Annexe

Annexe A

RAPPELS MATHEMATIQUES SUR LES CALCULS CONCERNANT LES MATRICES DE TRANSFORMATION

A.1 Représentation d'un point :

La représentation d'un point, en coordonnées homogènes se fait par un vecteur à quatre compositions (figureA.1), les trois premières sont les coordonnées cartésiennes et la quatrième est considérée comme un facteur d'échelle égale à 1 en robotique.

$$V = [Vx \quad Vy \quad Vz \quad 1]^T \tag{A.1}$$

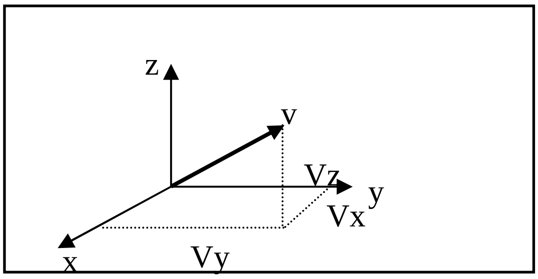


Figure A.1 - représentation d'un point

A.2 Représentation d'une direction :

La direction est représentée par quatre composantes, les trois premières sont les coordonnées cartésiennes du vecteur U et la quatrième sont nulle.

$$U = [Ux \quad Uy \quad Uz \quad 0]^T \tag{A.2}$$

A.3 Transformation des repères :

Soit T^i_j matrice de transformation homogène de dimension (4x4) permet de définir le repère R_j dans le R_i (figure A.2).

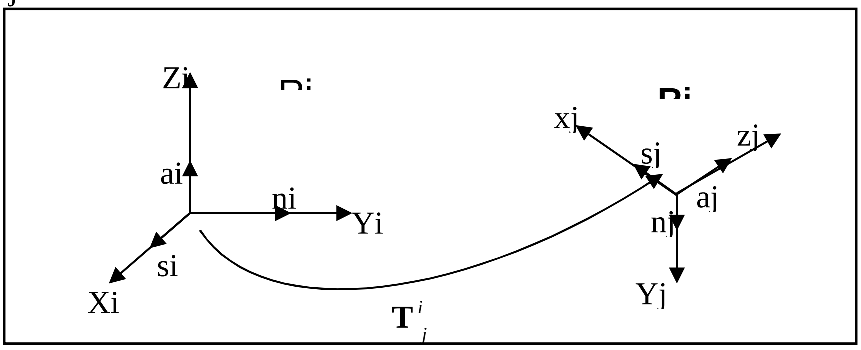


Figure A.2- transformation des repères

$$T^i_j = \begin{bmatrix} sx & nx & ax & px \\ sy & ny & ay & py \\ sz & nz & az & pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^i_j & & & p^i_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{A.3}$$

- R^i_j : matrice d'orientation du repère R_j par rapport à R_i
- p^i_j : l'origine du repère R_j exprimé dans le repère R_i
- s^i_j, n^i_j, a^i_j : Le vecteur unitaire désignant la projection des axes xj ,yj, zj du repère R_j exprimé dans le repère R_i

A.4 Matrice de translation pure :

La translation de Rj par rapport au long des axes x, y, z respectivement avec a, b et c (figure A.3) se présente avec la matrice :

$$T^i_j = \text{Transe}(a,b,c) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{A.4}$$

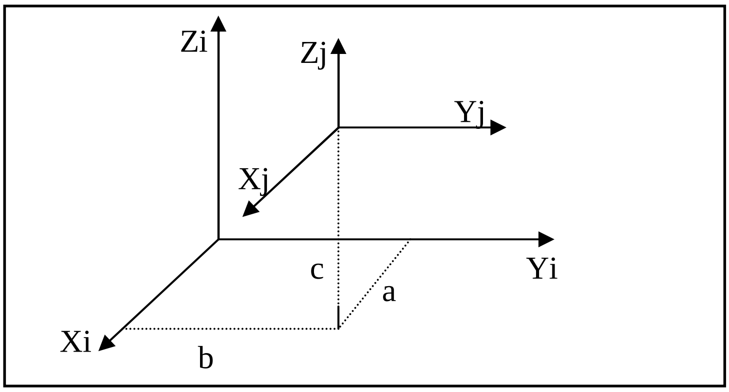


Figure A.3- Transformation en translation pure

A.5 Matrice de rotation pure :

La rotation autour de x d'un angle θ (figure A.4.a), comme suit :

$$T^i_j = \text{Rot}(x, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & R(x,\theta) & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{A.5}$$

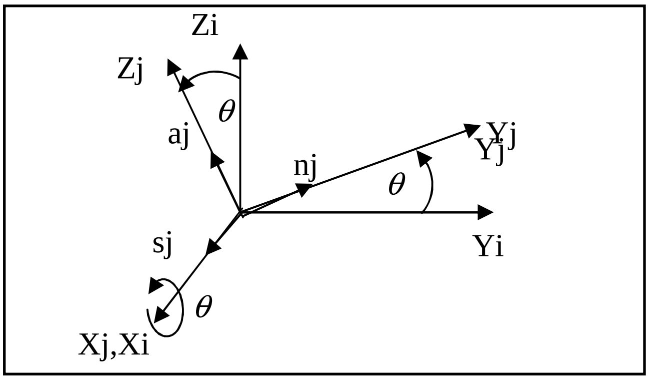


Figure A.4.a- Rotation autour de l'axe x

De meme pour la rotation pure autour de y et autour de z (figure A.4.b et c):

$$T^i_j = \mathrm{Rot}(y,\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & Rot(y,\theta) & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{A.6}$$

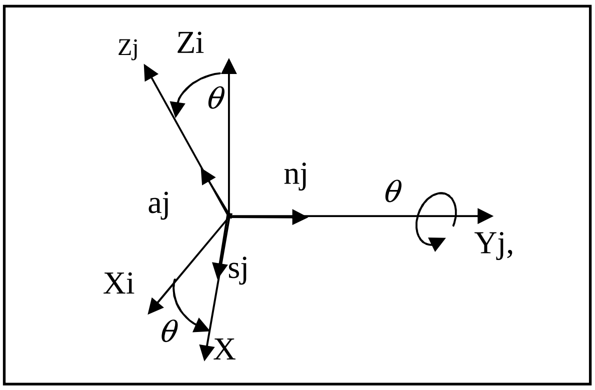


Figure A.4.b- rotation autour de l'axe y

$$T^i_j = \mathrm{Rot}(z,\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & Rot(z,\theta) & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{A.7}$$

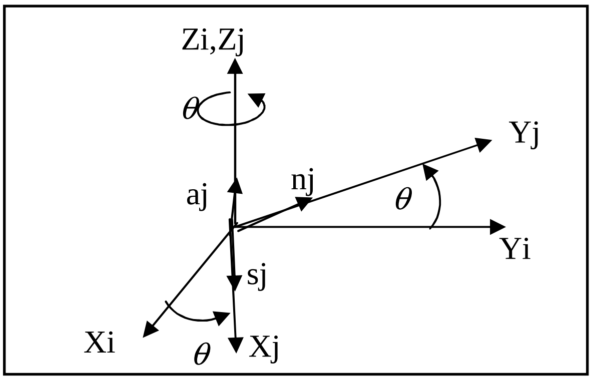


Figure A.4.c - rotation autour de l'axe z

Remarques :

- Translation pure : R=I3(matrice unité d'ordre 3)
- Rotation pure : p=0 (vecteur nul)

A.6 Propriétés des matrices de transformation homogène :

$$T= \begin{bmatrix} sx & nx & ax & px \\ sy & ny & ay & py \\ sz & nz & az & pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & & & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{A.8}$$

- R : matrice de rotation
- P : vecteur de translation

$$(T^i_j)^{-1} = T^J_i \tag{A.9}$$

pour un repère R0 subit (n) transformations successives (figureA.5), on le représente comme suit :

$$T^0_n = T^0_1 \; T^1_2 \; T^2_3 \ldots T^{n-1}_n \tag{A.10}$$

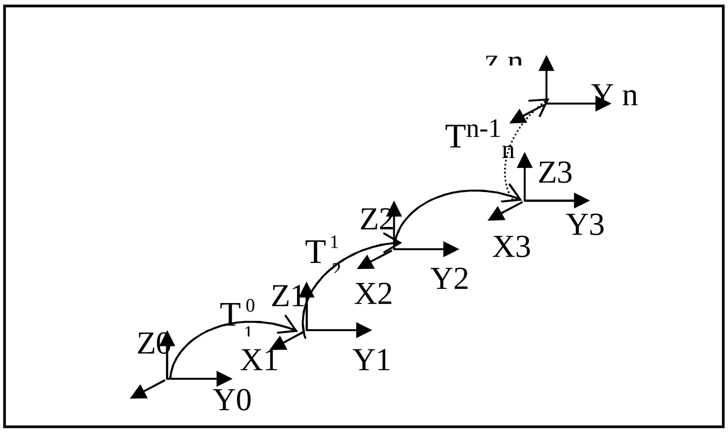


Figure A.5- robots à Chain ouverte simple

A.7.Description de la position et l’orientation d’un objet :

Pour la position et l’orientation d’un objet il faut six paramètres indépendants, trois pour la position de l’origine du repère associe à l’objet et trois pur l’orientation de ce repère par rapport à un repère référence, on peut représente cela par une matrice dite matrice de transformation.

A.7.1.Coordonnées cartésiennes :

Le repéré Rn est représenté par les coordonnées de son origine On(px, py,pz) (figureA.6).

A.7.2.Cosinus directeurs :

L’orientations est donnée par trois vecteur s, n et a dons chacun trois éléments, donc on a neuf(09) éléments dit cosinus directeurs.

$$R_{CD} = \begin{bmatrix} sx & nx & ax \\ sy & ny & ay \\ sz & nz & az \end{bmatrix} \tag{A.11}$$

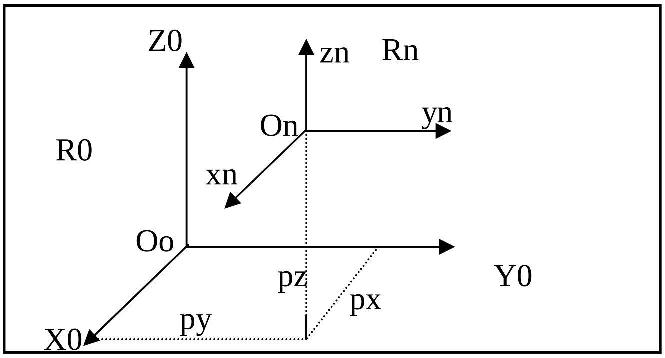


Figure A.6- Coordonnées cartésiennes

A.7.3.Angles de lacet, tangage, roulis:

L'orientation de repère R_i par rapport à repère R_j est décrite par trois angles $\lambda(lacet), \theta(\tan gage), \rho(roulis)$ qui correspondent à trois rotations successives (figure A.7)suivant z,x et y respectivement.

La matrice de rotation T_{ij} est le produit de trois matrices de rotation élémentaires :

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} \cos\lambda & -\sin\lambda & 0 \\ \sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \cos\rho & 0 & \sin\rho \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\rho & 0 & \cos\rho \end{bmatrix}$$

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} coc\lambda\cos\rho - \sin\lambda\sin\theta\sin\rho & -\sin\lambda\cos\theta & \cos\lambda\sin\rho + \sin\lambda\sin\theta\cos\rho \\ \sin\lambda\cos\rho + \cos\lambda\sin\theta\sin\rho & \cos\lambda\cos\theta & \sin\lambda\sin\rho - \cos\lambda\sin\theta\cos\rho \\ -\cos\theta\sin\rho & \sin\theta & \cos\theta\cos\rho \end{bmatrix}$$

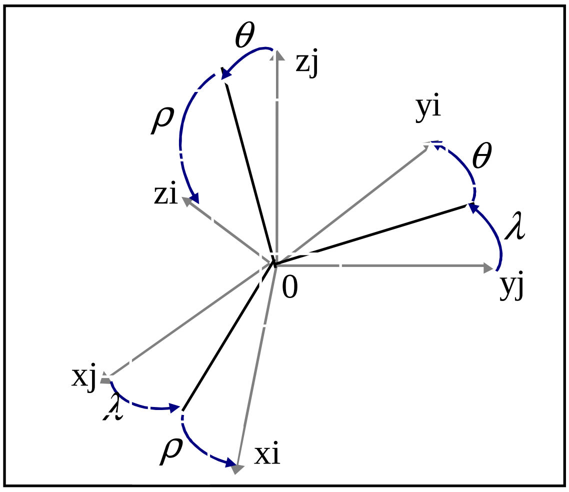
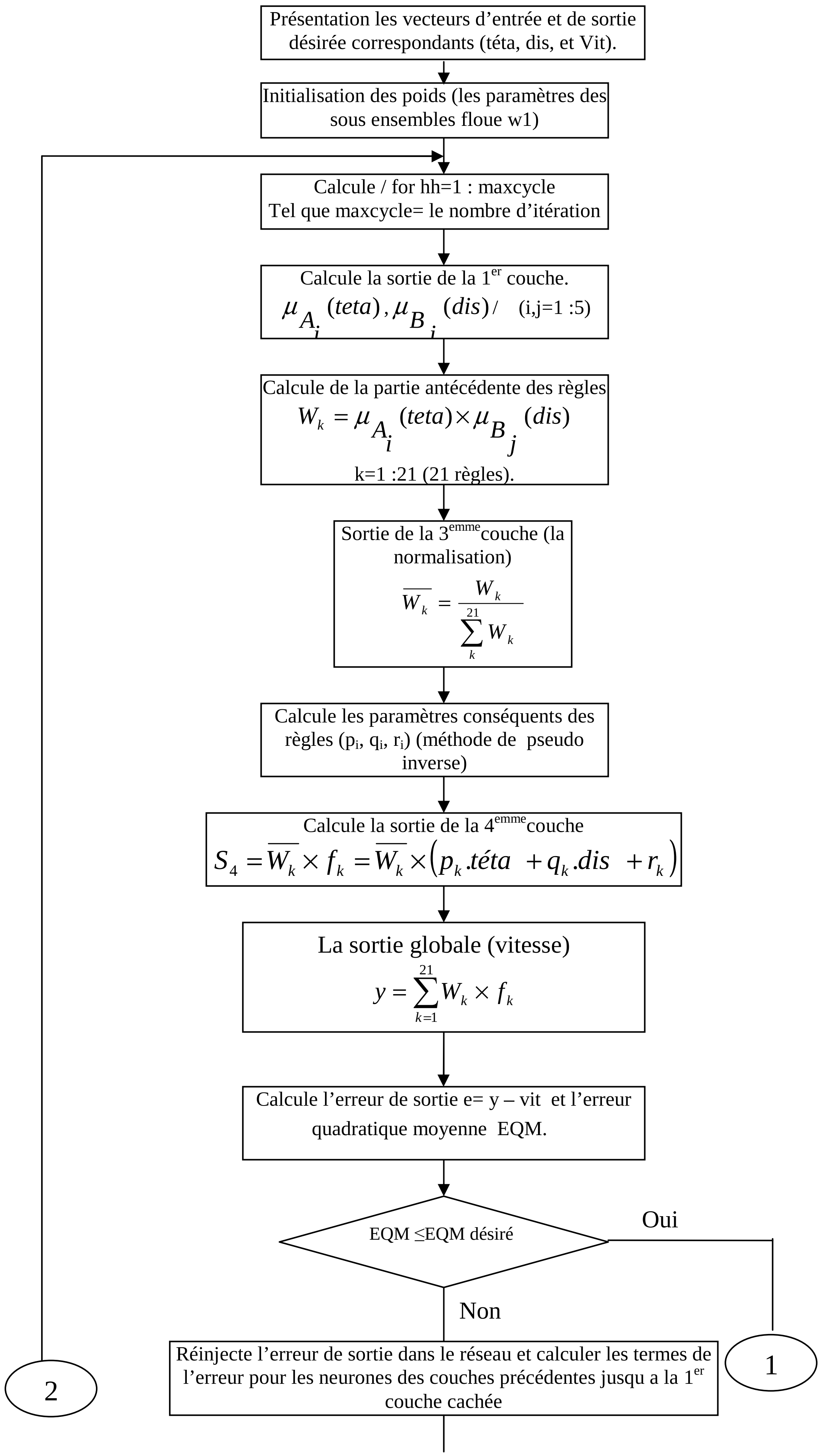
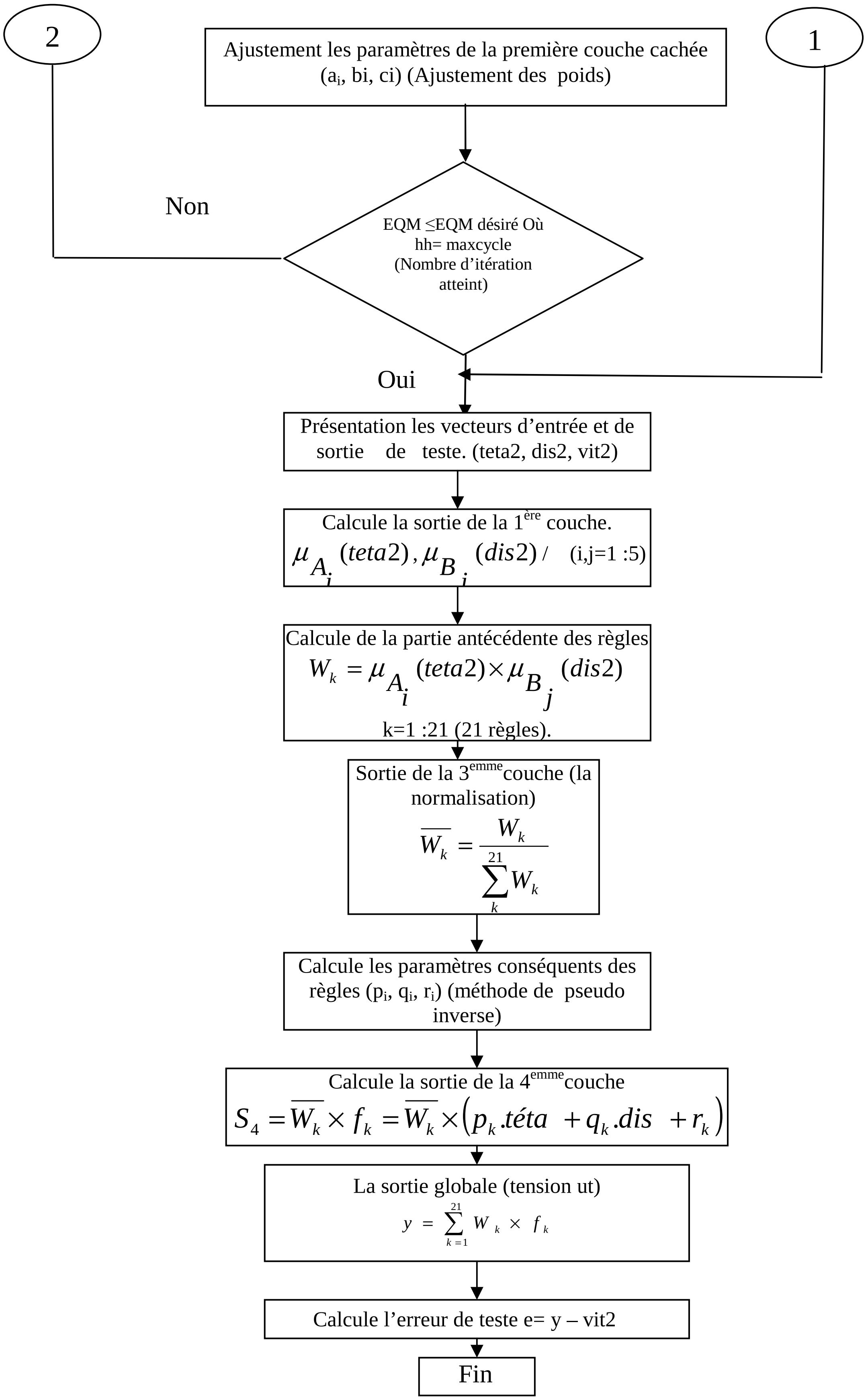


Figure A.7- variable d'orientations

Annexe B

Organigramme présente le déroulement de la phase d'apprentissage et de teste


Présentation les vecteurs d'entrée et de sortie désirée correspondants (téta, dis, et Vit).
Initialisation des poids (les paramètres des sous ensembles floue w1)
Calcule / for hh=1 : maxcycle
Tel que maxcycle= le nombre d'itération
Calcule la sortie de la 1er couche.
$\mu_{A_i}(teta), \mu_{B_i}(dis)$ / (i,j=1 :5)
Calcule de la partie antécédente des règles
$W_k = \mu_{A_i}(teta) \times \mu_{B_j}(dis)$
k=1 :21 (21 règles).
Sortie de la 3emme couche (la normalisation)
$\overline{W_k} = \frac{W_k}{\sum_{k}^{21} W_k}$
Calcule les paramètres conséquents des règles (p_i, q_i, r_i) (méthode de pseudo inverse)
Calcule la sortie de la 4emme couche
$S_4 = \overline{W_k} \times f_k = \overline{W_k} \times (p_k.téta + q_k.dis + r_k)$
La sortie globale (vitesse)
$y = \sum_{k=1}^{21} W_k \times f_k$
Calcule l'erreur de sortie e= y – vit et l'erreur quadratique moyenne EQM.
EQM ≤EQM désiré
Oui
Non
Réinjecte l'erreur de sortie dans le réseau et calculer les termes de l'erreur pour les neurones des couches précédentes jusqu a la 1er couche cachée
2
1


2
Ajustement les paramètres de la première couche cachée (a_i, bi, ci) (Ajustement des poids)
1
Non
EQM ≤EQM désiré Où hh= maxcycle (Nombre d'itération atteint)
Oui
Présentation les vecteurs d'entrée et de sortie de teste. (teta2, dis2, vit2)
Calcule la sortie de la 1ère couche.
$\mu_{A_i}(teta2), \mu_{B_j}(dis2)$ / (i,j=1 :5)
Calcule de la partie antécédente des règles
$W_k = \mu_{A_i}(teta2) \times \mu_{B_j}(dis2)$
k=1 :21 (21 règles).
Sortie de la 3emme couche (la normalisation)
$\overline{W_k} = \frac{W_k}{\sum_k^{21} W_k}$
Calcule les paramètres conséquents des règles (p_i, q_i, r_i) (méthode de pseudo inverse)
Calcule la sortie de la 4emme couche
$S_4 = \overline{W_k} \times f_k = \overline{W_k} \times (p_k.téta + q_k.dis + r_k)$
La sortie globale (tension ut)
$y = \sum_{k=1}^{21} W_k \times f_k$
Calcule l'erreur de teste e= y – vit2
Fin