

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العلي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université Mohamed Khider - Biskra
Faculté des Sciences et de la technologie
Département: Genie Electrique
Réf :



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم : الهندسة الكهربائية
المرجع :

Mémoire présenté en vue de l'obtention
Du Diplôme de
Magister en Electrotechnique
Option : Electricité Industriel

Méthode simplifiée pour l'étude des systèmes de lévitation à base de supraconducteur HTc

Présenté par : OULDBIH Talha

Soutenu publiquement le 03/06/ 2012

Devant le jury :

Salah Eddine ZOUZOU	Professeur	Président	U. de Biskra
Mebarek BAHRI	MCA	Rapporteur	U. de Biskra
Lotfi ALLOUI	MCA	Examineur	U. de Biskra
Kamel SRAIRI	Professeur	Examineur	U. de Biskra
Souri Mohamed MIMOUNE	Professeur	Examineur	U. de Biskra

Abréviations

SCFCL	Limiteurs de courant supraconducteurs.
SHTc	Supraconducteur H aute T empérature c ritique.
SBTc	Supraconducteur B asse T empérature c ritique.
1D	Unidimensionnel (à une dimension).
2D	Bidimensionnel (à deux dimensions).
BCS	Théorie de B ardeen, C ooper et S chrieffer.
BSCCO	Supraconducteur à base de B ismuth, de S trontium, de C alcium et d' O xydes de C uivre.
EDP	Equations aux D érivées P artielles.
MDF	M éthode des D ifférences F inis.
MEF	M éthode des E léments F inis.
MIF	M éthode des I ntégrales de F rontières.
MVF	M éthode des V olumes F inis.
MVFA	M éthode des V olumes F inis avec des conditions aux limites A pproximatives.
MVFE	M éthode des V olumes F inis avec des conditions aux limites E largies.
MCC	M éthode des C ircuits C ouplés.
YBCO	Supraconducteur à base d' Y ttrium, de B aryum et d' O xydes de C uivre

Notations et unités

A	Composant tangentiel du potentiel vecteur [T.m]
a	Rayon du disque circulaire supraconducteur [m]
B	Induction magnétique
B_0	Densité de flux magnétique constante a utilisé dans le modèle de Kim [T]
B_r	Densité de flux magnétique dans la direction radiale dû à un aimant permanent circulaire [T]
B_z	Densité de flux magnétique dans la direction axiale dû à un aimant permanent circulaire [T]
$B_{ré}$	Induction magnétique rémanente [T]
c	Coefficient de mouillant
D	Induction électrique (vecteur déplacement électrique) [A/m^2]
E	Champ électrique [V/m]
F	Force de lévitation [N]
f	Fréquence [Hz]
H	Champ magnétique [A/m]
$I_1()$	Fonction de Bessel modifiée du premier genre d'ordre 1
$J(r,z)$	Densité de courant [A/m^2]
J_c	Densité du courant électrique de conduction [A/m^2]
J_{c0}	Courant critique sans considération des variations du flux [A/m^2]
J_D	Densité des courants de déplacement [A/m^2]
J_{ex}	Densité du courant d'excitation [A/m^2]
k	Constante de Boltzmann [J/K]
$K_1()$	Fonction de Bessel modifiée du deuxième genre d'ordre 1
l	Epaisseur du disque supraconducteur [m]
m	Masse du corps soulevé
N, N'	Nombre de divisions dans les directions radiales et axiales, respectivement
P	Force de la vibration a appliqué au conducteur [N]
r, z	Coordonnées dans les directions radiales et axiales, respectivement
r_i	Coordonnée radiale à l'ième élément
u	Fonction de saut unitaire
U_0	Potentiel épinglant [eV]
v	Vitesse de supraconducteur en mouvement [m/s]
$\Delta r_i, \Delta z_j$	Longueur de l'élément dans la direction radiale ou axiale du supraconducteur
ρ_c	Résistance de flux creep [$\Omega.m$]
ρ_f	Résistance de flux flow [$\Omega.m$]
ρ	Densité volumique de charges électriques [C/m^3]
θ	Température critique ou de refroidissement [K]
$\delta()$	La fonction de delta de Dirac
ε	Permittivité électrique [F/m]
ε_0	Permittivité absolue du vide
ε_r	Permittivité relative du milieu
μ	Perméabilité magnétique
μ_0	Perméabilité magnétique du vide [H/m]

Notations et unités

μ_r	Perméabilité magnétique du milieu
σ	Conductivité électrique [S/m]
ν	Réductivité magnétique
ω	Pulsation [rd/s]
ξ	Longueur de cohérence
κ	Constante de Ginzburg et Landau
λ_L	Longueur de London

Sommaire général

Introduction générale.....	01
----------------------------	----

Chapitre I

I.1 Introduction.....	04
I.2 Effet de Meissner et lévitation magnétique.....	04
I.3 Conducteurs parfaits et supraconducteurs.....	05
I.4 Grandeurs critiques.....	07
I.4.a Température critique.....	08
I.4.b Champs magnétique critique.....	08
I.4.c Densité de courant critique.....	08
I.4.d Surface critique.....	09
I.5 Classification des supraconducteurs.....	09
I.5.a Supraconducteurs de type I.....	10
I.5.b Supraconducteurs de type II.....	12
I.5.b.1 Supraconducteurs de type II à BTc.....	13
I.5.b.1.a Supraconducteurs N_bT_i	13
I.5.b.1.b Supraconducteurs $N_{b3}S_n$	14
I.5.b.2 Supraconducteurs de type II à HTc.....	14
I.5.b.2.a Supraconducteurs BSCCO.....	15
I.5.b.2.b Supraconducteurs YBCO.....	15
I.6 Vortex ou phase de Shubnikov.....	16
I.7 Flux flow et de flux creep.....	17
I.7.a Flux flow.....	17
I.7.b Flux creep.....	17
I.8 Modèles de supraconducteurs.....	17
I.8.a Modèle de Bean (Modèle de l'état critique)	18
I.8.b Modèle de la loi en puissance E-J.....	19
I.8.c Modèle de Kim.....	19
I.8.d Modèle exponentiel.....	20
I.8.e Modèle de flux creep et flux flow.....	20
I.8.e.1 Modèle de flux creep.....	20
I.8.e.2 Modèle de flux flow.....	20
I.9 Applications des supraconducteurs en électrotechnique.....	21
I.9.a Aimants supraconducteurs.....	22
I.9.b Lignes de transport.....	22
I.9.c Transformateurs.....	23
I.9.d Limiteurs du courant.....	23

I.9.e	Système de stockage de l'énergie.....	24
I.9.f	Machines électriques.....	24
I.9.g	Trains à lévitation magnétique.....	25
I.10	Conclusion.....	27

Chapitre II

II.1	Introduction.....	28
II.2	Modèles mathématiques dans les supraconducteurs.....	28
II.3	Equations électromagnétiques de base.....	28
II.4	Formulation des équations électromagnétiques.....	29
II.4.a	Modèle Magnétodynamique.....	29
II.4.b	Formulation de l'équation magnétodynamique.....	30
II.5	Modèle cylindrique axisymétrique en électromagnétisme.....	31
II.6.a	: Condition de Dirichlet.....	33
II.5.a	: Condition de Dirichlet.....	33
II.6	Méthode de résolution.....	33
II.7	Méthode des Conditions aux limites approximatives.....	33
II.7.a	Conditions aux limites dans la Direction Radiale.....	34
II.7.b	Conditions aux limites dans la Direction Axiale.....	35
II.8	Résolution par MVF.....	37
II.8	Analyse de supraconducteur à haut Tc avec système de lévitation.....	38
II.8.a	Modèle analytique et équations fondamentales.....	38
II.8.b	Flux Creep - Flux Flow.....	39
II.9	Méthode de résolution des d'équations algébriques.....	41
II.9.a	Méthodes directes.....	41
II.9.b	Méthodes Itératives.....	42
II.9.b.1	Méthode de Jacobi.....	42
II.9.b.2	Méthode de Gauss Seidel.....	42
II.9.b.3	Formule des trapèzes.....	43
II.9.b.4	Méthode de relaxation.....	44
II.11	Algorithme de résolution.....	44
II.11.a	Bloc d'entrée.....	45
II.11.a.1	Module de maillage.....	45
II.11.a.2	Module de base de données.....	45
II.11.a.3	Module D'affectation.....	45

Sommaire Générale

II.11.b Bloc de résolution.....	45
II.11.c Bloc de sortie.....	46
II.11 Conclusion.....	48

Chapitre III

III.1 Introduction.....	49
III.2 Description du système étudiée.....	49
III.3 Résultats de simulation.....	50
III.3.a Méthode analytique.....	50
III.3.b MVF avec les conditions aux limites approximatives MVFA.....	52
III.3.c MVF avec les conditions aux limites élargies MVFE.....	66
III.4 Conclusion.....	78
Conclusion générale.....	79
Notations et unités.....	79
Abréviation.....	81
Référence bibliographique.....	83

Liste des tableaux

Tab. I.1 : T_c , H_c et B_c dans les supraconducteurs de type-I, (à 0K).....	12
Tab. I.2 : T_c , H_{c2} et B_{c2} dans les matériaux supraconducteurs de type II, (à 0K).....	13
Tab. III.1 : propriété géométrique et physique de l'aimant et du supraconducteur.....	48

Liste des figures

Fig. I.1 : Comparaison entre un conducteur parfait et un supraconducteur de type I lors d'un refroidissement sous champ.....	06
Fig. I.2 : Comparaison entre un conducteur parfait et un supraconducteur type I lors d'un refroidissement hors champ.....	07
Fig. I.3 : surface critique (T, H, J) délimitant l'état normal et l'état supraconducteur...	09
Fig. I.4.a : caractéristique B(H) d'un supraconducteur de type I.....	11
Fig. I.4.b : Expulsion du champ magnétique appliqué hors du volume d'un supraconducteur, excepté sur une faible épaisseur, appelée longueur de pénétration...	11
Fig. I.5 : caractéristique B(H) d'un supraconducteur de type II.....	13
Fig. I.6 : Illustration du réseau de vortex.....	17
Fig. I.10 : Le Transrapid : il relie le nouvel aéroport international de Pu Dong à la station Long yang Road sur la ligne 2 du métro de Shanghai.....	26
Fig. II.1 : Géométrie des éléments divisés.....	35
Fig. II.2 : Géométrie d'un système de la lévitation du supraconducteur.....	38
Fig. II.5 : Aires des trapèzes.....	42
Fig. II.3 : Organigramme du code de calcul.....	43
Fig. II.4 : Algorithme de résolution du code de calcul.....	46
Fig. III.1 : Force de lévitation comparée avec l'expérimentale.....	49
Fig. III.2 : Distribution de la densité du courant électrique J au temps 0.1s.....	50
Fig. III.3 : Distribution de la densité du courant électrique J au temps 1s.....	50
Fig. III.4 : Distribution de la densité du courant électrique J au temps 2s.....	50
Fig. III.5 : La force calculée comparée avec l'expérimentale.....	52
Fig. III.6.a : Distribution spatiale du potentiel vecteur magnétique A.....	54
Fig. III.6.b : Distribution plane du potentiel vecteur magnétique A.....	54
Fig. III.7.a : Distribution spatiale du potentiel vecteur magnétique total A_s	55
Fig. III.7.b : Distribution plane du potentiel vecteur magnétique total A_s	55
Fig. III.8.a : Distribution spatiale du champ électrique E.....	56
Fig. III.8.b : Distribution plane du champ électrique E.....	56
Fig. III.9.a : Distribution spatiale de l'induction magnétique B.....	57
Fig. III.9.b : Distribution plane de l'induction magnétique B.....	57
Fig. III.10.a : Distribution spatiale de la conductivité électrique σ	58

Liste des figures

Fig. III.10.b : Distribution plane de la conductivité électrique σ	58
Fig. III.11.a : Distribution spatiale de la densité du courant électrique J	59
Fig. III.11.b : Distribution plane de la densité du courant électrique J	59
Fig. III.12.a : Distribution spatiale de la densité du courant critique J_c	60
Fig. III.12.b : Distribution plane de la densité du courant critique J_c	60
Fig. III.13 : Effet de la densité de courant critique J_{c0} sur la force de lévitation.....	61
Fig. III.14 : Effet de la vitesse sur la force de lévitation.....	62
Fig. III.15 : Effet du rayon du supraconducteur sur la force de lévitation.....	62
Fig. III.16 : Effet de l'épaisseur du supraconducteur sur la force de lévitation.....	63
Fig. III.17 : Effet de l'induction magnétique critique B_0 sur la force de lévitation.....	64
Fig. III.18 : Effet de l'aimantation M sur la force de lévitation.....	64
Fig. III.19 : La force calculée comparée avec l'expérimentale	65
Fig. III.20.a : Distribution spatiale du potentiel vecteur magnétique A	67
Fig. III.20.b : Distribution plane du potentiel vecteur magnétique A	67
Fig. III.21.a : Distribution spatiale du potentiel vecteur magnétique total A_s	68
Fig. III.21.b : Distribution plane du potentiel vecteur magnétique total A_s	68
Fig. III.22.a : Distribution spatiale du champ électrique E	69
Fig. III.22.b : Distribution plane du champ électrique E	69
Fig. III.23.a : Distribution spatiale de l'induction magnétique B	70
Fig. III.23.b : Distribution plane de l'induction magnétique B	70
Fig. III.24.a : Distribution spatiale de la conductivité électrique σ	71
Fig. III.24.b : Distribution plane de la conductivité électrique σ	71
Fig. III.25.a : Distribution spatiale de la densité du courant électrique J	72
Fig. III.25.b : Distribution plane de la densité du courant électrique J	72
Fig. III.26.a : Distribution spatiale de la densité du courant critique J_c	73
Fig. III.26.b : Distribution plane de la densité du courant critique J_c	73
Fig. III.27 : Effet de la densité de courant critique sur la force.....	74
Fig. III.27 : Effet de la vitesse sur la force.....	74
Fig. III.28 : Effet du rayon sur la force.....	75
Fig. III.29 : Effet de l'épaisseur sur la force.....	75
Fig. III.30 : Effet de l'induction magnétique critique sur la force.....	76
Fig. III.31 : Effet de l'aimantation sur la force.....	76

Introduction Générale

Les matériaux conventionnels utilisés dans les différents domaines de l'électrotechnique ont atteint leurs limites d'utilisation à cause des limitations de leurs performances, limitations dues aux échauffements dans les matériaux résistifs, et aux champs de saturation dans les matériaux magnétiques.

A tous ses inconvénients les matériaux supraconducteurs paraissent à première vue pouvoir remédier, grâce à leurs remarquables propriétés (résistivité nulle, densité de courants élevée,...).

Mais les choses ne sont pas aussi simples, car les supraconducteurs ont aussi leurs inconvénients notamment la température critique très basse (aux environs de 4K).

C'est cet inconvénient majeur qui a limité l'utilisation des supraconducteurs à des domaines particuliers notamment les recherches nécessitant des champs magnétiques très élevés que seules les bobines supraconductrices peuvent produire ainsi que quelques domaines d'applications qui peuvent se permettre le coût élevé des dispositifs supraconducteurs.

La découverte (**en 1986**) de la supraconductivité à haute température critique (le premier matériau supraconducteur à haute T_c a été découvert à une température de 35 K), a relancé l'intérêt pour les supraconducteurs, et a encouragé les recherches sur les applications de ce type de matériaux, notamment pour le transport de l'énergie électrique et la production de champs intenses.

Il est aussi envisagé d'exploiter les propriétés de diamagnétisme et de piégeage des vortex dans les supraconducteurs pour faire léviter un objet lourd grâce à la force répulsive stable entre un aimant et un supraconducteur.

Ce concept est celui de la lévitation magnétique qui est souvent exposée comme vitrine des applications supraconductrices auprès du grand public.

Notre travail présente l'étude de la lévitation magnétique entre les aimants et les supraconducteurs (particulièrement les supraconducteurs à haute température critique qui sont les plus utilisés dans la lévitation magnétique).

Cette étude (la lévitation magnétique) a été possible grâce à la forte évolution des céramiques supraconductrices à haute température critique, notamment l'YBCO qui est capable de générer des densités de courant supérieures au millier d'ampères par millimètre carré.

Lorsque ces matériaux sont refroidis à champ extérieur nul, ils ont la capacité de s'opposer aux variations de champ extérieur et peuvent ainsi être lévités au-dessus d'un aimant permanent.

Dans ce travail, on a utilisé premièrement des méthodes analytiques pour calculer l'intégrale numérique à deux dimensions pour modéliser le phénomène de lévitation magnétique entre l'aimant et le supraconducteur, on a été choisi la méthode analytique premièrement pour sa simplicité de calcul, mais on a trouvé des problèmes dans le calcul et la convergence causé par les sommes et les fonctions de **Bessel** (par exemple le potentiel vecteur magnétique contient trois sommes et plusieurs fonction de Bessel, voir l'expression II.38), après ces problèmes qui nous avons trouvé dans la méthode analytique, nous changerons cette méthode par la méthode des volumes finis.

Nous utilisons un code de calcul développé dans ce travail, ce code est basé sur les méthodes analytiques à conditions limites approximatives et les méthodes des volumes finis avec conditions limites approximatives et avec l'air tout en utilisant des outils mathématiques purs pour résoudre les systèmes d'équations non linéaires, le code de calcul est réalisé sous l'environnement MATLAB. Ce code de calcul sera utilisé pour l'étude d'un dispositif de lévitation magnétique dont des conditions physiques différentes.

Pour ce qui nous avons parlé avant, on va diviser ce mémoire strictement en trois chapitres:

Chapitre I : on présentera dans ce chapitre un aperçu historique sur les matériaux supraconducteurs, les différents types de supraconducteur, leurs comportements magnétiques, les différents modèles utilisés pour le calcul des grandeurs électromagnétiques dans les matériaux supraconducteurs et les différentes applications industrielles en électrotechnique.

Chapitre II : on présentera dans ce chapitre un rappel sur les équations mathématiques en électromagnétique plus précisément les équations de Maxwell, le magnétodynamique, en particuliers les modèles mathématiques des supraconducteurs et en fin la modélisation analytique et numérique de l'équation du potentiel vecteur magnétique afin d'obtenir la résolution analytique et numérique de cette équation mathématique.

Chapitre III : on présentera dans ce chapitre les résultats obtenus par le code de calcul développé sous l'environnement MATLAB. Ces résultats concernant le calcul et la visualisation des différentes grandeurs électromagnétiques du supraconducteur tel que le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} , le potentiel vecteur magnétique total \mathbf{A}_s (qui est la somme de deux composantes vecteurs de potentiel magnétique à l'intérieur et l'extérieur), l'induction magnétique \mathbf{B} , le champ électrique \mathbf{E} , la conductivité électrique σ , la densité du courant \mathbf{J} , la densité de courant critique \mathbf{J}_c et la force de lévitation \mathbf{F} .

Et finalement, une conclusion générale qui résume l'essentiel de notre travail.

I.1 Introduction

La supraconductivité est un phénomène remarquable dont la principale propriété est de rendre les matériaux parfaitement conducteurs de l'électricité à très basse température.

L'histoire de ce phénomène débute dans un laboratoire de l'université de Leiden, au Pays Bas [12, 23, 26, 32, 35]. L'équipe de H. Kammerling Onnes travaille sur la liquéfaction de l'hélium et l'étude des propriétés électriques des métaux à basses températures pour déterminer leur comportement lorsqu'on approche du zéro absolu. Ceci leur permet de travailler à des températures cryogéniques inférieures à 4,2 K [2, 4, 6, 12]. Elle observa que pour certains matériaux, la résistance non seulement diminuait avec la température, mais présentait également une baisse soudaine à une certaine température critique notée T_c . Elle appela cet état, un état supraconducteur en opposition à un état normal. Cet état supraconducteur est caractérisé généralement par des propriétés spécifiques :

L'absence de la résistivité en courant continu, est le phénomène le plus intéressant pour ce qui concerne le transport de l'énergie électrique (en courant continu, cette résistivité est strictement nulle, par contre, en alternatif, elle devient très faible, mais ne s'annule pas tout à fait : expérimentalement, il est prouvé que $\rho < 10^{-25} \Omega \cdot m$ [4, 15, 48]).

Le diamagnétisme parfait est un autre aspect important. Quand un échantillon supraconducteur est refroidi en dessous de sa température critique puis placé dans un champ magnétique, celui-ci est éjecté de l'échantillon. En effet, on identifie principalement un matériau supraconducteur comme "repoussant" les lignes de champ magnétique. Cette propriété est appelée "Effet Meissner", cet effet est à l'origine de la lévitation magnétique.

Ce chapitre est un rappel général sur la supraconductivité permettra dans un premier temps de découvrir ce phénomène, ensuite nous présenterons le comportement des supraconducteurs et enfin nous parlerons de leurs principales applications en électrotechnique.

I.2 Effet de Meissner et lévitation magnétique

Puisque la résistance nulle des supraconducteurs a été découverte d'abord, il est largement cru que c'est la propriété la plus fondamentale des supraconducteurs. En effet la recherche évoluant, il a été trouvé que la conductivité parfaite, implique qu'un changement de l'induction magnétique dans le matériau n'est pas possible $\frac{dB}{dt} = 0$ [8, 44], la résistance nulle n'est pas l'unique caractéristique des supraconducteurs (après la découverte de l'effet de Meissner un matériau est dit supraconducteur lorsqu'il présente une résistivité nulle au-dessous de T_c et un diamagnétisme parfait [4]).

Meissner et Ochsenfeld (1933 [12]) ont trouvé que lorsqu'un matériau supraconducteur était refroidi en dessous de sa température critique T_c , il expulsait tout le flux magnétique de son sein, sauf dans une fine couche superficielle appelé longueur de pénétration de London notée λ_L (ils vérifièrent alors que l'expulsion total de l'induction magnétique, c'est une propriété fondamentale des supraconducteurs [8, 35, 37]). De cet effet on remarque qu'un supraconducteur a la capacité de flotter ou "léviter" au-dessus d'un aimant (la lévitation magnétique des aimants supraconducteurs a été proposée la première fois en 1963 par Powell, peu après de la découverte des supraconducteurs de type II [44]).

L'expulsion d'un champ appliqué est le résultat de l'existence des courants induits dans un supraconducteur qui produit un champ magnétique dans la direction inverse et égale au champ externe, afin que le champ total à l'intérieur du supraconducteur soit nul [21, 56].

Cet effet remarquable (constitue la base du phénomène de lévitation magnétique [14, 48]) disparaît pour des champs magnétiques suffisamment élevés et il se manifeste de manière différente selon les supraconducteurs.

I.3 Conducteurs parfaits et supraconducteurs

Un conducteur parfait pourrait être défini comme ayant une résistance électrique nulle. Le diamagnétisme serait donc la différence fondamentale entre un supraconducteur et un conducteur parfait. Nous allons nous intéresser au comportement magnétique d'un matériau supraconducteur lorsqu'un champ magnétique extérieur est appliqué. Tout d'abord, voyons le cas du refroidissement sous champ :

Etape 1: le champ magnétique est appliqué

Etape 2: le matériau est refroidi en dessous de sa température critique

Etape 3: le champ magnétique extérieur s'annule.

La Fig. I.1 représente la comparaison entre un conducteur parfait et un supraconducteur lors d'un refroidissement sous champ.

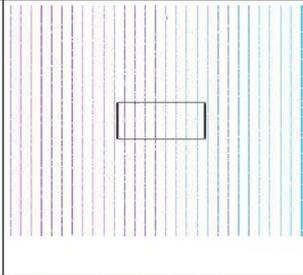
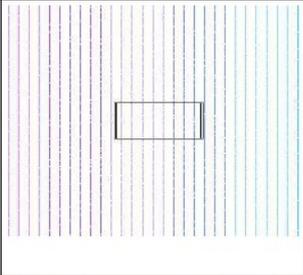
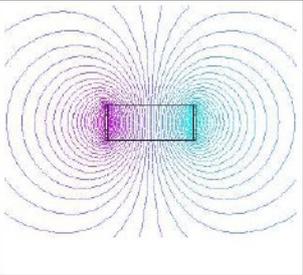
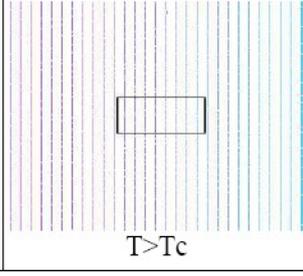
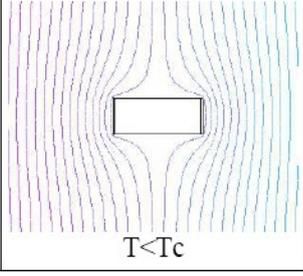
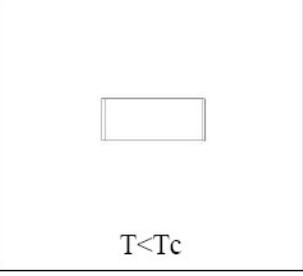
	Étape 1 Sous champ $B=B_{max}$	Étape 2 Sous champ $B=B_{max}$	Étape 3 Hors champ $B=0$
Conducteur parfait			
Supra-conducteur	 $T > T_c$	 $T < T_c$	 $T < T_c$

Fig. I.1 : Comparaison entre un conducteur parfait et un supraconducteur de type I lors d'un refroidissement sous champ

Nous pouvons constater que lors de l'étape 1, les deux matériaux sont dans la même configuration. Dans l'étape 2, le supraconducteur expulse le champ magnétique de son volume, il est dans l'état Meissner. Le conducteur parfait voit le champ magnétique dans tout son volume. Pendant l'étape 3, lors de l'annulation du champ magnétique, le supraconducteur ne contient aucun champ, par contre le conducteur parfait a piégé le flux du champ magnétique extérieur qui le pénètre dans l'étape 2.

Voyons maintenant le comportement de ces matériaux lors d'un refroidissement en champ extérieur nul.

Etape 1: la température est supérieure à la température critique du supraconducteur et le champ magnétique extérieur est nul.

Etape 2: la température descend en dessous de la température critique du matériau et, une fois le matériau dans l'état supraconducteur, le champ magnétique est appliqué.

Etape 3: le champ magnétique extérieur est annulé.

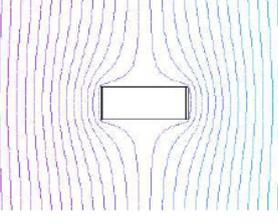
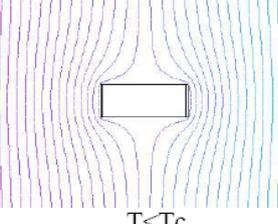
	Étape 1 Hors champ $B=0$	Étape 2 Sous champ $B=B_{max}$	Étape 3 Hors champ $B=0$
Conducteur parfait			
Supra-conducteur	 $T > T_c$	 $T < T_c$	 $T < T_c$

Fig. I.2 : Comparaison entre un conducteur parfait et un supraconducteur type I lors d'un refroidissement hors champ

Nous voyons que le supraconducteur et le conducteur parfait ont le même comportement lors d'un refroidissement hors champ. C'est à dire que même si l'état Meissner n'existait pas, un supraconducteur refroidi hors champ expulserait le champ magnétique de son volume. Dans ce cas, le phénomène mis en jeu est la loi de Lenz : des courants se créent pour s'opposer à toute variation de flux magnétique. Ce courant n'était pas amortis, ils circulent et maintiennent le conducteur à une valeur de flux constante. D'après cette loi, un conducteur parfait ne peut pas voir de variation de flux magnétique. Nous verrons que l'état Meissner est détruit lorsque le champ magnétique extérieur dépasse quelques milli teslas.

En conclusion, si nous voulons modifier la répartition spatiale du champ magnétique à l'aide de supraconducteur, nous devons utiliser un refroidissement hors champ.

I.4 Grandeurs critiques

Un matériau n'est supraconducteur que dans certaines conditions, (les grandeurs critiques des matériaux Supraconducteurs à Haute Température Critique SHT_C (type II) diffèrent de celles des Supraconducteurs à Basse température critique SBT_C (type I), en

valeur même aussi au niveau de leurs définitions [15], voir Tableaux I.1 et I.2), les valeurs définissent la surface critique sont :

- * La température doit être inférieure à la température critique T_c .
- * Le champ magnétique appliqué doit être inférieure au champ critique H_c .
- * La densité de courant appliqué doit être inférieure à la densité de courant critique J_c .

I.4.a Température critique

La température critique (ou température de transition [14, 20]) est la température en dessous de laquelle la supraconductivité apparaît (elle est en général très faible, proche du zéro absolu [48]). Cette température est différente pour chaque matériau et dépend de la densité de courant et du champ magnétique appliqué.

Les supraconducteurs à basse température critique ont des températures critiques inférieures à 23K, par exemple pour Pb, $T_c=4.2K$ et pour NbTi, $T_c=11K$, les supraconducteurs à haute température critique ont une température critique nettement supérieure, par exemple pour YBCO, $T_c = 92K$ et pour BSCCO, $T_c=110K$ [15, 23, 55].

I.4.b Champ magnétique critique

L'état supraconducteur disparaît pour un champ magnétique extérieur supérieur à une certaine intensité du champ critique H_c (en réalité le champ extérieur dépend de la température). La température maximale à laquelle un matériau est supraconducteur est obtenue pour un champ extérieur nul [9].

Le champ magnétique critique diffère selon le type des supraconducteurs. Dans les supraconducteurs à haute température critique, existent deux champs magnétiques critiques H_{c1} et H_{c2} , entre ces deux champs critiques existe un champ dit champ d'irréversibilité noté H^* , au-delà duquel le réseau de vortex disparaît par contre dans les supraconducteur de types I il y n'a qu'un seul champ magnétique critique H_c). La valeur de champ magnétique le plus importante pour les supraconducteurs de types II est H^* [15].

I.4.c Densité de courant critique

La caractéristique physique la plus importante des supraconducteurs est la densité de courant critique (l'un des avantages majeurs de la supraconductivité est leurs densités de courant critique élevé [20]), J_c représente la densité de courant maximale qui peut

couler sans dissipation à travers une section du supraconducteur à la température T et a soumis à un champ magnétique B . Lorsque le champ magnétique extérieur est inférieur à H_c , le champ magnétique dans le volume du supraconducteur est nul, sauf dans une petite zone de circulation des courants.

I.4.d Surface critique

L'état supraconducteur est limité par trois grandeurs définissant une surface critique au-delà de laquelle le matériau transite vers un état dissipatif caractérisé par l'apparition d'un champ électrique. Cette surface critique présente un point de fonctionnement, si le point de fonctionnement du matériau est situé en dessous de la surface critique, le matériau est dans l'état supraconducteur (si l'une de ces grandeurs dépasse la valeur critique, le matériau devient dans l'état normal [48]) [2, 4, 6, 55]. La finalité de la majorité des recherches sur la supraconductivité est de comprendre, de contrôler et souvent de repousser ces limites T_c , H_c et J_c [28].

La température critique T_c et le champ magnétique critique H_c sont des grandeurs intrinsèques au matériau, tandis que la densité de courant critique J_c dépend du procédé de fabrication [30, 37, 58].

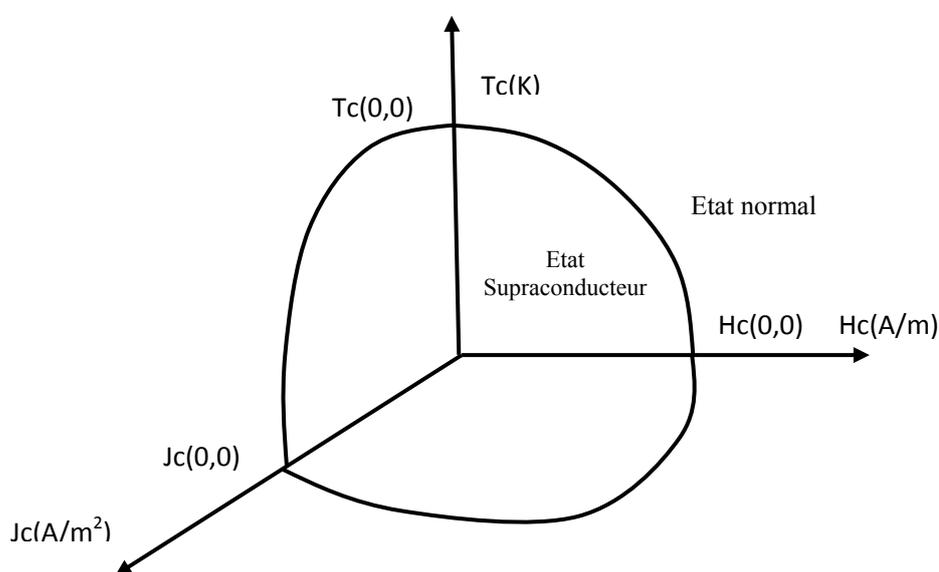


Fig. I.3 : surface critique (T, H, J) délimitant l'état normal et l'état supraconducteur.

I.5 Classification des supraconducteurs

Il existe deux types de supraconducteurs. Les supraconducteurs de type I sont des diamagnétiques parfaits en dessous d'un certain champ magnétique appelé champ critique H_c ; leur température critique ne dépasse pas les 30 K prévus théoriquement. Les supraconducteurs de type II, dont les oxydes céramiques, sont caractérisés par deux champs critiques H_{c1} et H_{c2} , entre lesquels l'apparition de zones normales (résistives) est énergétiquement favorable.

De plus des frères London, en 1950 Ginzburg et Landau établirent une théorie plus complète ou ils définirent une longueur caractéristique appelée longueur de cohérence ξ , qui correspond à l'épaisseur sur laquelle disparaît progressivement la supraconductivité au voisinage d'une surface, ou d'une interface avec un matériau non supraconducteur [4, 7, 19]. Ils définirent le ratio $\kappa = \frac{\lambda_L}{\xi}$ appelé constante de Ginzburg et Landau (Abrikosov lui a permis de compléter cette théorie et de distinguer les deux types de supraconducteurs [16]) qui permettait de classer les supraconducteurs en deux catégories dont les comportements magnétiques sont très différents [10, 21, 22]:

Si $\kappa < \frac{1}{\sqrt{2}}$ le supraconducteur est de type I.

Si $\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$ le supraconducteur est de type II.

I.5.a Supraconducteurs de type I

Ils ne possèdent qu'un seul champ critique H_c . Le champ magnétique ne pénètre pas dans le matériau supraconducteur, des super-courants se développent et écrantent l'induction magnétique au cœur du supraconducteur (mais, en réalité l'induction magnétique n'est pas nulle dans tout le matériau, elle pénètre sur λ_L de quelques dizaines à certaines de nanomètres), et l'intérieur du matériau est dans un état de diamagnétisme parfait (figure I.4.b) [13, 26]. Cette observation est valable pour des champs magnétiques continus et alternatifs [54, 55].

λ_L définit la longueur sur laquelle l'induction magnétique peut varier dans un matériau supraconducteur. Le comportement de ce type de supraconducteurs est simple car il n'existe que deux états, l'état normal correspond à une valeur élevée de la résistance du matériau et l'état supraconducteur correspond à un diamagnétisme presque parfait.

La figure I.4.a présente la caractéristique $B(H)$ d'un supraconducteur du type I.

Les supraconducteurs de type I n'ont aucune application industrielle à l'heure actuelle (du fait de leur faible valeur de champ critique et de basse température critique, ces matériaux sont sans intérêt pratique surtout en électrotechnique et en autres domaines pratiques [14, 15, 16]).

Les températures critiques, les champs magnétiques et les densités de flux magnétique de quelques supraconducteurs de type I sont indiqués dans le tableau I.1.

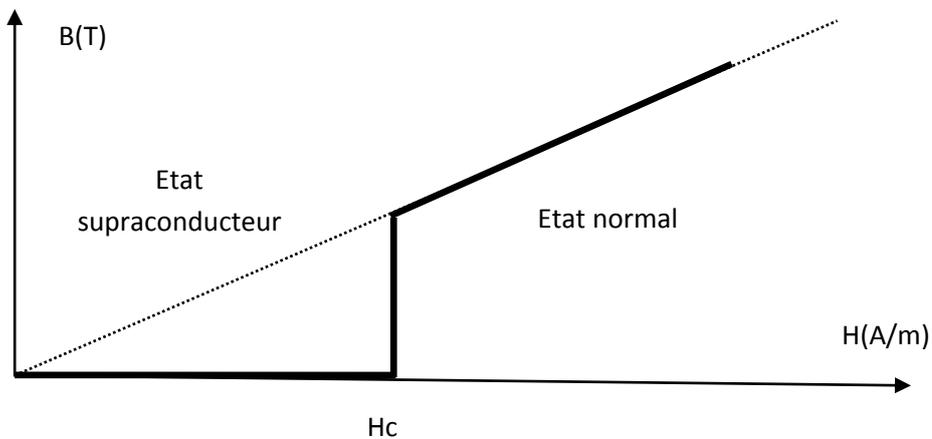


Fig. I.4.a : caractéristique $B(H)$ d'un supraconducteur de type I.

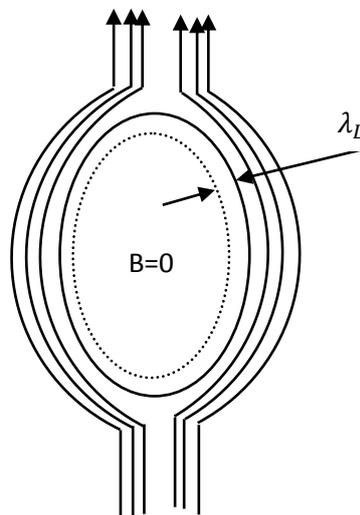


Fig. I.4.b : Expulsion du champ magnétique appliqué hors du volume d'un supraconducteur, excepté sur une faible épaisseur, appelée longueur de pénétration.

Matériau	T _c (K)	H _c (A/m)	B _c (Tesla)
Titanium (Ti)	0.4	0.42*10 ⁴	0.0056
Aluminium (Al)	1.2	0.79*10 ⁴	0.0105
Tin (Sn)	3.7	2.40*10 ⁴	0.0305
Mercure (Hg)	4.2	3.30*10 ⁴	0.0411
Plombe (Pb)	7.2	6.40*10 ⁴	0.0803

Tab. I.1 : T_c, H_c et B_c dans les supraconducteurs de type I, (à 0K).

I.5.b Supraconducteurs de type II

Les supraconducteurs de type II sont les matériaux les plus étudiés, que ce soit en physique fondamentale ou en physique appliquée. Cet intérêt est dû aux propriétés de leur état mixte qui induisent de forts paramètres critiques (T_c, H_c, J_c) [28]. Ces supraconducteurs possèdent deux champs critiques, le deuxième nettement plus grand que le premier (il peut atteindre des dizaines de Teslas [6, 12]). Cette caractéristique permet l'utilisation des supraconducteurs de type II dans des applications nécessitant de forts champs magnétiques). En outre, ceux-ci présentent des valeurs plus élevées de champ, de température et de courant critiques par rapport aux supraconducteurs du type I, ce qui les rend très attractifs pour l'électrotechnique.

Le comportement d'un supraconducteur du type II en présence d'un champ magnétique est décrit sur la figure I.5. On peut distinguer donc trois zones différentes dans les supraconducteurs de types II:

Zone 1 : Etat supraconducteur (diamagnétisme parfait), pour des valeurs du champ inférieur à H_{c1} (en général petit).

Zone 2 : Etat mixte (diamagnétisme partiel), pour des valeurs du champ entre H_{c1} et H_{c2}; bien que supraconducteur, le matériau est pénétré par le champ extérieur (Dans cet état on obtient $B \neq 0$ mais $\rho = 0$, et l'effet Meissner devient partiel [16, 18, 48]).

Zone 3 : Etat normal avec une forte résistance électrique, pour des valeurs de champ supérieures à H_{c2}.

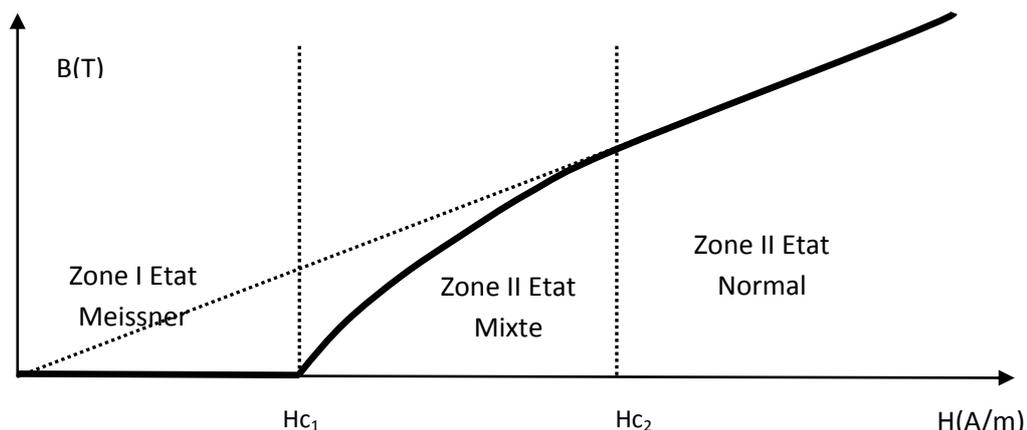


Fig. I.5 : caractéristique B(H) d'un supraconducteur de type II

La pénétration du champ dans l'état mixte s'effectue sous la forme de fins tubes microscopiques dénommés vortex (ils sont tous caractérisés exactement par le même flux magnétique, le quantum de flux ou fluxoïde, noté Φ_0 est de $2,07 \times 10^{-15}$ Wb [6, 18, 35, 37]). Au fur et à mesure que le champ augmente, la densité de vortex augmente dans le matériau, et pour $H=H_{C2}$, les vortex occupent tout le volume : la supraconductivité est alors totalement détruite. Les valeurs de H_{C2} et de B_{C2} pour des plusieurs supraconducteurs de type II sont indiquées dans le tableau I.2. Un grand avantage de supraconducteurs de type II est les grands champs magnétiques, qu'ils peuvent soutenir sans perdre leurs propriétés supraconductrices, comparées au supraconducteurs de type I, pour lequel les valeurs de H_C sont très basses, voir également le tableau I.1.

Composé	Tc(K)	Hc ₂ (A/m)	Bc ₂ (Tesla)
Nb-Ti	10.2	0.9×10^7	12
Nb ₃ Sn	18.3	1.6×10^7	22
Nb ₃ Ge	23.0	2.2×10^7	30
Nb ₃ Al	18.9	2.3×10^7	32
PbMo ₆ S ₈	14.0	3.3×10^7	45

Tab. I.2 : Tc, Hc₂ et Bc₂ dans les matériaux supraconducteurs de type II, (à 0K).

I.5.b.1 Supraconducteurs de type II à BTc [34]

Les conducteurs supraconducteurs les plus largement utilisés sont les supraconducteurs de types II à basse température critique. Ce sont des composés à base de niobium Nb qui sont refroidis à la température de l'hélium liquide.

I.5.b.1.a Supraconducteurs N_bT_i

Le matériau supraconducteur de type II le plus utilisé à basse tension est un alliage de niobium et de titane (est le matériau supraconducteur le plus utilisé pour la réalisation d'aimants supraconducteurs. Cependant, l'augmentation de la demande en champs magnétiques plus élevés posée par la réalisation des grands aimants supraconducteurs bute sur la limite théorique du système NbTi [12]). Il est facile à mettre en œuvre technologiquement et convient pour la production des inductions magnétiques inférieures à 12T (il est utilisé généralement pour des champs magnétiques de 2 à 11T [12, 14, 34]).

Ses paramètres critiques T_c et B_{c2} sont fonction de la composition de l'alliage. Le plus couramment utilisé possède une température critique à 0 T d'environ 9 K et une induction critique B_{c2} à 0 K d'environ 14,5 T.

Plusieurs entreprises dans le monde, comme SUPERCON aux Etats-Unis et Alstom en France, commercialisent des fils composés de NbTi, du supraconducteur à basse température critique [6].

I.5.b.1.b Supraconducteurs N_b3S_n

Le Nb_3Sn communément utilisé possède une température critique T_c à 0 T d'environ 18 K et une induction critique B_{c2} à 0 K d'environ 28 T [7, 12, 13, 14].

Sa principale limitation est sa difficulté de mise en œuvre, due à sa fragilité et la sensibilité de ses performances à la déformation.

En revanche, ses performances restent intéressantes dans des champs magnétiques importants de 10 à 22 T. Pour cette raison, il existe un marché du Nb_3Sn de 15 tonnes par an [29, 34]. En particulier, le Nb_3Sn est utilisé pour la réalisation des aimants du réacteur de fusion thermonucléaire contrôlée ITER qui nécessitera 500 tonnes de conducteur Nb_3Sn [29].

I.5.b.2 Supraconducteurs de type II à HTc [34]

La découverte de G. Bednorz, K.A. Muller en 1986 (et Mang-Kang Wu en 1987 [14, 32, 44]) d'oxydes de cuivre mixtes de type $BaLa_2CuO_2$ ou $YBa_2Cu_3O_7$ dont la température $T_c > 77K$, (l'azote liquide est un fluide beaucoup moins coûteux et beaucoup plus facile d'utilisation que l'hélium liquide sous pression atmosphérique 77K [14, 20, 32], le meilleur matériau supraconducteur à haute température critique du moment est l'YBCO à 77K [4, 55]), dans les pluparts des applications les SHT_C fonctionnent à la température de l'azote liquide de raison que à cette température l'agitation thermique est suffisante pour déloger les vortex. Ce matériau a beaucoup évolué depuis sa découverte, en effet, de nombreuses applications de lévitation magnétique telles que les Maglev et les paliers permettant aux rotors de moteurs de tourner sans frottement. La découverte de ce matériau a permis le transfert des technologies basées sur les supraconductrices BTc sur les supraconducteurs HT_C et d'étendre les applications des matériaux supraconducteurs.

L'intérêt de ces céramiques HT_C réside principalement dans la réduction du coût des installations cryogéniques nécessaires à leur fonctionnement et dans l'amélioration des performances des dispositifs (pour toute application dans laquelle l'azote liquide peut remplacer l'hélium liquide, le coût de réfrigération être environ 1000 fois moins [44]).

I.5.b.2.a Supraconducteurs BSCCO

Ce matériau est très utilisé pour les applications à 77 K, en effet, son mode de fabrication permet la réalisation d'objets de différentes formes. En plus diverses technologies sont mises en œuvre pour obtenir des grandes longueurs de conducteurs SHTc. Les cuprates de bismuth $BiSrCaCuO$ sous forme de ruban PIT (Powder In Tube) sont la première génération et sont commercialisés en longueurs kilométriques. Les conducteurs BSCCO sont aujourd'hui les seuls conducteurs supraconducteurs HTc disponibles en grandes longueurs [34].

Pour le transport de l'énergie de puissance, un des matériaux les plus prometteurs a semblé être le composé en céramique de $Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10+x}$ (Bi-2223), qui est habituellement manufacturé sous forme de bandes plates, et ayant une température critique environ de 110 K, peut être refroidi avec l'azote liquide, au lieu d'autres liquides cryogéniques plus traditionnels et plus chers [5, 18, 55].

I.5.b.2.b Supraconducteurs YBCO

C'est le premier supraconducteur à la température de l'azote liquide sous pression atmosphérique (77K), il possède parmi les meilleures caractéristiques supraconductrices.

L'avantage important d'YBCO par rapport à BSCCO est les densités de courant très grandes, qui ont obtenu dans des conducteurs d'YBCO au-dessus de 100 A/mm^2 à 77 K et 5T (le composé YBCO possède une forte densité de courant critique 'de l'ordre de quelques MA.cm^{-2} ', et un fort champ d'irréversibilité, bien supérieur à celui du BSCCO, ce qui lui permet de résister à des champs magnétiques élevés (7 Teslas à 77 K), l' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ semble donc être le candidat idéal pour les câbles SHTc et les autres applications [32, 59]). Il est aussi le matériau le plus utilisé dans les applications électrotechnique même si sa température critique n'est pas la plus haute [46].

I.6 Vortex ou phase de Shubnikov

Un vortex consiste en un cœur à l'état normal qui véhicule le champ magnétique, entouré par une région supraconductrice au sein de laquelle circule un super-courant qui confine le champ dans le cœur du vortex. L'état mixte, également appelé phase de Shubnikov [3, 8, 7, 9, 20], est une caractéristique intrinsèque des supraconducteurs de type II qui existe lorsqu'un champ magnétique $H_{c1} < H < H_{c2}$ est appliqué.

Le premier vortex apparaît lorsque $H=H_{c1}$ puis la densité de vortex croît avec le champ extérieur, lorsque $H=H_{c2}$ les lignes de flux se changent et le supraconducteur devient normal.

Le modèle le plus adapté pour décrire la pénétration de régions normales dans l'état mixte des supraconducteurs de type II est celui dû à A. A. Abrikosov. Ce modèle considère que le flux magnétique pénètre dans le supraconducteur (une partie du flux magnétique traverse le supraconducteur [55]) sous forme d'entités élémentaires appelée vortex, portant chacune un flux Φ quantifié en multiples entiers du quantum de flux $\Phi = n\Phi_0$ (expérimentalement $\Phi = \Phi_0$: chaque vortex porte un seul quantum de flux).

Ces vortex, de forme cylindrique, sont formés de deux zones principales:

Une zone centrale appelée cœur du vortex, dont le rayon est de l'ordre de ξ (longueur de cohérence), dans cette région la supraconductivité est détruite.

Une zone électromagnétique de rayon λ (longueur de pénétration) entourant la première, dans laquelle circulent des courants supraconducteurs permettant l'écrantage du champ magnétique siégeant au centre du cœur de vortex.

Sur la figure I.6, (a) : le réseau de vortex, (b) : la densité d'électrons supraconducteurs n_s et (c) : l'induction magnétique B à l'intérieur du supraconducteur, sont schématiquement représentés pour un supraconducteur dans l'état mixte.

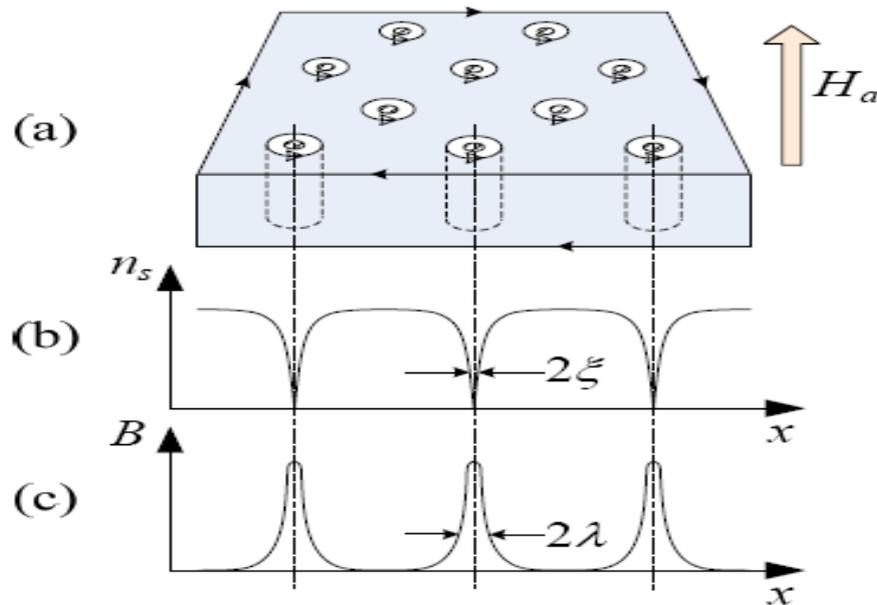


Fig. I.6 : Illustration du réseau de vortex.

I.7 Flux flow et flux creep

Il est important de bien comprendre les lois qui régissent la mobilité des vortex, celle-ci étant à l'origine de la transition des supraconducteurs de type II. Cette mobilité fait appel à deux types de mouvements appelés : flux flow et flux creep.

I.7.a Flux flow

La première observation indirecte du flux flow à été rapportée par Y.B. Kim et al [7, 8], dans des échantillons de l'alliage NbTi sous la forme d'une relation linéaire entre le champ électrique E et la densité de courant J . Ces auteurs interprétèrent phénoménologiquement cette linéarité comme résultante d'un déplacement d'ensemble et

constant du réseau de vortex. Le mouvement de vortex engendre un champ électrique et une résistivité dite de flux flow notée ρ_f égale en première approche à :

$$\rho_f = \frac{H}{H_{c2}} \rho_n \quad (\text{I.01})$$

avec ρ_n la résistivité du supraconducteur à l'état normal.

I.7.b Flux creep

Lorsque la force de piégeage est du même ordre que la force de Lorentz créée par le courant appliqué au supraconducteur, le mouvement libre des vortex est opposé. La viscosité ainsi que la résistivité associée à l'écoulement des vortex n'est plus celle du flux flow. Les vortex se déplacent alors d'un site de piégeage à l'autre. Un mécanisme thermiquement activé (TAAF) confère aux vortex une probabilité non nulle de franchir les barrières de potentiel associées aux centres de piégeage et de sauter de site en site. Ce mouvement engendre un champ électrique et une résistance dans le matériau appelée résistance de flux creep [32].

I.8 Modèles de supraconducteurs

La modélisation des dispositifs supraconducteurs est d'une grande importance pour l'étude et la compréhension de ce type de matériaux. Cette modélisation se fait généralement de deux manières : soit par des modèles numériques, soit par des modèles analytiques.

Il y a plusieurs régimes de fonctionnement pour les supraconducteurs et il est difficile d'avoir un modèle analytique qui peut caractériser tous ces régimes. Cependant, quelques uns ont été mis au point pour modéliser l'état supraconducteur dans certaines conditions et hypothèses.

I.8.a Modèle de Bean (Modèle de l'état critique)

Plusieurs modèles existent pour calculer les distributions de courant et de champ de supraconducteurs sous différentes conditions. Le plus connu et le plus utilisé pour dimensionner les matériaux supraconducteurs est le modèle de Bean.

C'est au début des années 60 que C. Bean introduit ce nouveau modèle basé sur l'existence d'une densité de courant macroscopique limitée, notée \mathbf{J}_c et indépendante du champ magnétique que le supraconducteur peut transporter [2, 3, 20] (la densité de courant critique \mathbf{J}_c est considérée généralement comme constante dans le modèle de Bean et indépendant du champ magnétique et du temps [26, 30], mais on peut aussi tenir compte de la variation de \mathbf{J}_c en fonction de l'induction magnétique [15]). Dans le modèle de Bean, il existe seulement deux états possibles du supraconducteur : une densité de courant nulle pour les régions où le champ magnétique ne varie pas, et une densité de courant égale à $\pm\mathbf{J}_c$ dans les régions qui s'opposent aux variations du champ magnétique.

Le modèle de Bean connaît un grand succès auprès des supraconducteurs à basse température et l'on y fait souvent référence dans la littérature [8]. Dans le modèle de l'état critique (Bean), la relation constitutive entre le courant \mathbf{J} , et le champ électrique \mathbf{E} peut être obtenu par [5, 37, 51, 52]:

$$\begin{cases} \mathbf{J} = \mathbf{J}_c(|\mathbf{B}|) \frac{\mathbf{E}}{|\mathbf{E}|}, & \text{si } |\mathbf{E}| \neq 0 \\ \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} = 0, & \text{si } |\mathbf{E}| = 0 \end{cases} \quad (\text{I.02})$$

Ou aussi [37]:

$$\mathbf{J} = \begin{cases} \mathbf{0}, & \text{si } \mathbf{E} < E_c \\ \mathbf{J}_c, & \text{si } \mathbf{E} \geq E_c \end{cases} \quad (\text{I.03})$$

I.8.b Modèle de la loi en puissance E-J

Ce modèle est plus fin que le modèle de Bean. Elle a été proposée pour étudier les SHT_C [9]. L'avantage de ce modèle est sa simplicité analytique [8]. Avec ce modèle le régime de flux creep peut être modélisé par une loi en puissance empirique $\mathbf{E}(\mathbf{J})$ permettant de relier la densité de courant au champ électrique [20, 25, 26, 32]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{J}) = E_c \left(\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{J}_c} \right)^n \quad (\text{I.04})$$

« E_c » est le critère de supraconductivité défini arbitrairement à $1 \mu\text{V}/\text{cm}$, il représente le seuil à partir duquel le matériau n'est plus considéré comme supraconducteur. « J_c » est la densité de courant critique, elle représente la densité de courant dans le matériau lorsque celui-ci développe un champ électrique égal à E_c . « n » est l'indice de transition résistive qui donne le degré de piégeage de l'échantillon (n varie entre 1 et ∞ , pour le cas linéaire $n=1$, dans le cas d'YBCO $n=20$ et dans la zone de flux creep on a $1 < n < \infty$ [8, 38, 49], n est plus grand pour les supraconducteurs à basse température critique, pour les supraconducteurs à haute température critique n varie entre 7 et 20 et si n tend vers l'infini ($n > 100$) on retrouve le modèle de Bean [15, 30]).

I.8.c Modèle de Kim

Un des premiers modèles décrivait la densité de courant critique J_c dépend de champ appliqué B a été introduit par Kim (et al [26]) [50]:

$$J_c(\mathbf{B}) = \frac{J_{c0} * B_0}{|\mathbf{B}| + B_0} \quad (I.05)$$

où \mathbf{B} est la densité de flux magnétique, B_0 est une constante (densité de flux magnétique à $T=0$) et J_{c0} est la densité de courant critique à densité de flux magnétique nul.

Le modèle de Kim est le plus utilisé pour la modélisation de la dépendance de la densité de courant critique avec l'induction magnétique. Ce modèle a été basé sur les données expérimentales pour les supraconducteurs de basse température. Après le travail de Kim et al, Anderson a donné une interprétation théorique du $J_c(\mathbf{B})$ dépendance dans relation au flux creep de façon thermique activé. L'équation (I.5) peut généraliser de la forme [3]:

$$J_c(\mathbf{B}) = \frac{J_{c0}}{\left(1 + \frac{|\mathbf{B}|}{B_0}\right)^n} \quad (I.06)$$

Quand l'exposant $n=0$ ou $n=1$ l'équation (I.6) réduit à l'équation du modèle de Bean et du modèle de Kim respectivement.

I.8.d Modèle exponentiel

Un des modèles qui proposent une variation de la densité de courant critique J_c avec l'induction magnétique \mathbf{B} , est le modèle exponentiel:

$$J_c(\mathbf{B}) = J_{c0} \exp\left(-\frac{|\mathbf{B}|}{B_0}\right) \quad (I.07)$$

I.8.e Modèle de flux creep flux flow

I.8.e.1 Modèle de flux creep

Le flux creep se produit quand, la densité de courant $|\mathbf{J}| \leq J_c$ c-à-d., quand le supraconducteur est dans l'état critique. Dans ce régime on a $U_0 \gg k_B T$. Ce modèle développé par Anderson [30, 53], pour décrire ce phénomène a été adapté pour les supraconducteurs à haute température critique, le modèle peut écrire par l'expression:

$$\mathbf{E} = f(\mathbf{J}) = 2\rho_c J_c \sinh\left(\frac{U_0 \mathbf{J}}{k_B T J_c}\right) \exp\left(-\frac{U_0}{k_B T}\right) \quad |\mathbf{J}| \leq J_c \quad (I.08)$$

I.8.e.2 Modèle de flux flow

Le régime de flux flow dans les supraconducteurs de Type II conventionnel ont été étudiés largement et expérimentalement par Kim et al (1963, 1965 [50, 53]) et Kim et Stephen (1969 [11, 53]). Ces chercheurs ont été trouvé que pour ($|\mathbf{J}| > J_c$), \mathbf{E} augmente rapidement et devient linéaire avec \mathbf{J} .

Nous pouvons écrire la relation E-J dans le régime du flux flow comme :

$$\mathbf{E} = f(\mathbf{J}) = \pm[E_c + \rho_f(|\mathbf{J}| - J_c)] \quad |\mathbf{J}| > J_c \quad (I.09)$$

L'équation (I.09) peut être écrite par [40]:

$$\mathbf{E} = f(\mathbf{J}) = \rho_f(|\mathbf{J}| - J_c) \quad |\mathbf{J}| > J_c \quad (I.10)$$

La pente est appelée résistivité de Flux Flow ρ_f , elle augmente avec l'induction magnétique \mathbf{B} contrairement à J_c qui diminue. Finalement, pour de fortes inductions

magnétiques, si le supraconducteur devient normal et J_c atteint zéro, la pente est alors égale à la résistivité normale ρ_n .

I.9 Applications des supraconducteurs en électrotechnique

Depuis la découverte de la supraconductivité, de nombreuses applications ont été déterminé pour cet extraordinaire phénomène. Avant 1960, les supraconducteurs étaient intéressants du point de vue physique, mais n'ont eu aucune application pratique parce qu'ils ne pourraient porter aucune quantité significative de courant. Seulement quand une nouvelle classe des supraconducteurs a été découverte a fait des applications pratiques deviennent possibles. Parce que le champ magnétique, et la densité de courant critiques dans les supraconducteurs de type I sont très bas, c'est pourquoi les supraconducteurs de type I n'ont pas d'utilisation aux applications industriels.

La découverte en 1986 des supraconducteurs à haute température critique a encouragé l'application des supraconducteurs en électrotechnique [6]. Depuis sa découverte les applications des supraconducteurs en électrotechnique ne cessent d'évoluer et sont actuellement envisageables. Les propriétés exceptionnelles de ces matériaux peuvent être utilisées dans la production et le transport de l'énergie électrique.

D'autres utilisations à grande échelle possibles des supraconducteurs dans des réseaux de courant électrique incluent des transformateurs, des limiteurs de courants de défaut, des moteurs et des générateurs, aussi bien en dispositifs magnétiques de stockage de l'énergie (les supraconducteurs HTc permettent d'obtenir des inductions magnétiques très élevées, dans des volumes très grands sans noyaux ferromagnétiques, avec des pertes acceptables, essentiellement dues aux systèmes de cryogénie [20]).

On distingue trois catégories d'applications des supraconducteurs en électrotechnique suivant la valeur utile de l'induction magnétique générée par le bobinage supraconducteur:

- i. Très forts champs magnétiques. Cette catégorie concerne les bobines de champs, les systèmes de stockage d'énergie...
- ii. Forts champs magnétiques. Cette catégorie concerne les moteurs, les alternateurs, les transformateurs, les systèmes de stockage de l'énergie...
- iii. Faible champ magnétique. Cette catégorie concerne les lignes du transport d'électricité, les transformateurs, les limiteurs de courant...

I.9.a Aimants supraconducteurs

Les aimants supraconducteurs sont des instruments scientifiques que l'on rencontre dans de nombreux domaines de la physique où les champs magnétiques intenses sont utilisés soit comme paramètres d'étude soit comme paramètres agissants. On peut citer la physique des hautes énergies (accélérateur de particules), la fusion thermonucléaire contrôlée (Tokamak), la lévitation magnétique (Maglev), la propulsion magnétohydrodynamique, le stockage d'énergie (SMES), les moteurs supraconducteurs ainsi que toute la physique se rapportant à l'étude de l'état de la matière sous l'effet de champ magnétique intense.

Un des problèmes à résoudre pour les constructeurs d'aimant est de concevoir le bobinage supraconducteur de ces aimants de telle façon qu'il puisse rester dans son état supraconducteur quelles que soient les "perturbations" reçues (mécaniques, thermiques,...) ou, de façon plus générale, qu'il puisse revenir rapidement dans son état supraconducteur après avoir subi une "perturbation" [29]. Les électroaimants sont l'application la plus importante, mais elle est cher de courir un grand électroaimant construit hors du fil ordinaire comme le cuivre [44].

I.9.b Lignes de transport

Au cours de ces dernières années [59], une frénésie de recherche sur la supraconductivité et en particulier sur les supraconductrices hautes températures critique comme l'YBCO a permis de développer des technologies avancées qui permettent aujourd'hui de réaliser des rubans supraconducteurs sous la forme de conducteurs déposés, autrement appelés (coated conductors).

L'utilisation des SHTc pour des câbles de transport d'énergie était parmi les premières applications à grande échelle qui ont été envisagées après la découverte de la supraconductivité à haute température critique (l'idée est la transmission de l'électricité sans perte, l'effet Joule limite fortement la densité du courant électrique pouvant parcourir un conducteur et par conséquent l'intensité du champ magnétique qu'il peut produire [5, 12, 14]).

I.9.c Transformateurs

L'une des applications des supraconducteurs en électrotechnique concerne les transformateurs. Pour cette application les pertes en régime alternatif des supraconducteurs restent un inconvénient majeur [6].

L'efficacité des transformateurs conventionnels peut dépasser 99 % mais il reste pièce pour l'amélioration. Un avantage principal des transformateurs de SHTc est les possibilités à travailler sans perte (la résistance nulle des enroulements des SHTc réduire toutes les pertes des transformateurs, il ne reste donc que les pertes fer [5, 20]) dans la surcharge.

Des autres avantages par rapport à un transformateur conventionnel est la réduction des pertes qui peuvent diminuer de 30%, le volume qui peut diminuer de 50% et le poids qui peut diminuer de 70% [5, 6].

Le premier transformateur opérationnel du SHTc du monde a été fait dans une avance de projet par ABB de la Suisse. Il a été relié au réseau de courant électrique de Genève en 1997. Ce transformateur triphasé de 630 KVA a été conçu pour convertir la puissance de 18.7 kilovolts en 420 V. Il a été fait d'enroulements Bi-2223 refroidis en azote liquide [5].

I.9.d Limiteurs du courant

Son principe, énoncé pour la première fois en 1978 par K. E. Gray et D. E. Fowler [34], est simple et astucieux : 'la transition de l'état supraconducteur vers l'état normal résistif peut être employée pour limiter l'élévation du courant en cas de défaut et ainsi protéger un réseau électrique' (des courants de court-circuit en agissant comme un régulateur naturel ils sont extrêmement rapides et autonomes [58]).

Tous les appareils dans les réseaux de puissance électriques doivent être conçus pour supporter l'effort thermique et mécanique qui résulte à courant de court-circuit dont la valeur peut dépasser le courant nominal par un facteur de 100 [32].

Ces courants extrêmes sont coupés après quelques cycles par un disjoncteur. Ainsi tout le réseau électrique (générateurs, transformateurs, ...etc.) doit être surdimensionné électriquement et mécaniquement et ceci est très coûteux et contraignant.

Il est donc intéressant d'introduire des systèmes capables de réduire le courant de court-circuit : ce sont les limiteurs de courant.

Les réseaux électriques possèdent des impédances suffisantes pour limiter les courants de défauts, ce qui induit une chute de tension en régime assigné. La qualité de tension en est

fortement perturbée. Le limiteur de courant permet d'avoir un réseau électrique dont l'impédance de ligne est faible (faible chute de tension), mais dont le courant de défaut est maîtrisé par le limiteur.

I.9.e Système de stockage de l'énergie

Le stockage d'énergie est l'une des applications industrielles les plus mures des supraconducteurs (le principal inconvénient de l'énergie électrique est qu'elle est difficilement stockable [32]).

Le Superconducting Magnetic Energy Storage (SMES) permet de stocker l'énergie sous forme magnétique dans une bobine supraconductrice (l'idée d'utiliser des bobines supraconductrices pour stocker l'énergie électrique vient du fait que les aimants supraconducteurs peuvent dans certains cas emmagasiner de grandes quantités d'énergie électrique, raison pour laquelle on a songé à utiliser des bobines supraconductrices spécialement conçues pour le stockage de l'énergie électrique, cette technologie a été largement vérifiée dans les SBTc [20, 28]). Les avantages de tels systèmes sont surtout le rendement très élevé en comparaison avec les systèmes conventionnels de stockage d'énergie et la rapidité à restituer de l'énergie. En effet, le rendement d'un système supraconducteur de stockage d'énergie peut atteindre 97% alors que ce rendement ne dépasse pas 70% pour un système conventionnel [6].

I.9.f Machines électriques

Depuis la découverte de la supraconductivité, de très nombreux moteurs supraconducteurs ont été construits. L'avantage principal d'utiliser des supraconducteurs dans des moteurs électriques est qu'ils peuvent créer un champ magnétique d'entrefer sans perte [44].

Des moteurs actuels utilisent les supraconducteurs afin de générer un couple supérieur à celui des machines classiques. Cette étude a été possible grâce à la forte évolution des céramiques supraconductrices à haute température critique, notamment l'YBCO qui est capable de générer des densités de courant supérieures au millier d'ampères par millimètre carré [55].

Les machines supraconductrices pourraient permettre de reculer l'inconvénient de la limite de puissance qui trouve dans les moteurs conventionnels. En effet, les travaux réalisés

jusqu'à maintenant ont montré que l'utilisation des supraconducteurs à haute température critique dans l'inducteur des machines synchrones réduit les dimensions et le poids de la machine, cela réduit également les pertes et augmente le rendement de la machine.

Ces machines ont une réactance synchrone faible par rapport à ce qu'on a dans les machines non supraconductrices ce qui renforce la stabilité du réseau [6].

I.9.g Trains à lévitation magnétique

Une expérience classique et spectaculaire de la supraconductivité est la lévitation passive d'un aimant au-dessus d'une pastille supraconducteur. Le principe est utilisé aussi pour le stockage d'énergie par volant d'inertie (flywheels en anglais) [34].

Cette expérience est utilisée dans les systèmes de Maglev qui sont devenus des objets d'étude considérable dans plusieurs autres pays, les plupart le Japon, l'Allemagne, et la Royaume-Uni. Aux Etats-Unis, cependant, pratiquement toute recherche de Maglev a fini environ 1975 [44, 58].

La recherche et développement a continué dans plusieurs pays dont le Japon, l'Allemagne, et la Chine, des véhicules complètes ont été examinés dans ces pays (à Shanghai, une liaison de 30,5 km est assurée par le Transrapid (Fig. I.10) roulant a une vitesse maximale de 431 km/h [58], les trains de Maglev japonais de chemins de fer, peuvent atteindre 500 km/h [5]).



Fig. I.10 : Le Transrapid : il relie le nouvel aéroport international de Pu Dong à la station Long yang Road sur la ligne 2 du métro de Shanghai.

Ce train à lévitation magnétique lévite grâce à des bobines supraconductrices de NbTi, fixées aux wagons, qui génèrent un champ suffisant pour le faire léviter et mouvoir (il y a un autre au Sichuan qui utilise le supraconducteur HTc YBCO [28]).

I.10 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étude des matériaux supraconducteurs, les différents types de ces matériaux ont été présentés (type I et type II) ainsi que les limitations de ces supraconducteurs (température critique, champ magnétique critique, et la densité de courant critique).

Les supraconducteurs ont des diverses applications dans le domaine de l'électrotechnique. Parmi ces applications nous avons vu les plus prometteuses.

On a conclu que l'inconvénient majeur pour les applications des matériaux supraconducteurs dans le domaine industriel reste toujours la température critique qui est très basse ce qui augmente le coût de réfrigération.

Dans ce qui suit nous présenterons le modèle magnétodynamique et les méthodes de résolutions tel que les méthodes analytiques et numériques utilisés pour résoudre le système d'équations non linéaires étudié dans notre problème.

II.1 Introduction

Plusieurs phénomènes apparaissent dans les dispositifs supraconducteurs, électromagnétique, thermique, mécanique ...etc. Du point de vue électromagnétique, les dispositifs supraconducteurs sont régis par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques du milieu. La modélisation de ces dispositifs supraconducteurs fait appel à la compréhension des phénomènes physiques et exige une bonne connaissance de fonctionnement de ses dispositifs dans les différents régimes. La connaissance du champ électromagnétique permet d'avoir accès au calcul des performances globales et au détail des conditions de fonctionnement de tout appareil supraconducteurs quelque soit le régime.

II.2 Modèles mathématiques dans les supraconducteurs

II.3 Equations électromagnétiques de base

Les quatre équations de Maxwell sont la formulation mathématique complète qui régit tous les phénomènes électromagnétiques de tous dispositifs (ces équations sont à la base d'une grande partie de la physique moderne [48]). Elles sont généralement interdépendantes de faite que les phénomènes magnétiques et électriques sont couplés [27, 36]. Ces équations générales expriment les propriétés électromagnétiques de la matière et décrit les relations entre le champ électrique \mathbf{E} , le champ magnétique \mathbf{H} , la densité de flux magnétique \mathbf{B} , et la densité de courant \mathbf{J} :

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \mathbf{J}_D \quad \underline{\text{Loi d'ampère}} \quad (\text{II.01})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \underline{\text{Loi de Faraday}} \quad (\text{II.02})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad \underline{\text{Loi de Gauss}} \quad (\text{II.03})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \underline{\text{Loi de conservation}} \quad (\text{II.04})$$

avec :

\mathbf{J}_c : Densité des courants de conduction.

\mathbf{J}_D : Densité des courants de déplacement négligeable à basse fréquence [27] [40].

où :

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{J}_c = \sigma \mathbf{E} \\ \mathbf{J}_D = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \\ \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \end{array} \right\} \text{ lois caractéristiques des milieux} \quad (\text{II.05})$$

Le courant de déplacement électrique peut être négligé dans les matériaux conducteurs.

La condition de la continuité courante suit alors de la loi d'Ampère [5, 56].

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (\text{II.06})$$

II.4 Formulation des équations électromagnétiques

Les équations de Maxwell décrivent le couplage électromagnétique entre effets magnétiques et les effets électriques peuvent être dans certains cas découplés en donnant naissance à des modèles plus simples. Parmi ces modèles, nous citons : le modèle électrostatique, électrocinétique, magnétostatique, magnétodynamique [5, 39, 42]. Par ailleurs, dans notre travail, seul le modèle magnétodynamique sera considéré.

II.4.a Modèle Magnétodynamique

Contrairement aux autres modèles le terme $(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t})$ n'est pas nul. Par conséquent les phénomènes magnétiques et électriques sont couplés, c.-à-d. que la variation de champ magnétique dans le temps induit des courants de Foucault et des f.e.m ce qui est le cas de tous les dispositifs dans les quels les courants et les tensions électriques ne sont pas stationnaires.

Avec les équations de Maxwell on peut formuler l'équation qui décrit l'évolution spatiale-temporelle du champ électrique dans un milieu supraconducteur.

Le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} joue un rôle primordial dont la connaissance de \mathbf{A} implique la connaissance de tous les grandeurs physiques où :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

En termes d'équations nous avons :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{II.07})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (\text{II.08})$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{II.09})$$

à ces équations nous ajoutons les lois caractéristiques du milieu

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (\text{II.10})$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (\text{II.11})$$

C'est à partir de ces équations de base de ce modèle que nous pouvons déterminer l'équation décrivant l'évolution des phénomènes électromagnétiques dans un dispositif où l'ensemble des champs présents sont en fonction explicite de l'espace et du temps.

L'utilisation de ce modèle est très répandue dans l'étude des machines électriques, des dispositifs du chauffage par induction, des transformateurs ... etc.

II.4.b Formulation de l'équation magnétodynamique

On se basant sur les équations de Maxwell, on peut formuler l'équation qui décrit l'évolution spatiale-temporelle des phénomènes électromagnétiques nous avons:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Avec :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

On obtient :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{A}) = -\nabla \times \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (\text{II.12})$$

$$\Rightarrow \nabla \times \left(\mathbf{E} - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{II.13})$$

Ceci implique $\mathbf{E} - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$ est un champ conservatif, il dérive donc d'un potentiel scalaire électrique V . Tel que :

$$\mathbf{E} - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\nabla V \Rightarrow \mathbf{E} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla V \quad (\text{II.14})$$

on peut écrire:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \mathbf{B} \right) = \mathbf{J} \quad (\text{II.15})$$

puis :

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{II.16})$$

$$\Leftrightarrow \nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \mathbf{V} \right) \quad (\text{II.17})$$

$$\Leftrightarrow \nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \mathbf{V} \right) \quad (\text{II.18})$$

Le potentiel vecteur \mathbf{A} ne peut pas être défini par la seule condition $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ on doit fixer sa divergence pour assurer l'unicité de la solution de l'équation aux dérivées partielles.

On ajoute alors la condition $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, appelée Jauge de Coulomb. Nous aurons alors :

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = -\mathbf{J} \text{ où } \mathbf{J} = \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \mathbf{V} \right) \quad (\text{II.19})$$

Les termes $-\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$ représentent les densités des courants induits, ils traduisent le caractère dynamique dans le temps et dans l'espace des phénomènes électromagnétiques. Le terme $-\sigma \nabla \mathbf{V}$ décrit la densité des courants dépendante des conditions électriques imposées aux extrêmes des conducteurs, en axisymétrie sont nulles.

donc on trouve:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = -\mathbf{J} \quad (\text{II.20})$$

et :

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$$

II.5 Modèle cylindrique axisymétrique en électromagnétisme

Rappelant l'équation magnétodynamique dans le cas où la charge est immobile par rapport à l'inducteur :

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = -\mathbf{J} \quad (\text{II.21})$$

et :

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$$

Lorsque le courant est orienté suivant la direction (o_φ), il s'agit de la composante azimutale (A_φ) du vecteur \mathbf{A} .

Dans une telle configuration les courants sont perpendiculairement au plan d'étude (r,z). Les différentes grandeurs vectorielles s'écrivent alors de la manière suivante :

$$\mathbf{E}: \begin{cases} 0 e_r \\ \mathbf{E}_\varphi e_\varphi \\ 0 e_z \end{cases} \quad \mathbf{A}: \begin{cases} 0 e_r \\ \mathbf{A}_\varphi e_\varphi \\ 0 e_z \end{cases} \quad \mathbf{B}: \begin{cases} \mathbf{B}_r e_r \\ 0 e_\varphi \\ \mathbf{B}_z e_z \end{cases} \quad \mathbf{H}: \begin{cases} \mathbf{H}_r e_r \\ 0 e_\varphi \\ \mathbf{H}_z e_z \end{cases}$$

Comme le vecteur \mathbf{A} est confondu avec sa composante A_φ , sa divergence est donc naturellement nulle (Jauge de coulomb) $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$.

Sachant qu'en coordonnées cylindriques axisymétriques nous avons :

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r^*\mu} \begin{vmatrix} e_r & e_\varphi & e_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & r\mathbf{A}_\varphi & 0 \end{vmatrix} = -\mathbf{J} \quad (\text{II.22})$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r^*\mu} \left[\frac{\partial(r\mathbf{A}_\varphi)}{\partial z} \right] e_r + \left(\frac{1}{r^*\mu} * 0 \right) e_\varphi + \frac{1}{r^*\mu} \left[\frac{\partial(r\mathbf{A}_\varphi)}{\partial r} \right] e_z = -\mathbf{J} \quad (\text{II.23})$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r^*\mu} \left[\frac{\partial(r\mathbf{A}_\varphi)}{\partial z} \right] e_r + \frac{1}{r^*\mu} \left[\frac{\partial(r\mathbf{A}_\varphi)}{\partial r} \right] e_z = -\mathbf{J} \quad (\text{II.24})$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \left[\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r^*\mu} \frac{\partial(r\mathbf{A}_\varphi)}{\partial z} \right] e_r + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{r^*\mu} \frac{\partial(r\mathbf{A}_\varphi)}{\partial r} \right] \right] e_z = -\mathbf{J} \quad (\text{II.25})$$

$\mathbf{A} = \mathbf{A}(r, z, t)$ est le potentiel vecteur magnétique

C'est une équation aux dérivées partielles, décrivant le comportement d'un dispositif cylindrique axisymétrique.

Pour la résolution de cette équation, il est inévitable d'associer les conditions aux limites du domaine d'étude à ces équations, ces conditions aux limites assurent l'unicité de la solution du modèle mathématique regroupant les équations de Maxwell. Les deux types de conditions (dans le cas de notre application les deux types de conditions sont utilisés):

a) Condition de Dirichlet

Elle impose les valeurs du potentiel vecteur magnétique A aux bords du domaine d'étude, ces valeurs sont prises nulles par la considération de l'infini.

b) Condition de Neumann

Elle est utilisée dans le cas où le système à étudier présente des plans de symétrie. Le problème impose les valeurs de A aux bords du domaine et celle de $\partial A / \partial n$ aux niveaux des plans de symétrie (plan de coupe) ou 'n' représente la normale au plan de coupe.

II.6 Méthode de résolution

En général, la résolution de cette équation se fait à l'aide des méthodes analytiques ou des méthodes approchées. Pour des géométries plus complexes, on a recourt à des méthodes numériques qui font appel à des techniques de discrétisation, en effet, elles transforment les équations aux dérivées partielles du champ en un système d'équations algébriques dans le domaine d'étude compte tenu des conditions aux limites.

Il existe de nombreuses méthodes analytiques et numériques pour résoudre les équations aux dérivées partielles telles que les équations de Maxwell. Parmi les méthodes numériques on a la méthode des différences finies (**MDF**), méthode des éléments finis (**MEF**), méthode des intégrales de frontières (**MIF**) et la méthode des volumes Finis (**MVF**).

Dans notre travail on s'intéresse aux méthodes analytique et numérique en volumes finis en se basant sur des conditions limites approximatives qui donnent un résultat approprié.

II.7 Méthode analytique basée sur les conditions aux limites approximatives

Cette méthode présente les conditions aux limites approximatives dans lesquelles seulement la solution dans le conducteur est exigée. Les conditions limites pour l'analyse de courant de Foucault est identique pour le supraconducteur que pour le conducteur.

II.7.a Conditions aux limites dans la direction radiale

Les équations fondamentales pour le conducteur circulaire est:

Dans le conducteur :

$$\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \mathbf{A} = -\mathbf{J} \quad (\text{II.27})$$

Dans l'air :

$$\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \mathbf{A} = 0 \quad (\text{II.28})$$

Où $\mathbf{A} = \mathbf{A}(r, z)$ est le composant tangential du potentiel vecteur dans le conducteur circulaire, $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_2(r, z)$ dans l'air, et \mathbf{J} est la densité de courant de Foucault.

Pour étudier les conditions limites dans la direction radiale, nous considérons en premier un problème plat dans lequel des effets de l'épaisseur du conducteur sont négligées. Le potentiel vecteur est donné alors par $\mathbf{A} = \mathbf{A}(r)$. La densité de flux magnétique dû au courant dans le conducteur est $\mathbf{B} = \mathbf{A}/r + \partial \mathbf{A} / \partial r$, donc le potentiel vecteur \mathbf{A} et sa dérivé $\partial \mathbf{A} / \partial r$ devrait être le même à la limite ($r=a$), donc les conditions limite exact dans la direction radiale sont :

$$(\mathbf{A})_{r=a} = (\mathbf{A}_2)_{r=a}, \quad \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial r} \right)_{r=a} = \left(\frac{\partial \mathbf{A}_2}{\partial r} \right)_{r=a} \quad (\text{II.29})$$

Où a est le rayon du conducteur.

Substituer les solutions de (II.27) et (II.28) dans (II.29), nous avons la solution exacte du potentiel vecteur. Dans (II.29) la valeur de $\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial r} \right)_{r=a}$ est petit en comparaison de la valeur de $\frac{\mathbf{A}}{r}$, donc la condition limite approximative est assumée pour être:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial r} \right)_{r=a} = 0 \quad (\text{II.30})$$

La condition limite (II.30) implique le potentiel vecteur dans le conducteur seulement, donc la solution peut être obtenue sans utiliser la solution dans l'air.

II.7.b Conditions aux limites dans la direction axiale

Aux surfaces (la fin inférieure à $z = 0$ et la supérieure termine à $z = l$) du conducteur, la densité de flux magnétique \mathbf{B}_r , dans la direction radiale est petit en comparaison de cela dans la direction axiale. D'où les densités de flux magnétique $\mathbf{B}_r = -\frac{\partial A}{\partial z}$ peuvent être assumées pour être nul aux limites:

$$\left(\frac{\partial A}{\partial z}\right)_{z=0} = \left(\frac{\partial A}{\partial z}\right)_{z=l} = 0 \quad (II.31)$$

où l est l'épaisseur du conducteur.

Le potentiel vecteur et le courant peut être étendu dans les séries Fourier suivantes:

$$\mathbf{A} = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \mathbf{A}_n(r) \cos \frac{n\pi z}{l} \quad (II.32)$$

$$\mathbf{J}(r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \mathbf{J}_n(r) \cos \frac{n\pi z}{l} \quad (II.33)$$

$$\begin{cases} \mathbf{A}_n(r) = \frac{2}{l} \int_0^l \mathbf{A}(r, z) \cos \frac{n\pi z}{l} dz \\ \mathbf{J}_n(r) = \frac{2}{l} \int_0^l \mathbf{J}(r, z) \cos \frac{n\pi z}{l} dz \\ \varepsilon_n = \begin{cases} \frac{1}{2} & n = 0 \\ 1 & n \geq 1 \end{cases} \end{cases} \quad (II.34)$$

Les conditions limite (II.31) est satisfont en utilisant (II.32). Substituer (III.30) dans (II.27) et (II.28) rend :

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \right\} \mathbf{A}_n(r) = -\mu_0 \mathbf{J}_n(r) \quad (II.35)$$

La solution de (III.16) est :

$$\begin{cases} \mathbf{A}_0(r) = C_0 r - \frac{\mu_0}{2} \int_0^r \mathbf{J}_0(\eta) \left(r - \frac{\eta^2}{r}\right) d\eta & \text{si } n = 0 \\ \mathbf{A}_n(r) = C_n I_1(\alpha_n r) - \mu_0 \int_0^r \eta \{I_1(\alpha_n r) K_1(\alpha_n \eta) - K_1(\alpha_n r) I_1(\alpha_n \eta)\} \mathbf{J}_n(\eta) d\eta \end{cases} \quad (II.36)$$

L'équation (II.36) est dérivée en considérant la condition du centre où le potentiel est fini. Quand le conducteur est divisé des morceaux N dans la direction radiale et des morceaux N' dans la direction axiale, le courant dans l'élément (i, j) (voir figure II.1) est dénoté par le courant secteur circulaire suivant:

$$\mathbf{J}\Delta r_i\delta(r - r_i)\Delta z_j\delta(z - z_j) \quad (\text{II.37})$$

Où $\delta()$ est la fonction de Dirac delta. Substituer (II.37) dans (II.36), et utiliser (II.31), le coefficient peut être décidé. D'où le potentiel vecteur devient :

$$\mathbf{A}(r, z) = \frac{2\mu_0}{l} \sum_{j=1}^{N'} \sum_{i=1}^N \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \mathbf{J}_{ji} r_i \Delta r_i \Delta z_j D_{ni}(r) \cos \frac{n\pi z_j}{l} \cos \frac{n\pi z}{l} \quad (\text{II.38})$$

Où :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{0i}(r) = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{r_i^2}{a^2}\right) \left(\frac{r}{r_i}\right) - \frac{r}{r_i} \left(1 - \frac{r_i^2}{r^2}\right) u(r - r_i) \right] \\ D_{ni}(r) = \left[\begin{array}{l} \left\{ K_1(\alpha_n r_i) - \frac{K_1'(\alpha_n a) I_1(\alpha_n r_i)}{I_1'(\alpha_n a)} \right\} I_1(\alpha_n r) - \\ \left\{ I_1(\alpha_n r) K_1(\alpha_n r_i) - K_1(\alpha_n r) I_1(\alpha_n r_i) \right\} u(r - r_i) \end{array} \right] \\ I_1'(\alpha_n r) = I_0(\alpha_n r) - \left(\frac{1}{\alpha_n r}\right) I_1(\alpha_n r) \\ K_1'(\alpha_n r) = - \left\{ K_0(\alpha_n r) + \left(\frac{1}{\alpha_n r}\right) K_1(\alpha_n r) \right\} \\ u(r - r_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } r \geq r_i \\ 0 & \text{si } r < r_i \end{cases}, \alpha_n = \frac{n\pi}{l} \end{array} \right. \quad (\text{II.39})$$

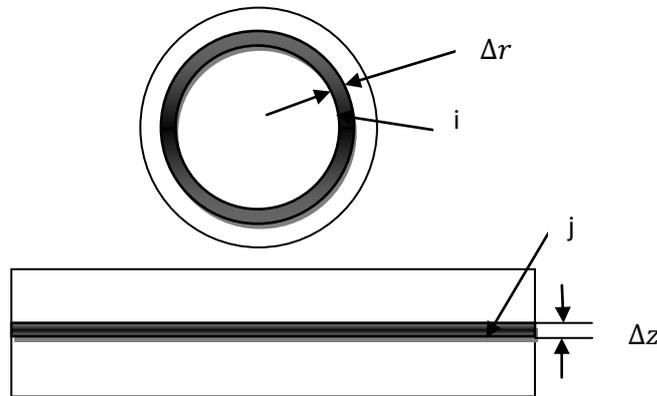


Fig. II.1 : Géométrie des éléments divisés.

II.8 Résolution par MVF

La résolution de l'équation (II.25) en utilisant la méthode des volumes finis est :

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r^* \mu} \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{r^* \mu} \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r} \right] \right] = -J \quad (\text{II.51})$$

on pose $A^* = rA_\varphi$

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r^* \mu} \frac{\partial(A)}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{r^* \mu} \frac{\partial(A)}{\partial r} \right] \right] = -J \quad (\text{II.52})$$

$$\int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r^* \mu} \frac{\partial(A)}{\partial z} \right] dr dz + \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{r^* \mu} \frac{\partial(A)}{\partial r} \right] dz dr = - \int_w^e \int_s^n J dr dz \quad (\text{II.53})$$

$$\int_s^n \left[\frac{1}{r^* \mu} \frac{\partial(A)}{\partial z} \right]_w^e dz + \int_w^e \left[\frac{1}{r^* \mu} \frac{\partial(A)}{\partial z} \right]_s^n dr = -J dr dz \quad (\text{II.54})$$

$$\frac{1}{\mu_e r_e} \frac{1}{dr} (A_E - A_P) dz - \frac{1}{\mu_w r_w} \frac{1}{dr} (A_P - A_W) dz + \frac{1}{\mu_n r_n} \frac{1}{dz} (A_N - A_P) dr - \frac{1}{\mu_s r_s} \frac{1}{dz} (A_P - A_S) dr = -J dr dz \quad (\text{II.55})$$

$$\frac{1}{\mu_e r_e} \frac{dz}{dr} A_E - \frac{1}{\mu_e r_e} \frac{dz}{dr} A_P - \frac{1}{\mu_w r_w} \frac{dz}{dr} A_P + \frac{1}{\mu_w r_w} \frac{dz}{dr} A_W + \frac{1}{\mu_n r_n} \frac{dr}{dz} A_N - \frac{1}{\mu_n r_n} \frac{dr}{dz} A_P - \frac{1}{\mu_s r_s} \frac{dr}{dz} A_P + \frac{1}{\mu_s r_s} \frac{dr}{dz} A_S = -J dr dz \quad (\text{II.56})$$

$$A_P \left(\frac{1}{\mu_e r_e} \frac{dz}{dr} + \frac{1}{\mu_w r_w} \frac{dz}{dr} + \frac{1}{\mu_n r_n} \frac{dr}{dz} + \frac{1}{\mu_s r_s} \frac{dr}{dz} \right) = \frac{1}{\mu_e r_e} \frac{dz}{dr} A_E + \frac{1}{\mu_w r_w} \frac{dz}{dr} A_W + \frac{1}{\mu_n r_n} \frac{dr}{dz} A_N + \frac{1}{\mu_s r_s} \frac{dr}{dz} A_S + J dr dz \quad (\text{II.57})$$

$$A_P a_p = a_e A_E + a_w A_W + a_n A_N + a_s A_S + J dr dz \quad (\text{II.58})$$

$$A_P = (a_e A_E + a_w A_W + a_n A_N + a_s A_S + J dr dz) / a_p \quad (\text{II.59})$$

où :

$$a_p = \left(\frac{1}{\mu_e r_e} \frac{dz}{dr} + \frac{1}{\mu_w r_w} \frac{dz}{dr} + \frac{1}{\mu_n r_n} \frac{dr}{dz} + \frac{1}{\mu_s r_s} \frac{dr}{dz} \right)$$

$$a_e = \frac{1}{\mu_e r_e} \frac{dz}{dr}$$

$$a_w = \frac{1}{\mu_w r_w} \frac{dz}{dr}$$

$$a_n = \frac{1}{\mu_n r_n} \frac{dr}{dz}$$

$$a_s = \frac{1}{\mu_s r_s} \frac{dr}{dz}$$

II.9 Analyse de supraconducteur à HTc avec système de lévitation

II.9.a Modèle analytique et équations fondamentales

Figure III.1 spectacles une géométrie de lévitation du système supraconducteur a traité dans ce mémoire.

Le supraconducteur circulaire est soulevé par un aimant permanent circulaire. La densité de flux magnétique de l'aimant permanent est une fonction des coordonnées r , z , et d'où,

$$\mathbf{B}_r = \mathbf{B}_r(r, z) \text{ et } \mathbf{B}_z = \mathbf{B}_z(r, z).$$

L'équation fondamentale dans le disque du supraconducteur est le même comme éqs (II.27) et (II.28), mais dans quel J est le courant de bouclier dans le supraconducteur à haut T_c .

Les conditions limite sont données par éqs (II.30) et (II.31) pour le raison comme déclaré au-dessus. D'où le potentiel vecteur dans l'équation (II.38) peut être appliqué dans le cas du supraconducteur à haut T_c .

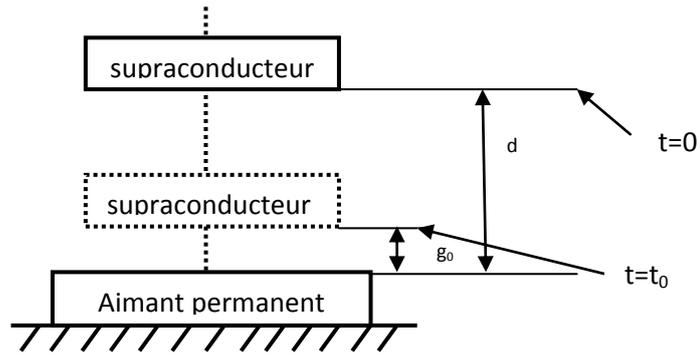


Figure II.2 : Géométrie d'un système de la lévitation du supraconducteur

II.9.b Flux Creep - Flux Flow

Pour les problèmes statiques, on peut assumer que le courant est constant (modèle de Bean) ou une fonction des densités de flux magnétique (modèle de Kim). Dans le problème dynamique, le courant n'est pas seulement une fonction des densités de flux magnétique mais aussi de la vitesse du conducteur. Il y a deux régions appelées le flux creep et le flux flow.

Uesaka, Miya et Yoshida ont rapporté le traitement du flux creep et du flux flow, mais dans quel l'effet de variation du flux a été négligé [50]. Pour la zone du flux creep, le rapport entre le champ magnétique \mathbf{E} et la densité de courant \mathbf{J} est écrit par :

$$\mathbf{E} = f(\mathbf{J}) = 2\rho_c \mathbf{J}_c \sinh\left(\frac{U_0 \mathbf{J}}{k\theta \mathbf{J}_c}\right) \exp\left(-\frac{U_0}{k\theta}\right) \quad \text{si } |\mathbf{J}| \leq \mathbf{J}_c \quad (\text{II.40})$$

où ρ_c est la résistance du flux creep, \mathbf{J}_c le courant critique, U_0 l'épinglant potentiel, k la constante de Boltzmann, et θ la température (K).

La relation suivante est applicable dans la zone du flux flow:

$$\mathbf{E} = f(\mathbf{J}) = \pm [E_c - \rho_f \mathbf{J}_c \left(\frac{|\mathbf{J}|}{\mathbf{J}_c} - 1\right)] \quad (\text{II.41})$$

où $E_c = \rho_c \mathbf{J}_c$, ρ_f est la résistance du flux flow, le signe est positif quand \mathbf{J} est positif et négatif quand \mathbf{J} est négatif. Le potentiel vecteur total \mathbf{A}_s est la somme du potentiel vecteur interne \mathbf{A} et le potentiel vecteur externe \mathbf{A}_{ex} , où la relation du champ électrique \mathbf{E} peut écrire comme suit:

$$\mathbf{E} = -\left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{A}_{ex}}{\partial t}\right) \quad (\text{II.42})$$

Quand nous considérons peu de temps entre $t=T-\Delta t$ et $t=T$ (II.42) rend :

$$\mathbf{E} = -\left\{\mathbf{A}_s(T) - \frac{\mathbf{A}_s(T-\Delta t)}{\Delta t}\right\} \quad (\text{II.43})$$

où :

$$\mathbf{A}_s = \mathbf{A} + \mathbf{A}_{ex} \quad (\text{II.44})$$

En utilisant les équations (II.43) à travers (II.44), devenez :

$$f(\mathbf{J}) + \left\{\frac{\mathbf{A}_s(T) - \mathbf{A}_s(T-\Delta t)}{\Delta t}\right\} = 0$$

L'équation précitée doit être satisfaite à chaque élément divisé, donc nous avons :

$$f_{ji}(\mathbf{J}_{ji}) + \left\{\frac{\mathbf{A}_{sji}(T) - \mathbf{A}_{sji}(T-\Delta t)}{\Delta t}\right\} = 0 \quad j = 1,2,3 \dots N', i = 1,2,3 \dots N \quad (\text{II.45})$$

Le courant critique J_c dans (II.40) et (II.41) varie avec la densité de flux magnétique B .
D'où dans ce mémoire on utilise la modèle de Kim qui est donnée par :

$$J_c = J_{c0} \frac{B_0}{|B| + B_0} \quad (\text{II.46})$$

où J_{c0} est le courant critique sans considération de variations du flux magnétique, et B_0 est le flux constant qui est supposé habituellement en utilisant les données expérimentales.

La force de lévitation est :

$$F = \sum_{j=1}^{N'} \sum_{i=1}^N 2\pi r_j \mathbf{J}_{ji} \Delta r_i \Delta z_i B_{rji} \quad (\text{II.47})$$

Où B_{rji} est la densité de flux magnétique externe due à l'aimant permanent dans la direction radiale à l'élément (j, i). Pour le potentiel vecteur externe dans la direction tangentielle A_{ex} , il y a la relation suivante :

$$\frac{A_{ex}}{r} + \frac{\partial A_{ex}}{\partial r} = B_z \quad (\text{II.48})$$

Où B_z est la densité de flux magnétique externe dans la direction axiale due à l'aimant permanent. La solution de (II.48) est :

$$A_{ex} = \frac{1}{r} \int_0^r \eta B_z(\eta) d\eta \quad (\text{II.49})$$

D'où le potentiel à $r = r_s$ ($s = 1, 2, \dots, N$) est donné par :

$$A_{exs} = \frac{1}{2r_s} \sum_{i=1}^{s-1} [\eta_i B_z(\eta_i) + B_z(\eta_i + 1)] (\eta_{i+1} - \eta_i) \quad (\text{II.50})$$

II.10 Méthode de résolution des d'équations algébriques

Pour la résolution des systèmes d'équations algébriques il existe deux grandes catégories de méthodes:

1°) Méthodes directes

2°) Méthodes itératives

II.10.a Méthodes directes

Ces méthodes conduisent à une solution en un nombre fini d'étapes (éventuellement grand), cependant, comme l'ordinateur représente chaque nombre par un ensemble limite de digits, les méthodes directes sont précises mais demandent beaucoup d'espace mémoire et de temps de calcul. Parmi les méthodes directes nous citons :

Méthode de **Cramer**, méthode de **Gauss**, méthode de **Jordon**, méthode de **Crout**, méthode de **Cholevski**.

II.10.b Méthodes Itératives

Ces méthodes sont mieux adaptées aux matrices d'ordre relevé, comportant de nombreux éléments nuls (matrice creuses), on utilise les méthodes itératives qui font passer d'un estimé $x^{(k)}$ de la solution à un autre estimé $x^{(k+1)}$ de cette solution, s'il y a convergence la solution ne pourrait être atteinte qu'après un nombre d'itérations. Parmi ces méthodes, nous citons :

II.10.b.1 Méthode de Jacobi

Elle est basée sur la transformation du système :

$$[A][X] = [B] \text{ en } X_i^{(k+1)} = [b_i - \sum_{j \neq i} a_{ij} X_j^k] / a_{ii}, \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{II.51})$$

On estime une valeur arbitraire initiale X_i^0 pour ($k = 0$) le calcul sera arrêté si :

$$|X_i^{(k+1)} - X_i^k| < \varepsilon \text{ Dans le cas d'une précision absolue.}$$

et

$$\left| \frac{X_i^{(k+1)} - X_i^k}{X_i^k} \right| < \varepsilon \text{ Dans le cas d'une précision relative.}$$

ε : Précision imposée par l'utilisateur.

II.10.b.2 Méthode de Gauss Seidel

Cette méthode consiste à transformer le système :

$$[A][X] = [B] \text{ en } X_i^{(k+1)} = \frac{[b_i - \sum_{j < i} a_{ij} X_j^{(k+1)} - \sum_{j > i} a_{ij} X_j^k]}{a_{ii}}, \quad (i \neq j), i = 1, \dots, n \quad (\text{II.52})$$

En donnant aux inconnues X_j^k des valeurs arbitraires initial X_i^0 (pour $k=0$) le processus sera arrêté si :

$$|X_i^{(k+1)} - X_i^k| < \varepsilon \text{ Dans le cas d'une précision absolue.}$$

Et

$$\left| \frac{X_i^{(k+1)} - X_i^k}{X_i^k} \right| < \varepsilon \text{ Dans le cas d'une précision relative.}$$

ε : Précision imposée par l'utilisateur.

II.10.b.3 Formule des trapèzes

Il est naturel d'espérer une valeur plus exacte de l'intégrale définie si l'on remplace la courbe donnée par une ligne brisée inscrite [40].

On prend alors au lieu de l'aire des trapèzes curviligne aABb la somme des aires des trapèzes rectangles dont les cordes AA₁, AA₂, ... A_{m-1}B figurant parmi les côtés. Les aires de ces trapèzes sont successivement.

$$\frac{y_0+y_1}{2} \Delta x, \frac{y_1+y_2}{2} \Delta x, \dots, \frac{y_{m-1}+y_m}{2} \Delta x$$

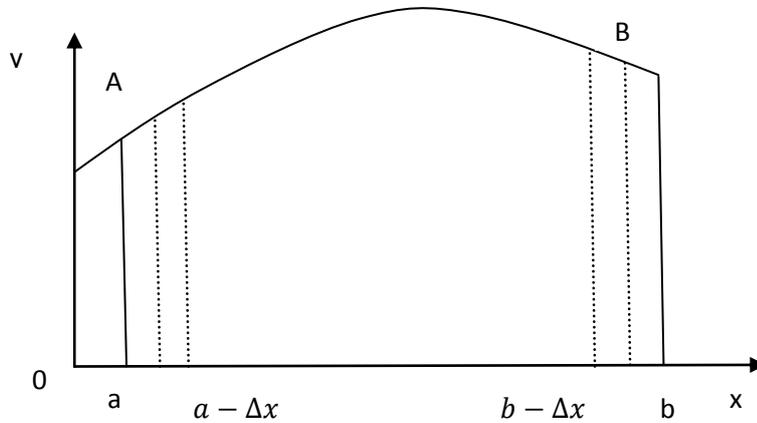


Figure II.5 : Aires des trapèzes

Où la formule de trapèzes est :

$$\int_a^b f(x) \approx \frac{b-a}{m} \left(\frac{y_0+y_m}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_m \right) \quad (\text{II.53})$$

$$X_i^{(k+1)} = \frac{[b_1 - \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j^k]}{a_{ij}}, (i \neq j), i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (\text{II.54})$$

On estime une valeur arbitraire initiale X_i^0 pour (k=0), le calcul sera arrêté si $|X_i^{(k+1)} - X_i^k| < pr$, dans le cas d'une précision absolue et $|X_i^{(k+1)} - X_i^k| / X_i^k < \epsilon$ dans le cas d'une précision relative.

II.10.b.4 Méthode de relaxation

Pour améliorer la rapidité de la convergence s'il n'y a pas de divergence, dans le cas des méthodes itératives, on utilise un facteur de relaxation α tel que :

$$X_i^{(k+1)} = X_i^k + \alpha(X_i^{(k+1)} - X_i^k) \quad (\text{II.55})$$

II.11 Algorithme de résolution

Après avoir donné le modèle de volume finie de calcul, l'étape suivante consiste à implémenter sous l'environnement MATLAB le code de calcul.

Cet environnement présente de nombreux avantages tels que le calcul matriciel, l'interface graphique, la technique des matrices creuses qui permet la réduction du temps de calcul, et celui de l'utilisateur.

Un code de calcul basé sur les modèles mathématico-numériques est développé. Ce code de calcul est réalisé à partir des sous modules effectuant chacun une tâche différente. Chaque module est réalisé par un programme interactif.

La figure (III.2) présente l'organisation du code de calcul utilisé pour la résolution des équations électromagnétiques. Ce code de calcul est constitué de trois blocs principaux ; Bloc d'entrée, Bloc de résolution et Bloc de sortie (Fig. III.1).

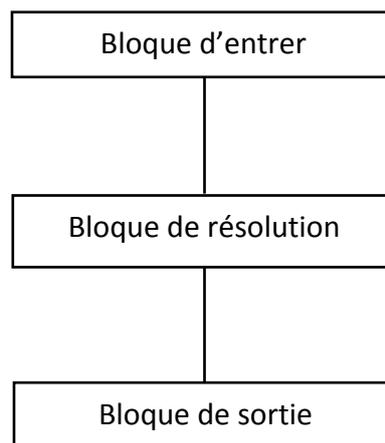


Fig. II.3 : Organigramme du code de calcul

Ce code de calcul est constitué de trois blocs principaux ; Bloc d'entrée, Bloc de résolution et le Bloc de sortie.

II.11.a Bloc d'entrée

Le bloc d'entrée, est constitué de trois modules : Module de maillage, Module de Base de données et Module d'affectation. Il consiste à préparer les données nécessaires pour le bloc de résolution. Ces données concernant la description de la géométrie du domaine, la discrétisation, l'introduction des propriétés physiques du dispositif étudié, le calcul des coefficients algébriques et le type de conditions aux limites. Ces trois modules sont décrits comme suit :

II.11.a.1 Module de maillage

Ce module consiste à décrire la géométrie du domaine à étudier. Il permet de définir suivant chaque direction :

- Paramètre géométrique de système étudié
- Le pas du domaine
- Le nombre des morceaux de la pastille.

II.11.a.2 Module de base de données

Ce module consiste à donner et introduire les propriétés physiques électromagnétiques de chaque milieu d'étude. Il permet de définir dans chaque milieu et dans le cas général :

- Le temps (initial-final)
- Le pas de temps
- Le champ et le potentiel de la source.

II.11.a.3 Module D'affectation

Ce module consiste à calculer les coefficients des équations algébriques à résoudre à partir des propriétés physiques et électromagnétiques des modules précédents.

II.11.b Bloc de résolution

Ce bloc est constitué dans un premier temps d'un seul module. Ce module est constitué par les équations algébriques discrétisées des inconnues. Il procède à la mise en

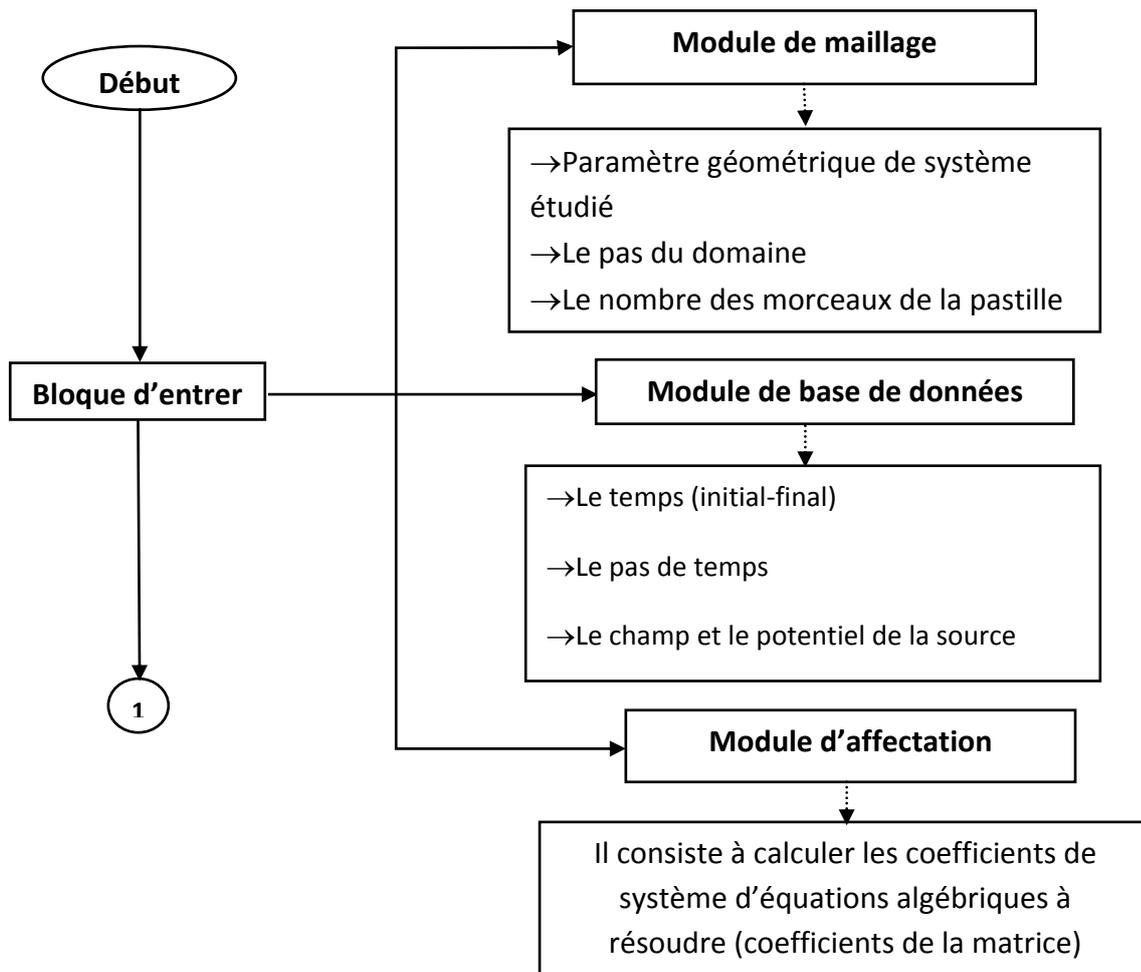
œuvre de la méthode itérative utilisée, c'est-à-dire la résolution du système d'équations linéaires qui proviennent de la formulation de la méthode analytique.

La précision de calcul est déterminée en fonction du nombre de divisions. Le résultat du calcul permet d'évaluer les composantes du potentiel vecteur magnétique A .

II.11.c Bloc de sortie

Il est constitué de plusieurs modules, qui sont les modules d'exploitation. C'est modules consiste à calculer et à visualiser en bidimensionnel (2D) les grandeurs électromagnétiques tel que :

- Le potentiel vecteur magnétique A .
- Le champ électrique E .
- L'induction magnétique B .
- La force de lévitation F .
- La densité du courant et la densité du courant critique (J et J_c).



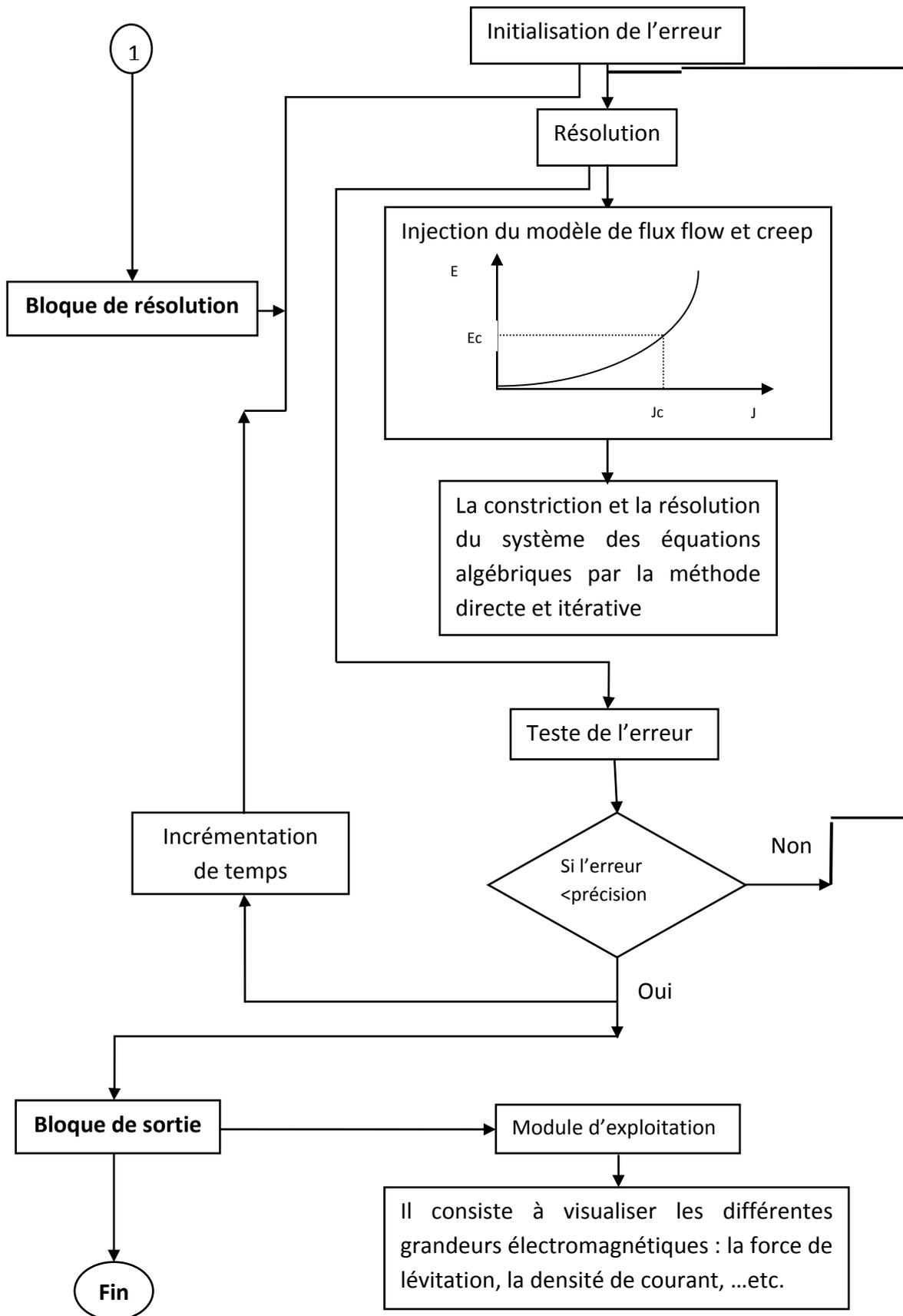


Fig. II.4 : Algorithme de résolution du code de calcul

II.12 Conclusion

Dans ce chapitre les équations électromagnétiques ont été discrétisé et calculé d'après les formules analytiques et numériques.

La procédure utilisée pour calculer la force de lévitation et les autres grandeurs magnétiques est caractérisée par un nombre d'itération et un temps de calcul variable, ces à cause des méthodes numériques itératives.

La méthode itérative de Gauss a été utilisée pour traiter le cas non-linéaire, ce non linéarité est dû à la caractéristique E-J dans les matériaux supraconducteurs.

Nous avons utilisé aussi la méthode directe pour résoudre le système d'équation ordinaire (potentiel vecteur magnétique, densité de courant, ...etc.).

Dans le chapitre prochaine nous validerons ces modèles analytique et numérique dans un code de calcule sous l'environnement MATLAB.

III.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre les résultats obtenus par le code de calcul développé. Ces résultats concernent le calcul et la visualisation des différentes grandeurs électromagnétiques (à l'intérieur de supraconducteur), tels que, le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} , l'induction magnétique totale \mathbf{B} , le potentiel vecteur magnétique total \mathbf{A}_s , le champ électrique \mathbf{E} , la conductivité électrique σ , la densité du courant \mathbf{J} , la densité du courant critique \mathbf{J}_c et la force de lévitation.

III.2 Description du système étudiée

Le problème que nous avons étudié consiste à la résolution des équations II.38 (trouvé par la méthode analytique) et II.59 (trouvé par la méthode des volumes finis) du modèle magnétodynamique dans un dispositif de lévitation. Ce dispositif représente un aimant et un supraconducteur. On refroidit le supraconducteur à une température fixe égale à 77K, le supraconducteur bouge du haut vers le bas par rapport à l'aimant avec une vitesse constante égale à 0.01225m/s puis en fin de course, il atteint un écart égale à 0.5mm (l'écart initiale entre l'aimant et le supraconducteur est de 25mm), et l'aimant est supposé fixe. A l'instant égal à 2s le supraconducteur atteint l'écart minimal et il demeure fixe. Les données géométriques et physiques de l'aimant et du supraconducteur sont données dans le tableau III.1.

Propriété géométrique et physique de l'aimant	Propriété géométrique et physique du Supraconducteur
Aimantation $M=6.7641 * 10^5 A/m$	Epaisseur du supraconducteur : 2.5mm
	Distance minimale : 0.5mm
	Rayon du supraconducteur : 9mm
	L'induction magnétique critique $B_0=0.35T$
Epaisseur de l'aimant : 22.5mm	Courant critique : $J_{c0}= 3*10^7 A/m^2$
	Champ électrique critique : $E_c=10^{-4}V/m$
	Résistance de flux flow : $\rho_f = 2.5 * 10^{-10}\Omega.m$
Rayon de l'aimant : 12.5mm	Potentiel de profondeur : $U_0 = 0.096eV$
	Constant de Boltzmann : $1.380622*10^{-23}$
	Température de refroidissement $\theta = 77K$

Tab. III.1 : propriété géométrique et physique de l'aimant et du supraconducteur

III.3 Résultats de simulation

Nous présentons les résultats de simulation par la méthode analytique et par la méthode des volumes finis.

III.3.a Méthode analytique

La figure III.1 présente la force calculée par la méthode analytique comparée à l'expérimentation obtenue par Uesaka et al. Le calcul montre un résultat peu acceptable, la force calculée est obtenue pour une valeur de densité de courant critique égale à $2.6 \cdot 10^7$.

Les figures III.2, III.3 et III.4 présentent la distribution de la densité de courant pour les instants 0.1s, 1s et 2s. Cette distribution montre une pénétration complète de la densité du courant à l'intérieur du supra tout au début de la descente du supraconducteur. Ce résultat n'est pas physique puisque le calcul local est éroné pourtant le calcul global de la force est acceptable avec erreur raisonnable.

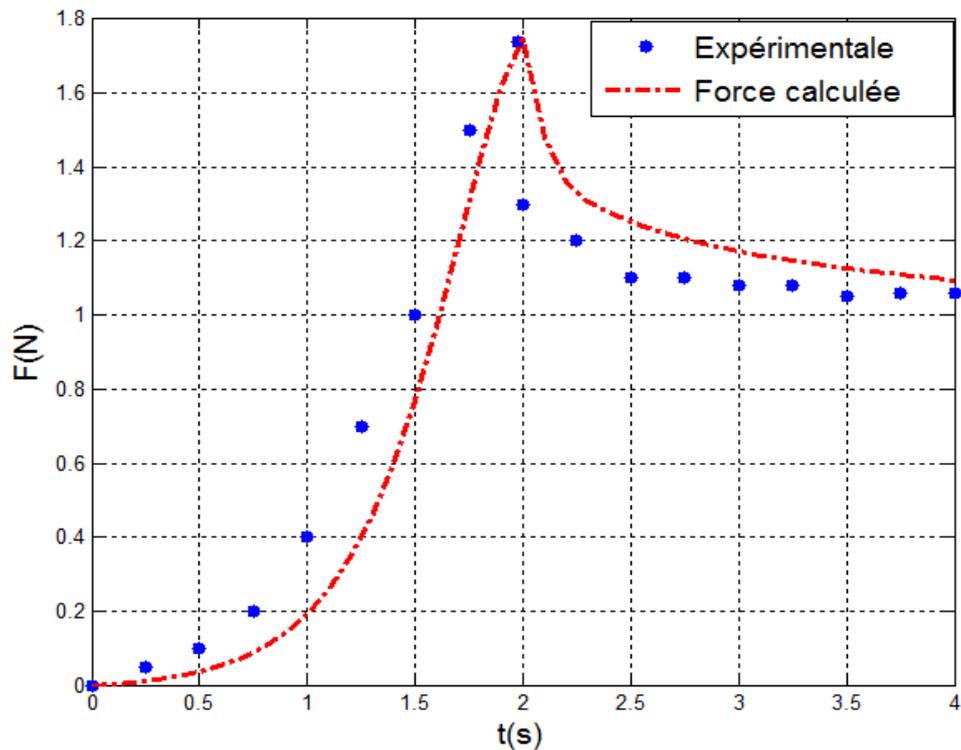


Fig. III.1 : Force de lévitation calculée comparée avec l'expérimentale

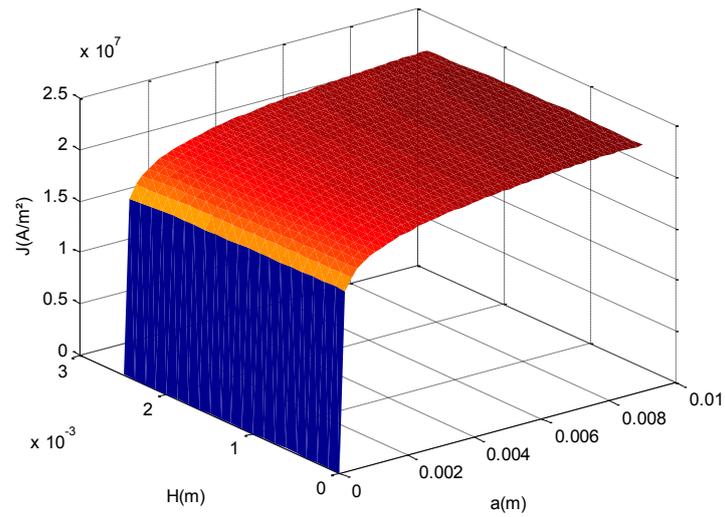


Fig. III.2 : Distribution de la densité du courant électrique J à l'instant 0.1s

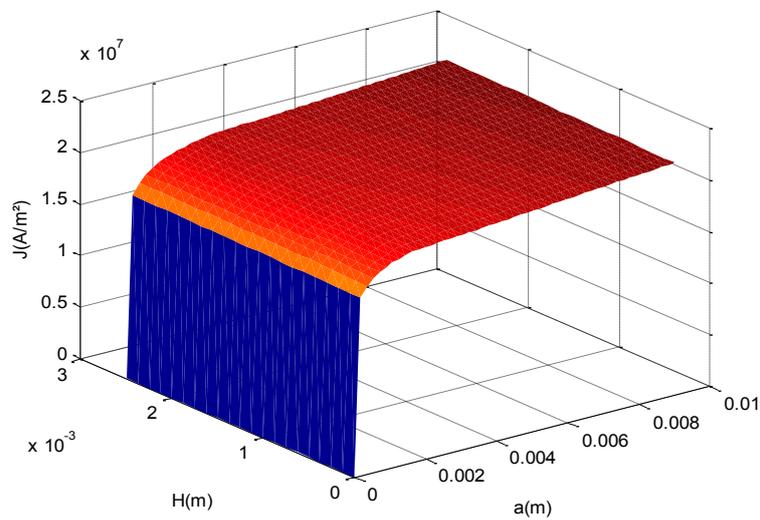


Fig. III.3 : Distribution de la densité du courant électrique J à l'instant 1s

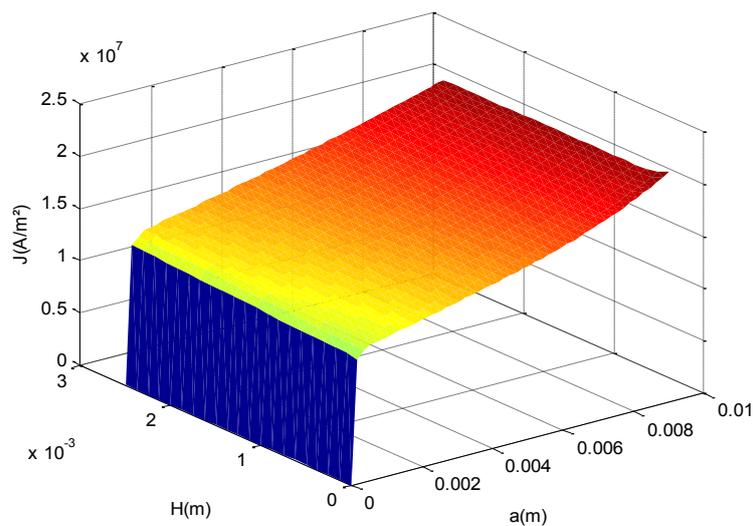


Fig. III.4 : Distribution de la densité du courant électrique J à l'instant 2s

III.3.b MVF avec les conditions aux limites approximatives MVFA

Après résolution de l'équation magnétodynamique (II.59), on présente les résultats de simulation par la méthode des volumes finis avec les conditions aux limites approximatives MVFA. La première partie est destinée à la validation des résultats obtenus. Le résultat de la force calculée sera comparé avec les résultats de l'expérimentation obtenu par Uesaka et al. Dans cette étude nous présentons la force de lévitation magnétique qui est l'objectif principal de cette étude, le champ électrique \mathbf{E} , le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} , la conductivité électrique σ , la densité de courant électrique \mathbf{J} , et la densité du courant critique \mathbf{J}_c . Ces grandeurs sont évaluées pour les différents essais suivant :

- 1° Essai de l'influence du courant critique J_{c0} .
- 2° Essai de l'influence de la vitesse de la pastille supraconductrice V .
- 3° Essai de l'influence du rayon de la pastille supraconductrice a .
- 4° Essai de l'influence de l'épaisseur de la pastille supraconductrice H .
- 5° Essai de l'influence de l'induction magnétique critique B_0 .
- 6° Essai de l'influence de l'aimantation M .

La figure (III.5) présente la force calculée par la méthode des volumes finis comparée à l'expérimentation obtenue par Uesaka et al [50]. La valeur de la force de lévitation calculée qui approche celle expérimentale est obtenue pour la valeur de J_{c0} égale à 3.10^7 . Cette force augmente jusqu'à une valeur égale à 1.75N qui correspond à un écart minimal entre l'aimant et le supraconducteur de 0.5 mm pour l'instant $t=2s$, à partir de ce moment la force diminue à cause de la diminution des courants induits qui est due à l'effet résistif résultant du mouvement des vortex. A partir de l'instant $t=2s$, le régime de flux creep change au régime de flux flow.

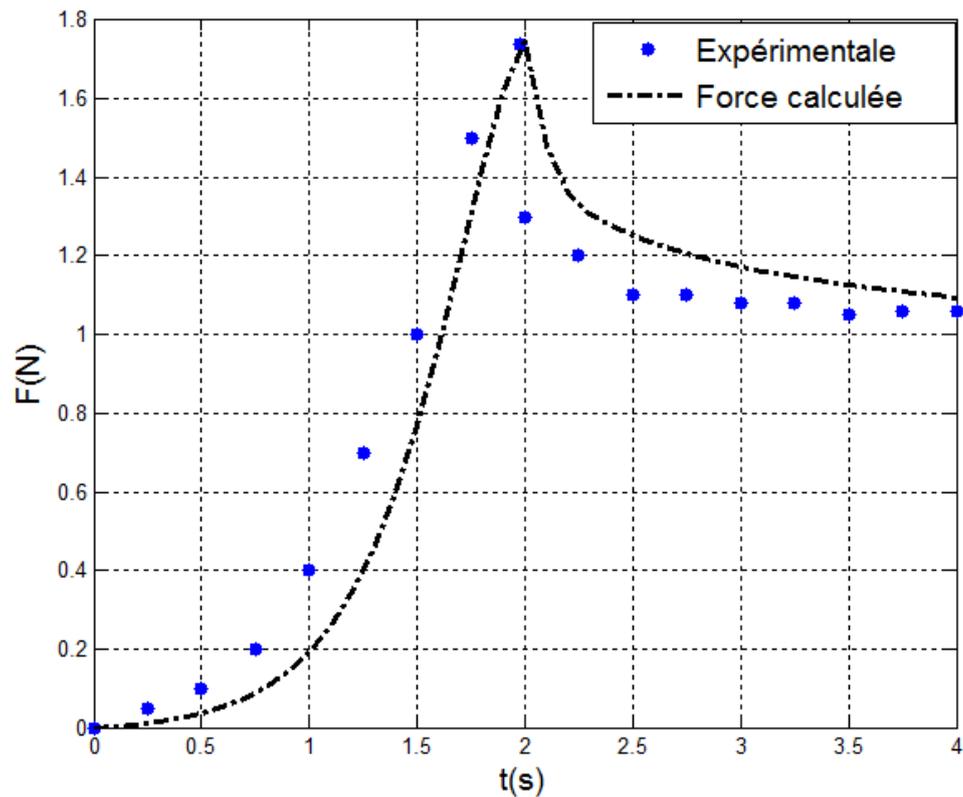


Fig. III.5 : La force calculée comparée avec l'expérimentale

Les figures (III.6), (III.7), (III.8) (III.9) (III.10) (III.11) et (III.12) montrent respectivement la distribution spatiale et plane pour différents instants à l'intérieur du supraconducteur du potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} , du potentiel vecteur magnétique total \mathbf{A}_s , du champ électrique \mathbf{E} , de l'induction magnétique \mathbf{B} , de la conductivité électrique σ , de la densité de courant \mathbf{J} induit dans le supraconducteur, et de la densité du courant critique \mathbf{J}_c . Le résultat des différents grandeurs électromagnétiques est calculé pour une densité du courant critique ($J_{c0}=3*10^7\text{A/m}$).

Le potentiel vecteur magnétique total \mathbf{A}_s est nul dans un premier temps puis commence à augmenter jusqu'au temps 2 second au moment où le supraconducteur atteint la distance minimale, à cette instant le potentiel vecteur commence à diminuer avec la diminution de la densité du courant \mathbf{J} .

Le champ électrique \mathbf{E} est l'image du potentiel vecteur magnétique total \mathbf{A}_s . L'induction magnétique \mathbf{B} augmente graduellement suivant le temps même si le supraconducteur atteint la distance minimale, à l'instant où le supraconducteur atteint la distance minimale, l'induction magnétique \mathbf{B} devient supérieure à l'induction magnétique critique B_0 .

La densité du courant \mathbf{J} augmente de zéro à premier temps jusqu'à une valeur max au temps 2s, à partir de cette instant on voit une pénétration complète de la densité du courant (voir Fig. III.11), de même dans cette instant ($t=2s$) la densité du courant commence à diminuer en amplitude mais avec une pénétration qui reste toujours complète, la diminution de la densité du courant \mathbf{J} est due au régime de flux flow.

La conductivité électrique σ a une valeur maximale dans un premier temps puis commence à diminuer jusqu'à ce que le supraconducteur atteigne la distance minimale où on voit dans cette instant une distribution nulle de la conductivité sauf dans une petite partie. Cette distribution de la conductivité dans ce cas est proche de celle de l'état normale (conductivité proche de zéro).

D'après ces figures, on peut dire que ces résultats obtenus (en utilisant les modèles de Kim et de flux creep flux flow) confirment la validité du modèle 2D du supraconducteur.

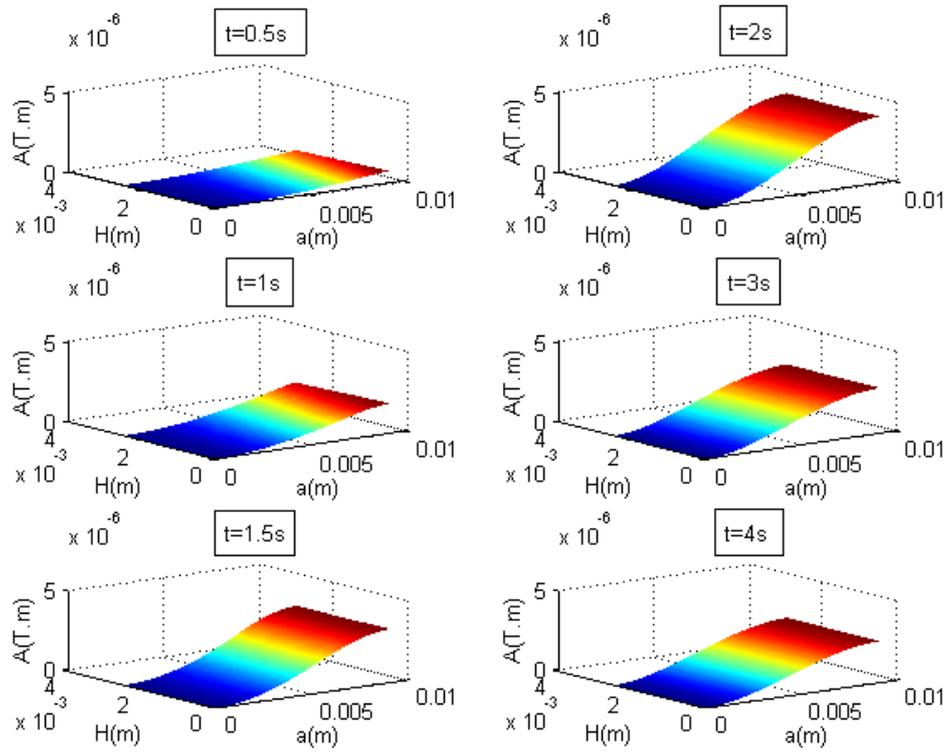


Fig. III.6.a : Distribution spatiale du potentiel vecteur magnétique A

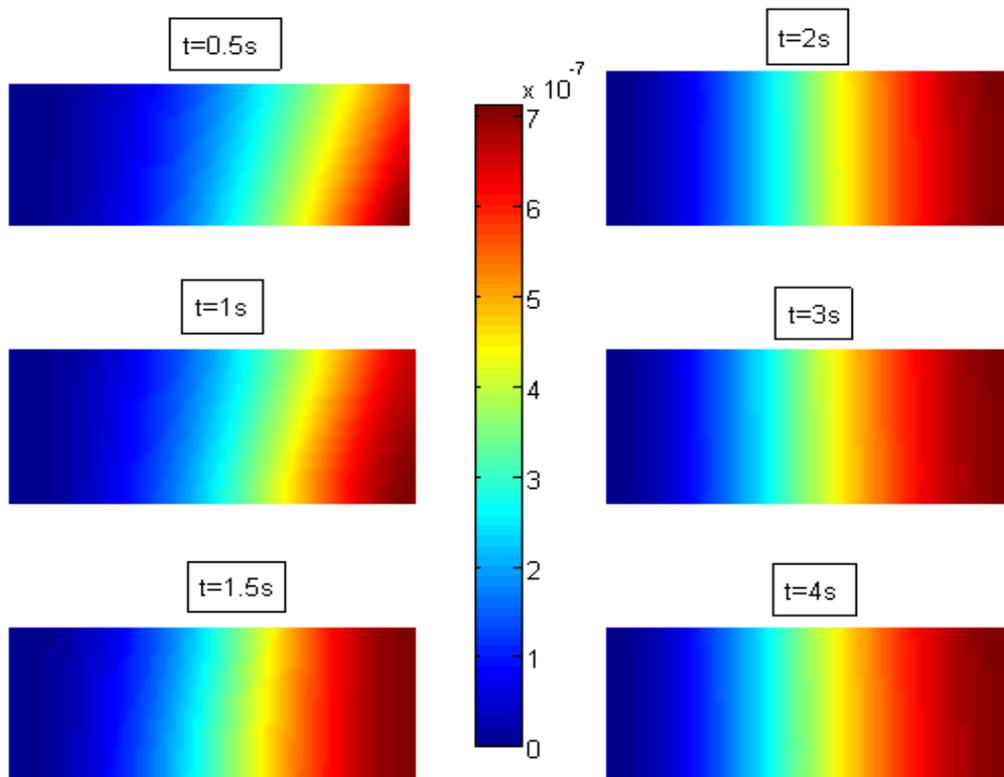


Fig. III.6.b : Distribution plane du potentiel vecteur magnétique A

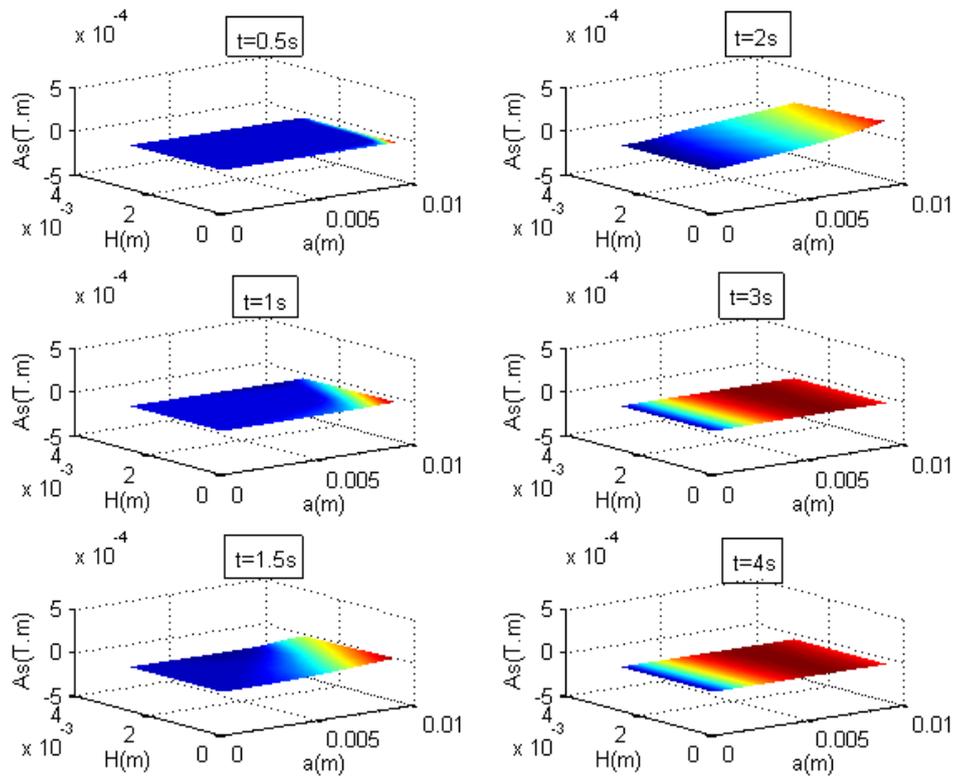


Fig. III.7.a : Distribution plane du potentiel vecteur magnétique total A_s

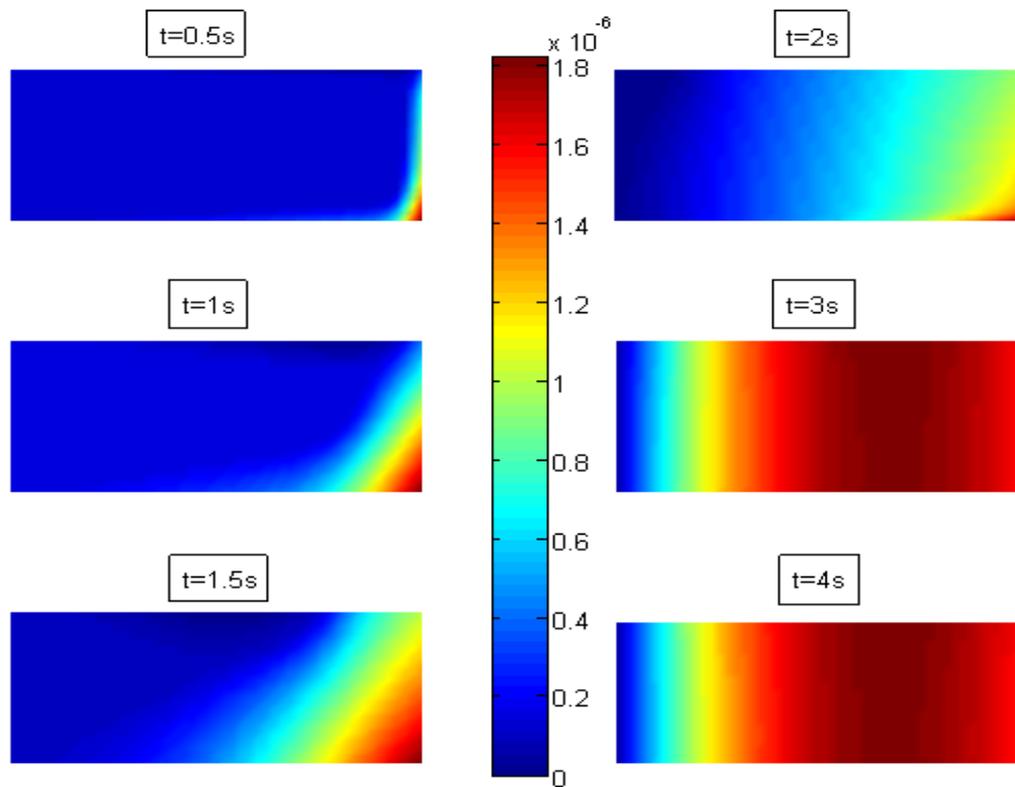


Fig. III.7.b : Distribution plane du potentiel vecteur magnétique total A_s

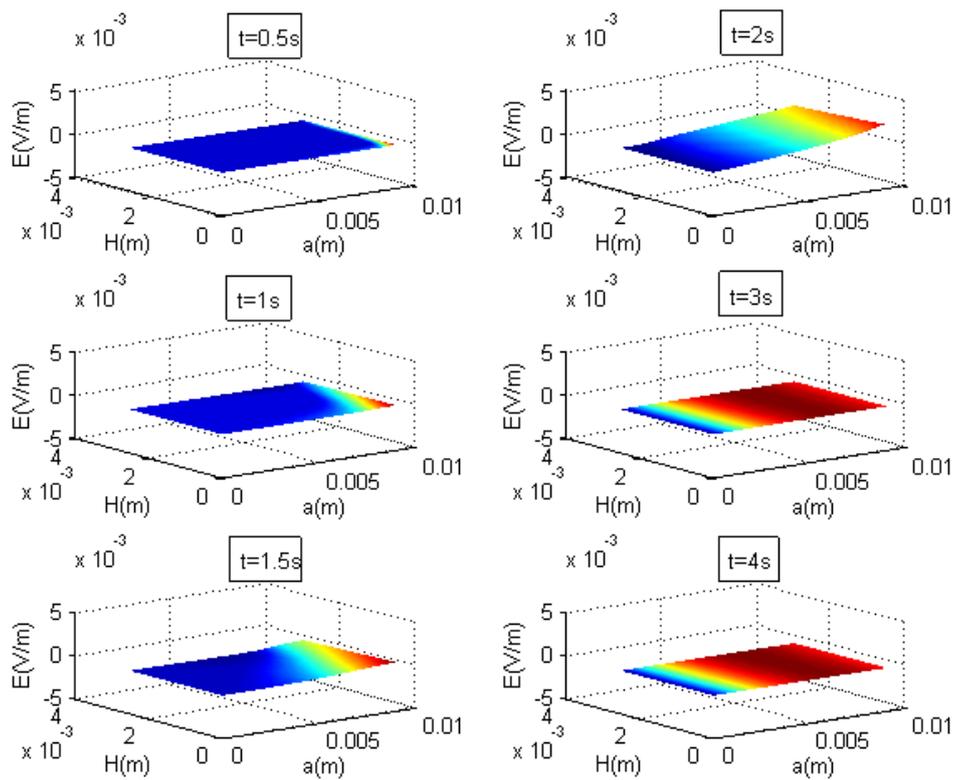


Fig. III.8.a : Distribution spatiale du champ électrique E

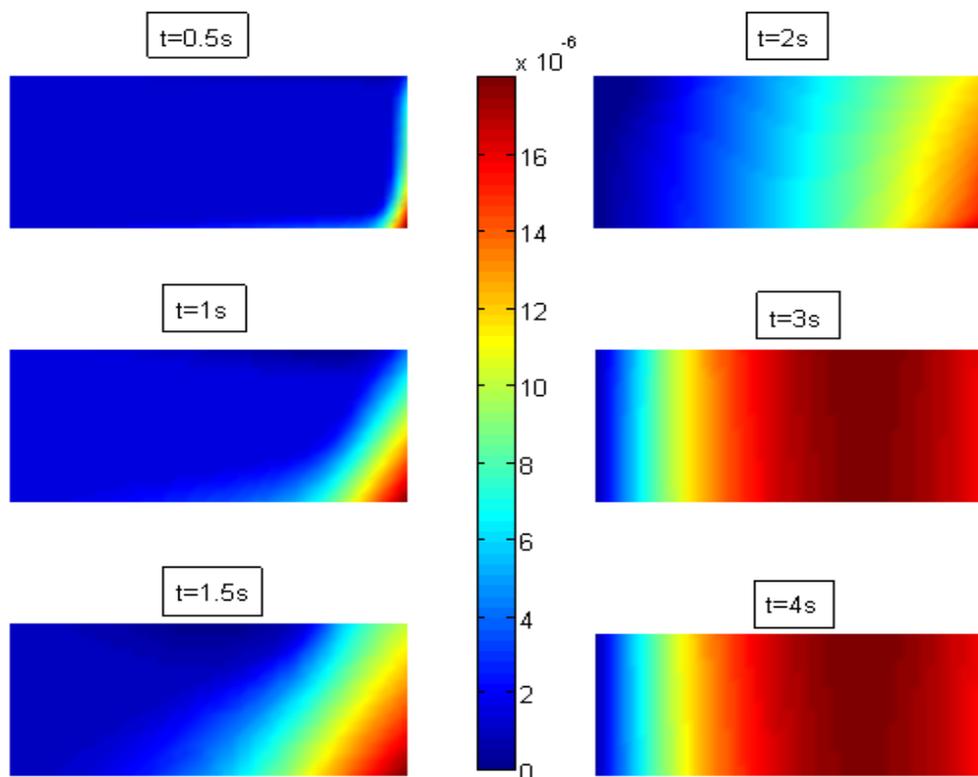


Fig. III.8.b : Distribution plane du champ électrique E

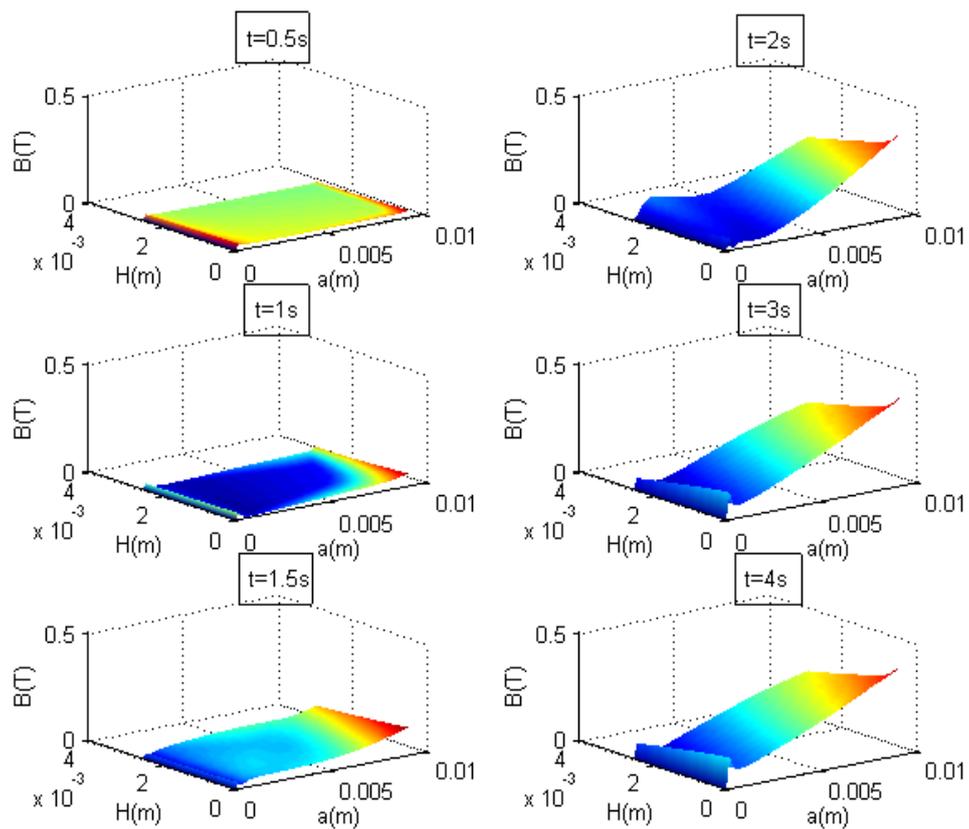


Fig. III.9.a : Distribution spatiale de l'induction magnétique B

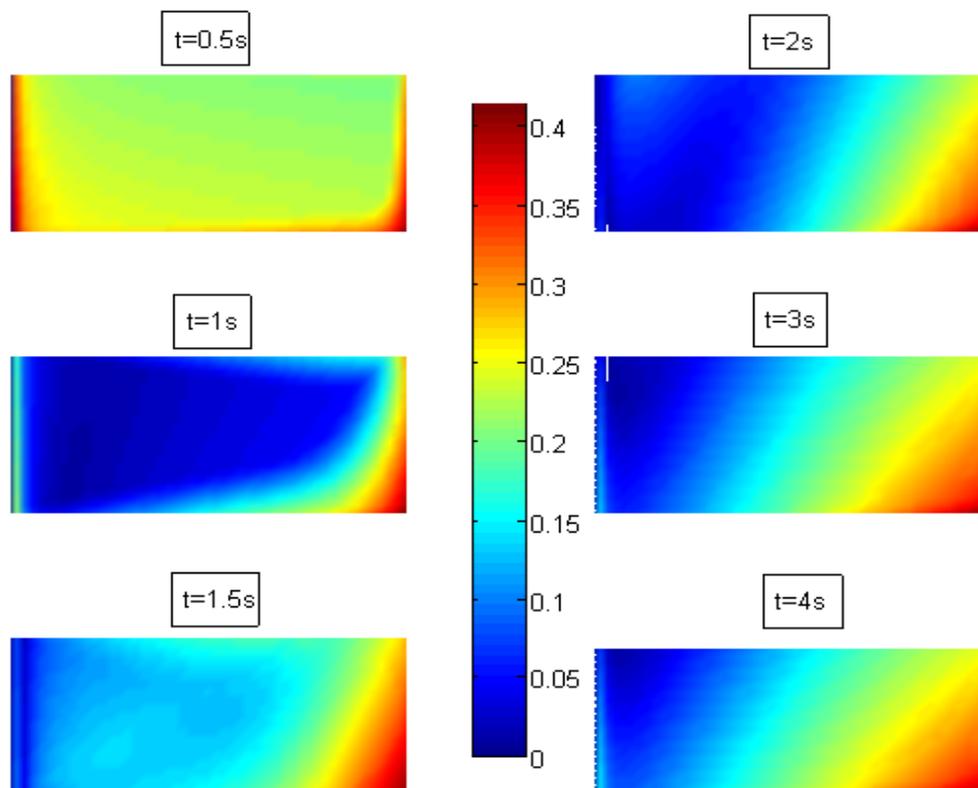


Fig. III.9.b : Distribution plane de l'induction magnétique B

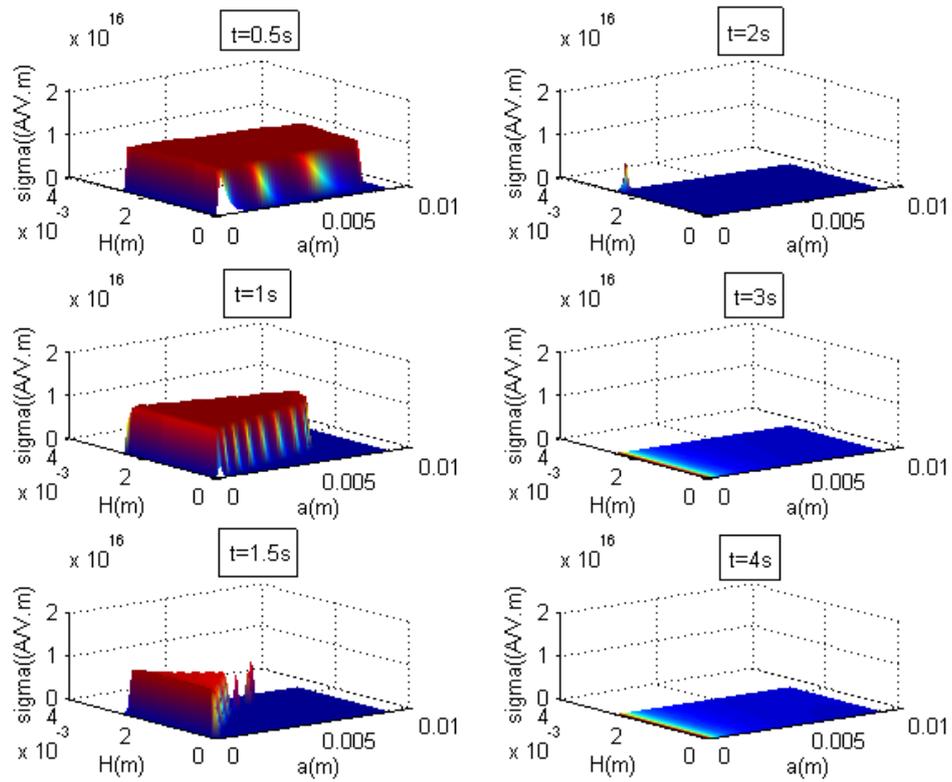


Fig. III.10.a : Distribution spatiale de la conductivité électrique σ

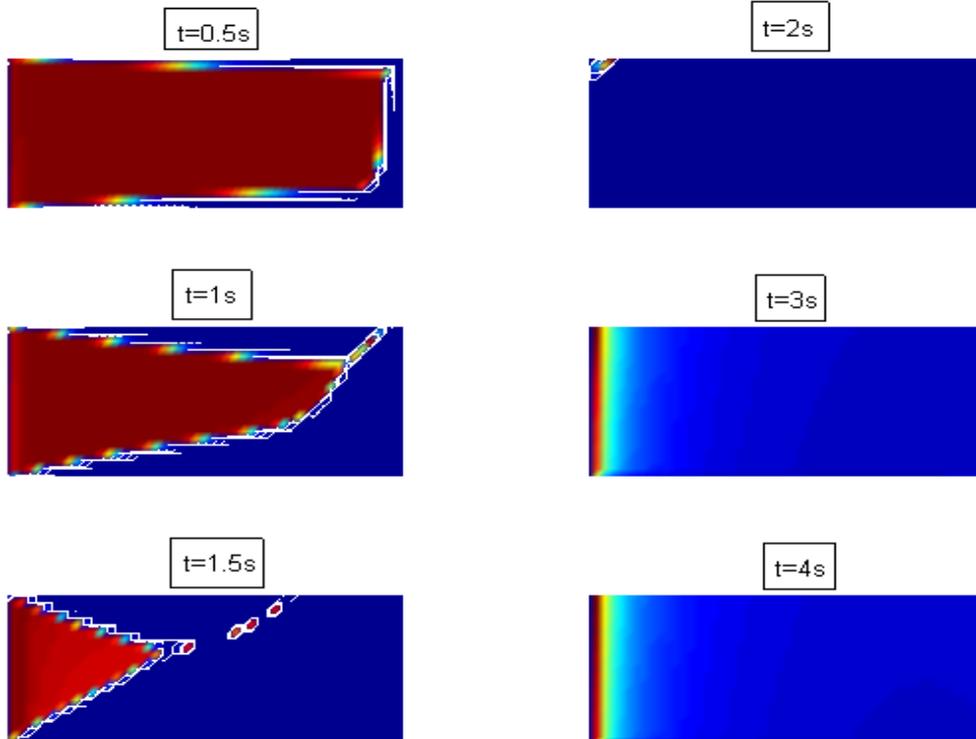


Fig. III.10.b : Distribution plane de la conductivité électrique σ

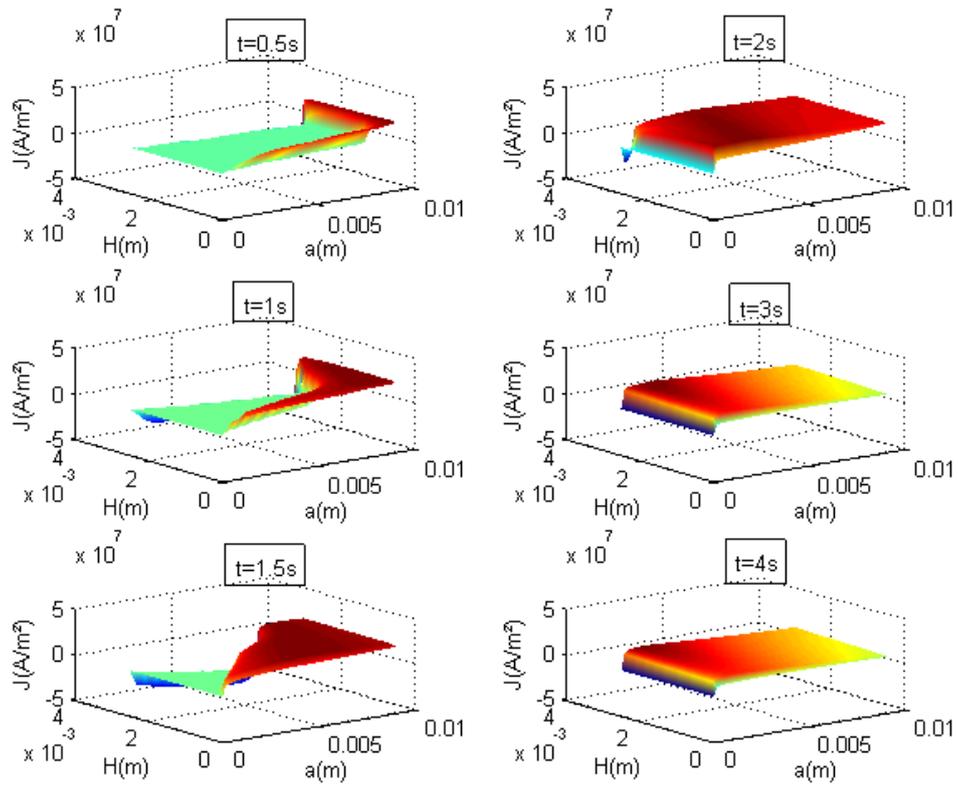


Fig. III.11.a : Distribution spatiale de la densité du courant électrique J

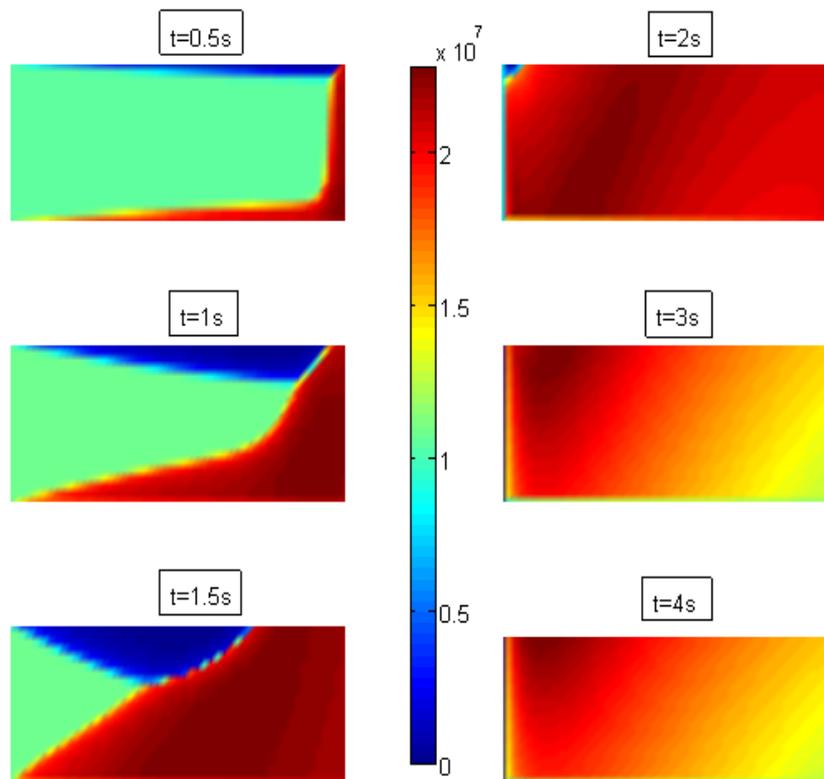


Fig. III.11.b : Distribution plane de la densité du courant électrique J

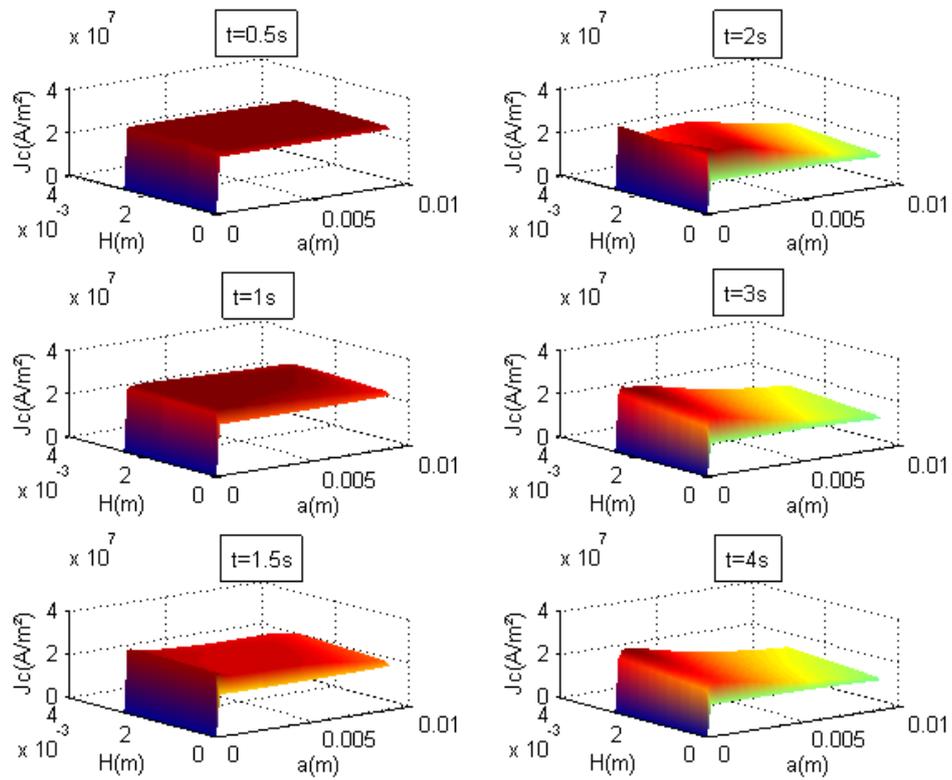


Fig. III.12.a : Distribution spatiale de la densité du courant critique J_c

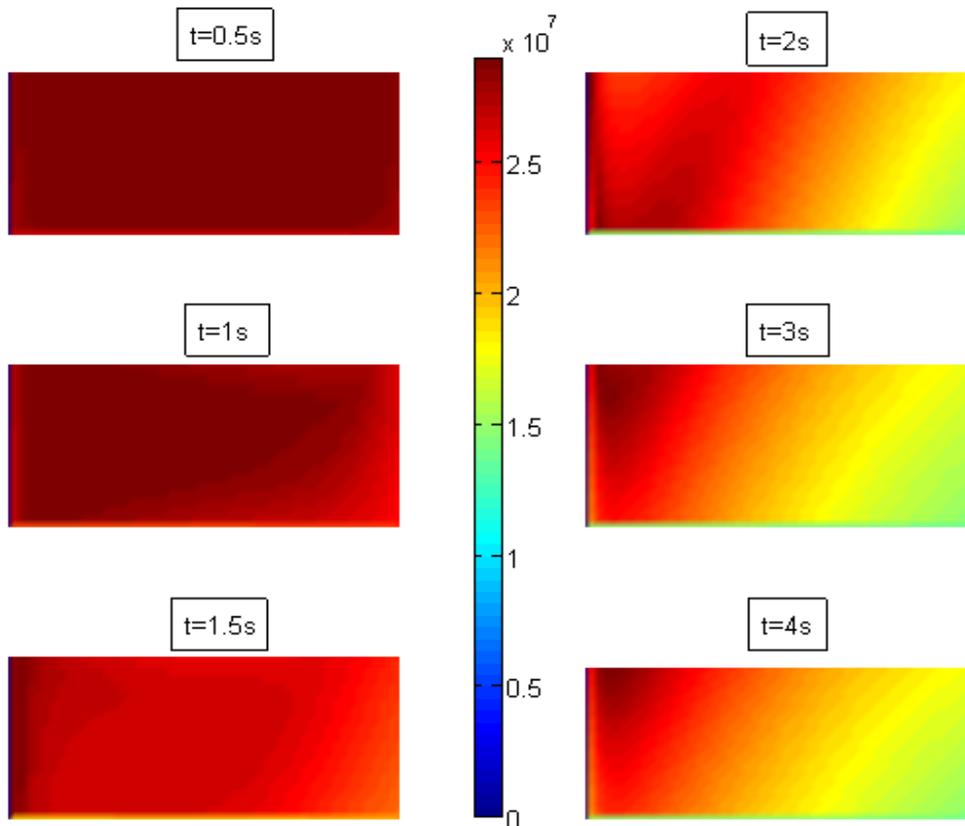


Fig. III.12.b : Distribution plane de la densité du courant critique J_c

Généralement, la densité de courant critique J_{c0} n'est pas bien évaluée et pour cela plusieurs tests ont été fait pour voir l'effet de cette densité sur la force de lévitation. La force obtenue qui donne une allure plus proche de celle de l'expérimentation est calculée pour une densité de courant critique égale $3 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$. La figure III.13 représente l'effet de différentes densités de courant critique J_{c0} . On remarque que la force augmente avec l'augmentation de la densité du courant critique J_{c0} qui influe sur la densité de courant critique J_c et par la suite la densité de courant J . On remarque qu'une augmentation de la densité de courant critique J_{c0} de 8%, la force calculée augmente d'environ 7%.

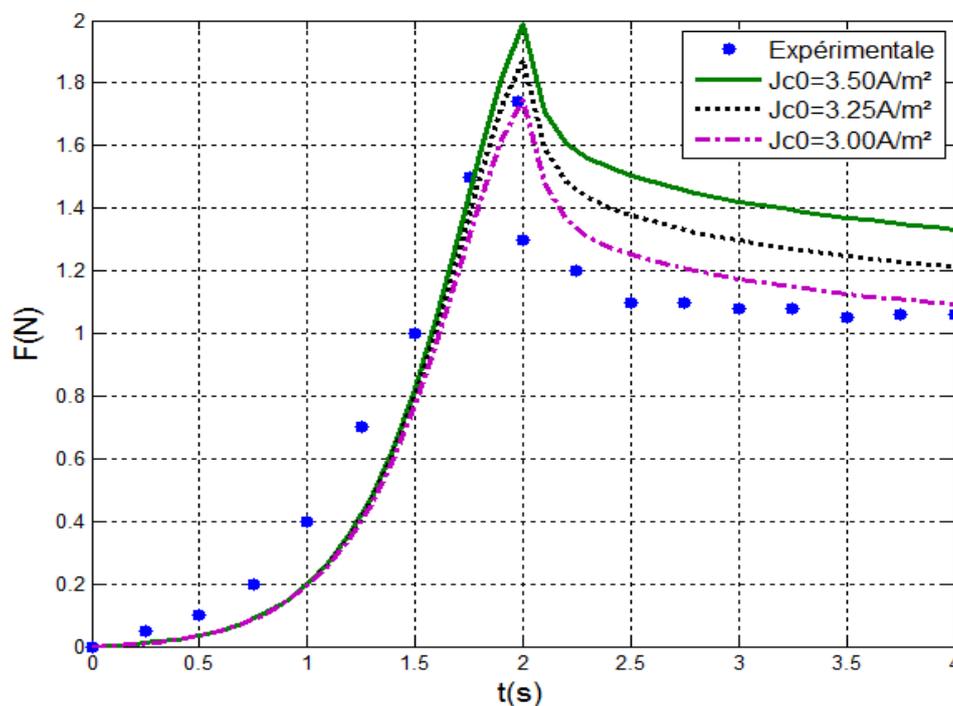


Fig. III.13 : Effet du courant critique J_{c0} sur la force de lévitation

Pour voir l'effet de la vitesse, on remarque que l'augmentation de la vitesse du mouvement augmente le temps de parcours du supraconducteur vers l'aimant permanent. L'allure de la force de lévitation est presque la même, mais lorsque le supraconducteur s'approche de l'aimant la force augmente considérablement impliquant un effet de répulsif important permettant au supra de supporter des poids importants puis passer cette étape la force prend l'allure de celle obtenue premièrement. On remarque qu'une augmentation de la vitesse du mouvement de 8%, la force calculée augmente de 24% quand le supra approche l'aimant.

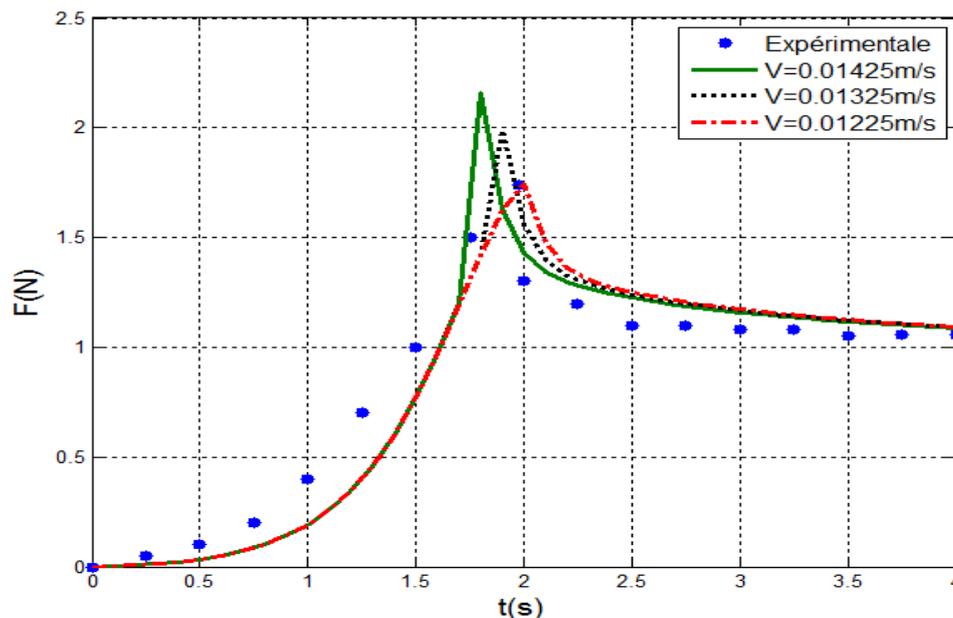


Fig. III.14 : Effet de la vitesse sur la force de lévitation

Pour voir l'effet du rayon de la pastille supraconductrice, on peut dire que l'augmentation du rayon implique un volume plus grand et donc une surface parcourue par les courants plus grande. Les densités de courant \mathbf{J} et de courant critique J_c diminuent avec l'augmentation du rayon du supraconducteur, ainsi que le potentiel magnétique \mathbf{A} et le champ électrique \mathbf{E} . Par contre, l'augmentation du rayon du supraconducteur influe plus par son volume sur la force de lévitation qui augmente (la force de lévitation est le produit du volume avec la densité du courant). On remarque qu'une augmentation du rayon de 22% la force calculée augmente de 43%.

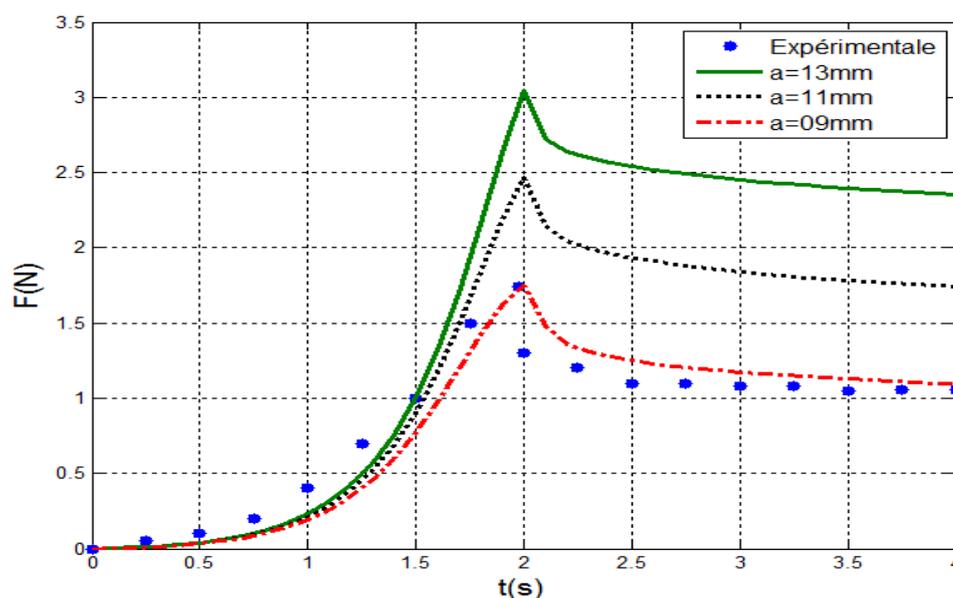


Fig. III.15 : Effet du rayon du supraconducteur sur la force de lévitation

Pour voir l'effet de l'épaisseur du supraconducteur, on remarque une diminution de la densité du courant \mathbf{J} avec l'augmentation de l'épaisseur du supraconducteur. Cette diminution est due à la diminution du champ électrique \mathbf{E} et de la densité du courant critique \mathbf{J}_c . Le potentiel vecteur \mathbf{A} reste presque constant même avec l'augmentation de l'épaisseur pour cela l'induction magnétique \mathbf{B} reste constante et ne varie pas avec l'augmentation de l'épaisseur de la pastille supraconductrice, donc on peut dire que l'augmentation de la force est due pratiquement à l'augmentation de l'épaisseur à l'intermédiaire du volume du supraconducteur qui rentre dans le calcul globale de la force. On remarque qu'une augmentation de l'épaisseur de 40%, la force calculée augmente de 41%.

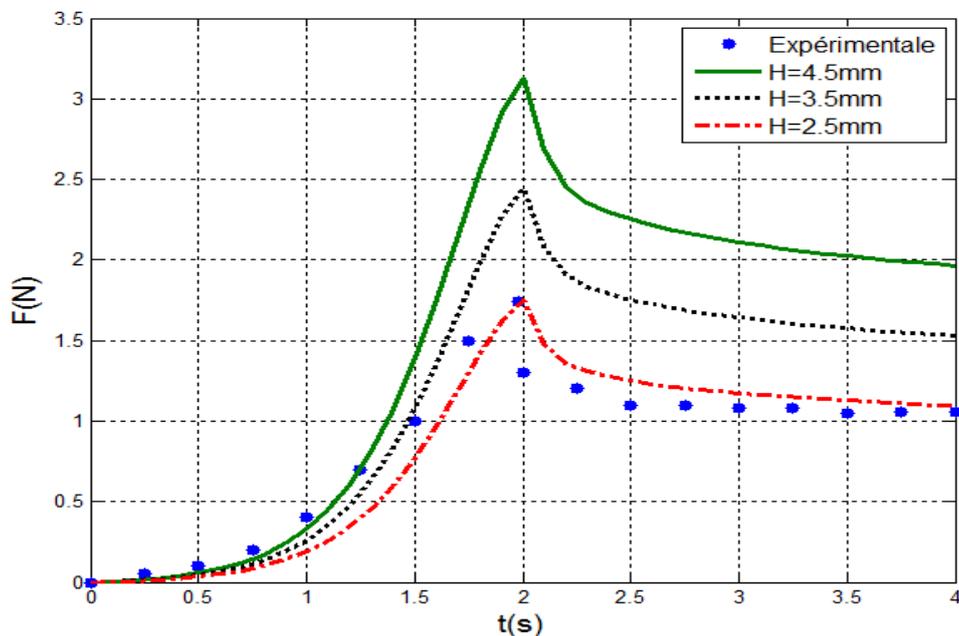
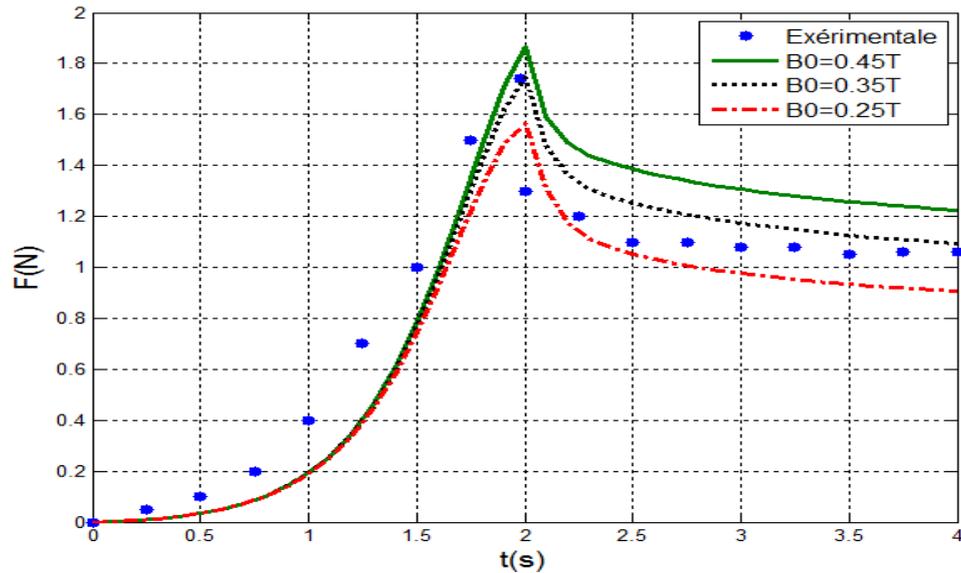
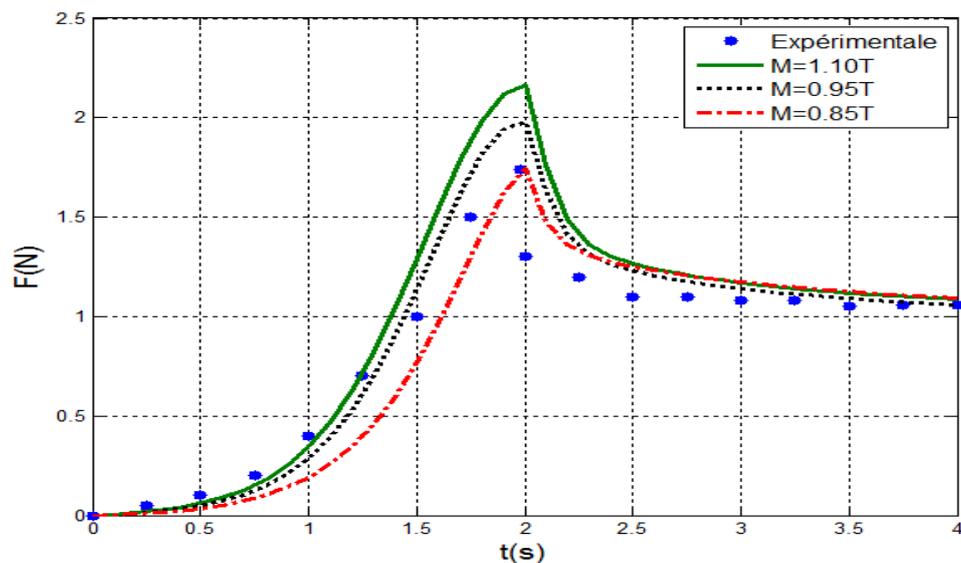


Fig. III.16 : Effet de l'épaisseur du supraconducteur sur la force de lévitation

Pour voir l'effet des différentes valeurs d'induction magnétique critique B_0 , on voit que la force augmente avec l'augmentation de l'induction magnétique critique B_0 . La densité de courant \mathbf{J} augmente en amplitude avec l'augmentation de B_0 et diminue en amplitude avec la diminution de l'induction magnétique critique B_0 , par contre l'induction magnétique \mathbf{B} reste constante même avec l'augmentation de B_0 . Le champ électrique \mathbf{E} reste constant et ne change pas avec le changement de B_0 , le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} diminue si l'induction magnétique critique B_0 augmente. La densité du courant critique \mathbf{J}_c augmente avec l'augmentation de B_0 . On remarque qu'une augmentation de l'induction magnétique critique B_0 de 28%, la force calculée augmente de 8%.


 Fig. III.17 : Effet de l'induction magnétique critique B_0 sur la force de lévitation

Pour voir l'effet des différentes valeurs de l'aimantation, on remarque que l'induction magnétique \mathbf{B} augmente avec l'augmentation de l'aimantation M , l'augmentation de l'induction magnétique \mathbf{B} influe sur la densité du courant critique qui diminue elle-même à cause de l'augmentation de l'induction magnétique \mathbf{B} , mais la diminution de la densité du courant critique n'influe pas sur la densité du courant \mathbf{J} qui augmente avec l'augmentation de l'aimantation, l'augmentation de la densité du courant \mathbf{J} est due à l'augmentation du champ électrique \mathbf{E} , de même la force de lévitation augmente avec l'augmentation de l'aimantation, cette augmentation est due à l'augmentation de la densité du courant \mathbf{J} . On remarque qu'une augmentation de l'aimantation de 12%, la force calculée augmente de 13%.


 Fig. III.18 : Effet de l'aimantation M sur la force de lévitation

III.3.c MVF avec les conditions aux limites élargies MVFE

Pour justifier la validité des conditions aux limites approximatives, on a considéré les conditions aux limites lointaines qui expriment la nullité des grandeurs. Et de la même manière que dans le cas III.3.b, on a résolu l'équation magnétodynamique (II.59), pour surmonter les conditions aux limites approximatives. On présente les résultats de simulation par la méthode des volumes finis avec les conditions aux limites élargies MVFE (en présence de l'air) et en tenant compte des limites appropriées. La première partie est destinée à la validation des résultats obtenus. Le résultat de la force calculée est comparé avec le résultat de l'expérimentation. Dans cette étude nous présentons aussi la force de lévitation magnétique pour les différents essais mentionnés au paragraphe III.3.b, le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} , le potentiel vecteur magnétique total \mathbf{A}_s , le champ électrique \mathbf{E} , l'induction magnétique \mathbf{B} , la conductivité électrique σ , la densité de courant \mathbf{J} et la densité du courant critique \mathbf{J}_c .

La figure III.19 présente une comparaison entre la force calculée avec l'expérimentation. Le résultat de la force calculée le plus proche de l'expérimental est obtenu pour la valeur de densité critique J_{c0} égale à $3.5 \cdot 10^7$. Ce résultat est plus juste que le résultat obtenu par la méthode des volumes finis avec les conditions aux limites approximatives.

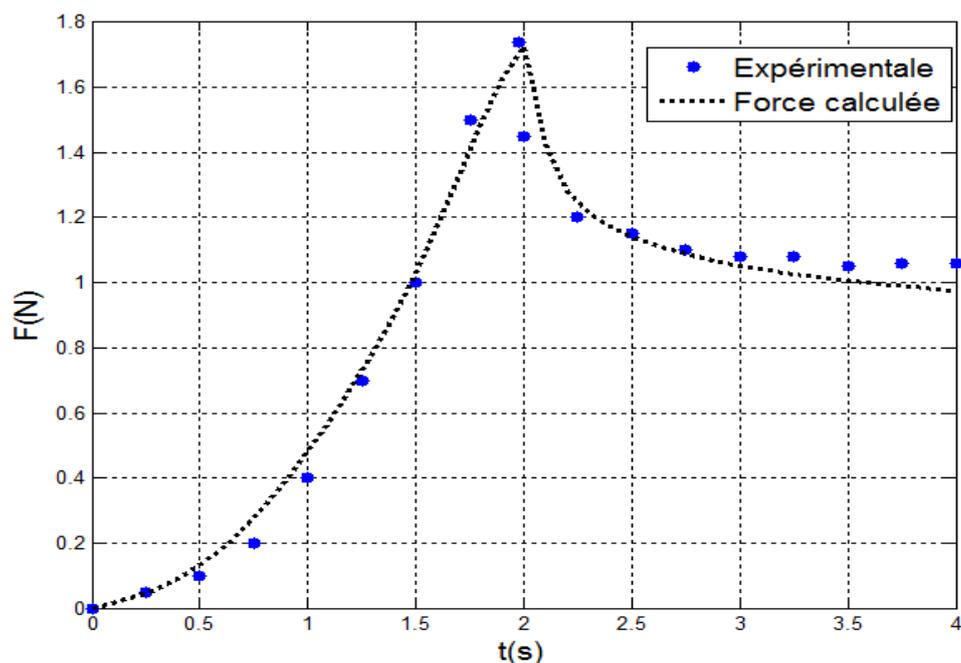


Fig. III.19 : La force calculée comparée avec l'expérimentale

Les figures (III.20), (III.21), (III.22) (III.23) (III.24) (III.25) et (III.26) montrent respectivement la distribution spatiale et plane pour différents instants à l'intérieur du supraconducteur du potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} , du potentiel vecteur magnétique total \mathbf{A}_s , du champ électrique \mathbf{E} , de l'induction magnétique \mathbf{B} , de la conductivité électrique σ , de la densité de courant \mathbf{J} induit dans le supraconducteur, et de la densité du courant critique \mathbf{J}_c . Le résultat de ces différents grandeurs électromagnétiques est calculé pour une densité du courant critique ($J_{c0}=3.5*10^7\text{A/m}$).

La distribution des grandeurs électromagnétiques a presque les mêmes allures dans les deux pour la méthode des volumes finis, avec les conditions aux limites approximatives MVFA et avec les conditions aux limites élargies (avec l'air) MVFE. La pénétration de la densité des courants induits est plus rapide dans le cas de la MVFE que dans le cas de la MVFA où on voit une pénétration complète des densités de courant avant que le supraconducteur atteigne la distance minimale, mais ce qui est impressionnant, on ne voit pas la partie négative dans les grandeurs électromagnétiques (voir les figures (III.20), (III.21), (III.22) (III.23) (III.24) (III.25) et (III.26)). Cela peut être expliqué du faite que dans le cas de la MVFA, on force une certaine distribution qui n'est pas justifiée sauf approximative puisque la partie normale de l'induction magnétique n'est pas totalement nulle mais très faible.

La distribution du potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} dans le cas MVFA est presque régulière suit l'axe z cela est du aux conditions Neumann nul du potentiel sur les surfaces bas et haut du supra par contre dans le cas de la MVFE une forme arrondie apparait expliquant un effet de peau accru du à une grande conductivité dans ce cas les courants induits \mathbf{J} contournent la profondeur du supra pour circuler sur la surface intérieure, passant par la surface latérale pour aller à la surface supérieure. Cela est vraie puisque le diamètre de l'aimant est plus grand de celui du supra. La conductivité électrique σ diminue plus rapidement dans le cas MVFE que dans le cas MVFA. Cette distribution de la conductivité dans ce cas est proche de celle de l'état normale (conductivité proche de zéro).

Le champ électrique \mathbf{E} est l'image du potentiel vecteur magnétique total \mathbf{A}_s , qui est aussi l'image de \mathbf{A} . L'induction magnétique \mathbf{B} augmente graduellement suivant le temps même si le supraconducteur atteint la distance minimale mais avec une forme plus arrondie, à l'instant où le supraconducteur atteint la distance minimale, l'induction magnétique \mathbf{B} devient supérieure à l'induction magnétique critique B_0 .

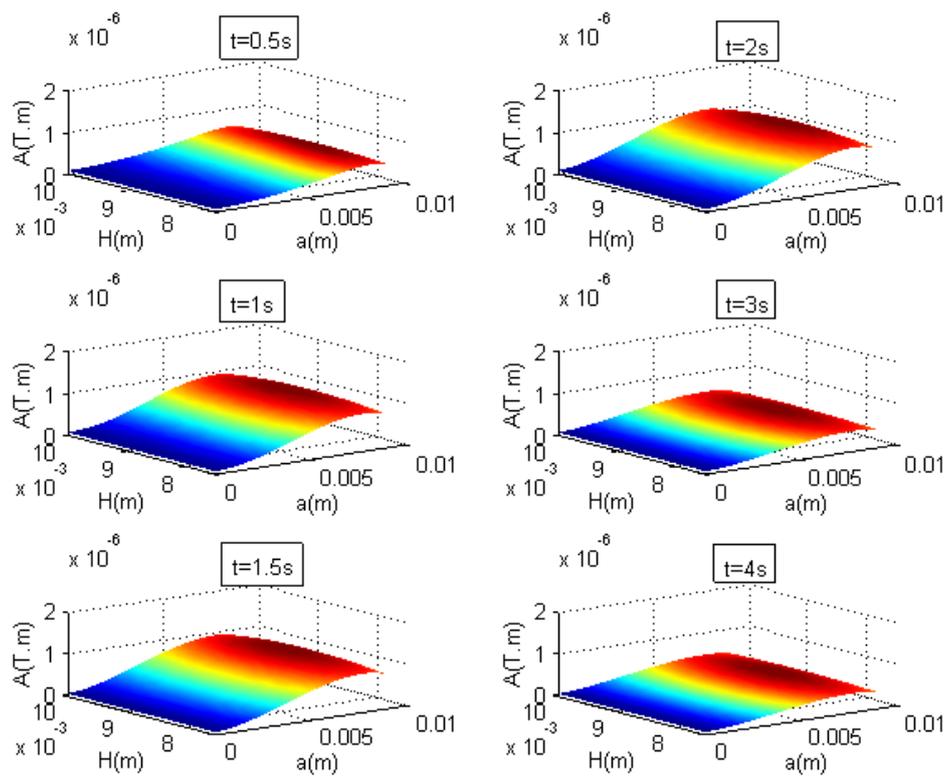


Fig. III.20.a : Distribution spatiale du potentiel vecteur magnétique A

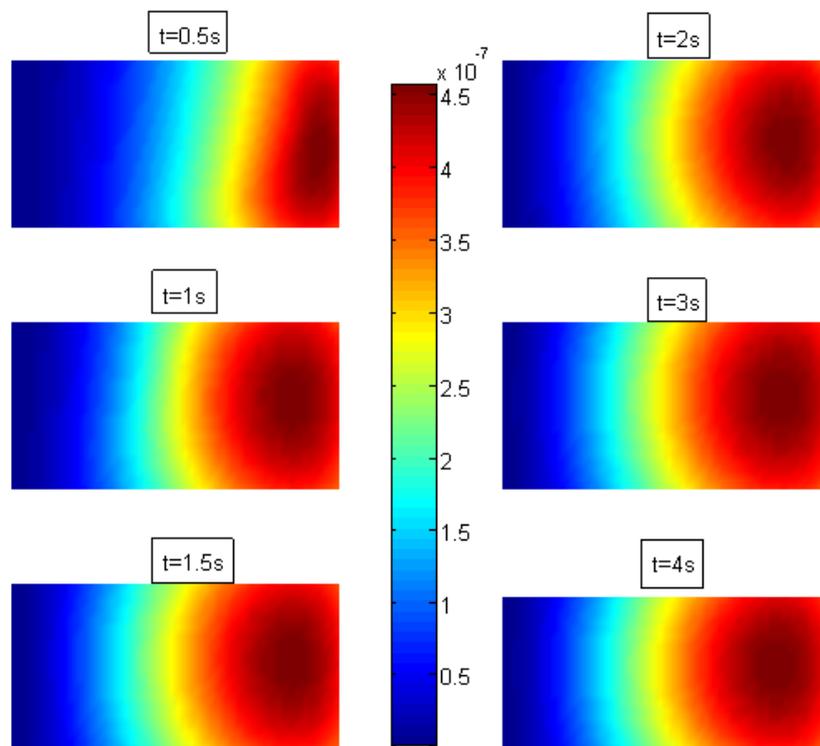


Fig. III.20.b : Distribution plane du potentiel vecteur magnétique A

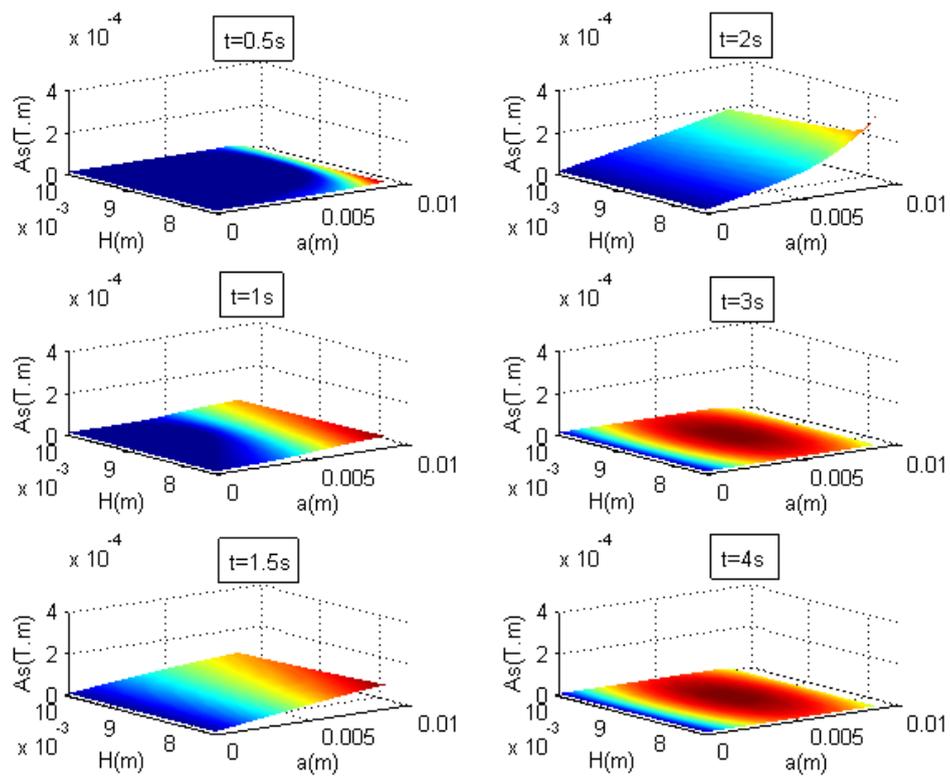


Fig. III.21.a : Distribution spatiale du potentiel vecteur magnétique total A_s

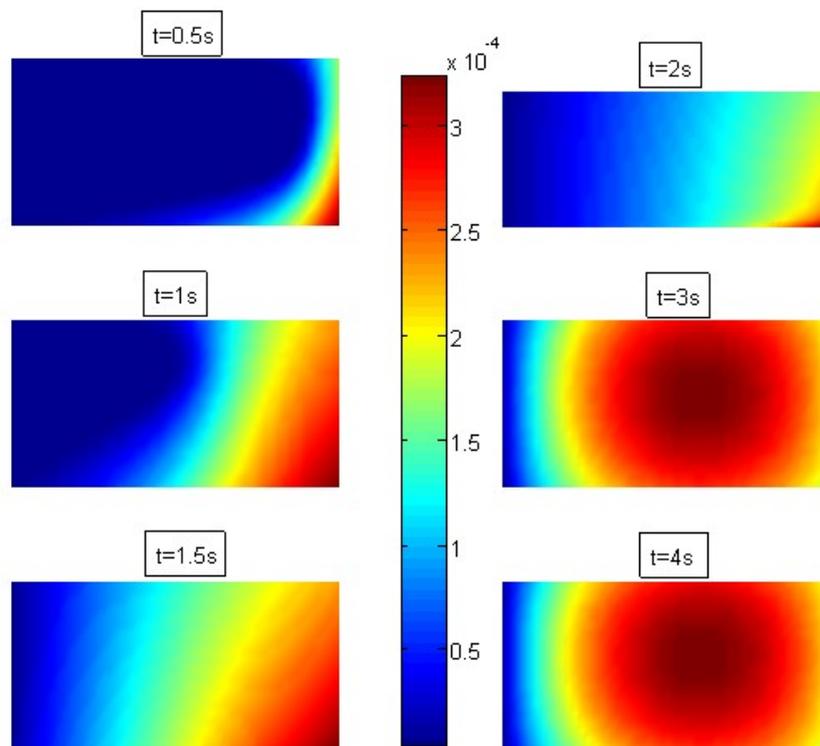


Fig. III.21.b : Distribution plane du potentiel vecteur magnétique total A_s

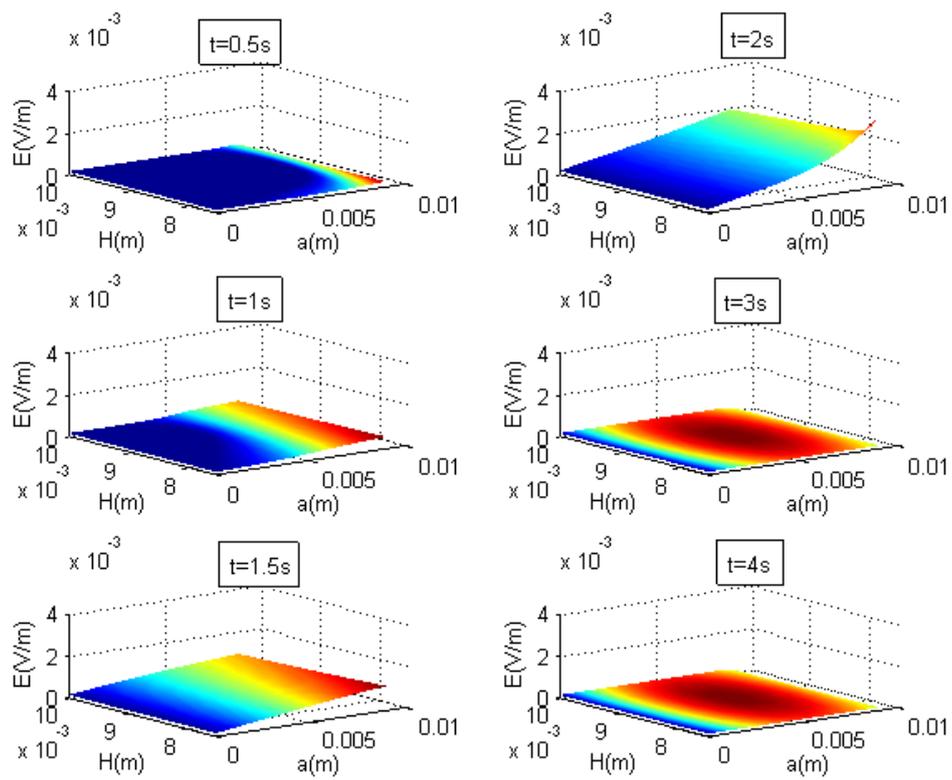


Fig. III.22.a : Distribution spatiale du champ électrique E

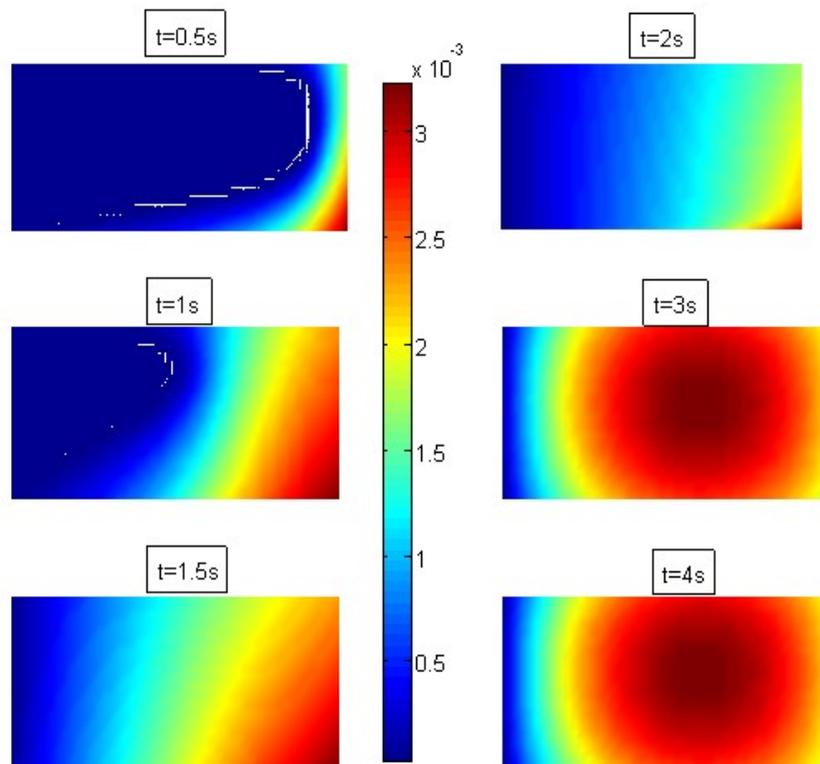


Fig. III.22.b : Distribution plane du champ électrique E

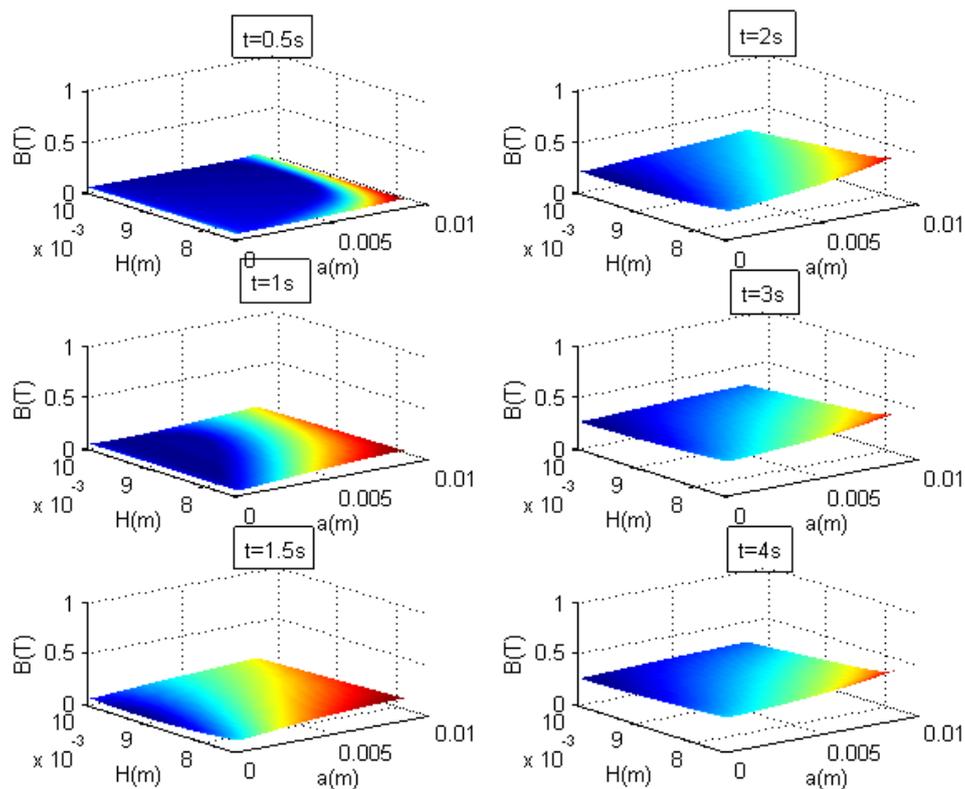


Fig. III.23.a : Distribution spatiale de l'induction magnétique B

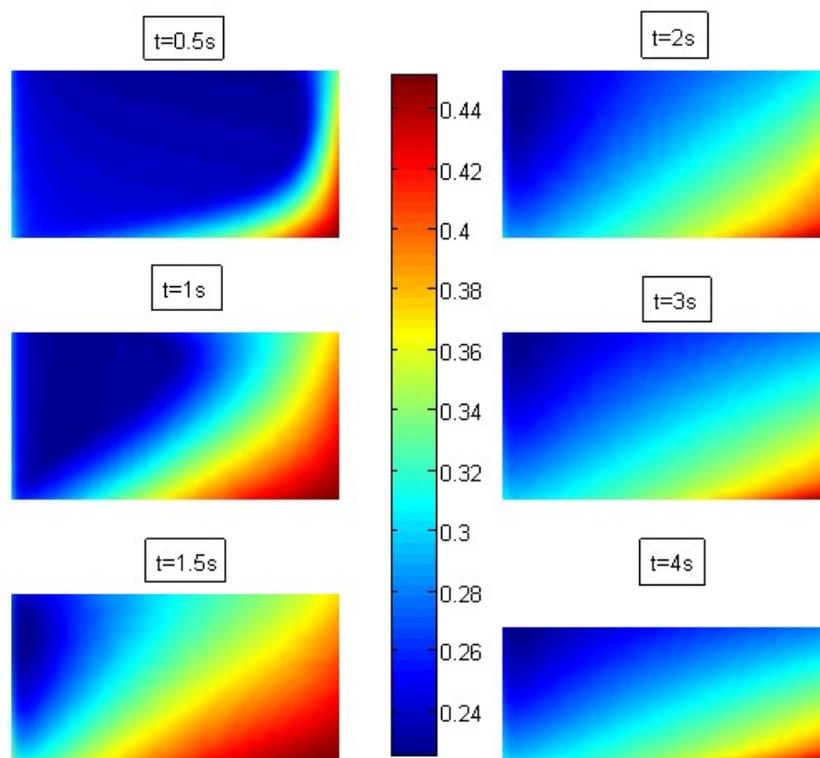


Fig. III.23.b : Distribution plane de l'induction magnétique B

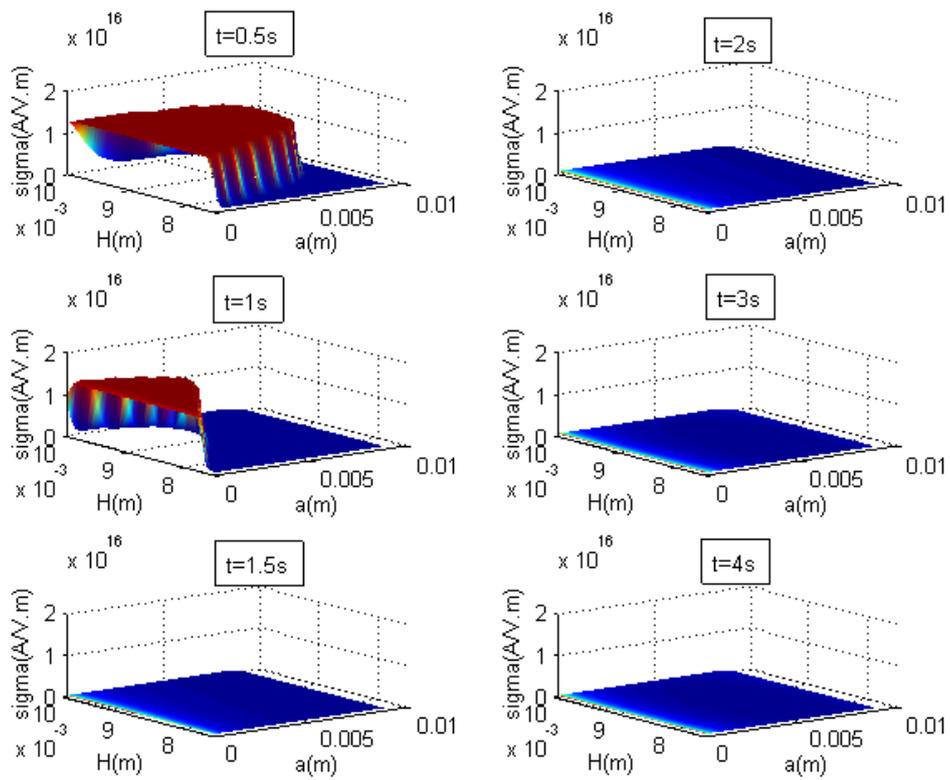


Fig. III.24.a : Distribution spatiale de la conductivité électrique σ

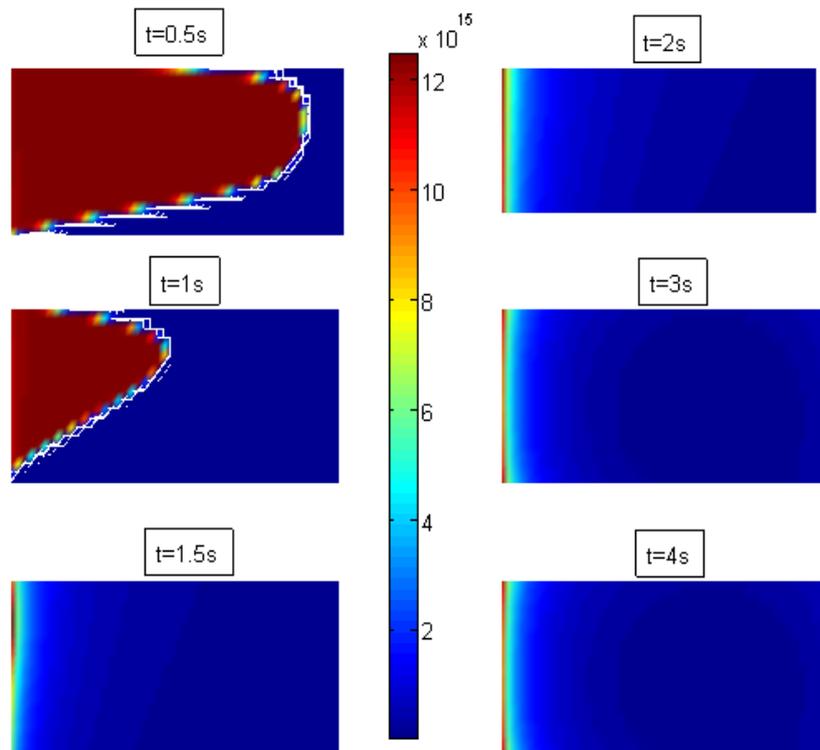


Fig. III.24.b : Distribution plane de la conductivité électrique σ

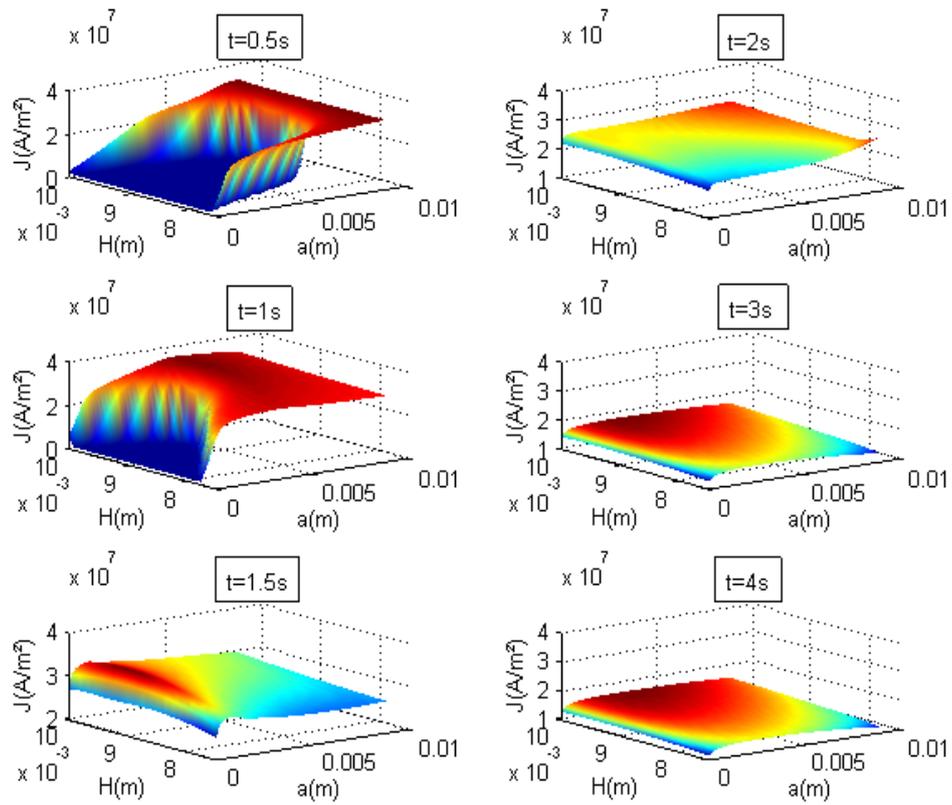


Fig. III.25.a : Distribution spatiale de la densité du courant électrique J

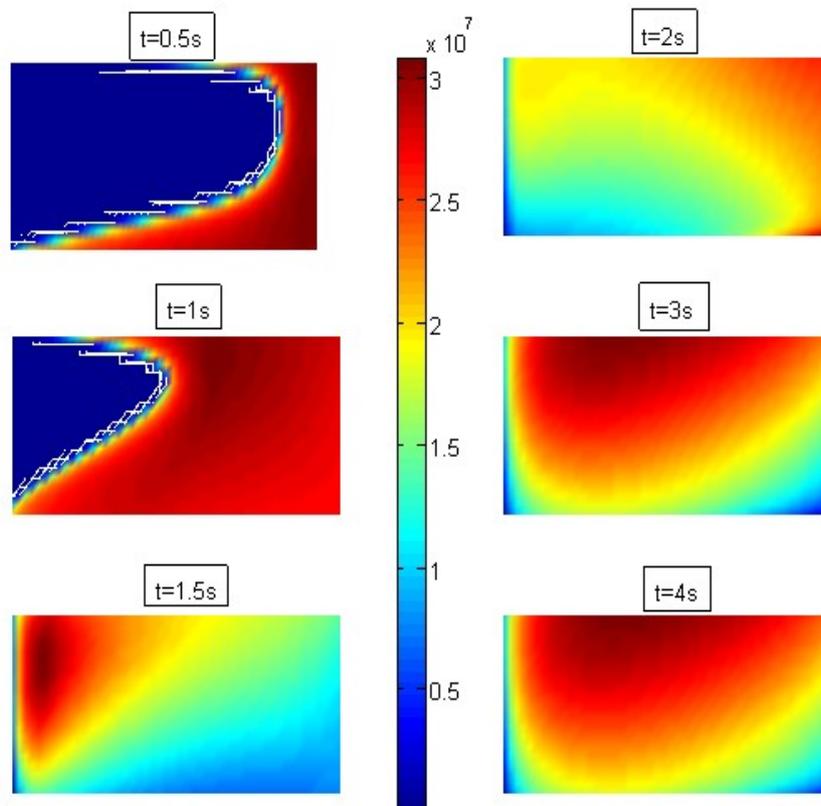


Fig. III.25.b : Distribution plane de la densité du courant électrique J

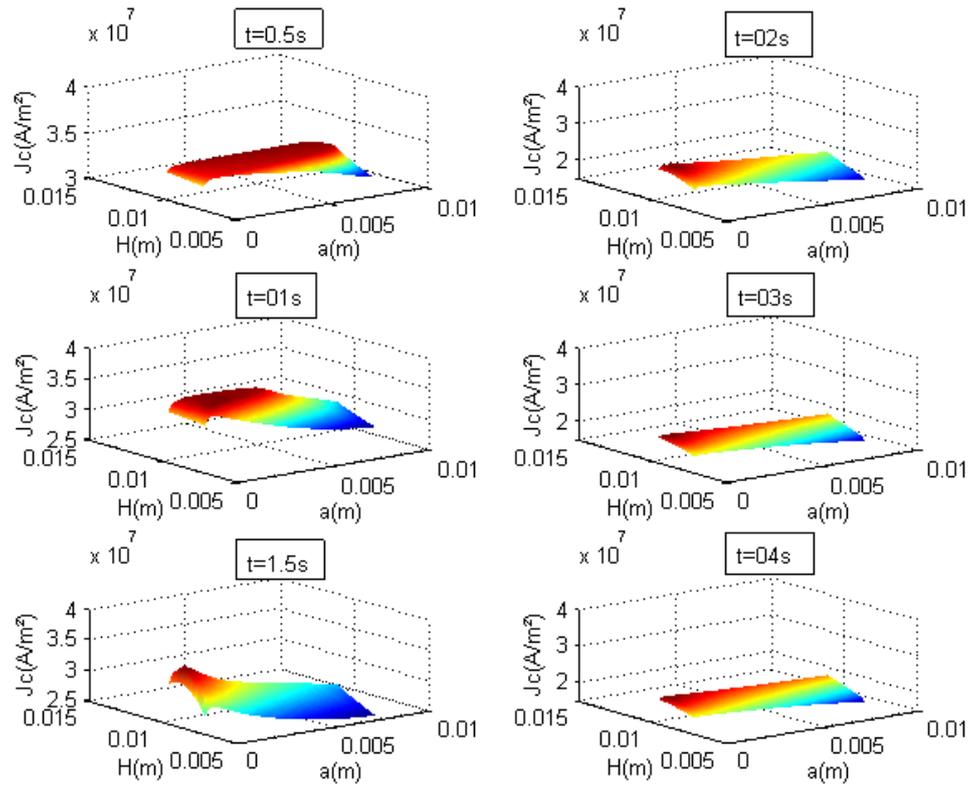


Fig. III.26.a : Distribution spatiale de la densité du courant critique J_c

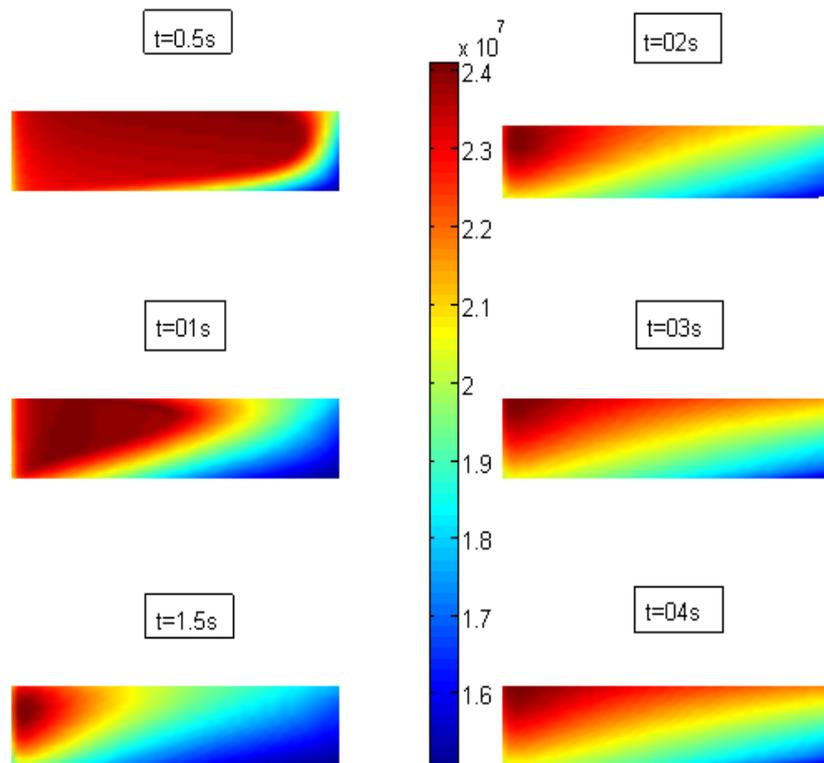


Fig. III.26.b : Distribution plane de la densité du courant critique J_c

De la même manière que dans le paragraphe III.3.b, pour voir l'effet de la densité du courant critique J_{c0} , on a trouvé que la force calculée la plus proche de celle de l'expérimentation est obtenue pour la valeur de $J_{c0}=3.5 \cdot 10^7 \text{A/m}^2$. On remarque que les distributions des différentes grandeurs sont cohérentes. On remarque qu'une augmentation de la densité J_{c0} de 7%, la force calculée augmente de 12%.

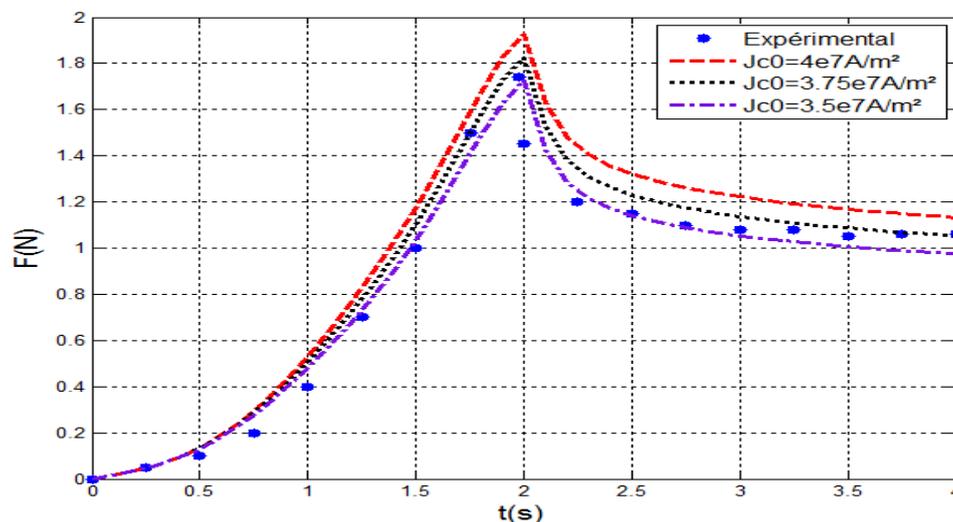


Fig. III.26 : Effet de densité de courant critique J_{c0} sur la force

Pour voir l'effet de la vitesse, on remarque qu'une augmentation de la vitesse du mouvement de 8%, la force calculée augmente de 40%. L'allure de la force de lévitation dans les deux paragraphes est presque la même, mais l'effet de la vitesse est plus important dans le deuxième cas (III.3.c). Cet effet est remarqué lorsque le supraconducteur s'approche de l'aimant.

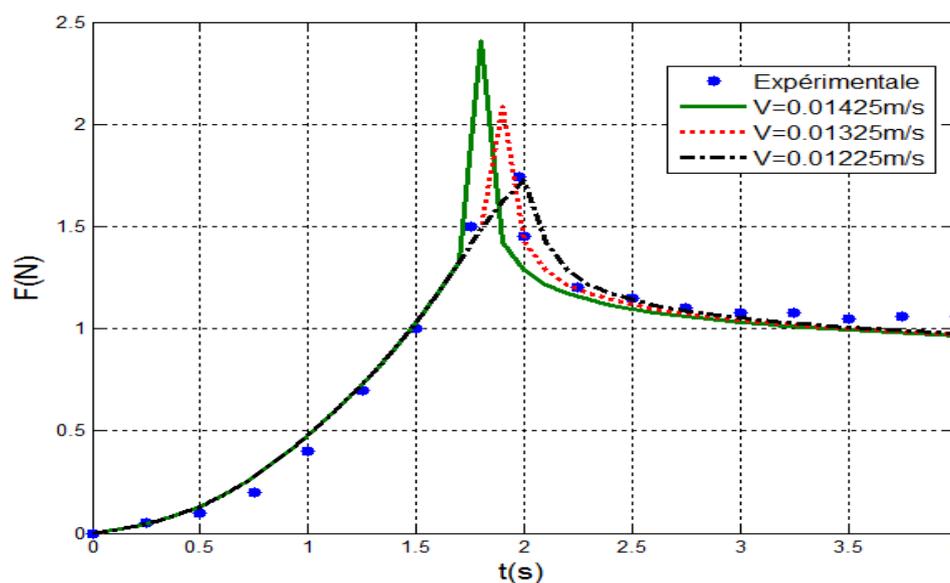


Fig. III.27 : Effet de la vitesse sur la force

Pour voir l'effet du rayon de la pastille supraconductrice, on remarque l'augmentation de la force calculée avec l'augmentation de rayon du supraconducteur (une augmentation du rayon de 8%, la force calculée augmente de 49%).

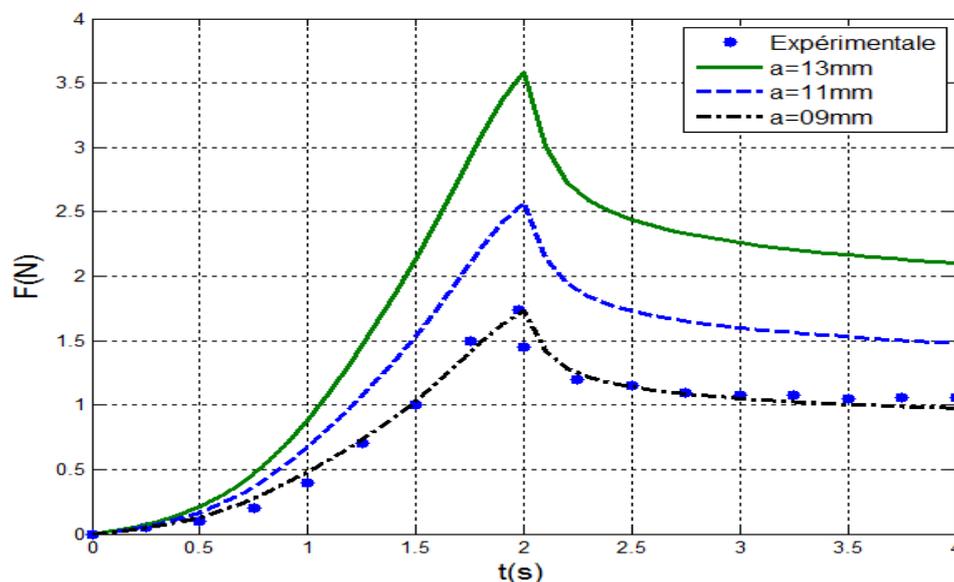


Fig. III.28 : Effet du rayon sur la force

Pour voir l'effet de l'épaisseur du supraconducteur, on voit une augmentation de la force calculée avec l'augmentation d'épaisseur du supraconducteur (une augmentation de l'épaisseur de 40% la force calculée augmente de 41%).

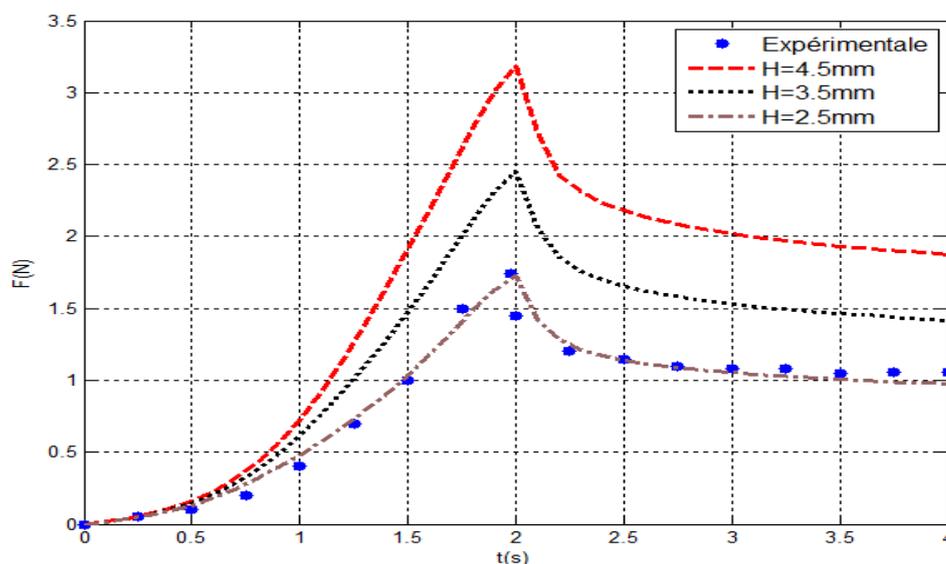


Fig. III.29 : Effet de l'épaisseur sur la force

Pour voir l'effet des différentes valeurs d'induction magnétique critique B_0 , on voit que la force augmente avec l'augmentation de l'induction magnétique critique B_0 (une

augmentation de l'induction magnétique critique B_0 de 28% la force calculée augmente de 9%).

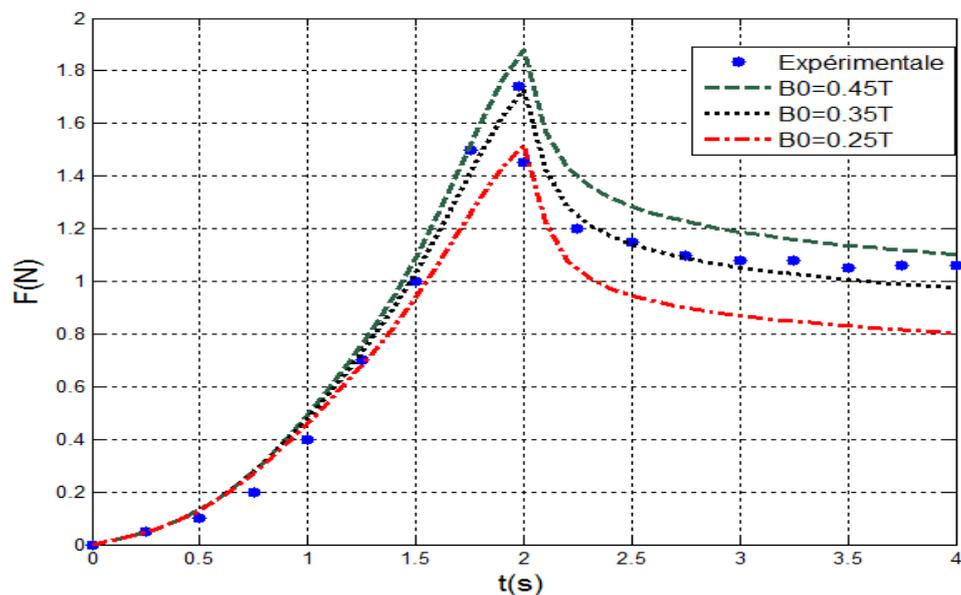


Fig. III.30 : Effet de B_0 sur la force

Pour voir l'effet des différentes valeurs de l'aimantation, on remarque que la force de lévitation augmente avec l'augmentation de l'aimantation (une augmentation de l'aimantation de 12%, la force calculée augmente de 14%).

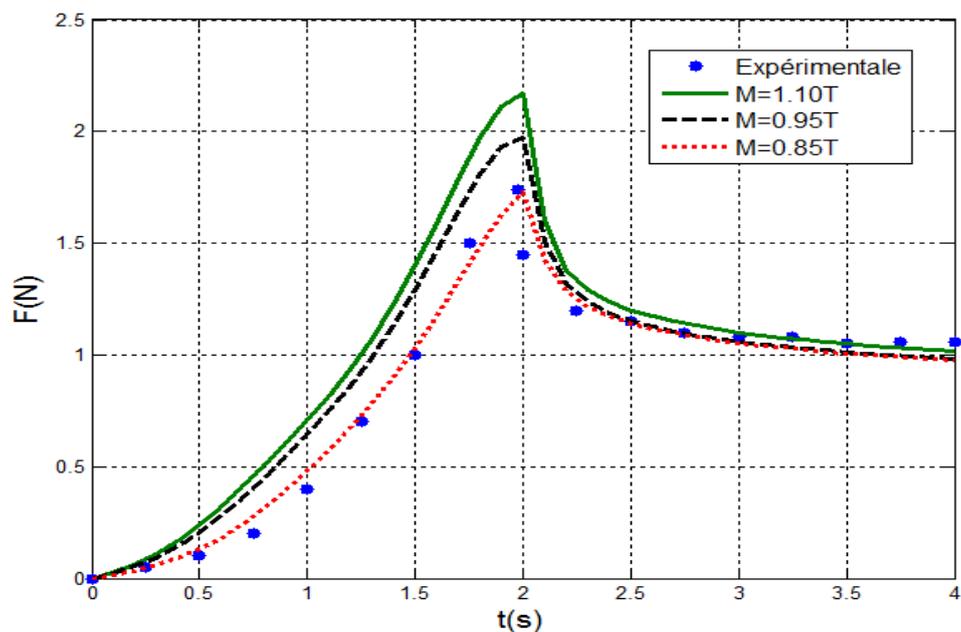


Fig. III.31 : Effet de l'aimantation sur la force

Tous ces effets sont à confronter avec l'expérimentation pour être validés.

III.4 Conclusion

Un code de calcul bidimensionnel à été développé en utilisant dans ce code premièrement la méthode analytique aux conditions limite approximatives, mais cette méthode ne donne pas un résultat acceptable (la pénétration des densités du courant est presque complètes dans tous instants et même au début, voir Fig. III.2 III.3 III.4). Pour cela, on a utilisé la méthode des volumes finis. On a fait deux études pour comparaison, dans la première, on a appliqué la méthode des volumes finis avec les conditions aux limites approximatives qui a donné un résultat acceptable et dans la deuxième, on a appliqué la méthode des volumes finis sans conditions limite approximatives en tenant compte de l'air. Les résultats sont meilleurs.

Conclusion générale

Ce présent travail est une étude de synthèse sur la supraconductivité comme phénomène physique, comme type de matériaux, et aussi comme un nouvel horizon qui s'ouvrent devant nous, nous permettant d'améliorer les performances des dispositifs déjà existant, et de créer des domaines d'application et d'études propres aux supraconducteurs.

Les domaines d'applications des supraconducteurs sont très variés, en électrotechnique les supraconducteurs s'imposent de plus en plus dans un grand nombre d'applications tel que : la production de champs intenses, les machines tournantes et les transformateurs, le stockage de l'énergie et la lévitation magnétique etc.

Ce travail est basé sur l'une des applications de supraconducteurs surtout celui à haute température critique qui sont les plus utiliser dans l'industrie, cette application est la lévitation magnétique entre les aimants permanents et les supraconducteurs. Ce travail a permis de mettre en évidence l'importance de phénomène de lévitations magnétiques dans les supraconducteurs à haute température critique.

Il est tout d'abord apparu que pour modéliser de manière réaliste le comportement des SHTc, on a utilisé une loi $\mathbf{E}-\mathbf{J}$ en utilisant le modèle de flux flow flux creep et le modèle de Kim qui considère la variation de la densité du courant critique \mathbf{J}_c en fonction de l'induction magnétique \mathbf{B} .

Dans ce travail les méthodes analytiques et numériques sont utilisées pour résoudre les équations aux dérivées partielles caractéristiques aux systèmes physiques traités, ces systèmes caractérisent l'étude des phénomènes électromagnétiques présents dans les matériaux supraconducteurs à haute température critique.

Un code de calcul a été élaboré pour résoudre les équations magnétodynamiques qui régissent le comportement de ces matériaux. Ce code nous permettrons de calculer la force d'interaction entre un supraconducteur et un aimant permanent.

La validité des résultats obtenus par ce code de calcul est atteinte par la confrontation aux résultats expérimentaux trouvés dans littérature [Uesaka et Al].

Les modèles mathématico-numériques développés ont été implémentés sous l'environnement MATLAB, ce dernier, présente de nombreux avantages, tels que le calcul matriciel, des fonctions simples à utiliser, etc. de plus, il permet de tracer dans l'espace ou suivant un chemin donné les divers grandeurs physiques calculées, tels que : le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} , l'induction magnétique totale \mathbf{B} le champ électrique \mathbf{E} , la force de lévitation F , etc.

La méthode analytique appliquée ne donne pas globalement un résultat, de ce raison on a utilisé la méthode des volumes finis (avec ces conditions aux limites appliqués à la méthode analytique et sans ces conditions aux limites approximatives). Dans le premier cas où nous avons appliqué les conditions aux limites approximatives, nous trouvons un résultat de la force calculée proche de l'expérimentation avec un résultat en général raisonnable, mais ce résultat signifie que ces conditions aux limites approximatives que nous utilisons ne sont pas exactes. La distribution de la densité du courant \mathbf{J} est raisonnable, mais avec une partie négative, aussi bien que pour le potentiel vecteur magnétique totale \mathbf{A}_s et pour le champ électrique \mathbf{E} qui l'image du potentiel vecteur magnétique total \mathbf{A}_s .

Dans le deuxième cas plus meilleure, nous avons utilisé la méthode des volumes finies en considérant l'air, dans ce cas la densité du courant \mathbf{J} n'a pas la partie négative, mais la pénétration est plus rapide et on voit une pénétration complète avant que le supraconducteur atteigne la distance minimale (voir Fig. III.25) et la force calculée est très proche de l'expérimentation (on peut dire qu'elle suit pratiquement l'expérimentale) par rapport à celle du premier cas (voir Fig. III.19, avec une densité de courant critique $J_{c0}=3.5 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$). Les résultats à caractère électromagnétique sont largement présentés. Les matériaux supraconducteurs assurent la lévitation dans les aimants avec une stabilité suivant l'axe vertical.

La force de lévitation entre l'aimant et la pastille supraconductrice est conditionnée par plusieurs paramètres géométriques et physiques à savoir la vitesse, l'induction magnétique critique B_0 , la densité de courant critique J_{c0} etc. D'après les résultats obtenus, on peut dire comme résumé que :

- 1° La force augmente avec l'augmentation du courant critique J_{c0} .
- 2° La force augmente avec l'augmentation de la vitesse de mouvement du supraconducteur.
- 3° La force augmente avec l'augmentation du rayon du supraconducteur.

Conclusion générale

4° La force augmente avec l'augmentation de l'épaisseur du supraconducteur.

5° la force augmente avec l'augmentation de l'induction magnétique critique B_0 .

6° la force augmente avec l'augmentation de l'aimantation M .

Références Bibliographiques

- [1] W. E. Schiesser, G. W. Griffiths « A COMPENDIUM OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION MODELS: Method of Lines Analysis with MATLAB» CAMBRIDGE university press, 2009.
- [2] **Charles P. Poole, Jr.** «**Handbook of Superconductivity**» Department of Physics and Institute of Superconductivity University of South Carolina, **ACADEMIC PRESS 2000.**
- [3] J. B. KETTERSON, S. N. SONG «**Superconductivity**» Northwestern University, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS ISBN 0-521-56562-6 1999.
- [4] **G. Sarra** «**Microstructure, texture and superconductive properties of High Temperature Superconducting “HTS” oxides: YBCO thin films and bulk NBCO and YBCO**» thesis doctor's, University of Metz and Northeastern University 2009.
- [5] S. Svetlomid «**MODELLING OF HIGH TEMPERATURE SUPERCONDUCTORS FOR AC POWER APPLICATIONS**» Thèse de Doctorat, FACULTÉ INFORMATIQUE ET COMMUNICATION, ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE 2002.
- [6] **A. El Hadj** «**Machine synchrone à plots supraconducteurs : Etude et réalisation** » Thèse de Doctorat, Faculté des sciences et de technologies, université HENRI POINCARÉ Nancy1 2006.
- [7] S. Zhou « **Electrodynamics of Solids and Microwave Superconductivity** » A Wiley-Interscience Publication 1999, JOHN WILEY & SONS, INC. ISBNs: 0-471-35440-6 (Hardback); 0-471-20646-6 (Electronic).
- [8] **B. Kévin** «**Etude des phénomènes couplés magnétothermiques dans les supraconducteurs à haute température**» Thèse Doctorat, FACULTE DES SCIENCES & TECHNIQUES, Université Henri Poincaré, Nancy I 2006.
- [9] **K. N. Abelin** « **Etude par des méthodes analytiques et numériques de la répartition des champs induits dans les supraconducteurs à haute température critique** » Thèse Doctorat, FACULTE DES SCIENCES & TECHNIQUES, Université Henri Poincaré, Nancy I 2009.

- [10] C. sylvain « **Etude de la matière de vortex dans $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ à l'aide de la résonance de plasma Josephson** » Thèse Doctorat, L'ECOLE POLYTECHNIQUE 2003.
- [11] U. Mitsuru, Y. Yoshikatsu, M. Kenzo « **Dynamic Magnetic Force Analysis in High-Tc Superconducting Levitation** » NII-Electronic Library Service, The Japan Society of Mechanical Engineers 1994.
- [12] P. Alexandre « **Isolation céramique pour câbles supraconducteurs en Nb_3Sn** » Thèse Doctorat, UNIVERSITE DE MONTPELLIER II, SCIENCES ET TECHNIQUE DU LANGUEDOC 2005.
- [13] F. Hélène « **Contribution à la conception des bobinages supraconducteurs de type dipolaire en Nb_3Sn pour les accélérateurs de particules** » Thèse Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Ecole Doctorale Informatique, Automatique, Electronique-Electrotechnique, Mathématique, Département de formation doctorale Electronique-Electrotechnique 2006.
- [14] B. Lahcène « **CONTRIBUTION A L'ETUDE DES PROPRIETES THERMIQUES ET HYDRODYNAMIQUES D'UN ECOULEMENT D'HELIUM NORMAL (He I) DIPHASIQUE EN CIRCULATION NATURELLE POUR LE REFROIDISSEMENT DES AIMANTS SUPRACONDUCTEURS** » Thèse Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Ecole Doctorale Energie Mécanique Matériaux Département de Formation Doctorale : Mécanique Energétique 2007.
- [15] D. Bruno « **Etude des pertes dans les supraconducteurs à haute température critique** » Thèse Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy-1, FACULTE DES SCIENCES, Département de Formation Doctorale " Electrotechnique et Electronique" Nancy 2001.
- [16] R. Abdelaziz « **Etude de l'aimantation irréversible, de la densité de courant critique et de la susceptibilité dans les nouveaux supraconducteurs** » Thèse Doctorat, UNIVERSITE IBN ZOHR, FACULTE DES SCIENCES D'AGADIR 2006.
- [17] C. Charles « **MODÉLISATION ET CARACTÉRISATION DES MATÉRIAUX MAGNÉTIQUES COMPOSITES DOUX UTILISÉS DANS LES MACHINES** »

Références Bibliographiques

- ÉLECTRIQUES** » Thèse Doctorat, DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET DE GÉNIE INFORMATIQUE FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE UNIVERSITÉ LAVAL QUÉBEC et l'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'ARTS ET MÉTIERS PARIS, France 2007.
- [18] G. Francesco « **NUMERICAL MODELLING OF HIGH TEMPERATURE SUPERCONDUCTING TAPES AND CABLES** » Thèse Doctorat, ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE, FACULTÉ INFORMATIQUE ET COMMUNICATIONS, Institut de systèmes de communication 2003.
- [19] C. Dominique « **properties of $la_{2-x}Sr_xCuO4$ under epitaxial strain: photoemission on ultra thin films grown by pulsed laser deposition** » Thèse Doctorat, ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE, FACULTÉ SCIENCES DE BASE, Institut de physique de la matière complexe 2005.
- [20] K. Noureddine « **Les Supraconducteurs, Modèles et Applications** » Mémoire de Magistère, Université de Batna, Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Département d'Electrotechnique 2007.
- [21] T. Catherine « **Mesures du Gradient Accélérateur Maximum dans des Cavités Supraconductrices en Régime Impulsionnel à 3GHz** » Thèse Doctorat, UNIVERSITE DE PARIS-SUD Centre d'Orsay 2000.
- [22] B. Chiara « **Dynamics of vortex fronts in type II superconductors** » Doctor aan de Universiteit Leiden 2005.
- [23] V. Alain « **Imagerie Magnéto Optique pour les matériaux supraconducteurs** » Thèse Doctorat, Université Joseph Fourier-Grenoble 2006.
- [24] D. H. N. Dias, E. S. Motta, G. G. Sotelo, R. Andrade, Jr., R. M. Stephan, L. Kuehn, O. Haas, L. Schultz « **Simulations and Tests of Superconducting Linear Bearings for a MAGLEV Prototype** » IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 19, NO. 3, JUNE 2009.
- [25] C. He, Y. Hou, L. Liu, Z. Gao « **Trapped Field and Related Properties in a Superconducting-Disk Magnetized by Pulse Field** » IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 14, NO. 4, DECEMBER 2004.

Références Bibliographiques

- [26] K. Iszabela « **MODELISATION DES SUPRACONDUCTEURS ET MESURES** »
Thèse Doctorat, INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE,
Ecole Doctorale ‘‘Electronique, Electrotechnique, Automatique,
Télécommunications, Signal’’ 2003.
- [27] M. ATIKA « **Modélisation des phénomènes électromagnétiques non linéaires par la méthode des volumes finis** » Mémoire Magistère, **UNIVERSITE DE BATNA, FACULTE DES SCIENCES DE L’INGENIEUR, DEPARTEMENT D’ELECTROTECHNIQUE** 2006.
- [28] P. Christophe « **Couches minces supraconductrices sous courant de transport : dissipation et application** » Thèse Doctorat, Université Grenoble I - Joseph Fourier 2004.
- [29] A. Hervé « **Etude des transferts thermiques en hélium superfluide dans les milieux poreux** » Thèse Doctorat, Université de Toulouse, Institut National de Toulouse, Spécialité Energétiques et transferts 2009.
- [30] B. Rozenn « **Dynamique des réseaux de vortex dans des films minces supraconducteurs à haute température critique en vue de l’optimisation d’un transformateur à flux de vortex** » Thèse de Doctorat, UNIVERSITE PARIS XI UFR SCIENTIFIQUE D’ORSAY 2006.
- [31] A. Mounir « **Analyse d’une antenne micro ruban à patch supraconducteur** » Mémoire Magistère, Université de Batna, Faculté Des Sciences de l’Ingénieur, Département d’Electronique 2007.
- [32] C. Yannick « **LIMITEUR SUPRACONDUCTEUR DE COURANT CONTINU** »
Thèse Doctorat INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, Ecole Doctorale Electronique Electrotechnique Automatique et Traitement du Signal 2007.
- [33] M. AZZOUZ « **Identification-Optimisation Paramétrique et Quantification des Pertes dans les Matériaux Ferromagnétiques Doux** » Mémoire Magistère, Université de Batna, Faculté des Sciences de l’Ingénieur, Département d’Electrotechnique 2006.
- [34] B. Boris « **CONTRIBUTIONS A L’ETUDE DES BOBINAGES SUPRACONDUCTEURS : LE PROJET DGA DU SMES HTS** »

- IMPULSIONNEL** » Thèse Doctorat, INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, Ecole Doctorale Electronique Electrotechnique Automatique Télécommunications Signal 2006.
- [35] B. MOUNA « **Etude structurale des interfaces d'une couche mince en YBaCu3O7- δ déposée sur différents substrats** » Mémoire Magistère, Université de Batna, 2005.
- [36] P. Anh Tuan « **DÉVELOPPEMENT DE FORMULATIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES ÉLÉMENTS FINIS 3D POUR LA MODÉLISATION DES DISPOSITIFS EN FRÉQUENCE ÉLEVÉE** » Thèse Doctorat, INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, Ecole Doctorale "Electronique, Electrotechnique, Automatique, Télécommunication et Signal" 2006.
- [37] M. Sjöström « **Hysteresis Modelling of High Temperature Superconductors** » Thesis Doctorate, ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE LAUSANNE, Swiss Federal Institute of Technology Lausanne 2001.
- [38] A.-C. Anca « **Propriétés de transport sous contrainte mécanique de rubans supraconducteurs** » Thèse Doctorat, Université Joseph Fourier Grenoble, Grenoble 2006.
- [39] B. Yamina « **Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques et Mécaniques Couplés par la Méthode des Volumes Finis (CVM)** » Mémoire Magistère, Université de Batna, Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Département de Génie Electrique, 2005.
- [40] B. Khaled « Etude de la Lévitiation Magnétique entre les Aimants permanents et les Supraconducteurs » Mémoire de Magistère, Université de Biskra, Faculté des Sciences et de la Technologie, Département d'Electrotechnique 2009.
- [41] H. Melika « **MODELISATION DE L'ACTION D'UN CHAMP ELECTROMAGNETIQUE VARIABLE SUR UN METAL LIQUIDE DISPOSE EN NAPPE PEU EPAISSE** » Thèse Doctorat, L'Institut National Polytechnique de Lorraine, ECOLE DOCTORALE "Informatique-Automatique-Electronique-Mathématiques" Département de Formation Doctorale "Electrotechnique-

- Electronique” Laboratoire “Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy” 2005.**
- [42] **K. NADJET « MODELISATION DE L’HYSTERESIS MAGNETIQUE EN VUE DE SON INTEGRATION DANS UN CODE DE CALCUL DE CHAMP ELECTROMAGNETIQUE »** Mémoire Magistère, UNIVERSITE DE BATNA, FACULTE DES SCIENCES DE L’INGENIEUR, DEPARTEMENT D’ELECTROTECHNIQUE, LABORATOIRE DE SYSTEMES DE PROPULSION-INDUCTION, ELECTROMAGNETIQUE LSP-IE BATNA 2006.
- [43] K. Mohamed Lotfi « **Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques dans les Structures à Géométries Complexes par Adaptation de la Méthode des Volumes Finis** » Mémoire Magistère, UNIVERSITE DE BATNA, FACULTE DES SCIENCES DE L’INGENIEUR, DEPARTEMENT D’ELECTROTECHNIQUE 2006.
- [44] T. P. Sheahen « **Introduction to High-Temperature Superconductivity** » Western Technology Incorporated Derwood, Maryland eBook ISBN: 0-306-47061-6, Print ISBN: 0-306-44793-2, 2002.
- [45] C. LEILA « **ETUDE DE L’HYSTÉRÉSIS MAGNÉTIQUE PAR LE MODÈLE DE PREISACH** » Mémoire Magistère, UNIVERSITÉ DE BATNA, FACULTÉ DES SCIENCES DE L’INGÉNIEUR, DÉPARTEMENT D’ÉLECTROTECHNIQUE 2006.
- [46] M. Laurence « **Micro-bolomètres supraconducteurs YBaCuO suspendus réalisés par micro-usinage du substrat de silicium** » Thèse Doctorat, Université de Caen, 2007.
- [47] B. Amel « **Modélisation —Identification paramétrique de l’hystérésis magnétique modèle de CHUA** » Mémoire Magistère, UNIVERSITÉ DE BATNA, FACULTÉ DES SCIENCES DE L’INGÉNIEUR, DÉPARTEMENT D’ÉLECTROTECHNIQUE 2006.
- [48] B. Jean-Luc « **Etude de cavités supraconductrices pour les accélérateurs de protons de forte puissance** » Thèse de Doctorat, Université de Paris-Sud U.F.R. Scientifique d’Orsay 2000.

- [49] S. MOHAMED « **IMAGERIE MAGNETO-OPTIQUE DU RETOURNEMENT DE L'AIMANTATION DANS DES COUCHES MINCES DE $\text{La}_{0,7} \text{Sr}_{0,3} \text{MnO}_3$** » Thèse de Doctorat, UNIVERSITE de CAEN / BASSE – NORMANDIE U.F.R. : SCIENCES CAEN, ECOLE DOCTORALE : SEP 2007.
- [50] K. Nagaya, S. Shuto « **Approximate Boundary Conditions in a Circular Conductor and Their Application to Nonlinear Vibration Analyses of High-Tc Superconducting Levitation System** » IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 32, NO. 3, MAY 1996.
- [51] M. Tsuchimoto, T. Honma « **Numerical Evaluation of Levitation Force of HTSC Flvwheel** » IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 4, NO. 4, DECEMBER 1994.
- [52] M. Tsuchimoto, T. Kojima, H. Takeuchi, T. Honma « **Numerical Analyses of Levitation Force and Flux Creep on High Tc Superconductor** » IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 29, NO. 6, NOVEMBER 1993.
- [53] K. Nagaya « **Analysis of a High TC Superconducting Levitation System with Vibration Isolation Control** » IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 32, NO. 2, MARCH 1996.
- [54] S. Stéphane « **Fabrication et étude de composants micro-ondes planaires supraconducteurs** » Mémoire de Maitrise, FACULTÉ DES SCIENCES, UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE, Département de physique, Sherbrooke, Québec, Canada, 2004.
- [55] M. Philippe « **Etude d'écrans supraconducteurs à haute température critique massifs. Application à la réalisation d'une machine électrique de conception originale** » Thèse Doctorat, l'Université Henri Poincaré, Nancy I en Génie Electrique 2002.
- [56] T. R. Orlando K. A. Delin « **Foundations of Applied Superconductivity** » Massachusetts Institute of Technology Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1991.

Références Bibliographiques

- [57] M. Laurence « **Micro-dispositifs en couches minces d'oxydes supraconducteurs ($\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$) et manganites ($\text{La}_{0,7}\text{Sr}_{0,3}\text{MnO}_3$)** » Mémoire de Diplôme d'Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Caen 2005.
- [58] C. Tristan « **Développement de conducteurs à base d' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-d}$ sur des substrats flexibles par MOCVD** » Thèse Doctorat, INSTITUT POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, 2008.

Résumé :

L'objectif principal de ce mémoire est le calcul de la force de lévitation dans les supraconducteurs à haute température critique (SHTc). Le mémoire est concentrée sur la modélisation des conducteurs **YBCO** à 77 K qui, pour le moment, ont la technologie pour la fabrication la plus avancée et seront principalement utilisés dans les premières applications de puissance des supraconducteurs à haute température. Une introduction à la supraconductivité à haute température est faite avec une attention particulière sur l'effet Meissner et le phénomène de lévitation. Les modèles de Kim, de flux creep et de flux flow ont été utilisés et considérés dans cette étude. La modélisation se fait par la méthode analytique et par la méthode numérique des volumes finis en basant sur les conditions aux limites appropriées.

Mots clés : *Méthode simplifiée (analytique), Méthode volume fini, Système de lévitation, Supraconducteur à Haute température critique, Modèle de Kim, Modèle de Flux flow-Flux creep.*

ملخص :

الهدف الرئيسي من هذه المذكرة هو حساب قوة الرفع المغناطيسية في النواقل الفائقة ذات درجة حرارة عالية (HSTc). المذكرة تركز على نمذجة النواقل YBCO عند درجة 77K، هذه النواقل التي تمتلك اللحظة أعلى التكنولوجيا المتقدمة صناعيا والتي استعملت خصوصا في التطبيقات الأولية ذات القوة العالية لنواقل فائقة ذات درجة حرارة عالية. نقدم بمقدمة عن النواقل الفائقة ودرجة حرارة عالية مع نبيه خاص على فعل ميسنر وظاهرة الرفع. أنموذج كيم و أنموذج تدفق flux flow flux creep كانا مستعملان ومعتبران في هذه الدراسة. النمذجة كانت بالطريقة التحليلية والطريقة الرقمية للأحجام المبسطة مركزين على الشروط الحدية المتغيرة.

كلمات مفتاحية:

طريقة مبسطة (تحليلية)، طريقة الحجم المبسط، نظام الرفع المغناطيسي، النواقل الفائقة ذات درجة حرارة عالية، أنموذج كيم، أنموذج التدفق flux flow flux creep.