

## CHAPITRE III

### LE CODE NUMERIQUE

#### III-1 INTRODUCTION

Un problème d'ingénierie est généralement représenté par un modèle mathématique: des équations aux dérivées partielles sur un domaine géométrique avec des conditions aux limites sur les frontières de ce domaine de plus, étant un problème continu, il possède une infinité de degrés de liberté pour pouvoir trouver une solution, l'ingénieur est donc amené à remplacer le système continu par un système discret équivalent ayant un nombre fini de degrés de liberté.

Actuellement deux méthodes numériques sont très répandues dans le domaine de construction. L'ingénieur a le choix entre la méthode des éléments finis (MEF) et la méthode des différences finies (M.D.F). Cette dernière est très attrayante par sa simplicité quand il s'agit des problèmes à géométrie régulière, elle est très difficile à généraliser aux limites quelconques. Récemment ce problème est résolu grâce à la programmation de la méthode de Wilkins.

Par contre la M.E.F s'adopte presque dans toutes les applications en ingénierie, elle consiste à remplacer un problème continu par un problème discret équivalent. Le domaine géométrique est subdivisé en sous domaine de géométrie simple (éléments) sur lesquels l'étude du problème peut se faire en une seule opération et les équations aux dérivées partielles sont remplacées par des équations algébriques.

La solution finale s'obtient en résolvant un système d'équations global formé en assemblant les équations algébriques obtenues sur tous les éléments constituant le domaine.

La méthode des éléments finis peut être utilisée pour la résolution des problèmes d'écoulement et particulièrement les infiltrations dans les milieux poreux car elle est utilisée quelle que soit la forme du domaine et l'hétérogénéité du matériau.

### III-2 ATTRIBUTS D'UN ELEMENT FINI

Un découpage, artificiel (par l'imagination) d'un milieu continu, en éléments finis permet, d'isoler un élément fini pour l'étudier et établir les caractéristiques. L'identification d'un élément fini comprend les points suivants :

**Géométrie** : un élément fini peut être un segment de droite ou de courbe, triangle ou quadrilatère (plan ou courbe), tétraèdre, prismes ou hexaèdre ("brique"). Les frontières entre éléments peuvent être respectivement des points, des segments de droite ou de courbe, des faces planes ou courbes.

**Matériau** : le matériau de l'élément est défini par une loi de comportement (loi de Hooke isotrope, ...etc.).

**Nœuds** : les nœuds définissent la géométrie et assurent la connexion des éléments les uns aux autres. Ils occupent les sommets, les extrémités, les milieux des arêtes et faces,....etc.

**Degrés de liberté** : la fonction d'approximation (en général le champ de déplacements ou champ de potentiels ) est exprimée en fonction des valeurs particulières qu'elles prennent aux nœuds, valeurs qui deviennent les inconnues nodales. L'union, par leurs degrés de liberté nodaux communs des différents éléments adjacents, permet de reconstituer la solution complète (assemblage) tout en veillant à respecter certaines règles, dites critères de convergence.

**Forces nodales** : à travers les nœuds transitent des forces associées aux degrés de liberté. Elles sont dues aux charges appliquées à l'élément (poids propre, charge uniforme, température ...etc.)

Ces paramètres d'identification permettent de construire les deux caractéristiques clés d'un élément fini qui sont sa matrice de rigidité et son vecteur force.

### III-3 MAILLAGE D'ELEMENTS FINIS DE MASSIF

Le maillage doit tenir compte des singularités de la géométrie de la structure (courbures et cassures) et des couches de sol hétérogènes. Mais un maillage doit être aussi un compromis entre la capacité de calcul disponible et la précision acceptable des résultats, il doit être construit en considérant les points suivants :

- ∅ Toutes les symétries (géométrie, conditions aux limites, chargement) doivent être utilisées afin de réduire la taille du système étudié ;
- ∅ Le maillage doit être suffisamment fin dans les zones les plus sollicitées (fortes variations des déplacements et des contraintes) ;
- ∅ La taille des éléments doit rester, dans la mesure du possible; tel que le rapport de la plus grande dimension de l'élément sur sa plus petite dimension soit proche de l'unité pour ne pas introduire des perturbations dans les calculs numériques (distorsion des éléments).
- ∅ Dans les zones moins sollicitées, des éléments de taille plus importante sont mis en place pour atteindre les frontières extérieures, cependant l'augmentation doit être progressive et régulière.

### III-4 UTILISATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS EN ECOULEMENT PERMANENT

#### III-4-1 Matrice d'écoulement

##### III-4-1-1 Détermination des termes de la matrice d'écoulement

### III-4-1-1-1 Formulation basée sur la fonction potentielle

Nous cherchons à résoudre l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{III.1})$$

Où  $\phi$  désigne le potentiel, dans le domaine D limité par la surface C composée de deux surfaces ( $C_\phi$  et  $C_d$ ) :

- Condition de Dirichlet :  $C_\phi$  où  $\phi$  est imposé

$$\phi = \phi_0 \text{ sur } C_\phi \quad (\text{III.2})$$

- Condition de Neumann :  $C_d$  où le débit est imposé (souvent nul)

$$V_n = \frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial \phi}{\partial x} l_x + \frac{\partial \phi}{\partial y} l_y = V_0 \text{ Sur } C_d \quad (\text{III.3})$$

$V_0$  : est la vitesse du flux normal à la frontière  $C_d$

### III-4-1-1-2 Forme variationnelle

La résolution de l'équation différentielle III.1 équivaut à minimiser la fonctionnelle :

- Discrétiser le domaine D en E éléments finis chacun à p nœuds ;
- Choisir une interpolation convenable sur le champ de potentiel  $\phi^{(e)}$  dans l'élément comme :

$$\phi^{(e)}(x, y) = [N(x, y)] \phi^{(e)n} = \sum_{i=1}^p N_i(x, y) \phi_i^{(e)n} \quad (\text{III.4})$$

- Mettre l'intégral des pondérations des résidus sur toute la région de l'élément égale à zéro en utilisant pour les coefficients de pondération les mêmes fonctions d'interpolation  $N_i$  :

$$\iint_{s^{(e)}} N_i \left[ \frac{\partial^2 \phi^{(e)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^{(e)}}{\partial y^2} \right] ds = 0 \quad ; i=1, 2, 3, \dots, p \quad \text{(III.5)}$$

- L'utilisation de la dérivée seconde annule les termes de fonctions de forme, dans ce cas on utilise souvent le théorème de Green (intégration par partie). Ainsi on obtient:

$$\iint_{s^{(e)}} N_i \frac{\partial^2 \phi^{(e)}}{\partial x^2} ds = - \iint_{s^{(e)}} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial x} ds + \int_{c^{(e)}} N_i \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial x} l_x dc \quad \text{(III.6)}$$

De la même manière, on obtient aussi :

$$\iint_{s^{(e)}} N_i \frac{\partial^2 \phi^{(e)}}{\partial y^2} ds = - \iint_{s^{(e)}} \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial y} ds + \int_{c^{(e)}} N_i \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial y} l_y dc \quad \text{(III.7)}$$

L'équation (III.5) Peut être exprimée par :

$$- \iint_{s^{(e)}} \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial y} \right) ds + \int_{c^{(e)}} N_i \left( \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial x} l_x + \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial y} l_y \right) dc = 0 \quad \text{(III.8)}$$

$$i=1,2,\dots,p$$

L'intégral linéaire de l'équation (III.8) peut être réécrite comme :

$$\int_{c_\phi^{(e)} + c_d^{(e)}} N_i \left( \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial x} l_x + \frac{\partial \phi^{(e)}}{\partial y} l_y \right) dc = \int_{c_d^{(e)}} V_0 N_i dc_d \quad \text{(III.9)}$$

L'intégral sur  $C_\phi$  est égal à zéro

En utilisant les équations (III.4) et (III.9), l'équation (III.8) peut être exprimée sous forme matricielle :

$$[K]^e [\phi]^e = \{Q\}^e$$

$$[K]^e = \iint_{s^{(e)}} [T]^t [D][T] ds$$

et

$$\{Q\}^e = - \int_{c_d^{(e)}} V_0 [N]^t dc_d \quad \text{(III.10)}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_p}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_p}{\partial y} \end{bmatrix}; \quad \text{(III.11)}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_y \end{bmatrix} \quad \text{(III.12)}$$

- Assemblage de la matrice élémentaire dans la matrice globale

$$[K] \{\phi\} = \{Q\} \quad \text{(III.13)}$$

- Introduire les conditions aux limites le long de  $C_\phi$  et résoudre l'équation

**III-5 ELEMENT QUADRILATERE Q4**

Le potentiel est approché par:

$$\Phi = N_1 \Phi_1 + N_2 \Phi_2 + N_3 \Phi_3 + N_4 \Phi_4 \quad (\text{III.14})$$

Les fonctions d'interpolations (formes) sont aussi utilisées comme des fonctions de la transformation géométrique de l'élément.

Les coordonnées  $x$  et  $y$  d'un point de l'élément réel s'écrivent en fonction de ces coordonnées nodales de la manière suivante:

$$X = N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + N_4 x_4 \quad (\text{III.15})$$

$$Y = N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 + N_4 y_4$$

Les fonctions de forme en coordonnées locales pour un Q4 sont données par les expressions suivantes :

$$N_1 = 0.25 (1-\xi)(1-\eta)$$

$$N_2 = 0.25 (1-\xi)(1+\eta)$$

$$N_3 = 0.25 (1+\xi)(1+\eta)$$

$$N_4 = 0.25 (1+\xi)(1-\eta)$$

La transformation des dérivées entre le plan  $(x, y)$  et le plan  $(\zeta, \eta)$  se fait au moyen d'une matrice dite " Jacobienne " noté par  $[J]$ .

La transformation des dérivées est donnée par:

$$\frac{\partial N_i}{\partial \zeta} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \zeta} \quad (\text{III.16})$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \eta} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}$$

Que nous pouvons l'écrire sous forme matricielle comme suit:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \partial N_i / \partial \zeta \\ \partial N_i / \partial \eta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \partial N_i / \partial x \cdot \partial x / \partial \zeta + \partial N_i / \partial y \cdot \partial y / \partial \zeta \\ \partial N_i / \partial x \cdot \partial x / \partial \eta + \partial N_i / \partial y \cdot \partial y / \partial \eta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \partial x / \partial \zeta & \partial y / \partial \zeta \\ \partial x / \partial \eta & \partial y / \partial \eta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{III.17}$$

Avec :

$$\begin{cases} X = N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + N_4 x_4 \\ Y = N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 + N_4 y_4 \end{cases}$$

Donc:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial \zeta \\ \partial N_i / \partial \eta \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sum_i^4 \partial N_i / \partial \zeta \cdot x_i & \sum_i^4 \partial N_i / \partial \zeta \cdot y_i \\ \sum_i^4 \partial N_i / \partial \eta \cdot x_i & \sum_i^4 \partial N_i / \partial \eta \cdot y_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \partial N_1 / \partial \zeta & \partial N_2 / \partial \zeta & \partial N_3 / \partial \zeta & \partial N_4 / \partial \zeta \\ \partial N_1 / \partial \eta & \partial N_2 / \partial \eta & \partial N_3 / \partial \eta & \partial N_4 / \partial \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \end{Bmatrix} \tag{II.18} \\ &= 1/4 \underbrace{\begin{bmatrix} -(1-\eta) & (1-\eta) & (1+\eta) & -(1+\eta) \\ -(1-\zeta) & -(1+\zeta) & (1+\zeta) & (1-\zeta) \end{bmatrix}}_{[J]} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \end{Bmatrix} \end{aligned}$$



Donc :

$$\begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial \zeta \\ \partial N_i / \partial \eta \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \end{Bmatrix} \quad (\text{III.19})$$

D'où nous pouvons tirer :

$$\begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial x \\ \partial N_i / \partial y \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \partial N_i / \partial \zeta \\ \partial N_i / \partial \eta \end{Bmatrix} = [T] \quad (\text{III.20})$$

Et par la suite pour un élément quadrilatère à quatre nœuds:

$$[T] = \begin{bmatrix} \partial N_1 / \partial x & \partial N_2 / \partial x & \partial N_3 / \partial x & \partial N_4 / \partial x \\ \partial N_1 / \partial y & \partial N_2 / \partial y & \partial N_3 / \partial y & \partial N_4 / \partial y \end{bmatrix} \quad (\text{III.21})$$

L'intégration de l'équation III.10 peut être évaluée numériquement à l'aide de la méthode de Gauss:

$$[K]^e = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [T]^T [D] [T] \det [J] d\zeta d\eta \quad (\text{III.22})$$

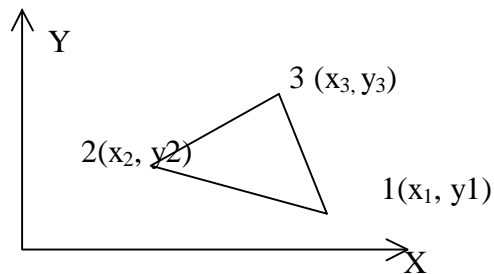
$$[K]^e = \det [J(\zeta_i, \eta_j)] \sum_{i=1}^{ngp} \sum_{j=1}^{ngp} W_i W_j [T(\zeta_i, \eta_j)]^T [D] [T(\zeta_i, \eta_j)] \quad (\text{III.23})$$

### REMARQUE

Le nombre de points de Gauss nécessaire à l'intégration exacte peut être déterminé facilement pour cet élément, il est égal à 2 dans chaque direction.

### III-6 ELEMENT TRIANGULAIRE A TROIS NŒUDS

Les fonctions d'interpolations nodale (ou de forme) pour l'élément triangulaire s'écrivent



**Figure III.1** : élément triangulaire

$$N_1(x, y) = \frac{1}{2A} [(y_3 - y_2)(x_2 - x) - (x_3 - x_2)(y_2 - y)]$$

$$N_2(x, y) = \frac{1}{2A} [(y_1 - y_3)(x_3 - x) - (x_1 - x_3)(y_3 - y)]$$

$$N_3(x, y) = \frac{1}{2A} [(y_2 - y_1)(x_1 - x) - (x_2 - x_1)(y_1 - y)]$$

$$2A = (y_1 - y_2)(x_3 - x_2) - (x_1 - x_2)(y_3 - y_2)$$

Ou d'une manière plus compacte:

$$N_1(x, y) = (m_{11} + m_{12}x + m_{13}y)$$

$$N_2(x, y) = (m_{21} + m_{22}x + m_{23}y)$$

$$N_3(x, y) = (m_{31} + m_{32}x + m_{33}y)$$

Avec:

$$m_{11} = (x_2y_3 - x_3y_2) / 2A, \quad m_{12} = (y_2 - y_3) / 2A, \quad m_{13} = (x_3 - x_2) / 2A$$

$$m_{21} = (x_3y_1 - x_1y_3) / 2A, \quad m_{22} = (y_3 - y_2) / 2A, \quad m_{23} = (x_1 - x_3) / 2A$$

$$m_{31} = (x_1y_2 - x_2y_1) / 2A, \quad m_{32} = (y_1 - y_2) / 2A, \quad m_{33} = (x_2 - x_1) / 2A$$

Nous pouvons approcher le potentiel comme suit:

$$\{\Phi\} = N_1\Phi_1 + N_2\Phi_2 + N_3\Phi_3 \dots \quad \text{(III.24)}$$

$$\{\Phi\} = [N_1 + N_2 + N_3] \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{Bmatrix}$$

$$\{\Phi\} = [N] \{\Phi\}^e \dots \quad (\text{III.25})$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \partial N_1 / \partial x & \partial N_2 / \partial x & N_3 / \partial x \\ \partial N_1 / \partial y & \partial N_2 / \partial y & \partial N_3 / \partial y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m_{12} & m_{22} & m_{32} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{III.26})$$

On remarque que la matrice  $[T]$  pour l'élément triangulaire est constante.

La matrice d'écoulement d'un élément s'écrit donc:

$$[K]^e = \iint [T]^T [K] [T] dx dy \quad (\text{III.27})$$

Avec:

$[K]$  : la matrice d'écoulement (constante)

$$[K] = \begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_y \end{bmatrix}$$

Donc:

$$[K]^e = [T]^T [K] [T] \iint dx dy = A [T]^T [K] [T] \quad (\text{III.28})$$

$A$  : aire de l'élément.

$$[K]^e = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ & K_{22} & K_{23} \\ \text{Symétrie} & & K_{33} \end{bmatrix} \quad \text{(III.30)}$$

$$= \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} K_x m_{12}^2 + K_y m_{13}^2 & K_x m_{12} m_{22} + K_y m_{13} m_{33} & K_x m_{12} m_{32} + K_y m_{13} m_{33} \\ & K_x m_{22}^2 + K_y m_{23}^2 & K_x m_{22} m_{32} + K_y m_{23} m_{33} \\ \text{Symétrie} & & K_x m_{32}^2 + K_y m_{33}^2 \end{bmatrix}$$

### III-7 MATRICE D'ÉCOULEMENT GLOBALE (ASSEMBLAGE)

Le nombre de degrés de liberté est égal au nombre de nœuds (un seul degré de liberté pour chaque nœud). Donc, la matrice d'écoulement globale  $[K]^G$  est d'ordre  $(N, N)$  avec  $N$  le nombre de degrés de liberté. Elle peut être stockée sous forme de matrice bande de dimension  $N*(IW+1)$  ( $W$  : demi-largeur de bande qui est égale à la différence maximale entre degrés de liberté de tous les éléments) ou sous forme de vecteur de taille  $N*(IW+1)$  ou de taille inférieure par la méthode ligne de ciel.



**III-8 CONDITIONS AUX LIMITES**

La matrice [K] et le vecteur {Q} définis dans l'opération d'assemblage ne tiennent pas compte des conditions aux limites associées aux variables [Φ]. En général, on cherche le vecteur {Φ} tel que:

$$\sum_{i=1}^{NN} K_{ij} \phi_i = Q_i$$

Avec  $[K] [\Phi] = Q_i \dots$  **(III.32)**

et  $\Phi_i = \Phi_i' \dots\dots\dots$  **(III.33)**

Où Φ<sub>i</sub> est la composante i du vecteur {Φ} dont la valeur est connue (Φ<sub>i</sub>').

La méthode choisie pour introduire les conditions aux limites est la méthode de pénalité qui consiste à représenter III.30 et III.31 par la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{1i} & K_{1n} \\ K_{i1} & K_{ii} & K_{in} \\ K_{n1} & K_{ni} & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi \\ \Phi \\ \Phi_{i'} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_i + R_i \\ Q_n \end{Bmatrix} \quad \text{III.34}$$

Avec  $R_i = G (\Phi_{i'} - \Phi_i)$  **(III.35)**

Soit:  $\Phi_{i'} - \Phi_i = R_i / G$  **(III.36)**

h<sub>i</sub> tend vers h<sub>i</sub>' quand G est relativement grand.

La relation (I.33) est représentée sous forme pénalisée et R<sub>i</sub> représente la force appliquée permettant de satisfaire la condition (I.35) et (I.36). G est appelé terme de pénalisation les n+1 relations (I.34) et (I.35) permettent d'obtenir les n inconnus {h<sub>i</sub>} et l'inconnu R<sub>i</sub>. Ces inconnues peuvent être obtenues de la façon suivante:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{1i} & K_{1n} \\ K_{i1} & K_{ii} & K_{in} \\ K_{n1} & K_{ni} & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_i \\ \Phi_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_i + h_i' C \\ Q_n \end{Bmatrix}$$

Où  $G$  est relativement grand par rapport à  $K_{ii}$  (par exemple  $G=10^n K_{ii}$  avec  $n$  entre 4 et 10)

### III-9 PRESENTATION DU LOGICIEL EAUSOL

Le logiciel eausol utilise la méthode des éléments finis pour résoudre les équations différentielles de la charge hydraulique ( $h$ ) et de la fonction courant ( $\psi$ ).

Il faut donc créer un maillage d'éléments finis (quadrilatères à quatre nœuds ou triangles à trois nœuds).

Le maillage est semi-automatique :

- Les nœuds manquants seront générés à équidistances des nœuds effectivement donnés. Les éléments manquants seront générés par incrémentation de 1 de la valeur des nœuds du dernier élément effectivement donné.
- Pour minimiser la place mémoire nécessaire, il est conseillé de numéroter les nœuds dans la direction où il y a le moins de nœuds. Il faut également écrire les conditions aux limites à tous les nœuds
- Pour tous les nœuds intérieurs, (valeur par défaut de tous les nœuds) débit nul ( $q$ ) pour la fonction ( $h$ ) et perte de charge nulle ( $\Delta h$ ) pour ( $\psi$ ).

➤ Sur tous les nœuds des frontières extérieures au domaine d'écoulement, il faut préciser :

Soit le débit ( $q$ ), soit la valeur de  $h$  pour la fonction ( $h$ ), soit la perte de charge ( $\Delta h$ ),

soit la valeur de  $\psi$  pour la fonction ( $\psi$ ).

- On ne peut fixer à la fois  $h$  et  $q$  (c.-à-d.  $\Delta\psi$ ), ou bien  $\psi$  et  $\Delta h$ . Si on pouvait fixer l'un ou l'autre, il vaut mieux fixer la fonction ( $h$  ou  $\psi$ ) plutôt que sa variation ( $\Delta\psi$  ou  $\Delta h$ ).

En l'absence de dessins, une fenêtre *D.O.S* apparaît et des questions sont posées ; les réponses sont données à l'aide du clavier.

En mode graphique, pour dialoguer, seule la souris sera utilisée. Il faut d'abord cliquer n'importe où dans le dessin, alors un menu latéral apparaît à droite; la légende correspondante est tout en haut de la fenêtre. Il faut cliquer avec la souris sur la lettre choisie.

### III-10 CREATION DES FICHIERS DE DONNEES DU LOGICIEL EAUSOL

Le fichier des données est constitué de 18 groupes de données, (les groupes 14 à 17 ne sont nécessaires que dans le cas de recherche de surface libre). Le groupe 18 est utilisé pour la liaison avec le logiciel bishop.

Chaque groupe sera précédé d'un mot clé en début de ligne et éventuellement de lignes commentaires avant et après ce mot clé. Les lignes commentaires ne sont pas lues par le logiciel. Elles peuvent servir de repère d'arrêt de lecture. (Dans ce cas, elles sont obligatoires) les groupes de données peuvent être donnés dans n'importe quel ordre.

Toutes les données sont numériques à l'exception du titre qui, de ce fait n'admettra pas de lignes commentaires après le mot clé. (En fait, seuls les 5 premiers caractères du mot clé seront lus par le logiciel.

Les groupes utilisés dans notre étude sont les suivants:

**G r o u p e 1** Le titre (une ligne : 80 caractères maximum)

Mot clé : titre ou titres

**G r o u p e 2** Les paramètres généraux (une seule ligne)



- mot clé : catégorie ou catégories.
- kat nummat numnp numel icheck imp itrace nlig nxlig

q **valeur de kat**

Kat = catégorie de problème.

Kat = 1 problème à symétrie plane (x-z) sans recherche de surface libre.

Kat = 2 problème à axe de symétrie (r-z) sans recherche de surface libre.

Kat = 3 problème à symétrie plane (x-z) avec recherche de surface libre.

Kat = 4 problème à axe de symétrie (r-z) avec recherche de surface libre.

q **valeur de nummat**

Nummat = nombre de matériaux-sol hydrauliquement différents.

q **valeur de numnp**

Numnp = nombre total de nœuds du maillage.

q **valeur de numel**

Numel = nombre total d'éléments du maillage.

q **valeur de icheck**

Icheck = paramètre de contrôle d'exécution

Ø si icheck est négatif: pas d'exécution.

Ø si icheck est positif ou nul : exécution.

Ø si icheck est supérieur à zéro : création d'un fichier disque :

Icheck=-1 vérifications des données: Génération des données manquantes (dessin possible (écran et traceur)). Pas d'exécution.

Icheck=0 exécution du calcul. Pas de création du fichier '\*\*\*\*.pun' à utiliser en l'absence de recherche de surface libre.

Icheck=1 exécution du calcul. Fichier '\*\*\*\*\*.pun' crée si la précision demandée n'est pas atteinte.

Icheck=2 exécution du calcul. Fichier '\*\*\*\*\*.pun' crée en fin de calcul dans tous les cas.

Icheck=3 exécution du calcul. Fichier '\*\*\*\*\*.pun' crée à la fin de chaque itération.

### Valeur de imp

Le paramètre imp permet de déterminer l'option choisie pour l'impression du listing de sortie

- imp=-1 les données concernant le maillage ne sont pas imprimées. Les résultats intermédiaires (c a d. a chaque itération) ne sont pas imprimés ; seulement les résultats finaux. (c.-à-d. les coordonnées du nouveau maillage et les valeurs des fonctions calculées aux nœuds (charge hydraulique, pression interstitielle, débit, fonction courant...))

-imp=0 impression des données (y compris le maillage) et des résultats finaux. Pas de résultats intermédiaires à chaque itération.

-imp=1 impression des données et des résultats finaux. De plus, à chaque itération, seul l'erreur verticale maximale obtenue au niveau de la surface libre est imprimée. Pas d'autres résultats intermédiaires imprimés.

-imp=2 impression maximale : données et résultats finaux. De plus, pour chaque itération, tous les résultats intermédiaires sont imprimés; c.-à-d. débits aux nœuds à potentiel imposé, charge hydraulique à tous les nœuds (et fonction courant), coordonnées du nouveau maillage, erreurs verticales obtenues à tous les nœuds de la surface libre.....

-imp= 3 en plus de l'impression maximale précédente, seront imprimées pour chaque vecteur gradient et vitesse, la valeur trouvée à partir de la fonction ( $h$ ), la valeur trouvée à partir de la fonction ( $\psi$ ) et la valeur moyenne.

### q valeur de itrace

Ce paramètre permet de choisir l'option dessin choisie.

Itrace<0 pas de dessin du tout : calcul seul.

Itrace=0 pas de création de fichier dessin pour imprimante.

**Note** : il est toujours possible d'imprimer le dessin écran avec le driver Windows en cliquant dans le fichier, puis impression. (Barre horizontale supérieure) choisir l'option paysage dans propriétés pour avoir la taille maximum. Utiliser l'option c (couleur) du menu vertical à droite si vous voulez supprimer les couleurs de fond.

- Ø itrace>1 dessin sur traceur ou imprimante graphique en différé. Le programme eausol créera des fichiers appelés '\*\*\*. nn' le préfixe commun à tous les dessins sera choisi par l'utilisateur. Le suffixe sera un numéro incrémenté par le programme correspondant à l'ordre de création.
- Ø itrace=1 dessin sur imprimante graphique h.p.g.l. (paysage)
- Ø itrace=2 dessin sur imprimante graphique h.p.g.l. (portrait)
- Ø itrace=3 dessin sur imprimante graphique postscript (paysage)
- Ø itrace=4 dessin sur imprimante graphique postscript (portrait)

#### q valeur de nlig et nxlig

Si ces valeurs ne sont pas nuls, pas d'effet. Ces deux valeurs entières sont utilisées pour transférer les lignes d'équiprression déterminés par le logiciel eausol vers le logiciel bishop.

Ø **Nlig** : est le nombre de lignes d'équiprression à transférer.

Ø **nxlig** : est le nombre de sections verticales (abscisses x) qui décrivent ces lignes d'équiprression.

#### **G r o u p e 3** Tenseur de perméabilité de chaque sol (une ligne par type de sol)

- mot clé : perméabilités ou perméabilité.

#### **Valeur de n perm1 (n) perm2 (n) ang (n)**

n = numéro du sol.

perm1 (n) = perméabilité principale numéro 1.

perm2 (n) = perméabilité principale numéro 2.

Ang (n) = angle que fait la direction de la perméabilité principale N° 1 avec l'axe des x.

**Note**

Pour représenter des éléments parfaitement étanches, le mieux serait de ne pas les mailler du tout. Cependant il est possible de leur donner une perméabilité très faible et négative, ce qui peut éviter de refaire le maillage. En effet une perméabilité rigoureusement nulle ne rendrait pas le calcul impossible.

Prendre par exemple une perméabilité 1000 fois plus petite que la plus faible des perméabilités des sols. La valeur négative est un artifice pour occulter les valeurs trouvées dans l'expression des résultats (numériques ou graphiques). En effet une très faible perméabilité dans un élément isolé provoque dans l'élément un gradient énorme pour un débit quasi nul.

**Group e 4** Information sur les nœuds, (une ligne par nœud effectivement décrit)

-mot clé : nœud ou nœuds

**Valeur de n**    **(n)**    **x (n)**    **y (n)**

n = numéro du nœud décrit.

X (n) = abscisse du nœud n.

Y (n) = ordonnée du nœud n.

L'axe des x est horizontal et dirigé de gauche à droite.

L'axe des y est vertical et dirigé vers le haut.

Les charges hydrauliques ont la même origine que les cotes y.

Le premier et le dernier nœud doivent être obligatoirement décrits. Les nœuds seront donnés en séquence.

Les nœuds non spécifiés sont générés à intervalles réguliers entre deux nœuds spécifiés avec un incrément de 1.

**Group e 5** Information sur les éléments (une ligne par élément effectivement décrit)

Mot clé : élément ou éléments

**Valeurs de n**  $kx(n,1)$   $kx(n,2)$   $kx(n,3)$   $kx(n,4)$

**N** : numéro de l'élément décrit.

**Kx (n, i)** : numéros des 4 nœuds définissant l'élément

(Pour les triangles, faire  $kx(n,4)=kx(n,3)$  ou bien  $kx(n,4)=0$ )

- les nœuds décrivant l'élément seront donnés obligatoirement dans le sens trigonométrique ;

- le premier et le dernier élément seront obligatoirement décrits ;

-les éléments seront donnés en séquence ;

-les éléments manquants seront générés par incrémentation de 1 des nœuds du dernier élément spécifié.

**G r o u p e 7** Nœuds (frontière) à potentiel hydraulique imposé.

Mot clé : potentiel ou potentiels

➤ Conditions aux limites de la fonction : h

On utilise principalement ce groupe pour décrire les surfaces équipotentiels frontière. (à charge hydraulique constante ) .

On indique d'abord le nombre d'équipotentiels qui seront décrites sur une première ligne, suivi éventuellement d'une ligne commentaire. Sur une autre ligne, on donne la valeur de la charge hydraulique avec la même unité de longueur que celle utilisée pour le maillage.

L'origine des charges:  $h$  et des cotes :  $y$  ou  $z$  est obligatoirement la même c.-à-d. que  $y$  ou  $z$  égal à zéro correspond à :  $h$  égal à zéro. Cette valeur peut être suivie d'une ligne commentaire. Puis, lignes suivantes, on donne les numéros des nœuds concernés et des incréments (toujours négativement), à raison de 10 valeurs environ par ligne.

### **G r o u p e s 10, 11, 12**

Information sur les conditions aux limites (frontières) du domaine pour la fonction courant d'écoulement

**Note** : les groupes 11 et 12 sont exclusifs.

### III-11 DESCRIPTION DES NŒUDS DEFINISSANT LES NŒUDS DE LA SURFACE-FRONTIERE

Les nœuds de la surface frontière seront définis pour chaque frontière à raison de 10 numéros par ligne de données (environ). On débute une nouvelle ligne de données pour chaque frontière en la précédant d'une ligne titre ne commençant pas par un chiffre (exemple: ligne de courant inférieure). Deux possibilités de génération automatique:

➤  $n1 -n n2$  : Alors tous les nœuds compris entre les nœuds  $n1$  et  $n2$  seront générés avec un incrément égal à  $(n)$ . Dans ce cas  $(n2)$  doit être plus grand que  $(n1)$ .

Le signe  $(-)$  devant l'incrément  $(n)$  permet de distinguer un incrément d'un numéro de nœud. Les nœuds frontières  $(n1)$  et  $(n2)$  font toujours partie de la ligne décrite.

➤  $n1 -n -n n2$  : Si la valeur de l'incrément est répétée 2 fois, l'incrément sera décroissante.  $n2$  doit être plus petit que  $n1$ .

**G r o u p e 10** ligne de courant frontière à  $\psi$  constant

Mot clé : courant

*Paramètres généraux:*

**Nplc** = nombre de surfaces de courant frontière. Un minimum, deux en général (sauf vidange rapide) puis on donne les valeurs des nœuds (ou code de génération) de chaque surface de courant en mettant une ligne commentaire entre chaque surface.

La première surface de courant définie est la surface de courant frontière inférieure. le programme attribuera aux nœuds de cette frontière une valeur de la fonction-courant égale à zéro.

La deuxième surface de courant définie est la surface de courant frontière supérieure. le programme attribuera aux nœuds de cette frontière une valeur de la fonction-courant égale au débit total traversant tout le domaine.

(La fonction courant étant calculée après la charge hydraulique, le débit total a été calculé et la position de la surface libre est connue).

**III-12 CONCLUSION**

Nous avons choisi la méthode des éléments finis pour la résolution de l'équation de Laplace car la méthode des différences finies n'est plus compétitive en temps de calcul pour les simulations linéaires. Plusieurs pas de calcul sont nécessaires pour obtenir une solution élastique linéaire alors qu'en éléments finis un seul calcul permet d'obtenir la solution