

CHAPITRE V

VALIDATION ET APPLICATIONS

5.1. Tests de validation des éléments – représentation et résultats

Les tests de validation d'un modèle impliquent, d'une part, la vérification de la convergence et d'autre part, une évaluation de la vitesse de convergence et de l'influence de la distorsion géométrique sur la précision.

5.1.1. Cylindre pincé avec diaphragmes rigides

Soit un cylindre court ($L/R= 2$) supporté par deux diaphragmes rigides à ses extrémités et soumis à deux charges unitaires concentrées et diamétralement opposées (figure 5.1). Ce test de coques minces ($R/h = 100$) est jugé sévère par certains chercheurs. Il permet d'examiner l'aptitude d'un élément de coque à simuler des états de membrane complexes avec une part importante de flexion sans extension de la surface moyenne, notamment au niveau des zones sollicitées (point C). [BAT 92]

Par raison de symétrie, seul le huitième du cylindre est étudié (portion ABCD). Une solution de référence basée sur une théorie de coques minces est donnée par Flugge [FLU 60] et Lindberg et al [LIN 69] :

- déplacement W_C sous la charge : $WC = -\overline{w}_c Eh/P = 164,24$

- déplacement V_D suivant Y : $VD = -\overline{v}_d Eh/P = 4,11$

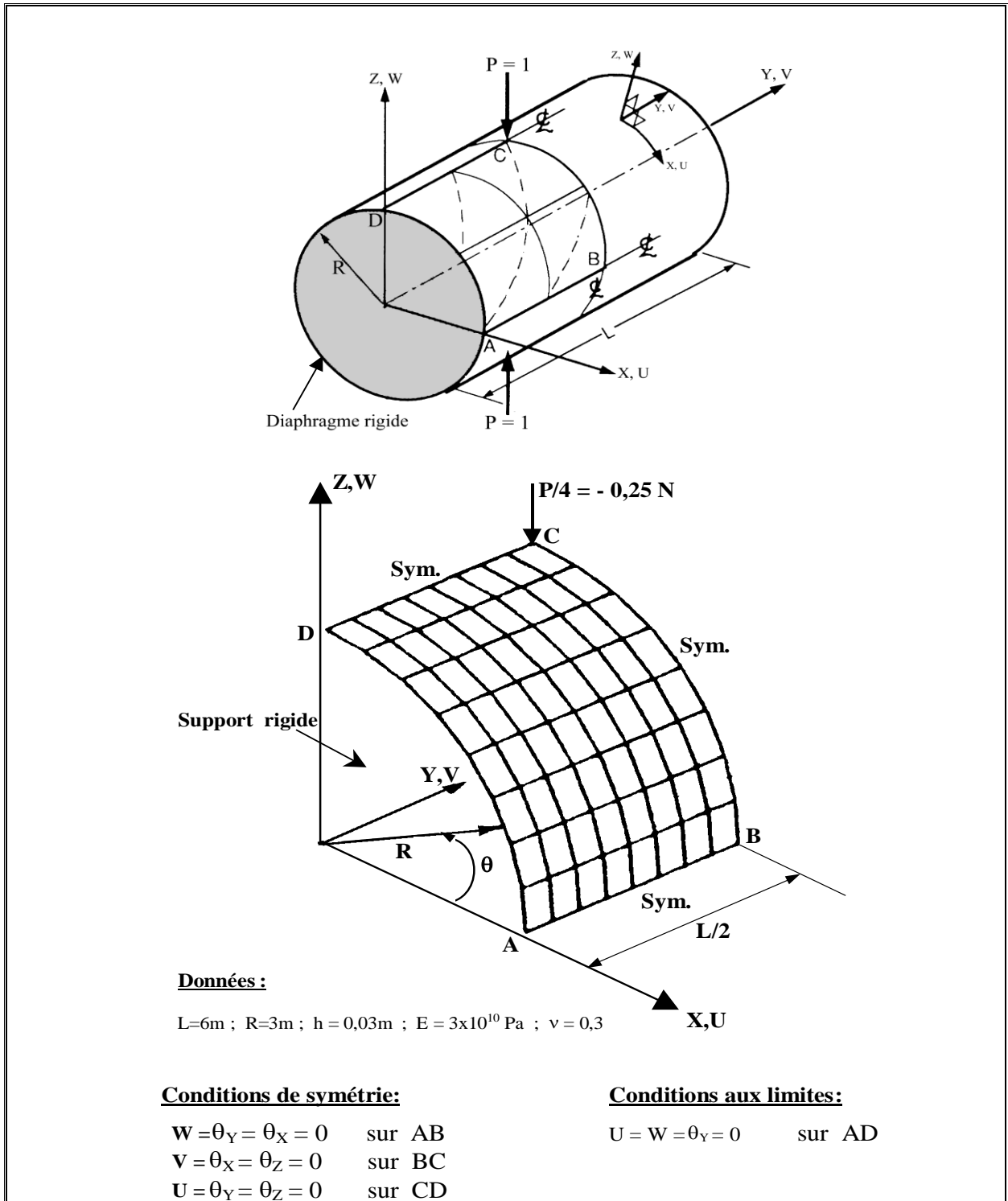


Fig.5.1. Cylindre pincé avec diaphragmes rigides. Données. [BAT 92]

Nombre d'éléments	Déplacement W_C au Point C	
	ACM- Q4	ACM- Q4SBE1
2x 2	14.04	16.128
4 x 4	100.62	106.29
6 x 6	135.63	139.95
8 x 8	153.18	156.06
20 x 4	160.47	162.9
Exacte	164.24	

Tableau 5.1 : Déplacement W_C au Point C
« Cylindre pincé avec diaphragme rigide ».

Nombre d'éléments	Déplacement V_d au Point D	
	ACM- Q4	ACM- Q4SBE1
2x 2	1.940	2.338
4 x 4	5.922	6.210
6 x 6	4.794	4.848
8 x 8	4.4415	4.4748
20 x 4	4.113	4.185
Exacte	4.114	

Tableau 5.2 : déplacement V_d au Point D
« Cylindre pincé avec diaphragme rigide ».

Commentaires :

- Les deux tableaux 5.1 et 5.2 Présentent les résultats de convergence des déplacements normaux W_C au point C et V_D au point D des deux éléments ACM-Q4 et ACM-Q4SBE1.
- Les deux éléments convergent de façon monotone vers la solution de référence dans le cas du déplacement W_C (Figure 5.2). en effet, la flexion est dominante au voisinage du point C, or les deux éléments de coque à facette plane en le même élément à déformation de flexion, ce qui explique que les résultats obtenus sont identique.
- Dans le cas du déplacement V_D , les deux éléments ACM-Q4 et ACM-Q4SBE1 convergent rapidement vers la solution de référence (Figure 5.3) à partir de $N=4$.
- Les résultats sont bons pour les deux éléments avec une légère différence de précision. L'élément ACM-Q4SBE1 est riche en membrane, ce la peut expliquer la légère différence de précision entre les résultats obtenue des deux éléments.

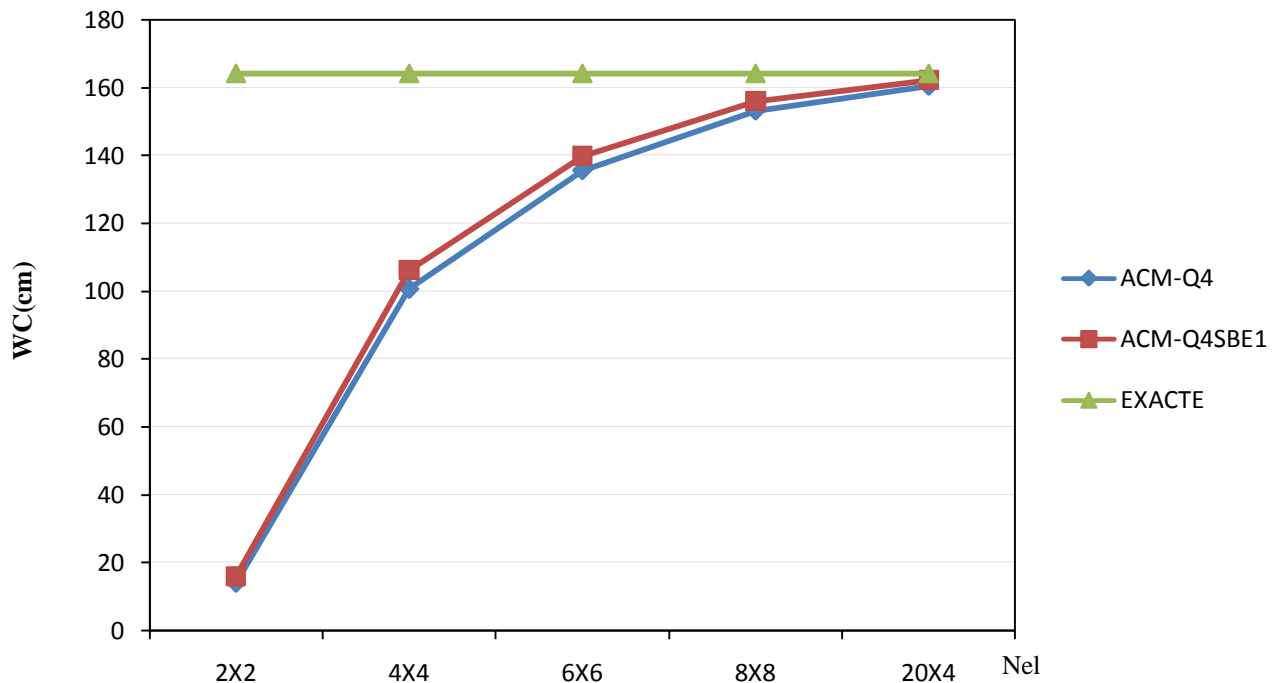


Fig.5.2. Convergence de W_C au Point C
« Cylindre pincé avec diaphragme rigide ».

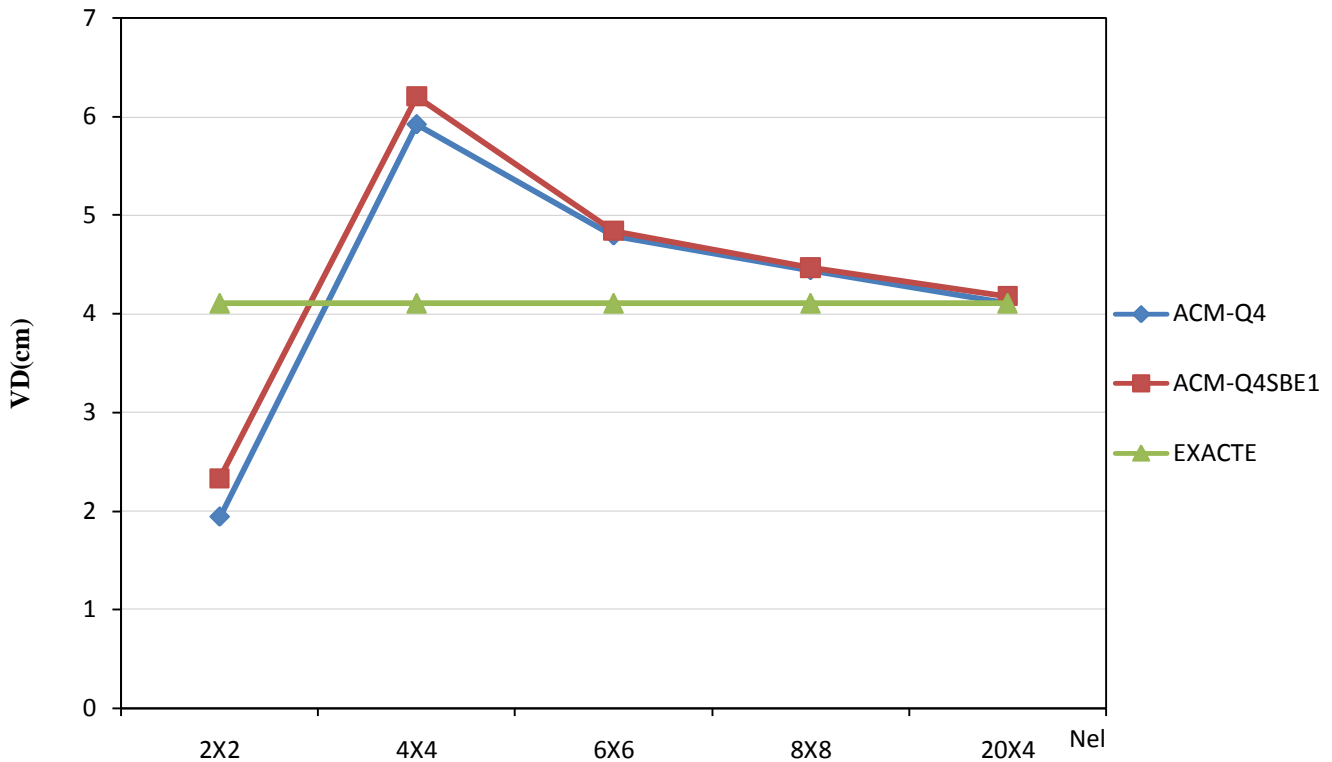


Fig.5.3 Convergence de V_d au Point D
« Cylindre pincé avec diaphragme rigide ».

5.1.2. Panneau cylindrique soumis à son poids propre

Un des problèmes fréquemment traités pour évaluer les performances d'un élément de coque est celui du toit cylindrique soumis à son poids propre. Les bords droits sont libres et les bords courbes reposent sur des diaphragmes rigides dans leurs plans. Les caractéristiques géométriques et mécaniques sont indiquées sur la figure (5.4) ($R/h = 100$, $L/h = 200$).

Les déformations de cisaillement transversal sont négligeables et les déformations de membrane sont importantes par rapport à celles de flexion. Ce problème, fréquemment traité par les chercheurs, sert de test d'aptitude d'un élément à simuler des états de contraintes ou de déformations de membrane. [BAT 92]

La solution analytique de référence basée sur la théorie des coques surbaissées (Shallow Shell Theory) est obtenue par Scordelis et Lo [SCO 69], celle basée sur la théorie des coques profondes (Deep Shell Theory) est sensiblement différente.

Le quart du toit est discrétisé en considérant des maillages réguliers avec $N=2, 4$ et 8 éléments sur les bords AB et AD .

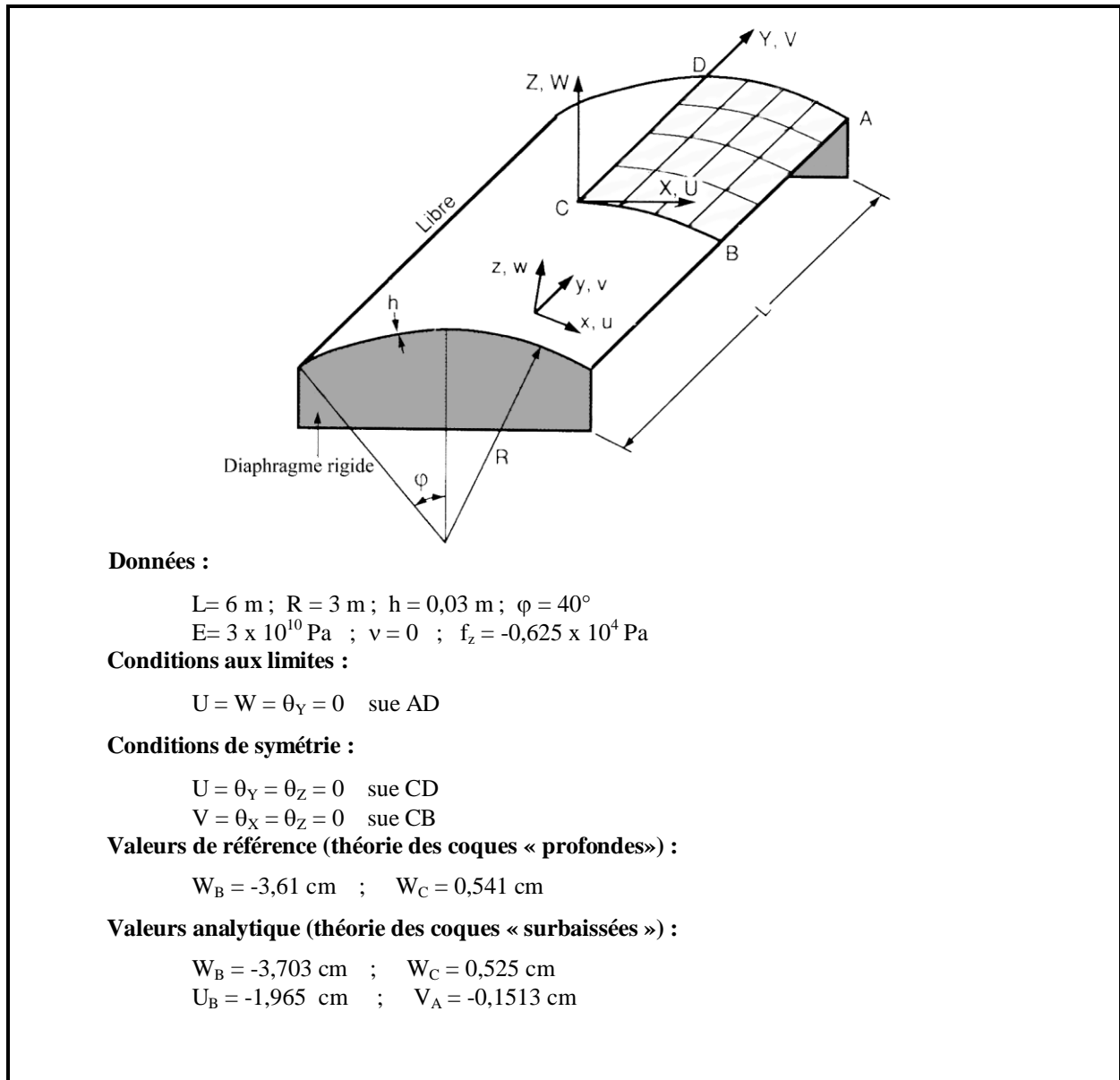


Fig.5.4 : Toit cylindrique soumis à son poids propre. [BAT 92]

Nombre d'éléments	Déplacement normal W_C au point C	
	ACM- Q4	ACM- Q4SBE1
2 x 2	0,577	0.7116
4 x 4	0,509	0.5726
8 x 8	0,5282	0.547
Exacte coques « profondes»	0,541	0,541

Tableau 5.3. Déplacement W_C au point C

« Toit cylindrique soumis à son poids propre ».

Nombre d'éléments	Déplacement normal W_B au point B	
	ACM- Q4	ACM- Q4SBE1
2 x 2	-4.311	-4.947
4 x 4	-3,412	-3,789
8 x 8	-3.524	-3.642
Exacte coques « profondes»	-3,610	-3,610

Tableau 5.4: Déplacement W_B au point B

« Toit cylindrique soumis à son poids propre ».

Commentaires :

- Les tableaux 5.3 et 5.4 présentent les résultats de convergence du déplacement vertical en C et en B, des deux éléments ACM-Q4 et ACM-Q4SBE1.
- La comparaison entre la convergence des deux éléments dans le même cas de déplacement W_C ou W_B , m'entre que l'élément ACM-Q4SBE1 converge rapidement de façon monotone vers la solution de référence.

- l'élément ACM-Q4SBE1 est riche en membrane, les effets de membrane sont relativement importants une convergence assez bonne est obtenue par l'élément ACM-Q4SBE1.

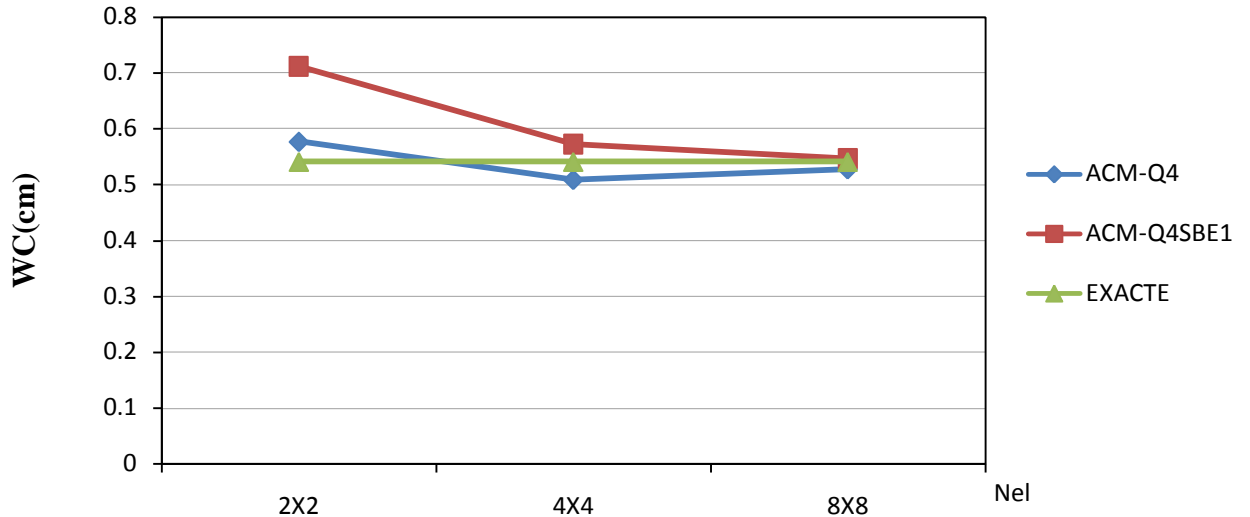


Fig.5.5. Convergence de W_C au Point C
« Toit cylindrique soumis à son poids propre ».

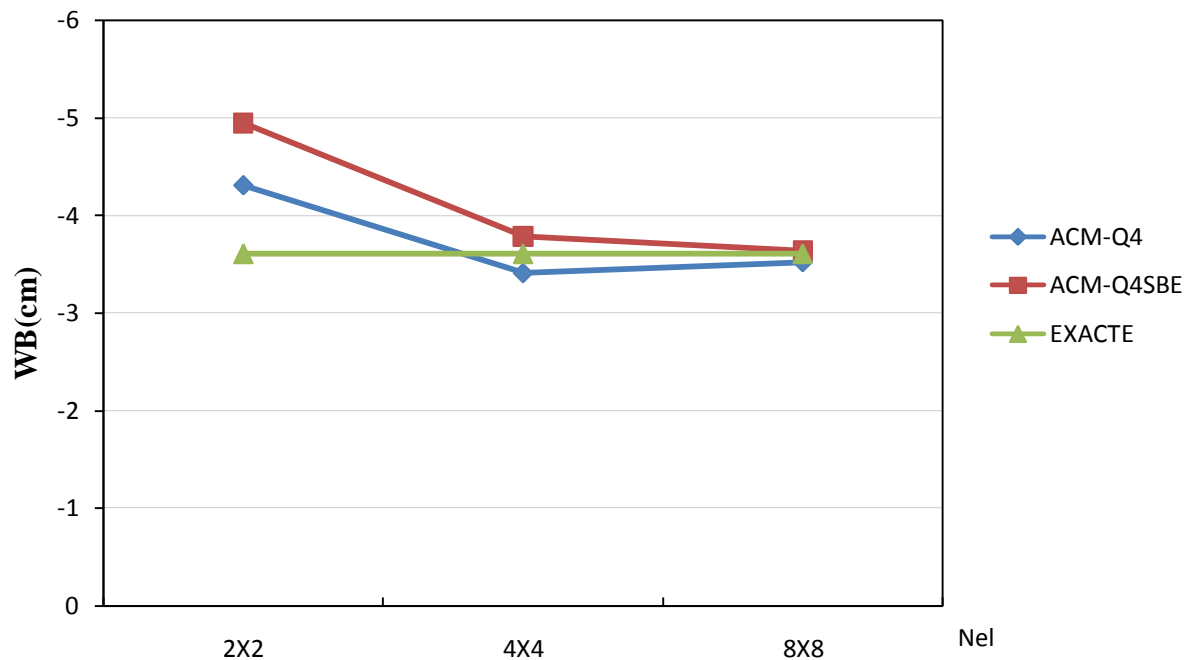


Fig.5.6. Convergence de W_B
« Toit cylindrique soumis à son poids propre ».

5.1.3. Analyse d'un problème non standard de coque - Cylindre pincé court à bords libres

C'est l'un des exemples les plus répandus dans la littérature pour comparer les éléments de coque (représentation des modes rigides et convergence). En effet depuis 1967, il a servi de problème test, afin d'évaluer les performances des nouveaux éléments axisymétriques où celles des éléments généraux de coque du point de vue vitesse de convergence et surtout représentation du mode de corps rigide. Par raison de double symétrie, seul un huitième du cylindre est modélisé.

Les conditions de symétrie sont imposées le long de AB, AD et DC (figure 5.9). Deux épaisseurs du cylindre sont considérées (h_1 et h_2). [BEL 2000]

Nous avons étudié la convergence des déplacements normaux W_C (point C). La performance de l'élément est comparée avec la solution analytique (coques profondes).

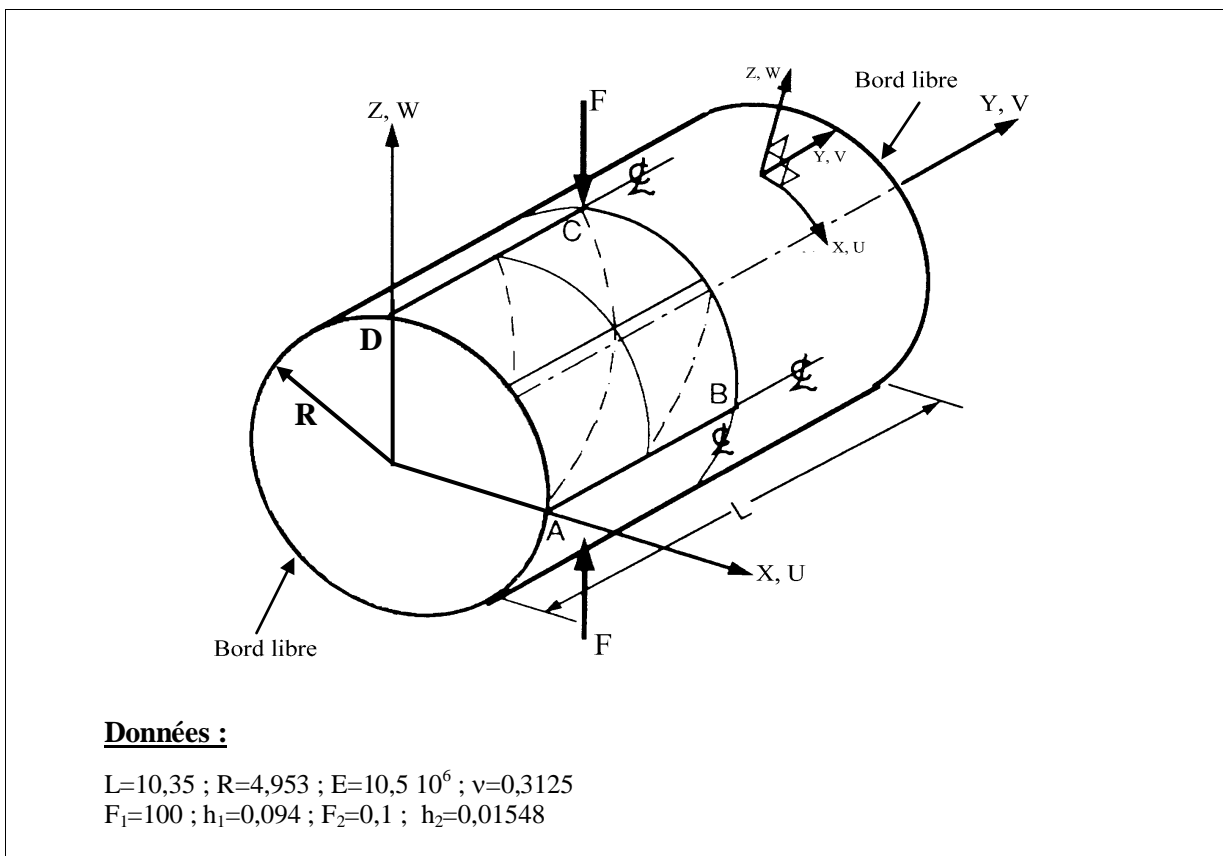


Fig. 57 : Cylindre pincé court à bords libres. [BAT 92]

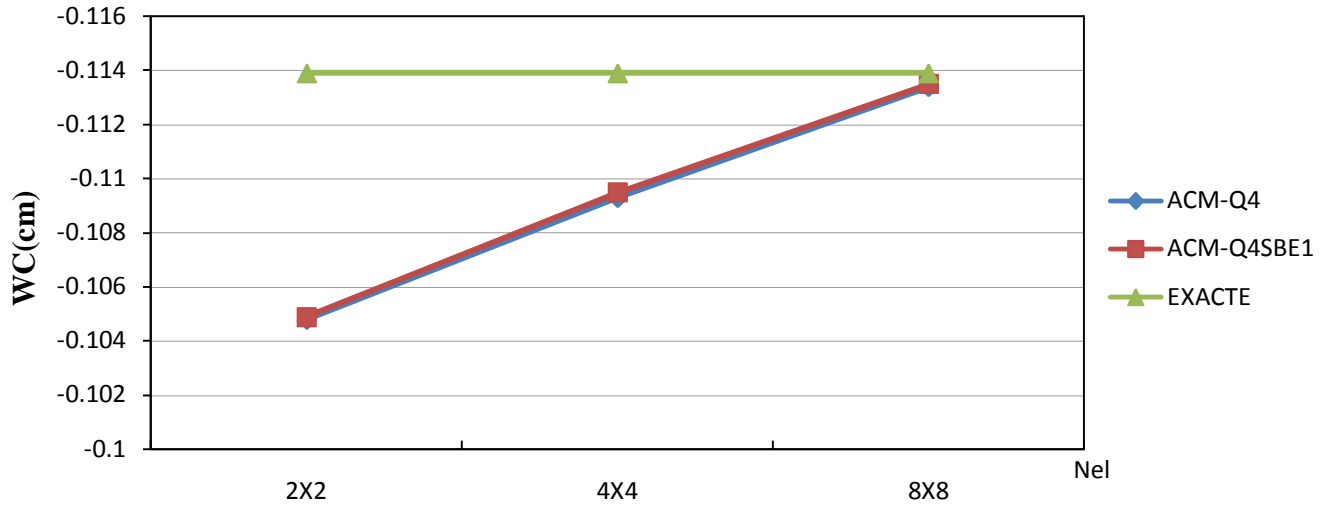
Maillage	Déplacements normés			
	ACM-Q4 $W_C (h1)$	ACM-SBQE1 $W_C (h1)$	ACM-Q4 $W_C (h2)$	ACM-SBQE1 $W_C (h2)$
2 x 2	-0.1048	-0.1049	-0.02216	-0.02216
4 x 4	-0.1093	-0.1095	-0.02391	-0.02392
8 x 8	-0.1134	-0.1135	-0.02436	-0.02437
Exacte	-0.1139		-0.02439	

Tableau 5.5 : Déplacement W_c

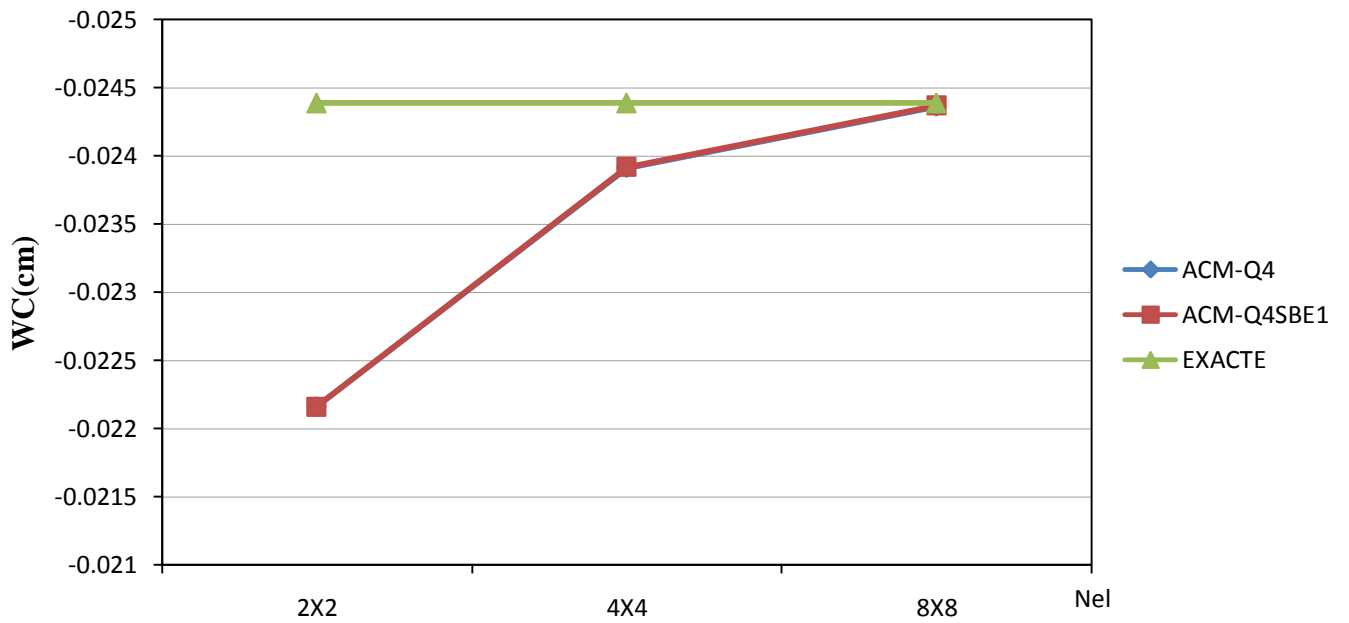
« Cylindre pincé court à bords libres ».

Commentaires :

- Le tableau 5.6 illustre les résultats de convergence du déplacement vertical W_C en C des deux éléments ACM-Q4 et ACM-Q4SBE1.
- la convergence vers la solution de référence (Figure 5.10a), (Figure 5.10b) est de façon monotone pour les deux éléments ACM-Q4 et ACM-Q4SBE1.
- Dans Ce problème traité la flexion est dominante, ce la peut expliquer l'identification des résultats pour les deux éléments.



(a)



(b)

Fig.5.10 .Convergence de Wc
 « Cylindre pincé court à bords libres » :
 (a) Wc (h1) ; (b) WC (h2)

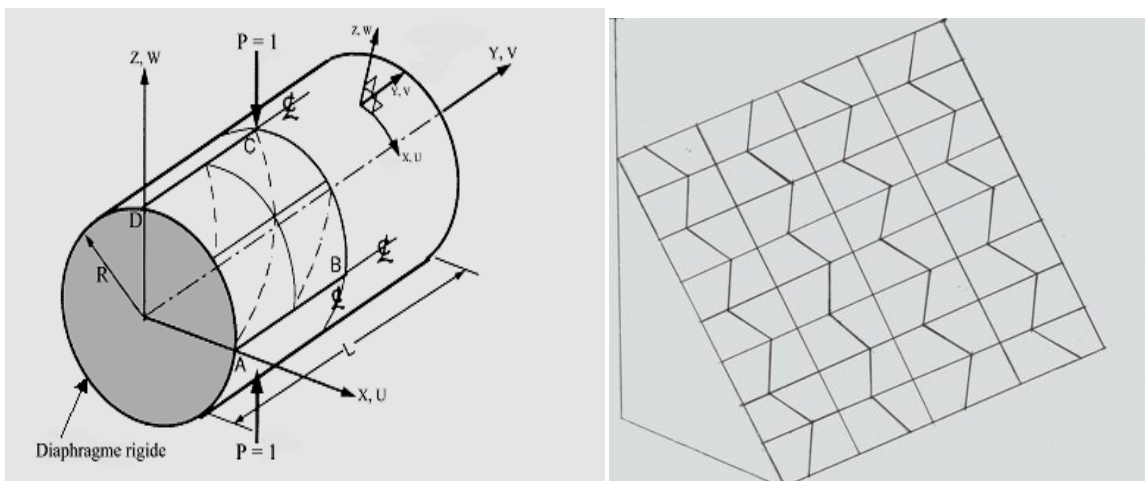
5.2. Influence des Distorsion géométriques « Cylindre pincé avec diaphragme rigide »

Les ouvrages en coques mince de formes géométriques complexes exigent l'utilisation des éléments distordus.

Une distorsion excessive des mailles implique une déformation des éléments par rapport aux formes de référence. Cette déformation peut entraîner des problèmes d'ordre numérique.

Des limites conseillées des positions des nœuds intermédiaires pour des éléments quadratiques cités par ; Michel Prat « la modélisation des ouvrage » :

Le nœud intermédiaire sur un côté ne doit pas être trop proche d'un nœud sommet : cette distance doit rester supérieure au quart de la longueur du côté ou (de préférence) égal à la moitié de la longueur du côté.



*Fig.5.11. Cylindre pincé avec diaphragmes rigides.
(Maillage distordue vus en plans)*

Cette étape consiste à analyser le problème de Cylindre pincé avec diaphragme rigide en considérant des maillages avec distorsions élémentaires. Les données géométriques et mécaniques restent inchangées.

Maillage	Déplacement WC au point c	Déplacement VD au Point D
6 x 6	126.99	4.4289
8 x 8	140.58	3.507
20 x 4	154.53	3.74
Exacte	164,24	4.11

Tableau 5.6 Déplacements W_C et V_d (Maillage distordue)

« Cylindre pincé avec diaphragme rigide ».

Maillage	Déplacement WC au point c	Déplacement VD au Point D
6 x 6	135.63	4.794
8 x 8	153.18	4.4415
20 x 4	160.47	4.113
Exacte	164,24	4.11

Tableau 5.7 Déplacements W_C et V_d (Maillage régulier)

« Cylindre pincé avec diaphragme rigide ».

Commentaires :

- Le tableau 5.6, illustre les résultats de convergence du déplacement vertical WC en C et VD en D du maillage distordu.
- La courbe de convergence en rouge (figure 5.12), (figure 5.13) désigne les résultats du maillage distordu celle en bleu est relative au maillage régulier. Les résultats de ce dernier étant discutés précédemment.
- Une convergence monotone vers les solutions de référence est obtenue à partir de $N = 6$ pour W_C (figure 5.12) et de $N = 8$ pour VD (figure 5.13).
- L'influence de la distorsion élémentaire est faible pour les maillages à grand nombre d'éléments, Les résultats du déplacement VD sont plus sensibles (figure 5.13).
- L'écart entre la solution avec maillages distordus et celle avec maillages réguliers en fonction de N est représentée sur la figure (5.14) et (5.15), ces écarts sont traduits par des erreurs en pourcentage représentés par des histogrammes (figure 5.16) et (figure 5.17).
- En raffinant le maillage, les éléments sont toujours distordus mais ils permettent une représentation acceptable de la géométrie réelle de la coque, ainsi, les résultats correspondants sont très proches de ceux obtenus avec les maillages réguliers.
- Le pourcentage de l'erreur de la distorsion du maillage (20×4), le plus proche de la solution exacte égal à 4% pour WC et 9% pour VD ; ce qui prouve que la distorsion n'a pas une grande influence sur les résultats obtenus, ainsi que, dans notre cas on a utilisé l'intégration analytique pour le calcul de la matrice de rigidité. Ce qui peut expliquer l'avantage de l'utilisation de l'intégration analytique.

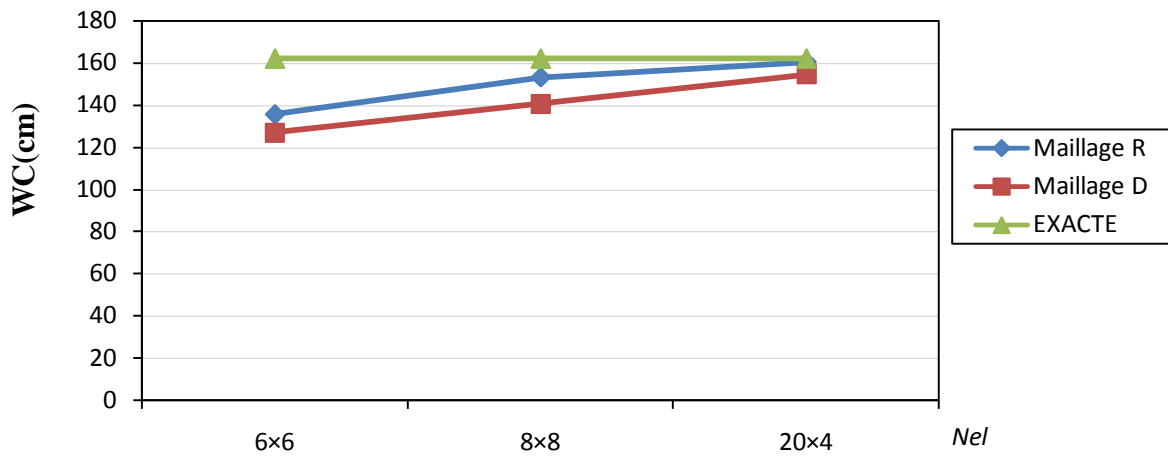


Fig.5.12. Convergence de W_C (maillage distordue)
 « Cylindre pincé avec diaphragme rigide ».

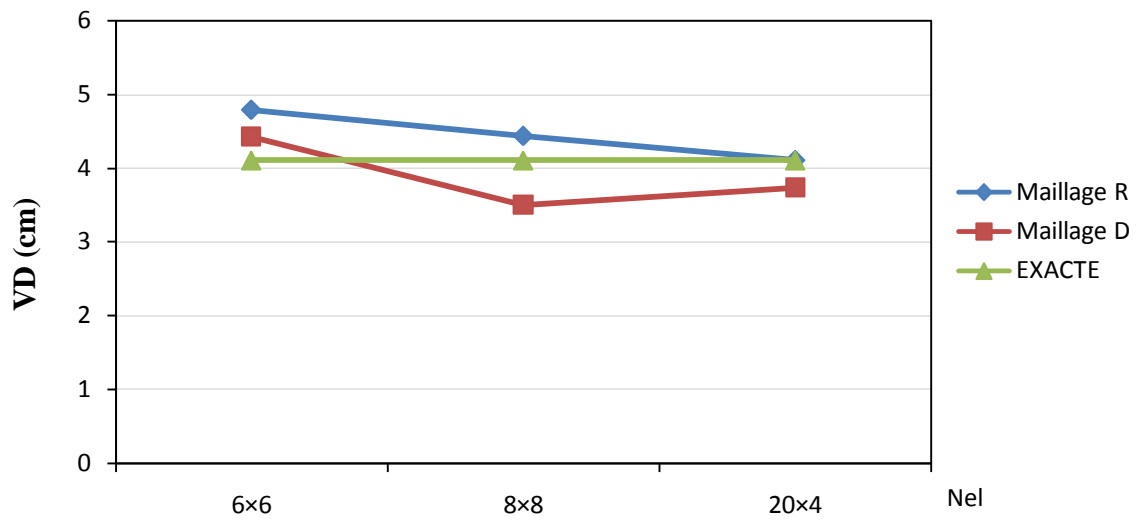
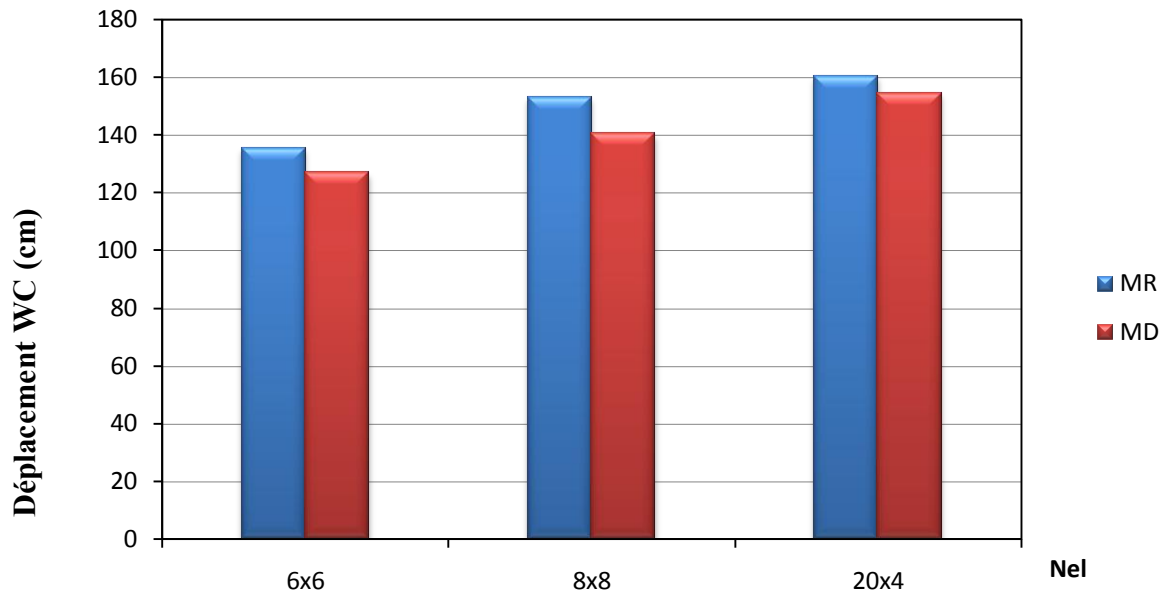
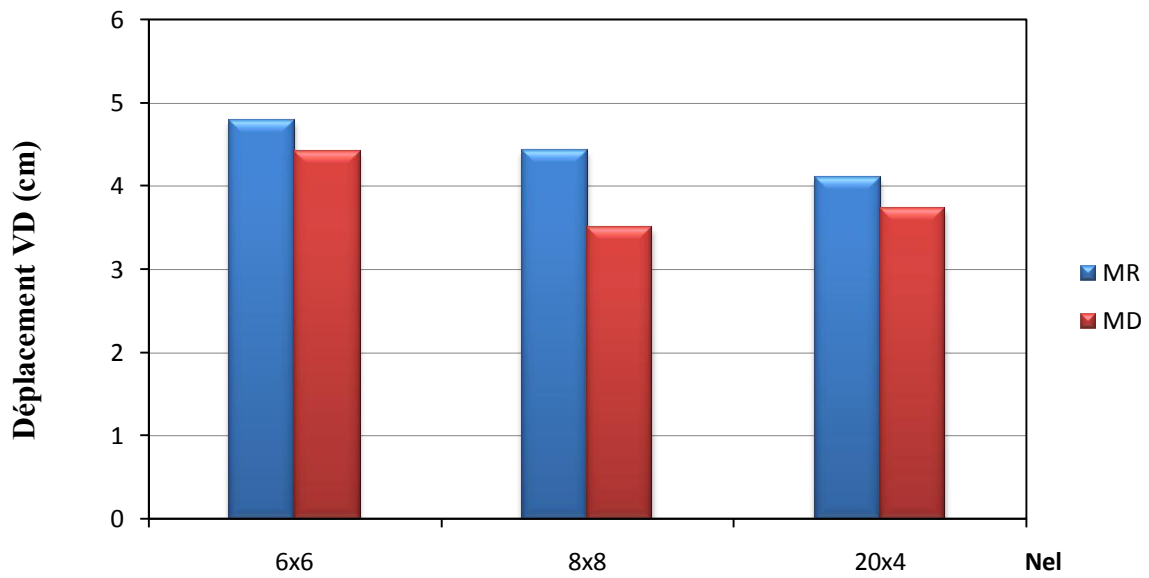


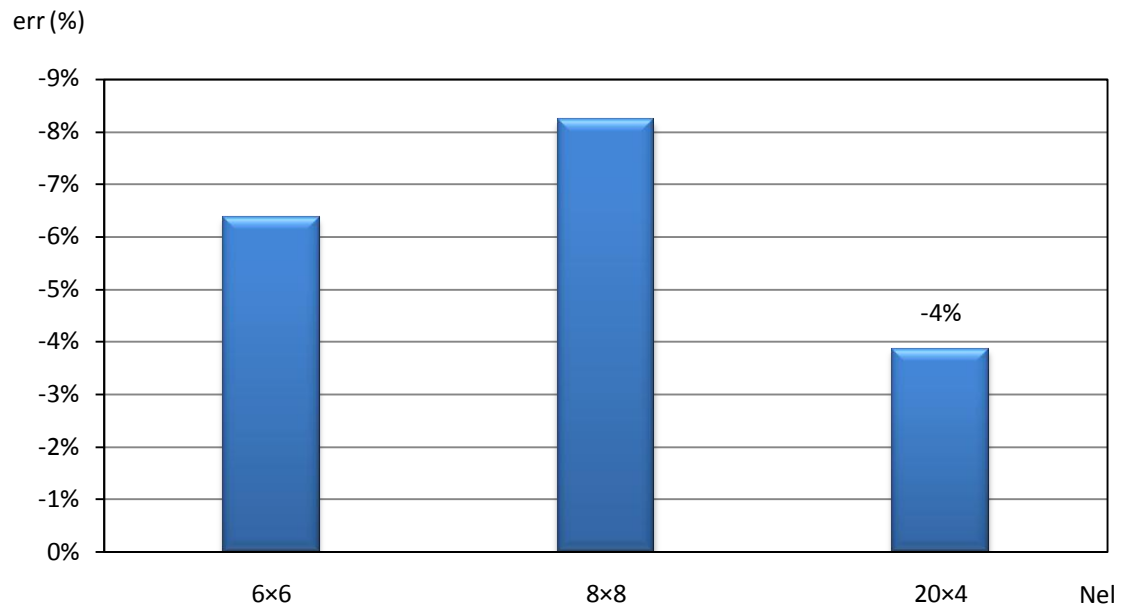
Fig.5.13. Convergence de V_d (maillage distordue)
 « Cylindre pincé avec diaphragme rigide »



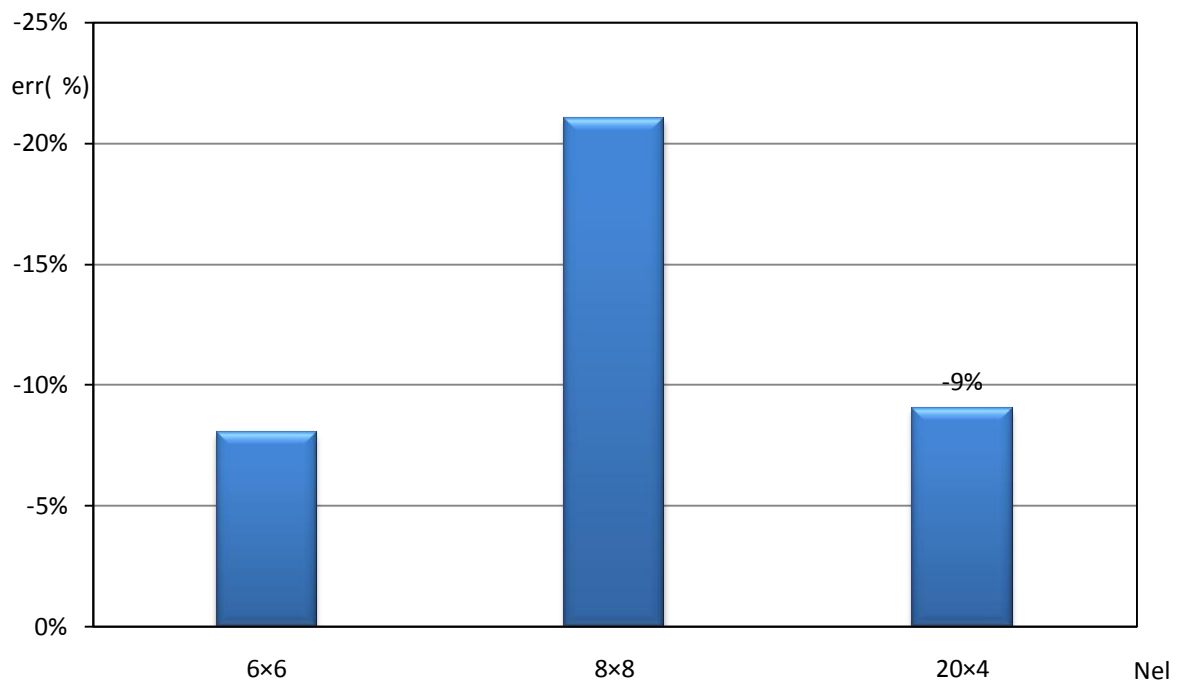
*Fig.5.14. L'écart de la solution dus aux distorsions
 Pour les déplacements WC
 « Cylindre pincé avec diaphragme rigide »*



*Fig.5.15. L'écart de la solution dus aux distorsions
 Pour Les déplacements VD
 « Cylindre pincé avec diaphragme rigide »*



*Fig.5.16. Erreur sur WC entre maillages réguliers et distordus
« Cylindre pincé avec diaphragme rigide »*



*Fig.5.17. Erreur sur VD entre maillages réguliers et distordus
« Cylindre pincé avec diaphragme rigide »*

5.3. Application

5.3.1. Panneau cylindrique soumis à son poids propre (Barrel vault)

Ce type de coque est utilisé dans beaucoup d'applications de génie civil, La solution analytique de référence est obtenue par Scordelis, Lo SCO 64 et Scordelis.65. [ZIN 2000]

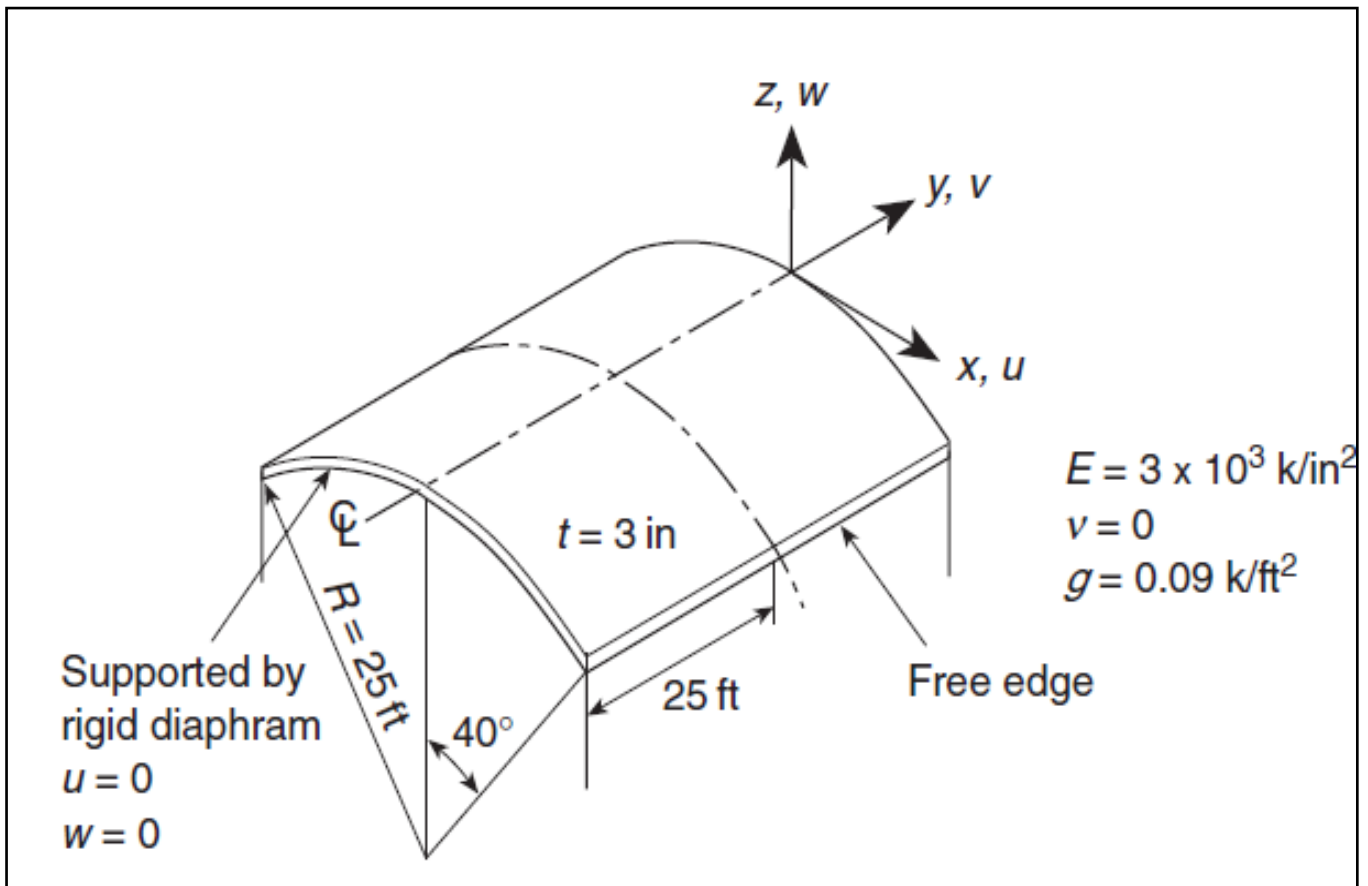
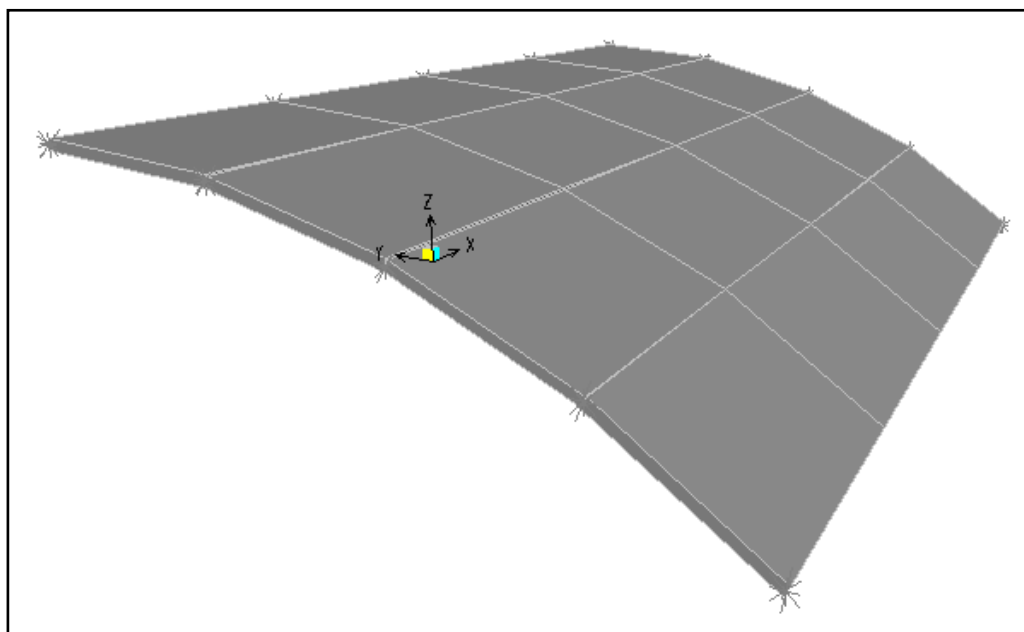
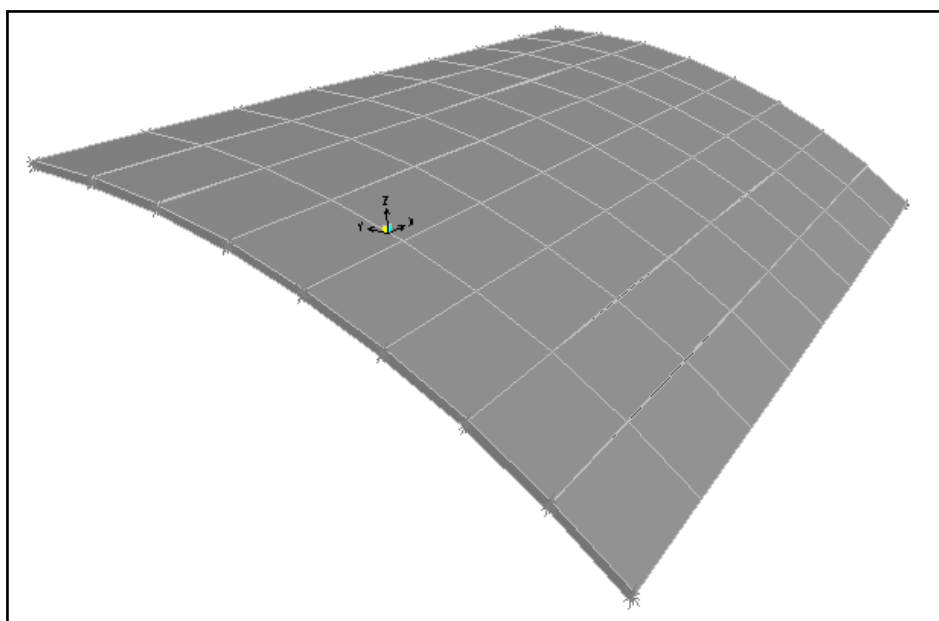


Fig.5.18. Panneau cylindrique soumis à son poids propre. [ZIN 2000]

« Propriétés géométriques et mécaniques ».



(a)



(b)

Fig.5.19. Panneau cylindrique soumis à son poids propre :

(a) Maillage 4×4 ; (b) Maillage 8×8

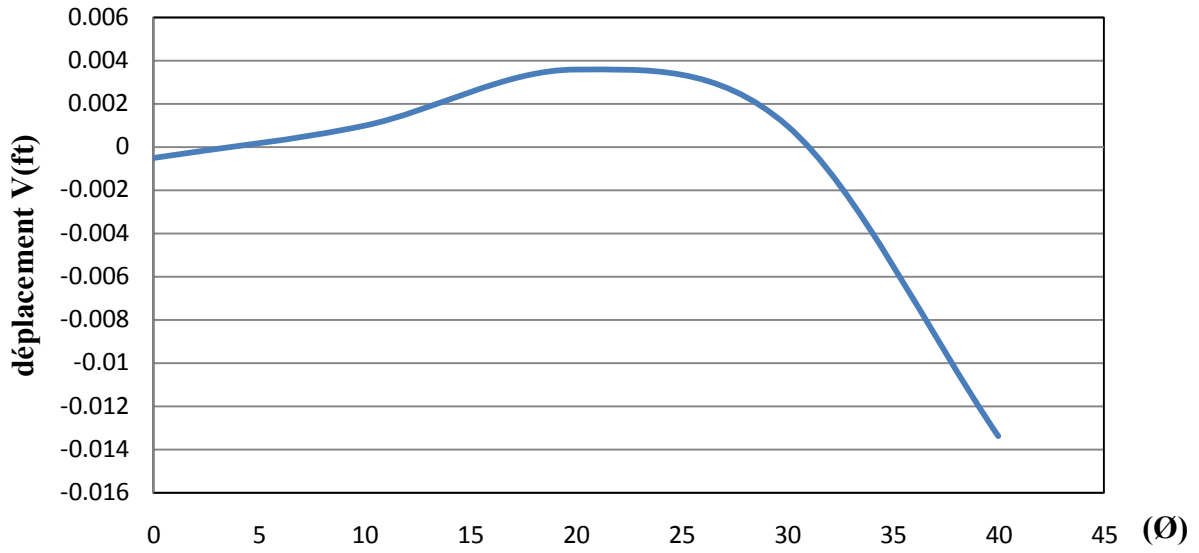


Fig.5.20. le déplacement longitudinal V du support (Maillage 4x4)

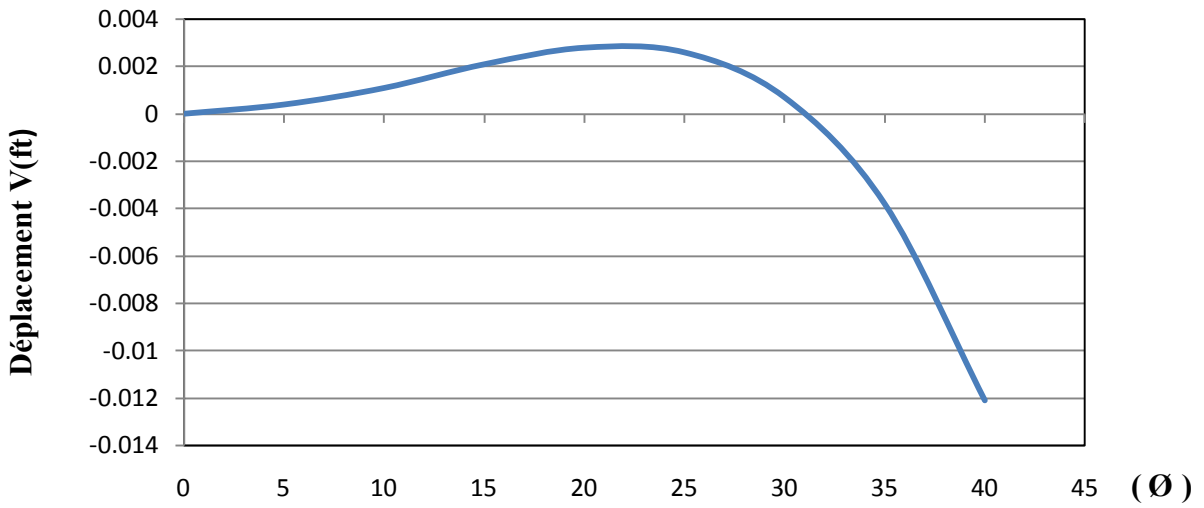


Fig.5.21. le déplacement longitudinal V du support (Maillage 8x8)

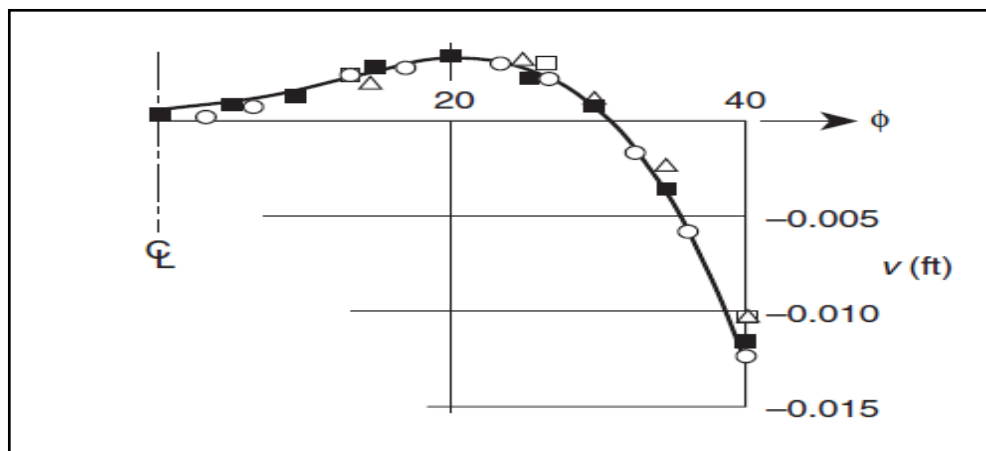


Fig.5.22. Résultats de référence du déplacement longitudinal V du support. [ZIN 2000]

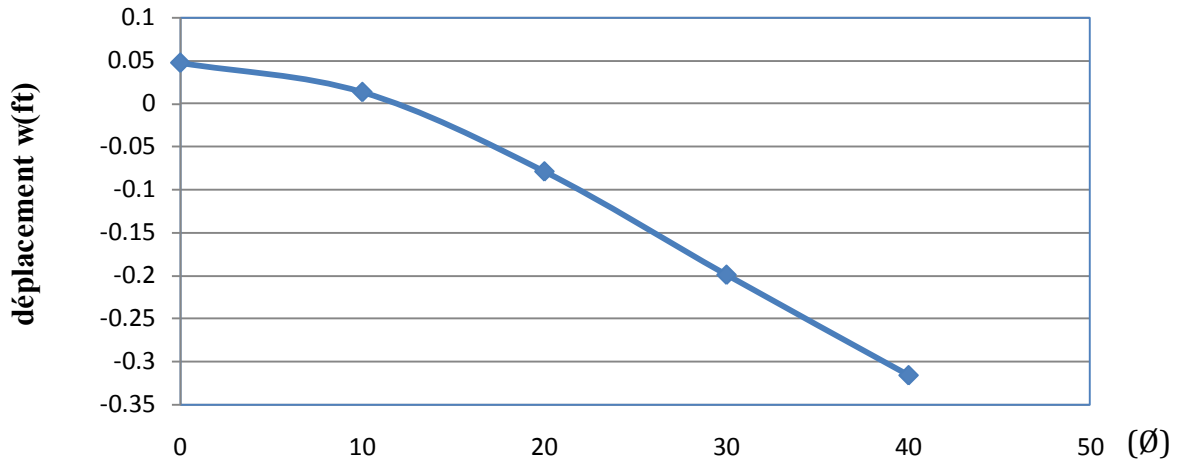


Fig.5.23. le déplacement vertical W de la section central (Maillage 4x4)

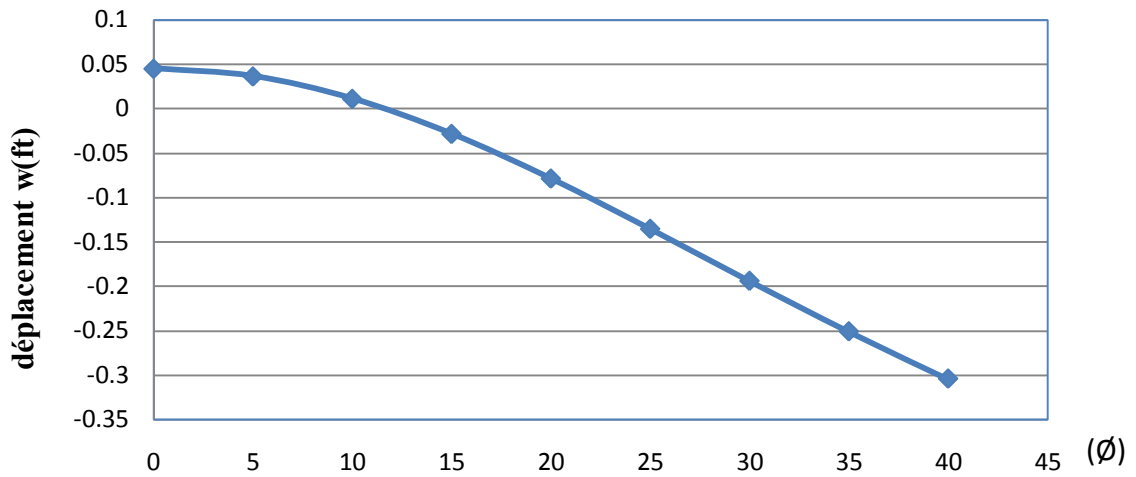


Fig.5.24. le déplacement vertical W de la section central (Maillage 8x8).

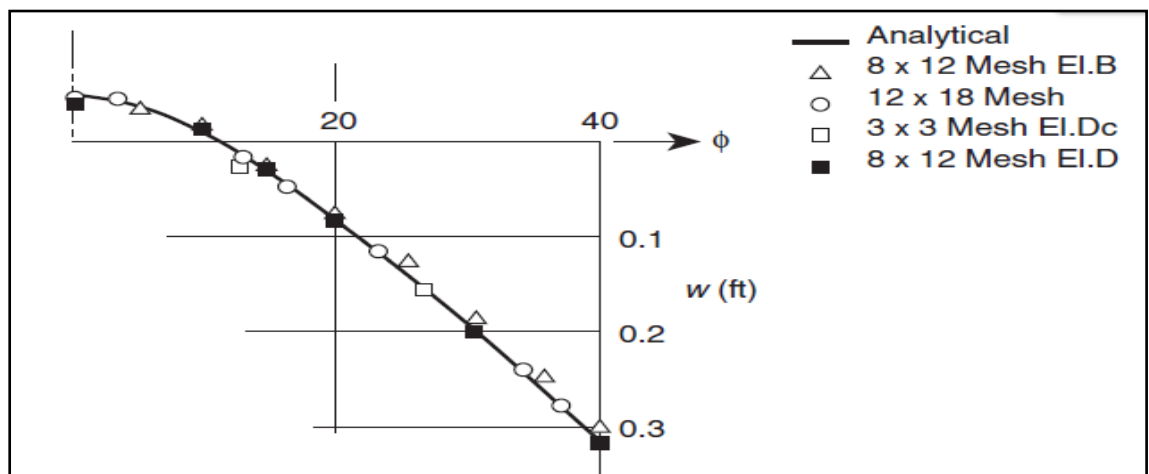


Fig.5.25. Résultats de référence du déplacement vertical W de la section central. [ZIN 2000]

Commentaires :

- La figure 5.19 représente la modélisation par des éléments à facettes planes du Panneau cylindrique soumis à son poids propre ; en utilisant le code de calcul SAP2000 avec différents maillages (figure 5.19a), (figure 5.19b).
- Les résultats de l'analyse sont illustrés par les figures 5.20, 5.21 pour le déplacement longitudinal V du support et les figures 5.23, 5.24 pour le déplacement vertical W de la section centrale.
- La comparaison entre les résultats obtenus par le code de calcul SAP2000 et celle de la solution de référence (figure 5.22), (figure 5.25) montre que :
 - La l'allure des courbes qui représente les déplacements longitudinales et verticales est identique à celle des courbes qui représente les solutions de référence.
 - Une convergence rapide est observée à partir du maillage (4×4).
 - une représentation assez bonne est illustré par la l'allure de la courbe du maillage (8×8).
 - L'analyse obtenue par le code de calcul SAP2000 montre que la modélisation des coques par des éléments à facettes planes donne de bons résultats ; on peut utiliser ces éléments pour la modélisation des coques de formes géométriques complexes.