

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la technologie
Département : Génie électrique
Ref :



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم : الهندسة الكهربائية
المرجع :

Mémoire présenté en vue de l'obtention
du diplôme de

Magister en : Electrotechnique

Option : Machines électriques

**Modélisation des matériaux supraconducteurs,
application à un limiteur du courant**

Présenté par :

Ben Mebarek Fethi

Soutenu publiquement le 29 Septembre 2014

Devant le jury composé de :

Kamel SRAIRI

Lotfi ALLOUI

Salah Eddine ZOUZOU

Souri Mohamed MIMOUNE

Rachid ABDESSEMED

Professeur

M.C.A

Professeur

Professeur

Professeur

Président

Rapporteur

Examineur

Examineur

Examineur

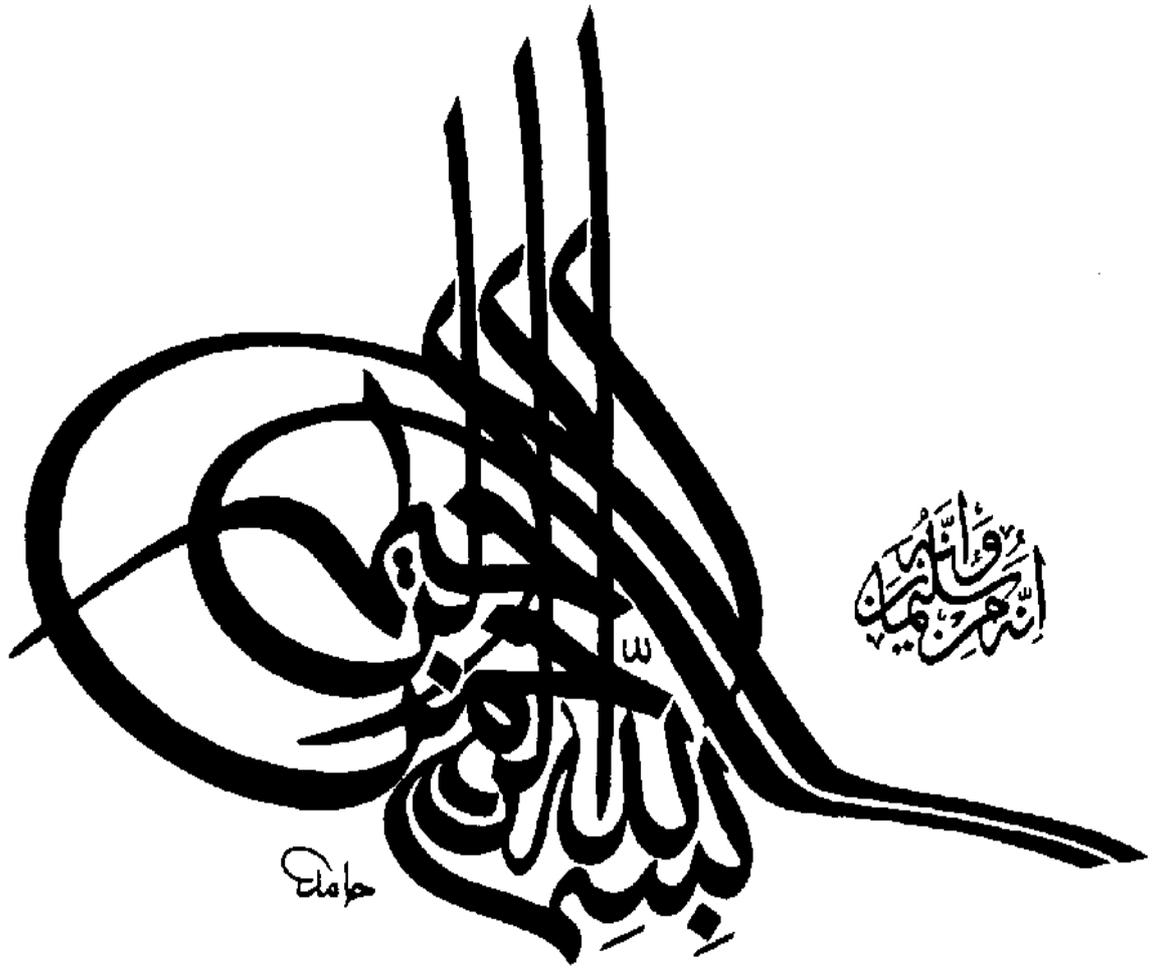
Université de Biskra

Université de Biskra

Université de Biskra

Université de Biskra

Université de Batna



Remerciements

Ce travail a été réalisé au laboratoire de recherche de modélisation des systèmes énergétiques (LMSE), Département de génie électrique, Université de Biskra. Nous tenons à remercier vivement notre promoteur :

Monsieur **Lotfi ALOUI**, maître de conférences 'A', pour la confiance qu'il m'a accordée en m'accueillant au sein du laboratoire modélisation des systèmes énergétiques et en acceptant de diriger mes recherches. Ses précieux conseils, sa disponibilité, ses idées, leur aide et leurs encouragements.

Je tiens particulièrement à remercier Monsieur **Kamel SRAIRI**, professeur à l'université de Biskra, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de thèse.

Je suis très reconnaissant aux membres du jury: **Monsieur Sourî Mohamed MIMOUNE**, professeur de l'université de Biskra, **Monsieur Salah Eddine ZOUZOU**, professeur de l'université de Biskra et **Monsieur Rachid ABDESSEMED**, professeur de l'université de Batna, qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'examiner et d'évaluer ce travail

Nous tenons à remercier tout particulièrement Monsieur **Khaled BEN ALIA**, maître assistant de l'université de Ouargla, pour leur aide et leurs encouragements.

Je tiens aussi à remercier Monsieur **Mebarek BAHRI**, directeur du laboratoire de modélisation des systèmes énergétiques (LMSE) de l'université de Biskra de m'avoir accueilli au sein du laboratoire, de m'intégré aussi au sein du laboratoire et en me permettant en outre, de finalisé ce travail dans des bonnes conditions.

Nous remercies tous les enseignants du département de génie électrique de l'université de Biskra.

Enfin, Nous tenons également à remercier toute personne ayant participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

تلخيص:

هذا العمل هو مساهمة في دراسة و نمذجة ثلاثية الأبعاد للظواهر الكهرومغناطيسية في الموصلات الفائقة الناقلية ذات درجة حرارة حرجة عالية، مطبقة للحد من تيار الدارة القصيرة. وقد اعتمدنا على طريقة الأحجام المنتهية كوسيلة لحل المعادلات التفاضلية ذات المشتقات الجزئية الميزات لمعالجة الظواهر الفيزيائية. وقدمت مختلف النتائج الكهرومغناطيسية و الحرارية.

الكلمات المفتاحية: نمذجة, الظواهر المغناطيسية و الحرارية, الناقل الممتاز, تيار الخطأ, طريقة الأحجام المنتهية.

Résumé:

Ce travail est une contribution à l'étude et à la modélisation tridimensionnelle des phénomènes électromagnétiques et thermiques dans les matériaux supraconducteurs à haute température critique, appliqué pour la limitation du courant de court circuit. La méthode des volumes finis a été adoptée comme méthode de résolution des équations aux dérivées partielles caractéristiques aux phénomènes physiques a traité. Les différents résultats électromagnétiques et thermiques ont été largement présentés.

Mots clé: Modélisation tridimensionnelle, phénomènes magnétique et thermique, supraconducteur, haute température critique, courant de défaut, méthode des volumes finis.

Abstract:

This work is a contribution to the study and modeling tridimensional electromagnetic and thermal behavior of superconductors with high critical temperature using in fault current limiting. The control volume method has been adopted as a method to solving partial differential equations features to physical phenomena treated. Different electromagnetic and thermal results are presented.

Key words: Modeling, magnetic and thermal phenomena, superconducting fault current, finite volume method.

SOMMAIRE

RÉSUMÉ	i
SOMMAIRE	1
LISTE DES FIGURES	7
LISTE DES TABLEAUX	14
LISTE DES ABREVIATIONS	16
INTRODUCTION GENERAL	18

Chapitre I : Etude et calcul des courants de court circuit dans les réseaux électriques

Introduction	20
I. 1. Les principaux défauts de court-circuit	22
I.1.1. Caractéristiques des courts circuits	23
I.1.2. Conséquences des défauts de court-circuit	25
I.1.3. Contraintes supplémentaires pour la protection	27
I.1.4. L'objectifs de calcule le courant du court-circuit	27
I.2. Calcul des I_{cc} par la méthode des impédances	29
I. 2.1. I_{cc} selon les différents types de court-circuit	29
I. 2.2. Etablissement de l'intensité de court-circuit	31
I. 2.3. Détermination des diverses impédances de court-circuit	34
I.2.4. Exemple	36
I. 3. Calcul des I_{cc} dans les réseaux radiaux a l'aide des composantes symétrique	39
I.3.1. Intérêt de cette méthode	39
I.3.2. Rappel sur les composantes symétriques	39
I.3.3. Formule de courant de court circuit symétrique	41
I.3.4. Les impédances symétrique pour différents éléments du réseau électrique	42
I.4. Les appareils d'élimination des défauts	44
I.5. Qualités principales d'un système de protection	46
Conclusion	49

Chapitre II : Description générale sur les matériaux supraconducteurs

Introduction	50
II.1. Théorie de la supraconductivité	50
II. 1.1. Bref historique	50
II.1.2. Propriétés générales des supraconducteurs	54
II.1.2.1. Généralités	54
II.1.2.2. Grandeurs critiques	55
II.1.2.3. Diagramme des phases d'un supraconducteur	58
II.1.2.4. Classification des matériaux supraconducteurs	59
II.1.3. Fluide cryogénique	65
II.2. Signature de l'état supraconducteur : l'aimantation	65
II.3. Passage du courant dans un fil supraconducteur	67
II.3.1. Répartition du courant dans un fil	67
II.3.2. Mouvement des vortex dans un fil parcouru par un courant	68
II.3.3. Pénétration des vortex dans le supraconducteur	68
II.4. Les théories phénoménologiques	70
II.4. 1. Modèle phénoménologique	70
II.4.2. Théorie phénoménologique de London	71
II.5. La théorie microscopique BCS	72
II.5.1. Rôle des phonons	72
II.5.2. Paires de Cooper	72
II.5.3. Théorie BCS	72
II.6. Comportement des supraconducteurs à HTc	73
II.6.1. Mobilité des vortex	73
II.6.1.1. Flux flow	73
II.6.1.2. Flux creep	74
II.6.2. Relation B(H)	75
II.6.3. Relation E(J) ou le modèle de la loi de puissance	75
II.6.4. Modèle de l'état critique, modèle de Bean	77
II.6.4.1. Modèle de l'état critique	77

II.6.4.2. Modèle de bean	78
II.6.5. Modèle de kim	78
II.6.6. Le modèle exponentiel	78
II.7. Résumé des équations	79
II.8. Dependance en temperature de j_c et n	79
II.9. Les interets des supraconducteurs	80
II.10. Les pertes dans un supraconducteurs	80
II.10.1. Les pertes en courant continu	80
II.10.2. Les pertes en courant alternatif	80
II.11. Principales applications des supraconducteurs	81
II.11.1. Applications en physique fondamentale	82
II.11.2. Applications en électrotechnique	82
Conclusion	89

Chapitre III : La limitation de courant à partir des matériaux supraconducteurs à HTc

Introduction	90
III.1. Limitation de courant dans les réseaux électriques	90
III.1.1. Réponses aux besoins	90
III.1.2. Les caractéristiques d'un limiteur du courant	91
III.1.3. Pourquoi supraconducteur ?	93
III.1.4. Principe général de la limitation de courant	94
III.1.5. Principes de base : impédance variable	95
III.1.6. Localisation possibles d'un limiteur de courant dans les réseaux électriques	96
III.1.6.1. Connexion série (L1, L2 et L4)	97
III.1.6.2. Connexion parallèle (interconnexion de réseaux) (L3)	97
III.1.7. Propriétés générales des SFCLs	98
III.1.8. Limiteur de courant continu ou alternatif	100
III.2. Limiteurs de courant classiques	100
III.2.1. Réactance série	101
III.2.2. Limiteur commandé	101
III.2.3. résistance variable	102

III.3. Limiteurs supraconducteurs de courant	102
III.3.1. SFCL résistif	103
III.3.2. SFCL de type noyau magnétique écranté	107
III.3.3. SFCL de type pont redresseur	109
III.3.4. SFCL de type contrôleur du courant de défaut	111
III.3.5. SFCL de type noyaux magnétiques saturés	112
III.4. Transition de l'état supraconducteur vers l'état normal	113
III.5. Comparaison des différents SFCL	114
III.5.1. Classification des types de SFCL	114
III.5.2. Les caractéristiques des différents types de SFCL	114
III.5.3. Vue d'ensemble des récents projets sur les SFCL	115
III.6. Avantages et inconvénients propres aux supraconducteurs	117
III.6.1. Les avantages	117
III.6.2. Les inconvénients	118
Conclusion	118

Chapitres IV : Modélisation des matériaux supraconducteurs à HTc

Introduction	119
IV.1. Formulations mathématiques et modèles électromagnétiques	120
IV.1.1. Equations de Maxwell	120
IV.1.2. Les modèles électromagnétiques	122
IV. 1.2.1. Modèle électrostatique	123
IV. 1.2.2. Modèle électrocinétique	123
IV. 1.2.3. Modèle magnétostatique	124
IV. 1.2.4. Modèle magnétodynamique	126
IV. 1.3. Formulation en potentiel vecteur magnétique	129
IV. 1.4. Problème thermique	131
IV. 1.4.1. Modèle thermique	132
IV. 1.4.2. Comportement des matériaux	133
IV.2. Couplage magnétothermique	133

IV.2.1. Rôle du couplage	133
IV.2.2. Grandeurs de couplage	133
IV.2.3. Stratégies de couplage	134
IV.2.3.1. Le couplage direct (fort) MCD	134
IV.2.3.2. Le couplage alterné (faible) MCA	135
IV.2.3.3. Le couplage paramétrique MCP	137
IV.3. Modèle numérique	138
IV.3.1. Différents méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles	139
IV.3.1.1. Méthode des différences finis (MDF)	140
IV.3.1.2. Méthode des éléments finis (MEF)	140
IV.3.1.3. Méthode des intégrales de frontière (MIF)	141
IV.3.1.4. Méthode des circuits couplés (MCC)	142
IV.3.1.5. Méthode des volumes finis (MVF)	142
IV.3.2. Résolution des équations électromagnétique et thermique par la méthode des volumes finis	143
IV.3.2.1. Résolution de l'équation l'électromagnétique par la méthode des volumes finis	145
IV.3.2.2. Résolution de l'équation thermique par la méthode des volumes finis	153
IV.3.3. Conditions aux limites	157
IV.3.3.1. Conditions aux limites associé au problème électromagnétique	157
IV.3.3.2. Conditions aux limites associé au problème thermique	158
IV.3.3.3. Les conditions aux limites de notre travail	158
IV.3.4. Méthodes de résolution des systèmes d'équations algébriques	159
IV.3.4.1. Méthodes directes	159
IV.3.4.2. Méthodes itératives	159
IV.3.5. Algorithme de résolution	160
IV.3.5. 1. Blocue d'entrée	161
IV.3.5.2. Blocue de résolution	162
IV.3.5.3. Blocue de sortie	162
CONCLUSION	168

Chapitres V : Applications et validation

Introduction	169
V.1. Dispositif étudié	169
V.2. Résultats des simulations	170
V.2.1. Résultats de simulation	172
V.2.1.1. Répartition spatiale des courants au sein de la pastille supraconductrice	172
V.2.1.2. Répartition spatiale de la température T au sein de la pastille supraconductrice	175
V.2.1.3. L'influence la valeur de la densité du courant critique J_c sur le comportement thermique d'un limiteur du courant	179
V.2.1.4. L'influence de la longueur L_x sur le comportement thermique d'un limiteur du courant	181
CONCLUSION	184
CONCLUSIONS GENERALES	185
REFERANCES BIBLIOGRAPHIQUES	187

Liste des Figures

Figure I.1 : Procédure de calcul d'I _{cc} pour la conception d'une installation électrique	22
Figure I.2 : Les différents courts circuits et leurs courants	24
Figure I.3 : Rappel et présentation graphique des deux cas extrêmes d'un courant de court-circuit, symétrique et asymétrique	28
Figure I.4 : Forme du courant total de court-circuit I _{cc}	28
Figure I.5 : Schéma simplifié d'un réseau	32
Figure I.6 : Présentation graphique et décomposition du courant d'un court-circuit s'établissant en un point éloigné d'un alternateur	33
Figure I.7 : Variation du facteur K en fonction de R / X, ou R / L	34
Figure I.8 : Schéma unifilaire d'un réseau triphasé	36
Figure I.9 : Construction graphique de la somme de trois systèmes triphasés équilibrés : direct, indirect et homopolaire	40
Figure I.10 : Fonctionnement d'une sélectivité ampérométrique	47
Figure I.11 : Caractéristique de la Sélectivité ampérométrique	47
Figure I.12 : Principe de la sélectivité chronométrique	48
Figure II.1 : Heinke Kammerlingh Onnes - première liquéfaction de l'hélium (1908) et découverte de la supraconductivité (1911)	51

Figure II.2: Historique des découvertes des éléments supraconducteurs, les températures critiques atteintes augmentent au fil des années	52
Figure II.3 : Diamagnétisme parfait des supraconducteurs	54
Figure II.4 : Allure des résistivités d'un supraconducteur et d'un conducteur normal en fonction de la température	55
Figure II.5: Caractéristique de champ électrique en fonction de densité de courant à $T=0K$	56
Figure II.6 : Surface critique des matériaux supraconducteurs	58
Figure II.7 : Diagramme des phases d'un supraconducteur	58
Figure II. 8.a. Diagramme des phases d'un Supraconducteur de type I	60
Figure II. 8.b. Dépendance de l'aimantation avec l'excitation magnétique d'un Supraconducteur de type I	60
Figure II. 9.a. Diagramme des phases d'un Supraconducteur de type II	61
Figure II. 9.b. Dépendance de l'aimantation avec l'excitation magnétique d'un Supraconducteur de type II	61
Figure II.10 : Fil NbTi	62
Figure II.11 : Fils supraconducteurs HTc	63
Figure II.12 : Fil en MgB2	64
Figure II.13: Aimantation d'un supraconducteur de type II	66

Figure II.14: Distribution du courant un supraconducteur de type I, le courant circule au voisinage de la surface extérieure (sur l'épaisseur de London)	67
Figure II.15: Distribution du courant dans un supra de type II en phase de Shubnikov, le courant circule dans tout le volume et en particulier à travers la zone "London" des vortex	68
Figure II.16: Forces \mathbf{F}_v exercées sur les vortex d'une plaque supraconductrice de type II par la densité de courant \mathbf{J} qui la parcourt	68
Figure II.17: Pénétration des Vortex dans le Supraconducteur	69
Figure II.18: vortex dans un supraconducteur	69
Figure II.19: distribution des vortex dans un supraconducteur	70
Figure II.20 : Caractéristique $E(J)$ d'un supraconducteur avec activation thermique	74
Figure II.21 : Caractéristique $B(H)$ d'un supraconducteur	75
Figure II.22 : Caractéristique $E(J)$ d'un supraconducteur	76
Figure II.23 : Caractéristique $E(J)$ d'un supraconducteur, modèle de l'état critique	77
Figure II.24 : Marché de la supraconductivité (2009)	81
Figure II.25 : Coupe du câble supraconducteur du projet Long Island (USA) (photo Nexans)	85
Figure II.26 : Puissance et énergie massiques pour les condensateurs, les accumulateurs et les SMES	86

Figure II.27 : Le Transrapid allemand	88
Figure II.28 : Le Maglev japonais	88
Figure III.1: Evolution de courant de court-circuit avec limiteur de courant supraconducteur	94
Figure III.2 : Insertion des limiteurs de courant dans un réseau	96
Figure III.3 : Limitation de courant par transformateur court-circuité	101
Figure III.4 : Limitation de courant par thyristors contrôlant un circuit raisonnant	101
Figure III.5 : SFCL résistif	103
Figure III.6 : SFCL résistif assisté magnétiquement	104
Figure III.7 : Démonstrateur CURL 10	105
Figure III.8 : SFCL de type noyau magnétique écrané	107
Figure III.9 : Schéma équivalent du SFCL de type noyau magnétique écrané	107
Figure III.10 : SFCL de type pont redresseur	109
Figure III.11 : SFCL de type contrôleur du courant de défaut	111
Figure III.12 : SFCL de type noyaux magnétiques saturés	112
Figure IV.1 : Algorithme du couplage direct (fort) MCD	135
Figure IV.2 : Algorithme du couplage alterné (faible) MCA	136
Figure IV.3: Stratégie de résolution pour la simulation électro-thermique	137

Figure IV.4 : Organigramme d'une méthode numérique de simulation pour un problème électromagnétique	139
Figure IV.5 : Un domaine d'étude discrétisé en éléments finis	141
Figure IV. 6 : Maillage du domaine d'étude(Ω) en volume finis	143
Figure IV. 7 : Exemple unidimensionnel de fonction de projection pour différentes méthodes numériques (différences finies, éléments finis et volumes finis)	143
Figure IV. 8 : Fondamentale schéma contrôle du volume	144
Figure IV. 9 : Nouveau schéma contrôle du volume	144
Figure IV.10: Condition aux limites	158
Figure IV. 11 : Organigramme du code de calcul	161
Figure IV. 12 : Algorithme de résolution du code de calcul de la résolution de l'équation électromagnétique	165
Figure IV. 13 : Algorithme de résolution du code de calcul de la résolution de l'équation thermique	168
Figure V.1: Structure cristallographique de l'YBaCuO	170
Figure V.2 : L'allure du courant de court-circuit appliqué	171
Figure V.3. Répartition spatiale de la densité du courant J au sein de la pastille à l'instant $t = 0.06$ s	173
Figure V.4. La variation du rapport J/J_c de la pastille pour différentes valeurs de J_c en fonction du temps	173

Figure V.5.a. Vecteur du courant (J_x, J_y) pour la pastille supraconductrice	174
Figure V.6.a. Vecteur du courant (J_x, J_y, J_z) pour la pastille supraconductrice	174
Figure V.7.a. Répartition spatiale de la température au sein de la pastille à $t = 1$ ms	176
Figure V.7.b. Répartition spatiale de la température au sein de la pastille à $t = 2.5$ ms	176
Figure V.7.c. Répartition spatiale de la température au sein de la pastille à $t = 0.03$ s	176
Figure V.7.d. Répartition spatiale de la température au sein de la pastille à $t = 0.06$ s	177
Figure V.8. La variation de la température dans la pastille en fonction du temps	178
Figure V.9. La variation des pertes moyennes dans la pastille en fonction du temps	178
Figure V.10. La variation de la température dans la pastille en fonction du temps pour J_c variable	180
Figure V. 11. La variation des pertes moyennes dans la pastille en fonction du temps pour J_c variable	181
Figure V.12. La variation du rapport J/J_c de la pastille pour différentes valeurs de Lx en fonction du temps	182

Figure V.13. La variation de la température dans la pastille en fonction du temps pour Lx variable 183

Figure V.14. La variation des pertes moyennes dans la pastille en fonction du temps pour Lx variable 183

Liste des Tableaux

Tableau I.1: Probabilité de survenance des défauts courts circuits	23
Tableau II.1 : Petit historique de la supraconductivité	53
Tableau II. 2 : Supraconducteurs à Basse Température (SBTc)	62
Tableau II. 3: Supraconducteurs à Haute Température critique (SHTc)	64
Tableau II.4: Comparaison entre le comportement magnétique d'un conducteur parfait et celui d'un supraconducteur idéal	66
Tableau II.5 : Les équations décrivant le comportement d'un supraconducteur	79
Tableau II.6: Principales applications possibles des supraconducteurs en électrotechnique	83
Tableau III.1: Différentes options pour réduire les courants du court-circuit	92
Tableau III.2 : Comparaison des différents types de SFCL	115
Tableau III.3 : Vue d'ensemble des récents projets sur les SFCL	116
Tableau IV.1 : Caractéristiques des différents modes du couplage électromagnétique-thermique	137
Tableau V.1 : Paramètres de la simulation pour les pastilles YBaCuO	170
Tableau V.2 : Caractéristiques géométriques de la pastille étudiée	170
Tableau V. 3 : Le temps de transition de la pastille supraconductrice pour les différentes valeurs de J_c	180

Tableau V. 4 : Les différentes valeurs de Lx	182
Tableau V. 5 : Le temps de transition pour les différentes valeurs de Lx	183

Liste des abréviations

I_{cc} [A] : courant de court-circuit.

J_{cc} [A / m²] densité du courant de court-circuit.

U_n [V] : tension nominale composée.

V_n [V] : tension nominal simple.

i(t) [A] : courant de court-circuit instantané.

B [T] : induction magnétique.

E [V/m] : champ électrique.

E_C [V/m] : champ électrique critique.

H [A/m] : champ magnétique.

H₀ [A/m] : champ magnétique à la surface du supraconducteur.

H_C [A/m] : champ magnétique critique.

H_{C1} [A/m] : premier champ magnétique critique.

H_{C2} [A/m] : second champ magnétique critique.

I_C [A] : courant critique.

J [A/m²] : densité de courant.

J_C [A/m²] : densité de courant critique.

I [A/m] : aimantation développée dans le matériau.

n: puissance de J de la relation E(J) dans un matériau supraconducteur.

P_V [W/m³] : puissance des pertes par unité de volume.

T [°K] température.

T_C [°K] température critique.

χ susceptibilité magnétique.

μ [H/m] perméabilité magnétique.

μ₀ [H/m] perméabilité magnétique du vide.

σ [**s. m⁻¹**]: Conductivité électrique

ε [**F. m⁻¹**]: Permittivité

ν [**m. H⁻¹**] : Réductivité magnétique

MVF : Méthode des Volumes finis.

SFCL : Superconducting Fault Current Limiter.

SHTc : supraconducteur à haute température critique.

Introduction Générale

INTRODUCTION GENERALE

La découverte en 1986 de la supraconductivité à haute température critique a fortement relancé l'intérêt des supraconducteurs. Toutefois, la plupart des applications de ces matériaux nécessitent une flexibilité et une résistance mécanique particulières, justifiant la récente mise en œuvre des conducteurs déposés. Ces derniers sont constitués d'un film supraconducteur déposé sur un substrat métallique flexible via une couche tampon, puis recouvert d'un shunt protecteur.

Les applications des supraconducteurs en électrotechnique ne cessent d'évoluer et sont actuellement envisageables. Les propriétés exceptionnelles de ces matériaux peuvent être utilisées dans la production, le transport et le stockage de l'énergie électrique. Cependant, l'application la plus prometteuse semble être la protection des réseaux par l'utilisation des limiteurs de courant conçu à partir d'un matériau supraconducteur à haute température critique. Ces dispositifs apportent une solution nouvelle et inaccessible par les techniques conventionnelles. En effet, ils possèdent une résistance nulle dans leurs régimes assignés, mais développent naturellement et rapidement d'importants champs électriques dans leurs régimes de défauts.

En effet, les courants de court-circuit des réseaux électriques n'ont cessé de croître pour répondre à l'augmentation de la consommation mais également fournir une meilleure qualité d'énergie. Le nouveau paysage énergétique via la libéralisation du marché de l'énergie électrique, ouvre la voie à une production décentralisée très diversifiée. De nouveaux schémas d'interconnexions, notamment par bus continus, sont en phase de développement. La protection de ces réseaux nécessite donc l'utilisation de nouveaux systèmes complémentaires aux appareils de protections classiques, limitant rapidement et efficacement le courant de court-circuit. Les limiteurs de courant permettent de réduire les contraintes mécaniques et thermiques subies par le réseau avant l'isolement du défaut [8].

Le limiteur de courant se fonde sur le principe suivant : lorsque le courant devient anormalement élevé, la transition de l'état supraconducteur vers un état fortement dissipatif permet l'insertion d'une impédance dans un circuit électrique et donc la limitation, du courant [32].

L'objectif de ce mémoire est de présenter les différentes caractéristiques des SHTc, ainsi de modéliser le comportement magnétique et thermique des limiteurs de courant conçu à

partir d'un supraconducteur à haute température critique durant le processus de la limitation du courant de défaut.

Ce mémoire de thèse s'articule autour de cinq chapitres :

Le premier chapitre est consacré à la présentation des méthodes de calcul du courant de court-circuit dans les réseaux électriques.

Le deuxième chapitre présente une étude théorique sur les matériaux supraconducteurs, en particulier les supraconducteurs à haute température critique ainsi que les différents modèles ainsi que leurs applications dans le domaine du génie électrique.

Le troisième chapitre est une présentation de la limitation de courant à partir d'un supraconducteur à haute température critique. Ces avantages ainsi que leurs principes de fonctionnement et les différentes localisations possibles de ces limiteurs dans les réseaux électriques seront largement présentés.

Le quatrième chapitre exposera les Lois Fondamentales de l'électromagnétisme (équations de Maxwell) et le Modèle Numérique (MVF Méthode de Volume finie) adopté pour la résolution des équations aux dérivées partielles caractéristiques aux phénomènes physiques à traiter.

Le cinquième chapitre présentera les résultats des simulations des comportements magnétique et thermique d'un limiteur de courant supraconducteur obtenus à partir d'un code de calcul tridimensionnel développé et implémenté sous l'environnement MATLAB. Ces résultats concernant le calcul et la visualisation de la répartition spatiale des différentes grandeurs électromagnétiques et thermiques au sein de la pastille supraconductrice utilisée pour limiter le courant de défaut.

Nous terminerons ainsi par une conclusion ainsi que les perspectives envisagées.

Chapitre I :

Etude et calcul des courants de court circuit dans les réseaux électriques

INTRODUCTION

Tous les réseaux électriques doivent être protégés contre les courts-circuits et ceci, sauf exception, chaque fois qu'il y a une discontinuité électrique, ce qui correspond le plus généralement à un changement de section des conducteurs.

L'intensité du courant de court-circuit est à calculer aux différents étages de l'installation ; ceci pour pouvoir déterminer les caractéristiques du matériel qui doit supporter ou couper ce courant de défaut.

L'organigramme de la figure (I.1) montre l'approche qui conduit aux différents courants de court-circuit et les paramètres qui en résultent pour les différents dispositifs de protection. Pour choisir et régler convenablement les protections, on utilise les courbes du courant en fonction du temps.

Deux valeurs du courant de court-circuit doivent être connues :

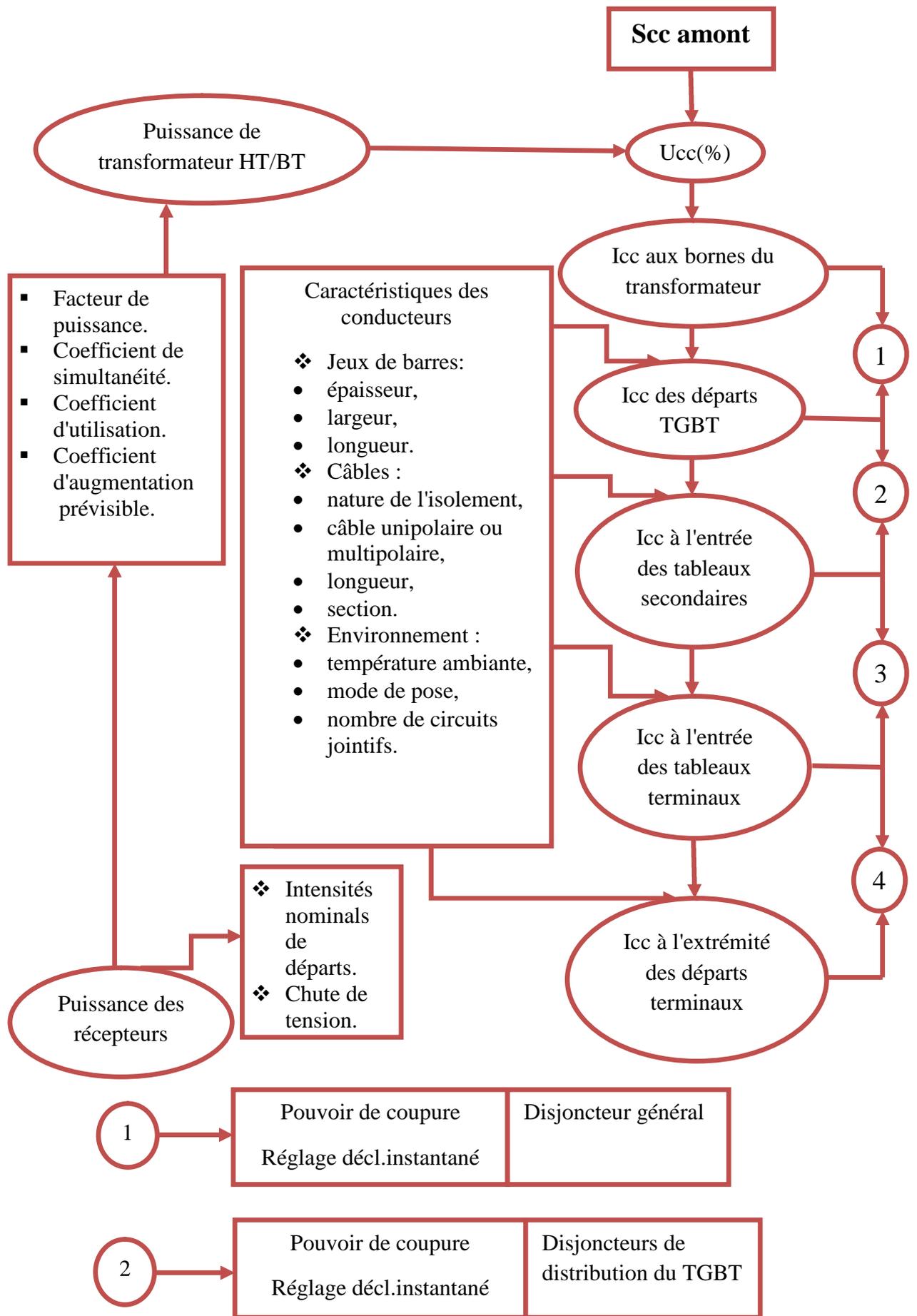
- le courant maximal de court-circuit qui détermine :
 - ✓ le pouvoir de coupure des disjoncteurs,
 - ✓ le pouvoir de fermeture des appareils,
 - ✓ la tenue électrodynamique des canalisations et de l'appareillage.

Il correspond à un court-circuit à proximité immédiate des bornes aval de l'organe de protection. Il doit être calculé avec une bonne précision (marge de sécurité). Le courant minimal de court-circuit indispensable au choix de la courbe de déclenchement des disjoncteurs et des fusibles, en particulier quand :

- La longueur des câbles est importante et/ou que la source est relativement impédante (générateurs-onduleurs) [44].

Le calcul du courant de court-circuit est très intéressant dans la modélisation de limiteur du courant supraconducteur.

Ce chapitre est consacré à l'étude des différents types de court circuit. Les différentes méthodes de calcul de l'intensité du courant de court-circuit sera aussi présenté. Enfin, nous présenterons un aperçu sur les appareils utilisés pour l'élimination du défaut.



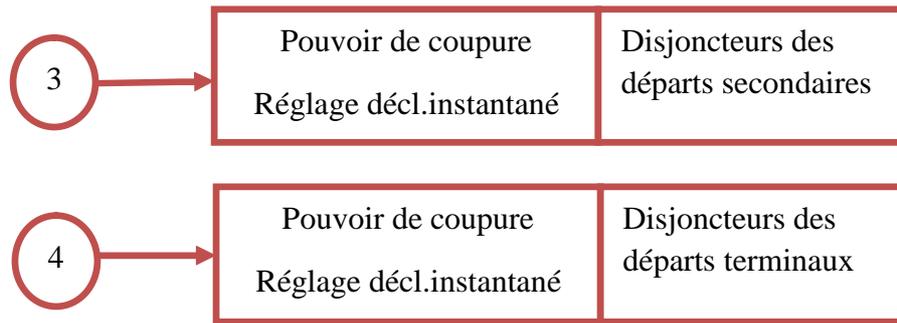


Figure I.1 : Procédure de calcul d'Icc pour la conception d'une installation électrique [44].

I.1. LES PRINCIPAUX DEFAUTS DU COURT-CIRCUIT

Le court circuit représente le test le plus sévère pour valider les modèles de systèmes connectés sur un réseau électrique. Alors le risque d'apparition d'un incident sur le réseau n'est pas nul car il est lié à de nombreux paramètres aléatoires. Ainsi, les courants du court circuit peuvent avoir diverses origines :

- **Electriques** : C'est l'altération des isolants des matériels de réseau. En effet, les matériels électriques que l'on trouve sur le réseau ou dans les postes comportent des isolants (solides, liquides ou gazeux) constitués d'assemblages plus ou moins complexes placés entre les parties sous tension et la masse. Ces isolants subissent des dégradations au cours du temps qui conduisent à des défauts d'isolement et donc à des courts circuits.
- **Atmosphériques** : Les lignes aériennes sont soumises aux perturbations extérieures telles que la foudre, les tempêtes ou le givre.
- **Mécaniques** : C'est la chute d'un corps sur un conducteur ou la dégradation mécanique des conducteurs consécutive à des agressions extérieures par des engins de terrassement par exemple.
- **Humaines** : Ce sont les fausses manœuvres telles l'ouverture d'un sectionneur en charge par exemple [43].

I.1.1. Caractéristiques des courts circuits

Tout fonctionnement d'un réseau électrique peut être sujet à l'apparition de défaut se manifestant souvent par des courants élevés de « court-circuit », avec de lourdes conséquences qu'il est nécessaire de savoir gérer au mieux [45].

Les défauts sont caractérisées par leurs **formes**, leurs **durées** et de leurs **intensités du courant**.

I.1.1.1. Forme ou types des défauts :

- Les défauts triphasés **PPP** : entre les trois phases du réseau avec ou sans liaison à la terre.
- Les défauts biphasés **PP**: entre deux phases du réseau.
- Les défauts biphasés à la terre **PPT** : entre deux phases du réseau et la terre.
- Les défauts monophasés **PT**: entre une phase du réseau et la terre [43].

Le premier type, appelé aussi triphasés symétriques, est peu fréquent, mais la connaissance de sa valeur est très utile afin d'assurer une protection adéquate des réseaux électriques ; car l'élément de base chargé de cette fonction de protection est le disjoncteur ; pour qu'un disjoncteur fonctionne correctement, il faut que son pouvoir de coupure doit être supérieur au courant maximum de la valeur du courant de court-circuit $PDC > I_{cc3}$.

Les trois derniers types sont plus fréquents et peuvent donner lieu à des courants de court - circuits élevés [43].

Types de court-circuit	Probabilité de survenance
Triphasé	5%
Biphasé	10 à 15%
Biphasé à la terre	10 à 15%
Monophasé	80 à 85%

Tableau I.1: Probabilité de survenance des différents courts circuits [47].

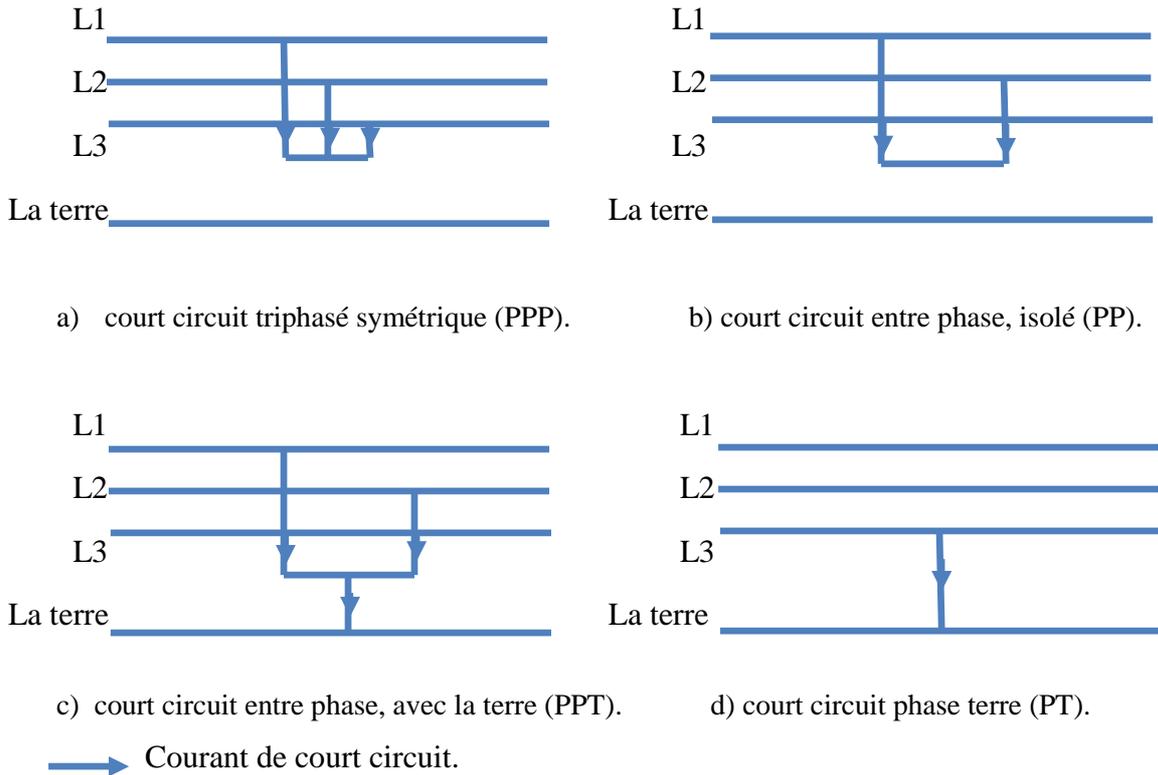


Figure I.2 : Les différents courts circuits et leurs courants [42].

1.1.1.2. Durée des courts circuits :

Un défaut est toujours le résultat d'un manque d'isolement ; Si ce manque d'isolement est durable, le court circuit est dit **permanent** dans le cas contraire est appelé **fugitif**.

Un court circuit peut être :

- **Intermittent** : Lorsqu'il se répète à intervalle très rapproché, c'est le cas par exemple d'un court circuit dû au balancement des conducteurs ou de branches sous l'effet d'un vent violent.
- **Semi -permanent** : Lorsqu'il persiste pendant un certain temps puis disparaît avec sa cause, c'est le cas, par exemple, d'un défaut dû à la croissance de la végétation, il disparaît lorsque celle-ci est consommée, un bon élagage permet d'éviter ce type d'incident.
- **Auto -extincteur** : Lorsqu'il disparaît de lui-même. on rencontre ce type de court-circuit sur les réseaux HTA en cas de défaut monophasé.
- **Evolutif** : Il arrive également que la nature du court-circuit change rapidement à cause des mouvements désordonnés des conducteurs provoqués par la chute d'un arbre ou

par les forces électrodynamiques dues aux courants de court-circuit ; C'est ainsi qu'en l'espace de quelques secondes on peut passer d'un défaut PT à PPT, PPPT, PPP et finalement à PP [43].

1.1.1.3. Intensité du courant de court- circuit :

L'intensité du courant de court-circuit est une caractéristique importante, elle détermine la sévérité de la contrainte appliquée au réseau et au matériel en défaut. Elle dépend de la forme des courts circuits et, pour ceux impliquant la terre, du mode de mise à la terre des points neutres.

1.1.2. Conséquences des défauts de court-circuit

Les conséquences des courants de court-circuit sont variables selon le type et la durée du court-circuit. Le point concerné du réseau et l'intensité [42].

Les courants de courts circuits dans les réseaux électriques ont des effets néfastes [46]:

1.1.2.1. Fonctionnement des réseaux électriques :

Les effets néfastes des courts circuits sont surtout à redouter sur les réseaux électriques THT sur lesquels débitent des groupes générateurs de forte puissance.

Les courts circuits, surtout polyphasés et proches des centrales de production, entraînent une diminution du couple résistant (C_r) des machines et donc une rupture de l'équilibre entre celui-ci et le couple moteur (C_m), s'ils ne sont pas éliminés rapidement, ils peuvent conduire à la perte de stabilité de groupes générateurs et à des fonctionnements hors synchronisme préjudiciables aux matériels.

Des temps d'élimination des courts circuits de l'ordre de 100 à 150 ms sont généralement considérés comme des valeurs à ne pas dépasser sur les réseaux électriques THT [46].

1.1.2.2. Tenue de matériels :

Les courts circuits provoquent des surintensités, dans le cas d'un court-circuit triphasé le courant de court-circuit peut dépasser 20 à 30 fois le courant nominal (I_n). Ces surintensités amènent deux types de contraintes :

- **Contraintes thermiques** : dues aux dégagements de chaleur par effet Joule ($R.I^2$) dans les conducteurs électriques.
- **Contraintes mécaniques** : dues aux efforts électrodynamiques, ceux-ci entraînent notamment le balancement des conducteurs aériens et le déplacement des bobinages des transformateurs, ces efforts, s'ils dépassent les limites admises lors de la construction, sont souvent à l'origine d'avaries graves.

De plus l'arc électrique, consécutif à un court-circuit, met en jeu un important dégagement local d'énergie pouvant provoquer d'importants dégâts au matériel et être dangereux pour le personnel travaillant à proximité [46].

1.1.2.3. Qualité de la fourniture :

Pour les utilisateurs, les courts circuits se traduisent par une chute de tension dont l'amplitude et la durée sont fonction de différents facteurs tels que la nature du court-circuit, la structure du réseau effectué, du mode mise à la terre, du mode d'exploitation, des performances des protections, ...etc [46].

1.1.2.4. Circuits de télécommunications :

La présence d'un court-circuit dissymétrique entre une ou deux phases d'une ligne d'énergie électrique et la terre entraîne la circulation d'un courant homopolaire qui s'écoule à la terre par les points neutres des réseaux.

Une tension induite longitudinale, proportionnelle à ce courant, apparaît sur les lignes de télécommunication qui ont un trajet parallèle à la ligne d'énergie électrique. Cette tension peut atteindre des valeurs dangereuses pour le personnel et les installations de télécommunication [46].

1.1.2.5. Sécurité des personnes :

La mise sous tension accidentelle des masses, les élévations de potentiel liées à l'écoulement des courants de court-circuit à la terre, les conducteurs tombés au sol ...etc. sont autant de situations pouvant présenter des risques pour la sécurité des personnes. Le mode de mise à la terre des points neutres joue de ce fait un rôle essentiel [46].

I.1.3. Contraintes supplémentaires pour la protection

Les protections électriques ne doivent pas apporter de limitation au fonctionnement normal des réseaux électriques, en particulier :

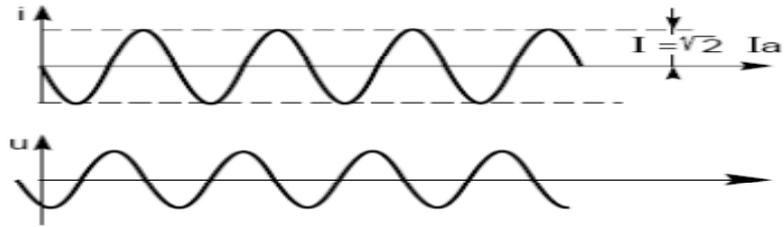
- a) Elles ne doivent pas limiter la souplesse d'utilisation du réseau protégé en interdisant certains schémas d'exploitation (réseaux bouclés, maillés, radiaux).
- b) Elles doivent rester *stables* en présence de phénomènes autre que les courts circuits :
 - Lors de manœuvres d'exploitation, pendant les régimes transitoires consécutifs à la mise sous tension ou hors tension à vide des lignes ou des transformateurs,
 - Lors de variations admissibles de la tension et de la fréquence,
 - En présence de surcharges et de déséquilibres entrant dans la marge de fonctionnement des réseaux électriques,
 - En présence d'oscillations résultant du régime transitoire des alternateurs,
 - Sous l'influence d'une anomalie des circuits de mesure [46].

I.1.4. L'objectifs de calcule le courant du court-circuit

L'étude du comportement d'un réseau en régime de court-circuit a pour but :

- A) d'identifier les situations à risque, origines possible de :
 - danger pour les personnes,
 - destructions de matériel par contraintes électrodynamiques, sur échauffements et surtensions,
 - dysfonctionnements de l'exploitation pouvant aller jusqu'à la perte totale du réseau à cause des creux de tension et des coupures d'alimentation ;
- B) aider à faire des choix de base de conception pour limiter les effets néfastes des défauts, en ce qui concerne :
 - les systèmes de liaisons à la terre des installations,
 - le dimensionnement approprié des matériels,
 - le réglage des protections, déterminé à partir du calcul des courants de défaut [45].

❖ symétrique :



❖ asymétrique :

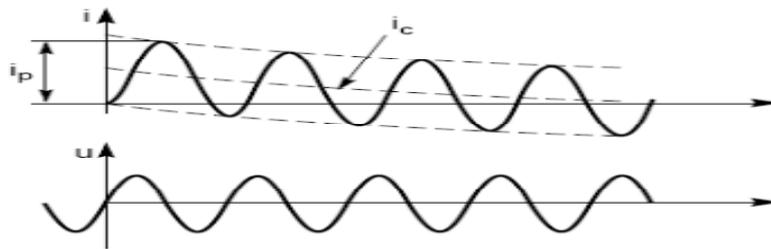


Figure I.3 : Rappel et présentation graphique des deux cas extrêmes d'un courant de court-circuit, symétrique et asymétrique [44].

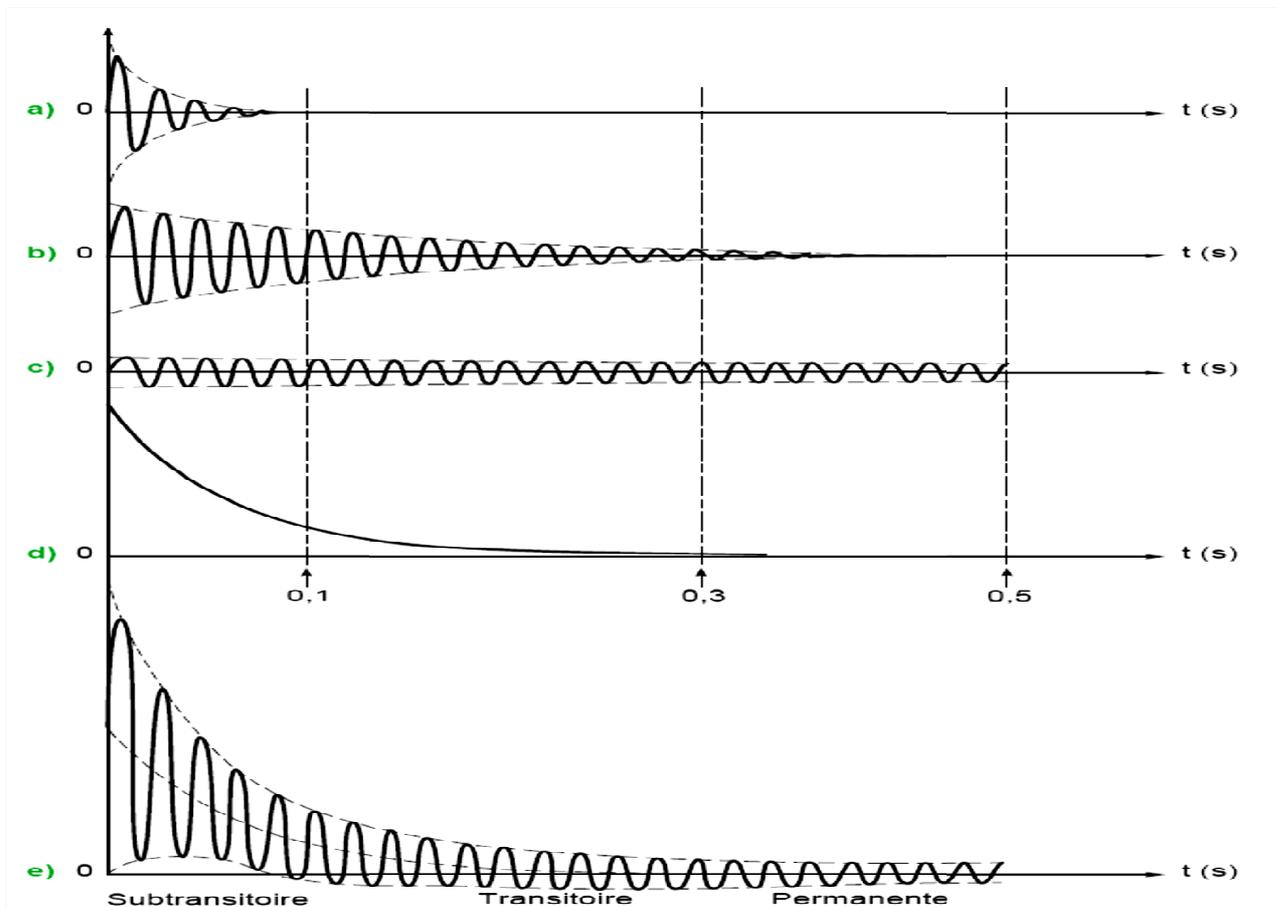


Figure I.4 : Forme du courant total de court-circuit I_{cc} , courbe (e) [44],

Avec la contribution de :

- a) la réactance subtransitoire,
- b) la réactance transitoire,
- c) la réactance permanente,
- d) la composante continue.

I.2. CALCUL DES I_{CC} PAR LA METHODE DES IMPEDANCES

Lors de l'apparition d'un court-circuit, et du fait de la nature inductive du réseau, la valeur à fréquence industrielle ne s'établit pas immédiatement (figure I.4). Le courant peut approximativement être considéré comme la somme de deux termes [42].

- ❖ *Composante transitoire aperiodique* qui décroît rapidement de la forme $I\sqrt{2} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \cos(\alpha)$, ou α l'instant du court-circuit.
- ❖ *Composante sinusoïdal $f=50\text{hz}$* correspondant au régime établi de la forme $I\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \alpha)$ [42].

I.2.1. I_{cc} selon les différents types de court-circuit

A) *Court-circuit triphasé :*

C'est le défaut qui correspond à la réunion des trois phases. L'intensité de court circuit I_{cc3} est :

$$I_{cc3} = \frac{1,1 U / \sqrt{3}}{Z_{cc}} \quad (\text{I-1})$$

Avec U (tension composée entre phases) correspondant à la tension à vide du transformateur.

Le calcul de l'intensité de court-circuit se résume alors au calcul de l'impédance Z_{cc} , impédance équivalente à toutes les impédances parcourues par l' I_{cc} du générateur jusqu'au point de défaut de la source et des lignes.

C'est en fait l'impédance «directe» par phase :

$$Z_{cc} = \sqrt{(\sum R)^2 + (\sum X)^2} \quad (\text{I-2})$$

$\sum R$ = somme des résistances en série,

ΣX = somme des réactances en série.

Le défaut triphasé est généralement considéré comme celui provoquant les courants de défaut les plus élevés. En effet, le courant de défaut dans le schéma équivalent d'un système polyphasé, n'est limité que par l'impédance d'une phase sous la tension simple du réseau [44].

B) Court-circuit biphasé isolé :

Il correspond à un défaut entre deux phases, alimenté sous une tension composée U.

L'intensité I_{cc2} débitée est alors inférieure à celle du défaut triphasé [44]:

$$I_{cc2} = \frac{U}{2 \times Z_{cc}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times I_{cc3} \approx 0,86 \times I_{cc3} \quad (I-3)$$

C) Court-circuit monophasé isolé :

Il correspond à un défaut entre une phase et le neutre, alimenté sous une tension simple $V = U / \sqrt{3}$.

L'intensité I_{cc1} débitée est alors [44]:

$$I_{cc1} = \frac{U/\sqrt{3}}{Z_{cc} + Z_{Ln}} \quad (I-4)$$

L'intensité monophasée peut être alors plus élevée que celle du défaut triphasé.

Z_{Ln} presque nul. $Z_{Ln} = 0$ [44].

D) Court-circuit à la terre (monophasé ou biphasé) :

Ce type de défaut fait intervenir l'impédance homopolaire Z_0 . Sauf en présence de machines tournantes où l'impédance homopolaire se trouve réduite, l'intensité I_{ch} débitée est alors inférieure à celle du défaut triphasé.

Son calcul peut être nécessaire, selon le régime du neutre (schéma de liaison à la terre), pour le choix des seuils de réglage des dispositifs de protection homopolaire (HT) ou différentielle (BT) [44].

I.2.2 Etablissement de l'intensité de court-circuit :

Un réseau simplifié se réduit à une source de tension alternative constante, un interrupteur et une impédance Z_{cc} représentant toutes les impédances situées en amont de l'interrupteur, et une impédance de charge Z_s (figure (I.5)).

Dans la réalité, l'impédance de la source est composée de tout ce qui est en amont du court-circuit avec des réseaux de tensions différentes (HT, BT) et des canalisations en série qui ont des sections et des longueurs différentes.

Sur le schéma de la figure (I.5), l'interrupteur étant fermé, l'intensité I_s du courant de service circule dans le réseau.

Un défaut d'impédance négligeable apparaissant entre les points A et B donne naissance à une intensité de court-circuit très élevée I_{cc} , limitée uniquement par l'impédance Z_{cc} .

L'intensité I_{cc} s'établit suivant un régime transitoire en fonction des réactances X et des résistances R composant l'impédance Z_{cc} :

Il est pratiquement égal pour ces faibles valeurs au $\text{COS } \varphi_{cc}$ (en court-circuit) soit :

$$\text{COS } \varphi_{cc} = \frac{R}{\sqrt{R^2+X^2}} \quad (\text{I-5})$$

Cependant, le régime transitoire d'établissement du courant de court-circuit diffère suivant l'éloignement du point de défaut par rapport aux alternateurs. Cet éloignement n'implique pas nécessairement une distance géographique, mais sous-entend que les impédances des alternateurs sont inférieures aux impédances de liaison entre ces derniers et le point de défaut [44].

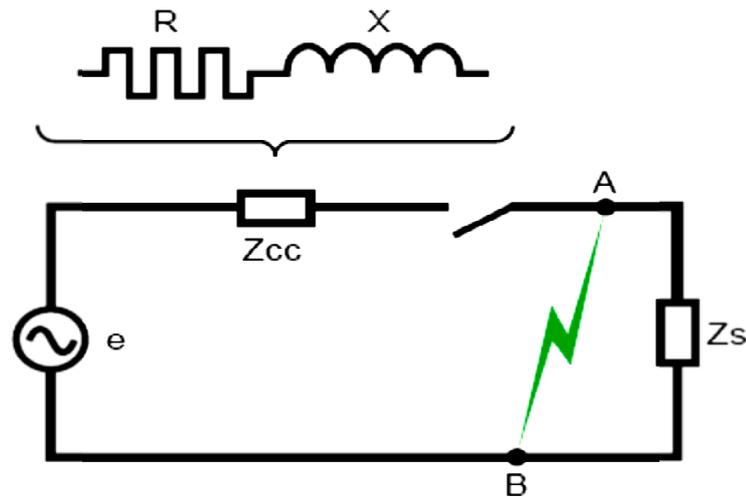


Figure I.5 : Schéma simplifié d'un réseau [44].

➤ **Défaut éloigné des alternateurs :**

C'est le cas le plus fréquent. Le régime transitoire est alors celui résultant de l'application à un circuit self-résistance d'une tension :

$$e = V_n \times \sin (wt + \alpha) \quad \text{Avec} \quad V_n = \frac{U_n}{\sqrt{3}}$$

L'intensité i est alors la somme des deux composantes : $I = i_a + i_c$

❖ L'une (i_a) est alternative et sinusoïdale : $i_a = I \times \sin (wt + \alpha)$

$$I = \text{intensité maximale} = \frac{V_n}{Z_{cc}}$$

α = Angle électrique qui caractérise le décalage entre l'instant initial du défaut et l'origine de l'onde de tension.

L'autre (i_c) est une composante continue : $i_c = -I \times \sin \alpha \times e^{-\frac{R}{L}t}$

Sa valeur initiale dépend de α , et son amortissement est d'autant plus rapide que R_{cc} / L_{cc} est élevé.

A l'instant initial du court-circuit, i est nulle par définition (l'intensité de service I_s étant négligée), d'où : $i = i_a + i_c = 0$

La Figure (I.6) montre la construction graphique de i par l'addition algébrique des ordonnées de ses 2 composantes i_a et i_c [44].

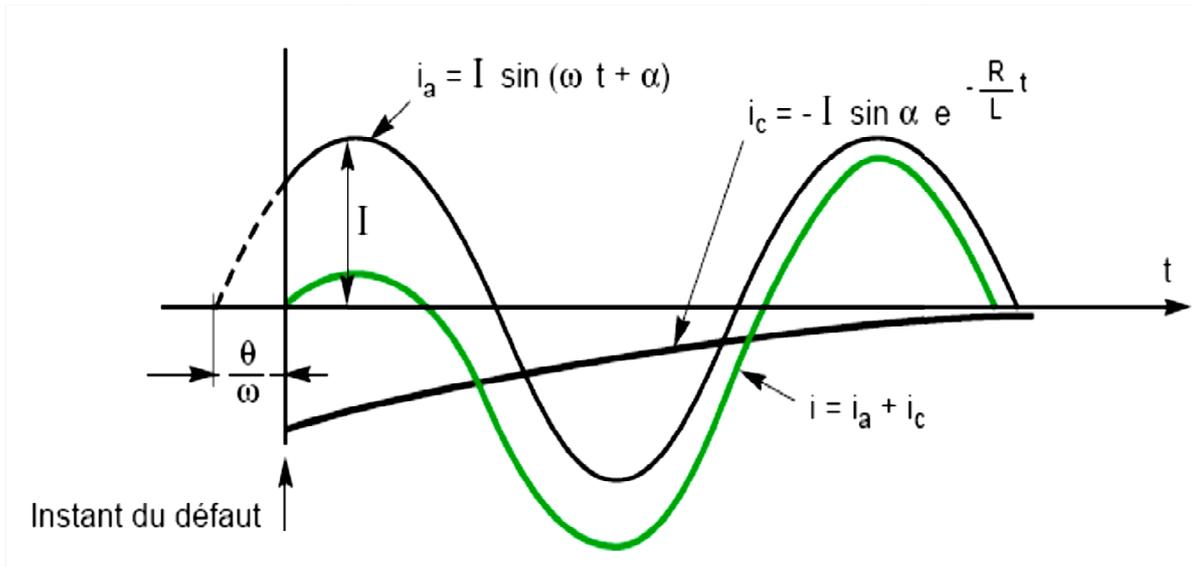


Figure I.6 : Présentation graphique et décomposition du courant d'un court-circuit s'établissant en un point éloigné d'un alternateur [44].

L'instant de l'apparition du défaut ou de fermeture par rapport à la valeur de la tension réseau étant caractérisé par son angle d'enclenchement α (apparition du défaut), la tension peut s'écrire: $u = V_n \times \sin(\omega t + \alpha)$.

L'évolution du courant est alors de la forme :

$$i(t) = \frac{V_n}{Z_{cc}} \left[\sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi) \times e^{-\frac{R.t}{L}} \right] \quad (I-6)$$

Avec ses deux composantes, l'une alternative et déphasée de φ par rapport à la tension, et l'autre continue tendant vers 0 pour t tendant vers l'infini.

D'où les deux cas extrêmes définis par :

- $\alpha = \varphi \approx \pi/2$, dit «régime symétrique» (figure (I.3)) Le courant de défaut est de la forme :

$$i = \frac{V_n}{Z_{cc}} \times \sin(\omega t) \quad (I-7)$$

- qui dès son début, a la même allure qu'en régime établi avec une valeur crête V_n / Z_{cc} .
- $\alpha = 0$, dit «régime asymétrique» (figure (I.3)) Le courant de défaut est de la forme :

$$i(t) = \frac{V_n}{Z_{cc}} \left[\sin(\omega t - \varphi) - \sin(\varphi) \times e^{-\frac{R.t}{L}} \right] \quad (I-8)$$

Ainsi sa première valeur crête i_p est fonction de φ et donc du rapport $R_{cc} / X_{cc} = \cos \varphi$ du circuit.

Le facteur $e^{-\frac{R.t}{L}}$ est d'autant plus élevée que l'amortissement de la composante continue est faible, comme le rapport R / L ou R / X . Il est donc nécessaire de calculer i_p pour déterminer le pouvoir de fermeture des disjoncteurs à installer, mais aussi pour définir les contraintes électrodynamiques que devra supporter l'ensemble de l'installation.

Sa valeur se déduit de la valeur efficace du courant de court-circuit symétrique I_a par la relation : $i_p = K \times 2 \times I_a$, le coefficient K étant donné par la courbe de la figure (I.7) en fonction du rapport R / X , ou R / L [44].

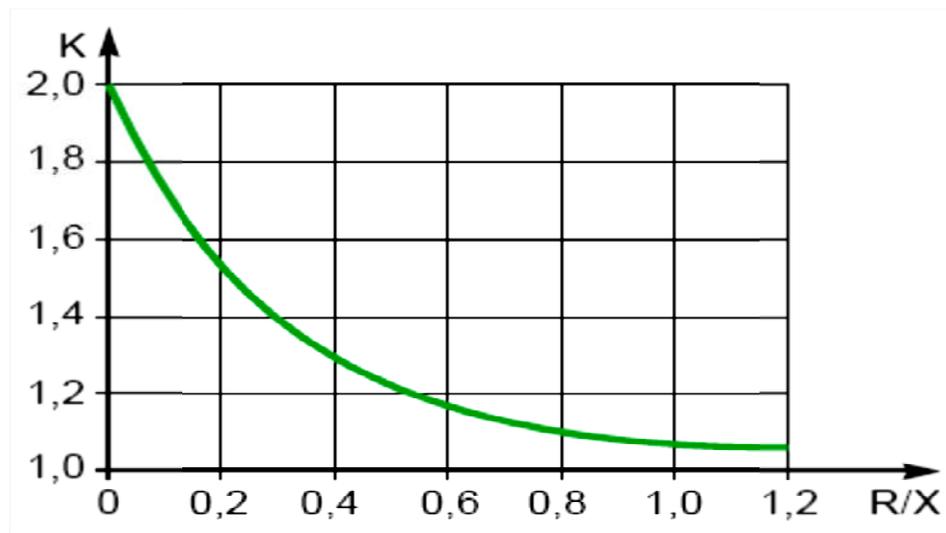


Figure I.7 : Variation du facteur K en fonction de R / X , ou R / L [44].

I.2.3. Détermination des diverses impédances de court-circuit

Le principe de cette méthode consiste à déterminer les courants de court-circuit à partir de l'impédance que représente le «circuit» parcouru par le courant de court-circuit. Cette impédance se calcule après avoir totalisé séparément les différentes résistances et réactances de la boucle de défaut, depuis et y compris la source d'alimentation du circuit, jusqu'au point considéré [44].

$$Z_{cc} = \sqrt{(R_{cc})^2 + (X_{cc})^2} \quad (I-9)$$

Z_{cc} : impédance total de court circuit en Ω ;

R_{cc} : résistance total de court circuit en Ω ;

X_{cc} : réactance total de court circuit en Ω .

❖ **Impédance de transformateur Z_T :**

$$Z_T = \sqrt{(R_T)^2 + (X_T)^2} \quad (I-10)$$

$$R_T = \frac{\Delta P_{cc} \times U_n^2}{1000 \times S_n^2} \quad (I-11)$$

$$Z_T = \frac{\Delta U_{cc\%} \times U_n^2}{100 \times S_n} \quad (I-12)$$

R_T : résistance de transformateur en Ω ;

X_T : réactance de transformateur en Ω .

❖ **Impédance d'alternateur Z_G :**

$$R_G = 0$$

$$Z_G = X_G = \frac{\Delta U(\%) \times U_{nG}^2}{100 \times S_{nG}} \quad (I-13)$$

R_G : résistance d'alternateur en Ω ;

X_G : réactance d'alternateur en Ω ;

❖ **Impédance de réseau Z_R :**

$$Z_R = \sqrt{R_R^2 + X_R^2} \quad (I-14)$$

$$R_R = R \times L \quad (I-15)$$

$$X_R = X \times L \quad (I-16)$$

R_R : résistance de réseau en Ω ;

X_R : réactance de réseau en Ω ;

R : résistance linéique en Ω / Km ;

X : réactance linéique en Ω / Km ;

L : longueur de la ligne en Km.

I.2.4. Exemple

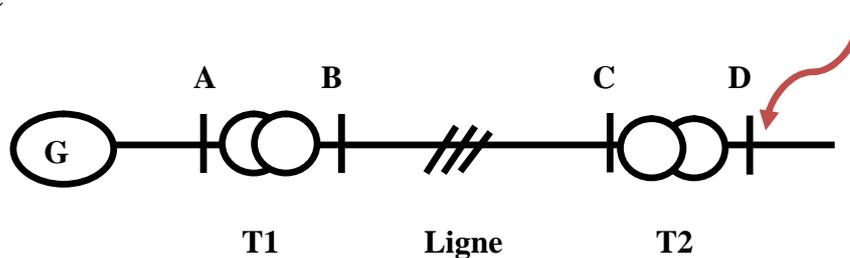


Figure I.8 : Schéma unifilaire d'un réseau triphasé.

- **Générateur G**

$\Delta U(\%)=12\%$ (chute de tension de générateur)

$U_{nG} = 10,5 \text{ KV}$ (tension nominal de générateur)

$S_{nG} = 50 \text{ MVA}$ (puissance apparente nominal de générateur)

- **Transformateur 1**

$S_{nT1}=30 \text{ MVA}$ (puissance apparente nominal de transformateur 1)

$\Delta U_1(\%)=11\%$ (chute de tension de transformateur 1)

$\Delta P_{cuT1}= 150 \text{ KW}$ (les pertes de transformateur 1)

$m_{T1}=120 / 10 \text{ (KV)}$ (rapport de transformation de transformateur 1)

- **Transformateur 2**

$S_{nT2}=10 \text{ MVA}$ (puissance apparente nominal de transformateur 2)

$\Delta U_2(\%)=10\%$ (chute de tension de transformateur 2)

$\Delta P_{cuT2}= 50 \text{ KW}$ (les pertes de transformateur 2)

$m_{T2}=10.75/110 \text{ (KV)}$ (rapport de transformation de transformateur 2)

- **La ligne**

$R= 0.153 \text{ } \Omega/\text{Km}$ (résistance linéique)

$X=0.4 \text{ } \Omega/\text{Km}$ (réactance linéique)

$L=120 \text{ Km}$ (longueur de la ligne)

• **Calcul le courant de court circuit triphasé**

✓ **Générateur**

$$R_G = 0$$

$$Z_G = X_G = \frac{\Delta U(\%) \times U_{nG}^2}{S_{nG}} = \frac{(12) \times (10.5)^2}{50} = 0,26 \Omega$$

✓ **Transformateur 1**

$$Z_{T1} = \sqrt{(R_{T1})^2 + (X_{T1})^2}$$

$$R_{T1} = \frac{\Delta P_{cc} \times U_{n1}^2}{1000 \times S_{n1}^2} = \frac{150 \times (10)^2}{1000 \times (30)^2} = 0,016 \Omega$$

$$Z_{T1} = \frac{\Delta U_1 \times U_{n1}^2}{100 \times S_{n1}} = \frac{11 \times (10)^2}{100 \times 30} = 0,36 \Omega$$

$$X_{T1} = \sqrt{(Z_{T1})^2 - (R_{T1})^2} = \sqrt{(0,36)^2 - (0,016)^2} = 0,35 \Omega$$

✓ **La ligne**

$$R_R = R \times L = (0,153) \times (120) = 18,36 \Omega$$

$$X_R = X \times L = (0,4) \times (120) = 48 \Omega$$

✓ **Transformateur 2**

$$Z_{T2} = \sqrt{(R_{T2})^2 + (X_{T2})^2}$$

$$R_{T2} = \frac{\Delta P_{cc} \times U_{n1}^2}{1000 \times S_{n1}^2} = \frac{50 \times (110)^2}{1000 \times (10)^2} = 6,05 \Omega$$

$$Z_{T2} = \frac{\Delta U_1 \times U_{n1}^2}{100 \times S_{n1}} = \frac{10 \times (110)^2}{100 \times 10} = 121 \Omega$$

$$X_{T2} = \sqrt{(Z_{T2})^2 - (R_{T2})^2} = \sqrt{(121)^2 - (6,05)^2} = 120,84 \Omega$$

❖ **Valeurs des réactances, résistances et impédance ramenés à la tension de défaut**

✓ **Générateur**

$$X_G' = X_G \times m_{T1}^2 \times m_{T2}^2 = 0,32 \Omega$$

X_G' : réactance de générateur ramené à la tension de défaut.

✓ **Transformateur 1**

$$Z_{T1}' = Z_{T1} \times m_{T1}^2 \times m_{T2}^2 = 0,5 \Omega$$

$$R_{T1}' = R_{T1} \times m_{T1}^2 \times m_{T2}^2 = 0,022 \Omega$$

$$X_{T1}' = \sqrt{(Z_{T1}')^2 - (R_{T1}')^2} = 0,49 \Omega$$

Z_{T1}' : impédance de transformateur 1 ramené à la tension de défaut.

R_{T1}' : résistance de transformateur 1 ramené à la tension de défaut.

X_{T1}' : Réactance de transformateur 1 ramené au tension de défaut.

✓ **La ligne**

$$R_R' = R_R \times m_{T2}^2 = 0,175 \Omega$$

$$X_R' = X_R \times m_{T2}^2 = 0,45 \Omega$$

R_R' : Résistance de réseau ramené à la tension de défaut.

X_R' : Réactance de réseau ramené à la tension de défaut.

✓ **Transformateur 2**

$$R_{T2}' = R_{T2} \times m_{T2}^2 = 0,05 \Omega$$

$$X_{T2}' = X_{T2} \times m_{T2}^2 = 1,15 \Omega$$

R_{T2}' : résistance de transformateur 2 ramené à la tension de défaut.

X_{T2}' : réactance de transformateur 2 ramené à la tension de défaut.

$$R_{cc} = R_{T1}' + R_{T2}' + R_R' = 0,25 \Omega$$

$$X_{cc} = X_{T1}' + X_{T2}' + X_G' + X_R' = 2,42 \Omega$$

$$Z_{cc} = \sqrt{(R_{cc})^2 + (X_{cc})^2} = 2,43 \Omega$$

$$I_{cc3} = \frac{1,1 \times U_n}{\sqrt{3} \times Z_{cc}} = \frac{1,1 \times 10,75}{\sqrt{3} \times 2,43} = 2,8 \text{ KA}$$

I.3. CALCUL DES I_{CC} DANS LES RESEAUX RADIAUX A L'AIDE DES COMPOSANTES SYMETRIQUES

I.3.1. Intérêt de cette méthode

Le calcul à l'aide des composantes symétriques est particulièrement utile lorsqu'un réseau triphasé est déséquilibré car les impédances classiques R et X dites «cycliques» ne sont alors plus normalement utilisables du fait, par exemple, de phénomènes magnétiques.

Aussi, ce calcul est nécessaire quand :

- ✓ un système de tensions et courants est non symétrique (vecteurs de Fresnel de modules différents et de déphasages différents de 120°) ; c'est le cas lors d'un court-circuit monophasé (phase-terre), biphasé, ou biphasé-terre ;
- ✓ le réseau comporte des machines tournantes et/ou des transformateurs spéciaux (couplage Yyn par exemple) [44].

Cette méthode est applicable à tous types de réseaux à distribution radiale et ce quelque soit leur tension.

I.3.2. Rappel sur les composantes symétriques

De même que le théorème de Leblanc dit qu'un champ alternatif rectiligne à amplitude sinusoïdale est équivalent à deux champs tournants en sens inverse, la définition des composantes symétriques repose sur l'équivalence entre un système triphasé déséquilibré, et la somme de trois systèmes triphasés équilibrés : direct, indirect et homopolaire (Figure (I.9)).

Le principe de superposition est alors exploitable pour le calcul des courants de défaut. Pour l'explication suivante, le système est défini en prenant le courant I_1 comme référence de rotation, avec [44]:

- ✓ I_{1d} comme sa composante directe,
- ✓ I_{1i} sa composante inverse,
- ✓ I_{1o} sa composante homopolaire, et en utilisant l'opérateur.

$$a = e^{j\frac{2\cdot\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ entre } I_1, I_2, I_3.$$

Ce principe appliqué à un système de courants se vérifie par construction graphique (Figure (I.14)). A titre d'exemple l'addition graphique des vecteurs donne bien, pour I_2 , le résultat suivant :

$$I_2 = a^2 \cdot I_{1d} + a \cdot I_{1i} + I_{1o}$$

Les courants I_1 et I_3 s'expriment de la même manière d'où le système :

$$I_1 = I_{1d} + I_{1i} + I_{1o}$$

$$I_2 = a^2 \cdot I_{1d} + a \cdot I_{1i} + I_{1o}$$

$$I_3 = a \cdot I_{1d} + a^2 \cdot I_{1i} + I_{1o}$$

Ces composantes symétriques de courant sont liées aux composantes symétriques de tension par les impédances correspondantes [44]:

$$Z_d = \frac{V_d}{I_d}, Z_i = \frac{V_i}{I_i} \text{ et } Z_o = \frac{V_o}{I_o} \quad (I.17)$$

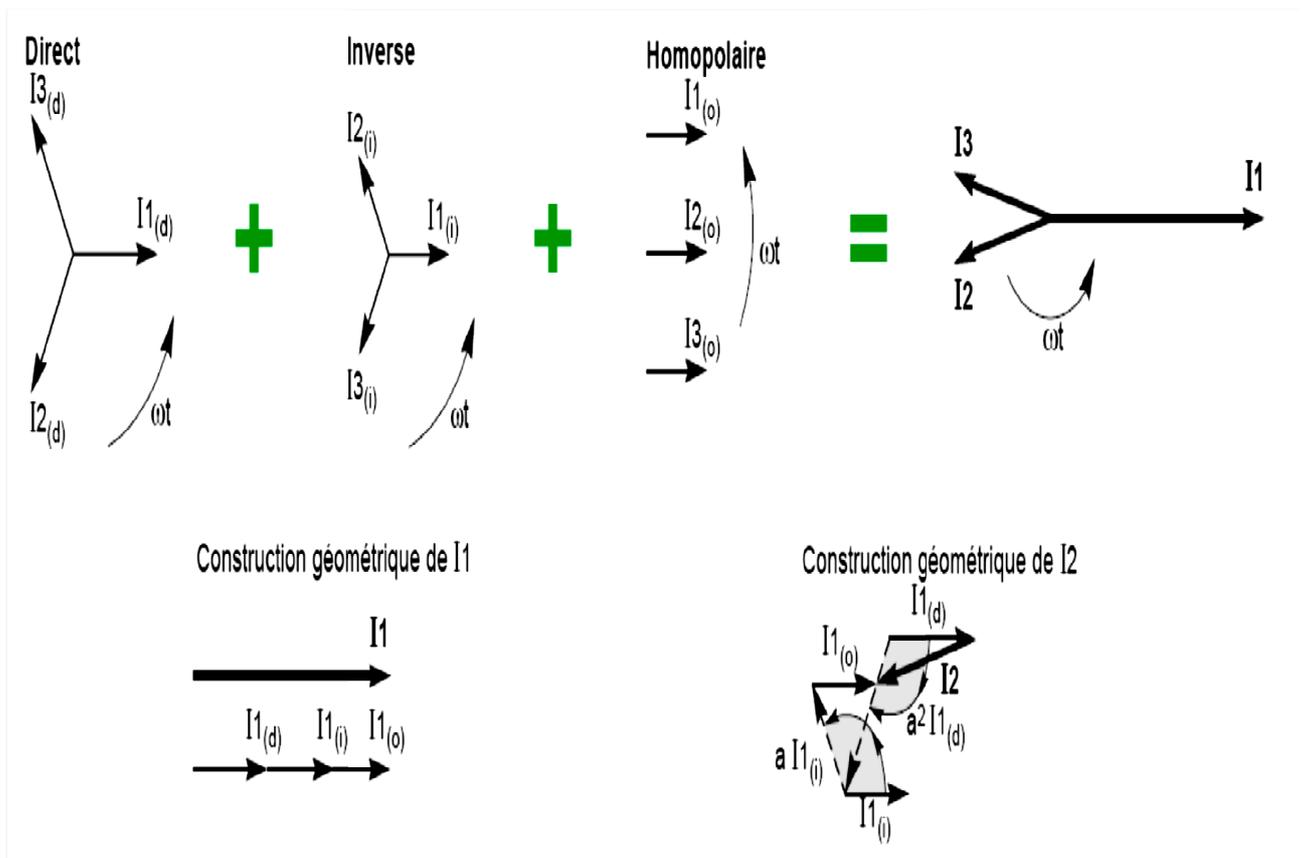


Figure I.9 : Construction graphique de la somme de trois systèmes triphasés équilibrés : direct, indirect et homopolaire [43].

On à la matrice suivante: [44]

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{ad} \\ I_{ai} \\ I_{a0} \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \end{bmatrix}$$

$$1 + \alpha + \alpha^2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} I_{ad} \\ I_{ai} \\ I_{a0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

I.3.3. Formule de courant de court circuit symétrique

A- Court circuit monophasé à la terre [44]

$$I_{CC} = \frac{3 \times V_n}{Z_d + Z_i + Z_0} \quad (I-18)$$

B- Court circuit biphasé isolé (entre les phases 2 et 3) [44]

$$I_2 = I_3 = \frac{\sqrt{3} \times U_n}{Z_d + Z_i} \quad (I-19)$$

Ci $Z_d = Z_i$ on à :

$$I_2 = I_3 = \frac{\sqrt{3} \times U_n}{2 \times Z_d} \quad (I-20)$$

C- Court circuit biphasé à la terre (entre la phase 2, 3 et la terre) [44]

$$I_2 = I_3 = \frac{\sqrt{Z_i^2 + Z_i \cdot Z_0 + Z_0^2}}{Z_d \cdot Z_i + Z_i \cdot Z_0 + Z_0 \cdot Z_d} \times \sqrt{3} \cdot U_n \quad (I-21)$$

Ci $Z_d = Z_i$ on à :

$$I_2 = I_3 = \frac{\sqrt{Z_d^2 + Z_d \cdot Z_0 + Z_0^2}}{Z_d^2 + 2 \cdot Z_0 \cdot Z_d} \times \sqrt{3} \cdot U_n \quad (I-22)$$

Un : tension composé.

Vn : tension simple.

I.3.4. Les impédances symétrique pour différents éléments du réseau électrique

A) Impédance de générateur [44]

Toujours $R \ll X$

L'équation de réactance directe, inverse et homopolaire est :

$$X(\Omega) = \frac{X(\%) \cdot V_n}{100 \cdot I_n}$$

$$X(\Omega) = \frac{X(\%) \cdot 3 \cdot V_n^2}{100 \cdot S_n} \quad (I-23)$$

S_n : puissance nominal en KVA;

✓ Réactance directe X_d

On à trois réactance :

1. Réactance subtransitoire X_d''

2. Réactance transitoire X_d'

3. Réactance synchrone X_d

Les valeurs de réactances en Ω sont :

$$X_d = \frac{X_d \times V_{nG}^2}{100 \times S_{nG}} \quad (I-24)$$

$$X_d' = \frac{X_d' \times V_{nG}^2}{100 \times S_{nG}} \quad (I-25)$$

$$X_d'' = \frac{X_d'' \times V_{nG}^2}{100 \times S_{nG}} \quad (I-26)$$

V_{nG} : tension nominal de générateur en KV;

S_{nG} : puissance nominal de générateur en MVA;

- Générateurs de puissance supérieure à 100 MVA : $R_G = 0,05 X_d''$.

- Générateurs de puissance inférieure à 100 MVA : $R_G = 0,07 X''_d$.

- Générateurs de tension faible : $R_G = 0,15 X''_d$.

✓ **Impédance inverse**

$$X_i = X''_d$$

✓ **Impédance homopolaire**

- Neutre relié à la terre : $Z = j.X_0$

- Neutre relié à la terre avec impédance Z_n : $Z = 3Z_n + j.X_0$

- Neutre isolé : $Z = \Omega$

B) Impédance de moteurs asynchrones [44]

✓ **Impédance directe** (ou l'impédance de démarrage)

$$X'(\%) = \frac{I_n}{I_d} \cdot 100$$

✓ **Impédance inverse**

$$X_i = X'_m$$

✓ **Impédance homopolaire**

$Z = \Omega$ (usuellement le neutre du moteur est isolé)

C) Impédance des lignes [44]

✓ **Les lignes aériennes**

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S} \tag{I-27}$$

L : longueur de la ligne en m ;

S : section de conducteur en m^2 ;

ρ : Résistivité de matériau.

✓ **Impédance des lignes aériennes**

- Pour HTA ou BT : $X_L = 0,3 \Omega/Km$;

- Pour HTB: $X_L = 0,4 \Omega/Km$.

✓ **Impédance homopolaire**

$$X_0 = 3 \times X_d$$

D) Impédance des transformateurs

On a : $X_d = X_i$

✓ **Impédance inverse**

$$Z_1 = Z_2 = \frac{U_{cc}}{I_1 \times \sqrt{3}} = \frac{P \cdot U_1}{100 \sqrt{3} \cdot I_1} \quad (\text{I-28})$$

Avec : $\frac{U_{cc}}{U_1} = \frac{P}{100} (\%)$ (I-29)

✓ **Impédance homopolaire**

On mesure Z_0 d'après les données suivantes :

- Parmi les trois pôles d'un enroulement.
- Parmi les pôles et la terre.

I.4. LES APPAREILS D'ELIMINATION DES DEFAUTS

I.4.1. Disjoncteur shunt

C'est un appareil installé dans le poste source du réseau HTA à neutre impédant. Il shunte temporairement (durant environ 150 à 250 ms) l'impédance de neutre sur la phase en défaut si un défaut monophasé non auto extingueur apparaît sur cette même phase durant un temps compris entre 60 et 100ms. Celui-ci permet en effet, d'abaisser suffisamment la tension au point de défaut pour l'éliminer. Il n'y a donc pas de coupure triphasée et, comme les tensions composées sont pratiquement inchangées, les utilisateurs ne sont pas perturbés [43].

I.4.2. Disjoncteur de poste à cycle rapide

C'est un cycle qui s'exécute automatiquement sur un disjoncteur de poste source ou en tête d'ossature. Ce disjoncteur coupe l'alimentation du réseau en défaut durant environ 300ms (± 100 ms). Pour les défauts monophasés, le fonctionnement du cycle est différent selon les régimes de neutre :

- Neutre impédant : le cycle s'exécute après la fermeture et la réouverture du disjoncteur shunt, si le défaut monophasé réapparaît durant un temps supérieur à 100ms.
- Neutre compensé : Il n'y a pas dans ce cas, de disjoncteur shunt. Le cycle s'exécute dès la première apparition du défaut si le défaut est monophasé et s'il dure plusieurs centaines de millisecondes (typiquement de 600ms à 1s), que le défaut soit de type réamorçant ou en régime établi à 50Hz.

Pour les défauts polyphasés, il n'y a jamais de fonctionnement du disjoncteur shunt. Ce cycle se produit si le défaut polyphasé apparaît durant un temps supérieur à 100 ms, quelle que soit la mise à la terre du neutre du réseau HTA [43].

I.4.3. Disjoncteur de poste à déclenchement définitif

C'est le déclenchement qui intervient à la fin des différents cycles configurés sur le réenclencheur (cycle rapide, 1 ou 2 cycles lents), appelés cycle de ré enclenchement.

Le disjoncteur reste ouvert jusqu'à l'intervention d'un opérateur [43].

I.4.4. Disjoncteur de poste à cycle lent

Ce cycle utilise également un disjoncteur de poste source ou en tête d'ossature. Le temps d'ouverture du disjoncteur est généralement de 15s.

- Pour les défauts monophasés qui durent plus de 500 ms (± 200 ms) si le neutre est impédant, ou plus de 600ms à 1s si le neutre est compensé.
- Pour les défauts polyphasés qui durent plus de 500ms (± 200 ms) [43].

I.5. QUALITES PRINCIPALES D'UN SYSTEME DE PROTECTION

I.5.1. Rapidité

Les courts circuits sont donc des incidents qu'il faut éliminer le plus vite possible, c'est le rôle des protections dont la rapidité de fonctionnement et des performances prioritaires.

Le temps d'élimination des courts circuits comprend deux composantes principales :

- Le temps de fonctionnement des protections (quelques dizaines de millisecondes).
- Le temps d'ouverture des disjoncteurs, avec les disjoncteurs modernes (SF6 ou à vide), ces derniers sont compris entre 1 et 3 périodes [46].

I.5.2. Sélectivité

La sélectivité est une capacité d'un ensemble de protections à faire la distinction entre les conditions pour lesquelles une protection doit fonctionner de celles où elle ne doit pas fonctionner.

Les différents moyens qui peuvent être mis en œuvre pour assurer une bonne sélectivité dans la protection d'un réseau électrique, les plus importants sont les trois types suivants:

- Sélectivité ampèremétrique par les courants,
- Sélectivité chronométrique par le temps,
- Sélectivité par échange d'informations, dite sélectivité logique [46].

I.5.2.1. Sélectivité ampérométrique :

Une protection ampérométrique (Figure I.10) est disposée au départ de chaque tronçon : son seuil est réglé à une valeur inférieure à la valeur de défaut minimal provoqué par un court-circuit sur la section surveillée, et supérieure à la valeur maximale du courant provoqué par un court-circuit situé en aval (au-delà de la zone surveillée).

Ainsi réglée, chaque protection ne fonctionne que pour les courts circuits situés immédiatement en aval de sa position, à l'intérieur de la zone surveillée, elle est insensible aux courts circuits apparaissant au-delà [46].

L'exemple suivant concerne la protection ampérométrique d'un transformateur entre deux tronçons de câble. Le réglage I_s de la protection à maximum de courant vérifie la relation : $1,25 I_{ccBmax} < I_{sA} < 0,8 I_{ccAmin}$ [51].

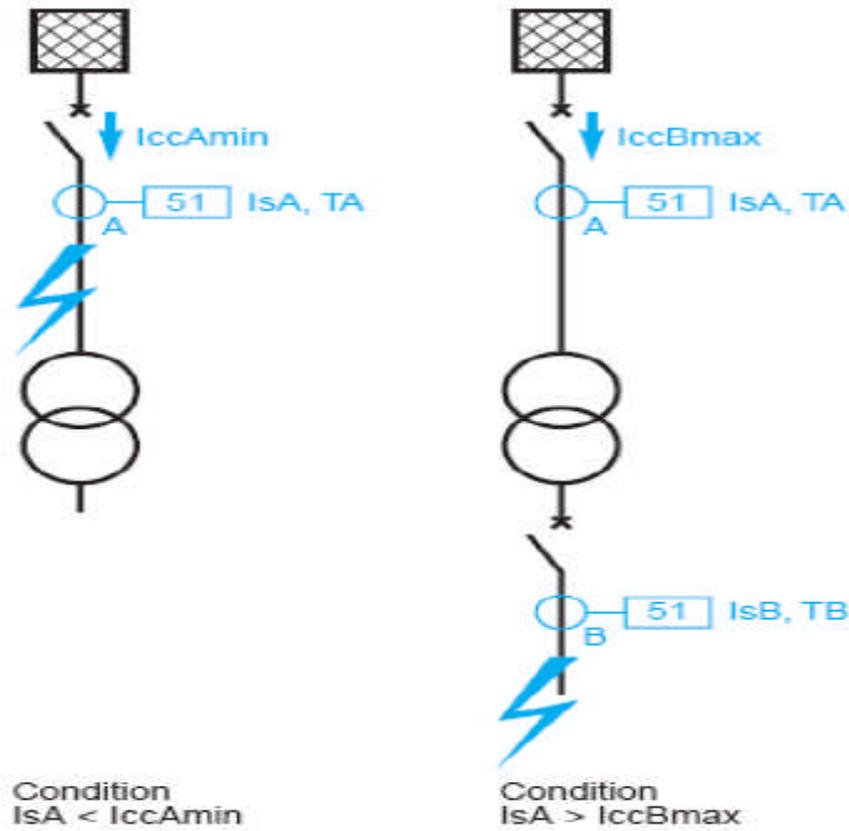


Figure I.10 : Fonctionnement d'une sélectivité ampérométrique [46].

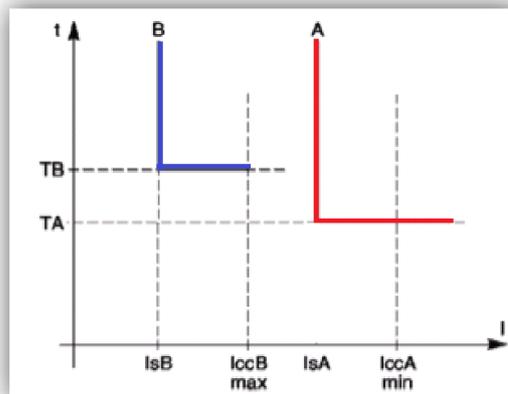


Figure I.11 : Caractéristique de la Sélectivité ampérométrique [51].

I.5.2.2. Sélectivité chronométrique :

Sélectivité dans laquelle les protections sollicitées sont organisées pour fonctionner de manière décalée dans le temps. La protection la plus proche de la source a la temporisation la plus longue.

Ainsi, sur le schéma (Figure I.12), le court-circuit représenté est vu par toutes les protections (en A, B, C, et D). La protection temporisée D ferme ses contacts plus rapidement que celle installée en C, elle-même plus rapide que celle installée en B.

Après l'ouverture du disjoncteur D et la disparition du courant de court-circuit, les protections A, B, C qui ne sont plus sollicitées, revient à leur position de veille.

La différence des temps de fonctionnement ΔT entre deux protections successives est l'intervalle de sélectivité [46].

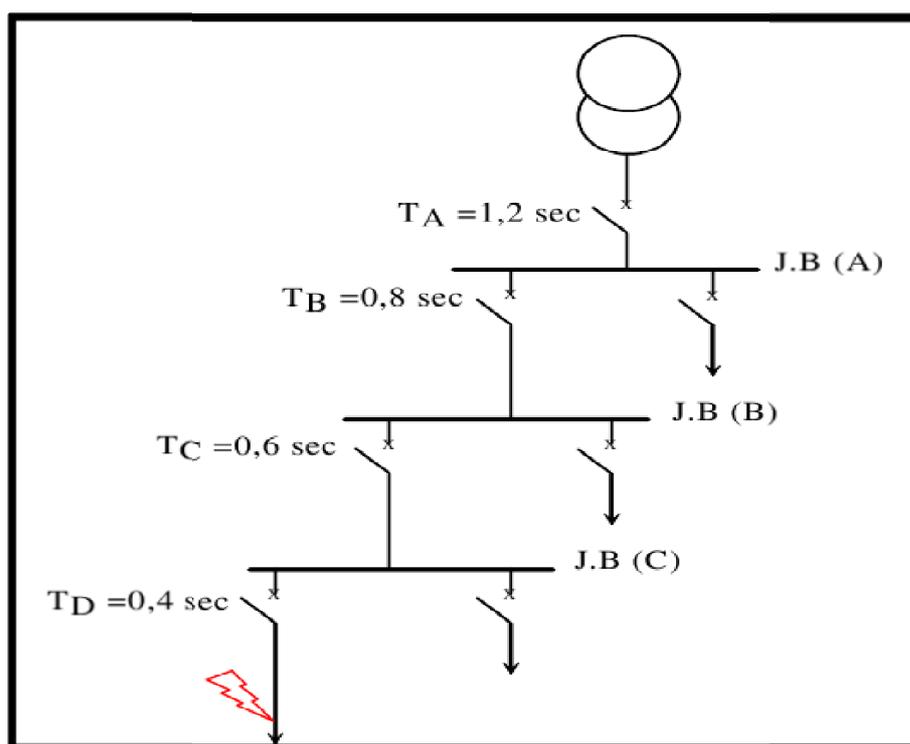


Figure I.12 : Principe de la sélectivité chronométrique [46].

I.5.3. Sensibilité

La protection doit fonctionner dans un domaine très étendu de courants de courts circuits entre :

- Le courant maximal qui est fixé par le dimensionnement des installations et est donc parfaitement connu,
- Un courant minimal dont la valeur est très difficile à apprécier et qui correspond à un court-circuit se produisant dans des conditions souvent exceptionnelles.

La notion de sensibilité d'une protection est fréquemment utilisée en référence au courant de court-circuit le plus faible pour lequel la protection est capable de fonctionner [46].

I.5.4. Fiabilité

La fiabilité d'une protection, qui est la probabilité de ne pas avoir de fonctionnement incorrect (éviter les déclenchements intempestifs), est la combinaison de :

- **La sûreté** : qui est la probabilité de ne pas avoir de défaut de fonctionnement.
- **La sécurité** : qui est la probabilité de ne pas avoir de fonctionnement intempestif [46].

CONCLUSION

Ce chapitre présente les principaux défauts qui peuvent se produire dans un réseau électrique, principalement qui sont dus à un courant de court circuit symétrique et asymétrique, les caractéristiques des courant de courts circuits ont été largement présentés.

Pour le calcul du courant de court-circuit, différentes méthodes ont été présentées, la première méthode appelé méthode des impédances et la seconde appelé méthode des composantes symétriques. A la fin de ce chapitre, les principaux appareils utilisés pour l'élimination des défauts ont été présentés.

Chapitre II :

Description générale sur les matériaux supraconducteurs

INTRODUCTION

Le terme supraconductivité vient de la propriété que possèdent certains matériaux à présenter une résistivité non mesurable ($<10^{-25} \Omega.m$). Il a été proposé par Kammerlingh Onnes en 1911 quand il découvrit que pour certains matériaux la résistance non seulement diminuait avec la température, mais présentait également une baisse soudaine à une certaine température critique notée T_c . Il appela cet état un état supraconducteur en opposition à un état normal, et les matériaux qui présentent un tel comportement sont appelés par conséquence des supraconducteurs [1].

Les supraconducteurs sont des matériaux étonnants. Leur capacité à conduire le courant sans dissipation d'énergie ainsi que leur diamagnétisme permet la confection de systèmes électrotechniques plus performants [2].

Les supraconducteurs prennent une place importante dans la recherche actuelle en électrotechnique, des promesses extraordinaires que toute une communauté tente d'exploiter [3].

En effet, deux propriétés de ces matériaux, le diamagnétisme et une possibilité de transporter des courants élevés sous fort champs magnétiques, permettent d'envisager une réelle évolution des systèmes électrotechniques [3].

Ce chapitre est consacré à l'étude des propriétés générales de la supraconductivité. Les propriétés spécifiques des matériaux supraconducteurs HT_c seront considérées. Enfin nous présenterons les différentes applications des matériaux supraconducteurs HT_c .

II.1. THEORIE DE LA SUPRACONDUCTIVITE

II.1.1. Bref Historique

Quel électrotechnicien n'a pas rêvé d'un conducteur de courant électrique ne dissipant pas d'énergie ? C'est en 1911 que, pour la première fois, un tel conducteur a été mis à jour. Le physicien hollandais Kammerlingh Onnes, ayant réussi à atteindre des températures inférieures à 4 Kelvins en liquéfiant de l'hélium, décida de tester différents conducteurs de l'électricité à très basse température. Aidé par G. Holtz, il s'aperçut que la résistance électrique du mercure devenait brutalement non mesurable lorsque la température devenait inférieure à 4 K, cette

température à laquelle le matériau devient supraconducteur est appelée température critique. La supraconductivité était découverte [4].

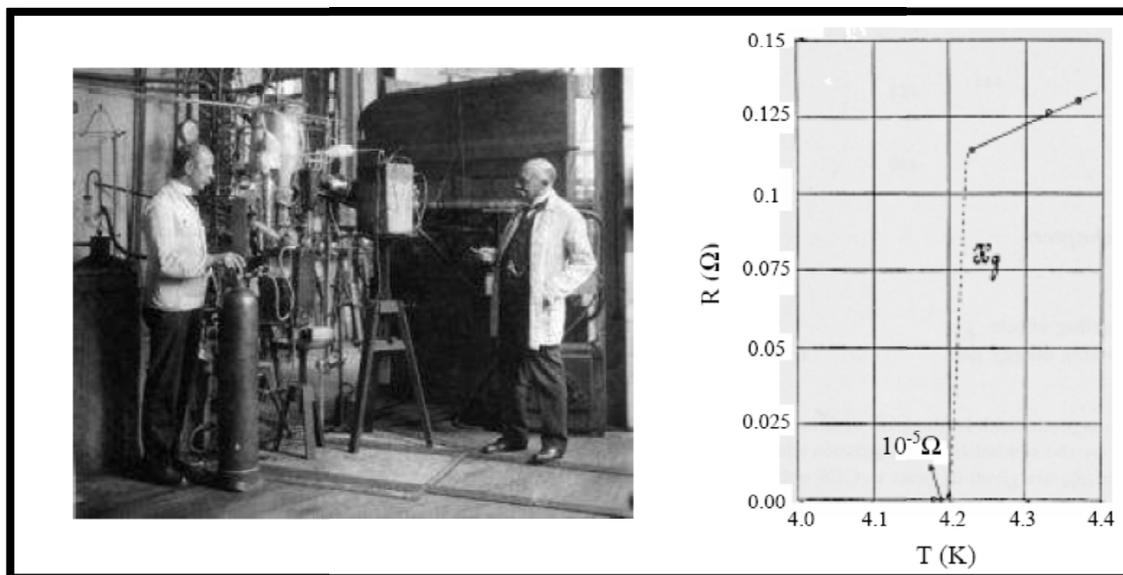


Figure II.1 : Heike Kamerlingh Onnes - première liquéfaction de l'hélium (1908) et découverte de la supraconductivité (1911) [3].

C'est en 1933 que Meissner et Ochsenfeld découvrent la deuxième signature des supraconducteurs : le diamagnétisme. Un supraconducteur soumis à un champ magnétique extérieur l'expulse de son volume [5].

Une théorie microscopique (BCS) a été émise en 1957 par John Bardeen, Leon N. Cooper et John Schrieffer (tous trois prix Nobel de physique en 1972) pour expliquer la supraconductivité. Cette théorie explique qu'à très basse température, les électrons s'apparient, en quelque sorte se mettent en couple. On dit qu'ils forment des paires de Cooper. Avec cette théorie, le mécanisme de la supraconductivité ne permettait pas d'obtenir des températures critiques supérieures à une trentaine de Kelvins (au-delà, l'agitation thermique casse les paires). Pour cette raison la découverte en 1986 par Johannes Georg Bednorz et Karl Alexander Müller de la supraconductivité dans un oxyde synthétique de cuivre, lanthane et baryum à une température critique de 35 K, plus élevée que toutes celles connues jusqu'alors, a eu un retentissement considérable. Cette découverte relance alors la recherche dans ce domaine, et permet la mise en évidence de ce phénomène jusqu'à 164 K, en 1998 [5].

Depuis les recherches sur ces matériaux céramiques n'ont cessées, et des matériaux tels que le BSCCO ou l'YBCO, de températures critiques pouvant approcher les 115K, permettent d'envisager des applications à l'azote liquide [3].

En 2001, un nouveau supraconducteur attire l'attention, le diborure de magnésium (MgB₂). Ce supraconducteur situé à mi chemin des supraconducteurs à basses et hautes températures critiques à l'avantage de proposer un fil facilement réalisable, grâce sa structure et son processus de fabrication PIT (Powder In Tube). Il permet d'envisager des applications à des températures d'environ 20K, ou il présente des caractéristiques intéressantes (matériel médical, moteur électrique, transformateur...) [3].

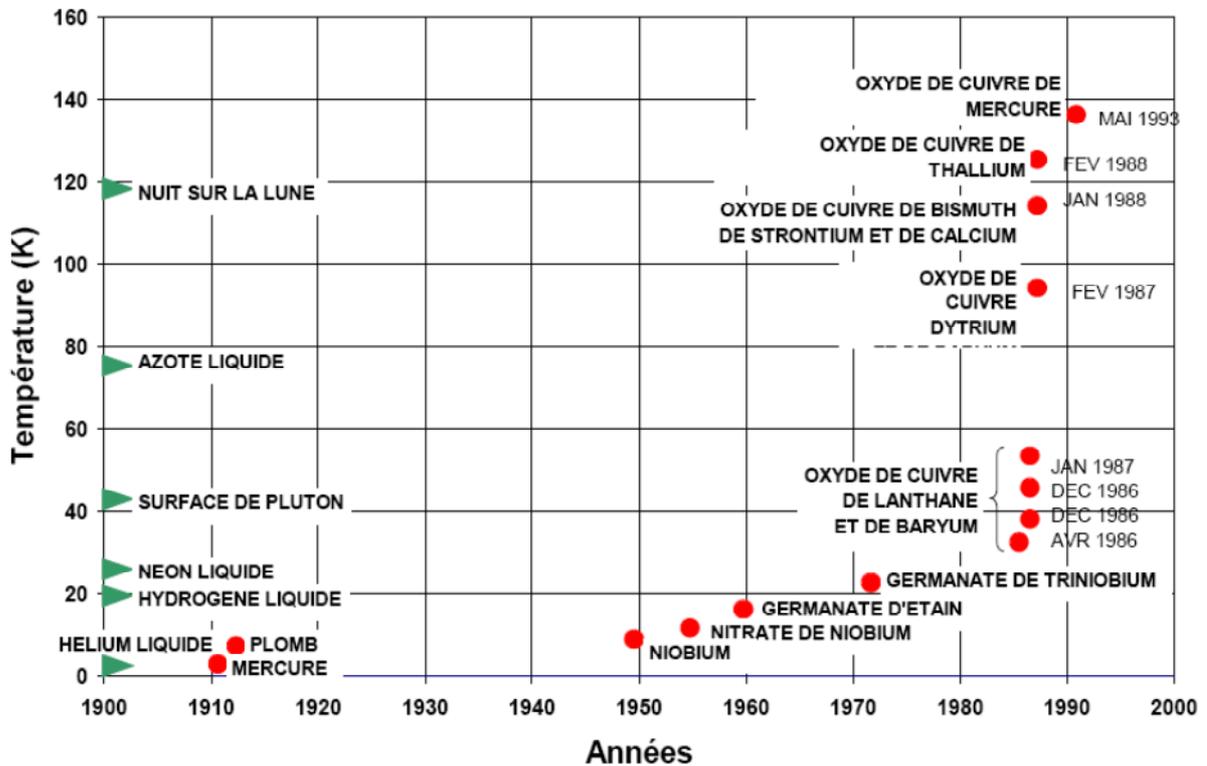


Figure II.2: Historique des découvertes des éléments supraconducteurs, les températures critiques atteintes augmentent au fil des années [2].

Le tableau suivant indique les dates importantes dans la recherche autour de la supraconductivité :

Année	Faits ayant marqué la recherche autour de la supraconductivité
1908	Liquéfaction de l'hélium par K. Onnes
1911	Découverte de la supraconductivité par K. Onnes et G. Holst sur un échantillon de mercure dans un bain d'hélium liquide
1913	Échec du premier aimant supraconducteur
1933	Mise en évidence du diamagnétisme des supraconducteurs par Meissner et Ochsenfeld
1954	Premier aimant supraconducteur (Nb)
1957	Théorie microscopique de la supraconductivité par Bardeen Cooper et Schrieffer
1958	Mise au point de conducteurs NbZr et Nb ₃ Sn
1960	Découverte des fortes densités de courant sous induction élevée
1962	B. Josephson prédit les effets quantiques qui portent son nom (effet Josephson)
1964	Première application significative des supraconducteurs à Argonne
1965	Premiers cryoalternateurs
1968	Définition du brin multifilamentaire par le laboratoire Rutherford
1974	Mise en service de la chambre à bulle BEBC au CERN
1982	Premières images IRM, et première application industrielle et commerciale des supraconducteurs
1983	Mise au point des câbles multifilamentaires supraconducteurs alternatifs par Alcatel Alsthom Recherche et GEC Alsthom. Premier accélérateur supraconducteur (TEVATRON)
1986	Berdnoz et Muller découvrent la supraconductivité à haute température critique de céramiques à base d'oxyde
1987	Envolée des températures critiques (YBaCuO, 93 K) Démarrage de TORE SUPRA à Cadarache
1988	Mise en fonctionnement de T15 (Nb ₃ Sn, 6.4 T, 4.5 K)
1989	Mise en fonctionnement du système de champ toroïdale de TORE SUPRA
1999	Test du premier système RMN à 900 MHz
1999	Test des bobines modèles d'ITER
1999	Début de construction du LHC
2001	Découverte des propriétés supraconductrices du composé MgB ₂

Tableau II.1 : Petit historique de la supraconductivité [2] [10].

II.1.2. Propriétés générales des supraconducteurs

II.1.2.1. Généralités

Un supraconducteur est un matériau qui voit ses caractéristiques magnéto-électriques se modifier lorsque la température devient inférieure à une certaine valeur appelée température critique (T_c) et que le champ magnétique extérieur est inférieur à une valeur appelée champ critique (H_c) [2].

La supraconductivité est la propriété spécifique de certains matériaux à présenter une absence de résistivité électrique mesurable au dessous d'une certaine température critique (notée T_c). Ceci permet donc d'envisager le transport de l'énergie électrique sans perte [7].

D'autre part, cette disparition de résistivité a lieu en même temps avec l'apparition d'une propriété magnétique extraordinaire, particulière à la supraconductivité, qui consiste en l'exclusion de tout flux magnétique à l'intérieur du matériau. La susceptibilité χ dans l'échantillon est égale à -1 (diamagnétisme parfait), c'est l'effet Meissner (Figure II.3) [6].

C'est l'apparition de courant supraconducteur de surface qui empêche le champ magnétique de pénétrer à l'intérieur du matériau. C'est pourquoi, nous pouvons dire qu'un matériau supraconducteur est à la fois conducteur parfait et un diamagnétique parfait [7].

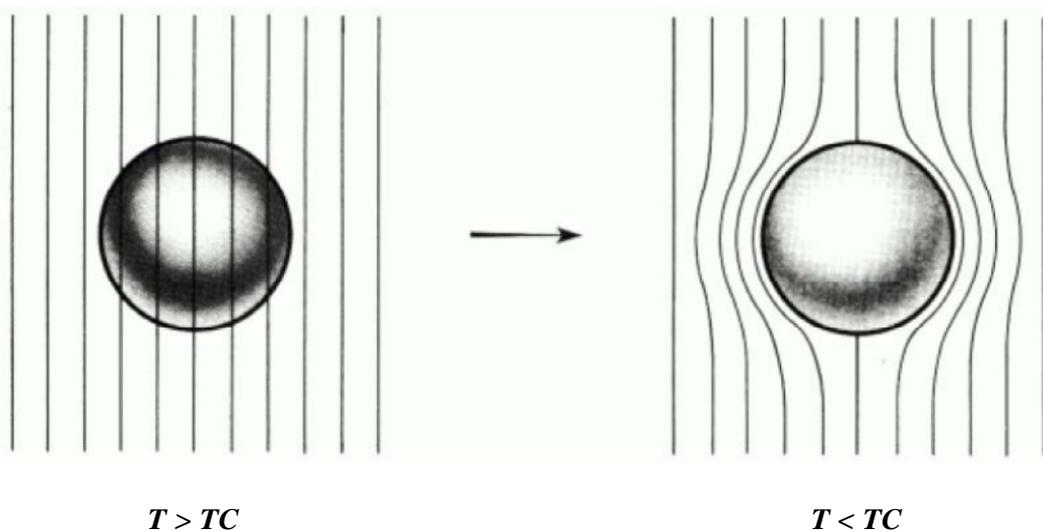


Figure II.3 : Diamagnétisme parfait des supraconducteurs [6].

II.1.2.2. Grandeurs critiques

A) Température critique :

La température critique d'un supraconducteur est une température dépendant du matériau, de la densité de courant le parcourant et du champ magnétique externe appliqué.

Pour les matériaux à basse température critique, elle peut atteindre des valeurs d'une quinzaine de degré Kelvin. On les utilisera donc essentiellement à l'hélium liquide [3].

Pour les matériaux à haute température critique, elle peut atteindre des valeurs allant jusqu'à 120 degrés Kelvin, les applications couvrent donc une large gamme de fluide (hélium liquide, hélium gaz, néon liquide, néon gaz, hydrogène, azote liquide, azote gaz) [3].

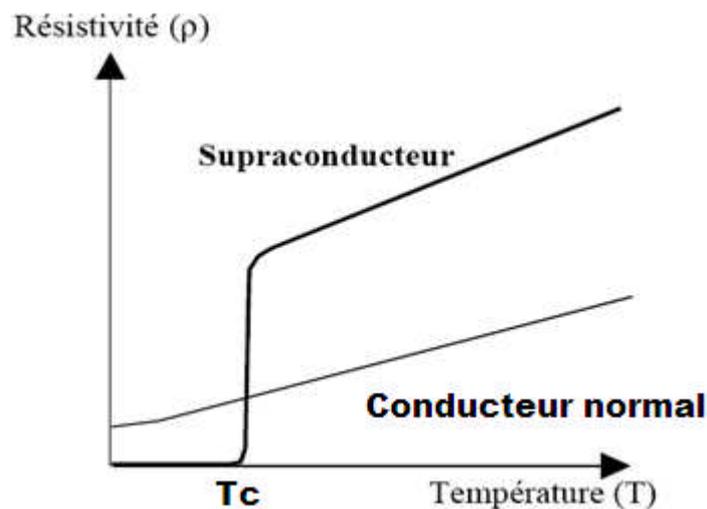


Figure II.4 : Allure des résistivités d'un supraconducteur et d'un conducteur normal en fonction de la température [3].

B) Densité de courant critique :

Elle s'interprète en fonction du type de supraconducteur.

Pour les supraconducteur de type I, il existe une densité de courant critique, au delà de cette valeur le supraconducteur transite vers l'état normal.

Pour les supraconducteurs de type II, la densité de courant critique est celle qui développe des forces de Laplace supérieure à celle d'ancrage des vortex. Ce phénomène, appelé *flux flow*, apporte des échauffements thermiques dans le matériau et caractérise ainsi sa

transition vers l'état normal. Cette valeur est généralement déterminée par le champ électrique. Suite à plusieurs retours sur expérience un seuil arbitraire de $1\mu\text{V}/\text{cm}$ a été choisit pour les matériaux à haute température critique ($0,1\mu\text{V}/\text{cm}$ pour les LTS), ce seuil définit la densité de courant critique sur une courbe exprimant la tension en fonction de la densité de courant aux bornes d'un échantillon supraconducteur [3].

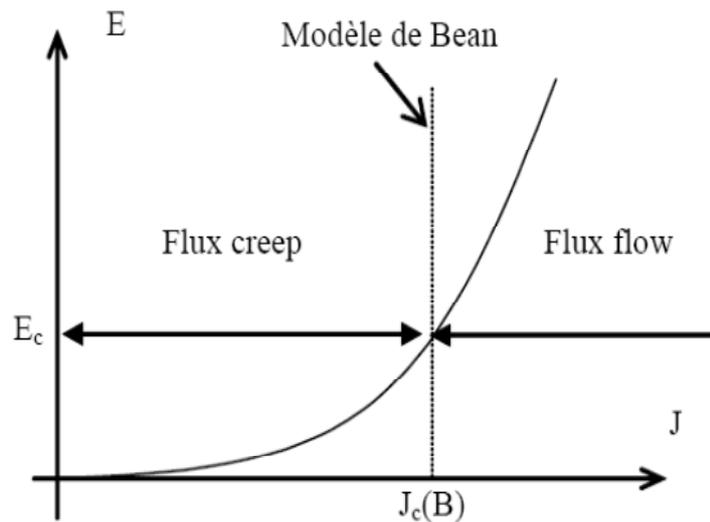


Figure II.5: Caractéristique de champ électrique en fonction de densité de courant à $T=0\text{K}$ [7].

C) champ critique :

Il dépend également du type de supraconducteur, comme expliqué précédemment, un champ critique relativement faible pour ceux de premier type et deux champs critiques séparés d'une zone d'état mixte pour ceux de second type.

De manière générale, le champ magnétique critique correspond à la valeur du champ externe, il s'agit de la somme du champ propre du supraconducteur et du champ extérieur, qui fait transiter ce matériau à l'état normal, pour une densité de courant nulle et une température minimale [3].

L'induction magnétique à l'intérieur du matériau est donnée par la relation suivante :

$$B = \mu_0 (H + I) \tag{II. 1}$$

Avec : $I = \chi H$

Donc : $B = \mu_0 H + \mu_0 I = (1 + \chi) \mu_0 H = \mu_0 \mu_r H$

Ou :

B : Induction magnétique [T],

H : Champ magnétique appliqué [$A \cdot m^{-1}$],

I : L'aimantation développée dans le matériau [$A \cdot m^{-1}$],

μ_0 : Perméabilité magnétique à vide [$H \cdot m^{-1}$].

μ_r : Perméabilité magnétique du matériau [$H \cdot m^{-1}$].

Pour une valeur donnée du champ appliqué H_0 , l'aimantation chute brutalement à zéro, et le champ magnétique pénètre dans le matériau.

On peut définir le champ magnétique critique H_c qui dépend de la température T par la formule suivante :

$$H_c = H_0 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (\text{II.2})$$

Ou :

T_c : Température critique.

D) Surface critique :

Chaque valeur critique, de la température, du champ magnétique ou de la densité de courant, dépend des deux autres paramètres. On définit donc une surface critique (Figure II.6) en dessous de laquelle le matériau reste supraconducteur [6].

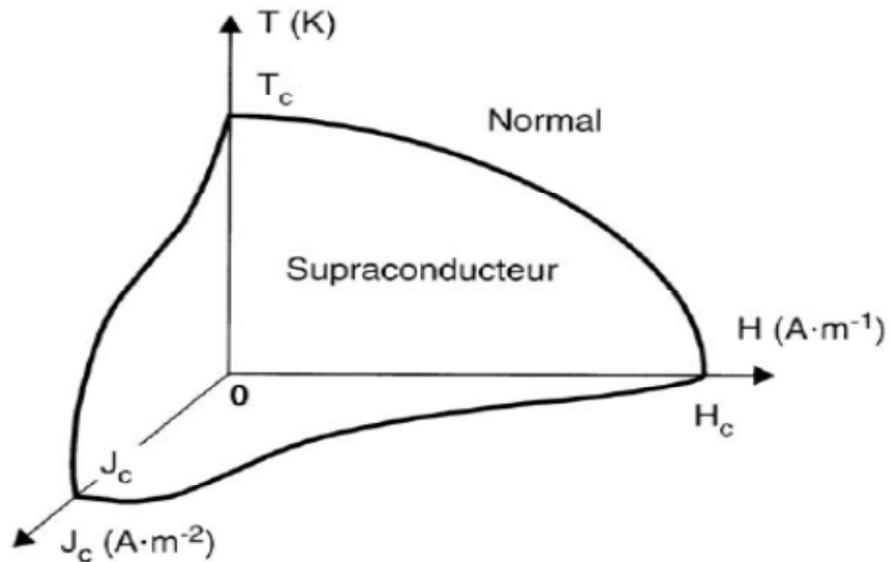


Figure II.6 : Surface critique des matériaux supraconducteurs [10].

II.1.2.3. Diagramme des phases d'un supraconducteur

Toutes les caractéristiques précédentes sont cependant détruites quand la température du supraconducteur dépasse T_c ou quand le champ magnétique dépasse un champ magnétique critique dépendant de la température $H_c(T)$. Il existe en pratique un autre paramètre important, la densité de courant critique J_c qui définit la transition vers un état normal et dissipatif. Ces grandeurs critiques sont toutes reliées et forment une surface critique dans le repère (T, B, J) , voir Figure II.7 [11].

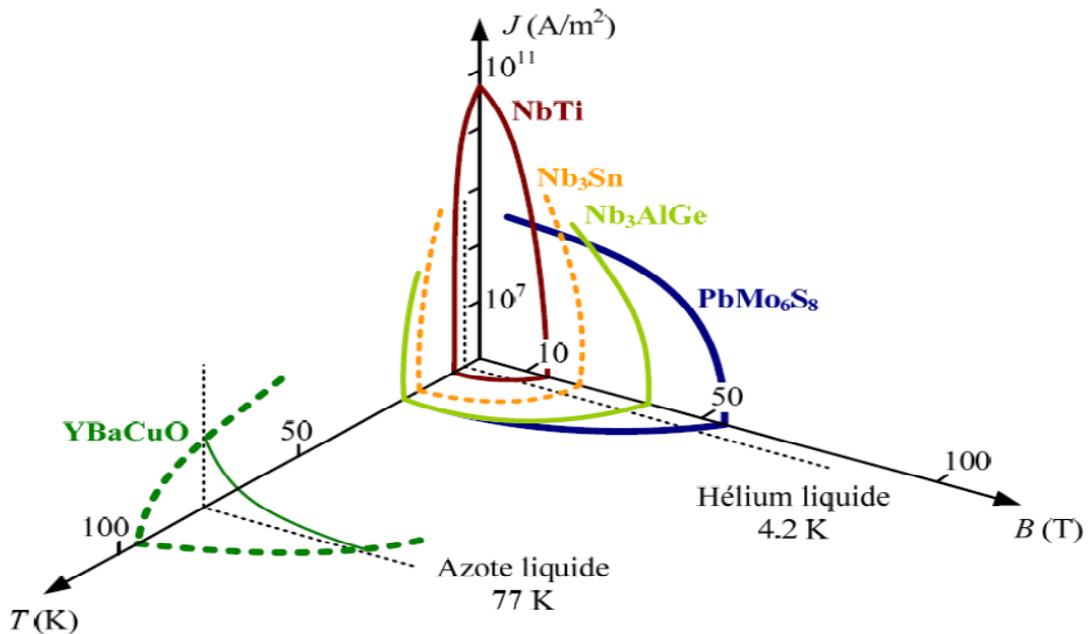


Figure II.7 : Diagramme des phases d'un supraconducteur [1].

II.1.2.4. Classification des matériaux supraconducteurs

A) Supraconducteurs de type I et II :

Les supraconducteurs dont le diamagnétisme est parfait en dessous d'un certain champ magnétique appelé champ critique (H_c) sont de type I. Il existe des supraconducteurs de type II, caractérisés par deux champs critiques (H_{c1} et H_{c2}), entre lesquels l'apparition de zones normales (résistives) est énergétiquement favorable. Les supraconducteurs se trouvent alors dans un état mixte dans lequel coexistent des zones supraconductrices et normales.

Chaque zone normale transporte un quantum de flux qui pénètre sous forme de tube parallèle au champ magnétique. Ces structures appelés vortex sont constitués d'un cœur (zone normale) autour duquel circulent des courants très importants. Le mouvement des vortex entraînant une dissipation d'énergie dans le supraconducteur, il est important de les ancrer en créant par exemple des défauts cristallographiques dans le matériau [8].

A.1. Supraconducteurs de type I

Ils ne possèdent qu'un seul champ critique H_c . Le champ magnétique pénètre sur une épaisseur appelée Longueur de pénétration de London dans laquelle se développent des supercourants.

Le comportement de ce type de supraconducteurs est simple car il n'existe que deux états. L'état normal correspond à une valeur élevée de la résistance du matériau et l'état supraconducteur correspond à un diamagnétisme presque parfait. Dans la figure II.8, la caractéristique $B(H)$ d'un supraconducteur du type I est présentée. Les supraconducteurs de type I n'ont aucune application industrielle à l'heure actuelle [9].

En réalité, la faible valeur du champ magnétique critique de ce type de supraconducteur rend leur utilisation en électrotechnique difficile.

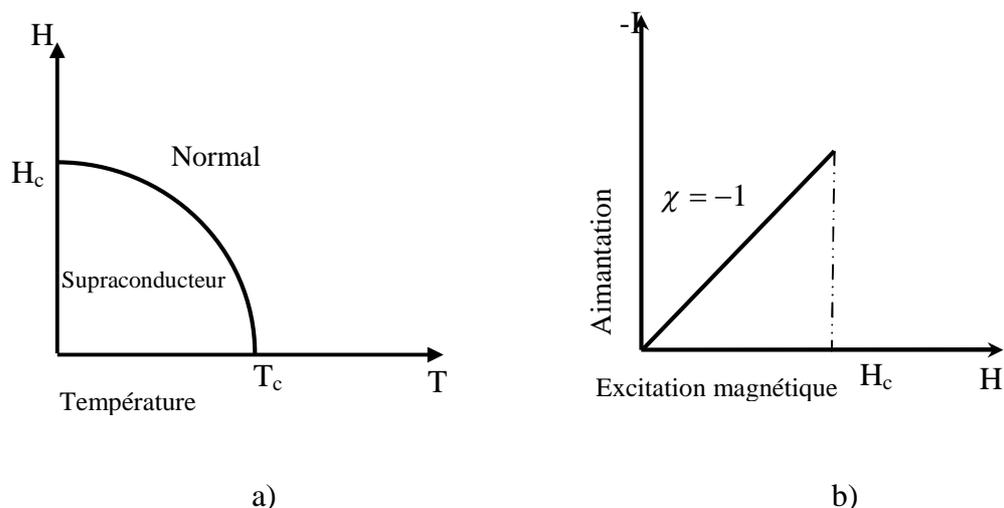


Figure II. 8 : a) Diagramme des phases d'un Supraconducteur de type I,

b) Dépendance de l'aimantation avec l'excitation magnétique d'un Supraconducteur de type I.

A.2. Supraconducteurs de type II

Ces supraconducteurs possèdent deux champs critiques, le deuxième nettement plus grand que le premier (il peut atteindre des dizaines de Teslas. En outre, ceux-ci présentent des valeurs plus élevées de champ, de température et de courant critiques par rapport aux supraconducteurs du type I, ce qui les rend très attractifs pour l'électrotechnique [9].

Le comportement d'un supraconducteur du type II en présence d'un champ magnétique est décrit sur la figure (II.7). On distingue trois zones différentes : [9]

- Zone 1 : Etat supraconducteur, diamagnétisme parfait, pour des valeurs du champ inférieur à H_{c1} (en général petit).
- Zone 2 : Etat mixte, diamagnétisme partiel, pour des valeurs du champ entre H_{c1} et H_{c2} ; bien que supraconducteur, le matériau est pénétré par le champ extérieur.
- Zone 3 : Etat normal avec une forte résistance électrique, pour des valeurs de champ supérieures à H_{c2}.

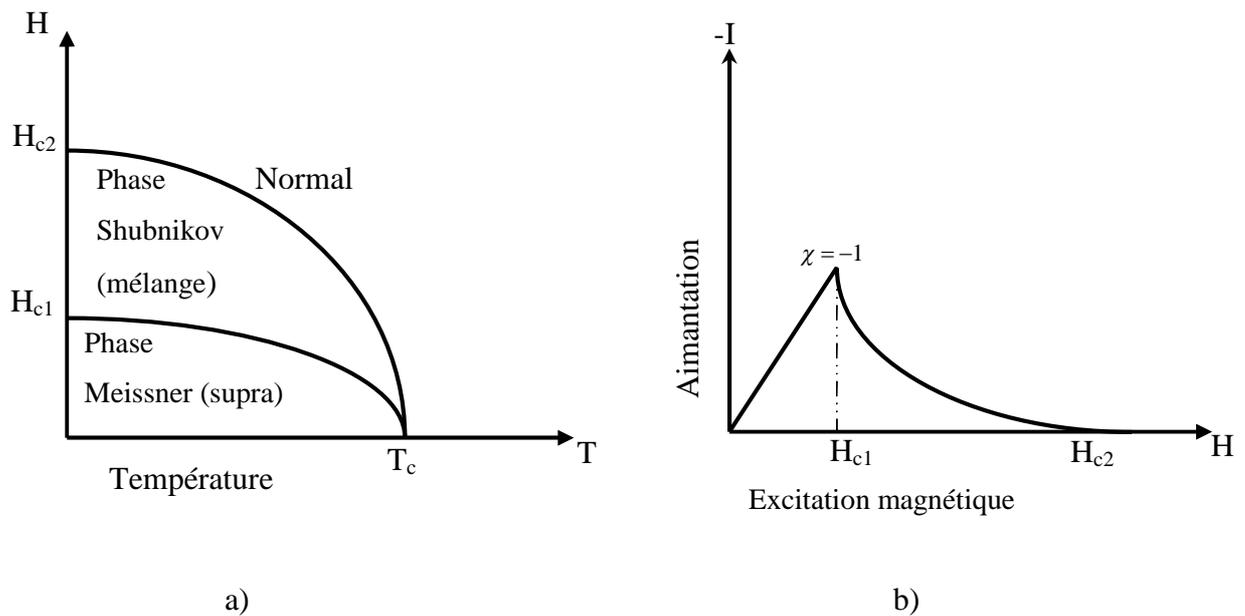


Figure II. 9 : a) Diagramme des phases d'un supraconducteur de type II,

b) Dépendance de l'aimantation avec l'excitation magnétique d'un Supraconducteur de type II.

B) Supraconducteurs SBTc et SHTc :

Les supraconducteurs se distinguent également par leurs T_c . En dessous de 30 K ce sont les basses températures critiques (SBTc) alors qu'au delà ce sont les hautes températures critiques (SHTc). Les SHTc sont de type II [8].

B.1. Supraconducteur à basse température critique SBTc

Il s'agit des premiers supraconducteurs utilisés pour des applications réelles. Appartenant aux supraconducteurs de second type. Leur température critique est inférieure à 20K et on les utilise essentiellement avec de l'hélium liquide.

Des matériaux tels que le NbTi ou le Nb3Sn sont majoritairement utilisés, ils présentent une grande facilité de mise en forme pour des bobines à fort champ magnétique. On les retrouve par exemple dans les appareils d'imagerie médicale.

La longueur maximale de ces fils atteint plusieurs kilomètres. Reposant sur des alliages métalliques ils sont assez robustes pour être manipulés et présentent un rayon de courbure intéressant [3].

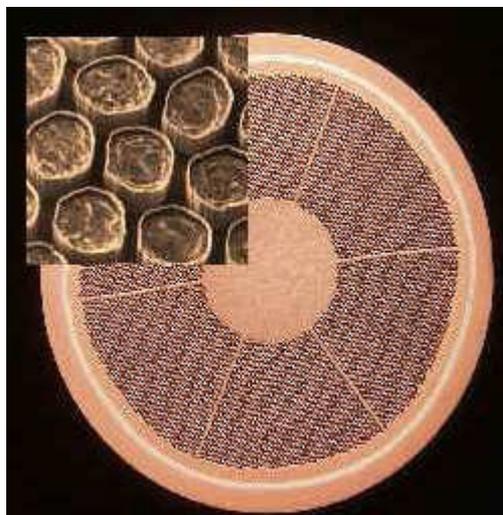


Figure II.10 : Fil NbTi [3].

Le tableau II. 2 donne quelques exemples des matériaux supraconducteurs à basse température critique, ainsi que leur température critique.

<i>Supraconducteur</i>	$T_c(K)$
Nb-Ti	9
Nb ₃ Sn	18
Nb ₃ Al	19
Nb ₃ Ga	20
Nb ₃ Ge	22

Tableau II. 2 : Supraconducteurs à Basse Température (SBTc) [15].

B.2. Supraconducteur à haute température critique SHTc

Découverts en 1986, les supraconducteurs à haute température critique reposent sur des matériaux céramiques comme le Barium et l'Yttrium. Deux catégories ressortent donc, les BSCCO et YBCO. Le premier cité a une structure de type PIT (Powder In Tube), ce qui en fait un fil robuste et pouvant facilement composer des bobines pour des applications comme les

moteurs électriques, une longueur maximale de câble de 1000m est atteinte actuellement. Le second, de structure multicouche de matériaux cuits et recuits, a des caractéristiques qui permettent d'envisager une utilisation à une densité de courant et un champ magnétique plus important, il peut atteindre actuellement près de 500m. Il trouve une utilisation avantageuse dans le domaine des lignes de transport.

On parle ici essentiellement de fil supraconducteur, des longueurs maximales disponibles ainsi que de la possibilité de les mettre sous forme de bobine. Les recherches actuelles sur ces matériaux sont principalement dédiées à l'YBCO. On doit également considérer le cas des matériaux massifs réalisés avec des monodomains, ils peuvent permettre de s'opposer à des flux magnétiques très élevés, pour réaliser un écran magnétique, ou de piéger du champ magnétique pour concevoir un aimant supraconducteur. Actuellement les pastilles réalisées peuvent atteindre des diamètres de 50mm, des formes rectangulaires voire même hexagonales [3].

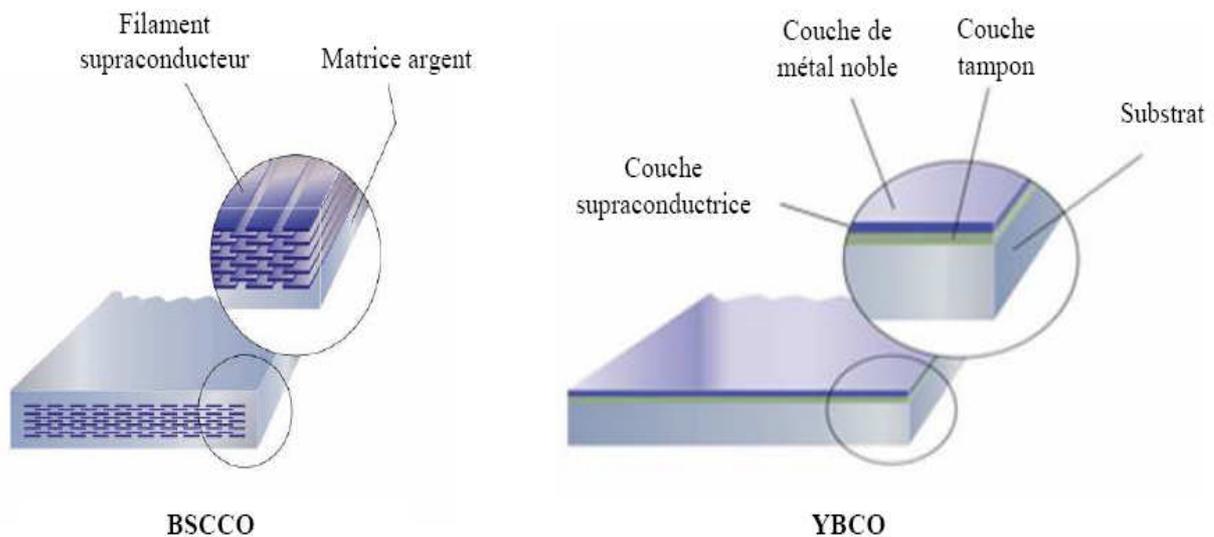


Figure II.11 : Fils supraconducteurs HTc [3].

Le tableau II. 3 donne quelques exemples des matériaux supraconducteurs à haute température critique, ainsi que leur température critique.

<i>Supraconducteur</i>	$T_c(K)$
La _{1.85} Ba _{0.15} Cu O ₄	35
La _{1.85} Sr _{0.5} Cu O ₄	40
YBa ₂ Cu ₃ O ₇	95
Bi ₂ Sr ₂ Ca Cu ₂ O ₈	85
Bi ₂ Sr ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₁₀	110
Tl ₂ Ba ₂ Ca Cu ₂ O ₈	108
Tl ₂ Ba ₂ Ca ₂ Cu ₂ O ₁₀	125
HgBa ₂ Ca ₂ Cu ₃ O _{6+δ}	133.5

Tableau II. 3: Supraconducteurs à Haute Température critique (SHTc) [15].

B.3. Cas particulier

En 2001, un nouveau supraconducteur fait son apparition le diborure de magnésium (MgB₂), caractérisé par un plusieurs segments dans une armature en cupro-nikel. Ce supraconducteur se trouve à mi chemin des SBTc et SHTc, avec une température critique de 39 K. Utilisé sous des températures de 20 K, il permet d’obtenir des résultats intéressants, même s’il est moins performant que les SHTc. De plus, sa base métallique en fait un fil facilement utilisable, par exemple pour la réalisation de bobines [3].



Figure II.12 : Fil en MgB₂ [3].

II.1.3. Fluide cryogénique

Les gaz utilisés pour descendre et maintenir un matériau supraconducteur à basse température dépendent de l'application souhaitée et de l'utilisation maximale de ce matériau. Ce choix de gaz influe également sur le choix du type de refroidissement [3].

On peut citer ainsi les gaz couramment utilisés :

- Pour les SBTc : hélium liquide voire hélium gaz selon le matériau,
- Pour les SHTc : hélium liquide, hélium gaz, hydrogène, néon, azote liquide, azote gaz.

II.2. Signature de l'état supraconducteur : L'aimantation

Un matériau supraconducteur n'est pas seulement un conducteur parfait. Dans l'état normal, il est non magnétique, son comportement n'est pas modifié par la présence d'un champ magnétique. En revanche, en dessous de la température critique, il devient diamagnétique : son aimantation est négative, pour des champs magnétiques inférieurs à une certaine valeur appelée champ critique (H_c). Ce diamagnétisme (voir figure II.13), sous certaines conditions, peut être pratiquement parfait. Le supraconducteur expulse alors totalement l'induction magnétique, et ce indépendamment des conditions initiales. La susceptibilité magnétique χ est alors égale à -1 . Cet effet est appelé *effet Meissner*.

Ce comportement diamagnétique distingue les matériaux supraconducteurs des matériaux parfaitement conducteurs. Un matériau dont seule la résistivité s'annule (conducteur parfait) présente une hystérésis magnétique. En champ croissant, ce matériau va se comporter comme un supraconducteur : des courants induits en surface vont écranter l'induction magnétique extérieure. Par contre, en champ décroissant à partir de H_c , les courants induits dans le conducteur parfait vont s'opposer à la variation d'induction (loi de Lenz) alors que dans un supraconducteur, les courants induits vont s'annuler. Le tableau II.4 ci-après illustre cette distinction entre conducteur parfait et supraconducteur lors d'un refroidissement sous champ magnétique externe [10].

Le non mesurabilité de la résistivité en dessous d'une température correspond schématiquement à une conductivité infinie du matériau. Cette propriété est une spécificité des conducteurs parfaits. Pour différencier les supraconducteurs de ces derniers, on compare leurs réponses lors de refroidissement hors champ magnétique et sous champ magnétique [12].

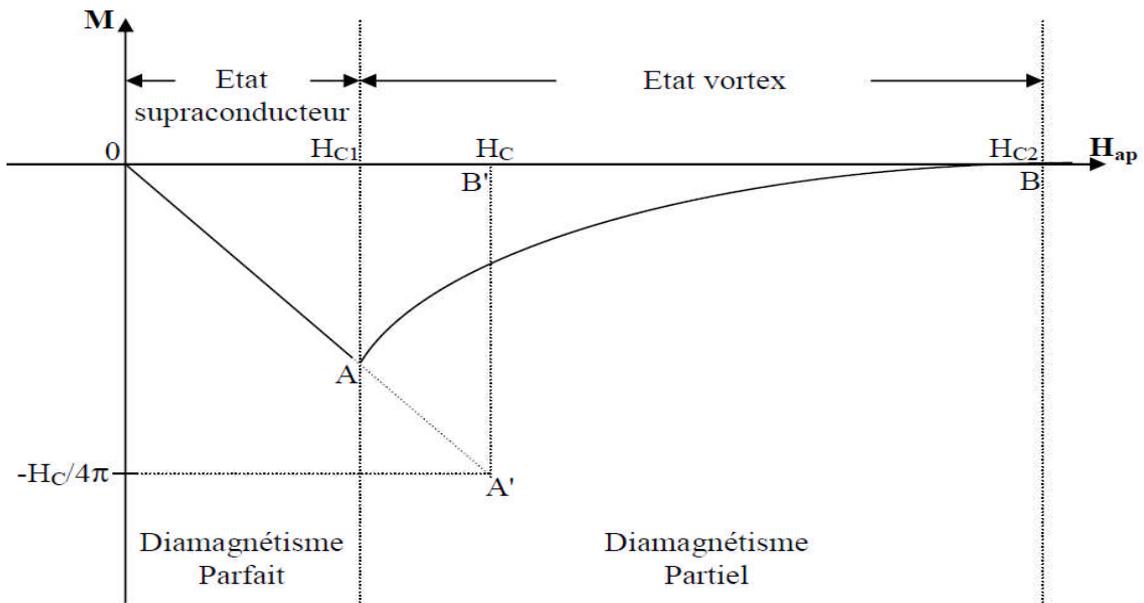


Figure II.13: Aimantation d'un supraconducteur de type II [11].

	<i>Refroidissement puis suppression du champ B_e</i>		
	$T = 300\text{ K}$ $B_e \neq 0\text{ T}$	$T < T_C$ $B_e \neq 0\text{ T}$	$T < T_C$ $B_e = 0\text{ T}$
<i>Conducteur Parfait ($\rho = 0$)</i>			
<i>Supraconducteur Idéal ($\rho = 0$ et $\chi = -1$)</i>			

Tableau II.4: Comparaison entre le comportement magnétique d'un conducteur parfait et celui d'un supraconducteur idéal [10].

❖ **Remarque :**

1. Il y a irréversibilité de la réponse magnétique du conducteur parfait (Piégeage de champ) et réversibilité de celle du supraconducteur ;
2. Soit l'induction magnétique B définie par $B = \mu_0 (H+M)$, avec H le champ magnétique et M l'aimantation. On parle de diamagnétisme parfait lorsque $B = 0$ et la susceptibilité magnétique $\chi = \frac{M}{H}$ vaut -1 [12].

En dessous de leurs températures critiques, les matériaux supraconducteurs expulsent le champ magnétique et l'induction magnétique est nulle dans leurs volumes. On attribue cette nullité de B à l'aimantation M du matériau qui se développe en son sein et qui s'oppose au champ magnétique appliqué. C'est la signature magnétique de ces matériaux [12]. Elle est encore connue sous le nom d'effet Meissner : il caractérise le diamagnétisme de l'état supraconducteur et est à l'origine de la classification de ceux-ci.

II.3. PASSAGE DU COURANT DANS UN FIL SUPRACONDUCTEUR

II.3.1. Répartition du courant dans un fil

Dans un supraconducteur, (implicitement de type I), le courant imposé à un fil supraconducteur se concentrait au voisinage de la surface extérieure dans sa zone de London, avec une densité de courant décroissant exponentiellement à partir de la surface.

Dans un supraconducteur de type II, en régime Shubnikov (régime de vortex), le courant circule dans tout le volume et en particulier à travers les zones "London" des vortex.

Tout au plus, le courant évite les cœurs des vortex qui se rapprochent d'une phase normale [13].

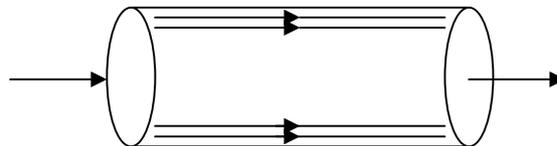


Figure II.14: Distribution du courant un supraconducteur de type I, le courant circule au voisinage de la surface extérieure (sur l'épaisseur de London) [13].

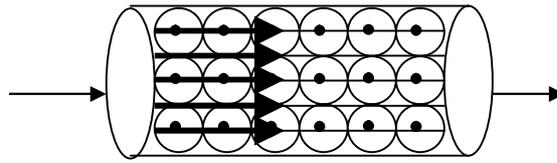


Figure II.15: Distribution du courant dans un supra de type II en phase de Shubnikov, le courant circule dans tout le volume et en particulier à travers la zone "London" des vortex [13].

II.3.2. Mouvement des vortex dans un fil parcouru par un courant

Les vortex placés dans un champ de courant subissent, une force transversale obéissant à :

$$dF_v = J \times \phi_0 \times dl \quad (\text{II.3})$$

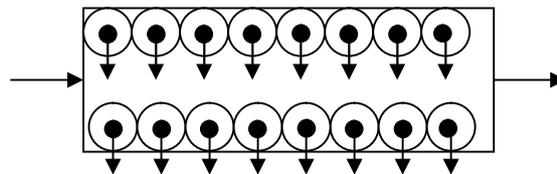


Figure II.16: Forces F_v exercées sur les vortex d'une plaque supraconductrice de type II par la densité de courant J qui la parcourt [13].

En conséquence, comme on peut le voir à la figure (II.16), les vortex subissent une force perpendiculaire à la densité de courant J . Cette force conduit les vortex se déplacer transversalement et "rentrer d'un côté pour sortir de l'autre" [13].

II.3.3. Pénétration des vortex dans le supraconducteur

La pénétration d'un vortex dans l'échantillon revient à la formation d'une boucle de courant. Comme représenté à la figure (II.17), elle peut naître à partir d'une distorsion du courant de London extérieur. Sur la figure (II.17), de a à c, la distorsion s'amplifie pour faire apparaître (d) une boucle qui finit par se détacher (e) sous l'effet de la force d'interaction avec la densité de courant J (figure II.17) [11].

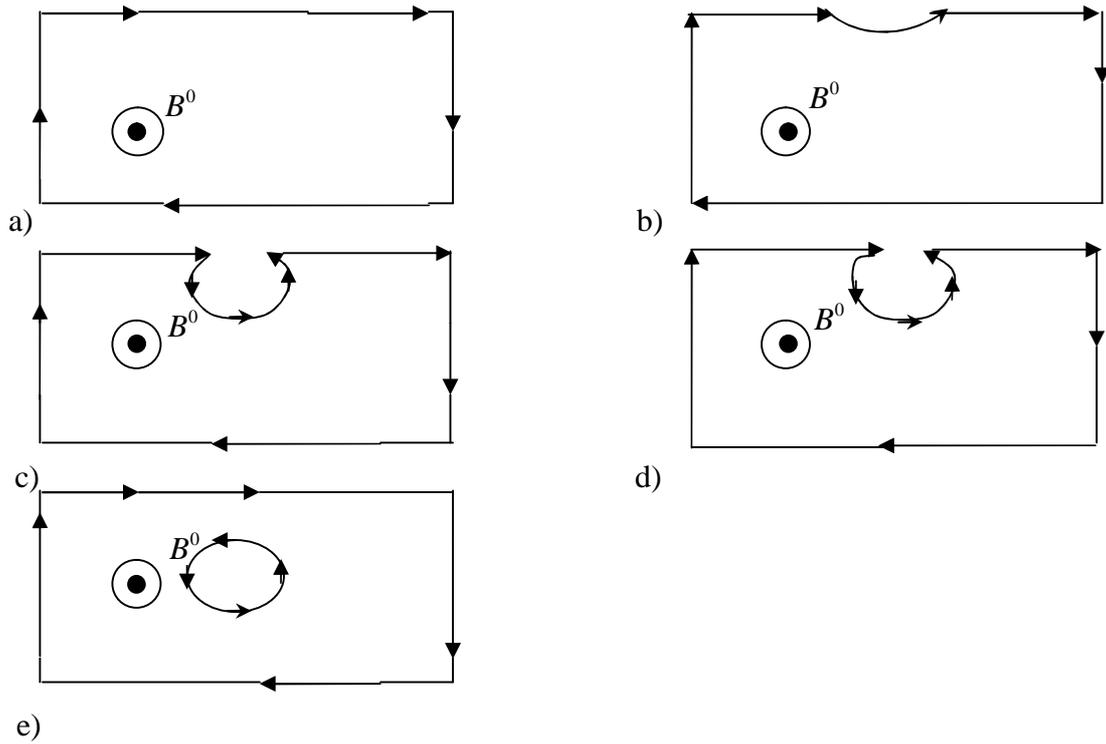


Figure II.17: Pénétration des Vortex dans le Supraconducteur [11].

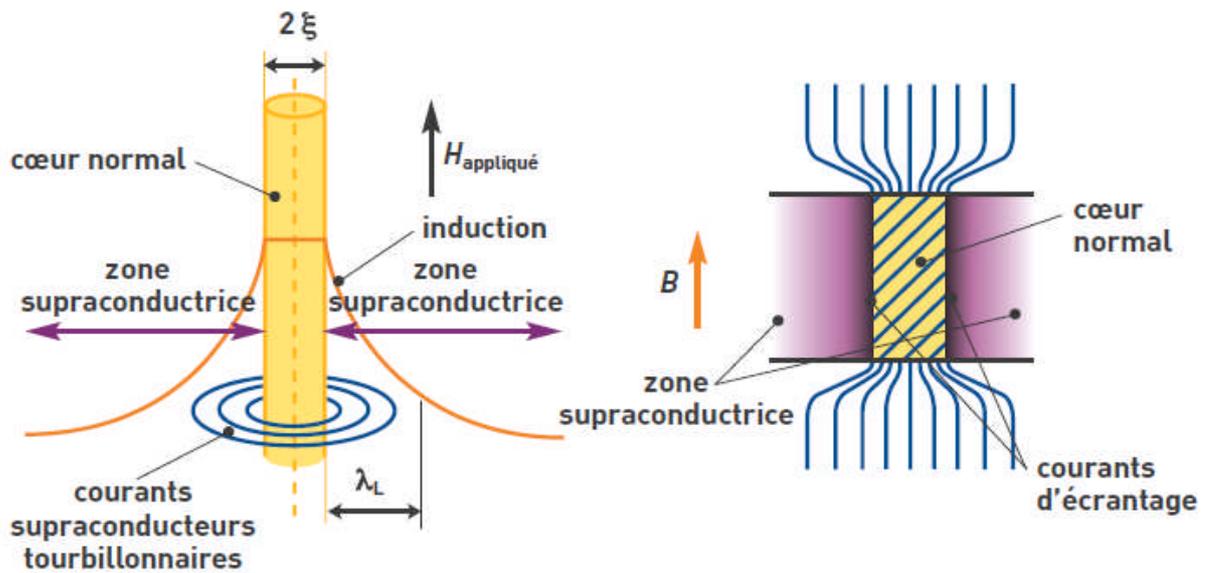


Figure II.18: vortex dans un supraconducteur [11].

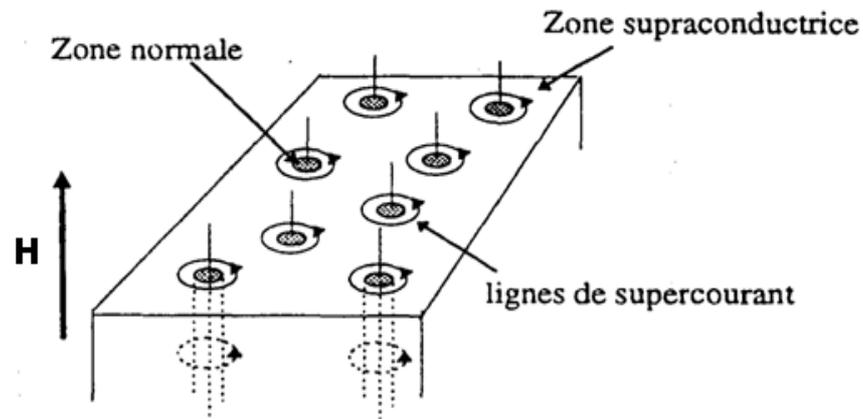


Figure II.19: distribution des vortex dans un supraconducteur [11].

Le rapport $K = \lambda_L / \xi$ appelé paramètre de Ginzburg-Landau permet de distinguer les deux types de supraconducteurs :

- si $K < 1 / \sqrt{2}$ alors le supraconducteur est de type 1.
- si $K > 1 / \sqrt{2}$ alors le supraconducteur est de type 2

Pour : $H_{c2} < H < H_{c3}$: il existe, nouveau, une supraconductivité de surface. Le champ pénètre faiblement à la surface du supraconducteur.

Pour $H > H_{c3}$: le flux magnétique pénètre complètement et toute la supraconductivité disparaît. La résistivité à l'état normal est élevée devant celle du conducteur classique.

H_{c1} étant très petit devant H_{c2} on pourra approcher la courbe décrite par la figure par une courbe linéaire de pente μ_0 telle que pour les grandeurs macroscopiques $B = \mu_0 H$.

II.4. LES THEORIES PHENOMENOLOGIQUES

II.4. 1. Modèle phénoménologique

La supraconductivité est née en 1911. Il a fallu attendre 1955 pour qu'apparaisse la théorie microscopique BCS. 44 ans de tentatives de modélisation microscopique. 44 ans qui ont vu les esprits les plus éclairés de la physique y réfléchir plus ou moins longuement sans succès, d'Einstein à Feynman en passant par la plupart des physiciens de l'époque la plus riche de la physique.

En attendant, il a bien fallu faire quelque chose et ce furent les théories phénoménologiques. Ce sont des théories aux fondements peu assurés, qui ont permis de décrire de nombreux résultats expérimentaux. Ce fut en particulier la théorie électromagnétique de London et la théorie très puissante de Ginzburg-Landau. Vu leur aptitude à prévoir les résultats expérimentaux, il fallait bien qu'il y eût quelque chose de bon en elles. Elles ont été justifiées a posteriori par la théorie microscopique de BCS [14].

II .4.2. Théorie phénoménologique de London

Avec la mise en évidence de l'effet Meissner. Les physiciens se sont trouvés confrontés à deux propriétés des supraconducteurs :

- la chute à zéro de la résistance électrique.
- l'expulsion du champ magnétique B qui reste nul dans le matériau supraconducteur.

Et de s'interroger sur la plus fondamentale de ces manifestations.

Depuis Maxwell la relation entre champ électrique E, champ magnétique B en présence (ρ et j) est bien connue [14].

A cette équation s'ajoute dans le conducteur liant $j = \sigma E$ la relation phénoménologique dans un métal la densité de courant au champ électrique qui y règne. Cette équation repose sur une analyse mécanique du mouvement des électrons sous l'effet d'un champ électrique E en présence de forces de frottement qui apportent le caractère résistif du phénomène [15].

Face à résistive nulle, London reconsidère le mouvement dernier, mais en l'absence de frottement, c'est ce conduit à la première équation de London.

Avec leur seconde équation, les frères London postulent une nouvelle relation entre la densité de courant et le champ magnétique [15].

La longueur de pénétration de London λ_L est définie par la relation suivante :

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 \times n \times q^2}} \quad (\text{II. 4})$$

Où :

μ_0 : Perméabilité du vide,

m : Masse des particules,

q : Leur charges,

n : Densité volumique des porteurs de charge.

II.5. LA THEORIE MICROSCOPIQUE BCS

Si la supraconductivité était en 1955 riche de résultats expérimentaux et forts de deux théories phénoménologiques successives, aucune explication microscopique du phénomène n'était apparue. Plus de 40 ans s'étaient écoulés depuis la découverte du phénomène, les plus grands esprits de 4 décennies par ailleurs très riche pour la physique s'y étaient penchés et toujours rien. La théorie BCS fut élaborée en trois étapes [14]:

II.5.1. Rôle des phonons :

Le rôle des vibrations de réseau (phonons) est reconnu au travers de l'effet isotopique et de calculs d'interaction effectués par H. Fröhlich.

Effet isotopique: la température de transition T_c est sensible à l'isotope et en particulier à la masse atomique, ce qui change la fréquence de vibration des atomes [14].

II.5.2. Paires de Cooper :

Cooper montre que deux électrons situés au niveau de Fermi et en interaction attractive forment une paire. Les électrons d'une même paire présentent des vecteurs d'onde opposés. C'est un appariement dans l'espace des quantités de mouvement et non pas dans l'espace réel.

Les électrons d'une même paire ne sont pas voisins mais sont séparés d'une distance typiquement égale à la longueur de cohérence. Une telle paire s'appelle paire de Cooper [14].

II.5.3. Théorie BCS :

John Bardeen, L.Cooper et Robert Schrieffer (BCS) décrivent le comportement collectif des paires de Cooper qui vu la distance qui séparent les constituants d'une même paire

s'enchevêtrent. Ils développent pour cela des techniques du problème à n corps fort complexes [14].

II.6. COMPORTEMENT DES SUPRACONDUCTEURS A HTC

L'aimantation et la dissipation sont les principaux aspects exploités pour les applications des supraconducteurs. Leur évolution dans les supraconducteurs de type II, est déterminée par la dynamique des vortex. Lorsque ceux-ci sont en mouvement, il y a de la dissipation dans le matériau. On peut faire un parallèle entre la dissipation dans un supraconducteur, et celle survenant lors du déplacement des électrons dans un conducteur (ex cuivre) dont la description macroscopique est la loi d'Ohm. L'étude théorique et expérimentale des phénomènes associés aux vortex ont conduit à des lois macroscopiques pour la caractérisation et l'utilisation des supraconducteurs [12].

Il y a plusieurs régimes de fonctionnement pour les SHT_C et il est difficile d'avoir un modèle analytique qui peut caractériser tous ces régimes. Cependant, quelques uns ont été mis au point pour modéliser l'état supraconducteur dans certaines conditions et hypothèses. Le modèle macroscopique le plus utilisé est le modèle de l'état critique avec sa version simplifiée, le modèle de Bean [5]. Ces modèles représentent assez bien la réalité et permettent de mener complètement les calculs analytiques dans le cas de géométries simples. Ces cas constituent des cas tests pour valider les modèles numériques.

Pour la dépendance de J_c en fonction de l'induction magnétique, les modèles de Kim ou exponentiel pourront être utilisés. Un supraconducteur fonctionne autour de sa densité de courant critique (régime de flux creep, Figure II.20) [5].

II.6.1. Mobilité des vortex

Il est important de bien comprendre les lois qui régissent la mobilité des vortex, celle-ci étant à l'origine de la transition des supraconducteurs de type II. Cette mobilité fait appel à deux types de mouvements appelés : flux flow et flux creep (Figure II.20).

II.6.1.1. Flux flow

Considérons un vortex libre (sans force de piégeage) dans une matrice supraconductrice, il peut ainsi se déplacer sous l'action de forces extérieures. Par exemple le passage d'un courant

dans le matériau engendre une force de Lorentz sur les vortex, tandis qu'une induction magnétique extérieure crée une force de Laplace sur les lignes de flux. Le vortex va alors se déplacer avec une certaine viscosité. Ce mouvement engendre un champ électrique et une résistivité dite de flux flow notée ρ_{ff} égale en première approche à (II.5) :

$$\rho_{ff} = \frac{H}{H_{c2}} \times \rho_n \quad (\text{II.5})$$

Avec « ρ_n » la résistivité du supraconducteur à l'état normal.

II.6.1.2. Flux creep

Lorsque la force de piégeage est du même ordre que la force de Lorentz créée par le courant appliqué au supraconducteur, le mouvement libre des vortex est contrarié. La viscosité ainsi que la résistivité associée à l'écoulement des vortex n'est plus celle du flux flow. Les vortex se déplacent alors d'un site de piégeage à l'autre. Un mécanisme thermiquement activé (TAFF) confère aux vortex une probabilité non nulle de franchir les barrières de potentiel associées aux centres de piégeage et de sauter de site en site.

Ce mouvement engendre un champ électrique et une résistance dans le matériau appelée résistance de flux creep [8].

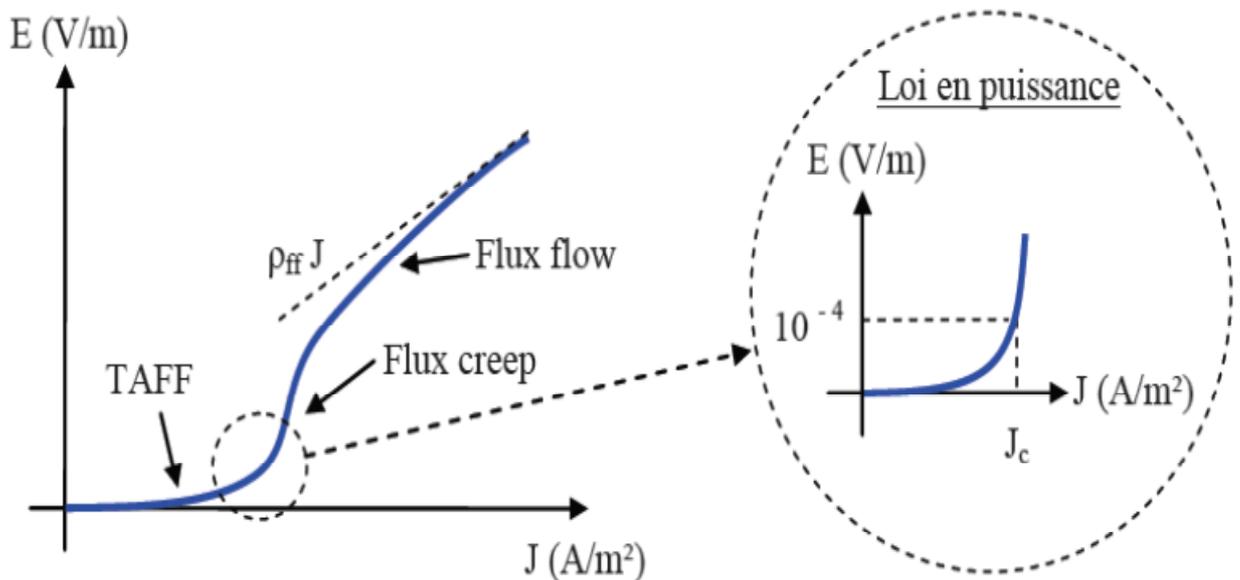


Figure II.20 : Caractéristique $E(J)$ d'un supraconducteur avec activation thermique [8].

II.6.2. Relation B(H)

L'induction magnétique B à l'intérieur d'un matériau en fonction du champ externe H et de l'aimantation M est donnée par l'expression suivante :

$$B = \mu_0 H + \mu_0 M = (1 + \chi)\mu_0 H = \mu_0 \mu_r H \quad (\text{II. 6})$$

Nous avons vu qu'un supraconducteur était diamagnétique, c'est à dire que B est nul à l'intérieur du matériau, lorsque $H < H_{c1}$. Ceci entraîne que $M = -H$ et $\chi = -1$. En revanche, lorsque le champ H est supérieur à H_{c1} , le matériau supraconducteur n'est plus diamagnétique. Comme le champ critique H_{c1} d'un supraconducteur de type II est de valeur faible, l'induction B auquel il est soumis lors de son utilisation est en général bien supérieure à $\mu_0 H_{c1}$. Il peut donc être considéré comme macroscopiquement non magnétique [10].

On peut alors écrire $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ (figure II.21).

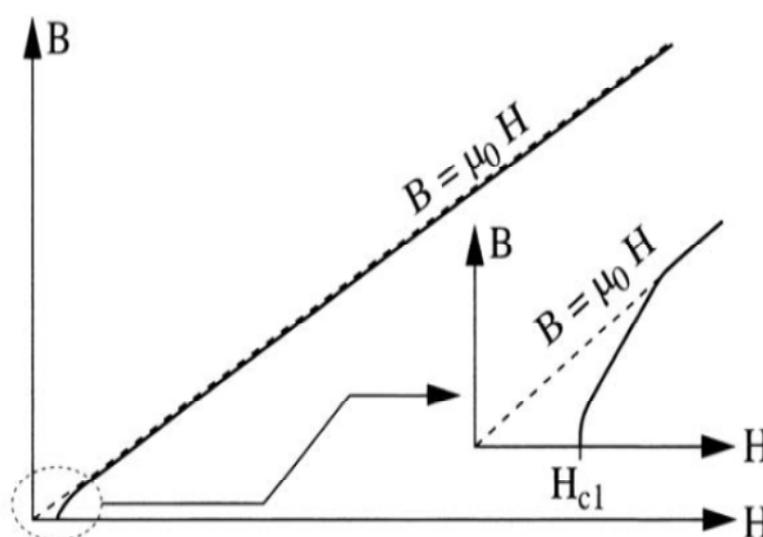


Figure II.21 : Caractéristique B(H) d'un supraconducteur [10].

II.6.3. Relation E(J) ou Le modèle de la loi de puissance

Elle a été proposée pour étudier les supraconducteurs HT_C. Elle s'appuie sur une description macroscopique de la dynamique des vortex, et prend en compte l'agitation thermique qui intervient lorsque la température critique du matériau est non nulle. Elle a pour origine, les travaux théoriques portant sur l'ancrage des vortex en présence de phénomènes de "Flux-Creep" [12].

À partir de mesures courant-tension sur un échantillon, on peut déduire la caractéristique expérimentale $V(I)$ qui se met habituellement sous la forme d'une loi de puissance. Si l'on admet que cette caractéristique reste valable pour la densité de courant, la relation $E(J)$ s'écrit [10]:

$$E(J) = E_c \left(\frac{J}{J_c} \right)^n \quad (\text{II.7})$$

Dans l'équation (II.7), l'exposant n dépend non seulement du matériau, mais aussi de la température et de l'induction. Plus l'exposant n est élevé, et plus la transition est raide (figure II.21).

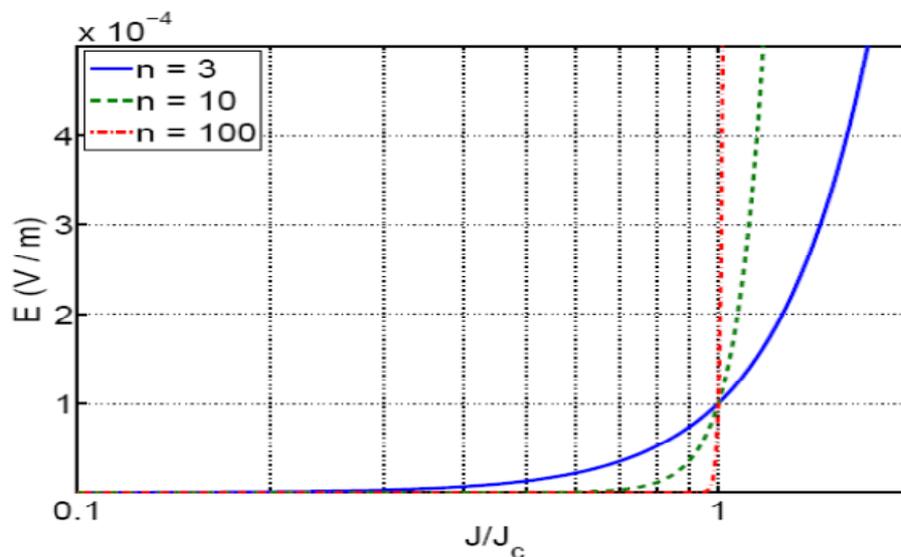


Figure II.22 : Caractéristique $E(J)$ d'un supraconducteur [10].

Le paramètre n est parfois considéré comme un indicateur de la qualité d'un ruban : plus il est élevé et plus le brin est d'excellente qualité. En effet, dans ce cas, pour des densités de courant et une valeur de n faibles, les pertes en régime sous-critique sont plus élevées que pour une valeur élevée de l'exposant (figure II.21). De plus, dans ce dernier cas, le courant critique peut alors être déterminé sans ambiguïté dès lors qu'une tension apparaît aux bornes de l'échantillon.

La relation (II.7) peut être introduite dans un programme informatique afin de déterminer les grandeurs électromagnétiques. Analytiquement, elle devient cependant difficilement utilisable, sauf dans le cas où n est grand. Alors, ce paramètre peut être considéré

comme infini. Cette hypothèse conduit au modèle de l'état critique que nous développons ci-après [10].

II.6.4. Modèle de l'état critique, modèle de *Bean*

II.6.4.1. Modèle de l'état critique

L'hypothèse de ce modèle est que le coefficient n est considéré comme infini [10]. Le modèle de l'état critique est basé sur l'hypothèse d'une répartition locale de la densité de courant binaire à l'intérieur du supraconducteur. Il décrit cette répartition comme étant nulle ou égale à $\pm J_c$. Les équations de Maxwell traduisent ce phénomène par les formules (II.8).

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = \pm \vec{J}_c \quad \text{ou} \quad \vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{0} \quad (\text{II.8})$$

Ce modèle est mathématiquement simple et permet de comprendre facilement la supraconductivité d'un point de vue macroscopique. Ainsi les supraconducteurs fonctionnent autour de J_c , ce qui justifie l'utilisation de la loi en puissance $E(J)$ pour les modéliser. Ce modèle permet également d'obtenir l'expression analytique des pertes en courant alternatif (AC). Cependant la discontinuité qu'il induit le rend difficilement utilisable dans les modèles numériques [8].

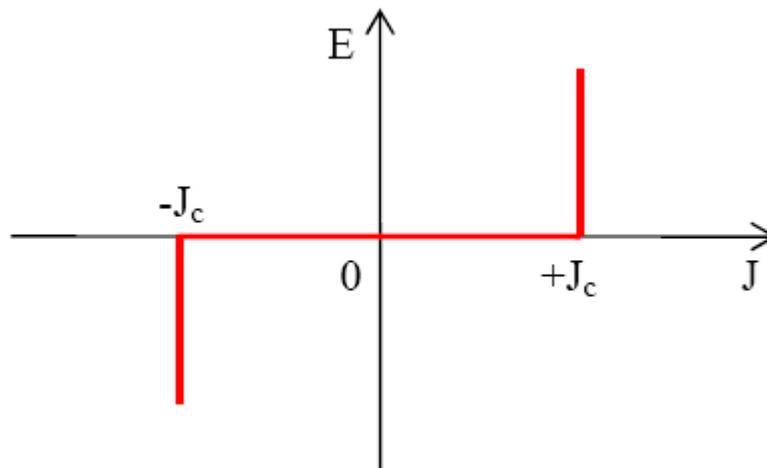


Figure II.23 : Caractéristique $E(J)$ d'un supraconducteur, modèle de l'état critique [10].

Par conséquent, la densité de courant J ne peut prendre que trois valeurs distinctes : $-J_c$, 0 ou $+J_c$. Néanmoins, dans ce modèle, la valeur de J_c peut-être dépendante de l'induction B .

II.6.4.2. Modèle de *Bean*

Afin de permettre le développement de calculs analytiques, il est nécessaire d'ajouter une simplification supplémentaire au modèle de l'état critique en supprimant la dépendance en champ magnétique de la densité de courant critique J_c . Ce nouveau modèle est connu sous le nom de modèle de *Bean* [10].

II.6.5. Modèle de *Kim*

Le modèle de *Bean* ainsi que la loi en puissance considèrent le matériau supraconducteur isotrope et isotherme. Ils ne tiennent pas compte de l'échauffement éventuel du conducteur sous l'effet des pertes qui entraînerait une diminution du courant critique. Dans le modèle de *Bean*, la densité de courant critique est supposée constante quelque soit le champ magnétique extérieur.

Dans la réalité la densité de courant dépend fortement de son orientation par rapport au champ et de l'induction magnétique, B . Une expression de $J_c(B)$ dans le cas isotrope a été donnée par *Kim* :

$$J_c(|B|) = \frac{J_{c0}B_0}{|B| + B_0} \quad (\text{II. 9})$$

C'est le modèle le plus utilisé pour la modélisation de la dépendance de la densité de courant critique avec l'induction magnétique [5].

II.6.6. Le modèle exponentiel

Un autre modèle utilisé en développements numériques est le modèle de dépendance $J_c(B)$ suivant [5] :

$$J_c(|B|) = J_{c0} \exp\left(-\frac{|B|}{B_0}\right) \quad (\text{II. 10})$$

II.7. RESUME DES EQUATIONS

Les équations décrivant le comportement d'un supraconducteur sont résumées dans le tableau suivant :

Relation $B(H)$	$B = \mu_0 H + \mu_0 M = (1 + \chi)\mu_0 H = \mu_0 \mu_r H$
Relation $E(J)$ ou Modèle de puissance	$E(J) = E_c \left(\frac{J}{J_c}\right)^n$
Modèle de l'état critique	$J = 0$ ou $J = \pm J_c$ donc : $\vec{rot} \vec{H} = \pm \vec{J}_c (\vec{B})$ ou $\vec{0}$
Modèle de Bean	J_c indépendant de $ \vec{B} $ donc : $\vec{rot} \vec{H} = \pm \vec{J}_c$ ou $\vec{0}$
Modèle de Kim	$J_c(B) = \frac{J_{c0} B_0}{ B + B_0}$
Modèle exponentiel	$J_c(B) = J_{c0} \exp\left(-\frac{ B }{B_0}\right)$

Tableau II.5 : Les équations décrivant le comportement d'un supraconducteur.

II.8. DEPENDANCE EN TEMPERATURE DE J_c ET n

Nous avons choisi d'utiliser l'expression générale suivante pour modéliser la dépendance en température de la densité de courant critique J_c et n :

$$J_c(T) = J_{c0} \frac{\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)}{\left(1 - \frac{T_0}{T_c}\right)} \quad (\text{II. 11})$$

$$n(T) = \frac{n_0 T_0}{T} \quad (\text{II. 12})$$

Avec :

$$n_0 = \frac{U_0}{K_B T_0} \quad (\text{II. 13})$$

T_0 est une constante (généralement la température de l'enceinte cryogénique) et J_{c0} est la valeur de la densité de courant critique obtenue pour $T = T_0$.

U_0 est l'énergie d'ancrage des vortex et n_0 est n exposant obtenue pour $T = T_0$ et K_B c'est le constant de Boltzmann [23] [48].

II.9. LES INTERETS DES SUPRACONDUCTEURS

1) Fortes densités de courant sous induction :

- Gain en encombrement.

2) Pertes nulles en continu :

- Coût énergétique ;
- Possibilité stockage énergie ;
- Suspension magnétique.

3) Transition normal-supra :

- Limitation des courants de défaut [38].

II.10. LES PERTES DANS UN SUPRACONDUCTEURS

II.10.1. Les pertes en courant continu (pas variation dans le temps)

En courant continu, la résistivité d'un supraconducteur peut être considérée comme nulle ($\rho < 10^{-25} \Omega.m$) [8]; Donc pas ou très peu de pertes.

II.10.2. Les pertes en courant alternatif (il y'a variation dans le temps)

L'utilisation des supraconducteurs à haute température critique (SHTc) pour le transport du courant électrique alternatif est maintenant une réalité et l'évaluation des pertes en champ propre est nécessaire. Bien que ces pertes soient faibles, il convient de les évaluer avec précisions [25].

Lorsque le supraconducteur est traversé par un courant alternatif, celui-ci crée un champ magnétique variable engendrant des pertes appelées AC. En considérant une analyse macroscopique, toute induction magnétique variable fait apparaître un champ électrique (II.14).

$$\overrightarrow{Rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (II.14)$$

Ce champ électrique combiné au courant de transport, crée des pertes dans le supraconducteur. Notre étude portant sur des conducteurs de section rectangulaire, les équations (II.15) permettent de calculer les pertes AC pour ce type de géométrie.

$$P_{supra} = f \frac{I_c^2 \mu_0}{\pi} [(1 - i) \ln(1 - i) + (1 + i) \ln(1 + i) - i^2] \quad \text{avec} \quad i = \frac{I_{max}}{I_c} \quad (\text{II. 15})$$

Avec « P_{supra} » exprimé en W/m et « f » la fréquence du courant. Ces pertes restent faibles par rapport aux pertes joules créées dans un métal [8].

II.11. PRINCIPALES APPLICATIONS DES SUPRACONDUCTEURS

La spectroscopie du solide et l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) sont actuellement les seules applications industrielles. Cependant, les excellentes propriétés en transport de courant, notamment grâce à des densités de courant de plusieurs kA/mm², en font un matériau très prisé pour les applications de pointe en physique fondamentale et en électrotechnique. Le principal frein restant la cryogénie, celle-ci tend à s'améliorer grâce aux progrès de fabrication des SHTc et des systèmes de refroidissement comme les tubes à gaz pulsé [8].

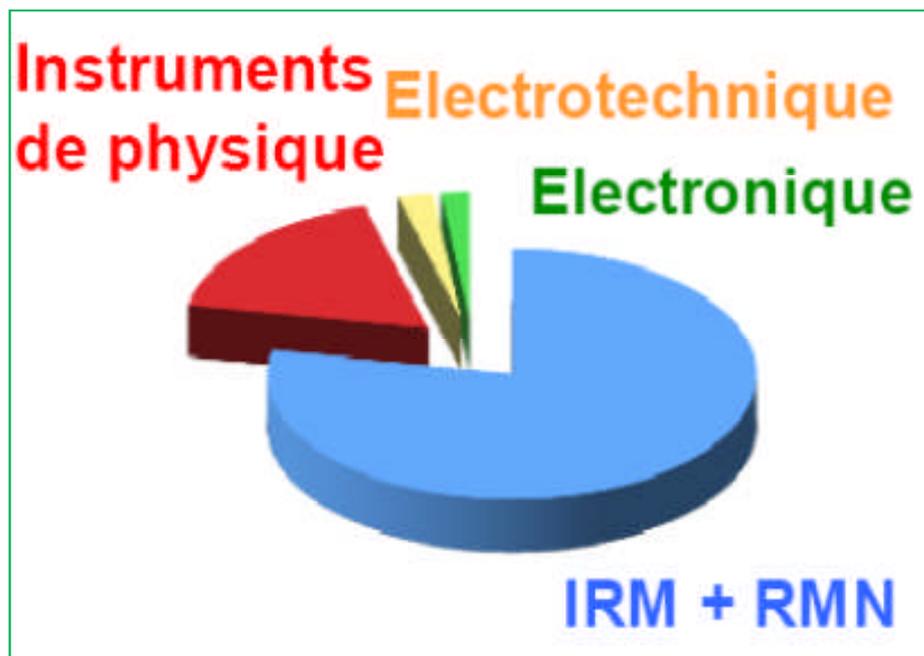


Figure II.24 : Marché de la supraconductivité (2009) [38].

II.11.1. Applications en physique fondamentale

Beaucoup de systèmes nécessitant la création de champs magnétiques intenses utilisent des supraconducteurs. Les grands instruments pour la recherche, comme le Large Hadron Collider (LHC) de Genève ou le projet International Thermo nuclear Experimental Reactor (ITER) de Cadarache, utilisent les supraconducteurs comme aimants d'accélération, de guidage et de confinement du plasma [8].

II.11.2. Applications en électrotechnique

La découverte en 1986 des supraconducteurs à haute température critique a encouragé l'application des supraconducteurs en électrotechnique. Ce changement est dû à la capacité de ces matériaux à conduire du courant électrique de très forte densité pour des températures assez élevées par rapport aux supraconducteurs à basse température critique.

Les applications des supraconducteurs sont variées et intéressent de nombreux secteurs industriels (production d'énergie, médical, transport de courant). Celles rencontrées en électrotechnique exploitent généralement la capacité élevée de transport de courant [12].

On distingue trois catégories d'applications des supraconducteurs en électrotechnique suivant la valeur utile de l'induction magnétique générée par le bobinage supraconducteur [9]:

1. Très forts champs magnétiques : Cette catégorie concerne les bobines de champs, les systèmes de stockage d'énergie...

2. Forts champs magnétiques : Cette catégorie concerne les moteurs, les alternateurs, les transformateurs, les systèmes de stockage de l'énergie...

3. Faible champ magnétique : Cette catégorie concerne les lignes du transport d'électricité, les transformateurs, les limiteurs de courant...

Nous présentons ci-dessous quelques applications majeures des supraconducteurs en électrotechnique.

<i>Fonctionnalités nouvelles</i>		<i>Amélioration des dispositifs existants</i>		
Propriétés inhérentes aux supraconducteurs : <ul style="list-style-type: none"> • transition ; • absence de pertes DC ; pertes AC faibles. 		Meilleurs compacité et rendement, réduction du poids : <ul style="list-style-type: none"> • fortes densités de courant ; • pertes DC nulles, pertes AC faibles ; • coûts de fonctionnement moindres. 		
Limiteur de courant	Paliers magnétiques	Machines électriques	Transformateur	Câbles
– Pas d'équivalence classique. – Réduction des contraintes. – Amélioration de la qualité de l'électricité.	– Systèmes passifs. – Volants d'inertie. – Stockage d'énergie. – Stabilisation de satellite.	– Systèmes embarqués. – Moteurs ou générateurs.	– Systèmes embarqués. – Milieu urbain « écologique ».	– « <i>Retrofit</i> » : augmentation des puissances pour les conduits actuels

Tableau II.6: Principales applications possibles des supraconducteurs en électrotechnique [24].

A) Machines tournantes :

L'utilisation des supraconducteurs dans les cryoalternateurs est à l'origine de nombreux prototypes. Le remplacement des bobinages en cuivre par des enroulements supraconducteurs permet un gain de masse grâce aux grandes densités de courant du fil et à la disparition du circuit magnétique. Le fort couple massique de ces machines en fait une application intéressante pour les systèmes embarqués [8].

B) Les lignes de transport :

L'utilisation des supraconducteurs à haute température critique (SHT_C) pour le transport du courant électrique alternatif est maintenant une réalité et l'évaluation des pertes en champ propre est nécessaire. Bien que ces pertes soient faibles, il convient de les évaluer avec précisions. En effet, elles ont lieu à basse température, elles sont donc coûteuses à évaluer [25].

Les supraconducteurs créant nettement moins de pertes que les câbles classiques, ils sont très intéressants pour les applications de transport d'énergie. Cependant le problème de la cryogénie sur de grandes longueurs peut s'avérer difficile à résoudre. Une solution consiste à faire circuler un fluide cryogénique dans un tube au centre du câble et à enrouler le fil

supraconducteur autour. Avec l'accroissement de la demande en énergie, certaines lignes électriques nécessitent d'être renforcées. Cependant l'espace nécessaire à la pose de nouveaux câbles n'est pas toujours suffisant, dans ce cas les supraconducteurs offrent une solution intéressante [8].

Un câble supraconducteur doit supporter sans détérioration certains régimes sévères du réseau électrique comme des courts-circuits francs. Les normes sont drastiques : un câble doit accepter ces courants élevés (environ 20 fois la valeur assignée) pendant des temps longs (de l'ordre de la seconde) et transporter immédiatement après la charge nominale, sans isoler le câble. Ces contraintes conduisent à mettre dans un cryocâble une âme résistive (cuivre) importante qui transporte le courant pendant les régimes de défaut. Le câble lui-même peut jouer un rôle de limiteur mais avec un conducteur adapté.

Un autre avantage potentiel du câble supraconducteur est son inductance qui peut être particulièrement faible (6 fois plus faible qu'un câble conventionnel, 10 fois plus faible qu'une ligne aérienne). Cette caractéristique unique peut être très intéressante dans un réseau puisque cela permet de contrôler aisément les transits de puissance. Les courants se répartissent en effet selon les impédances en parallèle, et un câble supraconducteur permet de reprendre une grande partie des transits de puissance. Une impédance variable en série avec le câble supraconducteur permet de régler facilement la puissance dans le câble [41].

La plupart des études effectuées sur les câbles supraconducteurs de transport concernent des tensions alternatives, qui entraînent des pertes dans le supraconducteur. Le transport en continu a aussi été étudié. Pour les deux cas, continu et alternatif, les performances par rapport aux câbles conventionnels sont meilleures. Les pertes peuvent être réduites de moitié en utilisant un câble de transport supraconducteur pour la même puissance transitée. En Chine, un programme ambitieux concerne l'introduction de lignes supraconductrices pour le réseau de transport Est-Ouest. Actuellement, une ligne en supraconducteur à haute température critique de 33,5 m de longueur, de 35 kV et 2 Ka fonctionne déjà [9].

La figure 25 donne la coupe du câble du projet LIPA (138 kV/2 400 A ; 600 m). C'est le projet actuel le plus ambitieux [41].

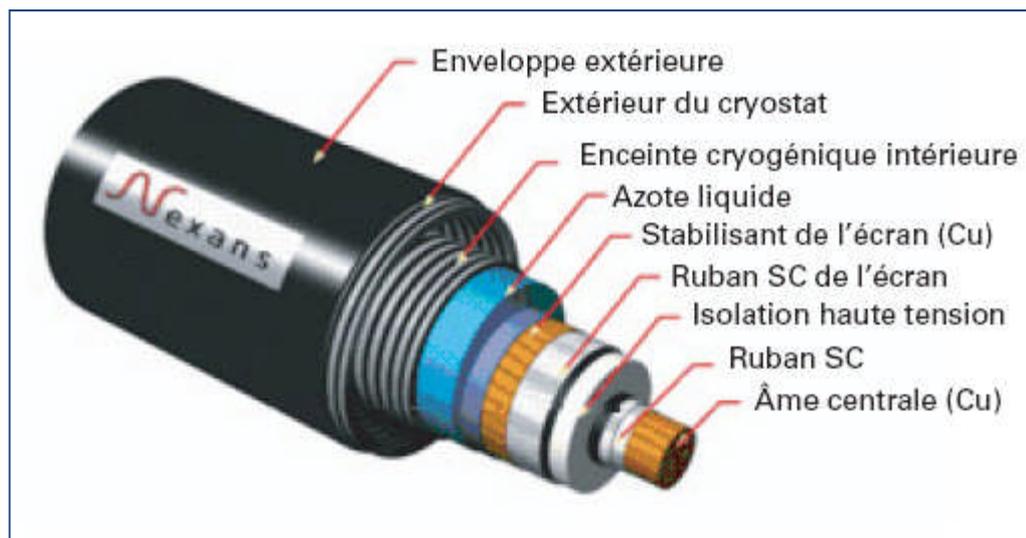


Figure II.25 : Coupe du câble supraconducteur du projet Long Island (USA)
(photo Nexans) [41].

C) Les systèmes de stockage de l'énergie SMES :

Le principal inconvénient de l'énergie électrique est qu'elle est difficilement stockable. Le Superconducting Magnetic Energy Storage (SMES) permet de stocker de l'énergie sous forme magnétique, cette dernière pouvant être restituée avec un très bon rendement. Son fonctionnement consiste à court-circuiter une bobine supraconductrice, permettant ainsi au courant de ce reboucler indéfiniment [8]. Le SMES peut servir comme réservoir d'énergie pour réguler les réseaux électriques, il peut également être utilisé comme source d'énergie impulsionnelle pour les lanceurs électromagnétiques ou le formage magnétique.

L'énergie est stockée sous forme magnétique dans une bobine supraconductrice. Cette énergie est le résultat de la circulation, pratiquement sans diminution dans le temps, du courant dans la bobine. Les avantages de tels systèmes sont surtout le rendement très élevé en comparaison avec les systèmes conventionnels de stockage d'énergie et la rapidité à restituer de l'énergie. En effet, le rendement d'un système supraconducteur de stockage d'énergie peut atteindre 97% alors que ce rendement ne dépasse pas 70% pour un système de barrage à pompe. Avec tous ces avantages, il faut noter que la densité volumique l'énergie stockée n'est pas très importante, 4kWh/m³ pour une valeur d'induction de 6 T. L'un des problèmes rencontrés dans ce type d'installations est dû aux forces très élevées que subit le bobinage.

Les systèmes utilisés pour stocker de l'énergie peuvent être sous forme de solénoïdes, de tores ou de structures intermédiaires entre les deux (bobines à système de forces

équilibrées). L'utilisation de ce dernier type de bobines peut réduire jusqu'à 4 fois les dimensions de la bobine par rapport à un tore et à 2 fois par rapport à un solénoïde pour la même valeur d'énergie stockée [9].

La figure 26 donne quelques comparaisons des SMES avec les accumulateurs et les capacités en termes de puissance et d'énergie spécifiques. Les SMES associent une excellente puissance massique à une bonne énergie massique. La zone grise des SMES correspond aux valeurs actuelles obtenues. La zone noire indique les valeurs théoriquement possibles [41].

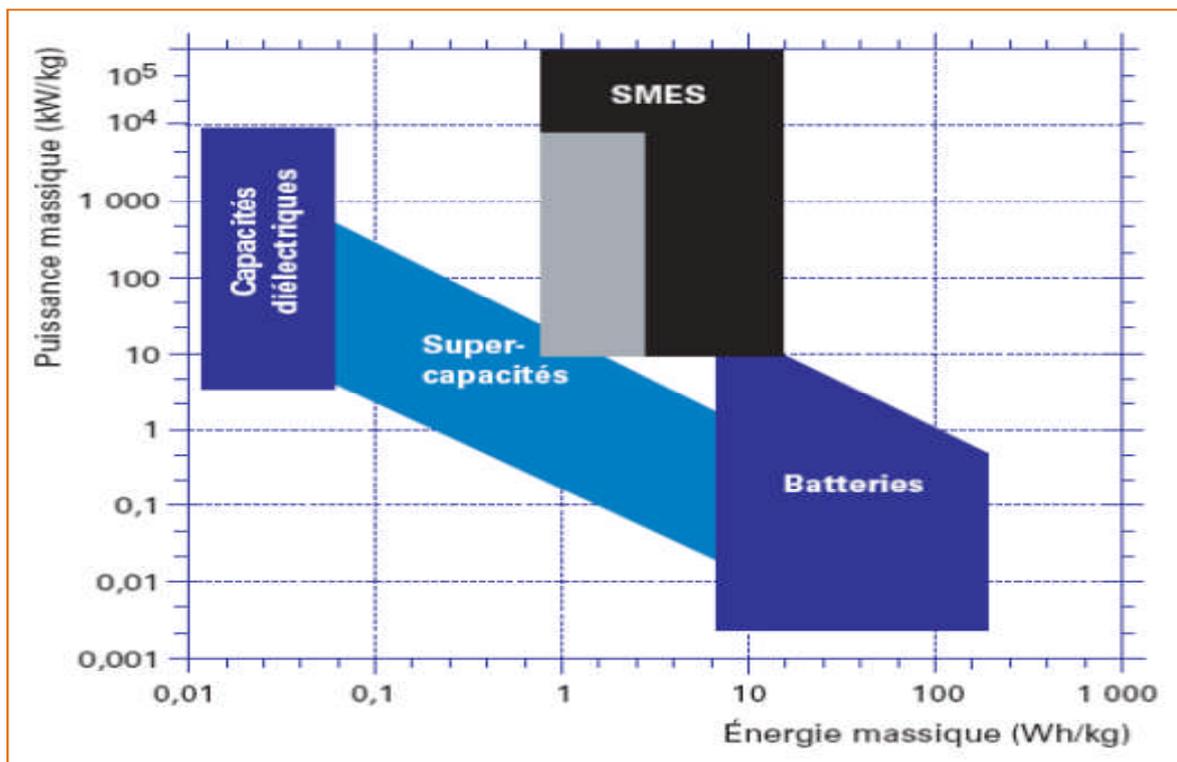


Figure II.26 : Puissance et énergie massiques pour les condensateurs, les accumulateurs et les SMES [41].

D) Les transformateurs :

L'une des applications des supraconducteurs en électrotechnique concerne les transformateurs. Pour cette application les pertes en régime alternatif des supraconducteurs restent un inconvénient majeur.

Les études effectuées ont montré des performances remarquables de ce type de transformateurs. En effet, par rapport à un transformateur conventionnel, les pertes peuvent

diminuer de 30%, le volume de 50% et le poids de 70%. La société Siemens a réalisé et testé avec succès un transformateur de 1 MVA [9].

E) Les aimants permanents supraconducteurs :

Un supraconducteur massif peut aussi être utilisé comme aimant permanent. En refroidissant à champ nul un supraconducteur à haute température critique, puis en l'exposant à une variation rapide du champ magnétique, il va piéger le champ magnétique. Le champ piégé dans le supraconducteur est lié à des courants induits par la loi de Lenz. Ces courants se développent comme dans un métal normal, à partir de la surface extérieure, mais contrairement aux matériaux résistifs, ils ne s'amortissent pas puisque la résistivité est nulle. Lorsque le champ extérieur diminue, la répartition des courants change pour s'opposer à cette nouvelle variation et tendre à piéger l'induction. Pour que le supraconducteur piège efficacement le champ magnétique il faut que le champ extérieur atteigne une valeur appelée champ de pénétration H_p [9].

Cette propriété de piégeage du champ magnétique a été utilisée pour réaliser un moteur à 8 pôles. L'inducteur du moteur est composé de 8 disques en BSCCO, jouant le rôle d'aimants permanents, placés sur un cylindre non ferromagnétique. Cet inducteur est refroidi à l'azote. Le refroidissement des disques supraconducteurs se fait sans champ magnétique. Les disques supraconducteurs seront magnétisés à l'aide d'une bobine en cuivre. En appliquant une impulsion du courant de 7620 A durant 2 ms, une induction magnétique de 1,6 T sera générée près de la surface du disque. Cette valeur va diminuer pour se stabiliser à 0,6 T après 20 ms.

D'autres études ont montré qu'on peut avoir des aimants permanents supraconducteurs avec des valeurs très élevées d'induction magnétique pouvant atteindre 11,4 T à 17 K pour un disque en YBaCuO de 26 mm de diamètre et de 12 mm d'épaisseur [9].

F) Les Trains à Lévitiation Magnétique :

Imaginons un train qui glisse quelques centimètres au dessus de la voie à plus de 500km/h. Cela existe !

Deux méthodes sont possibles : la lévitation magnétique de type électromagnétique ou celle de type électrodynamique. La première ne fait pas appel à la supraconductivité, contrairement à la seconde. Cette dernière est basée sur la répulsion entre les éléments

embarqués sur le train et des plaques conductrices (ou des bobines court-circuitées) situées sur la voie. L'avantage des bobines est de réduire la puissance dissipée.

L'entrefer (distance sol-train) peut être de 10 cm si les aimants du train sont suffisamment puissants. Il faut faire appel à la supraconductivité.

Ces trains à lévitation présentent plusieurs avantages : outre le fait qu'ils circulent à de très hautes vitesses (ce qui raccourcit la durée des trajets), ils n'usent pas les voies (car il n'y a pas de contact direct), et le problème du captage du courant par pantographe ne se pose plus.

Les contraintes des trains sur rails (contact pantographe-caténaire, adhérence, freinage, signalisation) n'autorisent pas aujourd'hui des vitesses commerciales au-delà de 350 km/h. Les trains à lévitation semblent donc prometteurs, mais les problèmes liés à leur mise au point (entre autres le problème du captage de l'énergie - il n'y a plus de contact !) et les infrastructures nécessaires font qu'aujourd'hui, les trains conventionnels ont encore de beaux jours devant eux [16].



Figure II.27 : Le Transrapid allemand [17].



Figure II.28 : Le Maglev japonais [17].

G) Les limiteurs du courant :

Le fonctionnement des limiteurs supraconducteurs est basé sur la transition de l'état supraconducteur vers l'état normal de ces matériaux. Cette transition en un temps très bref fait des supraconducteurs de bons limiteurs. En présence d'un court-circuit dans le réseau électrique, le courant augmente rapidement et dépasse le courant critique du supraconducteur.

Ce dernier en transitant à l'état normal voit sa résistance augmenter ce qui entraîne une limitation du courant du court-circuit. La puissance dissipée dans le matériau supraconducteur juste après la transition est considérable et qui peut entraîner la destruction du dispositif [9].

L'avantage des limiteurs supraconducteurs par rapport aux dispositifs conventionnels de protection est leur temps de réponse et la possibilité d'être utilisés pour des niveaux de tensions très élevées.

Le limiteur supraconducteur permet de protéger le réseau électrique des courants de court-circuit en agissant comme un régulateur naturel de courant. C'est le sujet de notre étude, son fonctionnement est détaillé dans les prochains chapitres.

CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons présenté une étude sur les matériaux supraconducteurs. Sachant qu'il existe Deux types de matériau supraconducteur : type I et type II, ces derniers sont limiter par des grandeurs magnétiques et thermiques appelés grandeurs critique qui sont : la température critique T_C , le champ magnétique critique H_C et enfin la densité de courant critique J_C). les supraconducteurs en particulier les supraconducteurs à haute température critique on des propriétés remarquables qui rendent leur utilisation envisageable dans diverse domaine d'application industriel, il sont des candidats sérieux pour des applications liées à l'électromagnétisme en génie électrique et a l'électronique, l'optimisation de ces dispositif nécessite de connaitre leur comportement électromagnétique.

Les matériaux supraconducteurs on des diverses applications dans le domaine du génie électrique. Parmi ces applications nous avons présentés les plus utilisées et les plus prometteuses.

Chapitre III :

La limitation de courant à partir des matériaux supraconducteurs à HTc

INTRODUCTION

Le domaine d'application industrielle des matériaux supraconducteurs est en cour de progression (Imagerie, Aimants à haute énergie) et reste potentiellement très vaste dans le domaine de l'électrotechnique et de l'électronique.

Parmi les applications des matériaux supraconducteurs et de les utilisés dans la limitation du courant de défaut. Le principe de la limitation du courant à partir les matériaux supraconducteurs, énoncé pour la première fois en 1978 par K.E. Gray et D.E. Fowler, est simple et astucieux : la transition de l'état supraconducteur vers l'état normal résistif peut être employée pour limiter l'élévation du courant en cas de défaut et ainsi protéger un réseau électrique" [31]. L'objectif de ce chapitre est l'étude le phénomène de limitation de courant dans les réseaux électriques.

Dans un premier temps, nous parlerons des avantages apportés par ces systèmes puis nous présenterons leurs principes de fonctionnement. Dans un deuxième temps nous donnerons un état de l'art complet des limiteurs supraconducteurs puis nous conclurons par un résumé comparatif entre les différentes solutions techniques.

III.1. LIMITATION DE COURANT DANS LES RESEAUX ELECTRIQUES

III.1.1. Réponses aux besoins

Les besoins en énergie électrique augmentent tant en quantité qu'en qualité. Cela entraîne une croissance de la puissance des équipements installés dans les réseaux et le développement de l'interconnexion.

Cette tendance implique une augmentation notable de la puissance de court-circuit qui rend plus difficile la maîtrise des procédés de coupure des courants en cas de défaut. Elle impose, d'autre part, d'introduire une meilleure sélectivité de façon à n'isoler que les zones de défaut sans perturber le fonctionnement des zones restées saines.

Les valeurs très élevées des courants de court-circuit (ceux-ci peuvent atteindre 20 à 30 fois le courant nominal soit plus de 100 Ka dans certains postes THT), qui apparaissent moins d'un quart de période ($\gg 5$ ms) après le défaut, entraînent des contraintes mécaniques intenses sur les matériels (générateurs, transformateurs, jeux de barre...) et peuvent, si les capacités des

appareils de coupure sont dépassées, conduire à une mise hors service de portions importantes de réseau.

L'introduction de limiteurs de courant capables de limiter les courants de défaut à 3 ou 4 fois le courant nominal (figure III.1) apporterait une marge de sécurité supplémentaire au fonctionnement des réseaux et devrait permettre de ne plus dimensionner les équipements en fonction des courants de court-circuit qui devient alors une notion théorique. En ce qui concerne les transformateurs, par exemple, toute réduction des pics de courant conduit à une réduction des contraintes électromécaniques internes et permet d'augmenter leur durée de vie. Elle permettrait de réduire la taille et les contraintes imposées aux disjoncteurs en limitant, par exemple, les effets des surtensions qui apparaissent à l'ouverture.

La présence de ceux-ci reste néanmoins nécessaire pour éliminer les défauts, isoler les zones en défaut et limiter les échauffements, mais la taille requise pour ces opérations est très inférieure à celle requise pour couper les courants de court-circuit puisqu'ils n'auront à interrompre que le courant limité. Ils doivent néanmoins rester très rapides, et agir en moins de 20 ms pour limiter l'énergie Joule dissipée dans les composants traversés par les courants de défaut, en particulier dans le limiteur et éviter sa destruction par fusion, les températures pouvant atteindre plusieurs centaines de K [40].

III.1.2. Les caractéristiques d'un limiteur du courant

Il est possible de résumer les caractéristiques principales d'un limiteur de courant de la façon suivante :

- 1) **Impédance très faible en régime normal** : Le limiteur de courant doit être invisible lors de ce mode de fonctionnement (pertes admises inférieurs à 0,025 % de la puissance nominale dans le cas d'une localisation série). Certains transitoires tels que ceux provoqués par l'enclenchement d'un transformateur ne doivent pas provoquer une transition intempestive du limiteur [32].
- 2) **Forte impédance en régime de défaut** : Le limiteur doit supporter la tension du réseau et ceci en étant parcouru par un courant valant de une à plusieurs fois le courant assigné (fonction de l'emplacement du limiteur dans le réseau). Le limiteur doit assurer sa fonction dans le cas d'un court-circuit franc mais aussi dans le cas d'un court-circuit

impédant. Le système doit pouvoir supporter le régime de limitation pendant plusieurs périodes du réseau.

Les contraintes imposées au dispositif de limitation sont rudes. Les contraintes imposées au matériau supraconducteur peuvent être réduites si d'autres éléments sont ajoutés au dispositif (circuit de dérivation et organe de coupure supplémentaire) [32].

- 3) **Très bonne dynamique** : Le système doit passer du premier mode de fonctionnement au second de façon très rapide (millisecondes) afin de limiter efficacement la valeur du courant de court-circuit [32].
- 4) **Appareillage industriel pour réseau** : Le système doit être robuste, ne pas nécessiter une maintenance excessive (6 mois) et être à un prix abordable (ordre de grandeur : 10 fois le prix d'un disjoncteur de même puissance) [32].

La transition de l'état supraconducteur vers un état fortement résistif permet de répondre directement aux trois premiers points cités. L'objectif de mon travail est une étude et modélisation des matériaux supraconducteur HTc application pour la limitation du courant de court circuit.

Le Tableau III.1 donne les différentes options pour réduire les courants du court-circuit :

Augmentation permanent d'impédance En nominal et défaut (court-circuit) conditions		Condition à base d'augmentation d'impédance Faible impédance en nominal condition et rapide augmentation d'impédance en défaut	
<ul style="list-style-type: none"> • Fractionnement en sous-grilles • Fractionnement des bus Barres 	<ul style="list-style-type: none"> • High impédance transformer • Courant limitation air noyau réacteur 	<ul style="list-style-type: none"> • High voltage fusible (< 1 kA, < 36 kV) • I_S-limiteur (< 4 kA, < 36 kV) • FCL circuit interruption (< 1 kV) 	<p>Nouveau Concepts</p> <ul style="list-style-type: none"> • Supraconducteurs • Semiconducteurs (FACTS) • Hybride systèmes
topologique mesures	appareil de mesures		

Tableau III.1: Différent options pour réduire les courants du court-circuit [34].

III.1.3. Pourquoi supraconducteur ?

Il existe différents moyens de maîtriser les courants de défaut, présentant chacun ses avantages et inconvénients :

- Les disjoncteurs ultra rapides (10 à 20 ms) permettent de réduire les effets thermiques de sur-courants, mais n'excluent pas les risques de dégradation mécanique ; ils sont eux-mêmes soumis à certaines limitations, concernant leur pouvoir de coupure ;
- Les fusibles, qui présentent une inertie thermique, ont les mêmes inconvénients, auxquels s'ajoute leur caractère mono-coup, supposant un remplacement manuel [39];
- Les disjoncteurs électroniques ne sont pas disponibles pour des très hautes tensions, ils ne sont de plus pas absolument sûrs du fait du grand nombre d'éléments en présence.
- La réduction du maillage des réseaux permet actuellement de réduire les courants de défauts mais au détriment de leurs performances.
- L'usage de limitation inductive dans les générateurs et transformateurs n'est possible que par compensation avec des bancs de condensateurs.
- L'utilisation d'une inductance à noyau de fer saturé (basse impédance) pour l'état passant et non saturé (haute impédance) pour l'état limitant est possible et sera discuté ci-dessous. Un supraconducteur peut être utilisé pour maintenir l'état de saturation. Il s'agit cependant d'une solution volumineuse et coûteuse.
- La dernière solution à considérer est l'utilisation du quench d'un supraconducteur, ils ont un grand pouvoir de coupure de par la très grande différence entre l'état supraconducteur en l'état résistif [11].
- SFCL rend possible une P_{cc} théorique infinie et un faible courant de défaut [38].

Bien que les systèmes SFCL puissent être envisagés pour protéger tout type de réseaux électriques, c'est dans la protection des réseaux moyens et particulièrement haute tension AC qu'ils sont aujourd'hui les plus attendus. En effet, ces réseaux se doivent de posséder, pour être réactifs à la consommation instantanée, une puissance de court circuit P_{cc} qui est d'autant plus grande que les réseaux sont interconnectés. Cependant cette puissance P_{cc} détermine directement l'élévation du courant en cas de défaut : plus sa valeur est grande et plus le courant de défaut est important. Ce dernier peut atteindre dans les cas les plus défavorables jusqu'à 30

fois le courant nominal I_n pour le réseau français. La coupure rapide de tels courants est extrêmement problématique, et même impossible en haute tension, avec les organes de coupure actuels. En effet, les systèmes de protection en haute tension s'appuient sur un passage par zéro du courant et sont le plus souvent inefficaces pendant les premières périodes du défaut. Il est donc nécessaire de surdimensionner les composants de puissance (lignes, transformateurs, moteurs. . .) afin de diminuer les fortes contraintes thermo-mécaniques qu'ils subissent lors des sur-courants.

Ce surdimensionnement est réalisé pour une valeur maximale de courant de court-circuit. En limitant "immédiatement" les courants de défaut à des valeurs I_{lim} bien plus faibles (par exemple $I_{lim} \approx 2.I_c$), les LSC diminuent les contraintes, principalement mécaniques (temps de limitation très courts), subies par les appareils et offrent de nombreuses perspectives: plus grande interconnexion, stabilité et efficacité des réseaux électriques. D'autre part, les limiteurs de courant sont très intéressants dans le développement de dispositifs supraconducteurs de puissance pour la protection par exemple des câbles supraconducteurs ou des transformateurs [31].

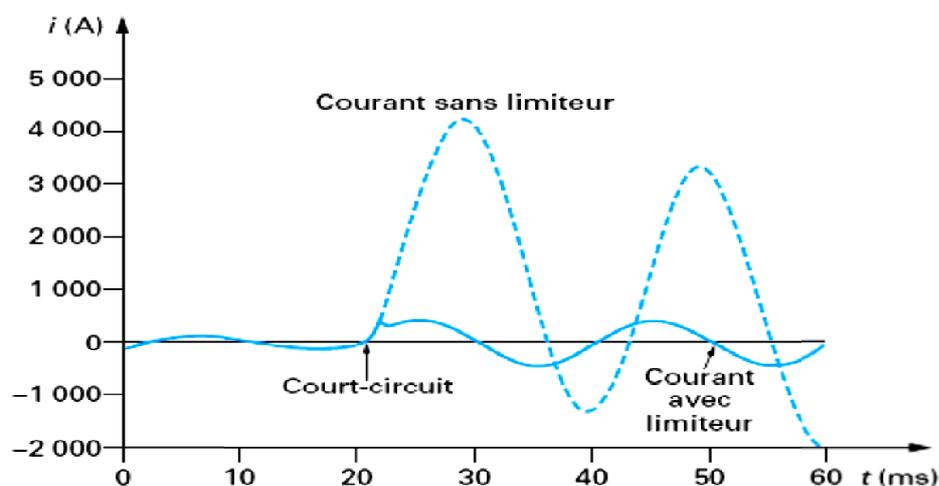


Figure III.1: Evolution de courant de court-circuit avec limiteur de courant supraconducteur [11].

III.1.4. Principe général de la limitation de courant

La limitation de courant utilise le principe d'une impédance variable en série avec le réseau. Celle-ci pouvant être purement résistive dans le cas des réseaux DC mais également inductive dans le cas des réseaux AC. Le courant est limité par une augmentation brutale de

l'impédance, devant être suffisamment rapide (< 1 ms) pour limiter le premier pic de courant à une valeur seuil, nettement inférieure à la valeur théorique de court-circuit. Lors d'un défaut le limiteur est pratiquement soumis à la pleine tension du réseau, la puissance dissipée est donc très importante [8].

Le fonctionnement d'un limiteur supraconducteur de courant de défaut (SFCL) se divise en deux séquences distinctes. En régime de fonctionnement normal du réseau, un courant inférieur à la valeur nominale (assignée) I_n circule dans le circuit électrique et le SFCL est dans son état supraconducteur. Cette transparence est parfaite dans le cas d'un réseau de courant continu (DC) mais est limitée en régime alternatif (AC) par l'inductance inhérente au dispositif et les pertes dissipatives liées à l'hystérésis magnétique des matériaux supraconducteurs. Lorsqu'un défaut (tel qu'un court circuit) apparaît sur ce réseau électrique, le courant dans le circuit dépasse la valeur de densité du courant critique J_c d'emballage du SFCL qui transite alors vers son état résistif normal. Ce passage restaure une impédance dans le réseau électrique et permet une limitation du courant de défaut à une valeur maximale I_{lim} : un exemple de courbe de limitation est montré en Figure III.1 et résume ce concept. Un limiteur de courant s'assimile donc, en quelque sorte, à un "superfusible" permanent qui s'appuie sur la transition S/N pour limiter un courant de défaut sans s'autodétruire [31].

III.1.5. Principes de base : impédance variable

Limiter un courant revient à insérer dans un circuit une impédance série : en continu, cette impédance doit être une résistance ; en alternatif, la chute de tension dans le limiteur peut être résistive ou inductive.

Cette augmentation d'impédance doit être suffisamment rapide (< 1 ms) pour limiter le premier pic de courant à une valeur seuil ne dépassant pas 3 à 5 fois le courant nominal, très inférieure au courant de court-circuit en l'absence de système de limitation. Par contre, la limitation ne doit pas intervenir lors des variations normales de charge.

Le courant seuil de limitation, imposé par le réseau est égal au courant de blocage, imposé par le courant critique du matériau, en continu ou en alternatif suivant les cas.

Lors d'un défaut, le limiteur est pratiquement soumis à la pleine tension du réseau et la puissance dissipée est très importante. Comme celui-ci est pratiquement dans des conditions

adiabatiques, de grandes précautions sont à prendre pour limiter l'excursion en température [40].

III.1.6. Localisation possibles d'un limiteur de courant dans les réseaux électriques

L'insertion d'un limiteur permet d'une part, d'assumer une augmentation des puissances transmissibles dans un réseau existant sans modifier ses composants ni sa structure, d'autre part de dimensionner différemment les réseaux futurs. Les limiteurs de courant se justifient en fonction du niveau de tension envisagé : pour les moyennes tensions de quelques kV les courants de défaut peuvent être très importants, tandis que pour les plus hautes tensions de quelques centaines de kV le coût élevé des disjoncteurs peut rendre attractif l'insertion d'un limiteur.

Les limiteurs doivent être calibrés pour ne fonctionner qu'en régime de défaut et pas sur les surcharges momentanées. La majorité des défauts étant fugitifs (90 % sur les lignes aériennes), la ré-fermeture automatique (cycle OFO) du disjoncteur est employée. Les systèmes classiques ne changeant pas d'état acceptent cette procédure. Ceci n'étant pas le cas pour les limiteurs supraconducteurs, il est important dans tenir compte dans notre étude [8].

L'insertion d'un limiteur de courant peut avoir deux fonctionnalités différentes selon l'emplacement choisi. Ces deux cas sont étudiés dans ce paragraphe et peuvent être résumé par la figure III.2.

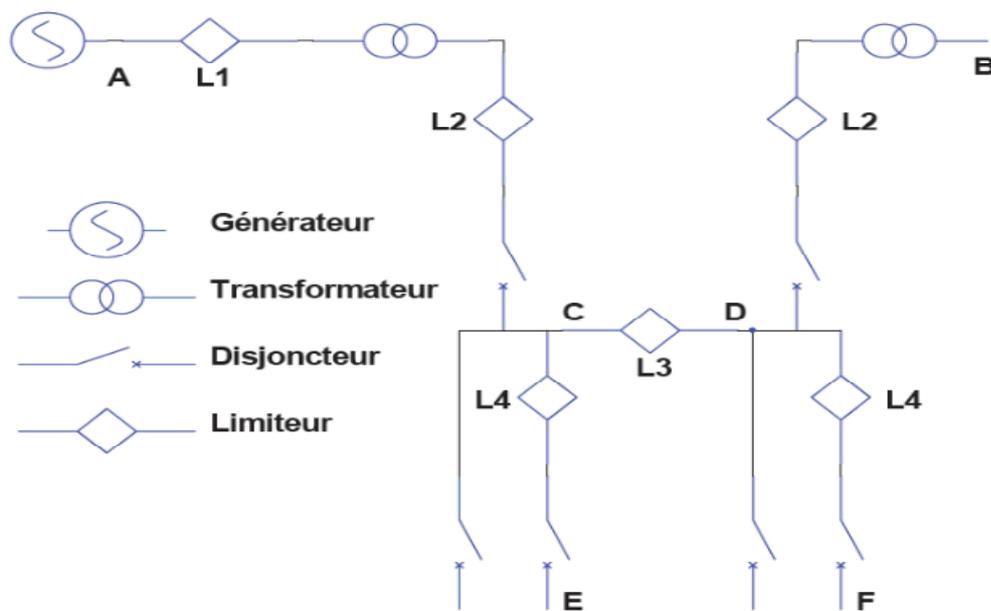


Figure III.2 : Insertion des limiteurs de courant dans un réseau [8].

III.1.6.1. Connexion série (L1, L2 et L4)

La première localisation envisagée pour un limiteur de courant consiste à insérer ce dispositif sur une branche de réseau. Cette configuration permettrait de réduire le rapport entre le courant assigné et le courant de court-circuit pour tous les dispositifs situés sur la branche citée (câble, organe de coupure et transformateurs). L'intérêt de cette configuration est certain puisqu'il serait alors possible de transporter plus d'énergie sur un réseau donné. La principale difficulté de cette configuration réside dans les contraintes très importantes imposées au limiteur de courant. En résumé, ces contraintes sont liées à la puissance du réseau à protéger, à la durée de défaut avant coupure (problème de sélectivité temporelle) et à la récupération du dispositif après limitation [32].

III.1.6.2. Connexion parallèle (interconnexion de réseaux) (L3)

Un emplacement bien plus favorable existe pour l'insertion d'un limiteur de courant. En effet, un tel appareillage localisé entre deux réseaux de distribution indépendants permettrait d'améliorer, en termes de continuité de service, la qualité de l'énergie distribuée. Si par exemple un des réseaux venait à être isolé (cas d'un défaut sur ledit réseau ou opération de maintenance d'un poste de distribution) la plupart des consommateurs seraient toujours alimentés par l'autre réseau. Cette interconnexion est actuellement impossible sans limiteur puisqu'elle augmenterait dangereusement la puissance de court-circuit du réseau. En effet, les puissances de court-circuit s'ajoutent lorsque les réseaux électriques sont mis en parallèle.

En résumé, cette configuration est très avantageuse vis-à-vis de nombreux points :

- Valeur ajoutée : densification de l'interconnexion des réseaux ; sécurisation du réseau.
- L'insertion du limiteur ne perturbe pas le fonctionnement et la gestion de chacun des réseaux (schémas de sélectivité) qui en cas de problème peuvent toujours fonctionner de façon indépendante.
- Les contraintes imposées au limiteur sont réduites : les cycles OF n'existent plus ce qui laisse plus de temps à l'appareil pour qu'il soit de nouveau opérationnel [32].

Les limiteurs de courant peuvent être placés dans différentes parties d'un réseau, remplissant ainsi différentes fonctions [8][34](Figure III.2).

Les différentes fonctions des limiteurs de courant sont :

A) Protection des générateurs et des transformateurs :

En sortie de tranche ou de sous-station, protégeant ainsi le générateur et le transformateur qui peuvent être dimensionnés en fonction du courant de limitation et non plus en fonction du courant de court-circuit. Sur la Figure III.2, le limiteur L1 protège d'une part, le générateur et d'autre part, il améliore la stabilité du réseau électrique [8].

B) Maintient des interconnexions :

Dans les sections d'entrée des sous-stations, pour des réseaux existants cela permet de maintenir l'interconnexion des sections en aval. Sur la Figure III.2, les limiteurs L2 permettent de maintenir la liaison entre C et D en cas de défaut sur B [8].

C) Sélectivité de l'isolement des défauts :

Dans une branche d'interconnexion, isolant la portion en défaut tout en assurant la continuité d'exploitation avec les autres sources, ceci permettant également d'améliorer les marges de stabilité. Par ailleurs le limiteur peut être utilisé comme régulateur sélectif permettant d'équilibrer la charge dans des branches en parallèle. Sur la Figure III.2, le limiteur L3 permet de déconnecter les deux sections A et B et d'éviter que A ou B ne débite sur un même court-circuit (l'interconnexion n'aggrave pas le courant de défaut). Les limiteurs L4 permettent de protéger sélectivement les départs E et F [8].

III.1.7. Propriétés générales des SFCLs

Le développement d'un limiteur supraconducteur de courant de défaut nécessite la réunion dans un même dispositif des propriétés suivantes :

A) Transparence en régime sans défaut :

Le dispositif doit consommer très peu d'énergie jusqu'au régime nominal $I = I_n$. Ce critère permet de dimensionner le limiteur de façon à ce qu'il soit très faiblement dissipatif 3 jusqu'au courant nominal. Alors que I_n est théoriquement égal au courant critique du supraconducteur pour un réseau de courant DC, il est limité en régime alternatif par un niveau tolérable des pertes hystérétiques. D'autre part, le SFCL doit être capable de supporter des régimes de défaut transitoires, tel que l'enclenchement d'un transformateur, sans entraîner d'ouverture indésirable du circuit [31].

B) forte impédance en mode de défaut :

C'est l'une des propriétés essentielles du limiteur. Elle détermine l'efficacité du SFCL et la puissance de coupure que celui-ci peut absorber lors de son déclenchement, et relie intimement les contraintes du matériau et l'aspect réseau. L'un des impératifs majeurs est que tout le volume du supraconducteur transite à l'état normal lors d'un défaut afin d'exploiter tout le potentiel du matériau et de le prévenir contre des destructions locales. En effet, le problème majeur des limiteurs supraconducteurs est le phénomène de transition localisée dues à l'inhomogénéité de J_c dans les matériaux SHTc réels. Lors d'un courant surcritique $I > I_c$, les zones de plus faibles J_c vont transiter les premières et subir une élévation de leur température. Due à la faible diffusivité thermique des SHTc, la propagation de ces régions chaudes est lente et ne permet pas une transition globale du SFCL. Le courant de limitation restera donc à un niveau élevée favorisant encore l'échauffement des zones normales : c'est le phénomène de "point chaud" (hots spots) qui conduit généralement à une destruction du matériau. Pour s'en affranchir, il est nécessaire de protéger le matériau en homogénéisant au maximum la transition, et en réduisant la puissance dissipée au niveau du point chaud $P_{spot} \approx \rho_n \times J_c^2$ (avec ρ_n la résistivité du matériau à l'état normal) afin de limiter son échauffement ΔT_{spot} ($\Delta T_{spot} \propto P_{spot}$). Une solution possible est alors de diminuer la densité de courant critique J_c des supraconducteurs, par exemple en augmentant la température de travail ou en appliquant un champ magnétique. Ces techniques sont utilisées, avec un succès relatif, dans des échantillons "massifs" mais restreignent les performances de limitation. Une autre voie possible est de réduire la résistivité du matériau à l'état normal ρ_n , par exemple avec l'adjonction d'un shunt résistif en parallèle avec le supraconducteur. Cette protection se réalise aisément dans les technologies "couche mince" en élaborant des structures bicouches supraconducteur/métal [31].

C) grande réactivité :

Lors d'un défaut, la limitation du courant doit intervenir en moins d'une milliseconde afin d'assurer une protection active. Cela impose au supraconducteur de transiter vers son état normal de manière rapide et homogène [31].

D) robustesse :

La durée d'un limiteur est estimée à environ dix ans. Pendant cette période, ce dispositif est amené à limiter quelques dizaines de fois des courants de défauts dont les durées peuvent varier de quelques périodes du signal AC à plus d'une seconde selon l'emplacement du SFCL dans le réseau et la nature du défaut. Les limiteurs doivent donc être robustes, fiables et atteindre un prix concurrentiel pour leur commercialisation (au plus 10 fois le prix d'un disjoncteur de même puissance) [31].

III.1.8. Limiteur de courant continu ou alternatif

La coupure des courants alternatifs utilise le passage à zéro du courant. En absence de limiteur, l'excursion en courant correspond à la valeur maximale du courant de défaut qui est atteinte avant ouverture des disjoncteurs. L'utilisation d'un limiteur permet d'éviter cette excursion, le courant étant limité à une valeur imposée par l'impédance du limiteur en régime de défaut. En alternatif, l'impédance peut être résistive ou inductive, il est donc possible d'envisager les limiteurs supraconducteurs résistifs ou inductifs.

En continu, le courant ne passe plus à 0 et les méthodes de coupure font généralement appel aux techniques d'allongement de l'arc électrique. On peut aussi imposer le passage à zéro du courant par un dispositif auxiliaire. La transition d'un bobinage supraconducteur soit directement en série, soit avec un passage à zéro artificiel, permet d'insérer simplement une résistance de limitation [40].

On a deux types des limiteurs : Limiteurs de courant classiques et Limiteurs supraconducteurs de courant.

III.2. LIMITEURS DE COURANT CLASSIQUES

Peu de solutions classiques permettent de limiter naturellement les courants de défaut. Le fusible est la solution la plus utilisée en basse et moyenne tension mais il présente les inconvénients majeurs de ne pas être réutilisable et de nécessiter l'intervention humaine pour la remise sous tension du système. Les autres solutions utilisent des systèmes permettant l'augmentation de leur impédance lors d'une montée de courant.

III.2.1. Réactance série

L'insertion permanente de réactances en série dans les réseaux permet de limiter les courants de défauts mais introduisent des surtensions transitoires durant les séquences de refermeture des disjoncteurs. De plus, les chutes de tensions en régime nominal et l'encombrement n'étant pas négligeable, cette solution n'est pas applicable pour tous les réseaux [8].

III.2.2. Limiteur commandé

Pour limiter ces inconvénients, il est préférable d'introduire ces composants au moment du défaut. Un des dispositifs de référence est le transformateur série court-circuité par des thyristors (Figure III.3). Lorsque les thyristors sont passants le transformateur est en court-circuit, l'impédance série est négligeable devant la charge. Cependant lorsque les thyristors sont bloqués, le transformateur est en circuit ouvert et son impédance augmente Fortement.

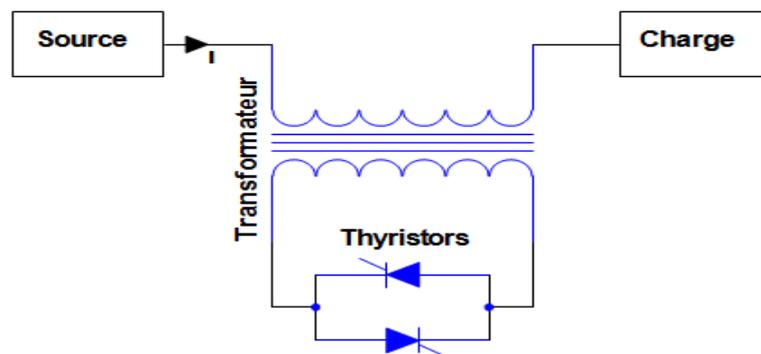


Figure III.3 : Limitation de courant par transformateur court-circuité [8].

Il est également possible d'utiliser des dispositifs à résonance insérés en série avec des thyristors (Figure III.4), permettant de contrôler l'impédance du circuit LC en modifiant la commande de l'angle d'amorçage [8].

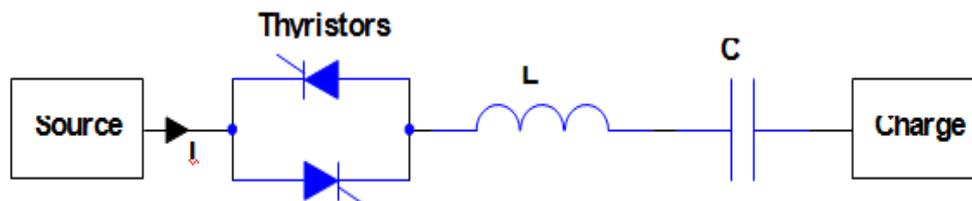


Figure III.4 : Limitation de courant par thyristors contrôlant un circuit raisonnant [8].

Enfin, d'autres dispositifs commandés comme les disjoncteurs statiques, permettent de commuter très rapidement le courant d'une branche de faible impédance à une branche d'impédance élevée. Dans tous les cas, la synchronisation des dispositifs semi-conducteurs de commutation est délicate : ces systèmes restent difficiles à adapter aux fortes puissances et à la haute tension et les composants de puissance présentent des chutes de tension non négligeables à l'état passant [8].

III.2.3. Résistance variable

Une solution efficace consiste à utiliser une résistance variable en série avec le réseau, cette variation provenant d'un changement de phase ou d'état du matériau. La contrainte responsable du changement est variée (thermique, mécanique, magnétique...), mais est toujours liée au courant. Il apparaît cependant deux problèmes, d'une part les variations par changement de phase nécessitent une énergie qui tend à diminuer la vitesse de transition.

D'autre part les variations par changement d'état soulèvent le problème de l'inhomogénéité qui tend à concentrer la puissance localement et ainsi affaiblir le matériau. Les matériaux à Coefficient Thermique Positif (CTP) ayant une résistance contrôlée thermiquement sont des candidats potentiels pour la limitation de courant. Il existe deux familles de CTP, d'une part les résistances homogènes métalliques (Fer, Tungstène...) pour lesquelles la résistivité augmente d'un facteur 7 à 17 entre la température ambiante et la température du point de fusion. D'autre part les polymères chargés (carbone ou céramiques conductrices) qui offrent des facteurs de résistivité supérieurs à 100. Ces matériaux sont principalement utilisés en basse tension pour limiter les arcs électriques à l'ouverture des disjoncteurs [8].

III.3. LIMITEURS SUPRACONDUCTEURS DE COURANT

Par leur résistivité nulle à l'état supraconducteur et leur forte résistivité à l'état normal, les HTS sont d'excellents candidats pour la limitation de courant. Le fonctionnement répétitif et autonome confère également des atouts non négligeables aux limiteurs supraconducteurs de courant (SFCL pour Superconducting Fault Current Limiter) [34]. Cependant comme tout système supraconducteur il nécessite un environnement cryogénique composé d'un cryostat et d'un fluide cryogénique ou d'un cryogénérateur [8].

III.3.1. SFCL résistif

A) Fonctionnement des SFCL résistifs :

Un réseau peut être modélisé par une source de tension $U_{\text{réseau}}$ parcouru par un courant $I_{\text{réseau}}$. Il est composé d'une résistance de ligne $R_{\text{réseau}}$ et d'une inductance de ligne $L_{\text{réseau}}$, d'un disjoncteur et d'une charge. Dans le cadre de notre étude, nous intégrons un SFCL résistif en série avec ce réseau (Figure III.5).

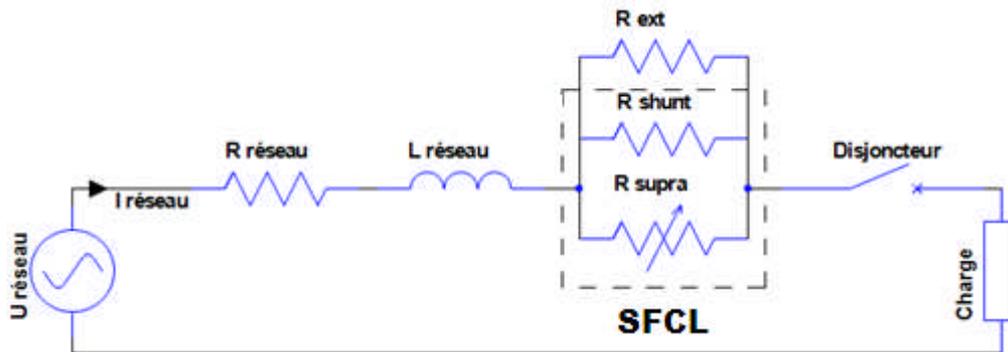


Figure III.5 : SFCL résistif [8].

La transition brutale d'un supraconducteur, couplée à son importante résistivité à l'état normal, permet d'introduire rapidement et naturellement une forte résistance en série avec le réseau, limitant ainsi le courant.

En régime assigné, la résistance du supraconducteur R_{supra} est négligeable et court-circuit celle du shunt nommée R_{shunt} . En régime de défaut, lorsque le courant $I_{\text{réseau}}$ traversant le SFCL dépasse le courant critique du supraconducteur, sa résistance augmente brutalement. La résistance du shunt est nécessaire pour protéger le supraconducteur contre les points chauds destructifs dus à l'inhomogénéité des transitions. Cette résistance doit être en excellent contact électrique avec toute la longueur du supraconducteur. Une résistance externe R_{ext} peut également être ajoutée pour régler le courant limité et éviter les surtensions entraînées par les rapides transitions. Pour ne pas excéder la température maximale du supraconducteur, le court-circuit doit être interrompu par l'ouverture d'un disjoncteur en moins d'une centaine de millisecondes.

L'inhomogénéité est un problème important dans la limitation de courant par les supraconducteurs car elle engendre un point chaud pouvant être à l'origine de la destruction

du matériau. Le SFCL résistif avec transition assistée magnétiquement (Figure III.6) est composé d'un limiteur supraconducteur résistif couplé en parallèle avec une bobine résistive de champ magnétique nommée L_{trans} [8].

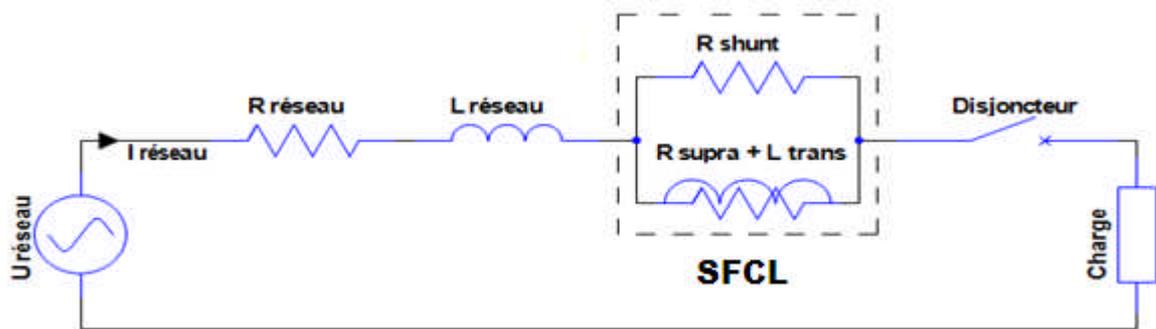


Figure III.6 : SFCL résistif assisté magnétiquement [8].

L'enroulement est bobiné de manière coaxiale autour du supraconducteur, ce dispositif utilise la dépendance du courant critique par rapport à une induction. Une limitation de courant s'amorce toujours au point le plus faible d'un supraconducteur, générant une résistance favorisant le passage du courant dans la bobine. L'induction créée par celle-ci abaisse le courant critique des parties supraconductrices, accélérant ainsi la transition et diminuant les contraintes appliquées au point chaud.

Ce type de SFCL est simple, fiable et compact, cependant en raison du fort échauffement pendant la phase de limitation, il est nécessaire de respecter un temps de récupération avant d'utiliser de nouveau le SFCL en régime assigné. Ce temps dépend essentiellement de la conception du système, il vaut quelques secondes pour les couches minces mais peut atteindre quelques minutes pour les matériaux massifs [8].

B) Etat de l'art des SCFCL résistif :

La plupart des projets de ces dernières années sont de type SFCL résistif, parmi eux les démonstrateurs à base de BSCCO-2212 sont les plus puissants. Nexans SuperConductors est jusqu'ici parvenu à développer le plus puissant HTS pour les limiteurs résistifs en utilisant des enroulements bifilaires de BSCCO-2212. Le démonstrateur triphasé CURL 10 (Figure III.7) de 10 kV / 10 MVA, a été construit en 2003 puis testé avec succès pendant une année sur le réseau de distribution RWE en Allemagne.



Figure III.7 : Démonstrateur CURL 10 [8].

Cet essai en condition de fonctionnement réel fut une première mondiale, il a révélé la faisabilité technique de ce type de SCFCL pour les applications de moyenne tension. De plus, la comparaison entre les pertes AC avant et après l'essai n'a montré aucune dégradation matérielle. En raison des difficultés rencontrées pour des niveaux de tensions plus élevées, Nexans se concentre maintenant sur les SFCL résistifs assistés magnétiquement. Ainsi en 2005 un projet allemand a lancé le développement du démonstrateur CULT 110 de 110 kV / 1,8 kA d'ici 2008.

Aux Etats-Unis en 2003, le Département de l'Energie (DOE) a suivi le même concept et a développé un SFCL résistif assisté magnétiquement de 138 kV à base de supraconducteurs BSCCO 2212 massifs. Malgré la réussite des essais, ce concept particulier n'a pas été poursuivi et ce projet s'oriente aujourd'hui vers un SFCL résistif à base de coated conductors d'YBaCuO.

En 2001, ABB a testé avec réussite un démonstrateur de 8 kV / 800 A monophasé. Ce démonstrateur compact a été réalisé à partir de 100 méandres de BSCCO-2212 massif. En 2002 dans le cadre du projet européen BYFAULT, 43 méandres d'YBaCuO massifs ont été montés en série pour établir un prototype résistif de SFCL au CNRS de Grenoble [36]. Le courant assigné et la température de fonctionnement étaient respectivement fixés à 100 A et 90,5 K. Lors des essais, la tension aux bornes du prototype a pu atteindre 1 kV soit 106 V/m pendant 20 ms et le courant a été limité à 730 A soit 10 % de la valeur atteint sans limitation

de courant. Malgré de gros travaux sur l'homogénéité de ce type de HTS, une fraction des méandres a été détruite. Cette solution est apparue peu industrialisable à cause du grand nombre de méandres à mettre en série.

Les dépôts d'YBCO sur substrat de saphir ont été étudiés dans plusieurs démonstrateurs de SFCL résistifs. Le premier essai majeur sur un prototype réalisé avec ce type de matériau a été réalisé par Siemens en 2000. Un prototype de 100 kVA puis un dispositif de 1 MVA triphasé ont ensuite été réalisés et testés. En raison du coût relativement élevé du substrat de saphir, Siemens a décidé de stopper le développement de prototypes plus importants.

Au Japon, c'est autour du projet Super-ACE qu'eut lieu une grande partie de la R&D sur les SFCL entre 2000 et 2004. L'objectif principal était d'établir les bases technologiques pour la fabrication des SFCL et des matériaux supraconducteurs. Deux SFCL résistifs utilisant des HTS en couches minces ont été développés, le premier est adapté aux hautes tensions 6,6 kV / 100 A tandis que le second est adapté aux forts courants 200 V / 1 KA [37]. Dans le cadre d'un projet national visant à accentuer le développement des coated conductors, il est prévu d'étudier les applications d'un SFCL de 6,6 kV / 600 A jusqu'en 2007.

En Corée c'est le projet Dream de Advanced Power systèmes by Applied Supraconductivité technologie (DAPAS) qui concerne le développement des SFCL. Ce programme de 10 ans a commencé en 2001 et son objectif est de commercialiser des équipements supraconducteurs de puissance. Concernant les SFCL, un développement en plusieurs étapes est prévu, celui-ci devant aboutir sur un limiteur de 154 kV d'ici 2010. Dans un premier temps un prototype de SFCL résistif de 6.6 kV / 200 A à base de couches minces d'YBCO a été construit et testé avec succès [33]. Actuellement, la deuxième étape a pour objectif la réalisation et les essais d'un SFCL de 22.9 kV / 630 A à base de MCP BSCCO-2212 en 2007.

Les conducteurs déposés ou coated conductors sont des candidats intéressants pour la limitation de courant par SFCL résistifs. Les progrès de la R&D autour de ce fil sont très prometteurs et les résultats des essais montrent le bon potentiel de ce matériau pour des applications de SFCL. En 2005, une association entre American Supraconducteurs (AMSC) et Siemens a été formée pour étudier les caractéristiques fondamentales de ce fil pour la limitation de courant. Des premiers échantillons de petites tailles ont été réalisés et testés. Les premiers

essais réussis sur les coated conductors d'YBCO ont été réalisés dans le projet européen Superpoli. Trois échantillons ayant chacun un courant critique de 2 kA ont été connectés en série puis testés en limitation de courant jusqu'à des courantes crêtes de 50 kA [8].

III.3.2. SFCL de type noyau magnétique écranté

A) Fonctionnement des SFCL de type noyau magnétique Écranté :

Ce type de limiteur est souvent appelé SFCL inductif, il est composé d'un enroulement primaire conventionnel bobiné autour d'un noyau magnétique entre lesquels se trouve un cylindre supraconducteur (Figure III.8).

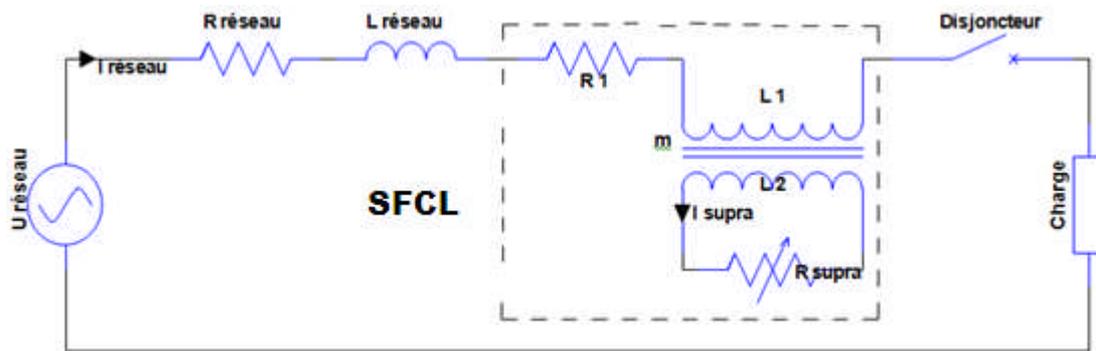


Figure III.8 : SFCL de type noyau magnétique écranté [8].

Son principe de fonctionnement est semblable à un transformateur avec un rapport de transformation « m » et un enroulement secondaire court-circuité (Figure III.9).

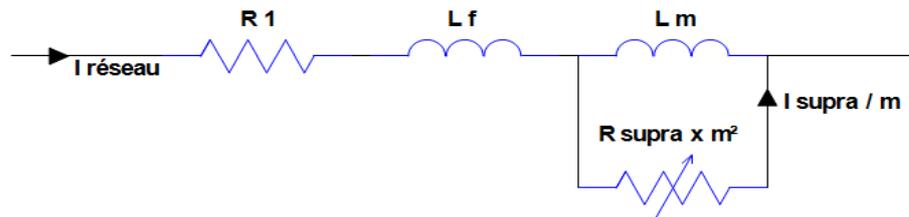


Figure III.9 : Schéma équivalent du SFCL de type noyau magnétique écranté [8].

En régime assigné, le courant induit dans le cylindre supraconducteur est inférieur à son courant critique et fonctionne comme un parfait écran magnétique pour l'enroulement primaire, ainsi le flux dans le noyau magnétique est négligeable. La faible impédance apparente du SCFCL équivaut à la résistance R_1 de l'enroulement primaire et à l'inductance de fuite L_f entre l'enroulement primaire et le cylindre supraconducteur.

En régime de défaut, le courant dans le supraconducteur excède sa valeur critique et le cylindre développe une résistance R_{supra} . Le flux pénètre alors le noyau magnétique, générant ainsi une impédance de limitation constituée par la mise en parallèle de l'inductance magnétisante L_m et de la résistance R_{supra} ramenée au primaire soit $R_{\text{supra}} \times m^2$. Ainsi la conception du dispositif détermine si l'impédance de court-circuit est principalement résistive ou inductive.

Ce type de SFCL est avantageux car le supraconducteur n'est pas directement connecté au réseau et il n'y a pas d'amenées de courant à basse température. En régime de défaut le supraconducteur est soumis à une tension faible correspondant à la tension du réseau atténué par le rapport de transformation « m ». Les principaux inconvénients de ce type de SFCL sont le volume et le poids qui sont semblables à un transformateur de même puissance. Il est également nécessaire de respecter un temps de récupération avant d'utiliser de nouveau le SFCL [8].

B) Etat de l'art des SFCL de type noyau magnétique écranté :

Dans les années 90 ce type de SFCL fut l'objet de beaucoup de projets en R&D. Deux principaux projets avec ce type de SFCL ont permis de réaliser des démonstrateurs à grande échelle.

Un limiteur triphasé de 10.5 kV / 70 A a été développé par ABB en Suisse. Ce limiteur utilise plusieurs cylindres de BSCCO-2212, il a été installé dans une centrale hydro-électrique Suisse en novembre 1996 et a fonctionné avec succès pendant une année. Le matériau supraconducteur n'a montré aucune dégradation matérielle après l'essai. Cependant, l'application industrielle n'étant commercialement envisageable qu'avec la diminution du coût des matériaux et des cryogénérateurs, ABB a décidé de ne plus poursuivre ce type de SFCL. Au Japon, un SFCL monophasé de 6.6 kV / 400 A a été fabriqué par le CRIEPI en 1997. Le cylindre supraconducteur est une couche mince de BSCCO-2212 avec un substrat de MgO, les dimensions totales du SFCL sont 1.3 m de large, 0,6 m de profondeur et 2m de hauteur. Actuellement, il n'y a aucune activité au niveau mondial concernant le développement à plus grande échelle de ce type de SFCL, ceci étant principalement dû à l'important volume qu'il implique [8].

III.3.3. SFCL de type pont redresseur

A) Fonctionnement des SFCL de type pont redresseur :

Ce type de SFCL (Figure III.10) est composé d'un pont redresseur à diodes ou Thyristors, d'une bobine supraconductrice L_{supra} et d'une source de tension continue U_{dc} .

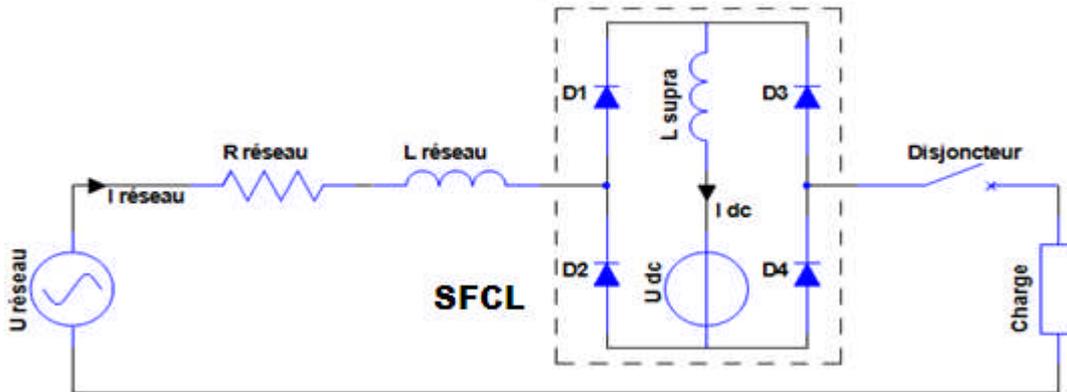


Figure III.10 : SFCL de type pont redresseur [8].

Un courant continu I_{dc} traversant une bobine supraconductrice L_{supra} est délivré par une source de tension U_{dc} . En régime assigné le courant $I_{\text{réseau}}$ étant inférieur au courant I_{dc} , les diodes sont passantes et le courant $I_{\text{réseau}}$ ne traverse pas l'inductance L_{supra} . Dans ce cas l'impédance du SFCL est faible et seule l'électronique de puissance génère des pertes. Si le courant $I_{\text{réseau}}$ excède le courant I_{dc} , les diodes (D1,D4) ou (D2,D3) selon l'alternance concernée par le court-circuit, se bloquent. Ce quasi fonctionnement en pont redresseur fait Circuler le courant $I_{\text{réseau}}$ dans la bobine L_{supra} qui limite le courant par sa forte inductance.

En principe la bobine peut être non-supraconductrice, mais ceci augmente les pertes par effet Joule et implique également un enroulement plus grand. En remplaçant les diodes par des thyristors il devient possible de stopper le court-circuit au passage par zéro du courant. De plus, le courant de déclenchement est réglable par I_{dc} et peut facilement être adapté aux besoins du réseau. Cependant le fonctionnement reste peu fiable, en effet en régime de défaut un disfonctionnement d'une diode court-circuitera la bobine, annulant ainsi le phénomène de limitation de courant [8].

B) Etat de l'art des SFCL de type pont redresseur :

Ce type de SFCL a été inventé par Boeing en 1983. Depuis cette date les propriétés des semi-conducteurs se sont beaucoup améliorées et plusieurs démonstrateurs ont été réalisés.

En 1993, un démonstrateur de 2,4 kV avec enroulements de BSCCO-2223 a été réalisé et testé avec succès dans le cadre du SPI (Superconductivity Partnership Initiative) du DOE. Suite à ces essais, un prototype de 15 kV / 1,2 kA à base de thyristors permettant le contrôle du courant de défaut a été construit, mais les essais en 1999 furent un échec. En effet, un défaut d'isolement de la haute tension dans une partie auxiliaire du système a rendu l'essai triphasé impossible. Davantage de R&D n'a pas été rapportée après la réparation et l'essai prolongé d'une phase.

Au Japon, un dispositif monophasé de 6,6 kV / 36 A sans alimentation DC a été réalisé et testé en 2000. Des essais prolongés incluant des fonctionnements sous courant assigné, courant de défaut et surtension ont été réalisés sans détérioration du système. De 2000 à 2004, des enroulements supraconducteurs DC de 66 kV / 750 A composés de six bobines de BSCCO-2223 ont été développés. Bien qu'aucun limiteur de courant complet n'ait été réalisé, le projet a montré la possibilité d'adapter des enroulements supraconducteurs DC pour des tensions plus élevées. Actuellement il n'y a aucune activité majeure sur ce type de SFCL au Japon.

Dans le cadre du programme Coréen DAPAS, la première phase concernait un démonstrateur monophasé de 1.2 kV / 80 A qui a été développé et testé avec succès en 2002. Par la suite un démonstrateur de 6.6 kV / 200 A, a été construit et testé jusqu'en 2004, il était composé d'un transformateur triphasé, d'un pont redresseur triphasé à thyristors et d'un enroulement DC composé de SHT. La deuxième phase du DAPAS devait Permettre de réaliser un prototype de 22.9 kV avec ce type de SFCL, cependant c'est le SFCL de type résistif qui a été retenu pour la suite du programme. Le premier essai en fonctionnement réel avec ce type de SFCL a commencé en 2005 en Chine. Un démonstrateur de 10.5 kV / 1.5 kA a été installé dans une sous-station située à Hunan et les essais en régime assigné ainsi que ceux en court-circuit furent une réussite. Actuellement, aucun autre plan de R&D sur ce type de SFCL n'est en activité en Chine [8].

III.3.4. SFCL de type contrôleur du courant de défaut

A) Fonctionnement des SFCL de type contrôleur du Courant de défaut :

Un composant d'électronique de puissance comme le thyristor, peut par son ouverture aiguiller un courant dans une impédance de limitation. La possibilité d'ajuster le seuil de déclenchement de la commande fait de ce type de SFCL un contrôleur de courant de court-circuit. Il est composé de deux thyristors T_1 et T_2 montés en opposition-série et court-circuits respectivement par les inductances supraconductrices L_1 et L_2 (Figure III.11).

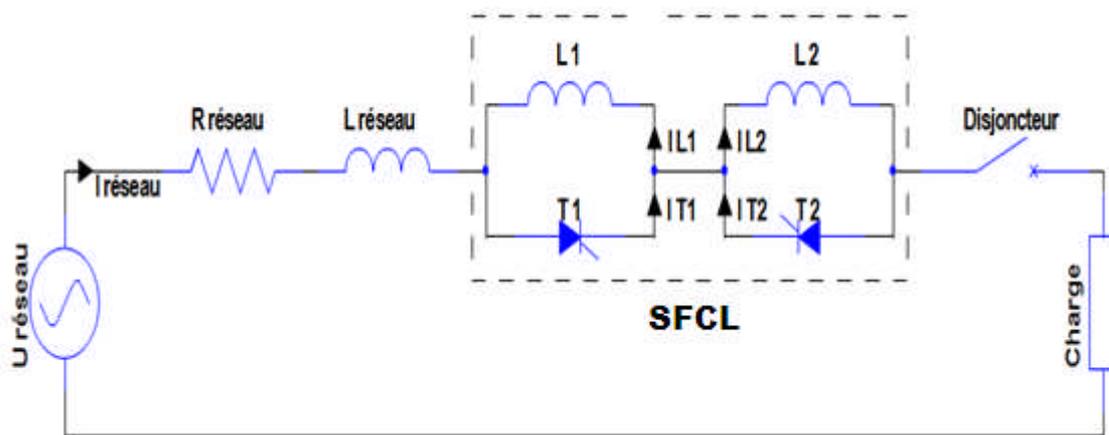


Figure III.11 : SFCL de type contrôleur du courant de défaut [8].

Pour amorcer le fonctionnement du système, il est nécessaire de connecter une charge au réseau puis de commander alternativement les thyristors T_1 et T_2 pour faire circuler un courant continu d'amplitude I_{dc} dans les bobines supraconductrices L_1 et L_2 . En régime assigné l'amplitude du courant $I_{réseau}$ étant inférieure à I_{dc} , les thyristors conduisent en permanence et l'impédance du SFCL correspond à la chute de tension des thyristors.

En régime de défaut le courant $I_{réseau}$ dépasse I_{dc} , ceci bloque alternativement les thyristors et aiguille ainsi le courant dans les inductances qui leurs sont associées. Par conséquent les inductances supraconductrices L_1 et L_2 sont alternativement insérées sur le réseau à chaque passage par zéro du courant, cette augmentation d'impédance permet ainsi de limiter le courant. Cette architecture possède les mêmes caractéristiques que le SFCL avec pont redresseur mais exige une source de tension et de l'électronique de puissance en moins [8].

B) Etat de l'art des SFCL de type contrôleur du courant de défaut :

Ce type de SFCL a été inventé par Kuperman et Juengst en 2000. Un prototype de laboratoire a été réalisé et testé, confirmant ainsi la possibilité d'utiliser ce type de circuit pour la limitation de courant. Une étude a été menée par un industriel et a démontré que le coût et la taille pour une application de moyenne tension est attrayant, un démonstrateur sera développé en 2007.

III.3.5. SFCL de type noyaux magnétiques saturés

A) Fonctionnement d'un SFCL de type noyaux Magnétiques saturés :

Pour limiter le courant de court-circuit, une impédance non-linéaire peut être obtenue en reliant les enroulements L_1 et L_2 de deux noyaux magnétiques saturés par des bobines Supraconductrices L_{supra1} et L_{supra2} parcourues par des courants continus (Figure III.12).

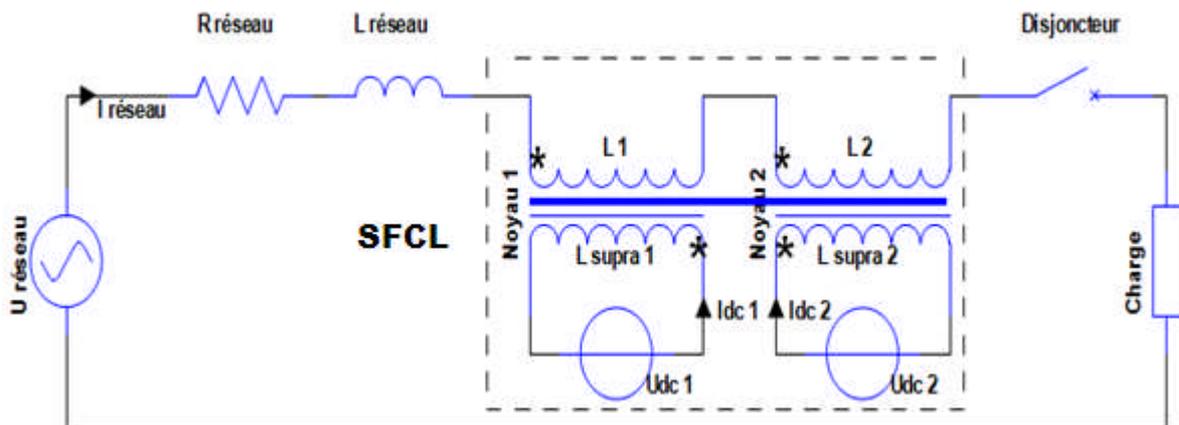


Figure III.12 : SFCL de type noyaux magnétiques saturés [8].

Les deux noyaux étant saturés, l'inductance apparente du SFCL est faible et correspond à la somme des résistances et des réactances de L_1 et L_2 . En régime assigné, $I_{réseau}$ est assez bas pour maintenir les noyaux entièrement saturés, assurant ainsi la faible impédance du SFCL. Dans le cas d'un défaut, l'augmentation de $I_{réseau}$ conduit alternativement les deux noyaux hors de leur saturation, dans leur zone de perméabilité élevée. Ceci entraîne une importante augmentation de l'impédance apparente du SFCL, développant ainsi un champ électrique permettant de limiter le courant.

L'enroulement supraconducteur n'étant que très faiblement traversé par le courant variable, les pertes à basse température sont faibles et ne nécessitent pas de système de refroidissement important. Cependant, le noyau de fer et toute l'installation restent Relativement encombrants [8].

B) Etat de l'art d'un SFCL de type noyaux magnétiques Saturés :

Un démonstrateur de 3 kV / 550 A à base de SBT a été construit et testé en 1982, il mesurait 1.5 m x 2 m x 5 m et pesait plus de 7 tonnes. Le poids et le volume, ajoutés à l'important système de refroidissement imposé par les SBT, a rendu ce concept peu rentable pour les applications électriques de puissance.

De récentes études sur ce type de SCFCL concluent que la taille du noyau magnétique peut être réduite [35], mais actuellement aucun détail sur les essais n'a été communiqué [8].

Un prototype triphasé de 100 MVA / 35 kV est en voie de développement chez Innopower en Chine et devrait être testé en 2007. Ce projet a permis de trouver des solutions aux problèmes de volume et de couplage entre les enroulements [8].

III.4. TRANSITION DE L'ETAT SUPRACONDUCTEUR VERS L'ETAT NORMAL

Les matériaux supraconducteurs présentent une transition de résistivité entre l'état normal et l'état supraconducteur. Cette transition peut être induite par dépassement d'une des grandeurs critiques : la température critique T_c , le champ critique H_c ou la densité de courant critique J_c . Une fois cette transition amorcée, elle peut se propager, soit naturellement grâce à l'effet Joule induit localement dans le supraconducteur, soit en assistant cette propagation.

A) $T > T_c$:

La transition par dépassement de la température critique semble la plus naturelle. Elle est utilisée pour réaliser des interrupteurs supraconducteurs mais est pourtant mal adaptée au limiteur de courant, compte tenu des constantes de temps thermiques et des problèmes d'isolation que poserait l'insertion d'un élément de chauffage. L'apport d'énergie par rayonnement électromagnétique (rayon X) est difficilement envisageable [40].

B) $H > H_c$:

L'application d'une impulsion de champ magnétique supérieur à H_c permet de faire transiter le supraconducteur. Dans le cas des supraconducteurs industriels à basses températures critiques (B_{Tc}), les champs critiques, de l'ordre de quelques teslas, demanderaient des commandes de taille très importante. Par contre, cette technique est envisagée pour forcer la transition de barreaux massifs de HTc (composé BSCCO 2223), dont la caractéristique $J_c(B)$ est très sensible à l'induction magnétique B [40].

C) $J > J_c$:

La transition par dépassement du courant critique est à la base même du principe du limiteur de courant supraconducteur. Elle permet de s'affranchir de tout système de détection ou de commande, le courant en ligne jouant le rôle de déclencheur de la limitation. En modifiant la section des conducteurs, on peut calibrer simplement le courant seuil.

En fait, la condition $J > J_c$ ne conduit pas directement le supraconducteur à l'état normal, mais dans un état dissipatif intermédiaire. Il peut y avoir emballement thermique (cas des B_{Tc}), conduisant, après un certain délai, à la situation $T > T_c$ [40].

III.5. COMPARAISON DES DIFFERENTS SFCL

III.5.1. Classification des types de SFCL

Actuellement aucun SFCL n'est commercialisé et il est difficile de prévoir quel type sera le plus prometteur pour l'avenir. Cependant il est possible de les distinguer en fonction de 4 caractéristiques principales:

- Le faible temps de récupération après une phase de limitation,
- La sûreté de fonctionnement du SFCL en régime défaillant,
- Les faibles pertes AC et chutes de tension et régime assigné,
- Le gain en volume et en poids [11].

III.5.2. Les caractéristiques des différents types de SFCL

En général, parmi l'ensemble des SFCL c'est le résistif qui est le plus compact, cependant les SFCL n'utilisant pas la transition du supraconducteur procèdent de meilleurs temps de

récupération. Les SFCL utilisant des composants d'électronique de puissance sont généralement moins fiables car il n'y a aucune limitation intrinsèque en cas de défaillance du système [11].

Le Tableau III.2 compare les caractéristiques des différents types de SFCL.

Type de SFCL	Localisation des pertes	Sûreté après défaillance	Volume de supra	Taille	Temps de récupérations
Résistif	Supraconducteur (AC)	Oui	Moyen	Petit	Seconds ↕ Minutes
Noyau magnétique écranté	Bobine primaire Supraconducteur (AC)	Oui	Moyen	Grand	Seconds
Pont redresseur	Semi-conducteur	Non	Réalisable sans supra	Moyen	Immédiat
Contrôleur de courant de défaut	Semi-conducteur Bobine de limitation	Non	Réalisable sans supra	Moyen	Immédiat
Noyau magnétique saturé	Noyau magnétique Bobine primaire	Oui	Petit	Moyen ↕ Grand	Immédiat

Tableau III.2 : Comparaison des différents types de SFCL [11].

III.5.3. Vue d'ensemble des récents projets sur les SFCL

Il est envisageable qu'un prototype de moyenne tension, pour des applications commerciales, soit fabriqué dans un avenir proche. Jusqu'ici, trois essais en condition de fonctionnement réel ont montré que de tels dispositifs sont techniquement réalisables pour ce niveau de tension [11].

Le Tableau III.3 donne une vue d'ensemble des récents projets sur les SFCL.

Constructeur	Pays / Année	Type	Caractéristiques	Phase	Supraconducteur
ABB	Suisse/2001	Résistif	8 KV / 800 A	1-ph	BSCCO 2212 massif
ACCEL Nexans	Allemagne/2004	Résistif	6,9 KV / 600 A	3-ph	BSCCO 2212 massif
Nexans	Allemagne/2008	Résistif et inductif	63,5 KV / 1,8KA	1-ph	BSCCO 2212 massif
KEPRI	Corée /2007	Résistif	13,2 KV / 630 A	3-ph	BSCCO 2212 massif
General Atomics	USA /2002	Pont redresseur	7,2 KV / 1,2 KA	1-ph	BSCCO 2212 ruban
Yonsei University	Corée /2004	Pont redresseur	3,8 KV / 200 A	3-ph	BSCCO 2212 ruban
CAS	Chine /2005	Pont redresseur	6 KV / 1,5 KA	3-ph	BSCCO 2212 ruban
Innpower	Chine /2007	Noyau magnétique saturé	20 KV / 1,6 KA	3-ph	BSCCO 2212 ruban
KEPRI	Corée /2004	Résistif	3,8 KV / 200 A	3-ph	YBCO film mince
CRIEPI	Japon /2004	Résistif	1 KV / 40 A	1-ph	YBCO film mince
Siemens	Allemagne/2000	Resistive	4.2 Kv/ 100 A	3-ph	YBCO film mince
Mitsubishi	Japon /2004	Résistif	200 V / 1 KA	1-ph	YBCO film mince
Alcatel	France /2001	Résistif	100 V / 1,4 KA	1-ph	YBCO coated cond.
IGC Superpower	USA /2009	Résistif	80 KV / ? KA	3-ph	YBCO coated cond.
Rolls Royce	UK / ?	Résistif	6,6 KV / 400 A	?	MgB2

Tableau III.3 : Vue d'ensemble des récents projets sur les SFCL [34].

Pour plus d'informations sur les SFCL et autres types de limiteurs de courant, il est possible de consulter ces documents : [8] [34].

Enfin, il est important de noter que ces dernières années ont connues des progrès

considérables dans le domaine des SHT avec les coated conductors et dans celui des SFCL avec les limiteurs résistifs.

III.6. AVANTAGES ET INCONVENIENTS PROPRES AUX SUPRACONDUCTEURS

L'utilisation d'une technologie nouvelle doit apporter un certain nombre d'avantages par rapport aux techniques classiques éprouvées.

Dans le cas du limiteur de courant, la fonction de limitation est intrinsèque au matériau supraconducteur qui transite rapidement et automatiquement de l'état non résistif à l'état résistif. Cet avantage peut être contrebalancé par les besoins de réfrigération, de maintenance et les contraintes économiques si le coût et la mise en œuvre de ces matériaux sont prohibitifs [40].

III.6.1. Les avantages

Les **avantages** attendus par rapport aux systèmes classiques sont :

- Une limitation immédiate et non différée du courant, ce qui garantit la protection des matériels contre les efforts électromagnétiques intenses qu'occasionnent les sur-courants ;
- Une fonctionnalité nouvelle sans équivalent classique ;
- Un fonctionnement autonome et naturel ;
- Une intégration des dispositifs de détection et de limitation ;
- Une faible chute de tension et de faibles pertes en régime normal ;
- Une masse et un volume réduits ;
- Un fonctionnement répétitif, la transition de l'état supraconducteur à l'état normal étant non destructive si elle est bien maîtrisée ;
- Une auto-protection en cas de dysfonctionnement automatique puisque, en cas de panne cryogénique par exemple, le supraconducteur se trouve naturellement dans l'état normal résistif ;
- Une bonne tenue diélectrique pour les applications en haute tension ;
- Une réponse possible aux besoins accrus de la qualité de la fourniture d'énergie électrique [40].

III.6.2. Les inconvénients

Les **inconvénients** qu'il convient de minimiser par des dispositifs adaptés sont :

- Les pertes cryogéniques ;
- Le temps de récupération ;
- La compatibilité et la connectique avec le réseau (amenées de courant) ;
- Les besoins de maintenance [40].

CONCLUSION

Ce chapitre présente une étude du phénomène de la limitation du courant de défaut qui est dû à un court circuit à partir des matériaux SHTc. Les avantages et le principe de fonctionnement des limiteurs de courant conçus à partir d'un matériau supraconducteur à haute température critique ont été présentés. Un état de l'art des limiteurs supraconducteurs a été présenté ou nous concluons par une comparaison des différentes solutions techniques qui peuvent être envisagées.

Chapitre IV :

Modélisation des matériaux supraconducteurs à HTc

INTRODUCTION

Tous les phénomènes électromagnétiques que l'on veut généralement étudier au sein des dispositifs électrotechniques sont régis par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques du milieu à étudier. Ces équations sont le couronnement de vieux concepts de la physique.

La connaissance du champ électromagnétique permet d'avoir accès au calcul des performances globales et au détail des conditions de fonctionnement de tout appareil électromagnétique que ce soit en régime permanent ou transitoire.

Les équations électromagnétiques et thermiques sont couplées par le fait que le problème magnétique est dépendant du problème thermique au travers de l'influence de la température sur les caractéristiques des matériaux, et en particulier sur la conductivité électrique.

Dans les domaines de l'électromagnétisme, les phénomènes physiques sont souvent décrits par des équations aux dérivées partielles (EDPs) parfois non linéaire, complexe à résoudre.

Sous certaines hypothèses simplificatrices, elles peuvent se transformer en équations différentielles ordinaires. Une solution analytique peut être alors utilisée. Mais pour des problèmes plus réalistes (condition aux limites, géométries complexes et des hypothèses moins fortes), on ne peut plus résoudre analytiquement ces équations.

On emploie alors des méthodes d'approximation (numérique) pour transformer les équations aux dérivées partielles établies en système d'équations algébriques qui peuvent être alors résolus par l'ordinateur.

Ce chapitre composé de trois parties principales :

Dans la première partie nous présentons les équations mathématiques caractérisant l'évolution spatio-temporelle du champ électromagnétique et thermique dans un matériau supraconducteur à haute température critique.

Dans le second chapitre, les modes de couplage des phénomènes magnétique et thermique seront présentés, principalement le mode de couplage alterné (MCA) adopté dans le cadre de cette thèse.

En fin nous présentons dans le troisième partie les différents techniques de résolution des équations aux dérivées partielles ainsi la méthode des volumes finis que on choisie dans notre travail.

IV.1. FORMULATIONS MATHÉMATIQUES ET MODELES ELECTROMAGNETIQUES

Qu'est-ce que l'électromagnétisme ?

L'électromagnétisme est l'étude des phénomènes électriques et magnétiques provoqués par le mouvement de corps chargés électriquement. En 1865, James Clerk Maxwell (1831-1879) scientifique écossais unifie la théorie des phénomènes électriques et magnétiques en posant les équations connues désormais sous le nom d'équations de Maxwell. L'électromagnétisme sous sa forme actuelle est né !

Pour caractériser la force gravitationnelle s'exerçant sur un corps, on associe à ce corps une masse ; de manière similaire, pour traduire l'état d'électrisation d'un corps on lui associe une charge électrique. La charge élémentaire est notée e et vaut $1,602 \cdot 10^{-19} \text{A.s}$ (Ampère. Seconde ou Coulomb = C). L'électron a une charge électrique q égale à $-e$ et le proton à $+e$. Les atomes non ionisés sont neutres ($q = 0$).

Tout corps chargé électriquement modifie les caractéristiques physiques de l'espace l'environnant (on dit "toute charge électrique crée un champ électrique") d'où la création de forces d'attraction ou de répulsion s'exerçant sur deux charges électriques voisines. Ces charges sont alors mises en mouvement par ces forces. Or tout mouvement de charge électrique (qu'on appelle courant) créent un champ magnétique [22].

IV.1.1. Equations de Maxwell

C'est J. C. Maxwell (1831-1879) qui a apporté à l'étude de l'électromagnétisme la puissance d'un formalisme mathématique, précisant les notions qualitatives introduites par Faraday. Il parvient à établir le groupe d'équations qui portant son nom, et qui constituent toujours la base de nos connaissances théoriques de l'électromagnétisme.

Dans ces formulations, J. C. Maxwell tenait à décrire des relations entre les grandeurs de l'électromagnétisme dans le cas général et où l'espace et le temps ont une influence dans un

milieu physique quelconque, avec une densité de courant J variable et une distribution de charge ρ [18].

Les équations de Maxwell s'écrivent, sous la forme suivante qui ne fait intervenir aucune propriété physique du matériau [18,30]:

- **Lois de Faraday :**

$$\overrightarrow{Rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (IV.1)$$

- **Lois d'Ampère :**

$$\overrightarrow{Rot} \vec{H} = \vec{J} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (IV.2)$$

- **Lois de la conservation :**

$$Div \vec{B} = 0 \quad (IV.3)$$

- **Théorème de Gauss :**

$$Div \vec{D} = \rho \quad (IV.4)$$

Tels que :

\vec{E} : Champ électrique [$v.m^{-2}$],

\vec{D} : Inductance électrique [$c.m^{-2}$],

\vec{H} : Champ magnétique [$A.m^{-1}$],

\vec{B} : Induction magnétique [T],

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: Vecteur densité de courant de déplacement, négligeable aux basses fréquences [A/m^2],

\vec{J}_c : Densité de courant de conduction [$A.m^{-2}$],

ρ : Densité de charge électrique [$c.m^{-3}$].

Ces équations ne suffisent pas pour résoudre les problèmes électromagnétiques, il faut leurs joindre des relations qui définissent la matière ou le milieu à étudier :

- *Pour un milieu magnétique :*

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \text{ ou } \vec{H} = \nu \vec{B} \quad (\text{IV. 5})$$

- *Pour un milieu diélectrique :*

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{IV. 6})$$

- *Pour un milieu conducteur :*

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E} \quad (\text{IV. 7})$$

- *Pour un milieu supraconducteur :*

Dans un milieu supraconducteur la relation entre le champ électrique et la densité du courant électrique est non linéaire, c'est-à-dire que :

$$\vec{J}_c = \sigma(E, T) \vec{E} \quad (\text{IV. 8})$$

Tels que :

σ : Conductivité électrique [s. m⁻¹].

μ : Perméabilité magnétique [H. m⁻¹].

μ_0 : Perméabilité magnétique de vide.

ε : Permittivité [F. m⁻¹].

ν : Réductivité magnétique [m. H⁻¹].

IV.1.2. Les Modèles Electromagnétiques

Les modèles de J. C. Maxwell décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques, mais suivant les dispositifs que l'on étudie, certains phénomènes deviennent négligeables [18].

Les équations qui décrivent le couplage électromagnétique entre effets magnétiques et les effets électriques peuvent être dans certains cas découplés en donnant naissance à des modèles plus simples [19].

Les équations se découplent donnant alors naissance à des modèles plus simples. Parmi ces modèles, nous citons : le modèle électrostatique, électrocinétique, magnétostatique, magnétodynamique.

Par ailleurs, dans notre travail, seul le modèle magnétodynamique sera considéré.

IV. 1.2.1. Modèle électrostatique

Dans ce modèle la répartition des charges électriques ne dépend pas de temps (régime stationnaire : cas de courant continu) de ce fait le champ magnétique créé ne varie pas dans le temps [18,30].

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \quad (\text{IV. 9})$$

Les équations de ce modèle se simplifient comme suit :

$$\text{Div } \vec{D} = \rho \quad (\text{IV. 10})$$

$$\overline{\text{Rot}} \vec{E} = \vec{0} \quad (\text{IV.11})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{IV. 12})$$

La fonction de potentiel scalaire électrique V : $\vec{E} = \overline{\text{grad}} V$;

Le modèle se ramène alors à l'équation:

$$\text{div} (\varepsilon \overline{\text{grad}} V) + \rho = 0 \quad (\text{IV. 13})$$

On peut dire que les techniques actuelles apportent une solution à ce problème dans la plupart des cas. En effet, l'inconnue est un scalaire (V), ce qui impose donc une seule valeur à calculer en chaque point, de plus on est assuré de l'existence et de l'unicité de la solution lorsque les conditions aux limites du problème à étudier s'expriment en fonction de (V) ou de sa dérivée normale (ce qui est pratiquement toujours le cas) [28].

IV. 1.2.2. Modèle électrocinétique

Ce type de problèmes concerne l'étude de la répartition des courants dans des conducteurs hétérogènes (connexion, jeu de barres, contact...) soumis à des tensions continues [18].

Le terme $\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$ reste nul.

Ce modèle régit par les équations suivantes :

$$\overline{Rot} \vec{E} = \vec{0} \quad (IV. 14)$$

$$Div \vec{J} = 0 \quad (IV. 15)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (IV. 16)$$

Où :

σ : Est la conductivité d'un conducteur.

L'équation (II-13) implique que le champ électrique dérive d'un potentiel scalaire V :

$$\vec{E} = -\overline{grad} V \quad (IV. 17)$$

Et en tenant compte de l'équation (IV.16) on trouve :

$$\vec{J} = -\sigma \overline{grad} V$$

Injectant cette dernière équation dans l'équation (IV.15), on abouti alors à l'équation globale du modèle :

$$Div (\sigma \overline{Grad} V) = 0 \quad (IV. 18)$$

Ce modèle pose peu de problèmes et le technique actuelle permet de le traiter même dans les cas tridimensionnels complexes.

Dans le cas ou le conducteur n'est plus soumis à des différences de potentiel continue, ce modèle n'est plus valable, car la variation du champ magnétique crée des courants induits qui modifient la répartition du courant global dans le conducteur [19].

IV. 1.2.3. Modèle magnétostatique

Dans ce modèle, le terme $(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t})$ de l'équation (IV. 1) est nul. Ceci s'explique par le fait que le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps. Deux modèles existent :

➤ *Modèle magnétostatique scalaire*

Dans ce cas, les courants électriques sont nuls, il vient alors que les champs ne dépendent pas du temps. D'après les équations (IV. 2) et (IV. 3), on obtient [28]:

$$\overline{\text{Rot}} \vec{H} = \vec{0} \quad (\text{Car les courants sont nuls})$$

$$\text{Div} \vec{B} = 0 \quad (\text{Conservation du champ})$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

\vec{H} Dérive d'un potentiel scalaire magnétique Φ , d'où la nomination du modèle magnétostatique scalaire, tel que : $\vec{H} = -\overline{\text{grad}} \Phi$

Le modèle se ramène alors à l'équation :

$$\text{Div} (\mu \overline{\text{Grad}} \Phi) = 0 \quad (\text{IV. 19})$$

En tridimensionnel, l'utilisation du potentiel scalaire et vectoriel sont indispensables, tandis qu'en cylindrique axisymétrique, seul le potentiel vecteur apparaît, le potentiel scalaire s'annule naturellement. Ainsi, vu que le vecteur \vec{A} , n'a qu'une seule composante A_φ , facilitera énormément les calculs [19].

➤ **Modèle magnétostatique vectoriel**

Comme dans le modèle précédant, on suppose que le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps, le terme $(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t})$ est nul et les champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{B} sont découplés [19].

Dans ce modèle, les courants électriques ne sont pas nuls. Il vient alors que [18,30]:

$$\overline{\text{Rot}} \vec{H} = \vec{j}$$

$$\text{Div} \vec{B} = 0$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

La relation $\text{Div} \vec{B} = 0$, permet de définir une fonction vectorielle \vec{A} appelée potentiel vecteur magnétique, tel que :

$$\vec{B} = \overrightarrow{Rot} \vec{A} \quad (IV. 20)$$

D'où le système d'équation :

$$\overrightarrow{Rot} (v \overrightarrow{Rot} \vec{A}) = \vec{j} \quad (IV. 21)$$

En tenant compte des relations de l'analyse vectorielle, l'équation (IV.21) devient :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{Rot} (v \overrightarrow{Rot} \vec{A}) &= \overrightarrow{Grad} v \times \overrightarrow{Rot} \vec{A} + v \overrightarrow{Rot} \overrightarrow{Rot} \vec{A} \\ &= \overrightarrow{Grad} v \times \overrightarrow{Rot} \vec{A} + v(-\Delta \vec{A} + \overrightarrow{Grad} Div \vec{A}) \end{aligned}$$

Dans les problèmes bidimensionnels (système suffisamment long ou à symétrie axiale), le potentiel vecteur magnétique se réduit à une seule composante, ce qui rend ce modèle attrayant pour la résolution de tels problèmes [19].

IV. 1.2.4. Modèle Magnétodynamique

Ce modèle s'applique aux dispositifs électromagnétiques dans lesquels les sources de courant ou de tension varient dans le temps, c'est-à-dire que le terme $(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t})$ n'est pas nul et les champs électrique et magnétique seront alors couplés par la présence des courants de Foucault [19].

Ecrivons les deux équations (IV.1) et (IV.3) de maxwell qui se présente sans terme source :

$$\overrightarrow{Rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (IV. 22)$$

$$Div \vec{B} = 0 \quad (IV. 23)$$

La deuxième équation indique que \vec{B} est un champ de rotationnel. Ceci implique qu'il existe un vecteur \vec{A} , tel que

$$\vec{B} = \overrightarrow{Rot} \vec{A} \quad (IV. 24)$$

La substitution de (IV.24) dans (IV.22) donne :

$$\overrightarrow{Rot} \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = \vec{0} \quad (\text{IV. 25})$$

Ceci nous permet de constater que le champ $\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)$ est un champ conservatif, il vient alors que :

$$\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = -\overrightarrow{Grad} V \quad (\text{IV. 26})$$

Soit :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{Grad} V \quad (\text{IV. 27})$$

V est le potentiel électrique scalaire du champ électromagnétique ; on remarque qu'en régime variable, l'expression \vec{E} de dépend à la fois de V et de \vec{A} .

D'après l'équation :

$$\overrightarrow{Rot} \vec{H} = \vec{J}_t \quad (\text{IV. 28})$$

$$\text{Avec : } \vec{J}_t = \vec{J}_s + \sigma \vec{E} + \sigma (\vec{u} \wedge \vec{B})$$

$$\overrightarrow{Rot} \vec{H} = \vec{J}_s + \sigma \vec{E} + \sigma (\vec{u} \wedge \vec{B}) \quad (\text{IV. 29})$$

Donc :

$$\overrightarrow{Rot} (v \overrightarrow{Rot} \vec{A}) = -\sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) + \sigma \overrightarrow{Grad} V + \vec{J}_s \quad (\text{IV. 30})$$

Pour que la solution soit unique, on doit fixer la divergence de \vec{A} .

On obtient :

$$\begin{cases} \overrightarrow{Rot} (v \overrightarrow{Rot} \vec{A}) = -\sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) + \sigma \overrightarrow{Grad} V - \sigma (\vec{u} \wedge \vec{B}) + \vec{J}_s & (\text{IV. 31}) \\ \text{Div} \vec{A} = 0 & (\text{IV. 32}) \end{cases}$$

Dans le cas où les courants induits par mouvement sont nuls l'équation du système devient :

$$\overline{Rot} (v \overline{Rot} \vec{A}) = -\sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overline{Grad} V \right) + \vec{J}_s \quad (IV.33)$$

L'utilisation de ce modèle est très répandue dans l'étude des machines électriques, des dispositifs de chauffage par induction, des transformateurs, ... etc [19].

➤ *Cas de dispositifs alimentés en courant harmonique*

On suppose que la perméabilité μ ne dépende pas de l'induction magnétique, si les courants d'excitations sont de la nature alternative, on peut utiliser une représentation de Fresnel pour modéliser leur variation temporelle.

L'utilisation des nombres complexes permet alors de remplacer le terme : $\sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)$ par $i \omega \sigma \vec{A}$.

Avec : $\omega = 2\pi f$

i: unité imaginaire ($i^2 = -1$)

ω : Pulsation des sources en (rad/s).

D'où l'équation (IV.33) devient :

$$\overline{Rot} (v \overline{Rot} \vec{A}) + i \omega \sigma \vec{A} = \vec{J}_s \quad (IV.34)$$

➤ *Cas de dispositifs alimentés en courant transitoire*

Dans le cas d'une alimentation en courant transitoire, le traitement du système d'équations caractéristiques, nécessite une discrétisation en pas à pas dans le temps (échantillonnage temporel).

Si un algorithme du type Euler explicite est adopté, nous aurons : à chaque pas de temps Δt_i .

$$J_i = (J_i - J_{i-1}) / \Delta t_i \quad (IV.35)$$

Ainsi :

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{(A_i - A_{i-1})}{\Delta t_i} \quad (IV.36)$$

Les calculs seront être effectués à chaque pas de temps Δt_i [19].

A ces équations, nous ajoutons les lois caractéristiques du milieu :

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

Pour les milieux conducteurs :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad \text{Avec} \quad \sigma = \text{cte} \quad (\text{IV.37})$$

Et pour les milieux supraconducteurs, il existe plusieurs modèles qui lient le champ électrique avec la densité du courant électrique sont présentés dans le deuxième chapitre. Parmi ces modèles, nous avons utilisé le modèle en puissance $E(J)$ [16].

IV. 1.3. Formulation en Potentiel vecteur magnétique

Le modèle magnétodynamique est défini par l'équation suivante dans un milieu supraconducteur : (il existe plusieurs formulations en électromagnétisme. Parmi ces formulations on choisit la formulation en potentiel vecteur magnétique \vec{A}) [11]

$$\overrightarrow{\text{Rot}}(v \overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A}) = \vec{J} \quad (\text{IV. 38})$$

$$\text{Avec: } \vec{J} = \vec{J}_c + \vec{J}_s \quad \text{et} \quad \vec{J}_c = -\sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{Grad}} V \right)$$

$$\text{Donc (IV. 38) devient : } \overrightarrow{\text{Rot}}(v \overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A}) = \vec{J}_s - \sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{Grad}} V \right)$$

Remarque : Dans notre travail en travail avec une pastille supraconductrice rectangulaire c'est-à-dire on travaille en coordonnées cartésiennes.

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A} = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{vmatrix} = \begin{cases} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \vec{i} \\ \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \vec{j} \\ \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \vec{k} \end{cases} = \begin{cases} A'_x \vec{i} \\ A'_y \vec{j} \\ A'_z \vec{k} \end{cases} = \vec{A}'$$

$$v \overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A} = v \cdot \vec{A}' = v \cdot \begin{cases} A'_x \vec{i} \\ A'_y \vec{j} \\ A'_z \vec{k} \end{cases} = \begin{cases} v \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \vec{i} \\ v \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \vec{j} \\ v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \vec{k} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\text{Rot}}(v \overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A}) = \overrightarrow{\text{Rot}} v \cdot \vec{A}' = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v \cdot A'_x & v \cdot A'_y & v \cdot A'_z \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{vmatrix} = \begin{cases} v \left(\frac{\partial A'_z}{\partial y} - \frac{\partial A'_y}{\partial z} \right) \vec{i} \\ v \left(\frac{\partial A'_x}{\partial z} - \frac{\partial A'_z}{\partial x} \right) \vec{j} \\ v \left(\frac{\partial A'_y}{\partial x} - \frac{\partial A'_x}{\partial y} \right) \vec{k} \end{cases}$$

$$\frac{\partial A'_z}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) ; \frac{\partial A'_y}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) ; \frac{\partial A'_x}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial A'_z}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) ; \frac{\partial A'_y}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) ; \frac{\partial A'_x}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right)$$

$$\overrightarrow{\text{Rot}}(v \overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A}) = J_s - \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \overrightarrow{\text{Grad}} V \right) \quad (\text{IV.40})$$

En fin :

$$\overrightarrow{\text{Rot}}(v \overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A}) = J_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \overrightarrow{\text{Grad}} V \quad (\text{IV.41})$$

Dans ce travail, on s'intéresse à résoudre l'équation (IV.41) par la méthode des volumes finis en tridimensionnel (3D). Donc:

$$\overrightarrow{\text{Rot}}(v \overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A}) = \begin{cases} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_y}{\partial x} - v \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A_x}{\partial z} - v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] \vec{i} \\ \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} - v \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_y}{\partial x} - v \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right] \vec{j} \\ \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_x}{\partial z} - v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} - v \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right] \vec{k} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\text{Grad}} V = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k}$$

$$\begin{aligned}
 & \left[\left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_y}{\partial x} - v \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A_x}{\partial z} - v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right\} \vec{i} \right. \\
 & \quad + \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} - v \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_y}{\partial x} - v \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \vec{j} \\
 & \quad \left. + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_x}{\partial z} - v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} - v \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right\} \vec{k} \right] \\
 & = J_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \left(\frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k} \right)
 \end{aligned} \tag{IV. 42}$$

Le modèle présenté est basé sur des équations aux dérivées partielles. Dans ce qui suit nous passons à la mise en œuvre de la différente méthode utilisée pour ramener la résolution d'un système d'équations différentielles à un système algébrique.

IV. 1.4. Problème Thermique

L'élaboration du matériau dépend ensuite de la propagation de la chaleur dans tout le matériau, des échanges avec l'extérieur et du temps durant lequel est injectée la puissance. La partie chauffée constitue la zone de pénétration thermique. Le matériau, en cours d'élaboration, est le siège de nombreux transferts thermiques [21].

Un transfert de chaleur peut s'opérer de trois façons différentes : conduction, convection et rayonnement. Le phénomène de conduction correspond à un transfert de chaleur entre deux points à l'intérieur d'un solide ou d'un fluide soumis à un gradient de température.

Le transfert de chaleur par convection, qu'elle soit naturelle ou forcée, a quant à lui pour origine le mouvement d'un fluide. C'est par ailleurs la principale méthode de refroidissement de systèmes électriques. Enfin, le rayonnement est un transfert d'énergie sans matière, celui-ci s'effectuant par rayonnement électromagnétique. L'exemple le plus caractéristique de ce type de transfert de chaleur est le rayonnement du soleil [20].

Si le phénomène de conduction peut être décrit par l'équation de diffusion de la chaleur dans un matériau, les transferts de chaleur par convection et par rayonnement s'apparentent à des conditions aux limites. Aussi ces derniers seront décrits dans la suite.

IV. 1.4.1. Modèle Thermique

Ce modèle permet de calculer la température T dans le matériau à partir des pertes AC, p_v considérées alors comme sources de chaleur. Pour cela, l'équation de la chaleur avec sources doit être résolue [27]:

$$\gamma C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot [\lambda(T) \nabla T] = p_v \quad (\text{IV. 43})$$

C'est-à-dire : $\gamma C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} - \text{Div} \cdot [\lambda(T) \overrightarrow{\text{Grad}} T] = p_v$

Avec :

$\lambda(T)$, γ , $C_p(T)$ sont respectivement la conductivité thermique (en W/ (m.K)), la masse volumique (en kg /m³) et la chaleur spécifique du matériau ou capacité calorifique (en J / (kg .K)), p_v est une puissance volumique (en W/ m³) [1].

Les paramètres J_c et n des SHT (supraconducteur à haute température) varient de façon notable en fonction de la température. Connaître la distribution exacte de la température au sein du matériau permet d'estimer précisément les grandeurs magnétiques locales [1]. Les phénomènes thermiques, qui existent lorsqu'un courant et/ou un champ magnétique sont appliqués au SHT, sont régis par l'équation de diffusion de la chaleur (IV.43)

L'expression de l'ensemble des pertes dissipées dans le supraconducteur est donnée par:

$$p_v = E \cdot J = \sigma(E, T) \cdot E^2 \quad (\text{IV. 44})$$

La résolution de l'équation (IV. 43) permet ainsi de connaître la température en tout point du supraconducteur.

Le développement de l'équation (IV. 43) est :

$$\gamma \cdot C_p(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \left(\frac{\partial}{\partial x} \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = p_v \quad (\text{IV. 45})$$

Le modèle présenté est basé sur des équations aux dérivées partielles. Dans ce qui suit nous passons à la mise en œuvre de la différente méthode utilisée pour ramener la résolution d'un système d'équations différentielles à un système algébrique.

IV. 1.4.2. Comportement des matériaux

Les matériaux voient leurs propriétés thermiques telles que la conductivité λ et la chaleur massique C_p dépendre de la température. Cependant, cette variation s'avérant relativement faible compte tenu des températures mises en jeu dans les systèmes électrotechniques – systèmes de chauffage par induction mis à part – il est possible de considérer le problème thermique défini par (IV.43) comme linéaire [20].

IV.2. COUPLAGE MAGNÉTOTHERMIQUE

Dans cette partie, l'objectif est de montrer comment résoudre le système couplé magnétothermique régissant le comportement d'un supraconducteur :

$$\text{Dans le supraconducteur: } \begin{cases} \overrightarrow{\text{Rot}} (v \overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A}) = \vec{j} \\ \gamma C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} - \text{Div}(\lambda(T) \overrightarrow{\text{Grad}} T) = p_v \end{cases} \quad (\text{IV.46})$$

Lorsqu'on souhaite réaliser le couplage thermique, la température T est introduite dans l'équation magnétique à travers les paramètres $J_c(T, B)$ et $n(T, B)$ du supraconducteur. La distribution de température est quant à elle calculée en tenant compte des pertes p_v dissipée dans le matériau [1].

IV.2.1. Rôle du couplage

Les interactions entre les différents domaines physiques interviennent à deux niveaux :

- Au niveau des propriétés physiques des matériaux.
- Au niveau du terme source.

Les phénomènes physiques sont complexes à cause de l'interdépendance et l'interaction entre les domaines et de leur évolution [19].

IV.2.2. Grandeurs de couplage

Il y a plusieurs propriétés physiques qui dépendent du lieu, de la température (et du champ magnétique) :

- $\sigma(E, T)$: Conductivité électrique,
- $\lambda(T)$: conductivité thermique,
- $C_p(T)$: capacité calorifique,

- γ : masse spécifique,
- μ : perméabilité magnétique, qui dépend aussi de la température et du champ magnétique d'excitation [29].

Le couplage entre les problèmes magnétique et thermique apparaît de deux manières différentes : influence du problème thermique sur le problème magnétique et vice versa.

Tout d'abord, comme nous venons de le voir, le problème magnétique est dépendant du problème thermique au travers de l'influence de la température sur les caractéristiques des matériaux, et en particulier sur la conductivité électrique.

Ensuite, du point de vue du problème thermique, l'interaction avec le problème magnétique apparaît via la détermination des sources de chaleur p_v , dans l'équation (VI.29), voir figure (IV.3) [20].

IV.2.3. Stratégies de couplage

Il existe trois stratégies de couplage pour les problèmes physiques : le couplage fort (direct), le couplage faible (alterné) et le couplage paramétrique.

IV.2.3.1. Le couplage direct (fort) MCD :

Ce mode de couplage correspond à une résolution simultanée des équations. Les variables magnétiques et thermiques sont échangées plusieurs fois entre les codes de calcul lors d'un même pas de temps jusqu'à obtenir la solution du système.

Si d_m et d_t sont respectivement le nombre d'inconnues magnétiques et thermiques, alors le couplage fort nécessitera une matrice de taille $(d_m + d_t)^2$ soit $d_m^2 + 2 \cdot d_m \cdot d_t + d_t^2$ [1].

Ainsi les équations de Maxwell et les équations de la thermique sont regroupées dans un seul et unique système non linéaire que l'on résout en un seul bloc. Il apparaît qu'avec cette stratégie le système à résoudre devient très volumineux d'une part, augmentant ainsi les ressources informatiques nécessaires à sa résolution, et bien souvent non symétrique d'autre part, impliquant l'utilisation de systèmes de résolution spécifiques. Cette stratégie s'avère donc plus coûteuse et ne se justifie donc dans certains cas particuliers [20].

L'algorithme de ce mode de couplage est schématisé sur la figure (IV.1).

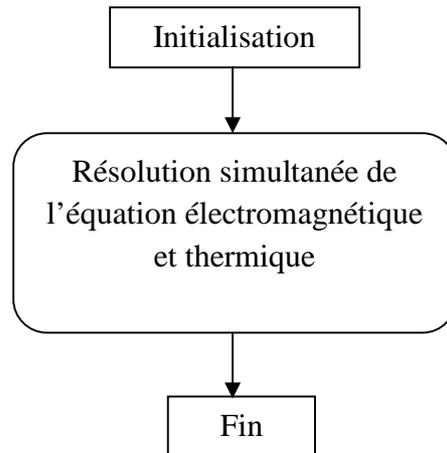


Figure IV.1 : Algorithme du couplage direct (fort) MCD.

IV.2.3.2. Le couplage alterné (faible) MCA :

Ce mode de couplage est plus simple à mettre en œuvre puisque l'échange des informations est unilatéral au cours d'un pas de temps. Il s'applique bien au couplage thermique car les constantes de temps sont généralement grandes comparées aux constantes de temps électriques [1].

Dans ce cas la résolution du problème magnétique et du problème thermique se fait séparément. Le problème magnétique est tout d'abord résolu afin de déterminer les pertes servant de terme source au calcul thermique, puis le problème thermique est résolu à son tour et permet d'obtenir une première répartition de la température dans le système étudié. La conductivité électrique est alors mise à jour afin de procéder à nouveau à la résolution du problème magnétique, et ainsi de suite jusqu'à la convergence de la solution [20].

Le couplage faible permet également un gain de mémoire par rapport au couplage fort car la matrice à résoudre, de taille $dm^2 + dt^2$, est plus petite et pour ça on a utilisé ce mode de couplage dans notre travail.

L'algorithme de ce mode de couplage est schématisé sur la figure (IV.2).

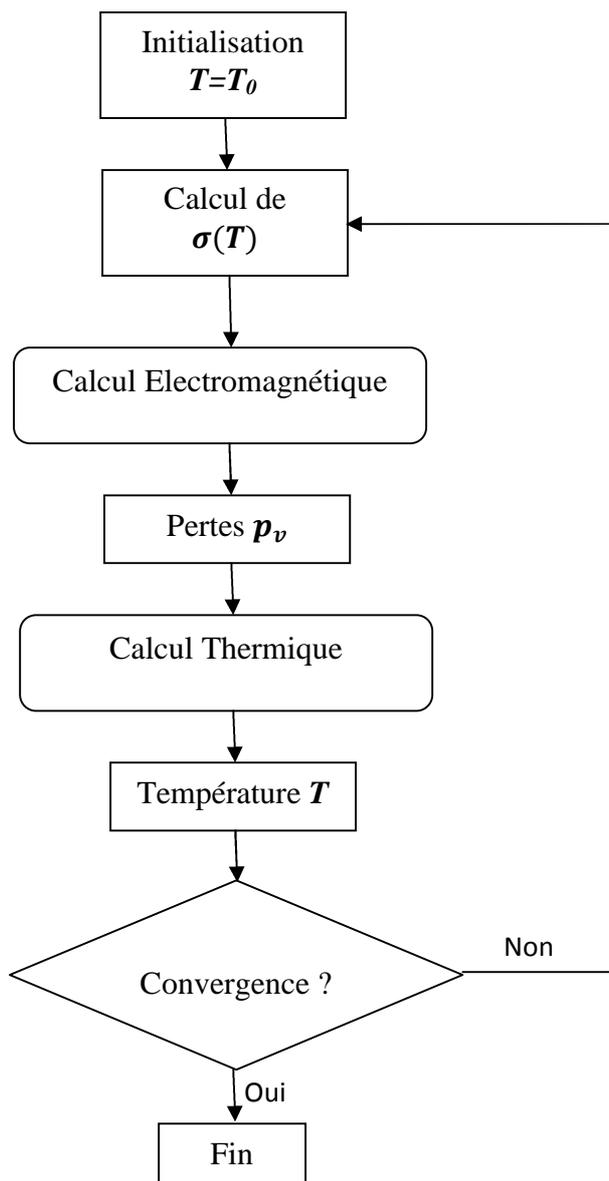


Figure IV.2 : Algorithme du couplage alterné (faible) MCA.

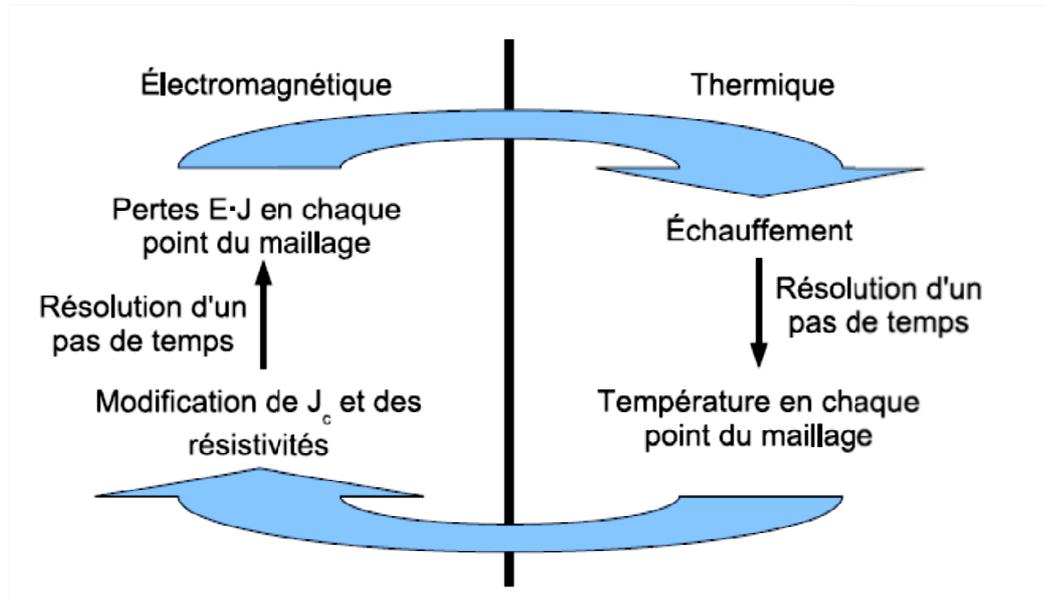


Figure IV.3: Stratégie de résolution pour la simulation électro-thermique [16].

IV.2.3.3. Le couplage paramétrique MCP :

Cette mode de couplage permet de découpler entièrement les deux phénomènes physiques [19].

Le tableau ci-dessous montre les principales caractéristiques des trois modes de couplage :

<i>Couplage direct (fort)</i>	<i>Couplage alterné (faible)</i>	<i>Couplage paramétrique</i>
Complexe	Relativement simple	Simple
Précis	La précision dépend du pas du temps de la discrétisation	La précision dépend du pas de la discrétisation
Résolution mathématique simultanée des équations mathématiques couplées	Résolution alterné des équations mathématiques couplées	Résolution séparée par découplage des équations
Reflète la réalité du couplage physique	La valeur du pas de temps définit son degré d'exprimer la réalité du couplage physique	Modèle purement mathématique loin de la réalité physique dont la fin est de donner des résultats de la réalité du couplage physique

Tableau IV.1 : Caractéristiques des différents modes du couplage électromagnétique-thermique.

IV.3. MODELE NUMERIQUE

L'ensemble des étapes de résolution des équations différentielles par la voie numérique appelle méthode de discrétisation. La mise en œuvre d'une méthode numérique de calcul des champs débouche inévitablement sur un logiciel qui lui est associé, on peut écrire pour chaque problème un programme qui tient compte de sa géométrie, ses 'propriétés physiques et ses conditions aux limites. Il existe aujourd'hui des logiciels généraux appropriés nommés techniques de la CAO dont les structures informatiques sont adaptées aux traitements d'un grand nombre de problèmes d'un même type tels que PDETOOL sous MATLAB, FLUX2D, FLUX3D, FLUX EXPERT, MAXWELL, FEMLAB et CFX.

La mise en équations du problème physique constitue la phase préliminaire à toute prédiction des phénomènes mis en jeu. En électromagnétisme, les équations décrivant la physique du problème sont connues sous le nom d'équations de Maxwell. Associées aux lois expérimentales du comportement des milieux, elles apportent la connaissance complète des grandeurs physiques mises en œuvre. Le traitement numérique d'un problème d'équations aux dérivées partielles (électromagnétique – thermique ou couplé) comprend trois étapes essentielles, Figure IV.4.

1-Description du problème (Géométrie, caractéristiques physiques, maillage, limites du domaine d'étude...).

2-Mise en œuvre de la méthode numérique de simulation (Différences finies, éléments finis, volumes finis, intégrales de frontière...) plus une méthode itérative.

3-Vérification, visualisation et interprétation des résultats de la simulation (Courbes et graphes 2D et 3D) [21].

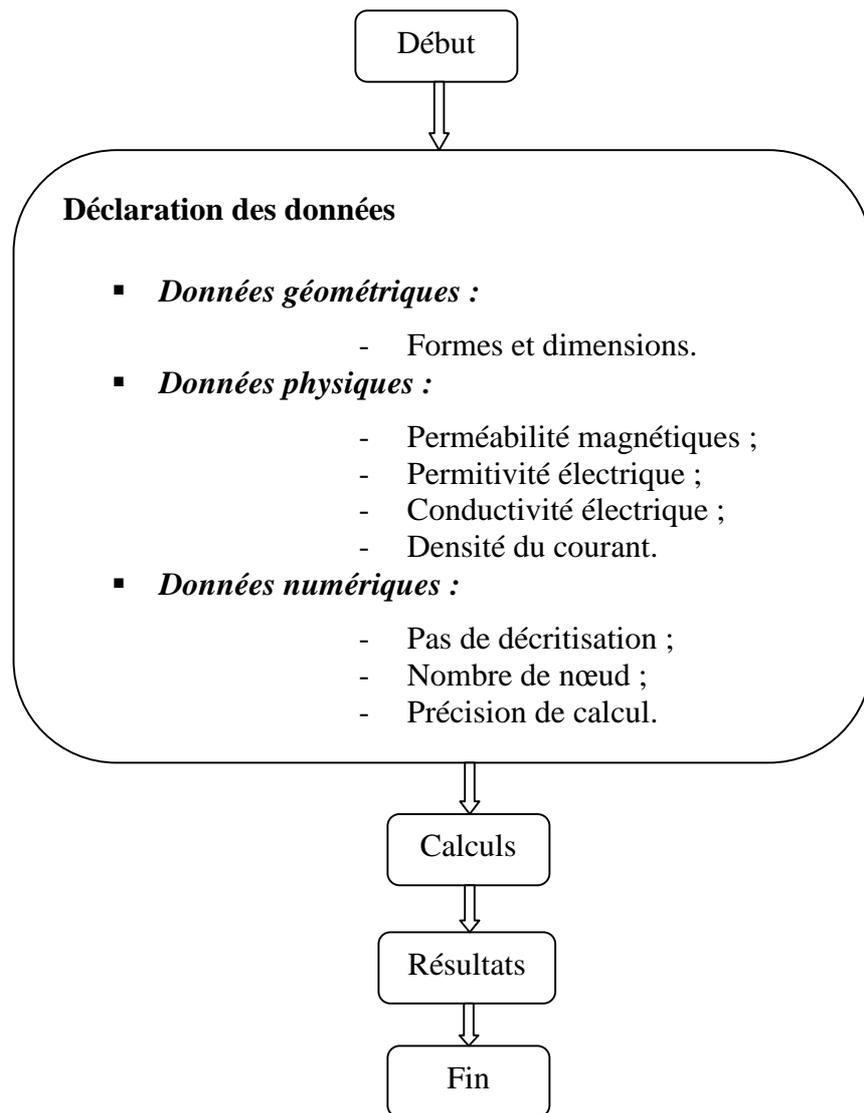


Figure IV.4 : Organigramme d'une méthode numérique de simulation pour un problème électromagnétique.

IV.3.1. Différents méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles

Il existe deux grandes catégories de méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles mathématiques caractérisant les problèmes physiques, lorsqu'il s'agit de calculer des effets dont les causes (densité du courant (tension), densité de la puissance dissipée) sont connues à l'avance. Ces méthodes sont :

- Les méthodes analytiques.
- Les méthodes numériques.

Les méthodes analytiques, s'avèrent d'applications très difficiles dès que la complexité de la géométrie s'accroît et que certains matériaux, dans des conditions de fonctionnement optimales, présentent des non linéarités physiques, donc mathématiques.

L'apparition des ordinateurs, de grandes puissances, a mis en valeur l'intérêt des méthodes dites numériques. Celles ci font appel à des techniques de discrétisation [11].

Ces méthodes numériques transforment les équations aux dérivées partielles (EDP) à des systèmes d'équations algébriques dont la solution fournit une approximation de l'inconnue en différenciant points situés aux nœuds du réseau géométrique correspondant à la discrétisation. Parmi ces méthodes, nous citons la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis, la méthode des volumes finis, la méthode des intégrales de frontières et la méthode des circuits couplés,... etc.

IV.3.1.1. Méthode des Différences Finis (MDF) :

C'est la méthode la plus ancienne, connue depuis Gauss. Le principe fondamental de cette méthode consiste à appliquer au domaine d'étude un maillage en nœuds dont la finesse permet de donner une approximation des contours du domaine. Ensuite, en appliquant le développement limité en série de Taylor de la fonction à déterminer dans chaque nœud du maillage, ce qui permet d'obtenir un nombre d'équations algébriques égales au nombre des valeurs d'inconnues des grandeurs étudiées [18].

IV.3.1.2. Méthode des Eléments Finis (MEF) :

Cette méthode, utilisée depuis longtemps en mécanique. Elle a été introduite en électromagnétisme par P. Silvestre et M.V.K. Chari en 1970.

Elle a connu depuis, un développement considérable dans ce domaine, grâce aux rapports successifs des équipes universitaires de MC Gill au Canada, Rut Herford en grande Bretagne et Grenoble en France et par quelques grands laboratoires industriels de recherches.

La méthode des éléments finis est très puissante pour la résolution des équations aux dérivées partielles (EDP) sur tout dans les géométries complexes et quelques soient les conditions physiques de fonctionnements.

A la différence avec la MDF, la MEF consiste à utiliser une approximation simple de l'inconnue pour transformer les EDP en équations algébriques.

Toute fois, cette méthode ne s'applique pas directement aux EDP, mais à une formulation intégrale qui est équivalente au problème à résoudre, en utilisant l'une des deux approches suivantes:

-La méthode variationnelle qui consiste à minimiser une fonctionnelle qui représente généralement, l'énergie du système étudié. Cette méthode n'est donc applicable que si on connaît une fonctionnelle équivalente au problème différentiel que l'on veut résoudre.

-La méthode des résidus pondérés ou méthode projective qui consiste à minimiser le résidu induit par l'approximation de la fonction inconnue [19].

A l'une ou à l'autre des deux méthodes, on associe une subdivision du domaine d'étude, en éléments simples, appelés éléments finis, comme il est indiqué sur la figure (IV.5), et à approximer la fonction inconnue sur chaque élément par des fonctions d'interpolation. Ces fonctions sont généralement des polynômes de Lagrange de degré un, ou deux [16].

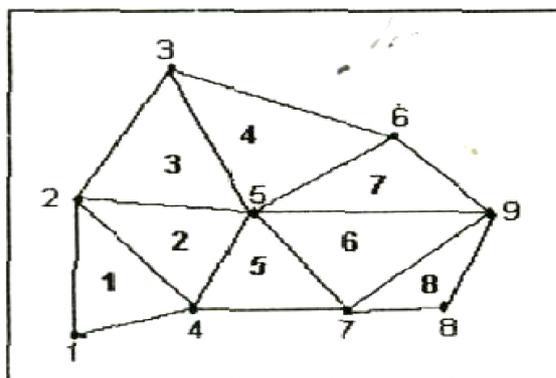


Figure IV.5 : Un domaine d'étude discrétisé en éléments finis [19].

IV.3.1.3. Méthode des Intégrales de Frontière (MIF) :

Lorsqu'on utilise la MDF ou la MEF, on calcule les variables inconnues dans tout le domaine. La MIF permet de ramener le maillage à la frontière du domaine. Ainsi, le calcul des valeurs de l'inconnue sur les frontières du domaine suffit pour obtenir la solution en tout point du domaine.

Pour ramener le problème sur les frontières, la MIF utilise le théorème de d'OSTROGRADSKI- GREEN. Cette méthode peut être intéressante pour l'étude de structure 3D ou lorsque l'air ou les milieux passifs occupent une grande partie du domaine d'étude.

Cependant, cette méthode a l'inconvénient de conduire à un système algébrique à matrice pleine (pas de termes nuls). Ceci augmente le temps utilisateur, donc le coût de calcul [11].

IV.3.1.4. Méthode des Circuits Couplés (MCC) :

Deux systèmes sont dits être analogiques lorsqu'ils obéissent aux mêmes équations et aux conditions aux limites identiques. Cela signifie que l'équation traduisant un des systèmes peut être transformée, pour exprimer le deuxième système, par simple changement des symboles et des différentes variables.

La base de la méthode des circuits couplés, est de faire l'analogie entre les grandeurs thermiques et les grandeurs électriques. Elle consiste à subdiviser le domaine d'étude en spires élémentaires. Par application des lois de Kirchhoff à ces circuits élémentaires, on peut calculer la distribution des variables en question [18].

IV.3.1.5. Méthode des Volumes Finis (MVF) :

La méthode des volumes finis est une méthode de discrétisation. Elle est utilisée, en particulier en mécanique des fluides où elle est apparue il y a une vingtaine d'années. Depuis, la méthode des volumes finis a connu un essor considérable non seulement pour la modélisation en mécanique des fluides, mais aussi pour la modélisation d'autres branches de l'ingénierie : transfert thermique, électromagnétisme ...etc.

La méthode des volumes finis se déduit à partir de la méthode des éléments finis. Le domaine d'étude (Ω) est subdivisé en volumes élémentaires de telle manière que chaque volume entoure un nœud du maillage. L'EDP est intégrée sur chacun des volumes élémentaires.

Pour calculer l'intégrale sur ce volume élémentaire, la fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, parabolique, exponentielle, ...etc) entre deux nœuds consécutifs. Ensuite, la forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'étude [18].

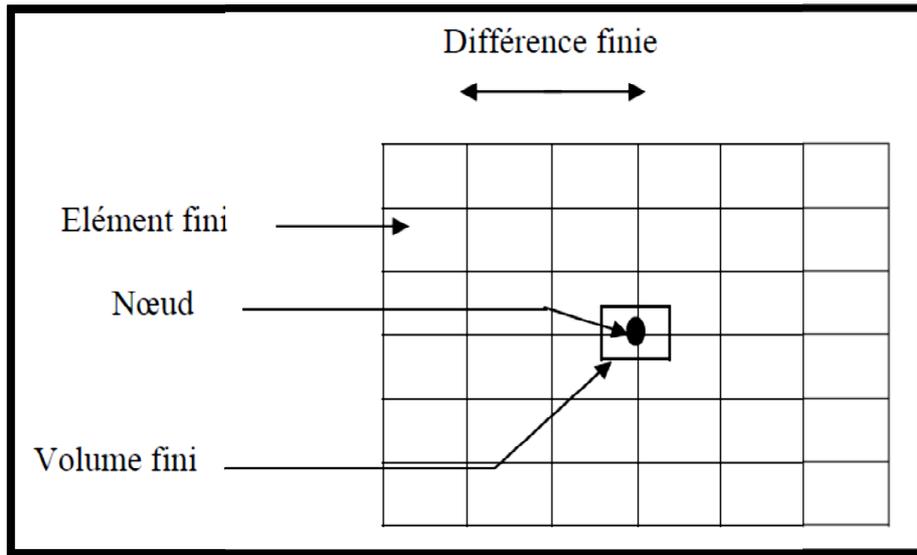


Figure IV. 6 : Maillage du domaine d'étude(Ω) en volume finis [11].

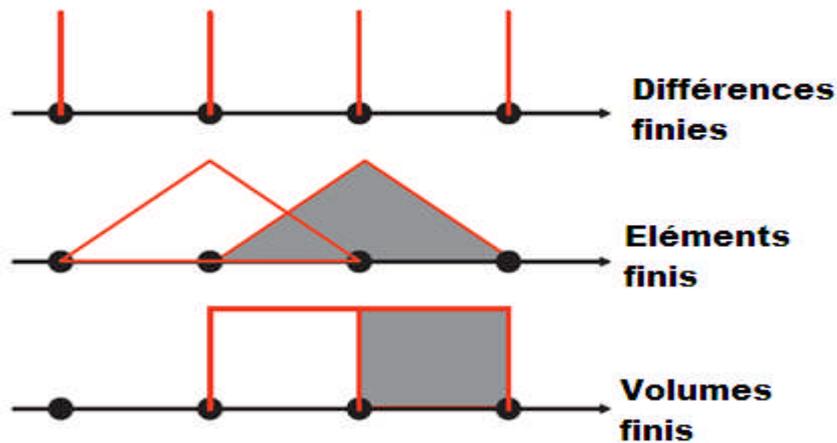


Figure IV. 7 : Exemple unidimensionnel de fonction de projection pour différentes méthodes numériques (différences finies, éléments finis et volumes finis) [26].

IV.3.2. Résolution des équations électromagnétique et thermique par la méthode des volumes finis :

La méthode des éléments finis (MEF) est la méthode la plus utilisée pour la résolution des équations aux dérivées partielles. Sa mise en œuvre, par contre, est assez compliquée.

Nous avons donc opté pour la méthode des volumes finis (MVF) qui, selon plusieurs auteurs donne de meilleurs convergences pour les équations de conduction avec un terme de

vitesse. De plus, elle est moins difficile à réaliser est simple à concevoir que la méthode des éléments finis (MEF).

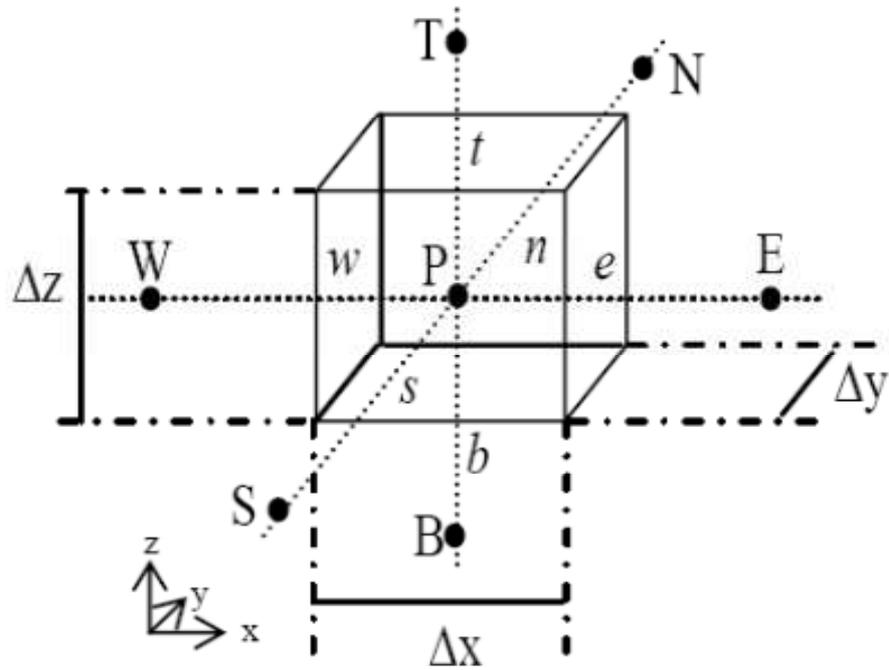


Figure IV. 8 : Fondamentale schéma contrôle du volume [23].

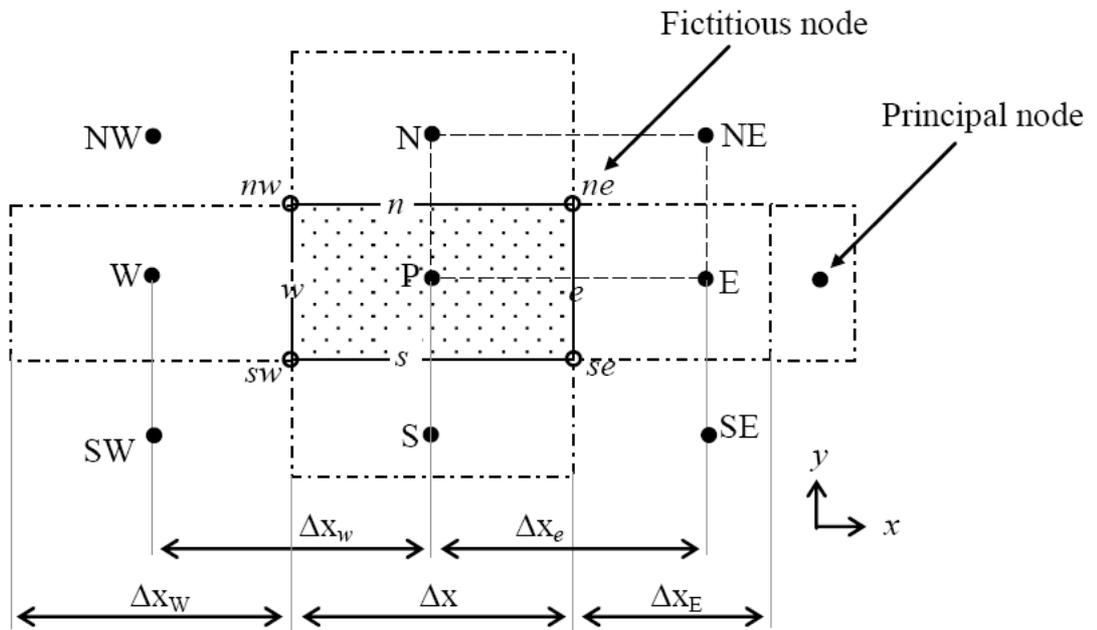


Figure IV. 9 : Nouveau schéma contrôle du volume [23].

IV.3.2.1. Résolution de l'équation l'électromagnétique par la méthode des volumes finis

Rappelons que le modèle magnétodynamique est défini par la relation suivante :

$$\begin{cases} \overrightarrow{Rot} (v \overrightarrow{Rot} \vec{A}) = J_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \overrightarrow{Grad} V \\ \text{Div} \left[-\sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{Grad} V \right) \right] = 0 \end{cases}$$

A) La première équation :

$$\overrightarrow{Rot} (v \overrightarrow{Rot} \vec{A}) = J_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \overrightarrow{Grad} V$$

Avec :

$$\overrightarrow{Rot}(v \overrightarrow{Rot} \vec{A}) = \begin{cases} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_y}{\partial x} - v \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A_x}{\partial z} - v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] \vec{i} \\ \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} - v \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_y}{\partial x} - v \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right] \vec{j} \\ \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_x}{\partial z} - v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} - v \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right] \vec{k} \end{cases}$$

Donc on à le système de trois équations selon les trois axes X, Y et Z :

$$\begin{cases} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_y}{\partial x} - v \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A_x}{\partial z} - v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] + \sigma \frac{\partial A_x}{\partial t} + \sigma \frac{\partial V}{\partial x} = J_{sx} \rightarrow (\text{suivant l'axe X}) \\ \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} - v \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_y}{\partial x} - v \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right] + \sigma \frac{\partial A_y}{\partial t} + \sigma \frac{\partial V}{\partial y} = J_{sy} \rightarrow (\text{suivant l'axe Y}) \\ \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_x}{\partial z} - v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} - v \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right] + \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} + \sigma \frac{\partial V}{\partial z} = J_{sz} \rightarrow (\text{suivant l'axe Z}) \end{cases}$$

❖ **Suivant l'axe X :**

On applique la MVF sur l'équation suivante :

$$\left[\frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_y}{\partial x} - v \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A_x}{\partial z} - v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] + \sigma \frac{\partial A_x}{\partial t} + \sigma \frac{\partial V}{\partial x} = J_{sx}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_{w_s}^{e_n} \int_{b_t}^{n_t} \int_{t_l}^{t_2} \left(\left[\frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_y}{\partial x} - v \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A_x}{\partial z} - v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] + \sigma \frac{\partial A_x}{\partial t} \right) dx dy dz dt \\
 & = \int_{w_s}^{e_n} \int_{b_t}^{n_t} \int_{t_l}^{t_2} J_{Sx} dx dy dz dt \\
 & \underbrace{\int_{w_s}^{e_n} \int_{b_t}^{n_t} \int_{t_l}^{t_2} \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) dx dy dz dt}_{(1)} - \underbrace{\int_{w_s}^{e_n} \int_{b_t}^{n_t} \int_{t_l}^{t_2} \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) dx dy dz dt}_{(2)} \\
 & - \underbrace{\int_{w_s}^{e_n} \int_{b_t}^{n_t} \int_{t_l}^{t_2} \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) dx dy dz dt}_{(3)} + \underbrace{\int_{w_s}^{e_n} \int_{b_t}^{n_t} \int_{t_l}^{t_2} \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) dx dy dz dt}_{(4)} \\
 & + \underbrace{\int_{w_s}^{e_n} \int_{b_t}^{n_t} \int_{t_l}^{t_2} \sigma \frac{\partial A_x}{\partial t} dx dy dz dt}_{(5)} + \underbrace{\int_{w_s}^{e_n} \int_{b_t}^{n_t} \int_{t_l}^{t_2} \sigma \frac{\partial V}{\partial x} dx dy dz dt}_{(6)} \\
 & = \underbrace{\int_{w_s}^{e_n} \int_{b_t}^{n_t} \int_{t_l}^{t_2} J_{Sx} dx dy dz dt}_{(7)}
 \end{aligned}$$

▪ **L'intégral 1 :**

$$\begin{aligned}
 I_1 & = \int_{w_s}^{e_n} \int_{b_t}^{n_t} \int_{t_l}^{t_2} \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) dx dy dz dt = \left\{ v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_s^n \Delta x \Delta z \Delta t \\
 \left\{ v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_s^n & = v_n \left(\frac{A_y^{ne} - A_y^{nw}}{\Delta x} \right) - v_s \left(\frac{A_y^{se} - A_y^{sw}}{\Delta x} \right)
 \end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 A_y^{ne} & = \frac{A_y^N + A_y^E + A_y^{NE} + A_y^P}{4} ; A_y^{nw} = \frac{A_y^N + A_y^W + A_y^{NW} + A_y^P}{4} \\
 A_y^{se} & = \frac{A_y^S + A_y^E + A_y^{SE} + A_y^P}{4} ; A_y^{sw} = \frac{A_y^S + A_y^W + A_y^{SW} + A_y^P}{4}
 \end{aligned}$$

Donc on à :

$$I_1 = \frac{v_n \Delta x \Delta z \Delta t}{4 \Delta x} (A_y^{NE} + A_y^E - A_y^{NW} - A_y^W) - \frac{v_s \Delta x \Delta z \Delta t}{4 \Delta x} (A_y^{SE} + A_y^E - A_y^{SW} - A_y^W)$$

$$I_1 = \frac{v_n \Delta z \Delta t}{4} (A_y^{NE} - A_y^{NW}) - \frac{v_s \Delta z \Delta t}{4} (A_y^{SE} - A_y^{SW})$$

▪ **L'intégral 2 :**

$$I_2 = \int_w^e \int_s^n \int_{t1}^t \int_{t1}^{t2} \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) dx dy dz dt = \left\{ v \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_s^n \Delta x \Delta z \Delta t$$

$$\left\{ v \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_s^n = v_n \left(\frac{A_x^N - A_x^P}{\Delta y_n} \right) - v_s \left(\frac{A_x^P - A_x^S}{\Delta y_s} \right)$$

Donc on à :

$$I_2 = \frac{v_n \Delta x \Delta z \Delta t}{\Delta y_n} (A_x^N - A_x^P) - \frac{v_s \Delta x \Delta z \Delta t}{\Delta y_s} (A_x^P - A_x^S)$$

▪ **L'intégral 3 :**

$$I_3 = \int_w^e \int_s^n \int_{t1}^t \int_{t1}^{t2} \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) dx dy dz dt = \left\{ v \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} \right) \right\} \Big|_b^t \Delta x \Delta y \Delta t$$

$$\left\{ v \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} \right) \right\} \Big|_b^t = v_t \left(\frac{A_x^T - A_x^P}{\Delta z_t} \right) - v_b \left(\frac{A_x^P - A_x^B}{\Delta z_b} \right)$$

Donc on à :

$$I_3 = \frac{v_t \Delta x \Delta y \Delta t}{\Delta z_t} (A_x^T - A_x^P) - \frac{v_b \Delta x \Delta y \Delta t}{\Delta z_b} (A_x^P - A_x^B)$$

▪ **L'intégral 4 :**

$$I_4 = \int_w^e \int_s^n \int_{t1}^t \int_{t1}^{t2} \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) dx dy dz dt = \left\{ v \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right\} \Big|_b^t \Delta x \Delta y \Delta t$$

$$\left\{ v \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right\} \Big|_b^t = v_t \left(\frac{A_z^{te} - A_z^{tw}}{\Delta x} \right) - v_b \left(\frac{A_z^{be} - A_z^{bw}}{\Delta x} \right)$$

Avec :

$$A_y^{te} = \frac{A_z^T + A_z^E + A_z^{TE} + A_z^P}{4} ; A_y^{tw} = \frac{A_z^T + A_z^W + A_z^{TW} + A_z^P}{4}$$

$$A_y^{be} = \frac{A_z^B + A_z^E + A_z^{BE} + A_z^P}{4} ; A_y^{bw} = \frac{A_z^B + A_z^W + A_z^{BW} + A_z^P}{4}$$

Donc on à :

$$I_4 = \frac{v_t \Delta x \Delta y \Delta t}{4 \Delta x} (A_z^{TE} + A_z^E - A_z^{TW} - A_z^W) - \frac{v_b \Delta x \Delta y \Delta t}{4 \Delta x} (A_z^{BE} + A_z^E - A_z^{BW} - A_z^W)$$

$$I_4 = \frac{v_t \Delta y \Delta t}{4} (A_z^{TE} - A_z^{TW}) - \frac{v_b \Delta y \Delta t}{4} (A_z^{BE} - A_z^{BW})$$

▪ **L'intégral 5 :**

$$\begin{aligned} I_5 &= \int_w^e \int_s^t \int_{b1}^{t2} \int \sigma \frac{\partial A_x}{\partial t} dx dy dz dt = \sigma_p \Delta x \Delta y \Delta z [A_x^P(t2) - A_x^P(t1)] \\ &= \sigma_p \Delta x \Delta y \Delta z [A_x^P(k) - A_x^P(k-1)] \end{aligned}$$

▪ **L'intégral 6 :**

$$\begin{aligned} I_5 &= \int_w^e \int_s^t \int_{b1}^{t2} \int \sigma \frac{\partial V}{\partial x} dx dy dz dt = \sigma_p (V|_w^e) \Delta y \Delta z \Delta t = \sigma_p \Delta y \Delta z \Delta t [V|^e - V|^w] \\ &= \sigma_p \Delta y \Delta z \Delta t \left[\left(\frac{V^E - V^P}{\Delta x_e} \right) - \left(\frac{V^P - V^W}{\Delta x_w} \right) \right] \\ &= \frac{\sigma_p \Delta y \Delta z \Delta t}{\Delta x_e} (V^E - V^P) - \frac{\sigma_p \Delta y \Delta z \Delta t}{\Delta x_w} (V^P - V^W) \end{aligned}$$

▪ **L'intégral 7 :**

$$I_6 = \int_w^e \int_s^t \int_{b1}^{t2} \int J_{Sx} dx dy dz dt = J_{Sx}^P \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$$

En fin on à :

$$\begin{aligned} &\left[\frac{v_n \Delta z \Delta t}{4} (A_y^{NE} - A_y^{NW}) - \frac{v_s \Delta z \Delta t}{4} (A_y^{SE} - A_y^{SW}) \right] \\ &- \left[\frac{v_n \Delta x \Delta z \Delta t}{\Delta y_n} (A_x^N - A_x^P) - \frac{v_s \Delta x \Delta z \Delta t}{\Delta y_s} (A_x^P - A_x^S) \right] \\ &- \left[\frac{v_t \Delta x \Delta y \Delta t}{\Delta z_t} (A_x^T - A_x^P) - \frac{v_b \Delta x \Delta y \Delta t}{\Delta z_b} (A_x^P - A_x^B) \right] \\ &+ \left[\frac{v_t \Delta y \Delta t}{4} (A_z^{TE} - A_z^{TW}) - \frac{v_b \Delta y \Delta t}{4} (A_z^{BE} - A_z^{BW}) \right] \\ &+ [\sigma_p \Delta x \Delta y \Delta z (A_x^P(k) - A_x^P(k-1))] \\ &+ \left[\frac{\sigma_p \Delta y \Delta z \Delta t}{\Delta x_e} (V^E - V^P) - \frac{\sigma_p \Delta y \Delta z \Delta t}{\Delta x_w} (V^P - V^W) \right] \\ &= J_{Sx}^P \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \end{aligned} \tag{IV.46}$$

On divise l'équation (IV.46) sur Δt on trouve :

$$\begin{aligned}
 A_x^P & \left[\frac{v_n \Delta x \Delta z}{\Delta y_n} + \frac{v_s \Delta x \Delta z}{\Delta y_s} + \frac{v_t \Delta x \Delta y}{\Delta z_t} + \frac{v_b \Delta x \Delta y}{\Delta z_b} \right] \\
 & = -\frac{v_n \Delta z}{4} (A_y^{NE} - A_y^{NW}) + \frac{v_s \Delta z}{4} (A_y^{SE} - A_y^{SW}) + \frac{v_n \Delta x \Delta z}{\Delta y_n} (A_x^N) + \frac{v_s \Delta x \Delta z}{\Delta y_s} (A_x^S) \\
 & + \frac{v_t \Delta x \Delta y}{\Delta z_t} (A_x^T) + \frac{v_b \Delta x \Delta y}{\Delta z_b} (A_x^B) - \frac{v_t \Delta y}{4} (A_z^{TE} - A_z^{TW}) + \frac{v_b \Delta y}{4} (A_z^{BE} - A_z^{BW}) \\
 & - \frac{\sigma_p \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} A_x^P(k) + \frac{\sigma_p \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} A_x^P(k-1) - \frac{\sigma_p \Delta y \Delta z}{\Delta x_e} (V^E - V^P) \\
 & + \frac{\sigma_p \Delta y \Delta z}{\Delta x_w} (V^P - V^W) + J_{Sx}^P \Delta x \Delta y \Delta z
 \end{aligned}$$

On pose :

$$a_{yn} = \frac{v_n \Delta x \Delta z}{\Delta y_n} ; a_{ys} = \frac{v_s \Delta x \Delta z}{\Delta y_s} ; a_{zt} = \frac{v_t \Delta x \Delta y}{\Delta z_t} ; a_{zb} = \frac{v_b \Delta x \Delta y}{\Delta z_b} ; a_{xn} = \frac{v_n \Delta z}{4}$$

$$a_{xs} = \frac{v_s \Delta z}{4} ; a_{xt} = \frac{v_t \Delta y}{4} ; a_{xb} = \frac{v_b \Delta y}{4} ; v_{xe} = \frac{\sigma_p \Delta y \Delta z}{\Delta x_e} ; v_{xw} = \frac{\sigma_p \Delta y \Delta z}{\Delta x_w} ;$$

$$a_{jt} = \frac{\sigma_p \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} ; a_j = \Delta x \Delta y \Delta z$$

$$a_{px} = a_{yn} + a_{ys} + a_{zt} + a_{zb}$$

On remplace chaque constant par leur symbole on trouve :

$$\begin{aligned}
 a_{px} A_x^P & = -a_{xn} (A_y^{NE} - A_y^{NW}) + a_{xs} (A_y^{SE} - A_y^{SW}) + a_{yn} (A_x^N) + a_{ys} (A_x^S) + a_{zt} (A_x^T) \\
 & + a_{zb} (A_x^B) - a_{xt} (A_z^{TE} - A_z^{TW}) + a_{xb} (A_z^{BE} - A_z^{BW}) - a_{jt} A_x^P(k) \\
 & + a_{jt} A_x^P(k-1) - v_{xe} (V^E - V^P) + v_{xw} (V^P - V^W) + a_j J_{Sx}^P
 \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned}
 A_x^P & = \left(\frac{1}{a_{px} + a_{jt}} \right) [a_{xs} (A_y^{SE} - A_y^{SW}) - a_{xn} (A_y^{NE} - A_y^{NW}) + a_{yn} (A_x^N) + a_{ys} (A_x^S) + a_{zt} (A_x^T) \\
 & + a_{zb} (A_x^B) + a_{xb} (A_z^{BE} - A_z^{BW}) - a_{xt} (A_z^{TE} - A_z^{TW}) - v_{xe} (V^E - V^P) \\
 & + v_{xw} (V^P - V^W) + a_j J_{Sx}^P \\
 & + a_{jt} A_x^P(k-1)] \tag{IV.47}
 \end{aligned}$$

❖ Suivant l'axe Y :

On applique la même méthode précédente utilisée dans le cas suivant l'axe X sur l'équation suivante :

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} - v \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_y}{\partial x} - v \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right] + \sigma \frac{\partial A_y}{\partial t} + \sigma \frac{\partial V}{\partial y} = J_{Sy}$$

On trouve:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{v_t \Delta x \Delta t}{4} (A_z^{TN} - A_z^{TS}) - \frac{v_b \Delta x \Delta t}{4} (A_z^{BN} - A_z^{BS}) \right] \\ & - \left[\frac{v_t \Delta x \Delta y \Delta t}{\Delta z_t} (A_y^T - A_y^P) - \frac{v_b \Delta x \Delta y \Delta t}{\Delta z_b} (A_y^P - A_y^B) \right] \\ & - \left[\frac{v_e \Delta y \Delta z \Delta t}{\Delta x_e} (A_y^E - A_y^P) - \frac{v_w \Delta y \Delta z \Delta t}{\Delta x_w} (A_y^P - A_y^W) \right] \\ & + \left[\frac{v_e \Delta z \Delta t}{4} (A_x^{EN} - A_x^{ES}) - \frac{v_w \Delta z \Delta t}{4} (A_x^{WN} - A_x^{WS}) \right] + \left[\sigma_p \Delta x \Delta y \Delta z (A_y^P(k) - A_y^P(k-1)) \right] \\ & + \left[\frac{\sigma_p \Delta x \Delta z \Delta t}{\Delta y_n} (V^N - V^P) - \frac{\sigma_p \Delta x \Delta z \Delta t}{\Delta y_s} (V^P - V^S) \right] \\ & = J_{Sy}^P \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \end{aligned} \quad (IV.48)$$

On divise l'équation (IV.48) sur Δt on trouve :

$$\begin{aligned} & A_y^P \left[\frac{v_t \Delta x \Delta y}{\Delta z_t} + \frac{v_b \Delta x \Delta y}{\Delta z_b} + \frac{v_e \Delta y \Delta z}{\Delta x_e} + \frac{v_w \Delta y \Delta z}{\Delta x_w} \right] \\ & = - \frac{v_t \Delta x}{4} (A_z^{TN} - A_z^{TS}) + \frac{v_b \Delta x}{4} (A_z^{BN} - A_z^{BS}) + \frac{v_t \Delta x \Delta y}{\Delta z_t} (A_y^T) + \frac{v_b \Delta x \Delta y}{\Delta z_b} (A_y^B) \\ & + \frac{v_e \Delta y \Delta z}{\Delta x_e} (A_y^E) + \frac{v_w \Delta y \Delta z}{\Delta x_w} (A_y^W) - \frac{v_e \Delta z}{4} (A_x^{EN} - A_x^{ES}) + \frac{v_w \Delta z}{4} (A_x^{WN} - A_x^{WS}) \\ & - \frac{\sigma_p \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} A_y^P(k) + \frac{\sigma_p \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} A_y^P(k-1) - \frac{\sigma_p \Delta x \Delta z}{\Delta y_n} (V^N - V^P) \\ & + \frac{\sigma_p \Delta x \Delta z}{\Delta y_s} (V^P - V^S) + J_{Sy}^P \Delta x \Delta y \Delta z \end{aligned}$$

On pose :

$$\begin{aligned} a_{zt} &= \frac{v_t \Delta x \Delta y}{\Delta z_t} ; a_{zb} = \frac{v_b \Delta x \Delta y}{\Delta z_b} ; a_{xe} = \frac{v_e \Delta y \Delta z}{\Delta x_e} ; a_{xw} = \frac{v_w \Delta y \Delta z}{\Delta x_w} ; a_{yt} = \frac{v_t \Delta x}{4} \\ a_{yb} &= \frac{v_b \Delta x}{4} ; a_{ye} = \frac{v_e \Delta z}{4} ; a_{yw} = \frac{v_w \Delta z}{4} ; v_{yn} = \frac{\sigma_p \Delta x \Delta z}{\Delta y_n} ; v_{ys} = \frac{\sigma_p \Delta x \Delta z}{\Delta y_s} ; \end{aligned}$$

$$ajt = \frac{\sigma_p \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} ; aj = \Delta x \Delta y \Delta z$$

$$apy = azt + azb + axe + axw$$

On remplace chaque constant par leur symbole on trouve :

$$\begin{aligned} apy A_y^P = & -ayt (A_z^{TN} - A_z^{TS}) + ayb (A_z^{BN} - A_z^{BS}) + azt (A_y^T) + azb (A_y^B) + axe (A_y^E) \\ & + axw (A_y^W) - aye (A_x^{EN} - A_x^{ES}) + ayw (A_x^{WN} - A_x^{WS}) - ajt A_y^P(k) \\ & + ajt A_y^P(k-1) - vyn (V^N - V^P) + vys (V^P - V^S) + aj J_{Sy}^P \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned} A_y^P = & \left(\frac{1}{apy + ajt} \right) [ayb (A_z^{BN} - A_z^{BS}) - ayt (A_z^{TN} - A_z^{TS}) + azt (A_y^T) + azb (A_y^B) + axe (A_y^E) \\ & + axw (A_y^W) + ayw (A_x^{WN} - A_x^{WS}) - aye (A_x^{EN} - A_x^{ES}) - vyn (V^N - V^P) \\ & + vys (V^P - V^S) + aj J_{Sy}^P \\ & + ajt A_y^P(k-1)] \end{aligned} \quad (IV. 49)$$

❖ Suivant l'axe Z :

On applique la même méthode précédente utilisée dans le cas suivant l'axe Y sur l'équation suivante :

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial A_x}{\partial z} - v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial A_z}{\partial y} - v \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right] + \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} + \sigma \frac{\partial V}{\partial z} = J_{Sz}$$

On trouve :

$$\begin{aligned} & \left[\frac{v_e \Delta y \Delta t}{4} (A_x^{ET} - A_x^{EB}) - \frac{v_w \Delta y \Delta t}{4} (A_x^{WT} - A_x^{WB}) \right] \\ & - \left[\frac{v_e \Delta y \Delta z \Delta t}{\Delta x_e} (A_z^E - A_z^P) - \frac{v_w \Delta y \Delta z \Delta t}{\Delta x_w} (A_z^P - A_z^W) \right] \\ & - \left[\frac{v_n \Delta x \Delta z \Delta t}{\Delta y_n} (A_z^N - A_z^P) - \frac{v_s \Delta x \Delta z \Delta t}{\Delta y_s} (A_z^P - A_z^S) \right] \\ & + \left[\frac{v_n \Delta x \Delta t}{4} (A_y^{NT} - A_y^{NB}) - \frac{v_s \Delta x \Delta t}{4} (A_y^{ST} - A_y^{SB}) \right] \\ & + [\sigma_p \Delta x \Delta y \Delta z (A_z^P(k) - A_z^P(k-1))] \\ & + \left[\frac{\sigma_p \Delta x \Delta y \Delta t}{\Delta z_t} (V^T - V^P) - \frac{\sigma_p \Delta x \Delta y \Delta t}{\Delta z_b} (V^P - V^B) \right] \\ & = J_{Sz}^P \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \end{aligned} \quad (IV. 50)$$

On divise l'équation (IV.50) sur Δt on trouve :

$$\begin{aligned}
 A_z^P & \left[\frac{v_e \Delta y \Delta z}{\Delta x_e} + \frac{v_w \Delta y \Delta z}{\Delta x_w} + \frac{v_n \Delta x \Delta z}{\Delta y_n} + \frac{v_s \Delta x \Delta z}{\Delta y_s} \right] \\
 & = -\frac{v_e \Delta y}{4_e} (A_x^{ET} - A_x^{EB}) + \frac{v_w \Delta y}{4} (A_x^{WT} - A_x^{WB}) + \frac{v_e \Delta y \Delta z}{\Delta x_e} (A_z^E) + \frac{v_w \Delta y \Delta z}{\Delta x_w} (A_z^W) \\
 & + \frac{v_n \Delta x \Delta z}{\Delta y_n} (A_z^N) + \frac{v_s \Delta x \Delta z}{\Delta y_s} (A_z^S) - \frac{v_n \Delta x}{4} (A_y^{NT} - A_y^{NB}) + \frac{v_s \Delta x}{4} (A_y^{ST} - A_y^{SB}) \\
 & - \frac{\sigma_p \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} A_z^P(k) + \frac{\sigma_p \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} A_z^P(k-1) - \frac{\sigma_p \Delta x \Delta y}{\Delta z_t} (V^T - V^P) \\
 & + \frac{\sigma_p \Delta x \Delta y}{\Delta z_b} (V^P - V^B) + J_{Sz}^P \Delta x \Delta y \Delta z
 \end{aligned}$$

On pose :

$$\begin{aligned}
 \text{axe} & = \frac{v_e \Delta y \Delta z}{\Delta x_e} ; \text{axw} = \frac{v_w \Delta y \Delta z}{\Delta x_w} ; \text{ayn} = \frac{v_n \Delta x \Delta z}{\Delta y_n} ; \text{ays} = \frac{v_s \Delta x \Delta z}{\Delta y_s} ; \text{aze} = \frac{v_e \Delta y}{4} \\
 \text{azw} & = \frac{v_w \Delta y}{4} ; \text{azn} = \frac{v_n \Delta x}{4} ; \text{azs} = \frac{v_s \Delta x}{4} ; \text{vzt} = \frac{\sigma_p \Delta x \Delta y}{\Delta z_t} ; \text{vzb} = \frac{\sigma_p \Delta x \Delta y}{\Delta z_b} ; \\
 \text{ajt} & = \frac{\sigma_p \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} ; \text{aj} = \Delta x \Delta y \Delta z
 \end{aligned}$$

$$\text{apz} = \text{axe} + \text{axw} + \text{ayn} + \text{ays}$$

On remplace chaque constant par leur symbole on trouve :

$$\begin{aligned}
 \text{apz } A_z^P & = -\text{aze} (A_x^{ET} - A_x^{EB}) + \text{azw} (A_x^{WT} - A_x^{WB}) + \text{axe} (A_z^E) + \text{axw} (A_z^W) + \text{ayn} (A_z^N) \\
 & + \text{ays} (A_z^S) - \text{azn} (A_y^{NT} - A_y^{NB}) + \text{azs} (A_y^{ST} - A_y^{SB}) - \text{ajt } A_z^P(k) \\
 & + \text{ajt } A_z^P(k-1) - \text{vzt} (V^T - V^P) + \text{vzb} (V^P - V^B) + \text{aj } J_{Sz}^P
 \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned}
 A_z^P & = \left(\frac{1}{\text{apz} + \text{ajt}} \right) \left[\text{azw} (A_x^{WT} - A_x^{WB}) - \text{aze} (A_x^{ET} - A_x^{EB}) + \text{axe} (A_z^E) + \text{axw} (A_z^W) \right. \\
 & + \text{ayn} (A_z^N) + \text{ays} (A_z^S) + \text{azs} (A_y^{ST} - A_y^{SB}) - \text{azn} (A_y^{NT} - A_y^{NB}) \\
 & - \text{vzt} (V^T - V^P) + \text{vzb} (V^P - V^B) + \text{aj } J_{Sz}^P \\
 & \left. + \text{ajt } A_z^P(k-1) \right] \tag{IV. 50}
 \end{aligned}$$

B) La deuxième équation :

On applique la même méthode précédente utilisée dans la première équation sur l'équation suivante :

$$Div \left[-\sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{Grad} V \right) \right] = 0$$

On trouve :

$$V^P = \left(\frac{1}{bp} \right) * \left[be * V^E + bw * V^W + bn * V^N + bs * V^S + bt * V^T + bb * V^B + bpx * (A_x^P - A_x^P(k-1)) + bex * (A_x^E - A_x^E(k-1)) - bwx * (A_x^W - A_x^W(k-1)) + bpy * (A_y^P - A_y^P(k-1)) + bny * (A_y^N - A_y^N(k-1)) - bsy * (A_y^S - A_y^S(k-1)) + bpz * (A_z^P - A_z^P(k-1)) + btz * (A_z^T - A_z^T(k-1)) - bbz * (A_z^B - A_z^B(k-1)) \right] \quad (IV.51)$$

Avec :

$$bex = \frac{\sigma_e \Delta y \Delta z}{2 * dt} ; bwx = \frac{\sigma_w \Delta y \Delta z}{2 * dt} ; bny = \frac{\sigma_n \Delta x \Delta z}{2 * dt} ; bsy = \frac{\sigma_s \Delta x \Delta z}{2 * dt} ; btz = \frac{\sigma_t \Delta x \Delta y}{2 * dt} ;$$

$$bbz = \frac{\sigma_b \Delta x \Delta y}{2 * dt} ; bpx = bex - bwx ; bpy = bny - bsy ; bpz = btz - bbz ;$$

$$be = \frac{\sigma_e \Delta y \Delta z}{\Delta x_e} ; bw = \frac{\sigma_w \Delta y \Delta z}{\Delta x_w} ; bn = \frac{\sigma_n \Delta x \Delta z}{\Delta x_n} ; bs = \frac{\sigma_s \Delta x \Delta z}{\Delta x_s} ; bt = \frac{\sigma_t \Delta x \Delta y}{\Delta x_t} ; bb = \frac{\sigma_b \Delta x \Delta y}{\Delta x_b} ;$$

$$bp = be + bw + bn + bs + bt + bb$$

IV.3.2.2. Résolution de l'équation thermique par la méthode des volumes finis

Rappelons que le modèle thermique est défini par la relation suivante :

$$(IV.44) \quad \rightarrow \quad \gamma C_p(T) \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) - \left(\frac{\partial}{\partial x} \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = p_v$$

L'intégration de l'équation (IV.44) sur le volume élémentaire de type rectangulaire donne :

$$\begin{aligned}
 & \int_w^e \int_s^n \int_b^t \int_{tl}^{t2} \left[-\frac{\partial}{\partial x} \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right] dx dy dz dt \\
 & \quad + \int_w^e \int_s^n \int_b^t \int_{tl}^{t2} \left[\gamma C_P(T) \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) \right] dx dy dz dt = \int_w^e \int_s^n \int_b^t \int_{tl}^{t2} (p_v) dx dy dz dt \\
 & \underbrace{- \int_w^e \int_s^n \int_b^t \int_{tl}^{t2} \lambda(T) \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dz dt}_{(1)} - \underbrace{\int_w^e \int_s^n \int_b^t \int_{tl}^{t2} \lambda(T) \left(\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dy dz dt}_{(2)} \\
 & \underbrace{- \int_w^e \int_s^n \int_b^t \int_{tl}^{t2} \lambda(T) \left(\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} \right) dx dy dz dt}_{(3)} + \underbrace{\int_w^e \int_s^n \int_b^t \int_{tl}^{t2} \left[\gamma C_P(T) \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) \right] dx dy dz dt}_{(4)} \\
 & \quad = \underbrace{\int_w^e \int_s^n \int_b^t \int_{tl}^{t2} (p_v) dx dy dz dt}_{(5)}
 \end{aligned}$$

▪ L'intégral 1 :

$$I_1 = - \int_w^e \int_s^n \int_b^t \int_{tl}^{t2} \frac{\partial}{\partial x} \lambda(T) \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dz dt = - \left\{ \lambda(T) \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\} \Big|_w^e \Delta y \Delta z \Delta t$$

$$\left\{ \lambda(T) \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\} \Big|_w^e = \lambda_e(T) \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_e - \lambda_w(T) \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_w = \lambda_e(T) \left(\frac{T^E - T^P}{\Delta x_e} \right) - \lambda_w(T) \left(\frac{T^P - T^W}{\Delta x_w} \right)$$

$$I_1 = - \frac{\lambda_e(T) \Delta y \Delta z \Delta t}{\Delta x_e} (T^E - T^P) + \frac{\lambda_w(T) \Delta y \Delta z \Delta t}{\Delta x_w} (T^P - T^W)$$

▪ L'intégral 2 :

$$I_2 = - \int_w^e \int_s^n \int_b^t \int_{tl}^{t2} \frac{\partial}{\partial y} \lambda(T) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dy dz dt = - \left\{ \lambda(T) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \right\} \Big|_s^n \Delta x \Delta z \Delta t$$

$$\left\{ \lambda(T) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \right\} \Big|_s^n = \lambda_n(T) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_n - \lambda_s(T) \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_s = \lambda_n(T) \left(\frac{T^N - T^P}{\Delta y_n} \right) - \lambda_s(T) \left(\frac{T^P - T^S}{\Delta y_s} \right)$$

$$I_2 = - \frac{\lambda_n(T) \Delta x \Delta z \Delta t}{\Delta y_n} (T^N - T^P) + \frac{\lambda_s(T) \Delta x \Delta z \Delta t}{\Delta y_s} (T^P - T^S)$$

▪ **L'intégral 3 :**

$$I_3 = - \int_w^e \int_s^n \int_b^t \int_{t1}^{t2} \frac{\partial}{\partial z} \lambda(T) \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) dx dy dz dt = - \left\{ \lambda(T) \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \right\} \Big|_b^t \Delta x \Delta y \Delta t$$

$$\left\{ \lambda(T) \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \right\} \Big|_b^t = \lambda_t(T) \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_t - \lambda_b(T) \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \Big|_b = \lambda_t(T) \left(\frac{T^T - T^P}{\Delta z_t} \right) - \lambda_b(T) \left(\frac{T^P - T^B}{\Delta z_b} \right)$$

$$I_3 = - \frac{\lambda_t(T) \Delta x \Delta y \Delta t}{\Delta z_t} (T^T - T^P) + \frac{\lambda_b(T) \Delta x \Delta y \Delta t}{\Delta z_b} (T^P - T^B)$$

▪ **L'intégral 4 :**

$$I_4 = \int_w^e \int_s^n \int_b^t \int_{t1}^{t2} \gamma C_p(T) \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) dx dy dz dt = \gamma C_p(T) \int_{t1}^{t2} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) dx dy dz dt$$

$$= \gamma C_p(T) [T^P(t2) - T^P(t1)] \Delta x \Delta y \Delta z$$

$$I_4 = \gamma C_p(T) \Delta x \Delta y \Delta z [T^P(k) - T^P(k-1)]$$

▪ **L'intégral 5 :**

$$I_5 = \int_w^e \int_s^n \int_b^t \int_{t1}^{t2} (p_v) dx dy dz dt = (p_v) \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$$

$$I_5 = (p_v) \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$$

En fin on à :

$$\begin{aligned}
 & \left[-\frac{\lambda_e(T)\Delta y\Delta z\Delta t}{\Delta x_e}(T^E - T^P) + \frac{\lambda_w(T)\Delta y\Delta z\Delta t}{\Delta x_w}(T^P - T^W) \right] \\
 & + \left[-\frac{\lambda_n(T)\Delta x\Delta z\Delta t}{\Delta y_n}(T^N - T^P) + \frac{\lambda_s(T)\Delta x\Delta z\Delta t}{\Delta y_s}(T^P - T^S) \right] \\
 & + \left[-\frac{\lambda_t(T)\Delta x\Delta y\Delta t}{\Delta z_t}(T^T - T^P) + \frac{\lambda_b(T)\Delta x\Delta y\Delta t}{\Delta z_b}(T^P - T^B) \right] \\
 & + [\gamma C_p(T)\Delta x\Delta y\Delta z (T^P(k) - T^P(k-1))] \\
 & = (p_v) \Delta x\Delta y\Delta z\Delta t \quad (IV.52)
 \end{aligned}$$

On divise l'équation (IV.52) sur Δt on trouve :

$$\begin{aligned}
 (T^P) & \left[\frac{\lambda_e(T)\Delta y\Delta z}{\Delta x_e} + \frac{\lambda_w(T)\Delta y\Delta z}{\Delta x_w} + \frac{\lambda_n(T)\Delta x\Delta z}{\Delta y_n} + \frac{\lambda_s(T)\Delta x\Delta z}{\Delta y_s} + \frac{\lambda_t(T)\Delta x\Delta y}{\Delta z_t} + \frac{\lambda_b(T)\Delta x\Delta y}{\Delta z_b} \right] \\
 & = \left[\frac{\lambda_e(T)\Delta y\Delta z}{\Delta x_e}(T^E) + \frac{\lambda_w(T)\Delta y\Delta z}{\Delta x_w}(T^W) + \frac{\lambda_n(T)\Delta x\Delta z}{\Delta y_n}(T^N) \right. \\
 & \left. + \frac{\lambda_s(T)\Delta x\Delta z}{\Delta y_s}(T^S) + \frac{\lambda_t(T)\Delta x\Delta y}{\Delta z_t}(T^T) + \frac{\lambda_b(T)\Delta x\Delta y}{\Delta z_b}(T^B) \right] \\
 & - \left[\frac{\gamma C_p(T)\Delta x\Delta y\Delta z}{\Delta t}(T^P(k) - T^P(k-1)) \right] + (p_v) \Delta x\Delta y\Delta z\Delta t
 \end{aligned}$$

On pose :

$$b_{xe} = \frac{\lambda_e(T)\Delta y\Delta z}{\Delta x_e} ; \quad b_{xw} = \frac{\lambda_w(T)\Delta y\Delta z}{\Delta x_w} ; \quad b_{yn} = \frac{\lambda_n(T)\Delta x\Delta z}{\Delta y_n} ; \quad b_{ys} = \frac{\lambda_s(T)\Delta x\Delta z}{\Delta y_s} ;$$

$$b_{zt} = \frac{\lambda_t(T)\Delta x\Delta y}{\Delta z_t} ; \quad b_{zb} = \frac{\lambda_b(T)\Delta x\Delta y}{\Delta z_b} ; \quad b_{jt} = \frac{\gamma C_p(T)\Delta x\Delta y\Delta z}{\Delta t} ; \quad b_j = \Delta x\Delta y\Delta z ;$$

$$b_p = b_{xe} + b_{xw} + b_{yn} + b_{ys} + b_{zt} + b_{zb}$$

On remplace chaque constant par leur symbole on trouve :

$$\begin{aligned} b_p(T^P) = & [b_{xe}(T^E) + b_{xw}(T^W) + b_{yn}(T^N) + b_{ys}(T^S) + b_{zt}(T^T) + b_{zb}(T^B)] \\ & - [b_{jt}(T^P(k) - T^P(k-1))] - [b_j(p_v)] \end{aligned}$$

En fin :

$$\begin{aligned} T^P = & \left(\frac{1}{b_p + b_{jt}} \right) [b_{xe}(T^E) + b_{xw}(T^W) + b_{yn}(T^N) + b_{ys}(T^S) + b_{zt}(T^T) + b_{zb}(T^B) \\ & + b_j(p_v) + b_{jt}T^P(k-1)] \end{aligned} \quad (IV.53)$$

IV.3.3. Conditions aux Limites

IV.3.3.1. Conditions aux Limites associé au problème électromagnétique

Dans l'étude précédente, nous avons établi les équations des nœuds internes. Pour la résolution de ces équations électromagnétiques, il est inévitable d'associer les conditions aux limites du domaine d'étude à ces équations.

Il existe deux façons d'introduire les conditions aux limites :

A) Condition de Dirichlet :

Cette condition impose des valeurs de A aux extrémités du domaine d'étude. Ces valeurs sont prises nulles par la considération de l'infini physique [20]. Le problème de Dirichlet impose donc :

$$\vec{A} = 0 \quad (\text{Condition de Dirichlet homogène})$$

$$\vec{A} \neq \vec{0} \quad (\text{Condition de Dirichlet non homogène})$$

B) Condition de Neumann :

Elles sont utilisées dans le cas où le système à étudier présente des plans de symétrie [20]. Le problème de Neumann impose donc [18]:

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}} = \vec{0} \quad (\text{Condition de Neumann homogène})$$

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}} \neq \vec{0} \quad (\text{Condition de Neumann non homogène})$$

\vec{n} : est la normale.

IV.3.3.2. Conditions aux Limites associé au problème thermique

A) Condition de Dirichlet :

L'analogie thermique d'une condition aux limites de type Dirichlet est un "mur isotherme". Il s'agit simplement d'imposer la température constante sur la surface d'échange :

$$T|_{\Gamma} = T_D$$

On utilise cette condition lorsqu'on considère que le matériau étudié est en contact avec un thermostat thermodynamique [20].

C) Condition de Neumann :

En thermique, la condition de Neumann consiste à imposer la valeur du flux de chaleur traversant la frontière Γ . La condition aux limites s'écrit alors [20]:

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma} = Q_t$$

Avec Q_t est le flux de la chaleur.

IV.3.3.3. Les conditions aux Limites de notre travail

Note 1: Dans notre travail on utilise la Condition de Dirichlet pour l'équation d'électromagnétique (voir figure IV.10).

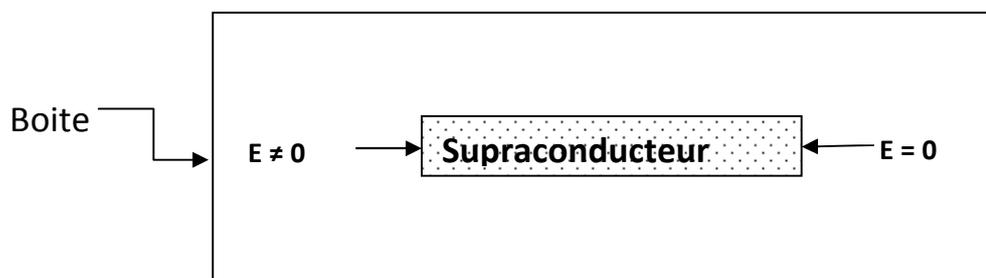


Figure IV.10: Condition aux limites.

Note 2: Pour le problème thermique on a les conditions aux limites suivantes :

- Partout en dehors du supraconducteur la température est constante et égale à la température du fluide cryogénique T_0 donc : $T = T_0$
- Les échanges de chaleur entre le supraconducteur et le fluide cryogénique sont considérés comme étant dus essentiellement à la convection. Ainsi, sur la frontière du supraconducteur on a : $-k(T) \cdot \nabla T \cdot \vec{n} = h (T - T_0)$ [48].

Où h est le coefficient de convection du fluide cryogénique exprimé en $W / (m^2 \cdot K)$ et T_0 est la température de ce même fluide.

IV.3.4. Méthodes de résolution des systèmes d'équations algébriques

Pour la résolution des systèmes d'équation algébrique linéaire, obtenu après avoir appliqué la méthode des volumes Finis, il existe deux grandes catégories de méthode :

1. Les méthodes directes,
2. Les méthodes itératives.

IV.3.4.1. Méthodes directes :

Ces méthodes conduisent à une solution en un nombre fini d'étape (éventuellement grand), cependant, comme l'ordinateur représente chaque nombre par un ensemble limité de digits, les méthodes directes sont précises mais demandant beaucoup d'espace mémoire et de temps de calcul [18].

IV.3.4.2. Méthodes itératives :

Pour les matrices d'ordre élevé, comportant de nombreux éléments nuls (matrice creuse), on utilise les méthodes itératives qui font passer d'un estimé $\mathbf{X}^{(k)}$ de la solution à un autre estimé $\mathbf{X}^{(k+1)}$ de cette solution, s'il y a convergence, la solution n'est atteinte qu'après un nombre d'itérations[18]. Parmi ces méthodes, nous citons les méthodes linéaires :

A) *Méthode de Jacobi* :

Elle est basée sur la transformation du système $[A] [X] = [B]$ en :

$$X_i^{(k+1)} = \left[\begin{array}{c} b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j^k \\ \hline a_{ij} \end{array} \right] ; (i \neq j), i = 1, \dots, n$$

On estime une valeur arbitraire initiale X_i^0 pour ($k = 0$), le calcul sera arrêté

Si $|X_i^{(k+1)} - X_i^k| < pr$, dans le cas d'une précision absolue et $\frac{|X_i^{(k+1)} - X_i^k|}{X_i^k} < \varepsilon$ dans le cas d'une précision relative. Avec "pr" est la précision imposée par l'utilisateur [18].

B) Méthode de Gauss Siedel :

Cette méthode consiste à transformer le système $[A] [X] = [B]$ en :

$$X_i^{(k+1)} = \left[\begin{array}{c} b_i - \sum_{j=1}^{(i-1)} a_{ij} X_j^{(k+1)} - \sum_{j=(i+1)}^n a_{ij} X_j^k \\ \hline a_{ij} \end{array} \right] ; i = 1, \dots, n$$

En donnant aux inconnues X_i^k des valeurs arbitraires initiales X_i^0 pour ($k = 0$)

Le processus sera arrêté si : $\frac{|X_i^{(k+1)} - X_i^k|}{X_i^k} < pr$ dans le cas d'une précision relative.

Pr : Précision imposée par l'utilisateur [18].

C) Méthode de relaxation :

Pour les cas très non linéaire, on utilise un coefficient de sous relaxation α [18]:

$$X_i^{(k+1)} = X_i^k + \alpha (X_i^{(k+1)} - X_i^k)$$

IV.3.5. ALGORITHME DE RESOLUTION

Après avoir donné les modèles numériques de calcul, l'étape suivante consiste à implémenter sous l'environnement MATLAB le code de calcul. Cet environnement présente de nombreux avantages tels que le calcul matriciel, l'interface graphique, la technique des matrices creuses qui permet la réduction du temps de calcul, et celui de l'utilisateur.

Un code de calcul basé sur les modèles mathématico numériques est développé. Ce code de calcul est réalisé à partir des sous modules effectuant chacun une tâche différente. Chaque module est réalisé par un programme interactif.

La figure (IV .11) présente l'organisation du code de calcul utilisé pour la résolution des équations électromagnétiques et thermique. Ce code de calcul est constitué de trois blocs principaux Bloc d'entrée, Bloc de résolution et Bloc de sortie [11].

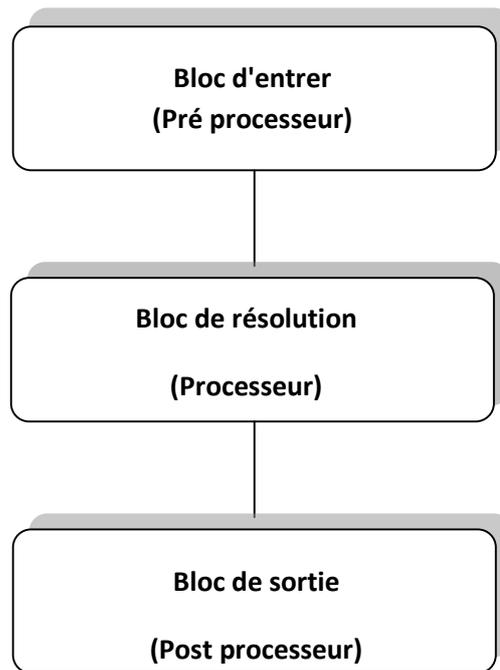


Figure IV. 11 : Organigramme du code de calcul.

IV.3.5. 1. Bloc d'entrée

Le bloc d'entrée, est constitué de trois modules : Module de Maillage, Module de base de données et Module d'affectation. Il consiste à préparer les données nécessaire pour le bloc de résolution, ces données concernant la description de la géométrie du domaine, la discrétisation, l'introduction des propriétés physiques du dispositif étudié, le calcul des coefficients des équations algébriques et le type de condition aux limites. Ces trois modules sont décrits comme suit [19]:

A) *Module de Maillage :*

Ce module consiste à décrire la géométrie du domaine à étudier. Il permet de définir suivant chaque région :

- Le nombre de domaines géométriques ;
- La dimension de chaque domaine géométrique ;
- Le nombre des éléments dans chaque domaine ;
- Le pas de chaque domaine représentant l'infini physique.

B) Module de base de données :

Ce module consiste à donner et à introduire les propriétés physiques de chaque région selon le phénomène à étudier (magnétodynamique et thermique). Par exemple : la perméabilité magnétique, la fréquence et la densité du courant de source, la conductivité thermique.

C) Module d'affectation :

Ce module consiste à calculer les coefficients des équations algébriques à résoudre à partir des propriétés physiques des modules précédents.

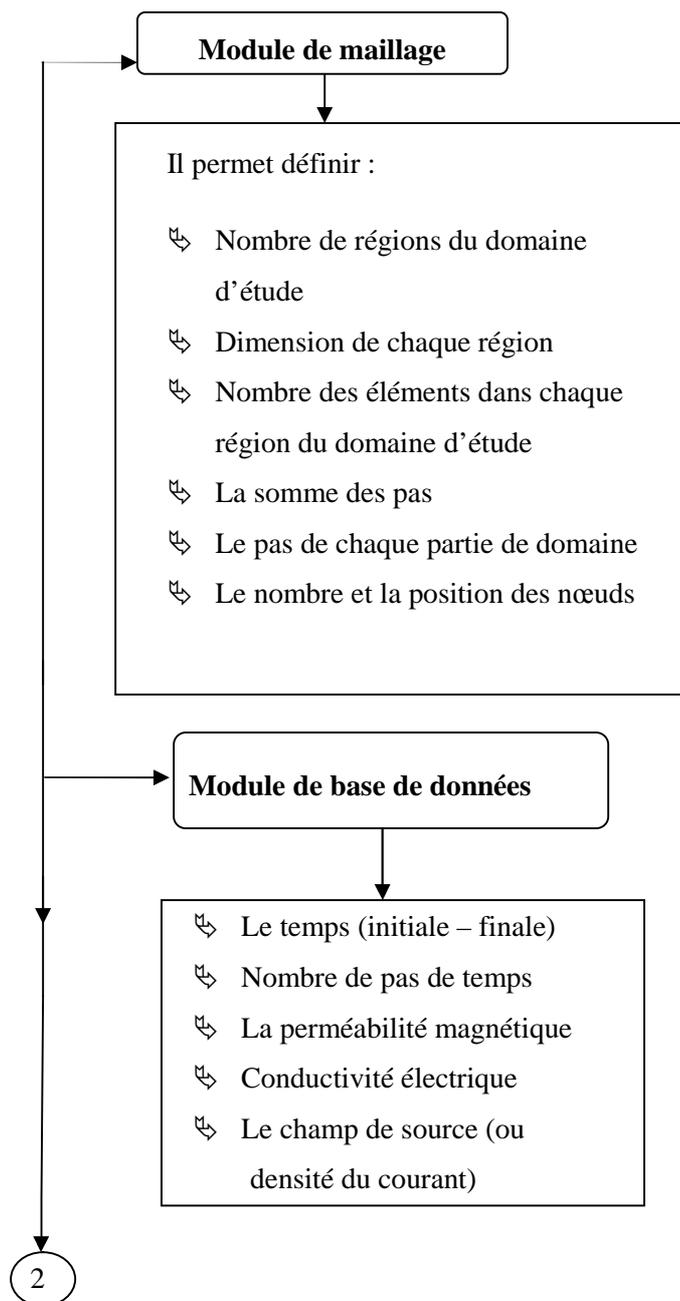
IV.3.5.2. Bloc de résolution

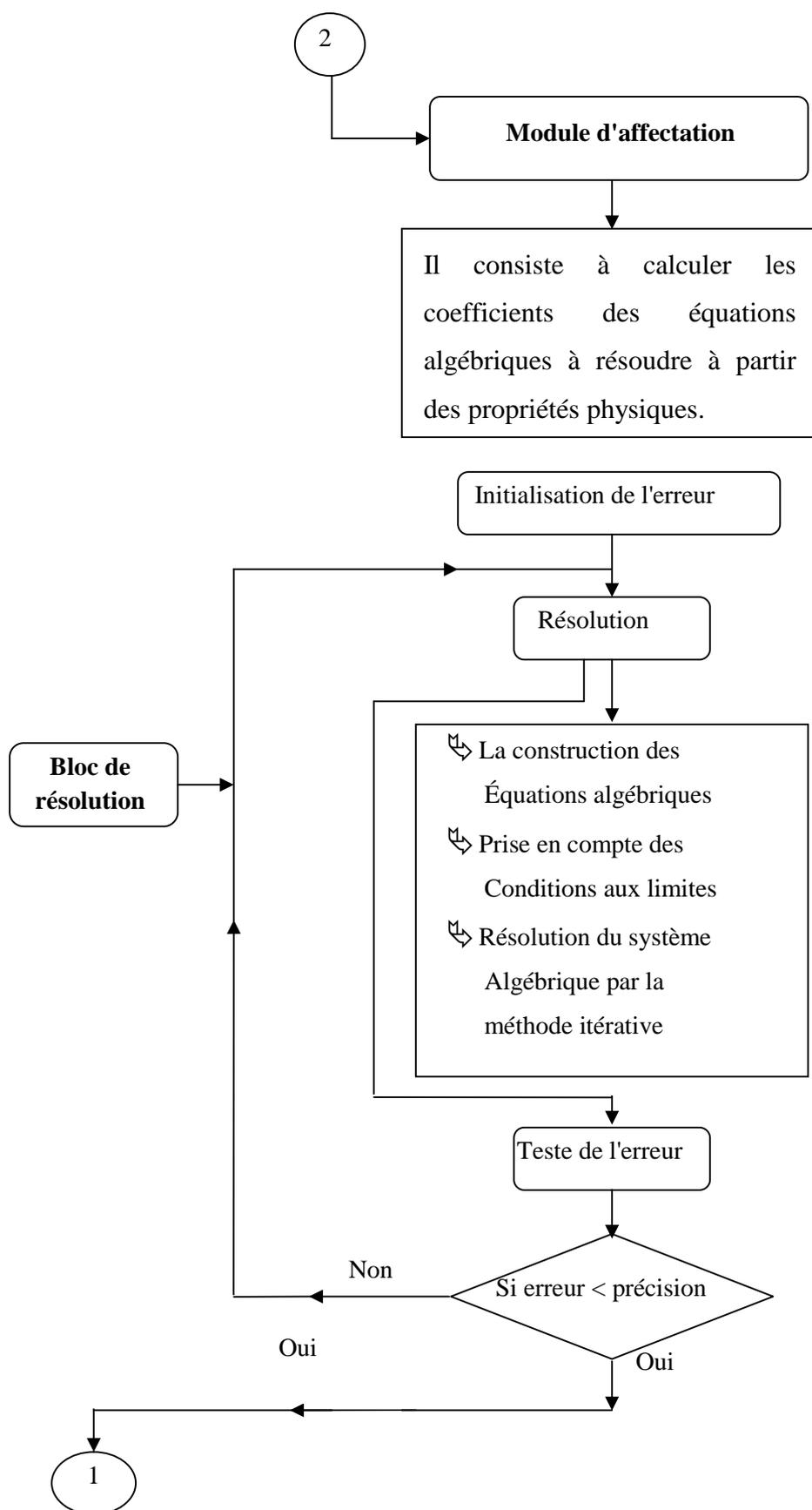
Ce bloc est constitué par les équations algébriques discrétisées des inconnues, il procède à la mise en oeuvre de la méthode itérative utilisée, c'est-à-dire la résolution du système d'équation linéaire qui provient de la formulation de la méthode des volumes finis. Les résultats du calcul permettent d'évaluer les composantes du potentiel vecteur magnétique \vec{A} ou le champ électrique \vec{E} et la température T .

IV.3.5.3. Bloc de sortie

Le bloc de sortie est constitué de plusieurs modules, qui sont les modules d'exploitation. Ces modules consistent à visualiser en 3D les grandeurs électromagnétiques et thermiques du phénomène en question à savoir le potentiel vecteur magnétique ou le champ électrique.

La figure (IV. 12) illustre les différentes fonctions de la procédure du calcul et de la résolution de l'équation électromagnétique.





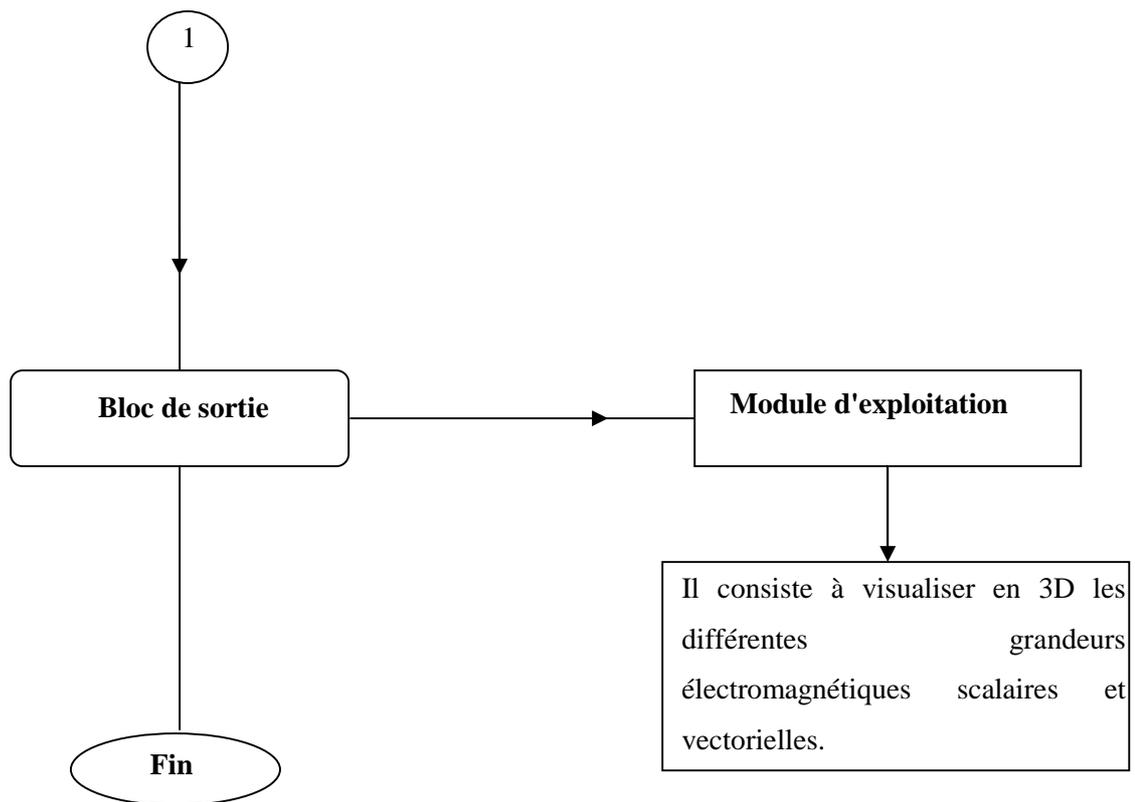
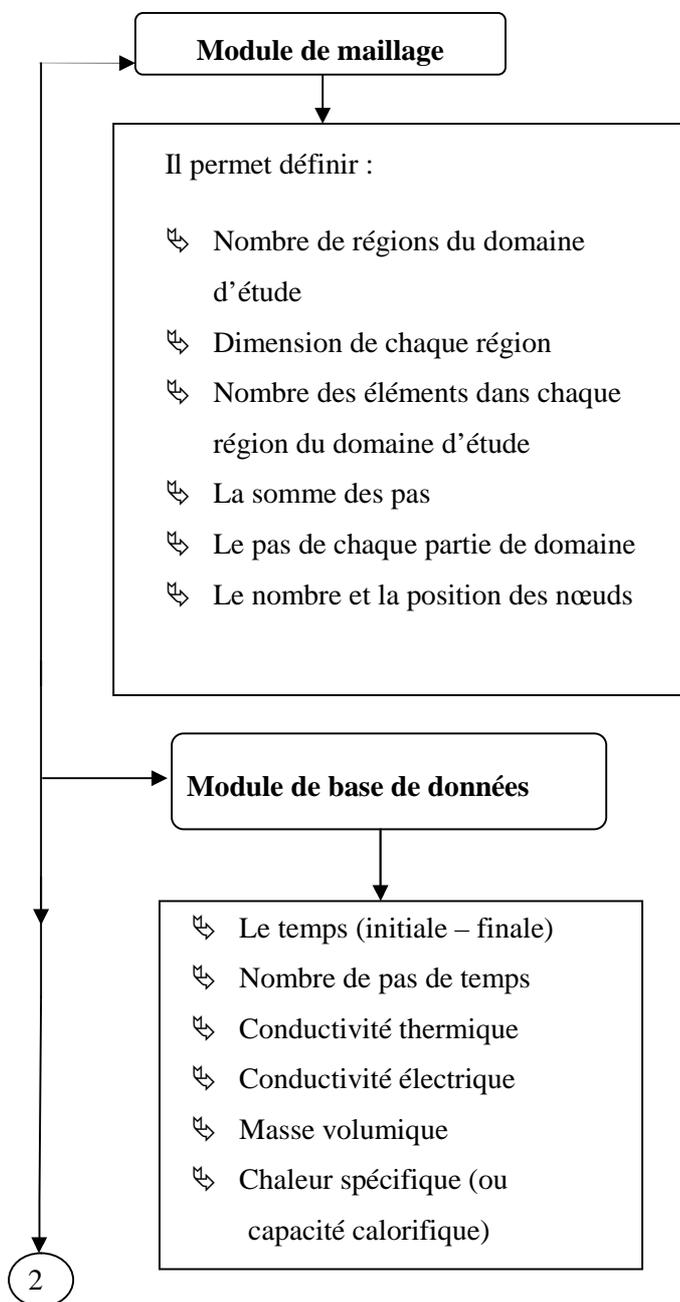
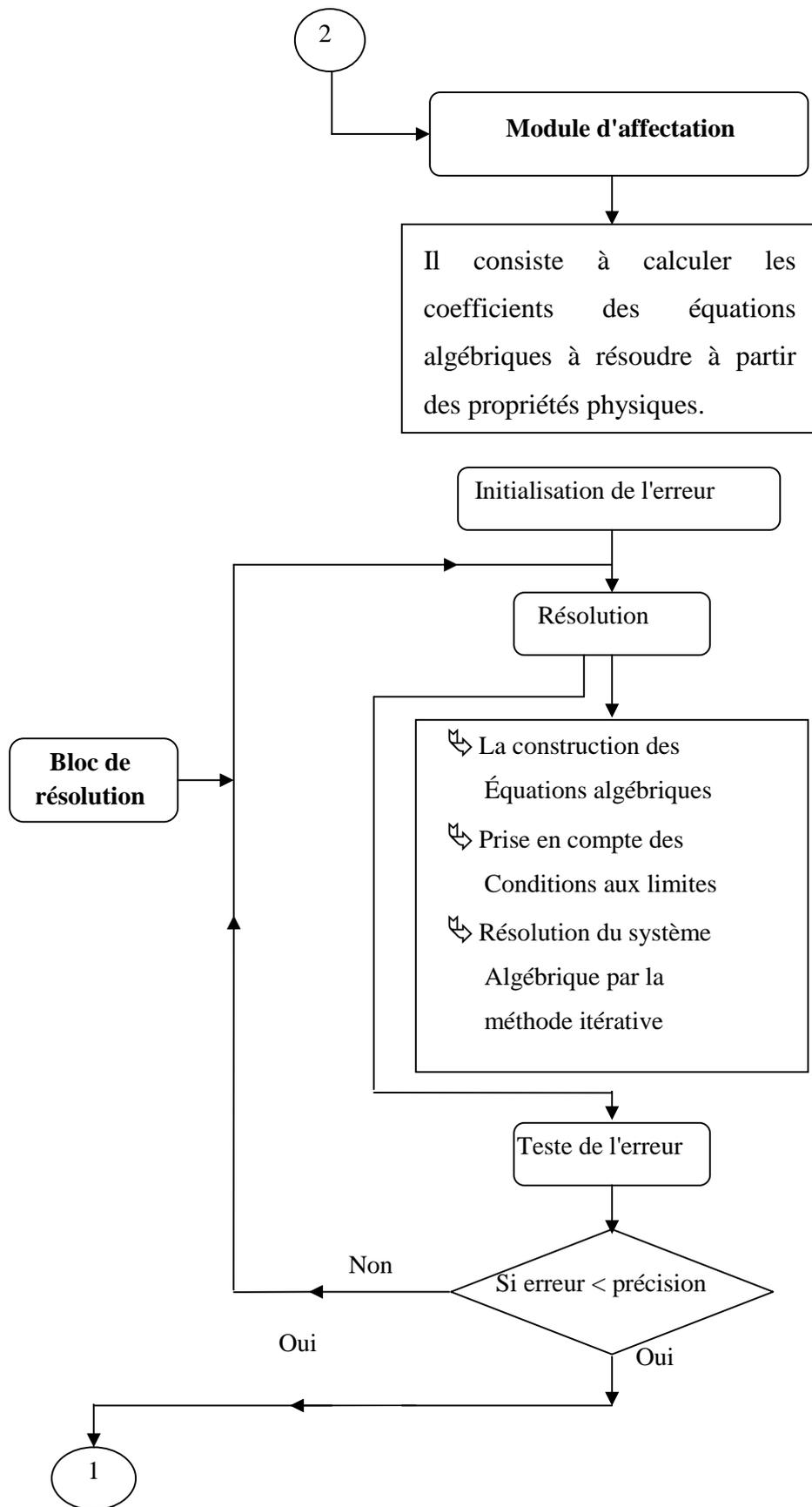


Figure IV. 12 : Algorithme de résolution du code de calcul de la résolution de l'équation électromagnétique.

La figure (IV. 13) illustre les différentes fonctions de la procédure du calcul et de la résolution de l'équation thermique.





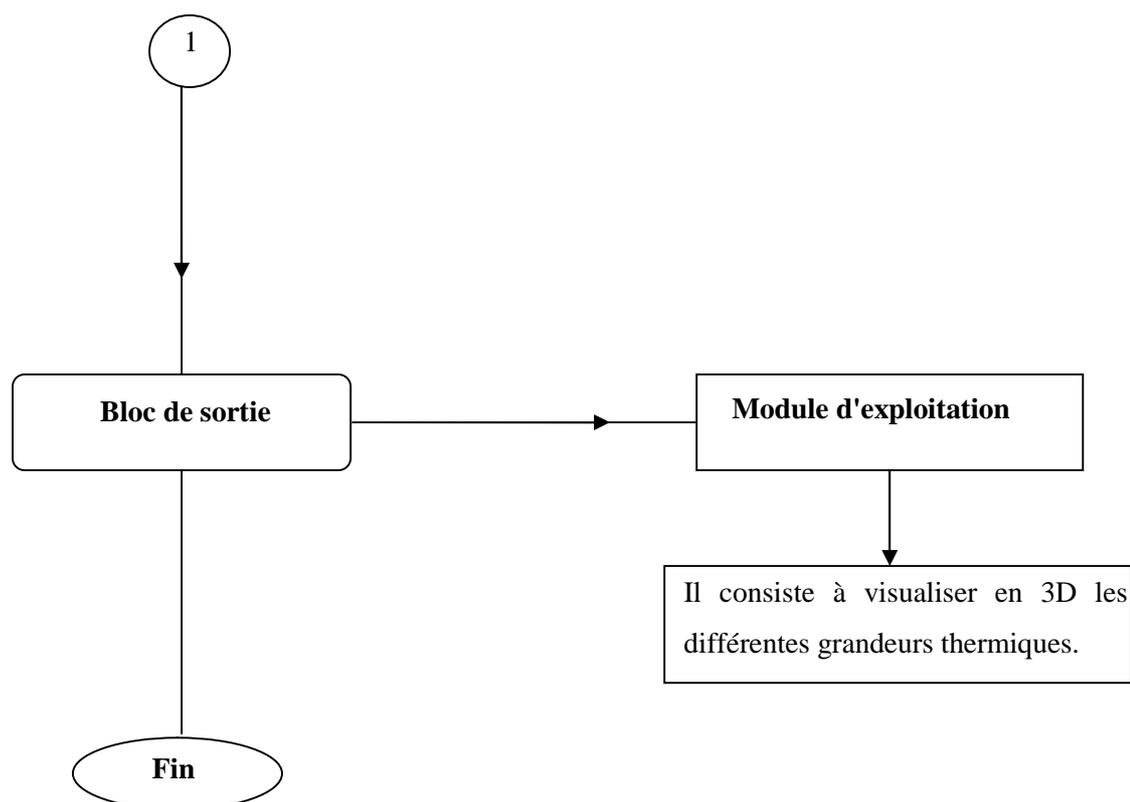


Figure IV. 13 : Algorithme de résolution du code de calcul de la résolution de l'équation thermique.

CONCLUSION

Ce chapitre a été consacré à la modélisation des matériaux SHTc, les différents modèles de l'électromagnétisme ont été présentés, en particulier le modèle magnétodynamique dans un milieu comportant un matériau supraconducteur à haute température critique. La formulation en potentiels, vecteur magnétique \vec{A} et scalaire V a été adoptée pour résoudre le problème magnétique dans de tel problème. La méthode des volumes finis (MVF) a été adoptée comme méthode de résolutions des équations aux dérivées partielles caractéristiques aux phénomènes physiques à traité. L'emploi la MVF conduit à un système d'équations algébriques. Celui-ci a été résolu par la méthode de Gauss Seidel.

Chapitre V :

Applications et validation

INTRODUCTION

Depuis l'apparition des supraconducteurs dit à haute température critique leurs applications dans le domaine du génie électrique ne cessent d'augmenter. L'une des applications la plus prometteuse est l'application des ces matériaux dans le domaine de la limitation du courant de défaut dans les réseaux électriques. Pour cela, nous nous somme orienter à l'étude de la possibilité d'implémenter les matériaux supraconducteurs à haute température critique dans les réseaux électriques afin de limité les courants de défauts (limiteur de courant supraconducteur). Ces limiteurs offrent l'avantage d'une part, d'être invisible dans le régime assigné ou nominal (résistance nulle) et de pouvoir limiter les courants de défaut dans un temps de réponse très réduit par rapport aux limiteurs de courant classique ou de disjoncteurs conventionnels.

Une telle application nécessite de déterminé avec exactitude les grandeurs électromagnétiques et thermiques. Pour cela nous présentons dans ce chapitre les résultats des simulations des comportements magnétique-thermique obtenus à partir du code numérique développé et implémenter sous l'environnement MATLAB, où nous avons adoptée la méthode des volumes finis comme méthode de résolution de l'ensemble des équations aux drivées partielles caractéristiques aux phénomènes physiques à traiter. Les résultats de simulation à caractère magnétique et thermique seront largement présentés.

V.1. DISPOSITIF ETUDIER

Le principe de base du limiteur de courant fait intervenir les propriétés de l'YBaCuO qui varient considérablement en fonction de la température. Les tableaux ci-dessous résumant les propriétés physiques et géométriques de la pastille supraconductrice utilisée dans les simulations qui vont être présentés dans la partie ci dessous.

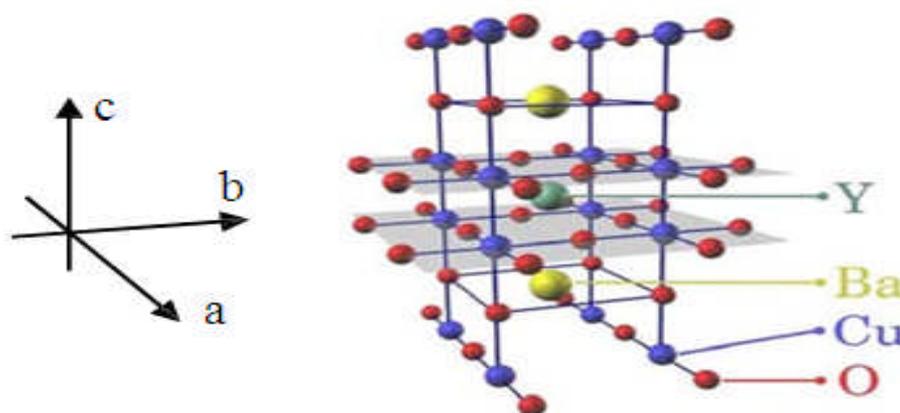


Figure .V.1: Structure cristallographique de l'YBaCuO [16].

Symbole	Quantité	Valeur
T_c	Température critique	92 K
E_c	Champ électrique critique	1×10^{-4} V/m
J_c	Densité de courant critique	5×10^7 A/m ²
n_0	Exposant n à 77 K sous champ nul	20
$I_{cc_{max}}$	Courant de court-circuit maximal	16 KA

Tableau V.1 : Paramètres de la simulation pour les pastilles YBaCuO [48] [49].

Nom	Lx (mm)	Ly (mm)	Lz (mm)
Pastille A	4	4	4

Tableau V.2 : Caractéristiques géométriques de la pastille étudiée.

V.2. RESULTATS DES SIMULATIONS

Dans cette partie, nous présentons les résultats des simulations d'une pastille supraconductrice qui doit subir un courant de court circuit franc dans l'allure est présentée dans la Fig.V.2 [49].

Dans le cas de la limitation de courant de défaut, un supraconducteur à haute température critique peut se retrouver dans deux états différents, un état dit intermédiaire et un état normal. La distinction entre ces deux états, supraconducteur et l'état normal dépend essentiellement de trois paramètres qui sont respectivement :

- La densité de courant critique (J_c),
- Le champ magnétique critique (H_c),
- La température critique (T_c).

Dans le cas où l'une des grandeurs dépasse la valeur critique, la pastille supraconductrice transite d'un état peu dissipatif (résistance presque nulle) vers un autre état très dissipatif caractérisé par une résistance très élevée. Cet instant représente le temps d'intervention du supraconducteur. Cette propriété a mené à exploiter ces matériaux pour la conception des limiteurs de courant à base de matériaux supraconducteurs haute température critique.

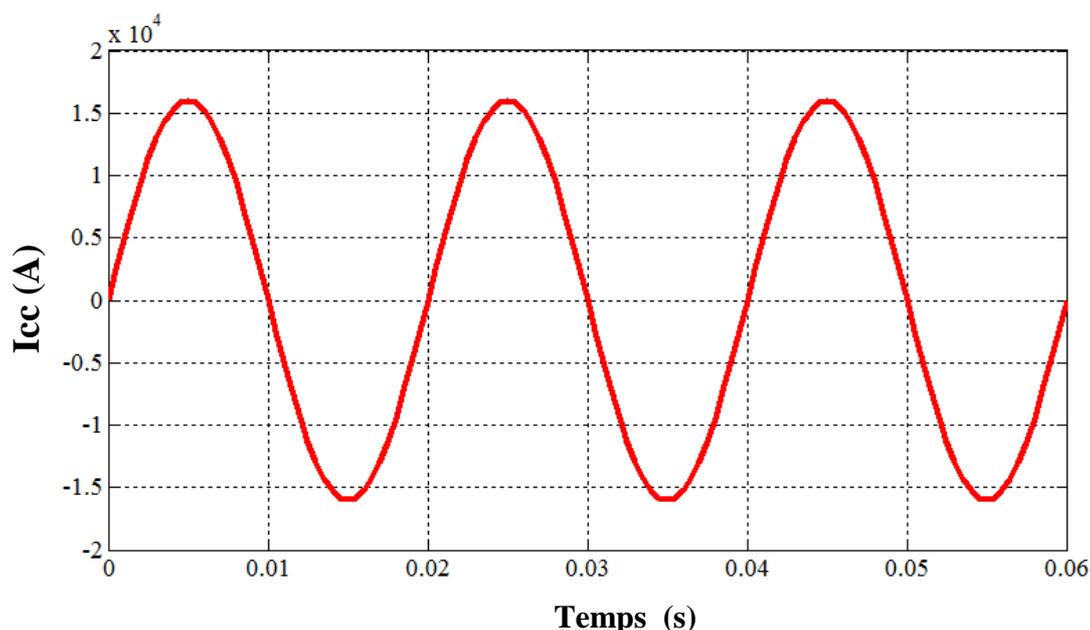


Figure .V.2 : L'allure du courant de court-circuit appliqué [49].

Le but des simulations présentées est de calculer la répartition spatiale de la température au sein du supraconducteur. A partir de cette grandeur, on peut déterminer l'instant de l'intervention du supraconducteur d'une part, d'autre part, de voir l'influence du supraconducteur sur le comportement du réseau électrique en calculant l'impédance du limiteur de courant durant son régime normal ou très dissipatif durant l'apparition d'un défaut au sein

d'un réseau électrique, ainsi, déterminé la valeur du courant circulant dans le réseau après limitation.

Pour décrire la relation entre le champ électrique E et la densité de courant J au sein des matériaux supraconducteurs, il existe plusieurs modèles qui lient le champ électrique E et la densité du courant J électrique. Parmi ces modèles, nous avons utilisé le modèle :

- *Le modèle en loi de puissance.*

V.2.1. Résultats de simulation

La relation entre le champ électrique et la densité de courant à l'intérieur du supraconducteur peut être écrite sous la forme de la loi en puissance (équation V.1) [23]:

$$E(J, T) = E_c \left(\frac{J}{J_c(T)} \right)^{n(T)} \quad (V.1)$$

Où : $J_c(T)$ et $n(T)$ sont respectivement, la densité de courant critique et le coefficient en puissance n , ces deux paramètres dépendent fortement de la température au sein du supraconducteur, cette dépendance a été donnée au chapitre II par les relations (II.11) et (II.12).

V.2.1.1. Répartition spatiale des courants au sein de la pastille supraconductrice pour le modèle en puissance :

La figure V.3 représente la répartition des courants supraconducteurs au sein de la pastille supraconductrice à l'instant $t = 0.06$ s. Ces résultats ont été obtenus en supposant que les pastilles ont une densité de courant critique $J_c = 5 \times 10^7$ A/m². Selon ces résultats, on remarque que la densité de courant répartie au sein du supraconducteur dépend de la valeur de J_c . Cette densité augmente avec l'augmentation de la valeur de J_c . La valeur de la densité de courant atteint son maximum au centre de la pastille.

Pour voir la variation temporelle de la densité de courant au sein du supraconducteur, nous avons tracé sur la Fig.V.4, la variation du rapport J/J_c en fonction du temps pour différentes valeurs de J_c , respectivement pour $J_c = (5, 6, 7, 8, 9) \times 10^7$ A/m². Selon ces résultats, on remarque que le supraconducteur intervient dans un temps très réduit avant même que le courant de court circuit atteigne son maximum durant la première alternance.

Le maximum de la densité de courant atteint au sein du supraconducteur augmente dans le temps.

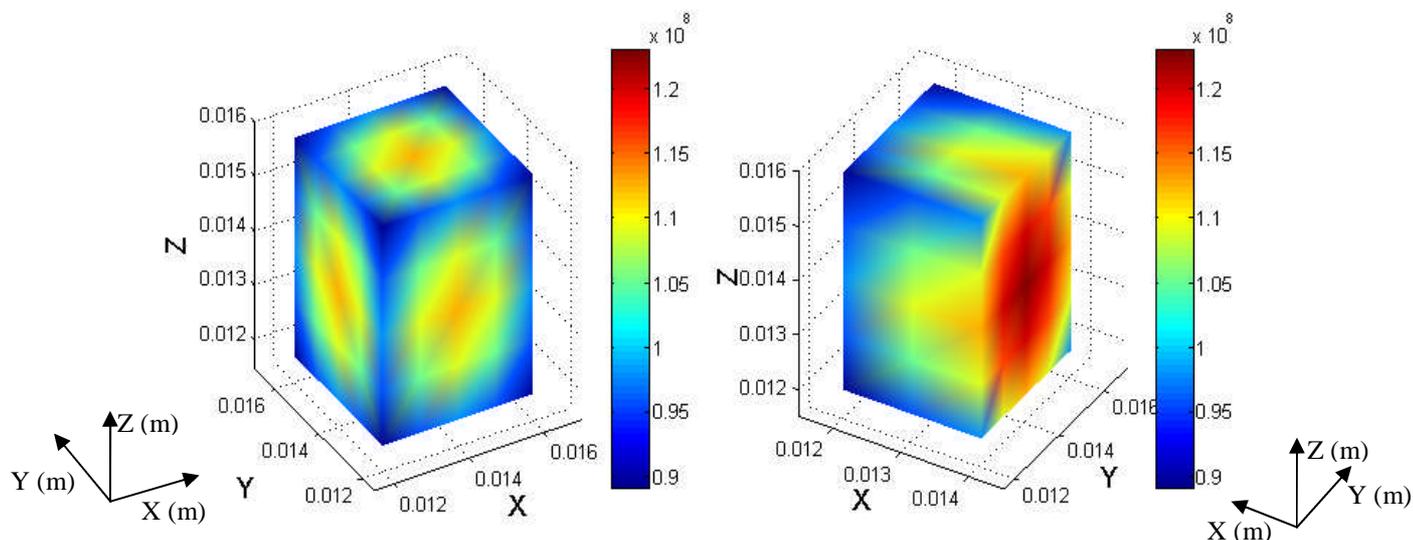


Figure.V.3. Répartition spatiale de la densité du courant J au sein de la pastille à l'instant $t = 0.06$ s.

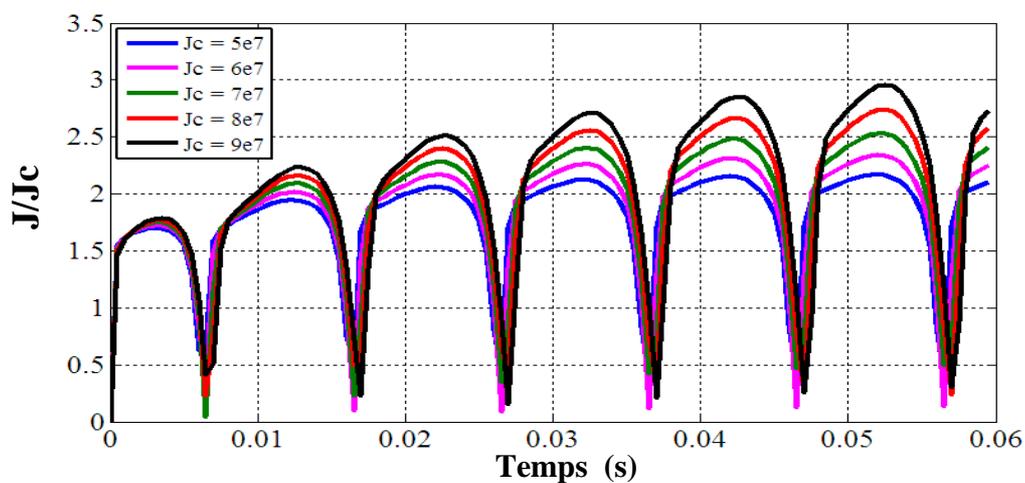


Figure. V.4. La variation du rapport J/J_c de la pastille pour différentes valeurs de J_c en fonction du temps.

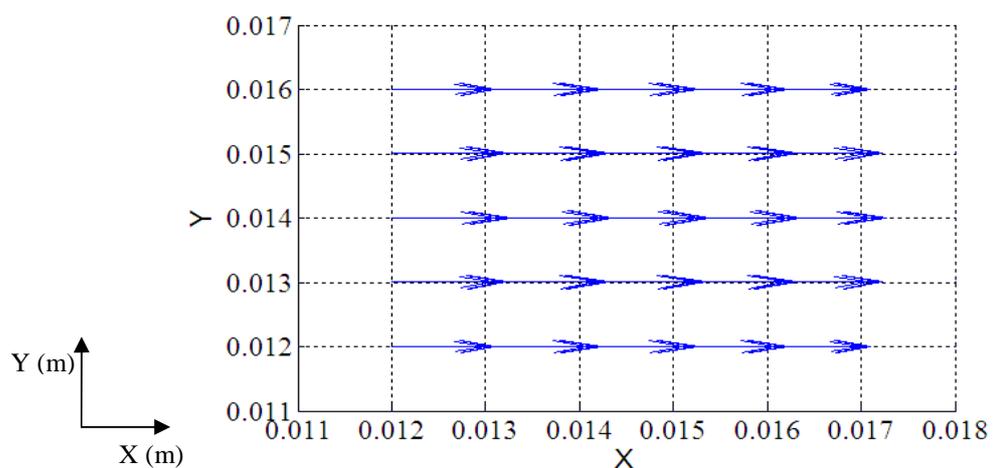


Figure V.5. Vecteur du courant (J_x, J_y) pour la pastille supraconductrice.

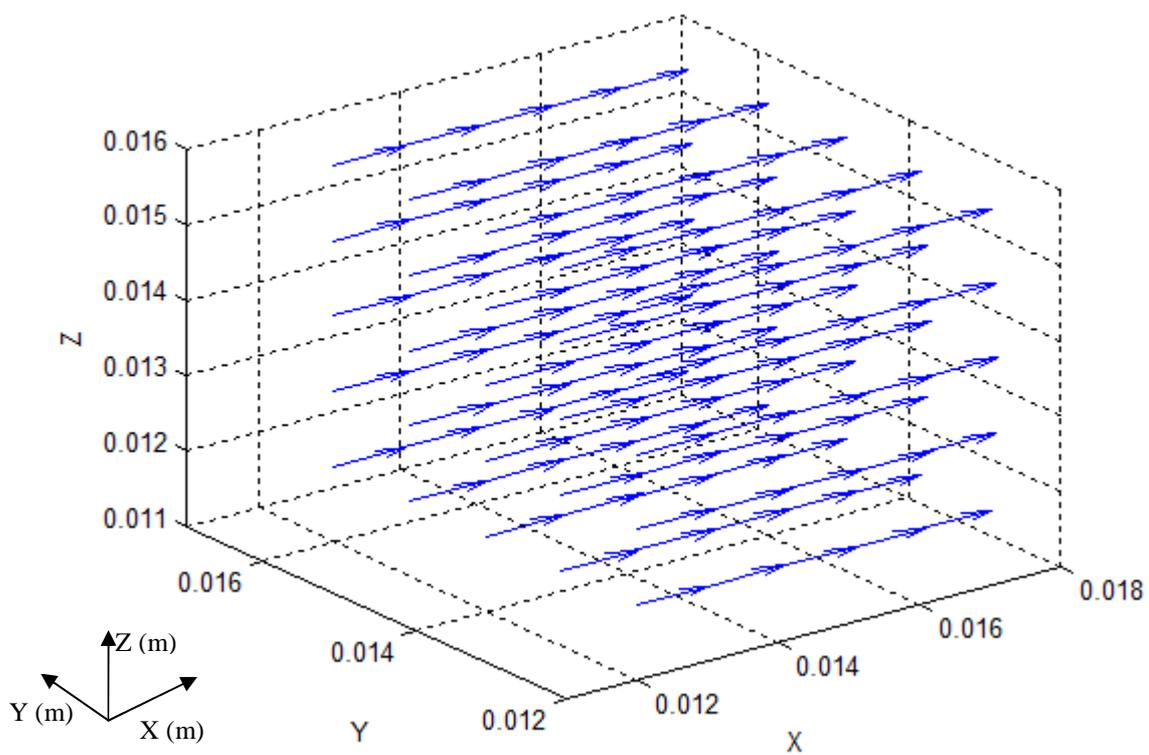


Figure V.6. Vecteur du courant (J_x, J_y, J_z) pour la pastille supraconductrice.

V.2.1.2. Répartition spatiale de la température T au sein de la pastille supraconductrice :

Les résultats ci-dessous représentent la répartition tridimensionnelle de la température au sein de la pastille supraconductrice utilisée pour limiter le courant de défaut. La température au sein de la pastille augmente progressivement dans le temps, c'est-à-dire avec l'augmentation du courant de défaut. La température atteint son maximum au cœur de la pastille supraconductrice et elle décroît considérablement sur les parois de la pastille, cela est dû à l'effet de refroidissement du fluide cryogénique.

En cas de défaut et selon les résultats présentés ci-dessous, il est clair que la pastille supraconductrice transite d'un état supraconducteur vers un état normal en supposons que la température critique T_c est de 92°K

Dans cette première partie, nous présentons les résultats des simulations du limiteur de courant utilisant la pastille supraconductrice.

Les figures (V.7) représentent la répartition spatiale de la température au sein de la pastille supraconductrice en 3D pour la valeur de $J_c = 5 \times 10^7 \text{A/m}^2$.

Selon les résultats présentés, on peut dire que la température se répartie d'une manière non homogène à l'intérieur de la pastille supraconductrice, en effet, la température au centre de la pastille supraconductrice est plus élevée. Les surfaces extrêmes de la pastille supraconductrice sont les plus froides. Ceci est due principalement à l'effet de transfert de chaleur entre du fluide cryogénique et la pastille supraconductrice très renforcé aux niveaux des surfaces.

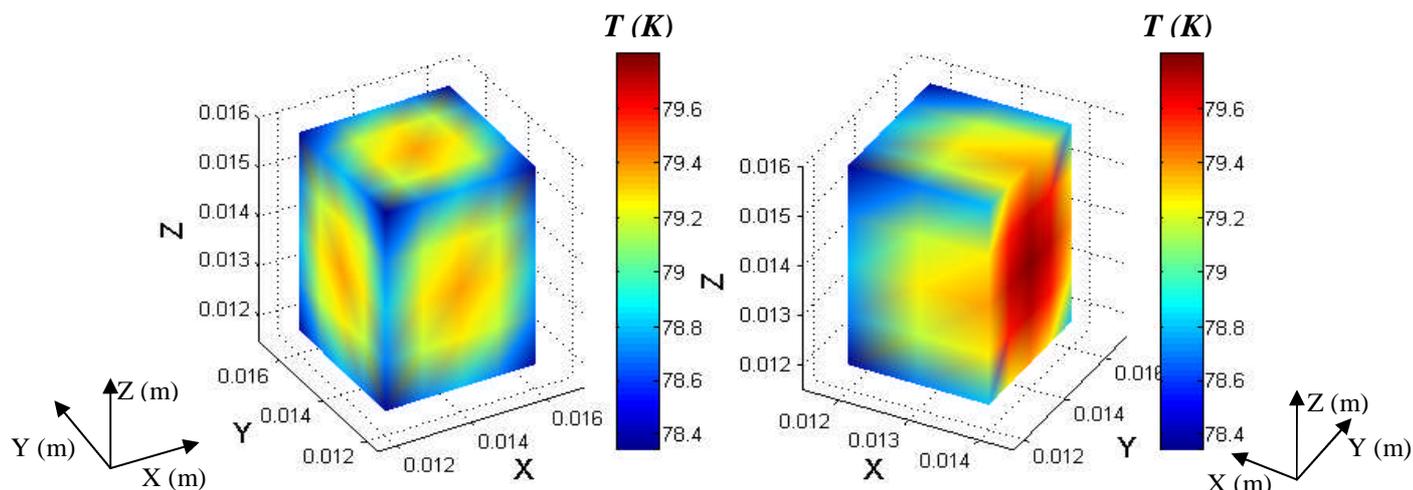


Figure V.7.a. Répartition spatiale de la température au sein de la pastille à $t = 1$ ms.

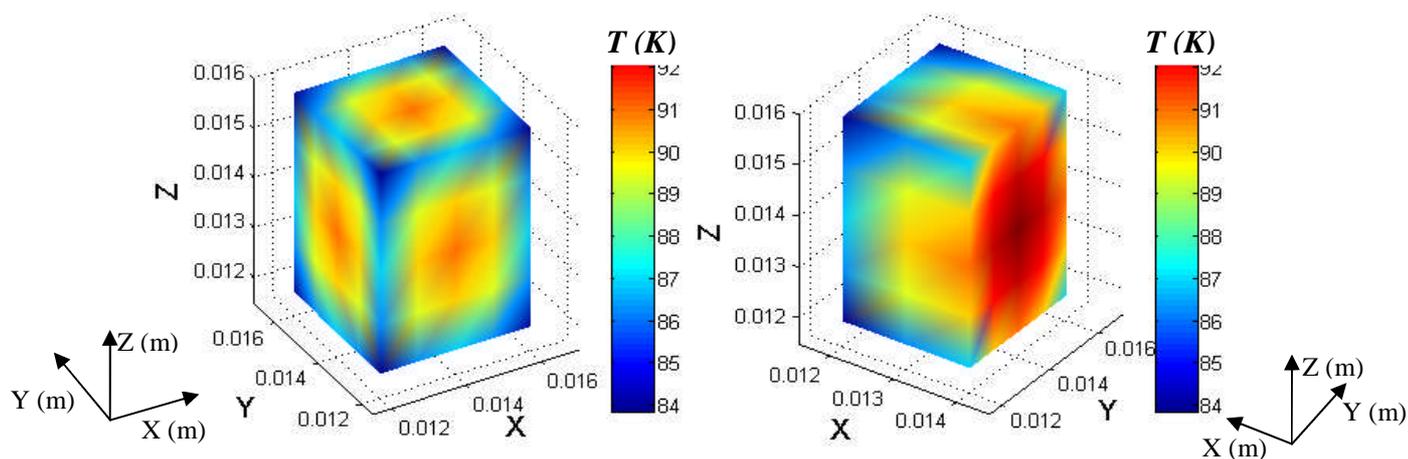


Figure V.7.b. Répartition spatiale de la température au sein de la pastille à $t = 2.5$ ms.

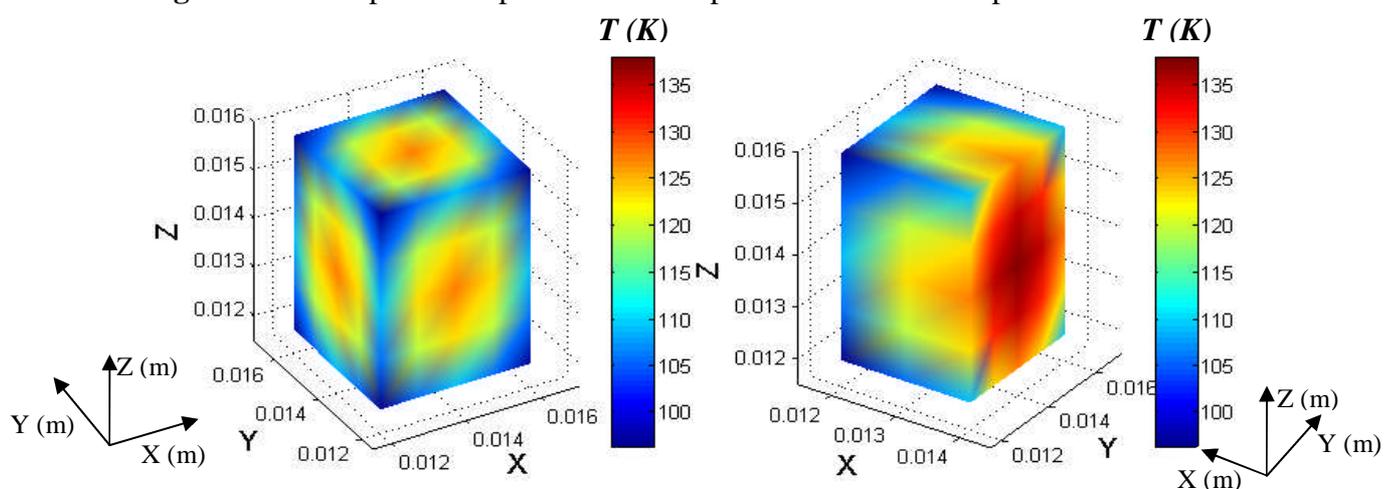


Figure V.7.c. Répartition spatiale de la température au sein de la pastille à $t = 0.03$ s.

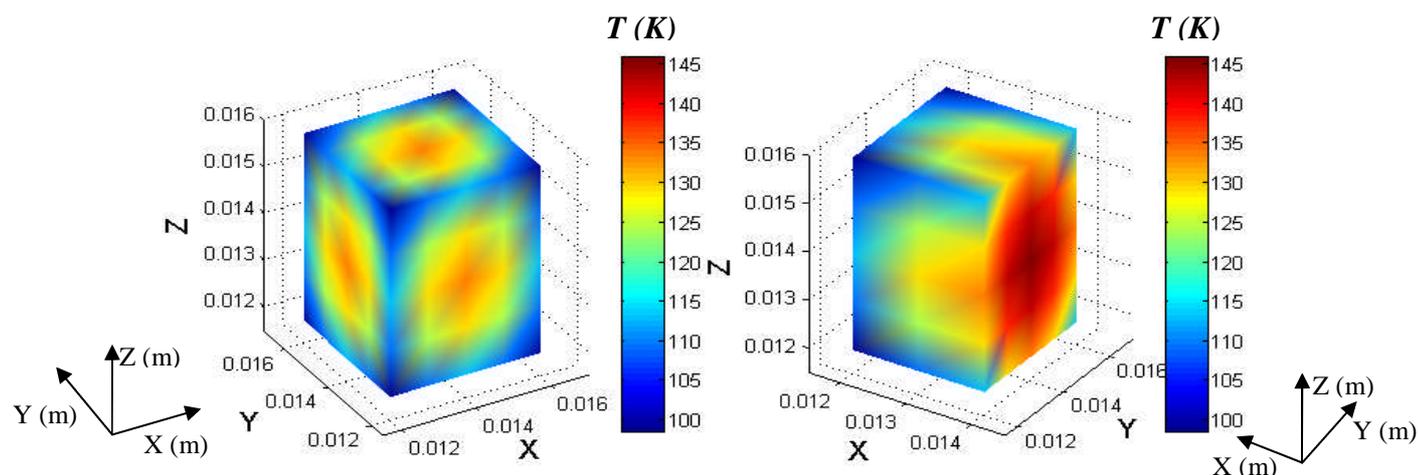


Figure V.7.d. Répartition spatiale de la température au sein de la pastille à $t = 0.06$ s.

Selon ces résultats on peut dire que la pastille supraconductrice est toujours dans un état supra à l'instant $t = 1$ ms, c'est-à-dire que le limiteur de courant ne peut intervenir à cet instant. La température maximale est presque de 79.8 °K.

A l'instant $t = 2.5$ ms, c'est-à-dire à l'instant où le limiteur de courant intervient. On peut dire que l'intérieur de la pastille supraconductrice est dans un état normal. La température maximale est presque de 93.3 °K.

A l'instant $t = 0.03$ s on peut dire que la pastille supraconductrice est dans un état normal. La température maximale est presque de 137.8 °K.

A l'instant $t = 0.06$ s on peut dire que la pastille supraconductrice est dans un état normal. La température maximale est presque de 145.6 °K.

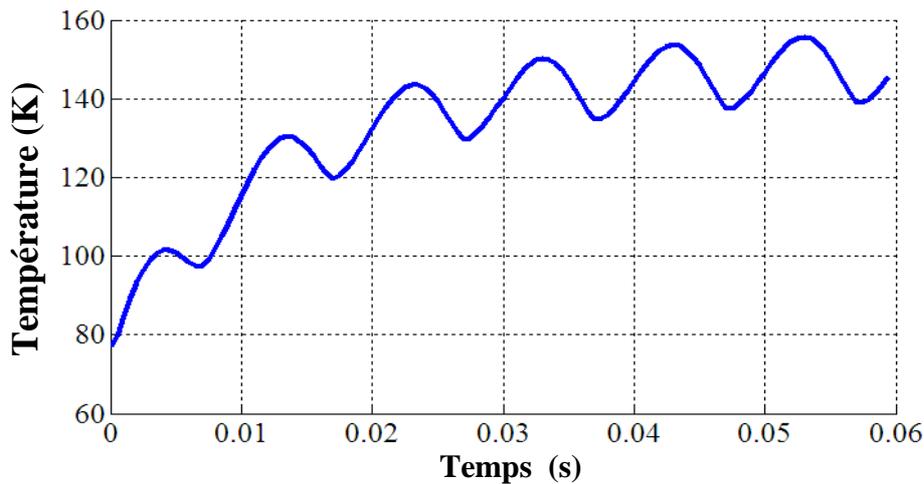


Figure V.8. La variation de la température dans la pastille en fonction du temps.

Après avoir présenté la répartition tridimensionnelle spatiale de la température au sein de la pastille supraconductrice, nous avons présenté sur la figure V.8 le maximum de la température au sein de la pastille supraconductrice en fonction du temps. Ceci est dans le but de déterminer l'instant de l'intervention du limiteur de courant (l'instant de transition d'un état supraconducteur vers un état normal). Cet instant est déterminé à partir de l'instant où la température dépasse celle la valeur de la température critique déterminé par la valeur de 92 °K. Selon la figure V.8 On peut dire que le limiteur de courant intervient à partir de l'instant $t = 2.5$ ms.

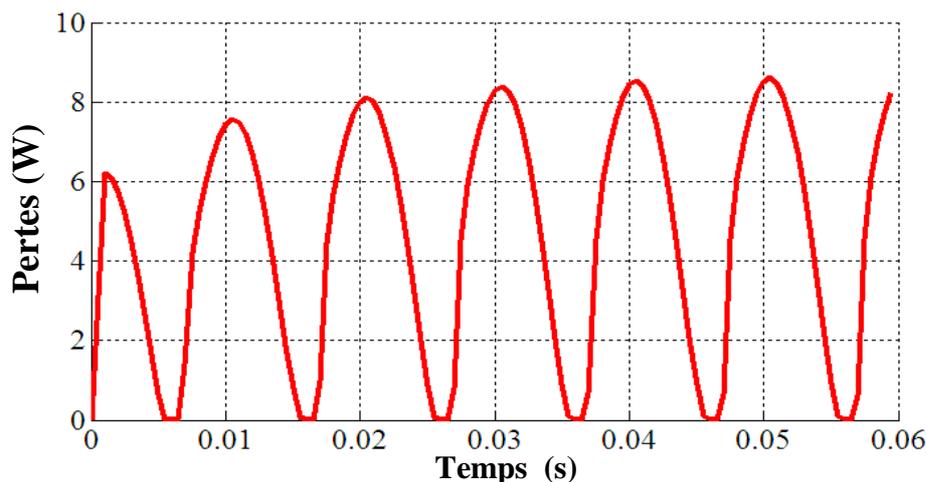


Figure V.9. La variation des pertes moyennes dans la pastille en fonction du temps.

La figure V.9 représente la variation des pertes moyennes dans la pastille supraconductrice en fonction du temps. En remarque que les pertes augmentent avec le temps. Ceci peut être expliqué par le faite que la variation du champ électrique augmente avec le

temps est par conséquent, la densité de courant critique augmente, ceci provoquera aussi l'augmentation des pertes au sein de la pastille supraconductrice.

V.2.1.3. l'influence de la valeur de la densité du courant critique J_c sur le comportement thermique d'un limiteur de courant :

Dans le but de montrer l'influence de la valeur de la densité du courant critique J_c sur le comportement thermique d'un limiteur de courant, nous avons calculé la répartition spatiale de la température au sein des pastilles supraconductrices pour différentes valeurs de J_c .

La figure ci-dessous (fig V.10), représentent la répartition spatiale de la température aux seins de la pastille supraconductrice pour différentes valeurs de J_c , respectivement de $(6, 7, 8, 9) \times 10^7$ (A/m²).

Selon le résultat présenté (fig V.10), il est clair qu'avec l'augmentation de la valeur de la densité du courant J_c , la température au sein de la pastille supraconductrice augmente considérablement, ceci est dû principalement à l'augmentation des pertes.

Le tableau V.3 résume le temps de transition du l'état supraconducteur vers l'état normal pour la pastille supraconductrice pour les différentes valeurs de J_c ou le temps d'intervention du limiteur de courant. On conclu alors que pour assurer une bonne limitation du courant de défaut dans un meilleur temps pour une pastille supraconductrice, il est préférable de prévoir une pastille supraconductrice ayant une densité de courant critique $J_c = 8 \times 10^7$ et 9×10^7 A/m².

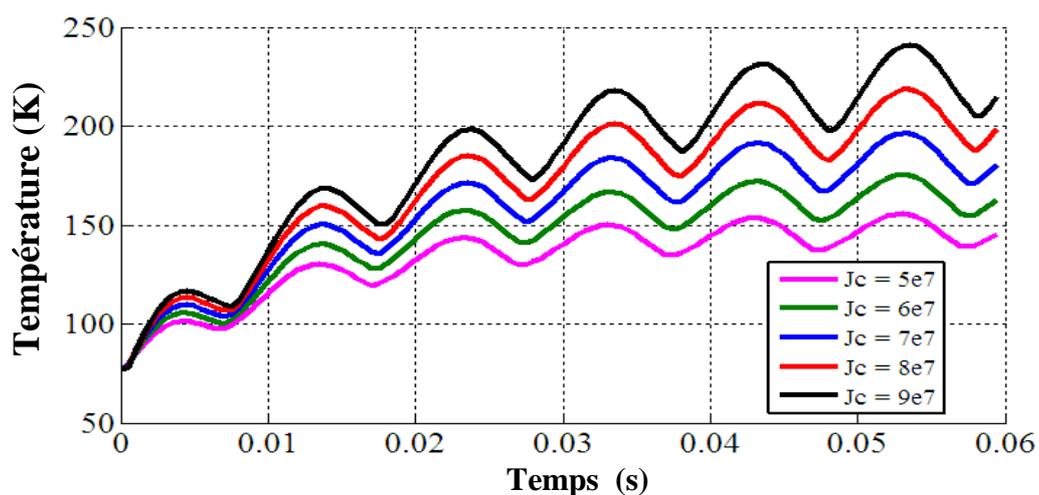


Figure V.10. La variation de la température dans la pastille en fonction du temps pour J_c variable.

J_c (A/m ²)	Temps de transition (ms)
5×10^7	2.5
6×10^7	2.5
7×10^7	2.5
8×10^7	2
9×10^7	2

Tableau V. 3 : Le temps de transition de la pastille supraconductrice pour les différentes valeurs de J_c .

La figure (fig V.11) représente la variation des pertes moyennes au sein de la pastille supraconductrice en fonction du temps avec J_c variable, en remarque que pour chaque augmentation de la densité du courant critique J_c les pertes augmentent considérablement.

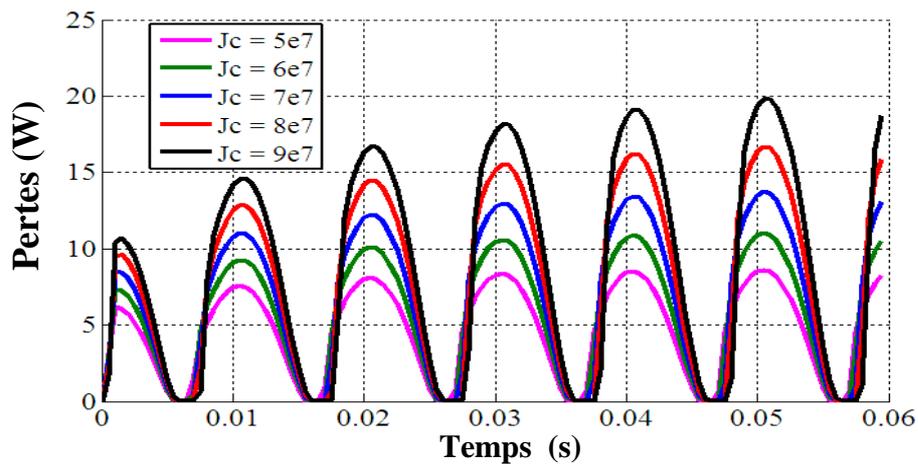


Figure V. 11. La variation des pertes moyennes dans la pastille en fonction du temps pour J_c variable.

V.2.1.4. l'influence de la longueur L_x de la pastille supraconductrice sur le comportement thermique d'un limiteur du courant :

Dans le but de montrer l'influence de la longueur L_x de la pastille sur le comportement thermique d'un limiteur de courant durant le processus de la limitation du courant de défaut, nous avons calculé la répartition spatiale de la température au sein de la pastille supraconductrice pour les différentes valeurs de L_x et pour un J_c constante ($J_c = 5 \times 10^7 \text{ A/m}^2$) (voir tableaux V.4).

La figure ci-dessous (fig V.12) représente la variation du rapport J/J_c en fonction du temps dans la pastille supraconductrice et pour différentes valeurs de L_x (voir tableau V.4).

Selon les résultats présentés, il est clair qu'avec l'augmentation de la longueur L_x de la pastille, la température au sein de la pastille supraconductrice augmente considérablement. Ceci peut être expliqué par le fait que pour chaque augmentation de la longueur L_x de la pastille supraconductrice, les pertes engendré au sein de la pastille augmentent et par conséquent la température à l'intérieur de la pastille supraconductrice.

On représente ci-dessous (fig V.13) le maximum de la température au sein de la pastille supraconductrice en fonction du temps et pour différentes valeurs de L_x . Ceci est dans le but de déterminer l'instant de l'intervention du limiteur de courant (l'instant de transition d'un état supraconducteur vers un état normal). Cet instant est déterminé à partir de l'instant où la température dépasse celle la valeur de la température critique déterminé par la valeur de T_c .

Plus de ca en remarque que pour chaque augmentation de la longueur L_x , le temps d'intervention de limiteur du courant est diminué (très rapide).

Le tableau V.5 résume le temps d'intervention de la pastille supraconductrice pour différentes valeurs de L_x . D'après les résultats obtenus on peut conclure que le meilleur temps d'intervention est $t = 2$ ms.

La figure Fig. V.14 représente la variation des pertes au sein de la pastille supraconductrice utilisées pour limiter le courant de défaut en fonction du temps. Selon les résultats présentés, on peut dire qu'avec l'augmentation de L_x , les pertes augmentent considérablement.

L_x en (mm)	04
	06
	08
	10

Tableau V. 4 : Les différentes valeurs de L_x .

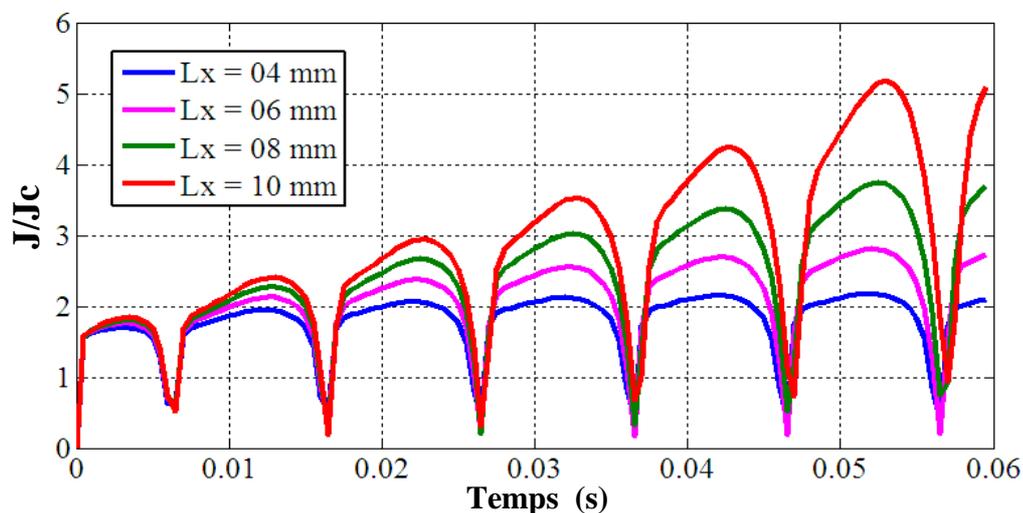


Figure. V.12. La variation du rapport J/J_c de la pastille pour différentes valeurs de L_x en fonction du temps.

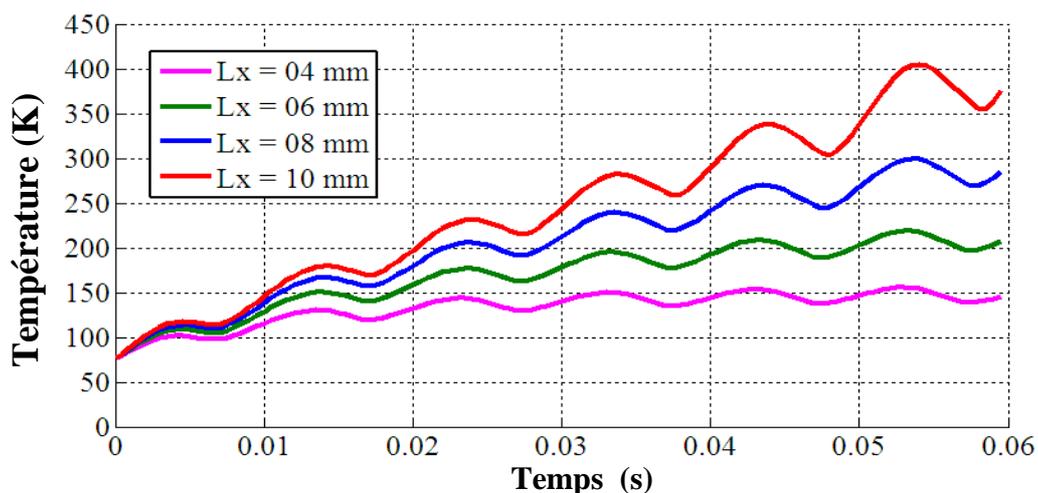


Figure V.13. La variation de la température dans la pastille en fonction du temps pour L_x variable.

L_x (mm)	Temps de transition (ms)
04	2.5
06	2.5
08	2
10	2

Tableau V. 5 : Le temps de transition pour les différentes valeurs de L_x .

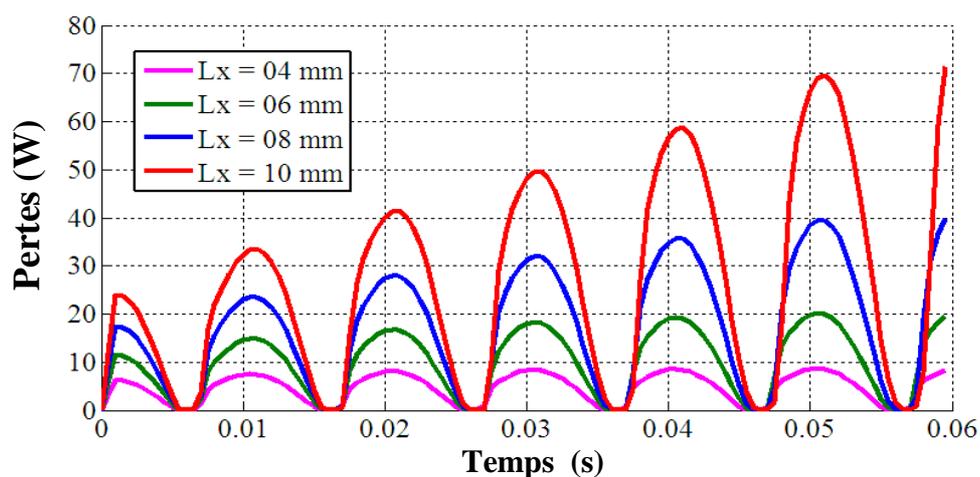


Figure V.14. La variation des pertes moyennes dans la pastille en fonction du temps pour L_x variable.

CONCLUSION

Dans ce chapitre, on a traité un dispositif contient un supraconducteur de forme rectangulaire appliqué pour la limitation du courant de court circuit dont l'objectif est de calculer les différents grandeurs électromagnétique et thermique couplé dans les matériaux supraconducteurs. Ceci est dans le but de déterminer les caractéristiques physiques d'une pastille supraconductrice qui doivent satisfaire le bon fonctionnement d'un limiteur de courant conçu à partir d'un matériau supraconducteur à haute température critique tel que la densité du courant critique. Ce calcul a aussi permet de déterminé l'instant de l'intervention d'un limiteur de courant supraconducteur jusqu'à présent mal connu.

Le modèle de puissance est implémenté dans un code de calcul numérique tridimensionnel, sous l'environnement Matlab.

Conclusion Générale

CONCLUSION GENERALE

Le thème principal de cette thèse est l'étude des phénomènes électromagnétique et thermique dans les matériaux supraconducteurs à haute température critique utilisés dans la limitation du courant de défaut dans un réseau électrique. La possibilité de simuler le comportement de ces matériaux est une clé essentielle pour le développement d'applications dans le domaine industriel, et la conception d'un limiteur du courant à base de supraconducteur à haute température critique avec l'étude les méthodes de calcul le courant de court circuit .

Pour étudier les phénomènes magnétiques des matériaux supraconducteurs à des relations mathématiques on a utilisé les équations de maxwell qui constituent aujourd'hui la base de l'électromagnétisme.

A cause de la grande interaction entre les phénomènes magnétique et thermique les différents modes de couplage magnéto-thermique ont été présentés. Dans le cadre de cette thèse, le mode de couplage alterné (MCA) a été adopté.

La méthode des volumes finis est utilisée pour résoudre les équations aux dérivées partielles caractéristiques aux phénomènes physiques à traité (magnétique et thermique).

Le modèle mathématico-numérique développé a été implémenté dans un code de calcul développé et implémenté sous l'environnement MATLAB.

A partir de la résolution du problème magnétique et thermique, le temps de réponse du limiteur de courant est déterminé dans le cas d'un court-circuit symétrique.

La limitation de courant du court-circuit pour un limiteur du courant supraconducteur dépend de la température critique T_C (la translation de l'état supraconducteur à l'état normal basé sur la température critique T_C).

Ayant en vue les limites de la méthode numérique, aussi les approximations utilisées dans la modélisation, il est nécessaire la validation du modèle par de tests expérimentaux, pour pouvoir l'utiliser dans la conception de limiteurs de courant de défaut supraconducteur.

Les perspectives envisagées sont :

- Une confrontation entre la méthode des volumes fins et la méthode des éléments fins s'impose.
- Le calcul du courant produit après limitation de courant.
- Etude plus détaillée spécifique au réseau électrique tel que: la stabilité du réseau, etc.....

REFERANCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **KEVIN BERGER.** " Etude des phénomènes couplés magnétothermiques dans les supraconducteurs à haute température " Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 2006.
- [2] **PHILIPPE MASSON.** "Etude d'écrans supraconducteurs à haute température critique massifs. Application à la réalisation d'une machine électrique de conception originale" Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 2002.
- [3] **RENAUD MOULIN.** "Dimensionnements et essais de moteurs supraconducteurs" Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 2010.
- [4] **WIEST-MILLION NICOLAS, LEMOINE JULIEN et SOLT EDOUARD.** "Les matériaux supraconducteurs ". Rapport d'Epistémologie, 2002.
- [5] **ISZABELA KLUTSCH.** " Modélisation des supraconducteurs et mesures " Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2003.
- [6] **BRUNO DOUINE.** " Etude des pertes dans les supraconducteurs à haute température critique " Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 2001.
- [7] **THE CUONG HOÀNG.** " Caractérisation des supraconducteurs à haute température critique en vue d'application en électrotechnique " Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 2010.
- [8] **YANNICK COINTE.** " Limiteur supraconducteur de courant continu " Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2007.
- [9] **EL HADJ AILAM.** " Machine synchrone à plots supraconducteurs : Etude et réalisation" Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 2006.
- [10] **JOSEPH DURON.** " Modélisation de matériaux supraconducteurs - application à un limiteur de courant " Thèse de doctorat de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2006.
- [11] **BEN MEBAREK FETHI et SAIED BELKHIR.** " Etude et modélisation d'un limiteur du courant à base de supraconducteur à haute température critique" Mémoire d'ingénieur de l'Université de Biskra, 2011.
- [12] **KAMENI NTICHI ABELIN.** " Etude par des méthodes analytiques et numériques de la répartition des champs induits dans les supraconducteurs `a haute température critique " Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 2009.

- [13] **CHAPITRE IX.** " Dynamique des vortex dans les supraconducteurs de type II " Supraconductivité: un condensât de Physique (Ecole des Mines de Nancy / Séminaire IFR matériaux 23-24 juin 2003-Ph. Mangin).
- [14] **CHAPITRE I.** " Introduction " Supraconductivité: un condensât de Physique (Ecole des Mines de Nancy / Séminaire IFR matériaux 23-24 juin 2003-Ph. Mangin).
- [15] **BEN ALIA .KHALED.** " Etude de la Lévitiation Magnétique entre les Aimants Permanents et les Supraconducteurs " Thèse de Magister de l'Université de Biskra, 2009.
- [16] **BEN SAHAL RIDHA.** " Implantation de supraconducteur dans un réseau électrique " Mémoire de Master de l'Université de Biskra, 2012.
- [17] **ATTIE ELIE, HOLLOCOU ALEXANDRE, NOËL CAMILLE, ROBERT SEBASTIEN, ROTIVAL GEORGES et SABLONE EMMANUEL.** " PSC : Train à lévitation magnétique et Supraconductivité ". Rapport Final, 2011.
- [18] **KHENE MOHAMED LOTFI** " Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques dans les Structures à Géométries Complexes par Adaptation de la Méthode des Volumes Finis " Thèse de Magister de l'Université de Batna, 2006.
- [19] **BELKHIRI YAMINA** " Modélisation des phénomènes électromagnétiques et mécanique couplés par la Méthode des Volumes Finis (CVM) " Thèse de Magister de l'Université de Batna, 2006.
- [20] **GUILLAUME PARENT.** " Mise en œuvre d'une technique de projection de grandeurs discrètes : application aux couplages magnétothermique et magnétomécanique " Thèse de Doctorat de l'Université des Sciences et Technologies de Lille et Université de Liège, 2008.
- [21] **MADDOUI LOTFI** " Etude et réalisation d'un dispositif péristaltique pour application médicale " Thèse de Magister de l'Université de Batna, 2010.
- [22] **STEPHANIE SALMON ET MARTIN CAMPOS PINTO** " Méthodes Numériques pour l'Electromagnétisme " M2 Calcul Scientifique et Visualisation, Université de Strasbourg, 2008/2009.
- [23] **LOTFI ALLOUI, FRÉDÉRIC BOUILLAULT et SOURI MOHAMED MIMOUNE,** " Numerical Study of the Influence of Flux Creep and of Thermal Effect on Dynamic Behaviour of Magnetic Levitation Systems with a High-Tc Superconductor Using Control Volume Method " EPJ Applied Physics, 37(2), 191–195, 2009.
- [24] **PASCAL TIXADOR et YVES BRUNET** " Supraconducteurs - Environnement et applications " Technique de l'ingénieur, D2703, 2004.

- [25] **K. BERGER, B. DOUINE, J. LEVEQUE, D. NETTER, A. REZZOUG, T. SATIRAMATEKUL et F. BOUILLAULT**, " Etude des pertes dans un tube supraconducteur HTC : comparaison de méthodes de calculs" *Électrotechnique du Futur*, Gif-sur-Yvette : France (2003).
- [26] **LOÏC RONDOT** " Modélisation magneto-hydrodynamique par la méthode des volumes finis : Application aux plasmas de coupure" Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2009.
- [27] **GILLES DAVID** " Modélisation dynamique des modèles physiques et numériques pour la simulation en électromagnétisme. Application dans un environnement de simulation intégrée: SALOME " Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2006.
- [28] **JEAN-CLAUDE SABONNADIÈRE et JEAN-LOUIS COULOMB** " Calcul des champs électromagnétiques " *Technique de l'ingénieur*, D3020, 1988.
- [29] **M. SVEN WANSER**, " Simulation des phénomènes de chauffage par induction. Application à la trempe superficielle " Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Lyon, 1995.
- [30] **KHENE SAMIR**, " ELECTRICITE" Publications de l'Université de Annaba.
- [31] **PEROZ CHRISTOPHE** " Couches minces supraconductrices sous courant de transport : dissipation et application " Thèse de doctorat à l'université de Grenoble I, 2004.
- [32] **DIDIER BUZON** " Limitation du courant à partir de matériaux supraconducteurs HTc " Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2002.
- [33] **OK-BAE HYUN, HYE-RIM KIM, JUNGWOOK SIM, YOUNG-HO JUNG, KWON-BAE PARK, JONG SUNG KANG, B.W. LEE et IL-SUNG OH** " 6.6 kV resistive superconducting fault current limiter based on YBCO films ", *IEEE Trans*, (2005).
- [34] **MATHIAS NOE et MICHAEL STEURER** " High-temperature superconductor fault current limiters: concepts, application and development status ", *Supercond. Sci. Technol.* **20** R15-R29 (2007).
- [35] **S.A.ABBOTT, D.A.ROBINSON, S.PERERA, F.A.DARMANN et C.J.HAWLEY** " Simulation of HTS saturable core-type FCLs for MV distribution systems ", *IEEE Transactions on Power Delivery*, April 2006, 21(2), 1013-1018. 2006.
- [36] **L.PORCAR, D.BUZON, E.FLOCH, P.TIXADOR, D.ISFORT, D.BOURGAULT, X.CHAUD et R.TOURNIER** " Current limitation with bulk YBaCuO meanders ", *Physica C* 372–376 (2002) 1639–1642.

- [37] **K.SHIMOHATA, S.YOKOYAMA, T.INAGUCHI, S.NAKAMURA et Y.OZAWA**, " Design of a large current-type fault current limiter with YBCO films ", *Physica C* 372–376 (2002) 1643–1648.
- [38] **C. BERRIAUD et P. TIXADOR**, " La Supraconductivité : maintenant et pour l'avenir (Applications) ", 2011.
- [39] **T. VERHAEGE, M. BEKHALED, Y. LAUMOND, V. D. PHAM, P. THOMAS et P. G. THDROND**, " Limiteurs de courant supraconducteurs ", *J. Phys. III France* 4 (1994) 595-601.
- [40] **YVES BRUNET et PASCAL TIXADOR**, " Limiteurs supraconducteurs " *Technique de l'ingénieur*, D3662, 1997.
- [41] **PASCAL TIXADOR et YVES BRUNET**, " Supraconducteurs - Applications de puissance à haute température critique " *Technique de l'ingénieur*, D2705, 2008.
- [42] **NADIR GHANEMI**, " Etude de la tenue aux courant de court-circuit pour le raccordement d'une production décentralisée au réseau MT " *Thèse de Magister de l'Université de Constantine*, 2008.
- [43] **LABED DJAMEL**, " Production décentralisée et couplage au réseau " *Thèse de Doctorat de l'Université de Constantine*, 2008.
- [44] **B. DE METZ-NOBLAT, F. DUMAS et C. POULAIN** " Calcul des courants de court-circuit " *Schneider Electric, Cahier technique n° 158*, 2012.
- [45] **B. DE METZ-NOBLAT** " Les calculs sur les réseaux électriques BT et HT " *Schneider Electric, Cahier technique n° 213*, 2005.
- [46] **ZELLAGUI MOHAMED**, " Étude des protections des réseaux électriques MT (30 & 10 kV) " *Thèse de Magister de l'Université de Constantine*, 2010.
- [47] **CHEKIMA LAZHARI et HAGA OUALID**, " Calcule les différents courants de court circuit dans le réseau électrique " *Mémoire de Licence de Centre Universitaire El-oued*, 2010.
- [48] **L. ALLOUI, K. BEN ALIA, F. BOUILLAULT, S.M. MIMOUNE, L. BERNARD et J. LEVEQUE**, " Numerical study of the relation between the thermal effect and the stability of the levitation system excited by an external source ", *Physica C* 487 (2013) 1–10.
- [49] **LIN YE et A.M. CAMPBELL**, "Case study of HTS resistive superconducting fault current limiter in electrical distribution systems", *Physica Electric Power Systems Research* 77 (2007) 534–539.

[50] Y. YOSHIDA, M. UESAKA et K. MIYA, " Magnetic field and force analysis of high Tc superconductor with flux flow and creep ", IEEE Trans. Magn, vol. 30, no. 5, pp. 3503-3506, Sep. 1994.

[51] TRYA ELHADJ, " **Réalisation pratique d'un système de protection à sélectivité logique** " Mémoire de Master de l'Université de Biskra, 2013.