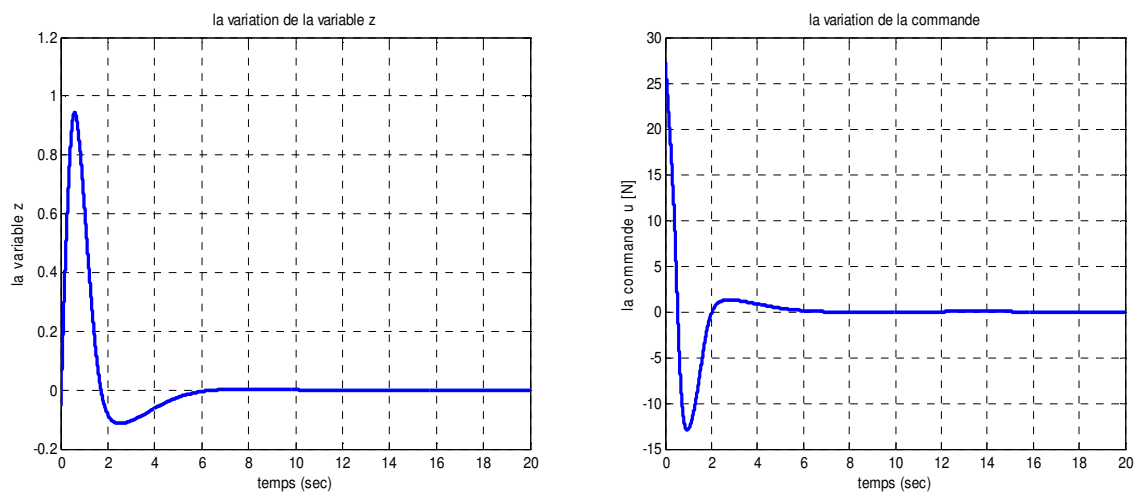


Figure IV.14. Variation de la variable z et la commande u

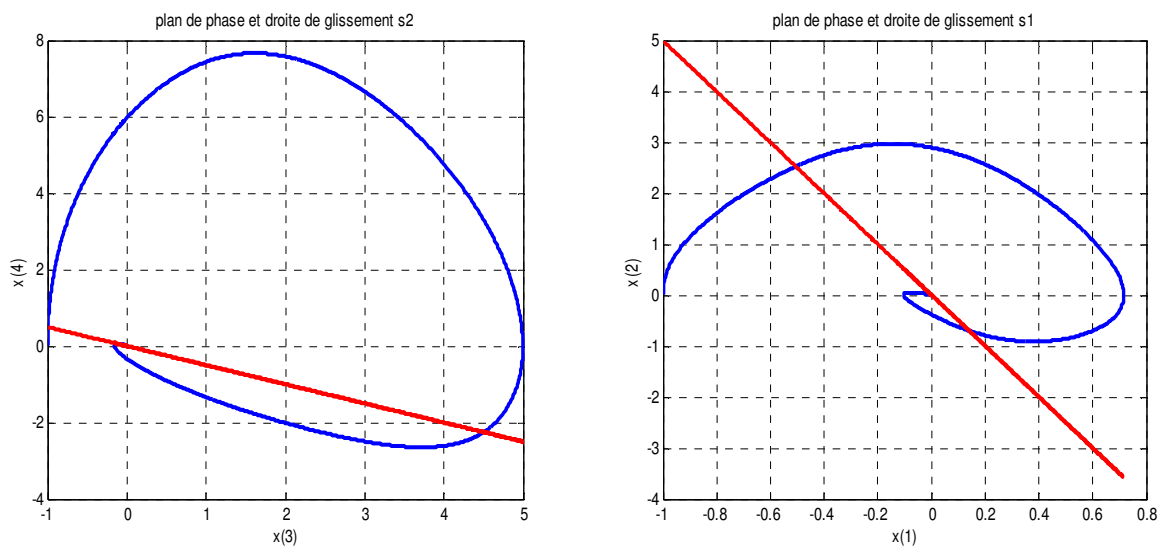


Figure IV.15. Plan de phase $(x(1), x(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(x(3), x(4))$ et la droite de glissement $S2$

5.1.2. Système B-B (Ball-Beam)

Le mouvement du système B-B (Ball-Beam) représenté par la figure IV.16 peut être décrit par les équations différentielles suivantes [43] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = u(t) + d(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) = B(x_3(t)x_2^2(t) - g \sin x_1(t)) \end{cases} \quad (\text{IV.48})$$

avec

$$x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, x_3 = r, x_4 = \dot{r}$$

$u(t)$: La commande appliquée au B-B (Ball-Beam).

r : La position de la balle.

θ : L'angle de la barre.

J_b : Le moment d'inertie de la barre.

M : La masse de la balle.

R : Rayon de la balle.

$$B = \frac{MR^2}{J_b + MR^2}$$

$$B = 0.7143, J_b = 2 * 10^{-6} \text{ kg.m}^2, M = 0.05 \text{ kg}, R = 0.01 \text{ m}, g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

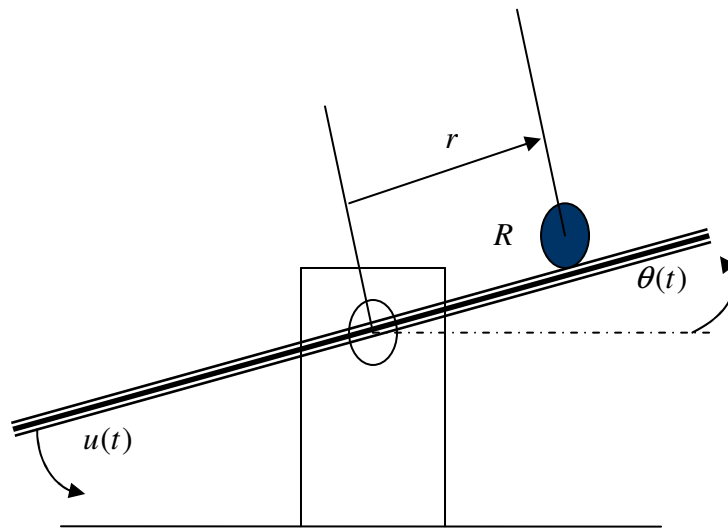


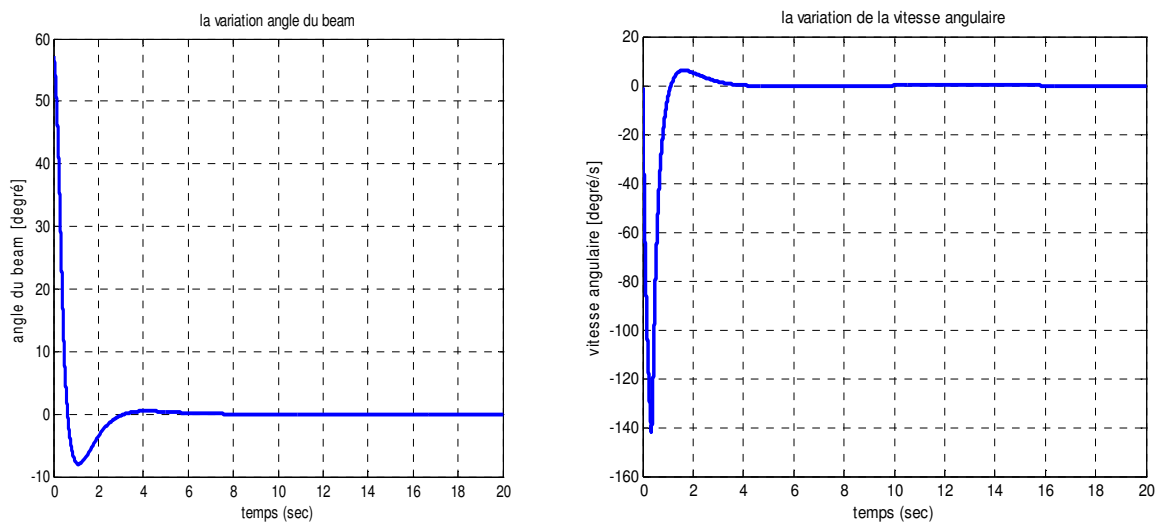
Figure IV.16. Schéma de principe du B-B (Ball-Beam)

L'objectif de la commande est de garder la balle au centre de la barre et la barre en position horizontale.

Les résultats de simulation sont donnés sur les figures suivantes pour une condition initiale $x(0) = [1.0, 0, 1.0, 0]^T$, pour un régulateur par mode glissant flou dont les paramètres sont :

$$c_1 = 5, c_2 = 0.5, K_1 = 15, \Phi_1 = 0.5, \Phi_z = 5, z_U = 0.9425$$

Les figures IV.16 et IV.17 représentent la convergence des états du système vers les points d'équilibre, ainsi que les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre vers zéro.



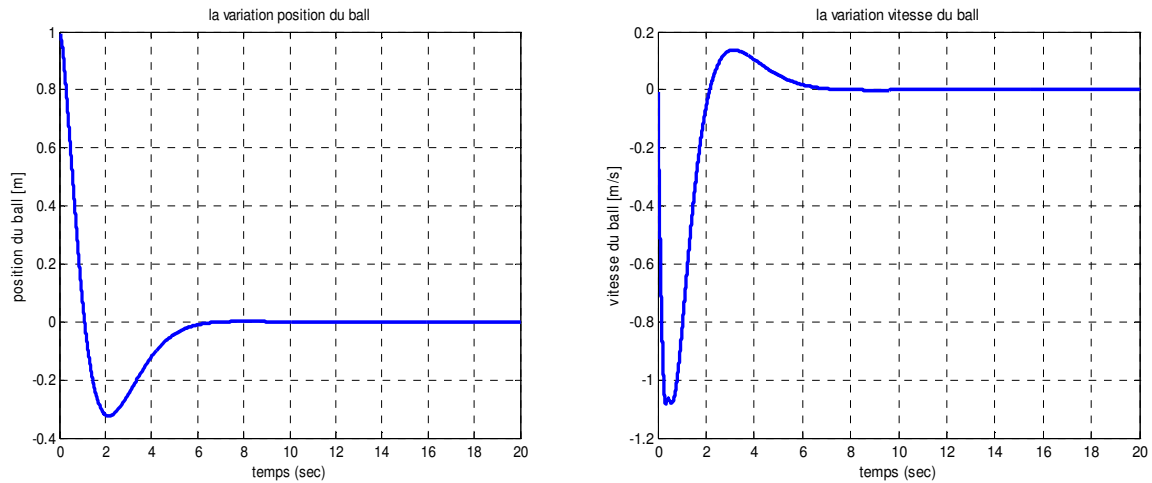


Figure IV.16. Variation des variables d'état $\theta(t), \dot{\theta}(t), r(t)$ et $\dot{r}(t)$

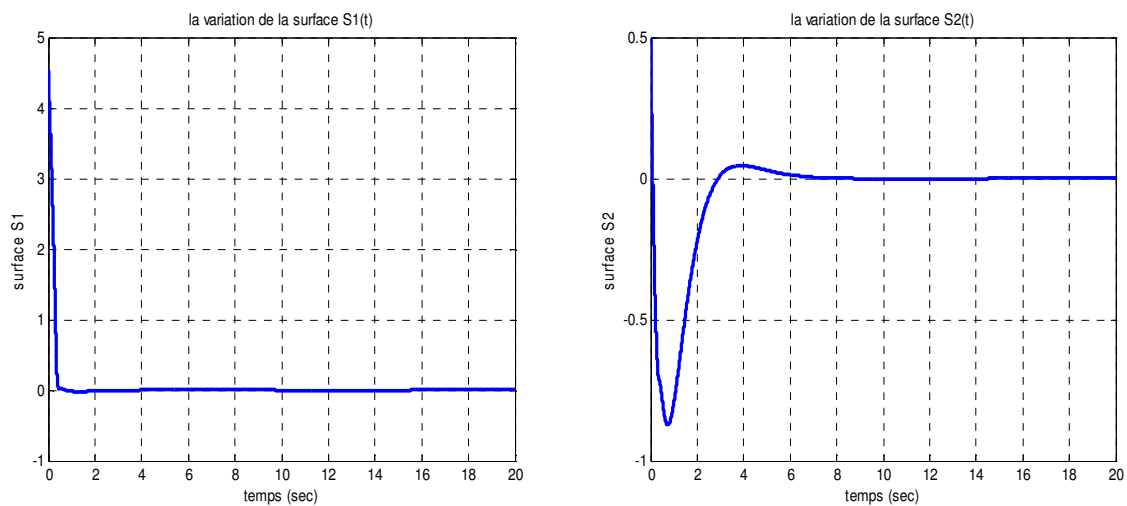


Figure IV.17. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.18. La représentation des plans de phase $x_2 = f(x_1)$ et $x_4 = f(x_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.19).

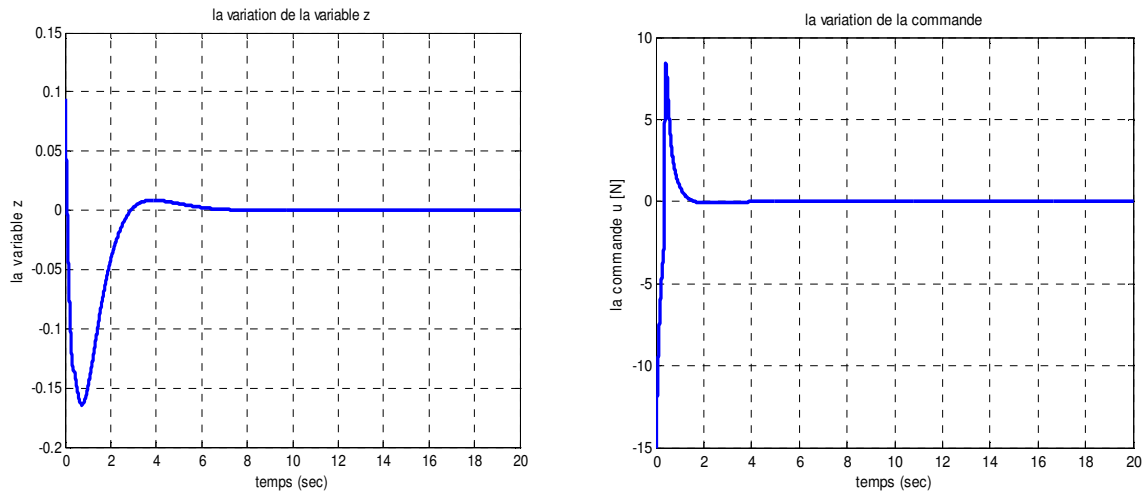


Figure IV.18. Variation de la variable z et la commande u

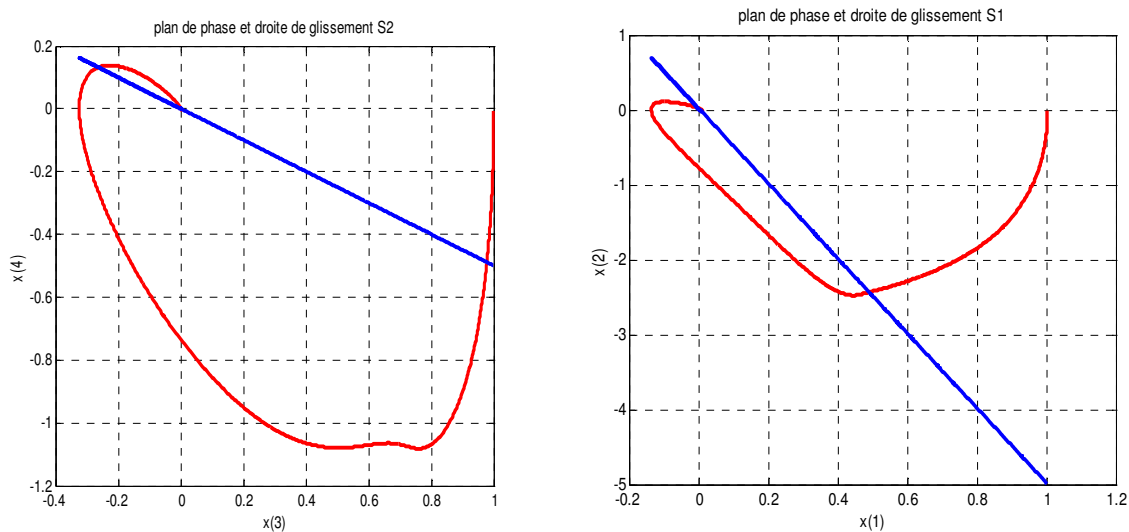


Figure IV.19. Plan de phase $(x(1), x(2))$ et la droite de glissement S_1 , Plan de phase $(x(3), x(4))$ et la droite de glissement S_2

Les résultats de simulation avec une perturbation externe : $d(t) = 5\sin(t)$, données sur les figures IV.20- IV.21 représentent la convergence des états du système vers les points d'équilibre, ainsi que les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre vers zéro malgré la présence des perturbations.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.22. La représentation des plans de phase $x_2 = f(x_1)$ et $x_4 = f(x_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.23).

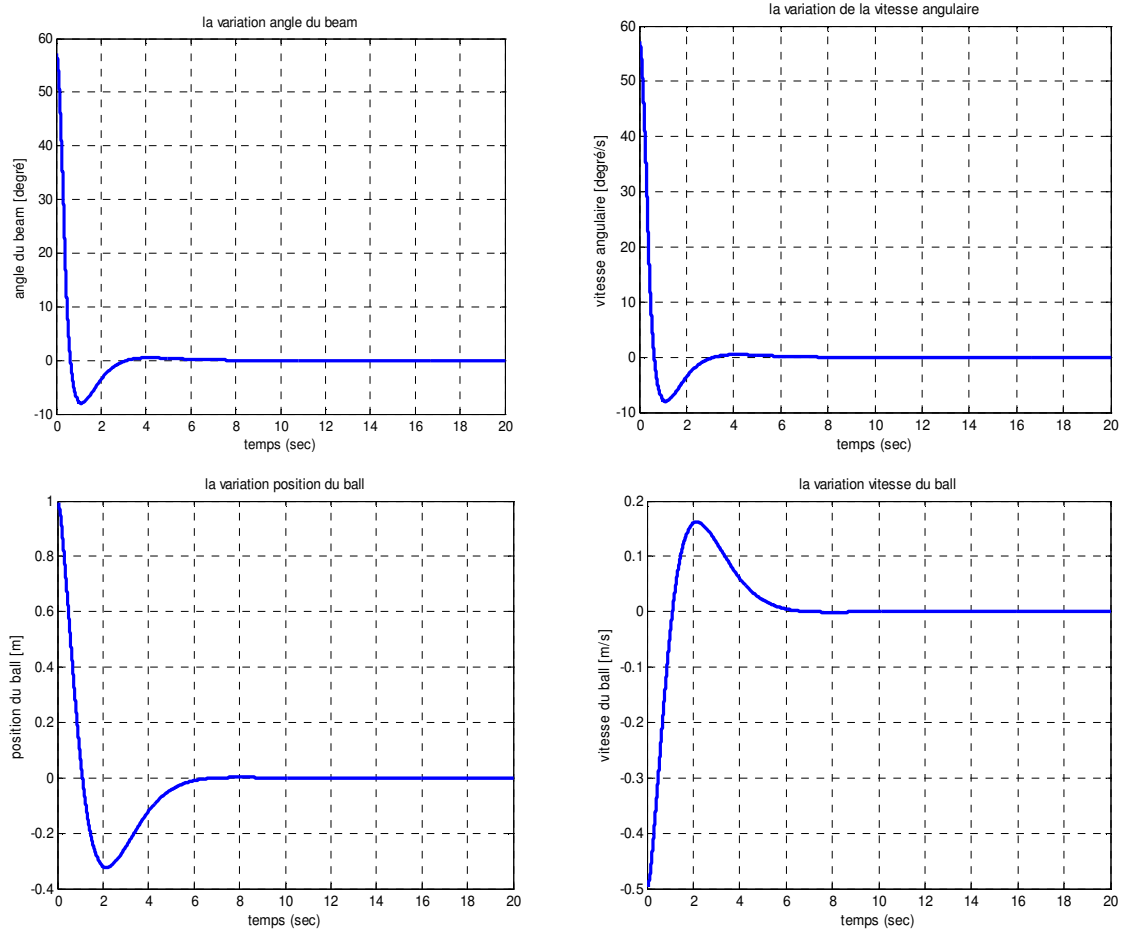


Figure IV.20. Variation des variables d'état $\theta(t), \dot{\theta}(t), r(t)$ et $\dot{r}(t)$

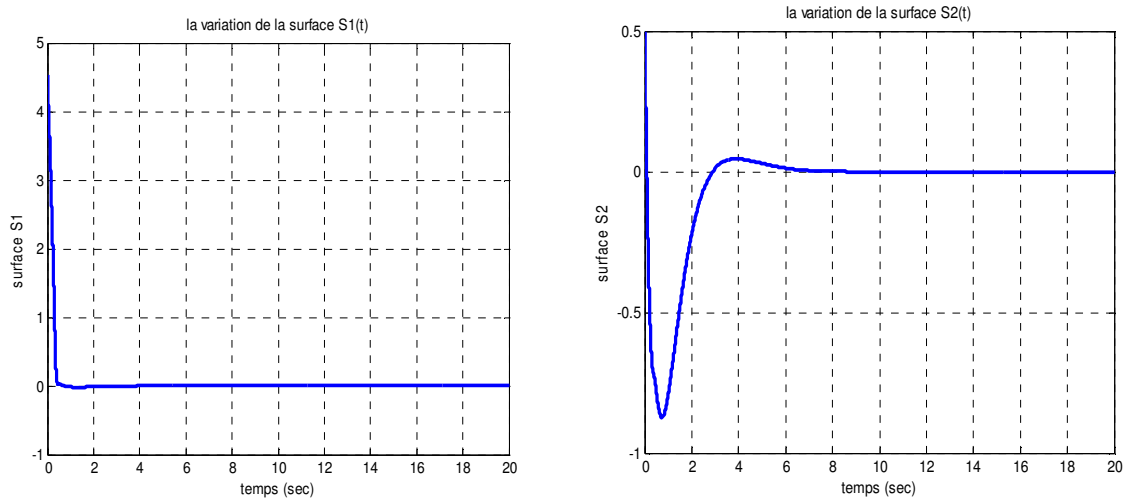


Figure IV.21. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

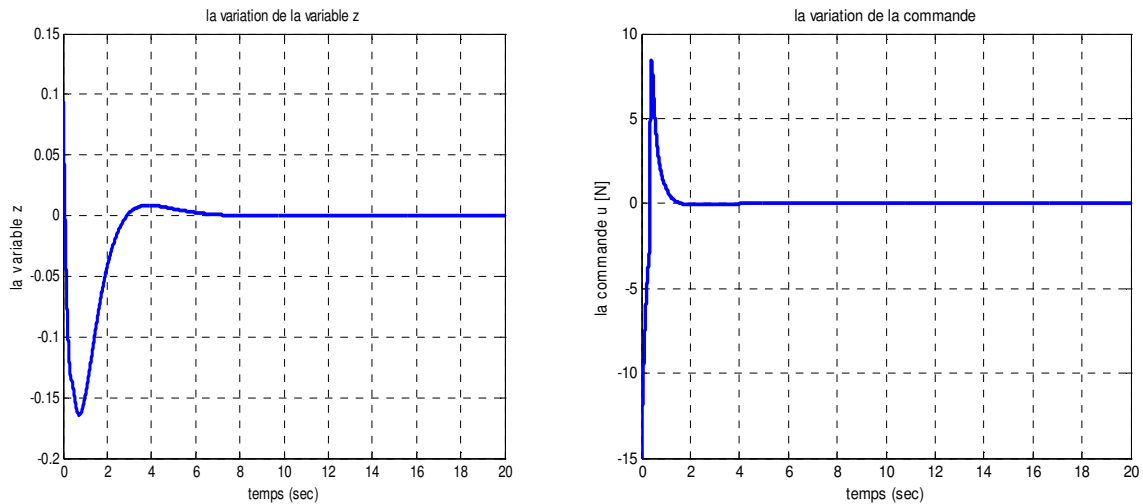


Figure IV.22. Variation de la variable z et la commande u

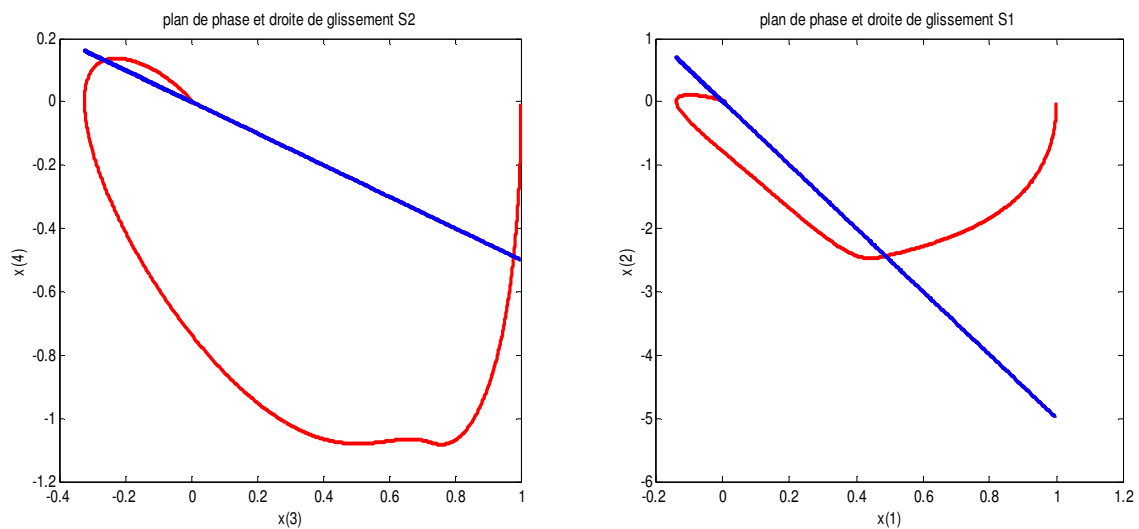


Figure IV.23. Plan de phase $(x(1), x(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(x(3), x(4))$ et la droite de glissement $S2$

Les résultats de simulation montrent l'efficacité et les performances de la commande par mode glissant flou. On constate que cette commande a éliminé le chattering et assuré le lissage de la commande et la stabilisation de système malgré les fortes perturbations externes.

6. Poursuite de trajectoire

Considérons le système mono-entrée mono-sortie décrit par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = f(X, t) + b(X, t)u(t) + d(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (\text{IV.49})$$

avec :

$X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T = [x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t)]^T$ le vecteur d'état.

$X_d(t) = [x_{1d}(t), x_{2d}(t), \dots, x_{nd}(t)]^T = [x_d(t), \dot{x}_d(t), \dots, x_d^{(n-1)}(t)]^T$ le vecteur d'état désiré.

$f(X, t)$ et $b(X, t)$ sont des fonctions non linéaires du vecteur d'état, $u(t)$ est la commande et $d(t)$ la perturbation considérée comme étant bornée : $|d(t)| \leq D$.

L'approche de la commande par mode glissant flou pour la poursuite de trajectoire est de trouver une loi de commande telle que, étant donnée une trajectoire désirée $x_d(t)$, l'erreur de poursuite $x(t) - x_d(t)$ tend vers zéro malgré la présence des perturbations externes [44].

Le vecteur d'erreur de poursuite est définie par :

$$E(t) = X(t) - X_d(t) = [e(t), \dot{e}(t), \dots, e^{(n-1)}(t)]^T \quad (\text{IV.50})$$

$$E(t) = [e_1(t), \dots, e_{n-1}(t), e_n(t)]^T \quad (\text{IV.51})$$

et l'erreur de poursuite :

$$e(t) = x(t) - x_d(t) \quad (\text{IV.52})$$

dont la dérivée est :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_d(t) \quad (\text{IV.53})$$

On définit une fonction linéaire S qui représente la surface de glissement :

$$S(X, t) = c_1 e_1 + c_2 e_2 + \dots + c_{n-1} e_{n-1} + e_n \quad (\text{IV.54})$$

$$S(X, t) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_i + e_n \quad \text{avec } c_i \succ 0, i = 1, \dots, n-1 \quad (\text{IV.55})$$

dont la dérivée est :

$$\dot{S} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1} + x^{(n)} - x_d^{(n)} \quad (\text{IV.56})$$

$$\dot{S} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1} + f(X, t) + b(X, t)u + d(t) - x_d^{(n)} \quad (\text{IV.57})$$

Si on choisie une fonction de Lyapunov de la forme :

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (\text{IV.58})$$

alors la dérivée de la fonction de Lyapunov :

$$\dot{V} = S\dot{S} = S \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1} + Sf(X,t) + Sb(X,t)u + Sd(t) - Sx_d^{(n)} \quad (\text{IV.59})$$

Si on suppose que $b(X,t) > 0, \forall X$ alors :

u augmente avec l'augmentation de \dot{S} et vice-versa.

si $S > 0$ la diminution de u va diminuer $S\dot{S}$ de sorte que $\dot{V} < 0$ et si $S < 0$ l'augmentation de u va diminuer $S\dot{S}$ aussi de sorte que $\dot{V} < 0$.

D'après le théorème de Lyapunov si \dot{V} est négative la trajectoire $x(t)$ sera attiré vers la trajectoire désirée $x_d(t)$, l'erreur de poursuite $x(t) - x_d(t)$ tend vers zéro et sera attirée vers la surface de glissement $S(e,t) = 0$ pour tout $t \geq 0$.

6.1. Le mode glissant flou pour la poursuite de trajectoire

Premièrement, on définit la surface de glissement S_1 comme suit :

$$S_1 = c_1(e_1 - z) + e_2 \quad (\text{IV.60})$$

avec

$$e_1(t) = x_1(t) - x_{1d}(t) \quad \text{et} \quad e_2(t) = x_2(t) - x_{2d}(t)$$

de la même façon on définit une autre surface de glissement S_2 :

$$S_2 = c_2 e_3 + e_4 \quad (\text{IV.61})$$

avec

$$e_3(t) = x_3(t) - x_{3d}(t) \quad \text{et} \quad e_4(t) = x_4(t) - x_{4d}(t)$$

L'expression de la commande devient :

$$u = u_1 = u_{1eq} - K_1 \text{Sat}(S_1 b_1(X) / \Phi_1) \quad (\text{IV.62})$$

avec

$$u_{1eq} = \frac{-c_1 e_2 - f_1(X) + \dot{x}_{2d}}{b_1(X)} \quad (\text{IV.63})$$

la valeur z peut être limitée en posant

$$|z| \leq z_U, 0 < z_U < 1 \quad (\text{IV.64})$$

Ou z_U est la valeur maximale de $|z|$

La variable z peut être définie par :

$$z = \text{Sat}\left(\frac{S_2}{\Phi_z}\right) z_U \quad \text{Avec} \quad 0 < z_U < 1 \quad (\text{IV.65})$$

Le principe de la commande par mode glissant pour la résolution du problème de poursuite de trajectoire d'état est résumé dans la figure IV.24.

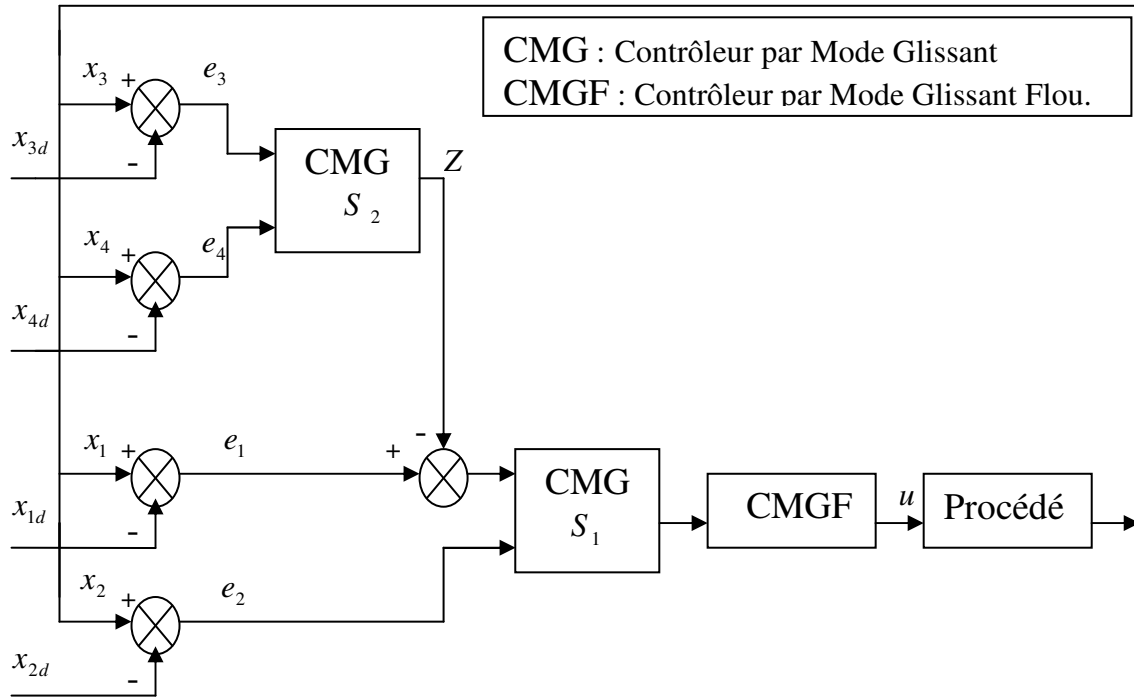


Figure IV.24. Schéma de principe de la commande par mode glissant flou pour la poursuite de trajectoire d'état

6.2. Exemple de Simulation

Le pendule inversé représenté par la figure IV.7 dont le mouvement peut être décrit par l'équation (IV.47), avec les paramètres suivants :

$$m_p = 0.1\text{kg}, m_c = 1\text{kg}, m_t = 1.1\text{kg}, L = 0.5\text{m}, g = 9.81\text{m/s}^2$$

Les résultats de simulation sont donnés sur les figures suivantes pour une condition initiale $x(0) = [-1.0, 0, -1.5, 0]^T$, pour un régulateur par mode glissant flou dont les paramètres sont :

$$c_1 = 5, c_2 = 0.5, K_1 = 15, \Phi_1 = 5, \Phi_z = 8.5812, z_U = 0.9425$$

Les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré ($\theta_d(t) = 0$, $\dot{\theta}_d(t) = 0$, $x_d(t) = 1$ et $\dot{x}_d(t) = 0$) sont données sur les figures IV.25 - IV.26. on observe de l'erreur de poursuite vers zéro. Les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendent aussi vers zéro.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.27. La représentation des plans de phase $e_2 = f(e_1)$ et $e_4 = f(e_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.28).

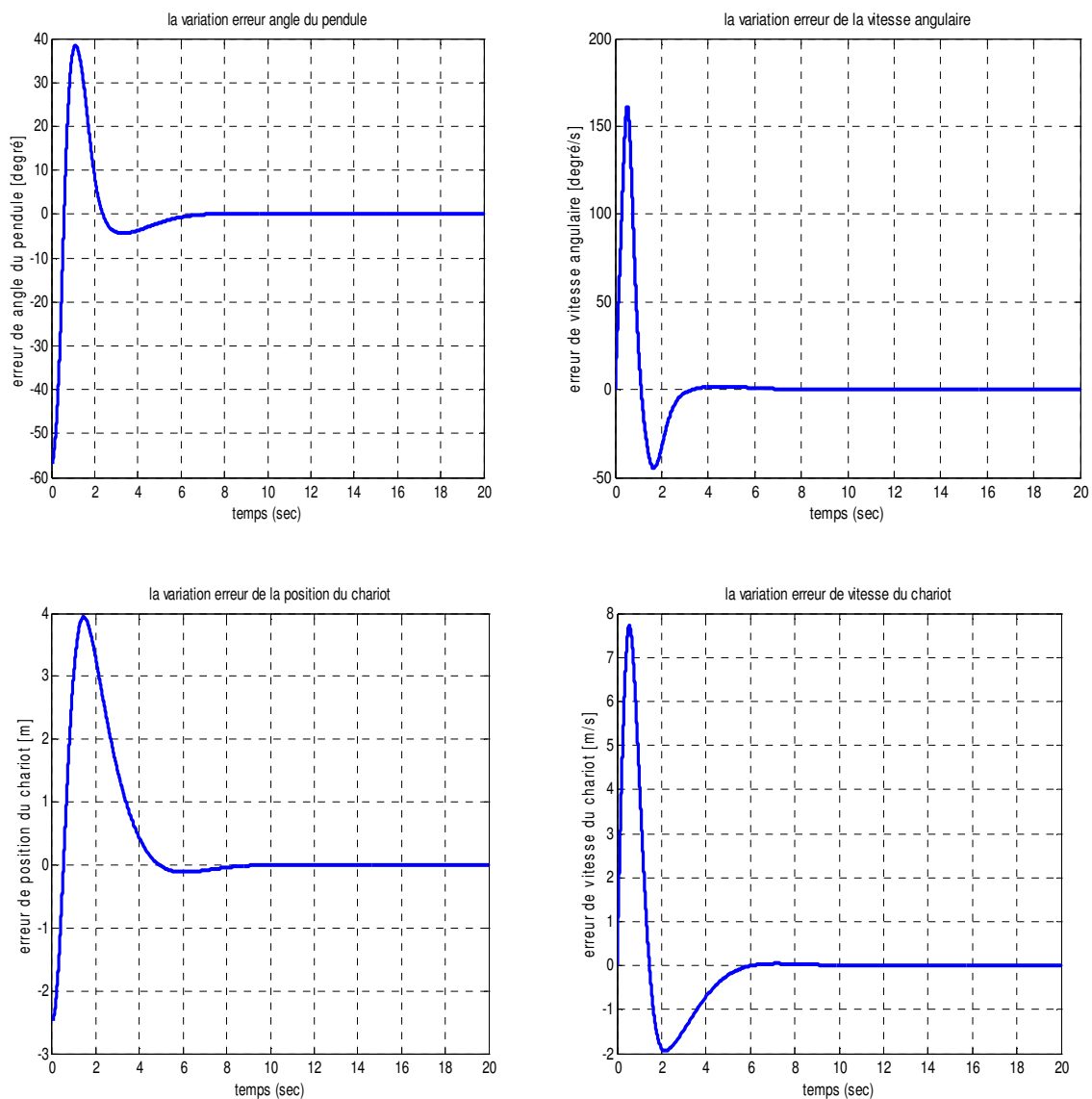


Figure IV.25. Variation des erreurs $e_\theta(t)$, $e_{\dot{\theta}}(t)$, $e_x(t)$ et $e_{\dot{x}}(t)$

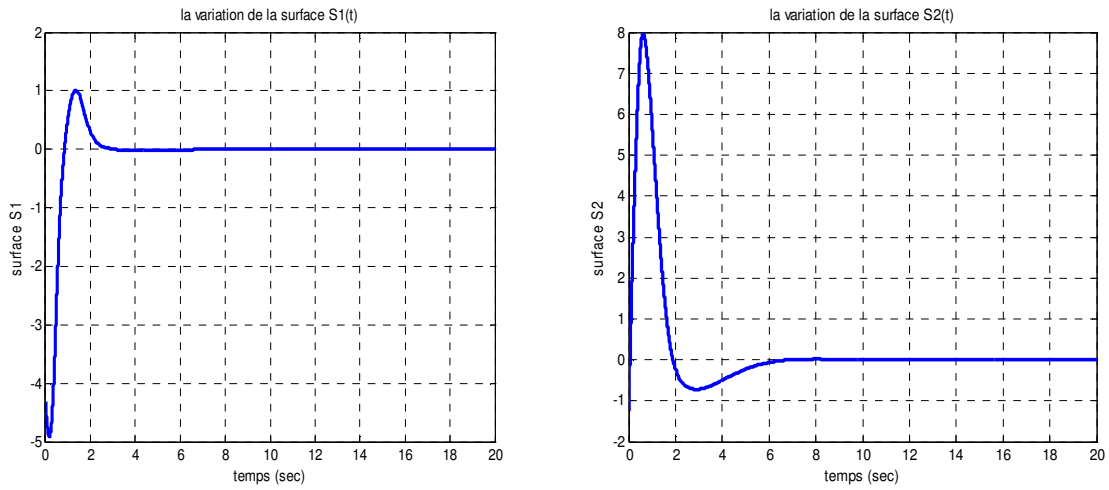


Figure IV.26. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

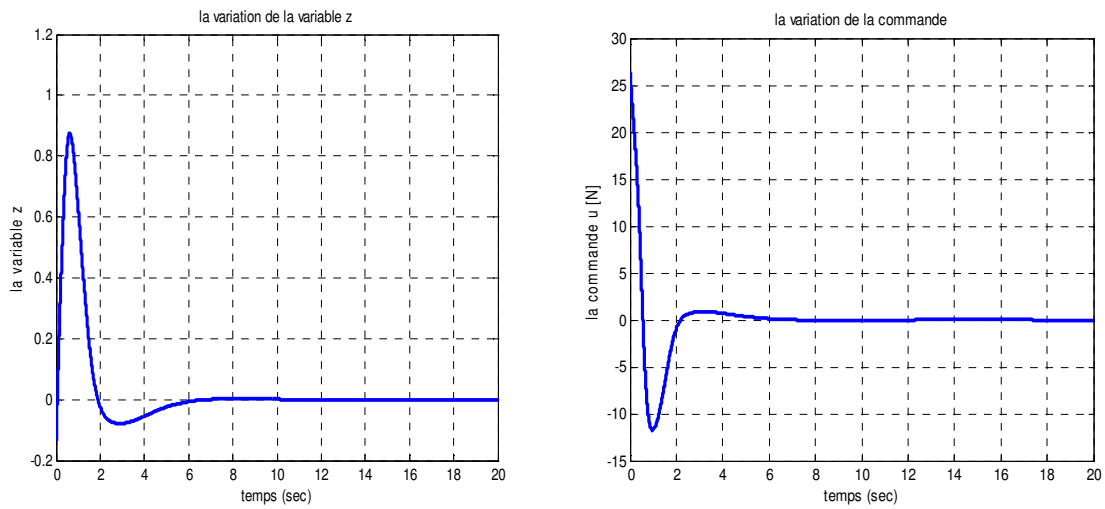


Figure IV.27. Variation de la variable z et la commande u

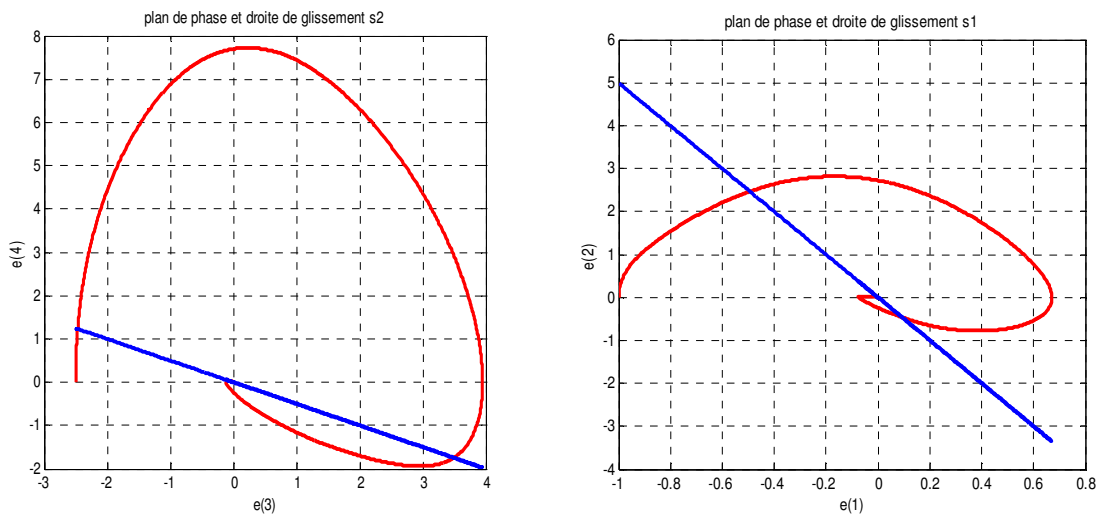


Figure IV.28. Plan de phase $(e(1), e(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(e(3), e(4))$ et la droite de glissement $S2$

La figure suivante (figure IV.29) montre que la position réelle du chariot suite la position désirée.

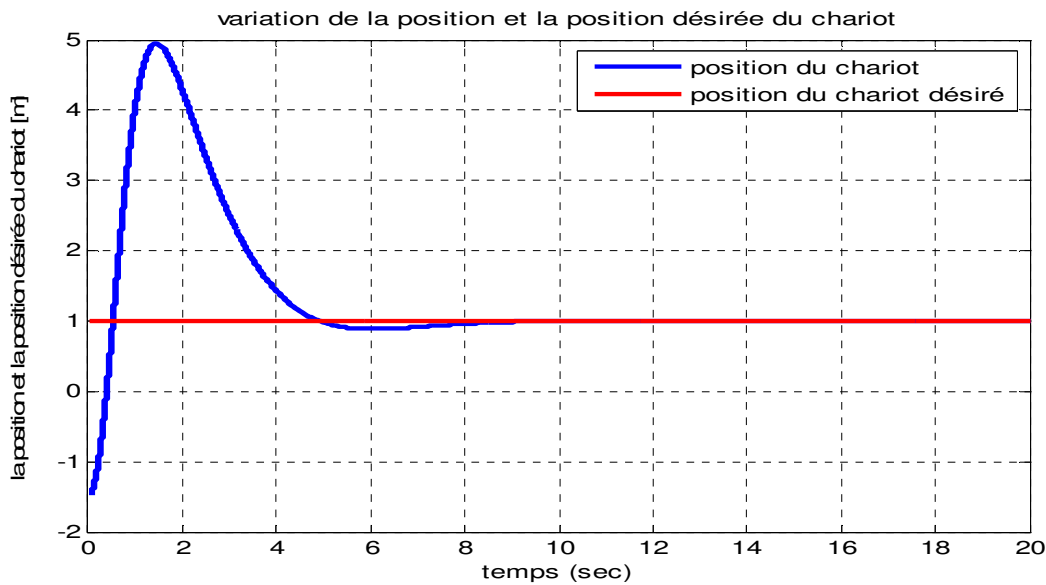


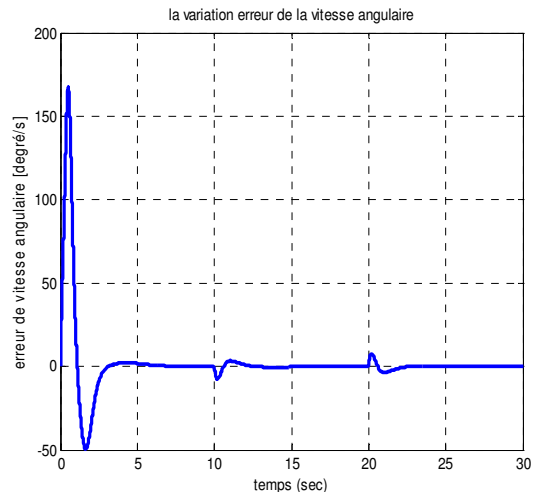
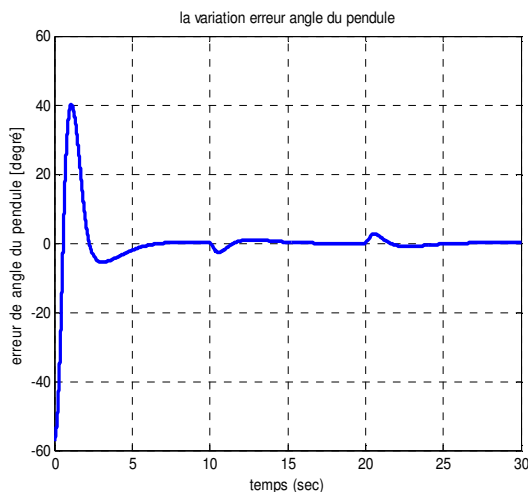
Figure IV.29. Les variables d'état x (position du chariot) et x_d (position du chariot désiré)

Les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré (

$$\theta_d(t) = 0, \dot{\theta}_d(t) = 0, x_d(t) = \begin{cases} 1 & \text{Si } 10s \leq t \leq 20s \\ 0 & \text{Si ailleurs} \end{cases} \text{ et } \dot{x}_d(t) = 0$$

sont données sur les figures IV.30 - IV.31. on observe de l'erreur de poursuite vers zéro. Les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendent aussi vers zéro.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.32. La représentation des plans de phase $e_2 = f(e_1)$ et $e_4 = f(e_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.33).



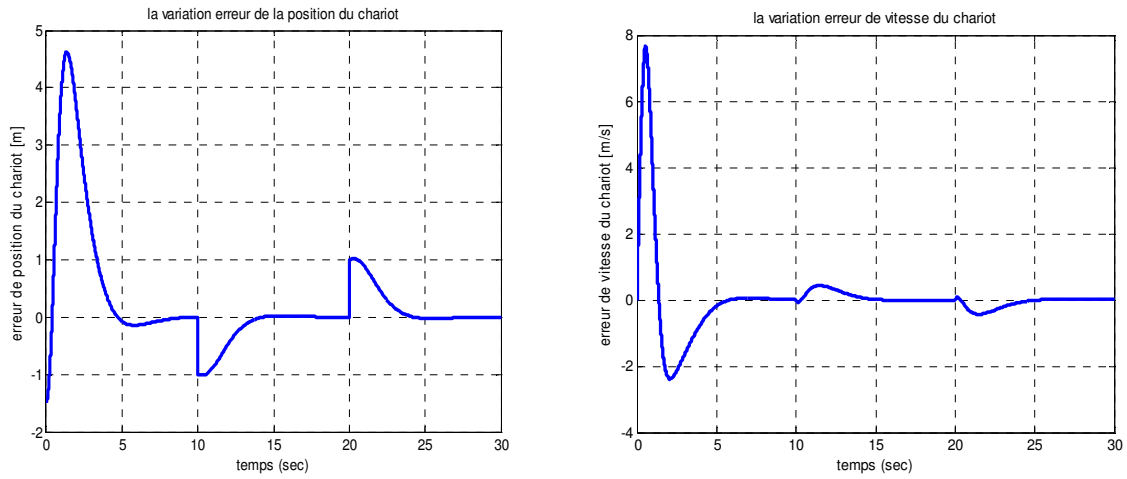


Figure IV.30. Variation des erreurs $e_{\theta}(t), e_{\dot{\theta}}(t), e_x(t)$ et $e_{\dot{x}}(t)$

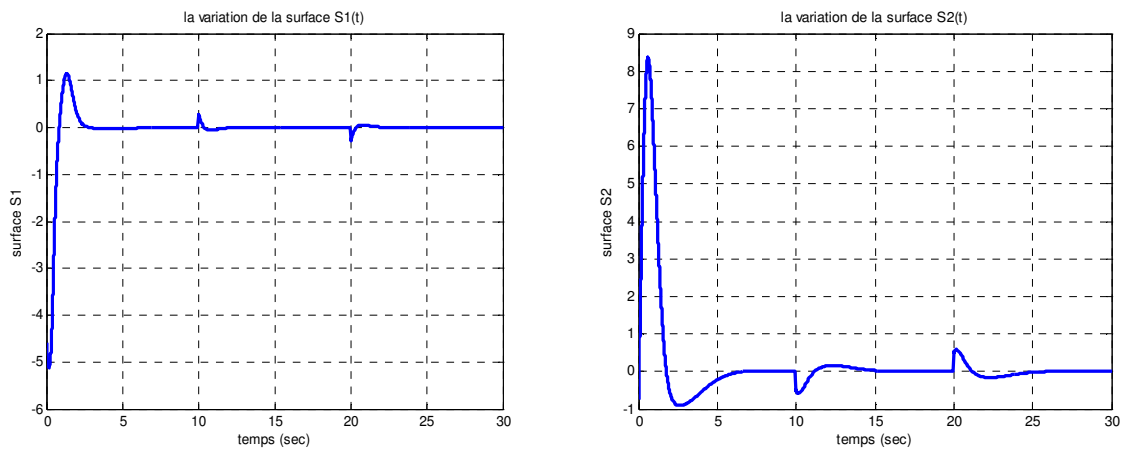


Figure IV.31. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

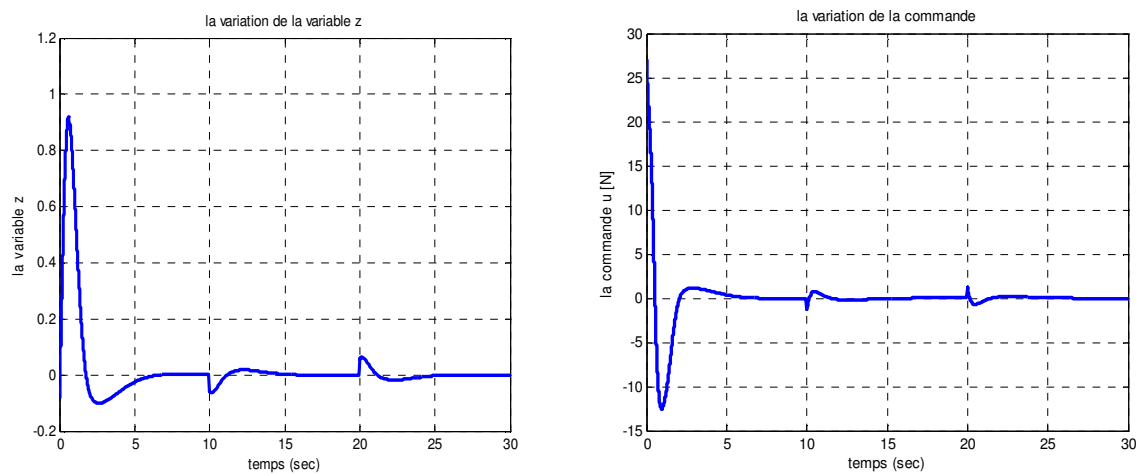


Figure IV.32. Variation de la variable z et la commande u

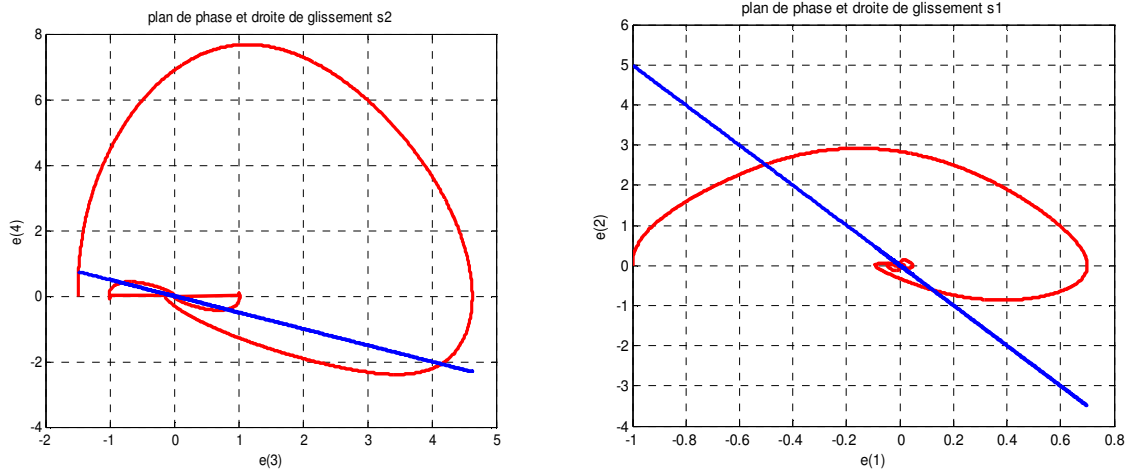


Figure IV.33. Plan de phase $(e(1), e(2))$ et la droite de glissement S_1 , Plan de phase $(e(3), e(4))$ et la droite de glissement S_2

La figure suivante (figure IV.34) montre que la position réelle du chariot suite la position désirée.

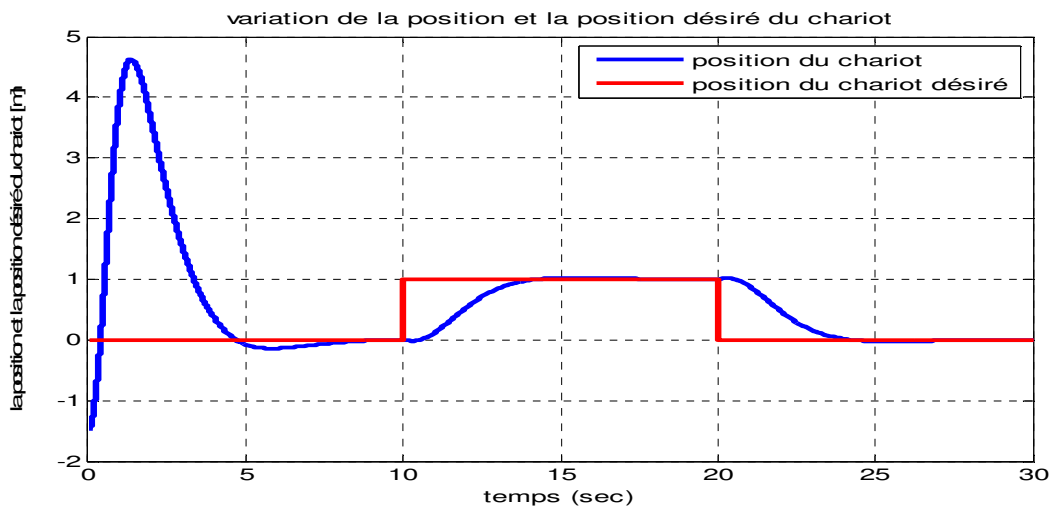


Figure IV.34. Les variables d'état x (position du chariot) et x_d (position du chariot désiré) Les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré ($\theta_d(t) = 0, \dot{\theta}_d(t) = 0, x_d(t) = \sin\left(\left(\frac{\pi}{30}\right)t\right)$ et $\dot{x}_d(t) = \left(\frac{\pi}{30}\right)\cos\left(\left(\frac{\pi}{30}\right)t\right)$) sont données sur les figures IV.35 - IV.36. on observe de l'erreur de poursuite vers zéro. Les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre aussi vers zéro.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.37. La représentation des plans de phase $e_2 = f(e_1)$ et $e_4 = f(e_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.38).

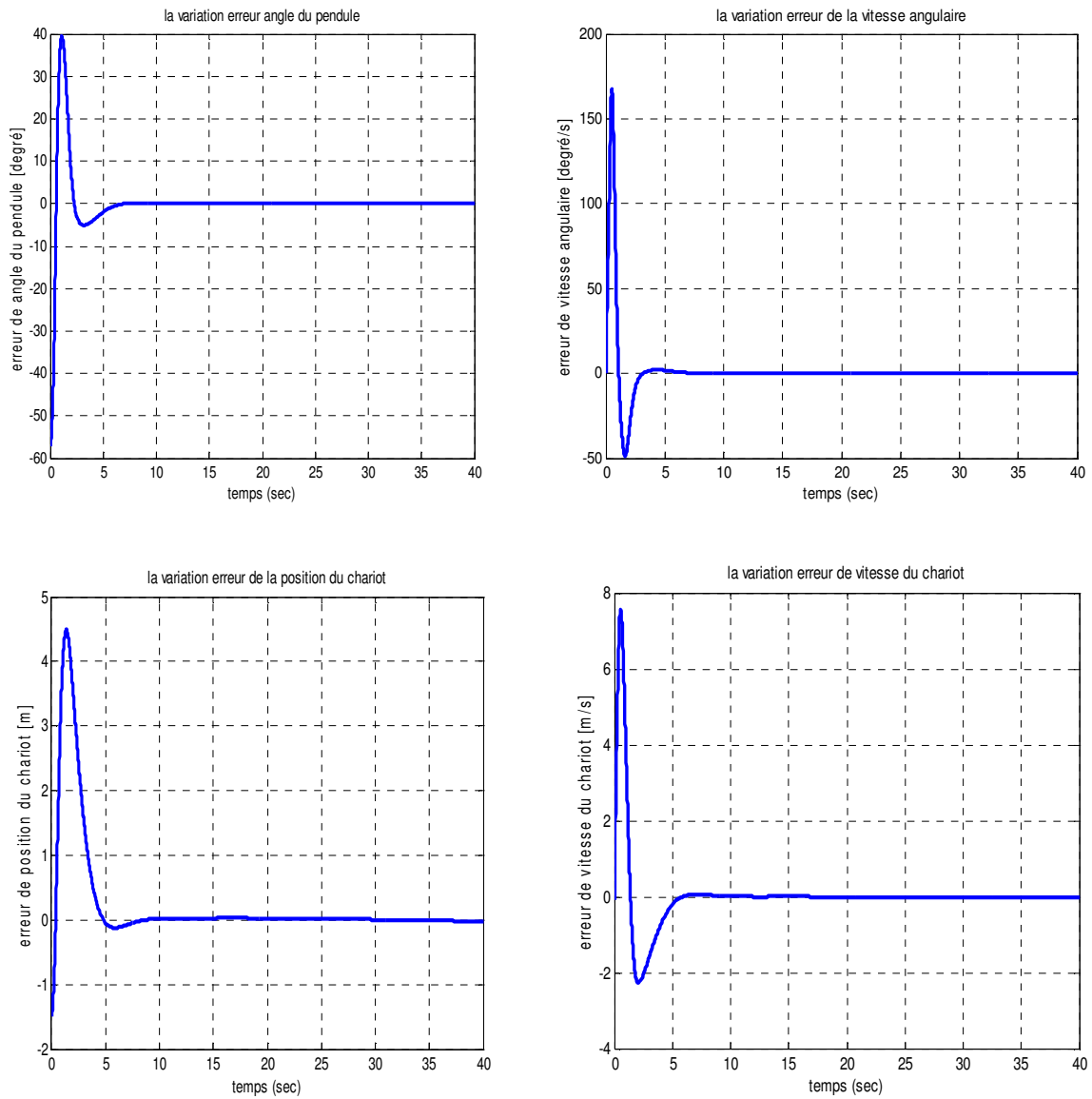


Figure IV.35. Variation des erreurs $e_{\theta}(t)$, $e_{\dot{\theta}}(t)$, $e_x(t)$ et $e_{\dot{x}}(t)$

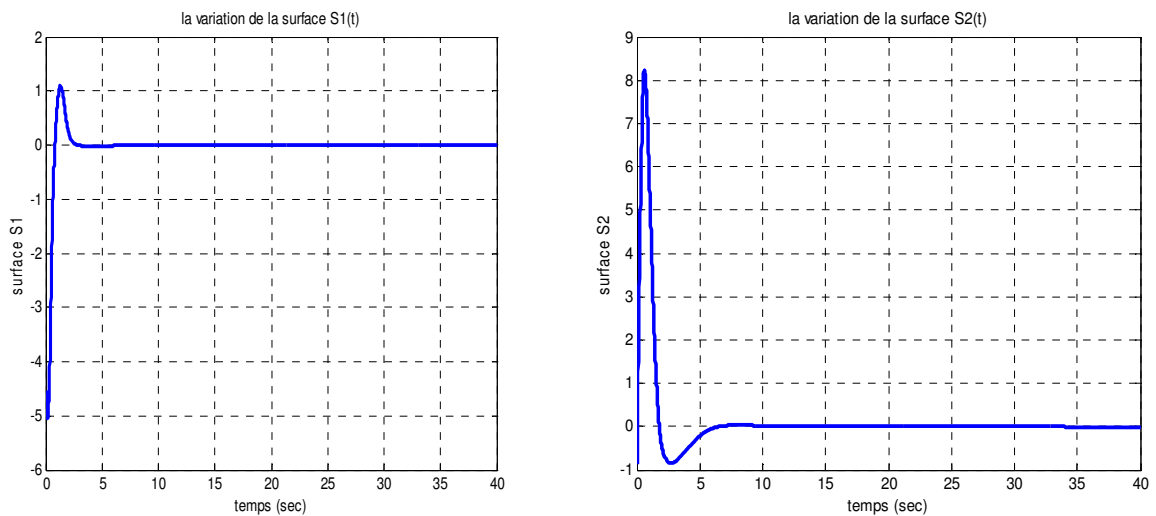


Figure IV.36. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

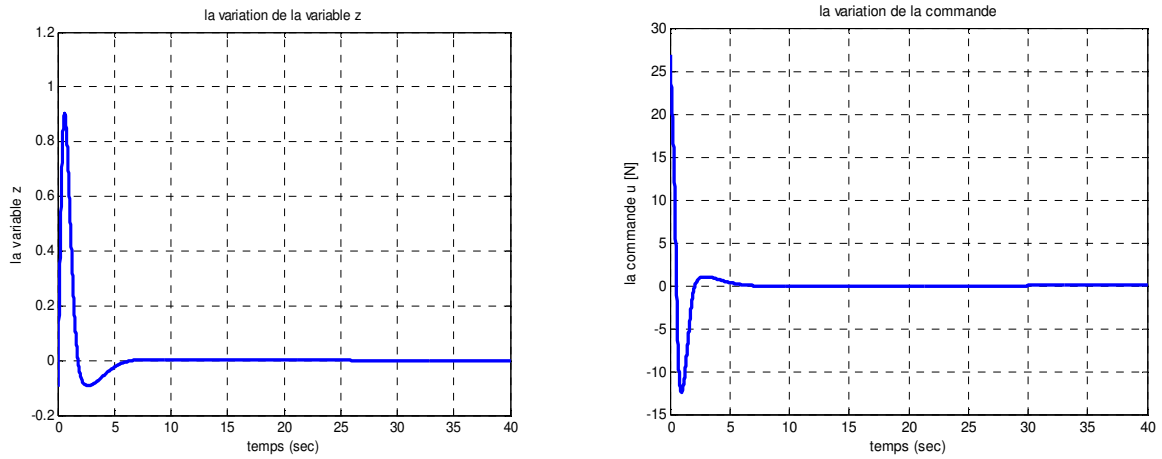


Figure IV.37. Variation de la variable Z et la commande U

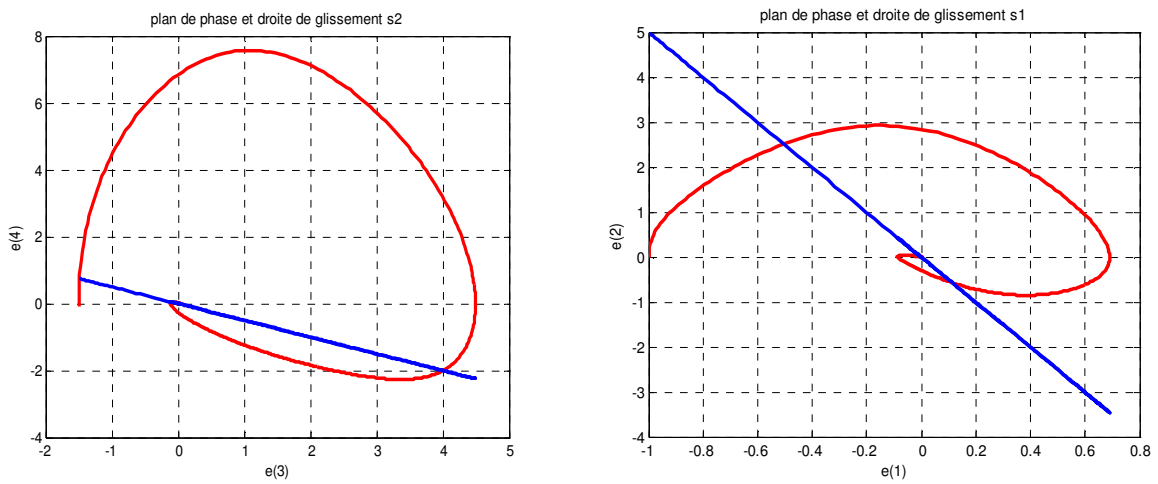


Figure IV.38. Plan de phase $(e(1), e(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(e(3), e(4))$ et la droite de glissement $S2$

La figure suivante (figure IV.39) montre que la position réelle du chariot suite la position désirée.

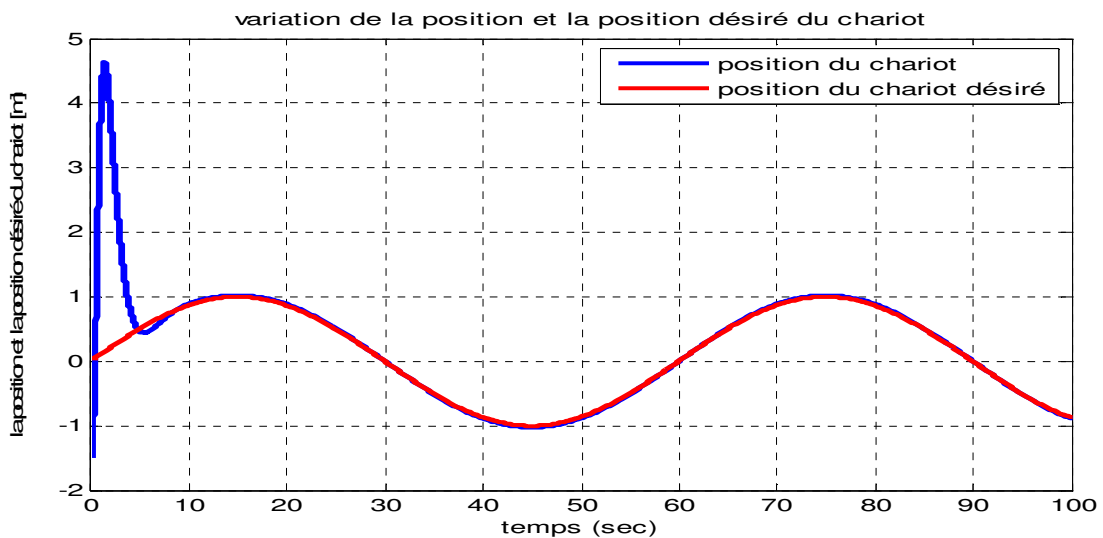


Figure IV.39. Les variables d'état x (position du chariot) et x_d (position du chariot désiré)

Les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré ($\theta_d(t) = 0, \dot{\theta}_d(t) = 0, x_d(t) = 2t$ et $\dot{x}_d(t) = 2$) sont donnés sur les figures IV.40 - IV.41. on observe de l'erreur de poursuite vers zéro. Les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendent aussi vers zéro.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.42. La représentation des plans de phase $e_2 = f(e_1)$ et $e_4 = f(e_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.43).

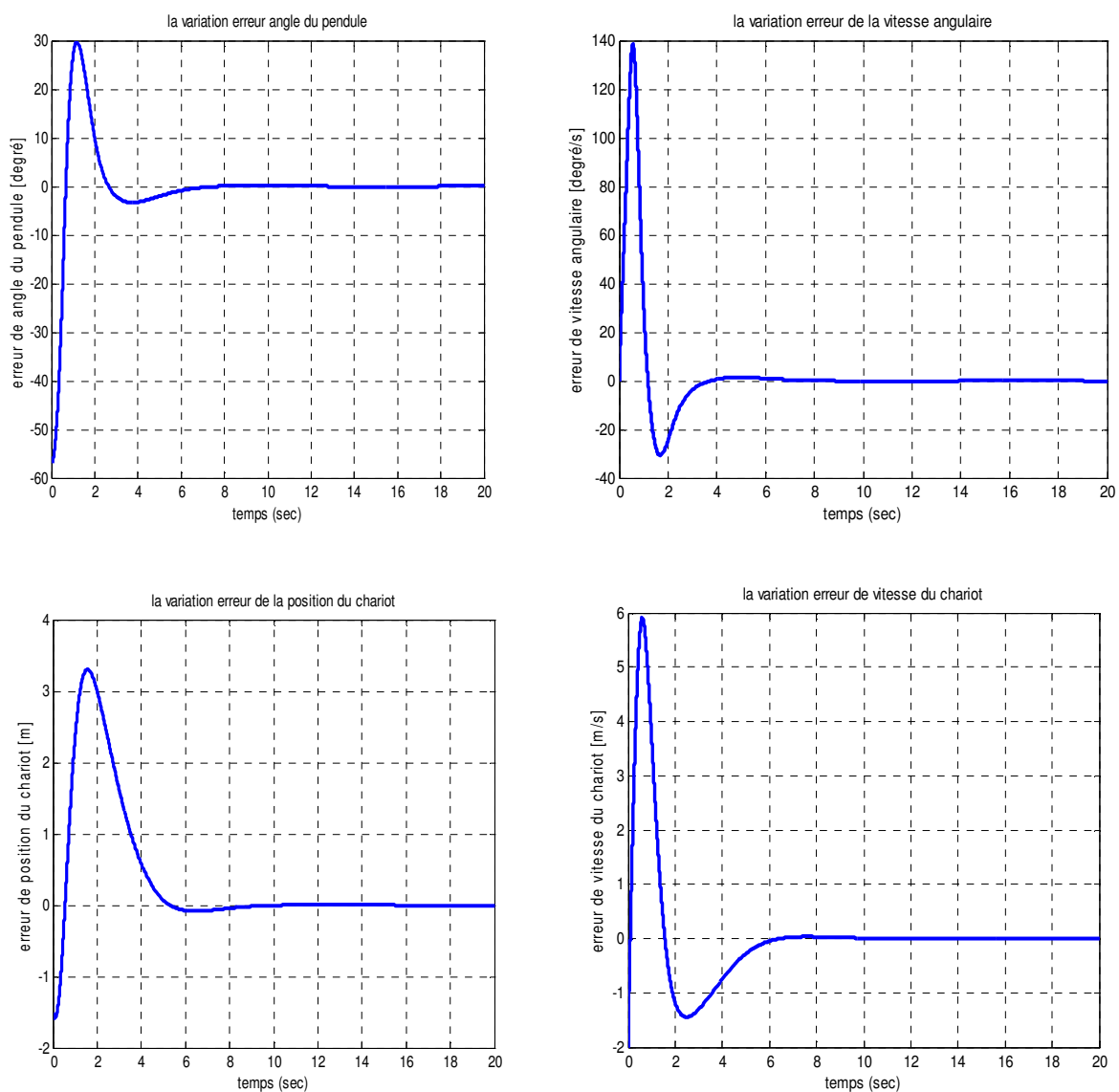


Figure IV.40. Variation des erreurs $e_\theta(t), e_{\dot{\theta}}(t), e_x(t)$ et $e_{\dot{x}}(t)$

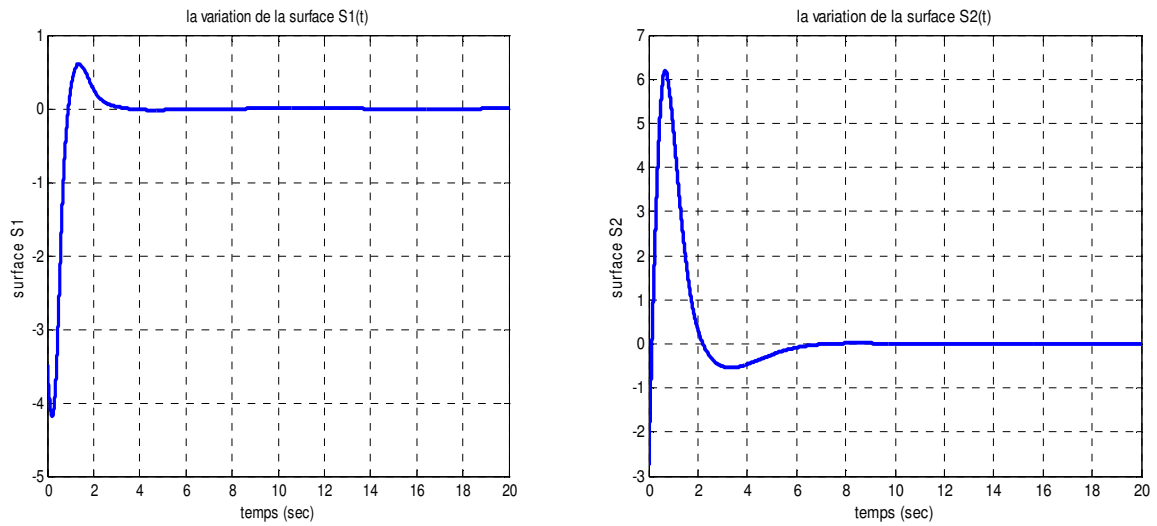


Figure IV.41. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

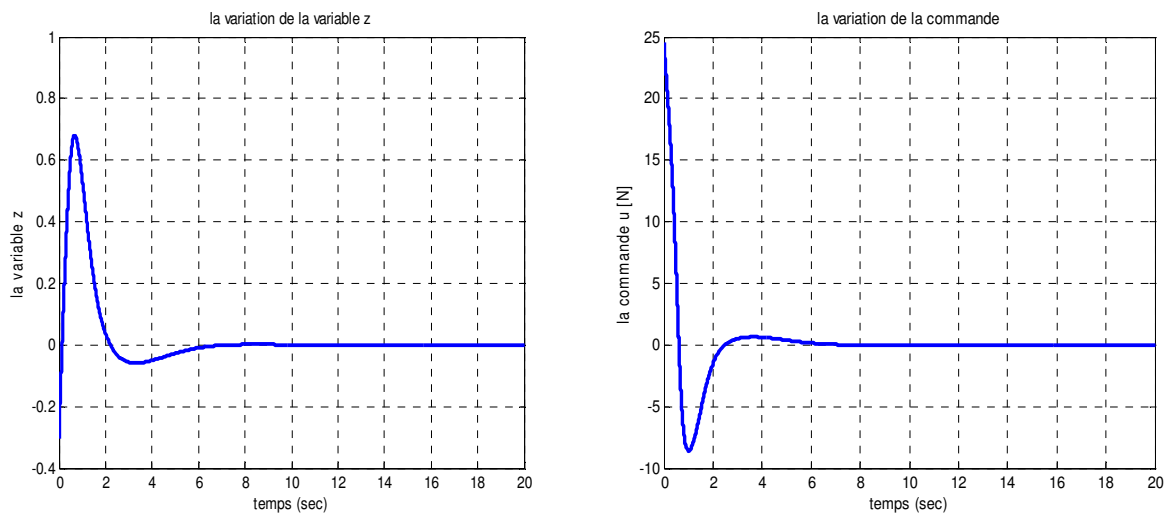


Figure IV.42. Variation de la variable z et la commande u

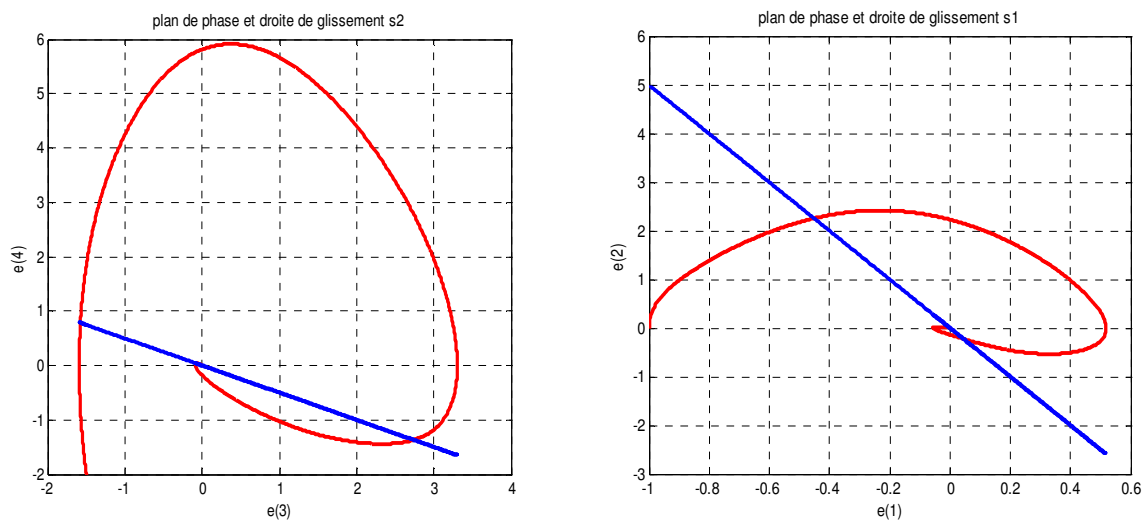


Figure IV.43. Plan de phase $(e(1), e(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(e(3), e(4))$ et la droite de glissement $S2$

La figure suivante (figure IV.44) montre que la position réelle du chariot suite la position désirée.

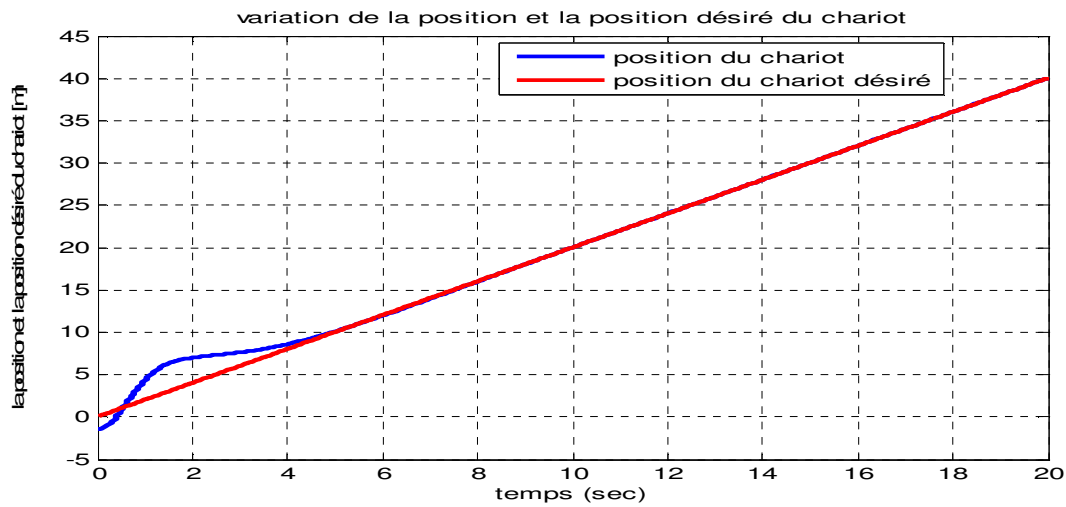


Figure IV.44. Les variables d'état x (position du chariot) et x_d (position du chariot désiré)

7. Commande par mode glissant flou avec gain adaptatif

Dans la partie précédente, on a supposé que le gain K de la commande par mode glissant peut être déterminé. Cependant, en pratique, on n'a pas de méthode permettant le calcul de ce gain. Pour résoudre ce problème, on utilise dans cette section, une commande à gain adaptatif.

7.1. Position du problème

Maintenant, nous étudions la loi de commande suivante :

$$u(t) = u_{eq} + u_n \tag{IV.66}$$

La commande équivalente u_{eq} peut être obtenue à partir de la dérivée temporelle de la surface $\dot{S}_1 = 0$.

$$\dot{S}_1 = c_1(\dot{e}_1 - \dot{z}) + \dot{e}_2 \tag{IV.67}$$

$$\dot{S}_1 = c_1(e_2 - \dot{z}) + f_1(X) + b_1(X)u - \dot{x}_{2d} \tag{IV.68}$$

$$\dot{S}_1 = 0$$

$$u_{eq}^* = \frac{-c_1 e_2 + c_1 \dot{z} - f_1(X) + \dot{x}_{2d}}{b_1(X)} \tag{IV.69}$$

La variable z n'est pas dérivable, \dot{z} ne peut pas être obtenue, pour cela on approche la loi de commande équivalente optimale u_{eq}^* par la commande équivalente u_{eq} donnée par :

$$u_{eq} = \frac{-c_1 e_2 - f_1(X) + x_{2d}}{b_1(X)} \quad (\text{IV.70})$$

et soit $k(t)$ donné par :

$$k(t) = u_{eq} - u_{eq}^* \quad 0 \leq |k(t)| \leq K \quad (\text{IV.71})$$

La limite d'incertitude K est une constante positive. Cependant, cette limite d'incertitude ne peut pas être mesurée en pratique [41].

Soit \hat{K} la valeur estimée de K . On considère l'erreur d'estimation :

$$\tilde{K}(t) = K - \hat{K}(t) \quad (\text{IV.72})$$

u_n : la commande discontinue dont le but est de vérifier les conditions d'attractivité, un terme de commande par mode glissant adaptatif est introduit pour compenser la différence entre la commande équivalente optimale u_{eq}^* est la commande équivalente u_{eq} .

$$u_n = -\hat{K} \text{Sign}(S_1 b_1) \quad (\text{IV.73})$$

Pour assurer les objectifs de la commande, on adopte la loi d'adaptation suivante :

$$\dot{\hat{K}} = -\dot{\tilde{K}} = n |S_1 b_1| \quad (\text{IV.74})$$

avec $n > 0$.

7.2. Analyse de la stabilité

L'objectif est d'assurer la stabilité des structures de commande dans le sens où tous les signaux d'entrée et de sortie restent bornés et l'erreur de poursuite tend asymptotiquement vers zéro.

D'une manière générale, la synthèse de Lyapunov consiste à sélectionner une fonction candidate de Lyapunov V puis à choisir des lois de commande ou d'adaptation assurant sa décroissance.

Afin de démontrer la stabilité du système, nous considérons la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} S_1^2 + \frac{1}{2n} \tilde{K}^2 \quad (\text{IV.75})$$

avec

$$\tilde{K}(t) = K - \hat{K}(t)$$

La dérivée temporelle de (IV.75) est

$$\dot{V} = S_1 \dot{S}_1 + \frac{1}{n} \tilde{K} \dot{\tilde{K}} \quad (\text{IV.76})$$

A partir de (IV.68) et (IV.72), il vient :

$$\dot{V} = S_1 (c_1 e_2 - c_1 \dot{z} + f_1(X) + b_1(X)u - \dot{x}_{2d}) + \frac{1}{n} (K - \hat{K}) \dot{\tilde{K}} \quad (\text{IV.77})$$

En remplaçant u par son expression (IV.66) et en utilisant la loi d'adaptation (IV.74), la relation (IV.77) devient :

$$\dot{V} = S_1 (c_1 e_2 - c_1 \dot{z} + f_1(X) + b_1(X)(u_{eq} + u_n) - \dot{x}_{2d}) - (K - \hat{K}) |S_1 b_1(X)| \quad (\text{IV.78})$$

$$\dot{V} = S_1 (c_1 e_2 - c_1 \dot{z} + f_1(X) + b_1(X)(u_{eq} - u_{eq}^* + u_{eq}^* + u_n) - \dot{x}_{2d}) - (K - \hat{K}) |S_1 b_1(X)| \quad (\text{IV.79})$$

$$\dot{V} = S_1 (b_1(X)(u_{eq} - u_{eq}^* + u_n)) - (K - \hat{K}) |S_1 b_1(X)| \quad (\text{IV.80})$$

A partir de (IV.71) et (IV.73), il vient :

$$\dot{V} = S_1 (b_1(X)(k - \hat{K} \text{Sign}(S_1 b_1(X)))) - (K - \hat{K}) |S_1 b_1(X)| \quad (\text{IV.81})$$

$$\dot{V} = S_1 b_1(X)k - S_1 b_1(X) \hat{K} \text{Sign}(S_1 b_1(X)) - K |S_1 b_1(X)| + \hat{K} |S_1 b_1(X)| \quad (\text{IV.82})$$

$$\dot{V} = S_1 b_1(X)k - K |S_1 b_1(X)| \quad (\text{IV.83})$$

$$\dot{V} \leq 0$$

7.3. Exemple de simulation

Soit le pendule inversé, représenté par la figure IV.7, le mouvement peut être décrit par l'équation (IV.47), avec les paramètres suivants :

$$m_p = 0.1 \text{kg}, m_c = 1 \text{kg}, m_t = 1.1 \text{kg}, L = 0.5 \text{m}, g = 9.81 \text{m/s}^2$$

La simulation est faite avec une condition initiale $x(0) = [-1.0, 0, -1.0; 0]^T$ avec un régulateur par mode glissant flou à gain adaptatif dont les paramètres sont :

$$c_1 = 5, c_2 = 0.5, K(0) = 15, \Phi_1 = 5, \Phi_z = 8.5812, n = 0.1, z_U = 0.9425$$

Les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré (

$$\theta_d(t) = 0, \dot{\theta}_d(t) = 0, x_d(t) = \begin{cases} 1 & \text{Si } 20s \leq t \leq 30s \\ -1 & \text{Si ailleurs} \end{cases} \text{ et } x_d(t) = 0) \text{ sont données sur les figures}$$

IV.45 - IV.46. on observe de l'erreur de poursuite vers zéro. Les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendent aussi vers zéro.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.47. La représentation des plans de phase $e_2 = f(e_1)$ et $e_4 = f(e_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.48).

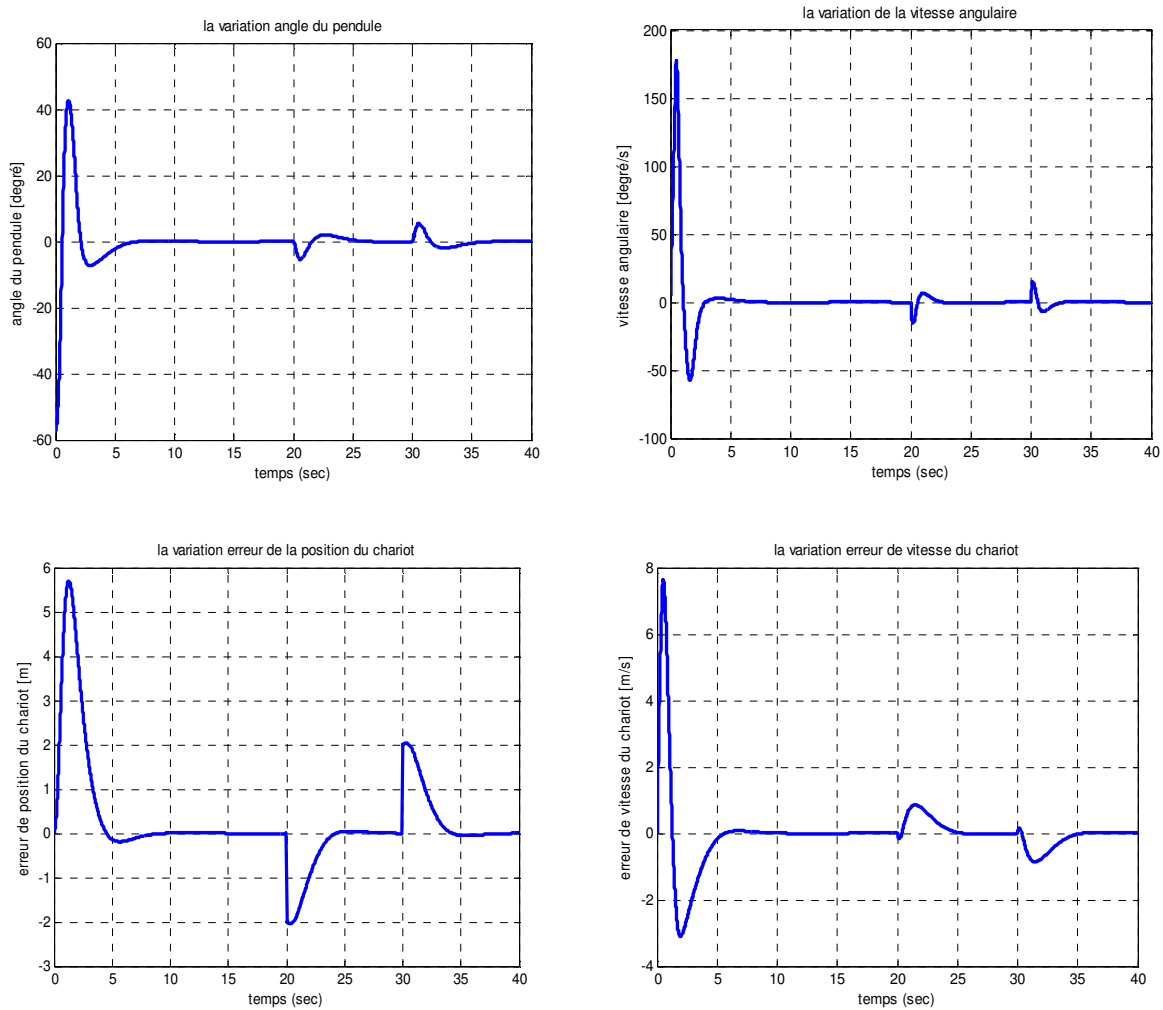


Figure IV.45. Variation des erreurs $e_\theta(t), e_{\dot{\theta}}(t), e_x(t)$ et $e_{\dot{x}}(t)$

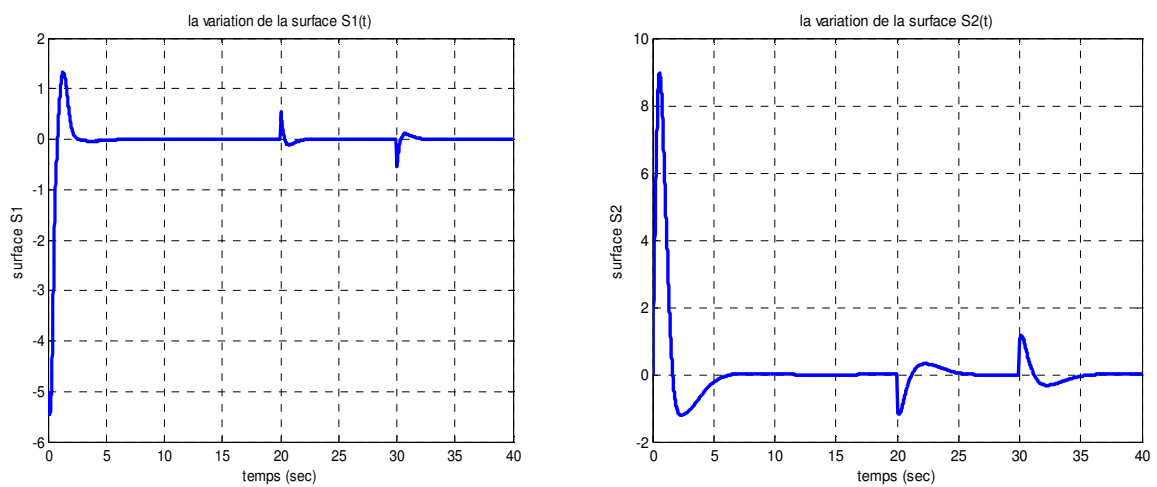


Figure IV.46. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

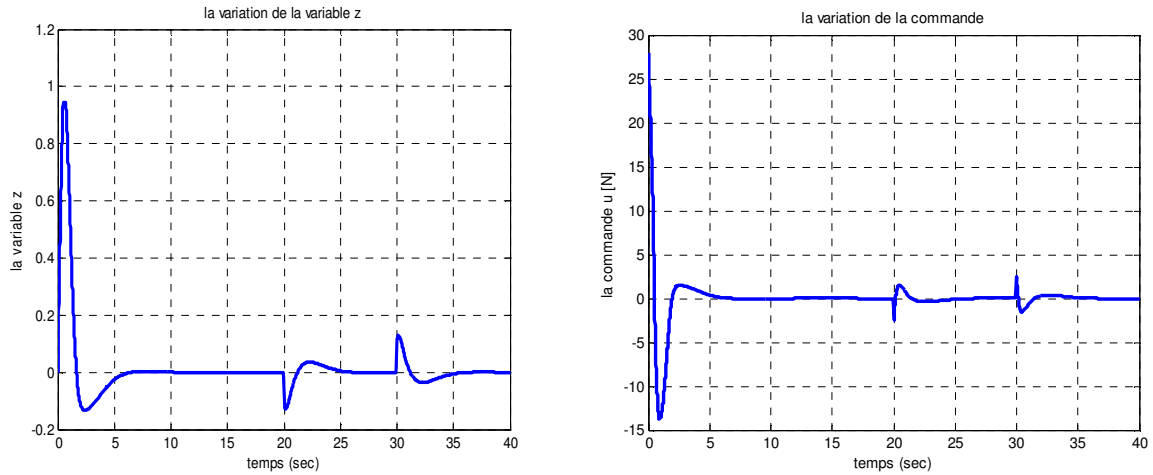


Figure IV.47. Variation de la variable z et la commande u

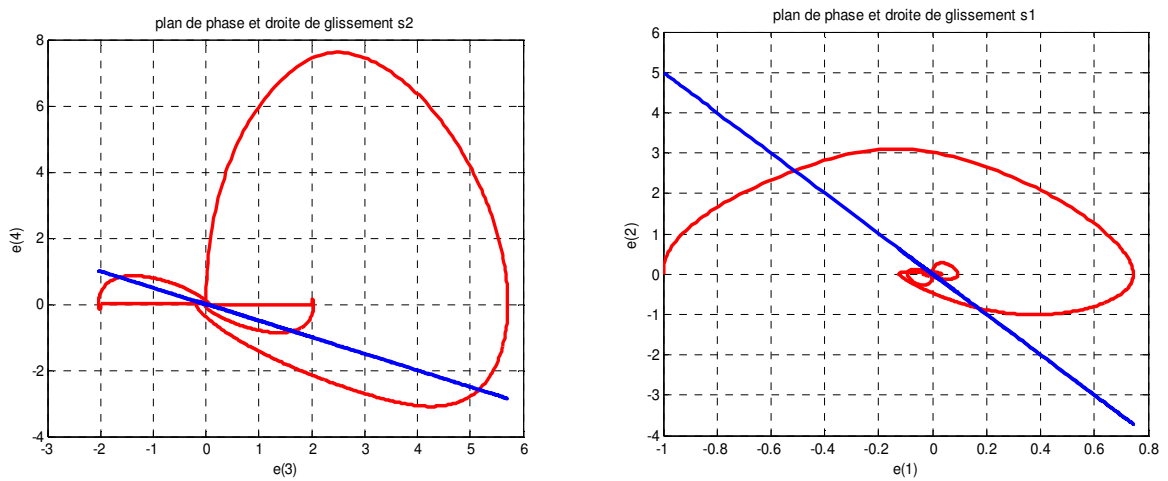


Figure IV.48. Plan de phase $(e(1), e(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(e(3), e(4))$ et la droite de glissement $S2$

La figure suivante (figure IV.49) montre que la position réelle du chariot suite la position désirée et la variation de gain adaptatif K .

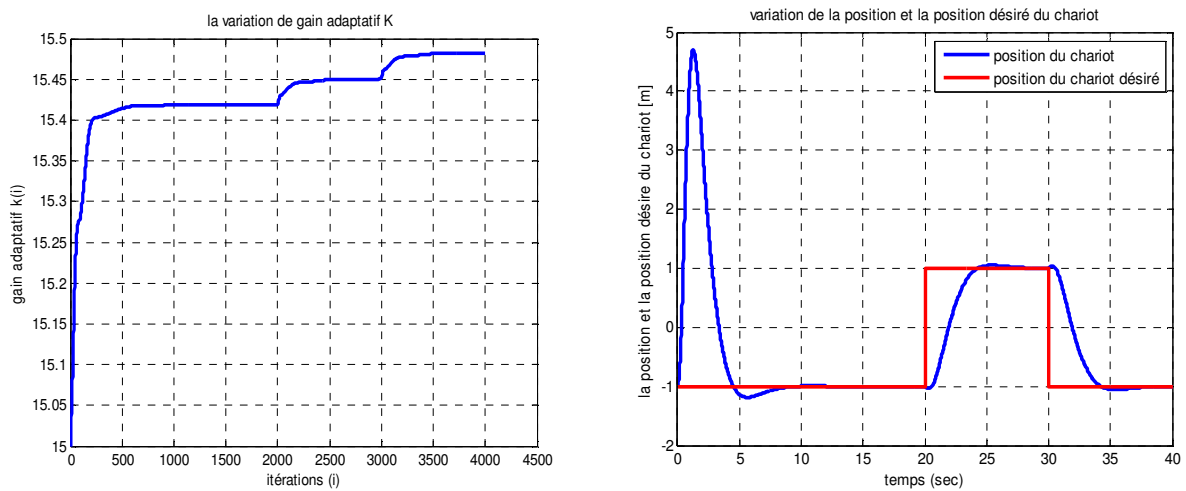


Figure IV.49. La variation de gain adaptatif K et les variables d'état x (position du chariot) et x_d (position du chariot désiré)

Les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré ($\theta_d(t) = 0, \dot{\theta}_d(t) = 0, x_d(t) = \sin\left(\left(\frac{\pi}{30}\right)t\right)$ et $\dot{x}_d(t) = \left(\frac{\pi}{30}\right)\cos\left(\left(\frac{\pi}{30}\right)t\right)$) sont donnés sur les figures IV.50 - IV.51. on observe de l'erreur de poursuite vers zéro. Les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre aussi vers zéro.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.52. La représentation des plans de phase $e_2 = f(e_1)$ et $e_4 = f(e_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.53).

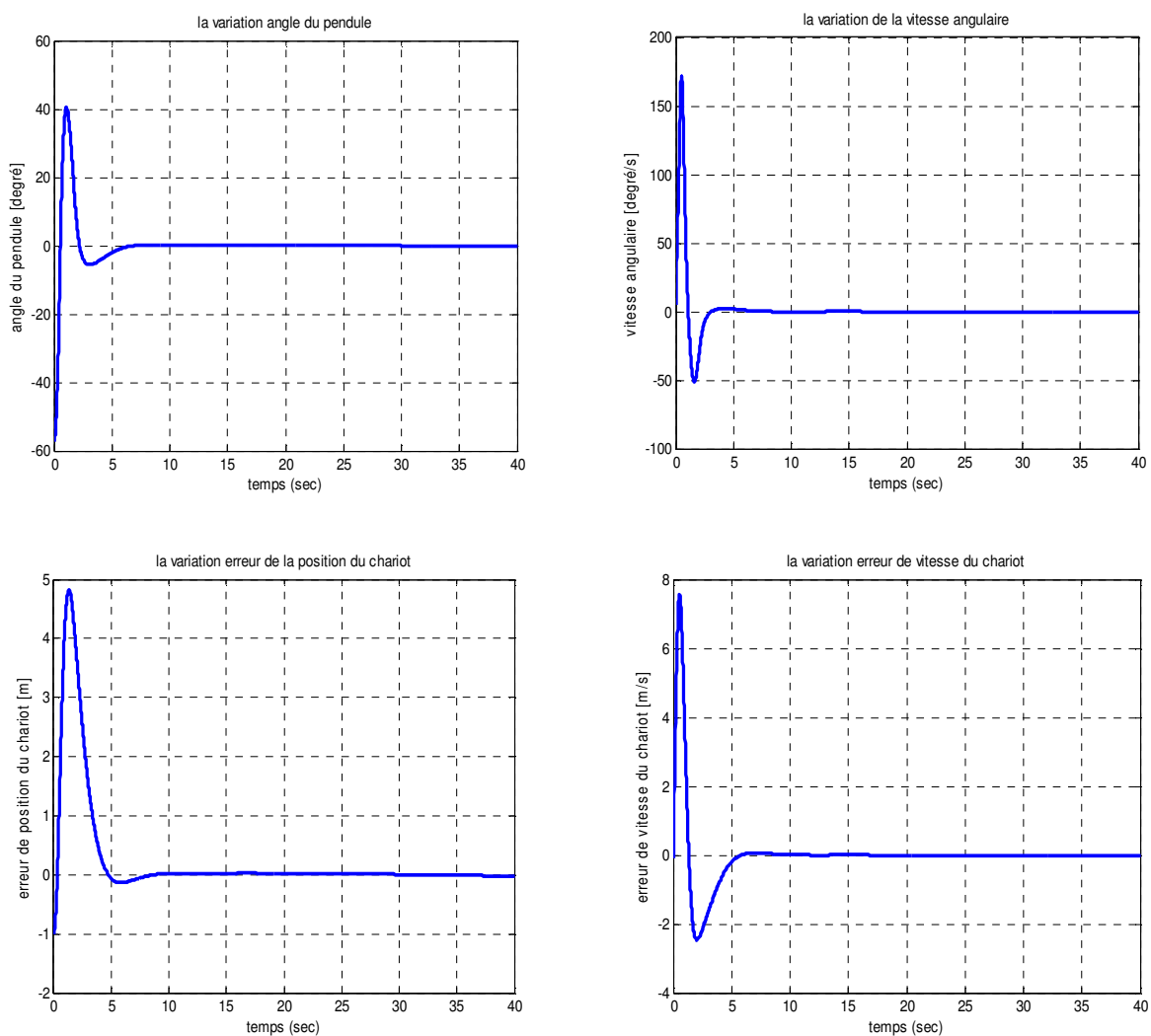


Figure IV.50. Variation des erreurs $e_\theta(t), e_{\dot{\theta}}(t), e_x(t)$ et $e_{\dot{x}}(t)$

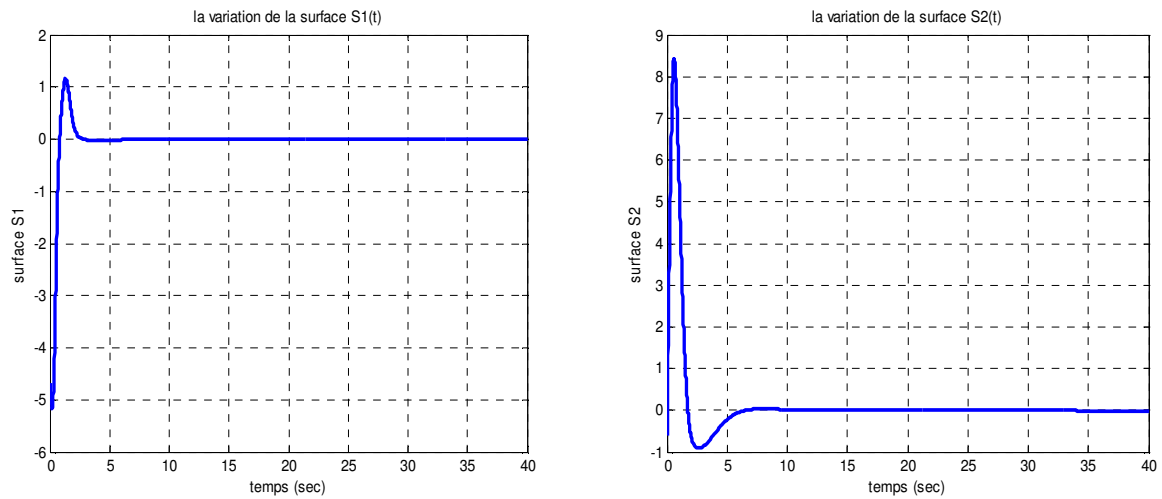


Figure IV.51. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

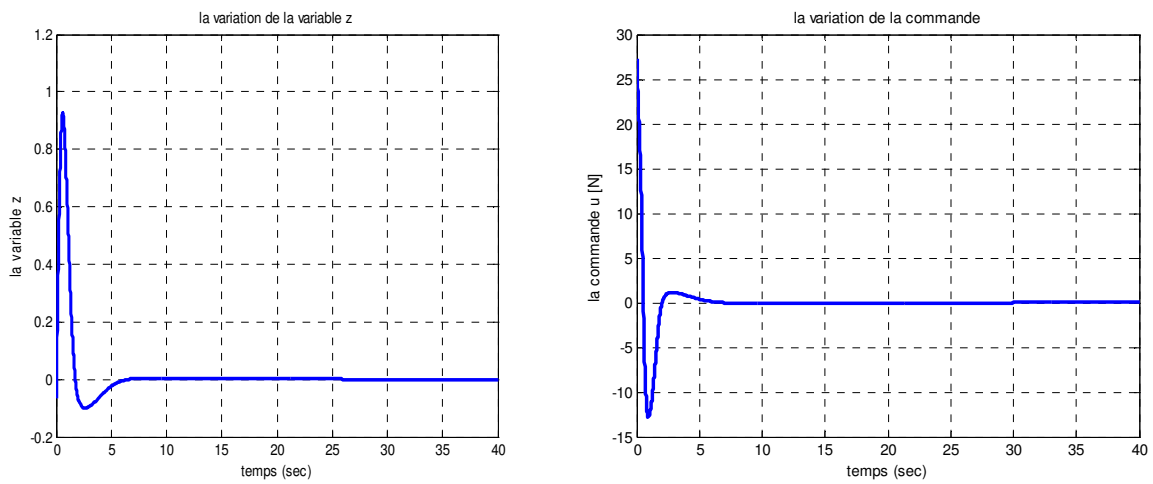


Figure IV.52. Variation de la variable z et la commande u

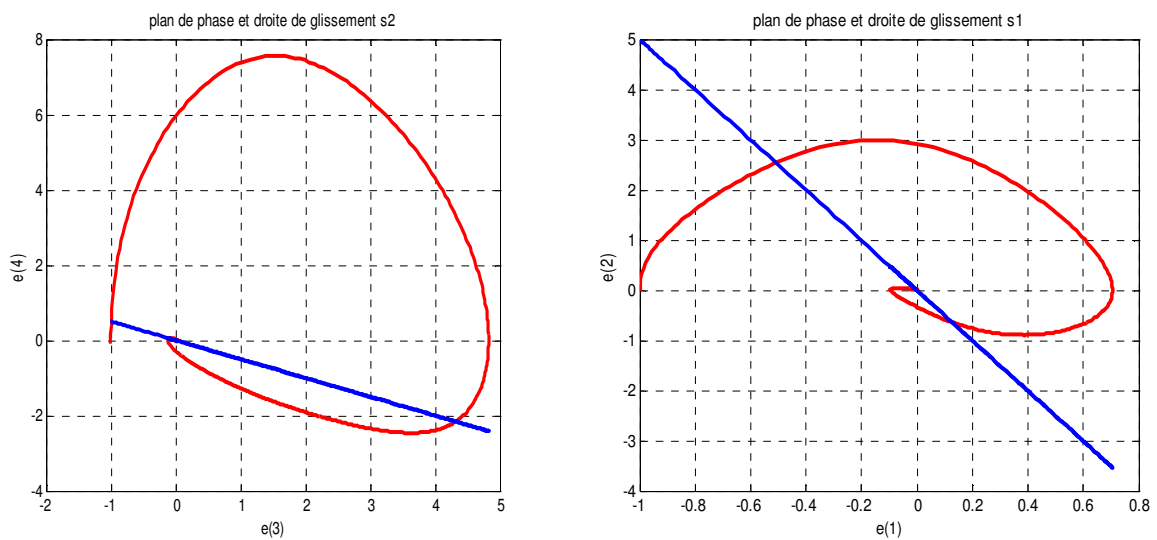


Figure IV.53. Plan de phase $(e(1), e(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(e(3), e(4))$ et la droite de glissement $S2$

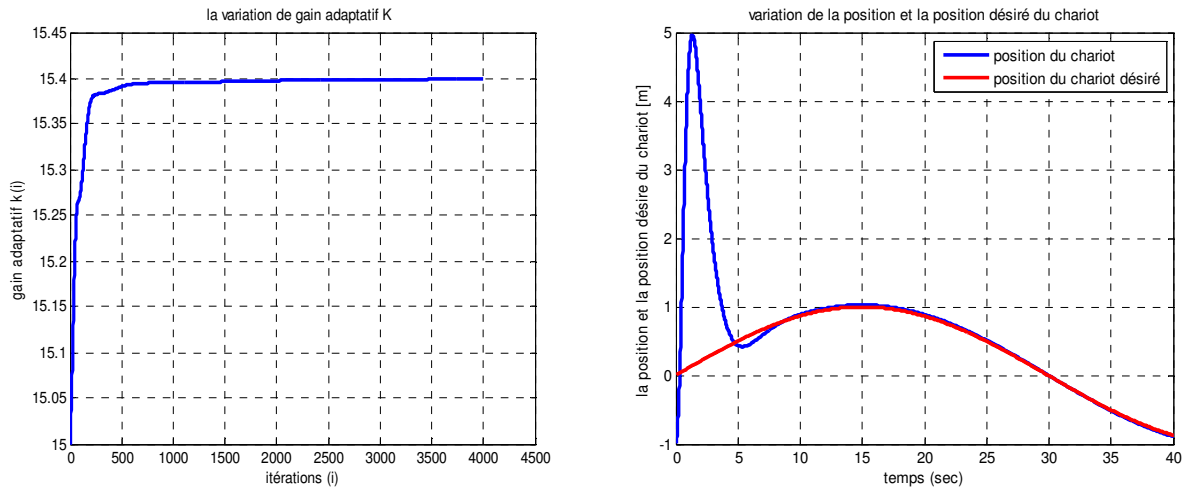
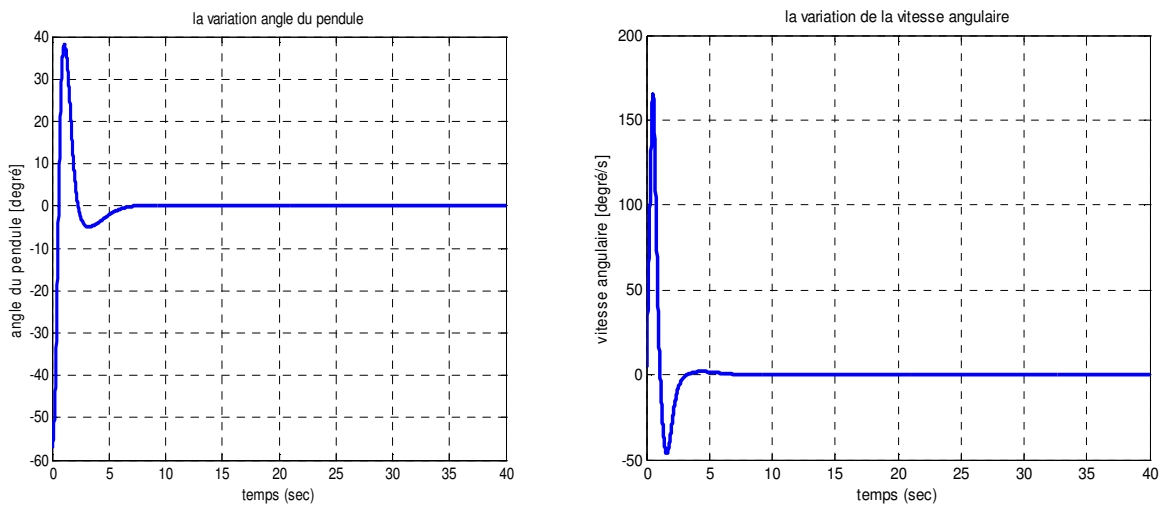


Figure IV.54. La variation de gain adaptatif K et les variables d'état x (position du chariot) et x_d (position du chariot désiré)

Les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré ($\theta_d(t) = 0, \dot{\theta}_d(t) = 0, x_d(t) = \left(\frac{1}{2}\right)t$ et $\dot{x}_d(t) = \frac{1}{2}$) sont données sur les figures IV.55 - IV.56. on observe de l'erreur de poursuite vers zéro. Les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre aussi vers zéro.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.57. La représentation des plans de phase $e_2 = f(e_1)$ et $e_4 = f(e_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.58).



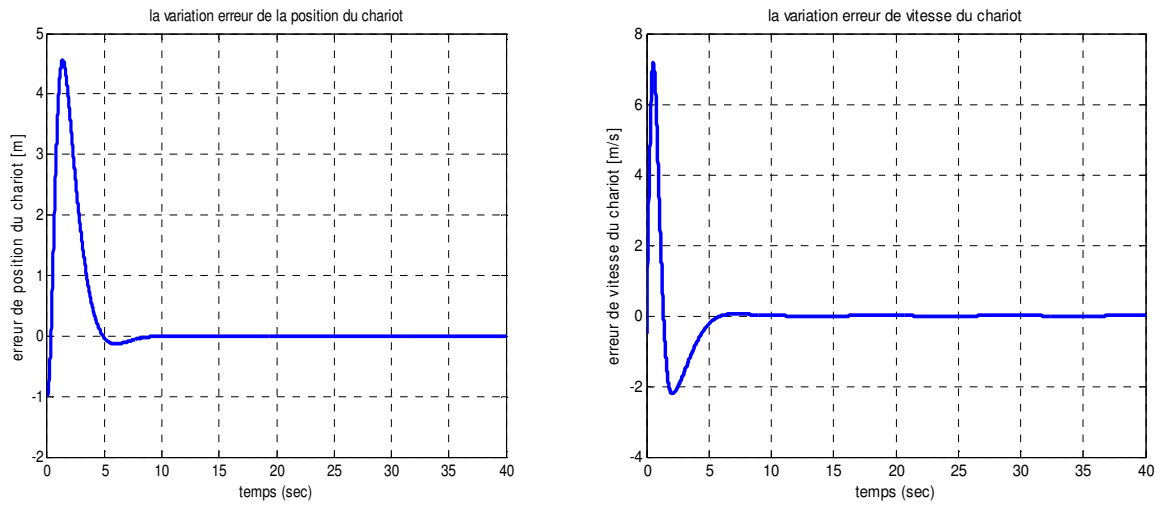


Figure IV.55. Variation des erreurs $e_\theta(t), e_{\dot{\theta}}(t), e_x(t)$ et $e_{\dot{x}}(t)$

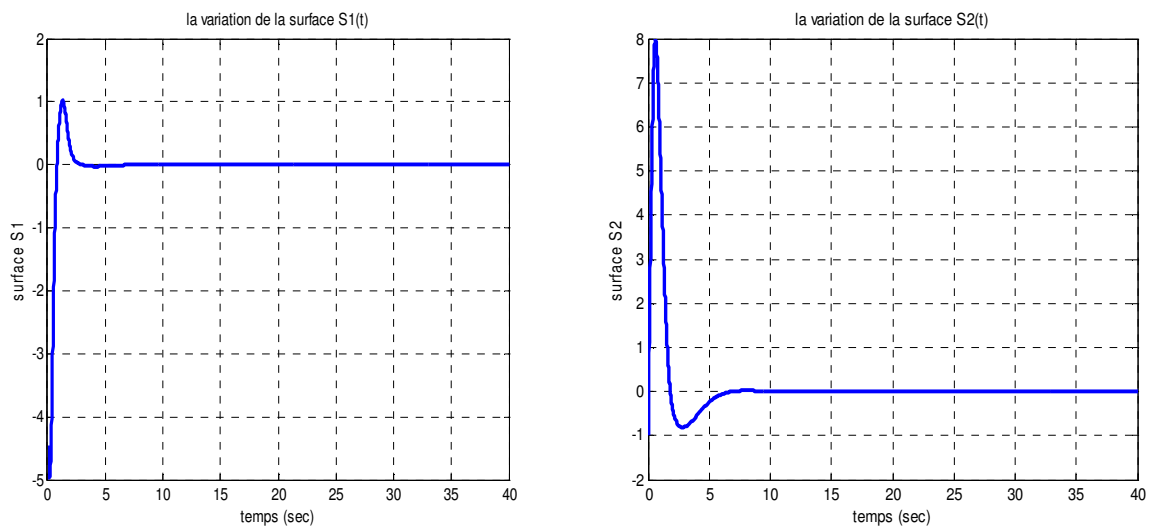


Figure IV.56. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

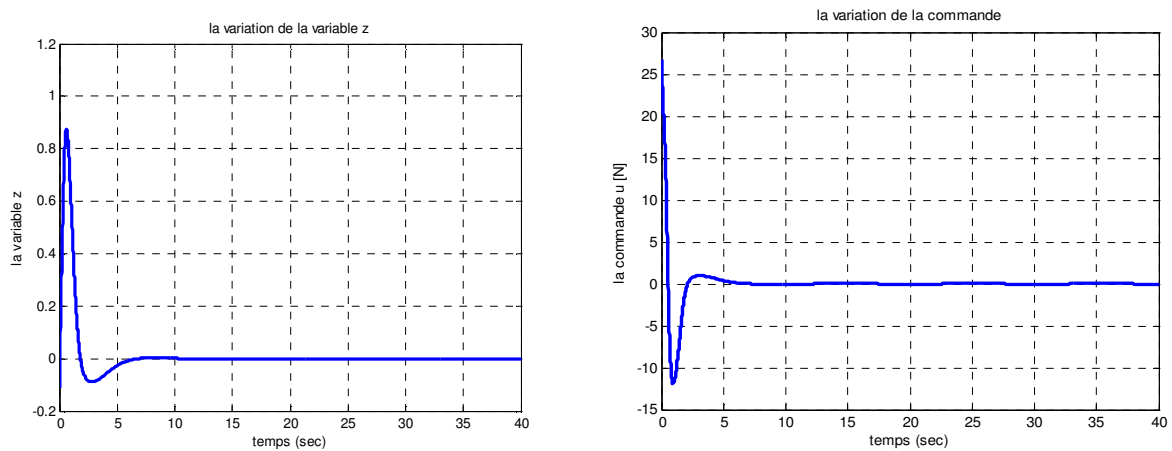


Figure IV.57. Variation de la variable z et la commande u

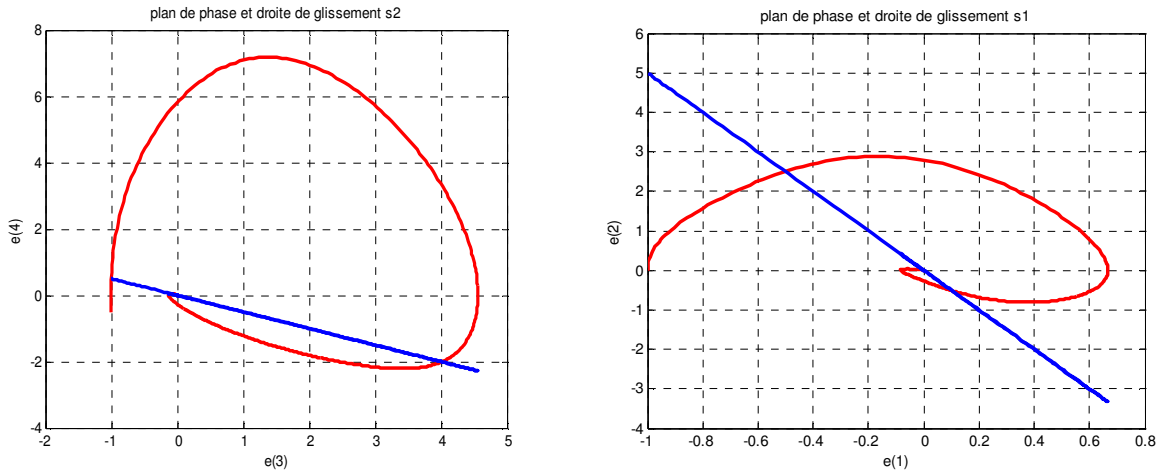


Figure IV.58. Plan de phase $(e(1), e(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(e(3), e(4))$ et la droite de glissement $S2$

La figure suivante (figure IV.59) montre que la position réelle du chariot suite la position désirée et la variation de gain adaptatif K .

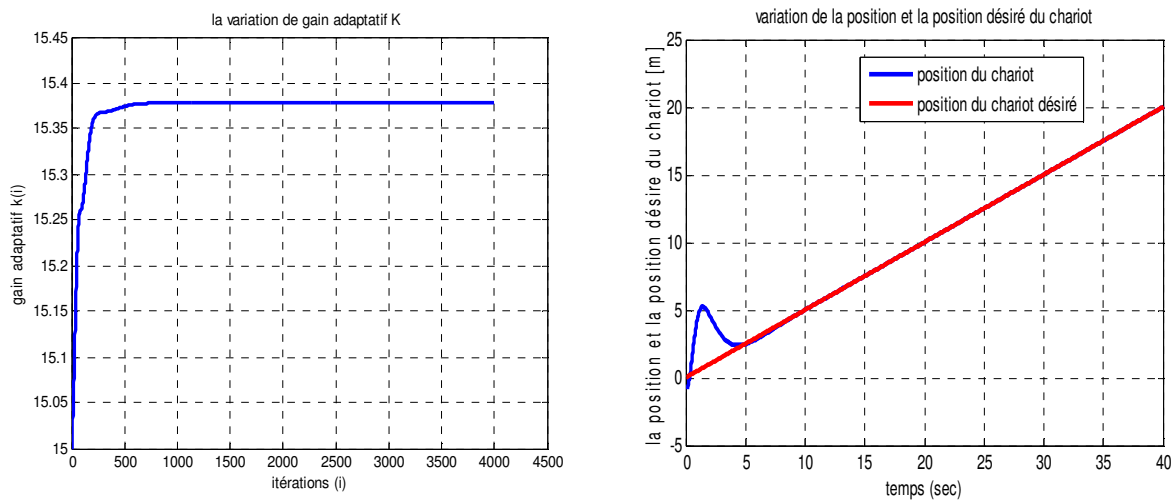


Figure IV.59. La variation de gain adaptatif K et les variables d'état x (position du chariot) et x_d (position du chariot désiré)

On constate que la commande par mode de glissement force le système à suivre le signal de référence. Cette poursuite s'effectue en minimisant l'erreur de poursuite d'une part et en assurant la stabilité du système d'une autre part.

Les résultats de simulation montrent l'efficacité et les performances de la commande par mode de glissant flou. On constate que cette commande a éliminé le chattering et assuré le lissage de la commande, la stabilisation de système et la poursuite de trajectoire.

8. Conclusion :

Dans ce chapitre, on a étudié une approche de la commande par mode de glissant flou qui peut être utilisée pour une large classe des systèmes non linéaires, elle combine les avantages des deux techniques considérés robustes et qui sont la commande par mode glissant et la commande floue.

L'objectif de cette commande hybride est d'établir une passerelle entre la commande floue dont les performances incontestables la rendent de plus en plus convoitée par les chercheurs et la commande par mode glissant qui prouve des propriétés de stabilité et de robustesse par rapport aux perturbations externes.

L'application de cette commande sur deux exemples de simulation (le pendule inversé et le système ball-beam) a donné des résultats très satisfaisants pour la stabilisation et la poursuite de trajectoire tout en s'affranchissant des problèmes de broutement de la commande par mode glissant et le déficit en outils d'analyse de la commande à la logique floue.

Dans cette partie, on a supposée que les systèmes non linéaires peuvent être décrits par des fonctions connues, malheureusement pour la plupart des systèmes réels ces fonctions sont soit incertaines ou inconnues. Pour remédier à ce problème, on va utiliser dans la partie suivante des systèmes d'inférence floue pour l'estimation en ligne des valeurs de ces fonctions.

