CHPITRE I
L'EAU DANS LE SOL

I-1 INTRODUCTION

Du point de vue géotechnique, on définit un sol comme faisant partie des roches meubles d'une formation géologique superficielle résultant de l'altération des roches de l'écorce terrestre.

La présence de l'eau dans le sol joue un rôle très important, on s'intéresse à l'eau libre qui peut circuler entre les grains, cette eau saturant un massif de terrain construit une nappe souterraine, le plus souvent à surface libre ou parfois localisée entre deux formations imperméables c'est la nappe captive.

Une fois reconnue la présence d'eau dans un terrain, il faudra s'attacher aux problèmes qu'elle pose et qui se ramènent pratiquement tous, soit à son élimination (épuisement de fouille), soit à une réduction de sa charge (drainage). (CAMBFORT, 1980)

Le drainage et le rabattement provisoire ou définitif de la nappe phréatique, sont souvent indispensables pour la réalisation des ouvrages, et pour leur stabilité.

La connaissance théorique des lois de l'écoulement de l'eau dans le sol, comme celle de l'action mécanique qui en résulte, seront nécessaires au projeteur, elles lui permettront d'appréhender les principes physiques et mécaniques qui ne sont pas remis fondamentalement en cause par les résultats de la pratique, ainsi que de prévoire et d'expliquer le comportement particulier des massifs.

I-2 LES TYPES D'EAU DANS LE SOL

L'eau qui se trouve dans les sols est soumise à plusieurs forces. Les molécules d'eau subissent d'abord une attraction réciproque constituant la cohésion de l'eau, et leur permettant de rester groupées entre elles.

Mais elles subissent aussi une attraction moléculaire de la part des substances étrangères au contact desquelles elles se trouvent, cette cohésion fixe la molécule d'eau aux parois.

De plus, l'eau dans le sol est soumise à l'influence de la pesanteur qui, suivant la grandeur des forces qui lui sont opposées par les attractions moléculaires, permettra ou ne permettra pas à l'eau de se mouvoir.

En fin, la tension de vapeur d'eau de l'atmosphère surmontant l'eau, provoquera des mouvements d'eau soit par évaporation, soit par condensation. Ainsi il y a lieu de distinguer différentes catégories d'eau dans un sol. (LAREAL.1975)

I-2-1 L'eau de constitution

Qui fait partie de la constitution chimique des masses minérales présentes dans la phase solide du sol.

I-2-2 L'eau en phase vapeur

D'une manière générale un sol non saturé a l'atmosphère de ses pores saturés en vapeur sauf si une circulation importante d'air est possible.

I-2-3 L'eau hygroscopique

C'est de l'eau adhérant fortement par adsorption à la surface des particules du sol, elle est maintenue à la surface des particules par des forces d'attraction moléculaire. Elle provient de l'humidité de l'atmosphère en contact avec les particules et forme autour d'elles une pellicule adhésive dont l'épaisseur varie suivant la nature et la surface spécifique du minéral d'une part, la tension de vapeur d'autre part.

I-2-4 L'eau pelliculaire

Entoure les particules de sol et leur eau hygroscopique. Elle est soumise à des forces d'attraction moléculaires de la part de la couche d'eau hygroscopique qui diminuent rapidement quand on s'éloigne de la particule. Le jeu des forces moléculaires entre particules voisines peut permettre à cette eau de se déplacer sous forme liquide.

Les eaux hygroscopique et pelliculaire sont en quelque sorte une eau liée dont les propriétés physiques sont bien différentes de celles de l'eau libre à la même température.

Elle a une forte viscosité, ne transmet pas les pressions hydrostatiques et ne se déplace pas sous l'effet de la pesanteur. Ses propriétés sont, de plus, fortement influencées par les cations présents dans l'eau libre et qui, attirés par l'eau liée, pénètrent en elle, et forment le complexe d'adsorption dont l'étude est fort instructive pour expliquer le comportement des sols argileux. On estime souvent à 0.1µ la distance à la surface de la particule à partir de laquelle les forces d'attraction moléculaire deviennent négligeables, la fraction hygroscopique ne peut être extraite que par un vide poussé ou par dessiccation. La fraction pelliculaire peut être extraite par centrifugation poussée.

Alors que la teneur en eau hygroscopique est très faible (de l'ordre de 0.2 à 0.5 **%)** pour des sables, elle peut atteindre pour les argiles, ayant une forte surface spécifique (montmorillonite), 15 à 20 **%**. De même la teneur en eau pelliculaire des sables ne sera que de quelques pourcents, alors que celle des argiles peut atteindre 40 à 45 % (LAREAL.1975).

I-2-5 L'eau capillaire

Elle est retenue dans les pores du sol par les forces de capillarité dues à la tension superficielle qui se développe à l'interface eau-air. Elle est soumise à l'action de la pesanteur et elle transmet les pressions.

I-2-6 L'eau libre ou gravifique

C'est celle qui obéit uniquement à la pesanteur, s'écoule dans le sol et peut être extraite par des techniques simples. Elle transmet la pression hydrostatique, et sous l'action de différences de pression, elle peut circuler librement

I-3 LOI DE DARCY

DARCY (1856) a proposé, pour décrire les écoulements unidirectionnels, la relation suivante :

$$\frac{Q}{S} = k\,\frac{H_1 - H_2}{l} \qquad \textbf{(I.1)}$$

Où H_1 et H_2 sont les hauteurs piézométriques mesurées aux deux extrémités de l'échantillon (Figure I.1).

Il constate que le débit par unité d'aire ***Q*** est proportionnel à $(H_1\text{-}H_2)$ et inversement proportionnel à la longueur l de l'écoulement, tant que $(H_1\text{-}H_2)/l$ n'est pas trop fort. C'est cette relation qui a permis d'exprimer la loi de DARCY :

$$v = -ki \qquad \textbf{(I.2)}$$

Avec v : Vitesse de décharge (c'est le débit traversant une section unité) ;

i : Gradient hydraulique ou perte de charge par unité de longueur dans le sens de l'écoulement ;

k : Coefficient de perméabilité du sol qui a la dimension d'une vitesse. Il caractérise à la fois le sol et le liquide filtrant.

Considérons un cylindre de sol de section **S** (figure I-1) et supposons qu'il se produise un écoulement de M vers N**.**

Soit Q le débit à travers la section S. Par définition, la vitesse de l'eau est

$$V = Q/S \qquad \textbf{(I.3)}$$

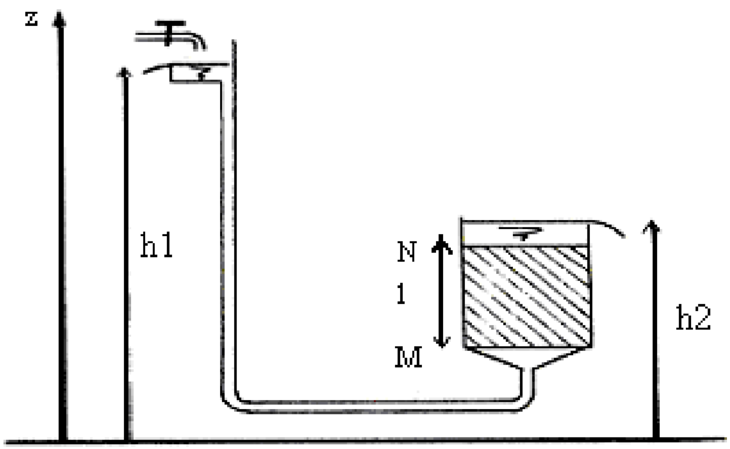

Figure I.1 : L'expérience de DARCY

Il s'agit d'une vitesse apparente car, d'une part, l'eau ne circule que dans les pores et la section réelle disponible n'est que $S.n$ (n : la porosité) ; d'autre part, les pores ne sont pas rectilignes et l'eau fait de nombreux détours, c'est ce qu'on appelle la tortuosité du milieu.

I-3-1 La charge hydraulique

La charge hydraulique H conditionne l'énergie d'un point de la nappe d'eau. Comme l'eau se déplace du point à haute énergie vers le point à basse énergie, il est impératif de bien connaître H, si possible le champ de H. Au laboratoire, on mesure la pression généralement à l'aide de manomètres alors que sur le terrain on utilise des tubes piezométriques. I1 est recommandé de mettre en place en un même endroit plusieurs piézomètres ouverts chacun à des profondeurs différentes. On peut aussi mesurer les charges hydrauliques correspondant à différentes profondeurs.

En hydrodynamique, la charge en M désigne la quantité :

$$h_1 = z_1 + \frac{u_1}{\gamma_w} + \frac{v_1^2}{2g} \qquad \textbf{(I.4)}$$

Elle s'exprime en mètre d'eau. Cette charge correspond à l'énergie totale d'une particule d'eau de masse unité :

z_1 : est l'altitude du point M par rapport à un plan horizontal de référence (énergie de position).

u_1 : est la pression de l'eau interstitielle en M ($\frac{u_1}{\gamma_w}$ énergie de pression).

v : la vitesse de l'eau.

Dans les sols, les vitesses sont faibles ($\langle$ 10 cm/s) et la quantité $v^2/2g$ qui représente l'énergie cinétique est tout à fait négligeable, si bien que la formule (I-2) s'écrit :

$$h_1 = z_1 + \frac{u_1}{\gamma_w} \qquad \textbf{(I.5)}$$

D'après la théorème de Bernoulli :

- Si $h_1 = h_2 = cte$ il n'y a pas d'écoulement, la nappe est en équilibre.
- Par contre, si $h_1 \rangle \; h_2$ il y a écoulement de M vers N et la perte de charge h_1-h_2 correspond à l'énergie perdue en frottement. La perte de charge est à la fois le moteur et la conséquence de l'écoulement.

On appelle gradient hydraulique la quantité

$$i = \frac{h_1 - h_2}{l} \qquad \textbf{(I.6)}$$

l : distance MN.

La loi de DARCY qui régit les phénomènes d'écoulement dans les sols s'exprime par la formule :

$$v = k.i \qquad \textbf{(I.7)}$$

Cette loi peut être également écrite sous la forme:

$$\vec{V} = [k]\,\vec{i} = [k]\,\overrightarrow{grad}\,h \qquad \textbf{(I.8)}$$

I-4 COEFFICIENT DE PERMEABILITE K

La loi de DARCY pose donc la proportionnalité de la vitesse de décharge et du gradient hydraulique. Le coefficient de proportionnalité k a la dimension d'une vitesse, c 'est le coefficient de perméabilité, il dépend à la fois du milieu poreux et du fluide. On l'exprime en général en m/**s** ou en cm/s. on trouvera ci-dessous (tableau I-1), une échelle approximative des valeurs de ce coefficient de perméabilité k suivant la nature des terrains.

Tableau I.1 : Ordre de grandeur du coefficient de perméabilité des sols en cm/s (d'après COSTET et al. 1983)

gravier	$10^{-1} < k < 10^{2}$
sable	$10^{-3} < k < 10^{-1}$
limon et sable argileux	$10^{-7} < k < 10^{-3}$
argile	$10^{-11} < k < 10^{-7}$
Roches apparemment non fissurées	10-10 $< k < 10^{-8}$

On peut mettre ce coefficient sous la forme (COSTET et al. 1983)

$$k = \frac{\gamma}{\eta}.K \qquad \textbf{(I.9)}$$

Dans cette formule γ et η sont respectivement le poids volumique et la viscosité du liquide et K est un coefficient qui dépend uniquement du milieu filtrant, sa dimension est celle d'une surface, dans la plupart des travaux de génie civil qui relèvent peu a peu de l'hydraulique souterraine, l'ingénieur est en présence d'un liquide bien connu, l'eau, le terme $\frac{\gamma}{\eta}$ ne dépend pratiquement que de la température seule. On conçoit donc sans peine que, pour des raisons de commodité, les ingénieurs aient adopté le coefficient de perméabilité k malgré son caractère hybride. Par contre, lorsque la nature et les propriétés du fluide sont susceptibles de varier notablement, comme c'est le cas par exemple pour les roches pétrolifères, il est tout naturel de se servir du coefficient K**.**

I-4-1 Mesure au laboratoire du coefficient de perméabilité

Le coefficient de perméabilité d'un sol est une caractéristique intrinsèque au sol et qui dépend :

- de la granulométrie du sol et de sa nature ;

- de sa structure.
    - ü Plus un sol est fin, plus les pores sont petits, et plus les frottements et donc les pertes de charges sont importants, donc plus le coefficient de perméabilité sera petit. On dit parfois par simplification que les argiles sont imperméables, en fait elles ont une perméabilité très faible.
    - ü Plus un sol est dans un état de compacité élevé, plus la porosité est faible et l'espace dans lequel l'eau peut circuler réduit, donc moins le sol sera perméable.

Deux méthodes qui sont des applications directes de la loi de DARCY sont utilisées en laboratoire :

1- Mesure sous charge constante pour les sols très perméables.
2- Mesure sous charge variable pour les sols peu perméables.

I-4-1-1 Perméamètre à charge constante

Un perméamètre est composé d'une enceint étanche dans laquelle est placé un échantillon de sol de section (S) et de largeur $l.$ les deux extrémités de l'échantillon sont reliées à deux tubes par l'intermédiaire de pierres poreuses.

Dans le perméamètre à charge constante (figure I.2), on maintient à l'aide de trop-pleins la différence de charge (h) entre les deux faces de l'échantillon constante et l'on mesure la quantité d 'eau **(Q)** qui est passée pendant un temps donné (t).

$V = Q.\Delta t$ Sachant que Q=v.s

D'après la loi de DARCY, on a

$$v = k.i = k\frac{h}{l}$$

$$V = k\frac{h}{l}.s.\Delta t$$

$$k = \frac{V.l}{s.h.\Delta t} \qquad \textbf{(I.10)}$$

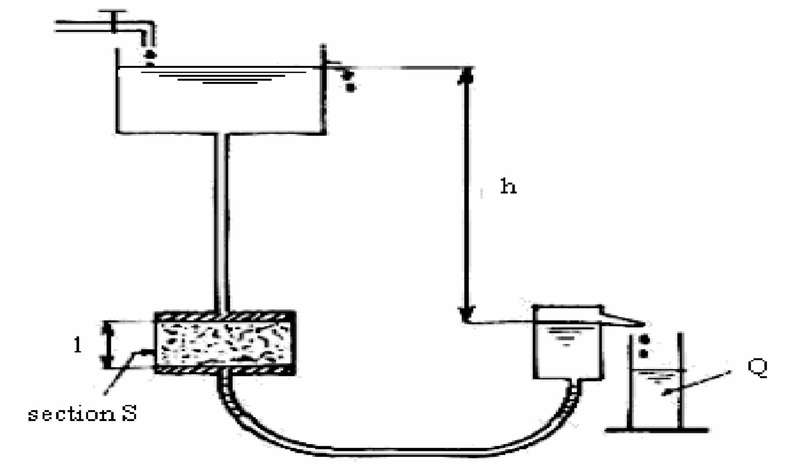

Figure I.2 : Perméamètre à charge constante

I-4-1-2 Perméamètre à charge variable

Dans le perméamètre à charge variable, le tube (1) (figure I.3) est remplie d'eau et l'on suit la baisse de son niveau en fonction du temps

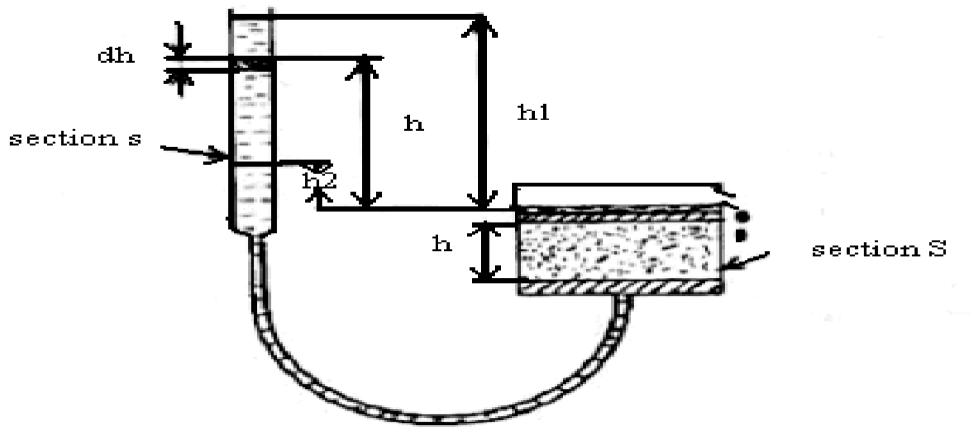

Figure I .3 : Perméamètre à charge variable

Soit s la section de ce tube ;

Pendant un temps dt :

La quantité d'eau qui s'écoule est $Q = -sdh$

Mais aussi $Q = v.S.dt = k.i.S.dt.$

$Q = k.h.S.dt/l$

Soit, en égalant, les deux expressions de Q

D'ou

k.dt = -sl/S.dh/h ; en intégrant entre deux instants en trouve

$k = -s.l(l_n h_1 - l_n h_0)/S(t_1 - t_0)$

$$k = 2.3\frac{s.l}{S}.\frac{\log\frac{h_0}{h_1}}{t_1 - t_0} \quad \textbf{(I.11)}$$

h_0 : la différence de charge au temps t_0

h_1 : la différence de charge au temps t_1

1-4-2 Perméabilité moyenne équivalente des terrains stratifiés

Dans le cas des terrains stratifiés, chaque couche a sa propre perméabilité qui influe sur la perméabilité d'ensemble du massif. Le terrain perméable d'épaisseur totale H et composé de (n) couches successives d'épaisseur (h_1, h_2, ...,h_n) et de coefficient de perméabilité (k_1, k_2, ...k_n) respectivement (SCHNEEBELI.1978).

1-4-2-1 Cas d'un écoulement horizontal

Dans ce cas le gradient hydraulique i est le même à la traversée de chaque couche est donc $v_1 = k_1 i$, $v_2 = k_2 i$ ..., $v_n = k_n i$ .En considérant le débit qui traverse une tranche de sol de largeur (b) unité, on constate qu'il est égal à la somme des débits unitaires.

$Q = q_1 + q_2 + \ldots + q_1$

$vH = v_1 h_1 + \ldots\ldots + v_n h_n$

$v = \frac{1}{H}(v1\ h_1 + \ldots\ldots + v_n h_n)$

$v = \frac{i}{H}(k_1 h_1 + k_2 h_2 + \ldots\ldots\ldots k_n h_n)$

Avec v : vitesse moyenne équivalente.

D'autre part $v = K_H\, i$ où K_H : Coefficient de perméabilité équivalente du massif.

Donc :

$$K_H = \frac{1}{H}(k_1 h_1 + k_2 h_2 + \dots + k_n h_n) \qquad \textbf{(I.12)}$$

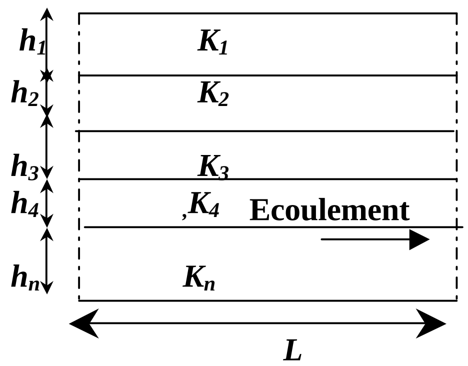

Figure I.4 : Ecoulement horizontal

1-4-2-2 Cas d'un écoulement vertical

Par le principe de continuité, la vitesse de décharge est la même à la traversée des différentes couches, on a donc:

$$v = k_1 i_1 = k_2 i_2 = \dots = k_n i_n = k_v i$$

Le gradient hydraulique i est par ailleurs égal à :

$$i = \frac{h_1 + h_2 + \dots\dots + h_n}{H}$$

Où h_1, h_2, ………h_n sont les pertes de charge à travers des différentes couches et H la perte de charge totale donc :

$$v = k_v i = k_v \frac{h_1 + h_2 + \dots\dots h_n}{H}$$

$$v = k_1\frac{h_1}{H_1} = k_2\frac{h_2}{H_2} = \ldots\ldots\ldots\ldots = k_n\frac{h_n}{H_n} = \frac{h_1}{\frac{H_1}{k_1}} = \ldots\ldots = \frac{h_1 + h_2 + \ldots\ldots + h_n}{\frac{H_1}{k_1} + \frac{H_2}{k_2} + \ldots\ldots + \frac{H_n}{k_n}}$$

et par conséquent

$$k_v = \frac{H}{\frac{H_1}{k_1} + \frac{H_2}{k_2} + \ldots\ldots + \frac{H_n}{k_n}} \quad \textbf{(I.13)}$$

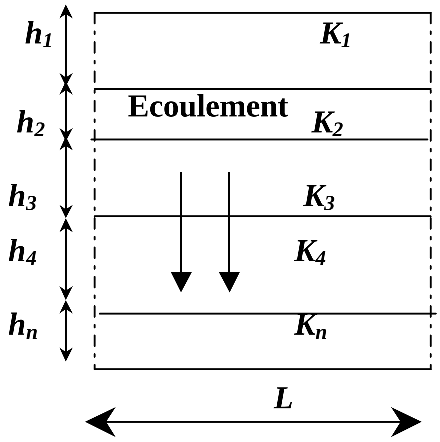

Figure I.5 : Ecoulement vertical

I-5 DOMAINE DE VALIDITE DE LA LOI DE DARCY

On s'est aperçu rapidement que la loi de DARCY n'était plus valable dans le domaine des vitesse élevées; quand on augmente la perte de charge dans un perméamètre jusqu'à des valeurs relativement élevées, on constate une déviation par rapport à la loi de DARCY (le débit croît moins rapidement), cette déviation se manifeste d'autant plus vite que la granulométrie du sol devient plus grossière.

LAREAL (1975) a cherché à expliquer les résultats empiriques de DARCY ainsi que les déviations à la loi de DARCY par des considérations d'hydraulique générale. La caractéristique essentielle des écoulements suivant la loi de DARCY, se retrouve dans les cas d'écoulements laminaires. Ainsi, en est-il de l'écoulement laminaire dans les tubes capillaires ce qui a conduit à assimiler à un faisceau de tube de Poiseuille, le réseau très complexe des canaux interstitiels à travers lesquels filtre l'eau.

Cette analogie a permis d'établir la formule de KOZENY-CARMAN. Mais on doit conclure que l'écoulement de filtration à travers un sol est un cas particulier d'écoulement laminaire, et, en particulier on peut expliquer la déviation de la loi linéaire de filtration par l'apparition de la turbulence, en effet, dans un tube, l'écoulement d'un fluide visqueux devient turbulent au-delà d'une certaine valeur du nombre de REYNOLDS :

$$R = \frac{v \, . \, d}{\frac{\eta}{\rho}} \qquad \textbf{(I.14)}$$

et qu'alors la loi des pertes de charges cesse brusquement d'être linéaire. Or, dans un sol, la loi de filtration s'écarte progressivement de la forme linéaire, et pour des nombres de RYNOLDS nettement faibles $(1 \langle R \langle 10)$ que ceux qui auraient correspondu à l'apparition de la turbulence.

Le nombre de REYNOLDS limite est mal défini. Cette limite serait comprise entre 1 et 10 suivant le milieu. Ces valeurs correspondent pour un sable de diamètre moyen des grains de 1mm à des vitesses critiques d'écoulement comprises entre 10^{-3} et 10^{-2} m/s.

La loi de DARCY est ainsi une bonne approximation tant que de fortes vitesses d'écoulement ne sont pas atteintes.

On notera que dans les sols très peu perméables et pour de faibles gradients hydrauliques qui conduisent à de très faibles vitesses de décharge. La loi de DARCY ne représente plus l'écoulement réel, à cause de la forte activité superficielle qui caractérise les particules de tels sols (argiles).

I-6 GENERALISATION DE LA LOI DE DARCY

En réalité les écoulements dans un sol peuvent rarement être assimilés à des écoulements à une dimension, pour lesquels les différents « filets liquides » sont rectilignes et parallèles comme dans le perméamètre.

La loi de DARCY n'est en fait qu'une relation entre deux modules, module de la vitesse fictive et module du gradient hydraulique, les directions de l'écoulement ne jouent aucun rôle puisque la loi est définie pour un écoulement à une dimension.

Pour l'étude générale de l'écoulement dans un massif on est conduit à généraliser la loi de DARCY toujours dans l'hypothèse d'un régime permanent, et en raisonnant à l'échelle macroscopique.

I-6-1 Vecteur vitesse de décharge

- Soit un écoulement quelconque à travers un élément du massif homogène.

- Soit une surface élémentaires (ds) de normal $\vec{n}$ traversée par un débit dQ (Surface ABC de la Figure I.6).

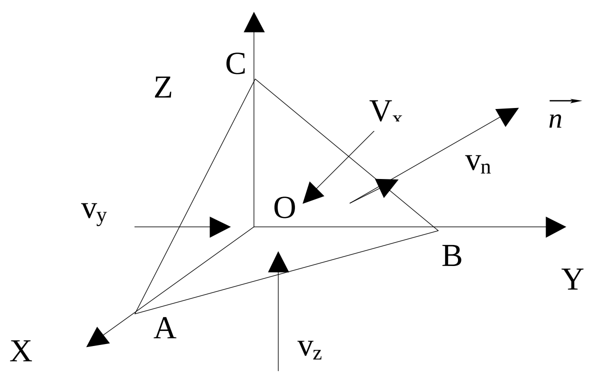

Figure I.6 : Vecteur vitesse de décharge

La vitesse de décharge suivant la normal $\vec{n}$ est le débit traversant l'unité de surface perpendiculaire à cette normale :

$V_n = \dfrac{dQ}{ds}$, V_n est positif si l'écoulement se fait suivant la direction de la normale.

Si l'élément de massif est le tétraèdre élémentaire de la figure I.6, et si le fluide est incompressible, la somme des débits entrant par les faces OAB, OBC et OAC est égale au débit sortant par la face ABC.

V_x, V_y, V_z, et V_n étant les vitesses respectives de décharge suivant les normales aux faces du tétraèdre α,β,δ étant les cosinus directeurs de la normale $\vec{n}$ à la face ABC de section ds :

$V_n=\alpha V_x+\beta V_y+\delta V_z$

La forme de cette équation permet d'écrire que V_n, V_x, V_y *et* V_z, sont les projections sur n, OX, OY et OZ d'un vecteur $\vec{V}$.

$\vec{V}$ est le vecteur vitesse de décharge, et le débit traversant l'unité de surface normale $\vec{n}$ est donc :

$$V_n=\vec{V}\,.\,\vec{n} \qquad \textbf{(I.15)}$$

I-6-2 Ligne de courant

Tout élément de surface contenant le vecteur vitesse de décharge $\vec{V}$ n'est traversé par aucun débit puisque dans ce cas $V_n=\vec{V}\,.\,\vec{n}=0$ (figure I.7), ainsi toute surface de tels éléments est appelée surface de courant, elle contient les lignes de courant, lignes enveloppes de chaque vecteur vitesse de décharge.

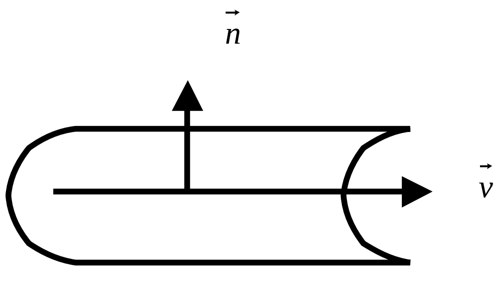

Figure I.7 : Ligne de courant

I-6-3 Vecteur gradient de la charge hydraulique

Dans le cas général d'un écoulement permanent la fonction $\varphi(x,y,z)$ définit le champ de la charge hydraulique $\varphi = \varphi(x,y,z)$ est le champ d'un scalaire, c'est-à-dire d'un nombre, ses dérivées partielles $\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \frac{\partial\varphi}{\partial y}, \frac{\partial\varphi}{\partial z}$ sont les composantes d'un vecteur appelé vecteur gradient de la charge hydraulique, $\overrightarrow{grad}\varphi$.

I-6-4 Surfaces équipotentielles

Les vecteurs $\overrightarrow{grad}\varphi$ sont, en tout point, perpendiculaires aux surfaces d'égale charge hydraulique ou surfaces équipotentielles.

I-7 GENERALISATION DE LA LOI DE DARCY DANS UN MILIEU HOMOGENE ET ISOTROPE EN REGIME PERMANENT

Elle consiste à admettre que la loi de DARCY, telle qu'elle résulte de l'expérience de DARCY et du perméamètre, est valable en tout point du massif et dans toutes les directions. Ainsi, notamment le long des 3 axes de coordonnées :

$$V_x = -k\frac{\partial\varphi}{\partial x},\ V_y = -k\frac{\partial\varphi}{\partial y},\ V_z = -k\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

soit :

$$\vec{V} = -k\overrightarrow{grad}\varphi \qquad \textbf{(I.16)}$$

Le vecteur gradient de la charge et le vecteur vitesse sont colinéaires et de sens opposé.

I-7-1 équation de continuité dans un massif homogène

Elle exprime que, l'excès de masse de fluide entrant ou sortant pendant l'unité de temps, d'un volume infiniment petit du massif perméable, est exactement égale à la variation de la masse de fluide occupant ce volume pendant l'unité de temps.

Soit :

$$\partial\frac{(\rho V_x)}{\partial_x}+\partial\frac{(\rho V_y)}{\partial_y}+\partial\frac{(\rho V_z)}{\partial_z}=-\frac{\partial M}{\partial T}$$

Où $M = \rho\, n$

ρ : Valeur instantanée de la masse spécifique du fluide au point X, Y et Z

n : porosité du massif.

En admettant que l'eau est incompressible et que le squelette solide du sol ne subit pas de variation de volume.

ρ = constante

$\frac{\partial M}{\partial T}=0$

et l'équation de continuité s'écrit :

$$div\vec{V}=0 \qquad \textbf{(I.17)}$$

I-7-2 Equation de LAPLACE

La combinaison des expressions (I-20) et (I-21) permet d'écrire:

$$\Delta\varphi(x,y,z)=0 \qquad \text{(L'équation de LAPLACE)} \qquad \textbf{(I.18)}$$

<u>REMARQUE</u>

Dans un milieu isotrope ($k=c^{te}$), k ne figurant pas dans l'équation de LAPLACE, la répartition des charges hydrauliques ne dépend pas du coefficient de perméabilité du sol, elle ne dépend que de la forme géométrique du domaine d'écoulement et des conditions aux limites.

I-8 GENERALISATION DE LA LOI DE DARCY DANS UN MILIEU HOMOGENE ET ANISOTROPE EN REGIME PERMANENT

On considérera que le gradient de la charge hydraulique et la vitesse de décharge sont des vecteurs, mais qui ne sont pas colinéaires.

On pourra les déduire l'un de l'autre par un opérateur linéaire, le tenseur de perméabilité $\overline{\overline{K}}$

$\vec{V} = -\overline{\overline{K}}\,\overrightarrow{grad}\varphi$ Où

$$\overline{\overline{K}} = \begin{Vmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{Vmatrix}$$

Cas particulier :

Si OX, OY, OZ sont les directions principales de l'écoulement le tenseur de perméabilité est particulièrement simple

$$\overline{\overline{K}} = \begin{Vmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{Vmatrix}$$

La loi de DARCY s'écrira :

$$V_x = -k\frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$$V_y = -k\frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

$$V_z = -k\frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

Soit, en raison de l'équation de continuité :

$$K_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \qquad \textbf{(I.19)}$$

Qui n'est plus une équation de LAPLACE, effectuons le changement de coordonnées suivant:

$$X = \sqrt{\frac{K}{K_x}}\, x$$

$$Y = \sqrt{\frac{K}{K_y}}\, y$$

$$Z = \sqrt{\frac{K}{K_z}}\, z$$

Donc

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Z^2} = 0 \qquad \textbf{(I.20)}$$

Soit $\Delta\varphi(X,Y,Z)=0$

L'étude de l'écoulement à travers un milieu anisotrope se ramène donc à l'étude d'une équation de LAPLACE, si l'on transforme au préalable cet écoulement par la transformation affine, on obtient un écoulement isotrope correspondant.

L'écoulement transformé, ainsi obtenu, sera un écoulement fictif se déduisant géométriquement de l'écoulement en milieu anisotrope considéré par la transformation, et s'effectuant en milieu isotrope de perméabilité **«** K **».**

En des points correspondants, il y a entre les composantes des vitesses de l'écoulement réel et celles de l'écoulement isotrope correspondant **(**U, V, W) les relations :

$$v_x = \sqrt{\frac{K_x}{K}}\, U$$

$$v_y = \sqrt{\frac{K_y}{K}}\, V \qquad \textbf{(I.21)}$$

$$v_z = \sqrt{\frac{K_z}{K}}\, W$$

Ce qui permettra d'établire la relation qui existe entre les débits traversant des surfaces correspondantes.

$$dQ=\sqrt{\frac{K_x K_y K_z}{K^3}}dQ'$$

En d'autre termes, le débit $d\,Q'$ qui traverse le milieu isotrope correspondent avec un coefficient de perméabilité K tel que :

$K^3=K_x\ K_y\ K_z$ est le même que celui qui traverse le milieu anisotrope réel.

I-9 METHODES DE RESOLUTION DE CES EQUATIONS

On peut alors utiliser diverses méthodes pour calculer les écoulements et les pressions interstitielles :

- la méthode graphique;
- la méthode analytique ;
- la méthode de similitude ;
- la méthode numérique.

Nous nous contentons ici de rappeler brièvement le principe de ces différentes méthodes.

I-9-1 Méthode graphique

I-9-1-1 Réseau d'écoulement

On peut représenter l'écoulement de l'eau dans l'aquifère par des surfaces équipotentielles et, perpendiculairement à elles, par des lignes de courant. En choisissant des sections parallèles aux lignes de courant, on peut représenter en deux dimensions l'écoulement net. On appelle ligne de courant la ligne idéale qui représente la trajectoire théorique d'une particule d'eau en mouvement dans un aquifère (assimilé à un niveau continu). Elle est tangente en tous points au vecteur vitesse et en milieu isotrope, orthogonale aux surfaces ou lignes équipotentielles. Cette méthode est fondée sur la construction graphique du réseau des lignes de courant et des équipotentielles. Dans ce réseau, les lignes de courant doivent être perpendiculaires aux équipotentielles et former des sortes de carrés à bords curvilignes. Il faut également respecter les conditions aux limites, des conditions en cas de variation de la perméabilité, etc. Le principe de la méthode repose sur le fait que la perte de charge entre deux équipotentielles est constante et que le flux entre deux lignes de courant adjacentes est constant.

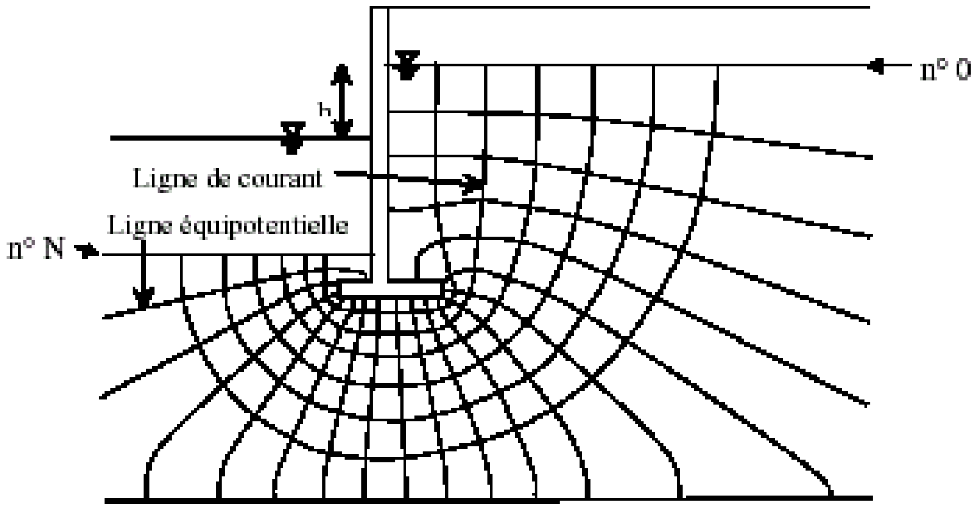

Figure I.8 : Exemple de réseau d'écoulement

Numérotons les équipotentielles de 0 à N à partir de celle dont la charge hydraulique est la plus élevée que l'on pose égale à zéro. La charge h' de l'équipotentielle de rang N' est :

$$h' = -h.\frac{N'}{N}$$

Où : h est la dénivelée de l'eau. Par exemple, sur le dessin, la charge de l'équipotentiel n° 0 est 0 m et celle de l'équipotentiel n° N vaut – h (en m). L'écoulement se produit des équipotentielles les plus élevées aux équipotentielles les plus faibles.

I-9-1-2 La méthode des fragments

Cette méthode repose sur l'utilisation d'un certain nombre de fragments (9 types au total). On décompose le problème réel bidimensionnel en fragments appartenant à un type connu. Cette méthode suppose qu'en certains endroits, l'équipotentielle est une ligne droite verticale (USACE, 1993).

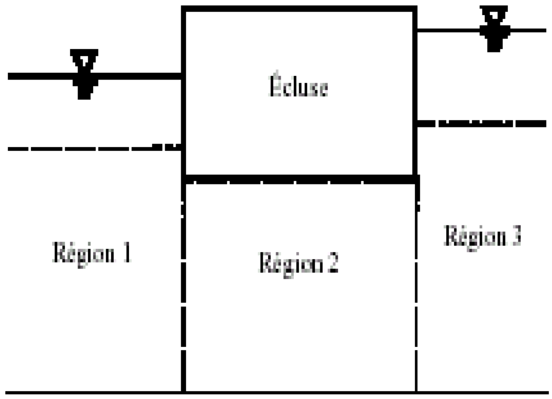

Figure I.9 Exemple de découpage en fragments (d'après USACE, 1993)

On écrit ensuite la conservation du flux ; la perte de charge à travers chaque segment est donnée par des formules analytiques en fonction du flux.

Notons que cette méthode permet aussi d'aborder les problèmes à surface libre.

D'après le document de l'US Army Corps of Engineers 1993, cette méthode a fait l'objet d'une comparaison avec les résultats d'un programme par éléments finis : les flux calculés sont dans une fourchette de 8% des valeurs obtenues par éléments finis et les pressions dans une fourchette de 38%.

I-9-2 Méthodes analytiques

Elles ont pour but de donner une solution du problème sous forme littérale, avant la mise en chiffre, ce qui suppose que l'on sache intégrer analytiquement l'équation différentielle. Ceci est souvent impossible dés lors que les conditions aux limites sont compliquées.

I-9-3 Méthodes de similitude

Dans cette méthode on peut y distinguer les modèles réduits et les modèles analogiques.

I-9-3-1 Modèles réduits

Cette méthode consiste à étudier l'écoulement de l'eau dans un milieu poreux, sur un domaine géométriquement réduit. Pour que le modèle soit représentatif, il faut respecter les lois de la similitude.

I-9-3-2 Modèle analogique

Ces modèles reposent sur le fait que les équations qui décrivent différents phénomènes physiques ont des formes identiques à celles qui décrivent les écoulements souterrains.

Une telle similitude formelle des équations fondamentales qui régissent deux phénomènes différents constitue une analogie (analogie électrique ou thermique ou l'analogie visqueuse (modèle de HELE SHAW).

a) Analogie électrique ou thermique

L'étude du phénomène d'analogie se ramène directement à l'étude du phénomène réel par des rapports sans dimensions. Le tableau I-1 représente quelques phénomènes analogues.

Cette analogie entre le domaine hydraulique et les autres domaines (électrique, thermique) est basée essentiellement sur la similitude entre les équations qui régissent les trois domaines différents. Selon le tableau précédent d'analogie, on pourra donc étudier un écoulement souterrain à l'aide d'un modèle électrique ou thermique, par l'utilisation des rapports sans dimensions pour transformer les grandeurs hydrauliques.

Tableau I.2 : Phénomènes analogues

Ecoulement souterrain	**Conduction électrique**	**Conduction thermique**
Le vecteur vitesse $\vec{v} = -k.\overrightarrow{grad}\,H$	Le vecteur de courant $\vec{i} = -\gamma\,\overrightarrow{grad}\,U$	Le vecteur de température $\vec{q} = -\lambda.\overrightarrow{grad}\,T$
loi de Darcy	loi d'Ohm	loi de Fourrier
H: la charge hydraulique	U: voltage (tension électrique)	T: température
K: la perméabilité	γ: conductivité spécifique	λ: conductivité thermique
H=C^{te} : surface équipotentielle	γ=C^{te} : surface équipotentielle	T=C^{te} : surface isotherme
$\partial H/\partial n=0$ limite imperméable	$\partial U/\partial n=0$ limite isolante	$\partial T/\partial n=0$ limite isolante

b) Analogie visqueuse

Cette technique, applicable aux écoulements plans est basée sur la similitude des équations de l'écoulement en milieu poreux avec celles de l'écoulement d'un liquide entre deux plaques très rapprochées. Cette technique de mise en œuvre délicate n'est employée en fait que pour simuler les écoulements transitoires à surface libre pour lesquels elle s'applique également.

I-9-4 Méthodes numériques

Il s'agit des méthodes classiques des différences finies et surtout des éléments finis. Les éléments finis fournissent un outil pour résoudre des problèmes d'écoulement avec ou sans surface libre mettant en jeu des perméabilités isotropes ou anisotropes. Elles sont particulièrement utiles pour évaluer l'effet de drains et analyser des murs avec une géométrie compliquée de la fondation et du remblai.

Ces méthodes très puissantes nécessitent comme toujours des précautions d'emploi : la modélisation du problème, le choix des paramètres d'entrée, la validation nécessaire du programme informatique, l'examen critique des résultats obtenus.

I-10 CONCLUSION

L'ingénieur, confronté à des problèmes d'eau dans les sols dispose maintenant d'un éventail de techniques de résolution lui permettant d'obtenir la solution théorique. Il pourra ainsi mieux prévoire les moyens à mettre en œuvre pour ces travaux, ainsi que l'influence de ceux-ci sur la nappe et le sol.

Cependant, ces techniques, si perfectionnées soient-elles, ne sont que des outils qui donnent la solution d'expressions mathématiques décrivant de manière approchée la réalité physique mais surtout, les résultats ne voudront que ce que valent les hypothèses adoptées.

Les sols sont essentiellement hétérogènes et il est toujours très difficile d'en déterminer la perméabilité avec précision. Ainsi, la perméabilité horizontale peut être souvent obtenue de manière satisfaisante à l'aide des essais de pompage mais il est bien plus délicat d'obtenir des renseignements sûrs pour la perméabilité verticale. De, plus, ce choix des limites du domaine, et surtout des conditions à y appliquer est difficile. Ainsi, l'emploi de ces outils de résolution des équations des écoulements souterrains n'aura de sens que si le site étudié a fait l'objet d'une reconnaissance sérieuse.

Les résultats obtenus ne devront pas être appréciés en fonction de la précision de la méthode de résolution adoptée, en général largement suffisante, mais en fonction de l'incertitude souvent très grande liée aux paramètres du sol et aux conditions aux limites.