

Modélisation du moteur synchrone à aimants permanents

I.1 Introduction

Les machines électriques sont, en général, modélisées par des équations non linéaires. Cette non linéarité est due aux inductances et coefficients des équations dynamiques qui dépendent de la position rotorique, donc du temps. Un changement de variable est souvent utilisé afin de diminuer la complexité de ce modèle dynamique, par la réduction du nombre de variables et l'élimination de la position du rotor dans les coefficients des équations différentielles. Dans ce cas, les conditions du régime permanent peuvent être déterminées beaucoup plus facilement et l'analyse de stabilité se fait plus aisément, ainsi que la synthèse de la commande [HCH 99].

I.2 Structure des machines synchrones triphasées

Les machines synchrones sont devenues compétitives vis-à-vis des machines asynchrones. Elles couvrent une très grande gamme de puissances, dans les systèmes d'entraînements, allant de quelques centaines de watts jusqu'à plus de 50MW [SMI 00].

A l'origine, les machines synchrones étaient essentiellement des alternateurs alimentés par un courant continu et qui produisaient plus de 99% de l'énergie électrique consommée dans le monde.

I.2.1 Le stator

Les machines synchrones triphasées, qu'elles soient à pôles saillants ou à pôles lisses, ont un stator composé de trois enroulements identiques, décalés de 120° électriques dans l'espace. Lorsqu'on alimente les enroulements statoriques par un système triphasé équilibré de tensions, il y a création d'un champ tournant le long de l'entrefer. La vitesse de rotation du champ tournant est proportionnelle au nombre de pôles de la machine et à la pulsation des courants statoriques [SMI 00]. On note :

ω : La pulsation des courants statoriques [rad/s].

p : Le nombre de paire de pôles de la machine.

Ω : La vitesse de rotation de la machine [rad/s].

Soit :

$$\Omega = \frac{\omega}{p} \quad (\text{I.1})$$

I.2.2 Le rotor

Le rotor de ces machines peut être à pôles lisses (figure 1.1.a), ou à pôles saillants (figure 1.1.b). Puisque l'entrefer est plus faible sur l'axe direct de la machine, alors l'inductance directe L_d dans la machine à pôles saillants, est plus grande que celle de l'axe indirect (quadratique) L_q .

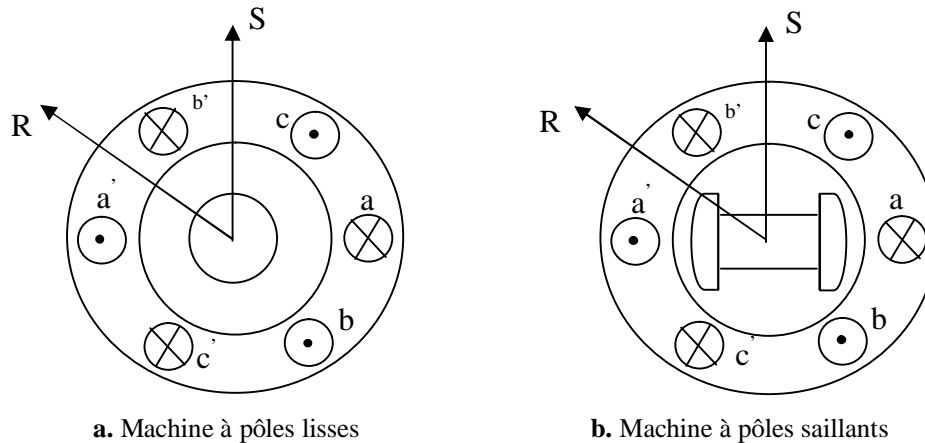


Figure 1.1: Formes simplifiées de la machine synchrone à inducteur bobiné.

Avec la possibilité de commutation naturelle, les applications industrielles de ces machines dans les systèmes d'entraînement se sont d'abord développées dans le domaine des fortes puissances (0.5 MW à 50 MW). Elles sont utilisées comme moteurs de compresseurs ou ventilateurs de très fortes puissances, ainsi que dans les systèmes de traction. On peut aussi rencontrer des applications de fortes puissances de ces machines avec les cycloconvertisseurs, dont l'intérêt essentiel de la machine est encore la possibilité d'utiliser la commutation naturelle [HCH 99].

Le moteur synchrone à aimants permanents (MSAP) présente un stator semblable au stator de toutes les machines électriques triphasées. Le changement du bobinage rotorique par des aimants permanents apporte beaucoup de simplicité comme l'élimination des ballais (donc les pertes rotoriques). Cependant, le flux rotorique n'est plus commandable.

Le développement des matériaux magnétiques permet aux MSAP d'être de plus en plus utilisées dans différents domaines de l'industrie. La densité de puissance massique élevée, le rendement élevé, l'augmentation de la constante thermique et l'augmentation de la fiabilité (due à l'absence des contacts glissants bagues- ballais de ces machines) leurs permettent de concurrencer fortement les machines asynchrones et à courant continu.

Le rotor possède différentes configurations [BUH 97], [LAA 01]. La figure 1.2 montre trois cas typiques pour un rotor à quatre pôles.

- Une configuration du rotor à pôles saillants possédant des pièces polaires servant à la concentration du flux est montrée à la figure 1.2.a. Les aimants permanents sont magnétisés dans le sens radial.
- Une autre possibilité consiste à disposer les aimants permanents radialement (aimants noyés dans le rotor). Les aimants sont magnétisés tangentiellement comme le montre la figure 1.2.b.
- Enfin la figure 1.2.c représente le cas où les aimants permanents sont distribués uniformément sur la surface cylindrique du rotor. L'aimantation des aimants est radiale.

A cause de l'isotropie existante dans ce cas de machine, l'inductance L_d sur l'axe direct est égale à l'inductance L_q sur l'axe en quadrature. Par contre, elles sont différentes dans les autres cas.

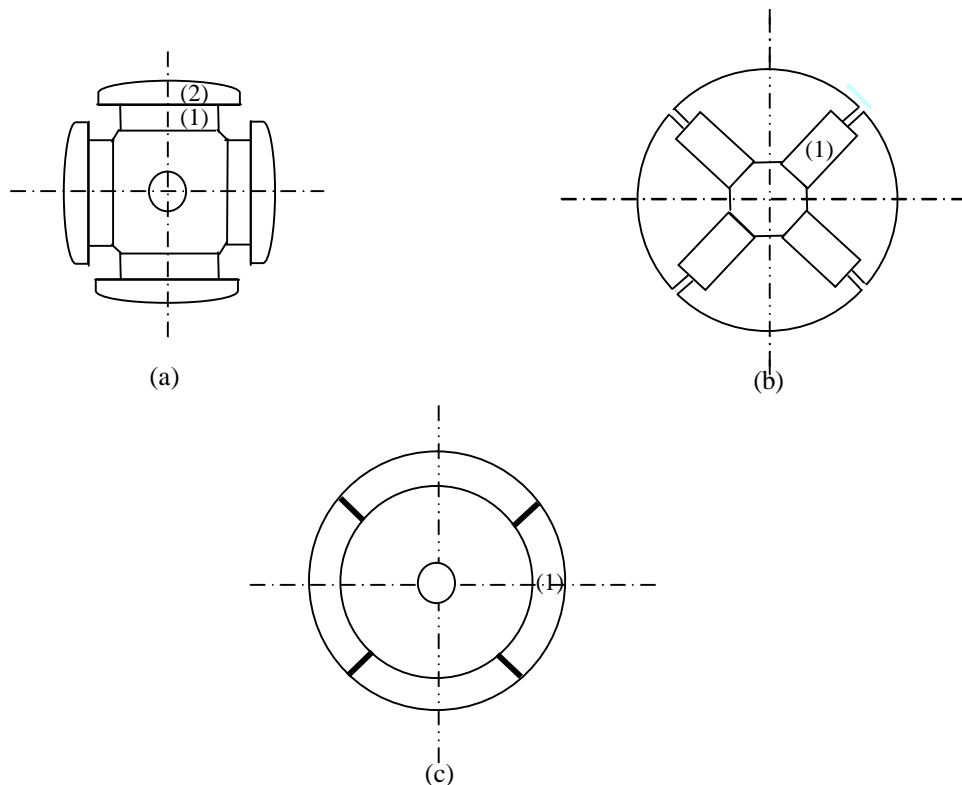


Figure 1.2: Différents types de rotors d'une MSAP.

- (a) aimants permanents (1) et pièce polaire saillante (2).
- (b) aimants permanents (1) noyés.
- (c) aimants permanents (1) distribués sur la surface du rotor.

I.3 Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents

La mise sous forme d'un modèle mathématique d'une MSAP est nécessaire pour l'étude de sa commande dans les différents régimes de fonctionnements transitoire et permanent.

Avant d'établir le modèle mathématique nous devons nous imposer quelques hypothèses :

- le circuit magnétique de la machine n'est pas saturé,
- les f.e.m sont à répartition sinusoïdale,
- l'effet de la température sur les résistances est négligeable,
- l'hystérésis et les courants de Foucault sont négligeables,
- l'effet de peau qui augmente les résistances et réduit les inductances est négligeable,
- l'entrefer est d'épaisseur uniforme.

I.3.1 Mise en équation de la MSAP

La figure 1.3 donne la représentation des enroulements pour une machine synchrone triphasée à aimants permanents.

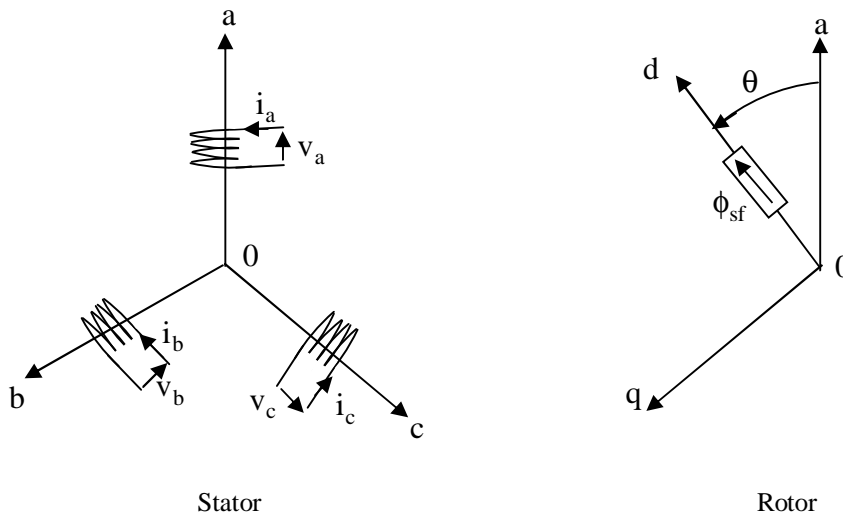


Figure 1.3: Représentation d'une machine synchrone à aimants permanents.

A partir de la figure 1.3, nous écrivons les équations de la machine synchrone dans le repère fixe au stator, en notation matricielle :

- Expression des tensions statoriques

$$[v_s] = [R_s] \cdot [i_s] + \frac{d}{dt} [\phi_s] \quad (I.2)$$

o Expression des flux statoriques

$$[\phi_s] = [L_{ss}] \cdot [i_s] + [\phi_{sf}] \quad (I.3)$$

où :

$$[v_s] = [v_a \quad v_b \quad v_c]^T \quad : \text{Vecteur tensions statoriques}$$

$$[i_s] = [i_a \quad i_b \quad i_c]^T \quad : \text{Vecteur courants statoriques}$$

$$[\phi_s] = [\phi_a \quad \phi_b \quad \phi_c]^T \quad : \text{Vecteur flux statoriques}$$

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \quad : \text{Matrice résistance du stator}$$

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ab} & L_b & M_{bc} \\ M_{ac} & M_{bc} & L_c \end{bmatrix} \quad : \text{Matrice inductance du stator}$$

$$[\phi_{sf}] = [\phi_{af} \quad \phi_{bf} \quad \phi_{cf}]^T \quad : \text{Vecteur flux créé par l'aimant à travers l'enroulement statorique.}$$

L'étude analytique du comportement des équations (I.2) et (I.3) est relativement laborieuse, vu le grand nombre de coefficients variables. On utilise alors des transformations mathématiques qui permettent de décrire le comportement du moteur à l'aide d'équations différentielles à coefficients constants. L'une de ces transformations est la transformation de *Park*.

I.3.2 Application de la transformation de *Park*

La transformation de *Park* est souvent appelée transformation à deux axes. Physiquement, l'application de cette transformation à la MSAP correspond à une transformation des trois bobines (statoriques) à deux bobines équivalentes reprenant les mêmes considérations ou aspects en termes de f.m.m, de flux, de couple ou du moins une image qui leur sera parfaitement proportionnelle [SMI 00],[CAR 95].

On définit une matrice unique de transformation pour les courants, les tensions et les flux. Elle conserve l'invariance de la puissance et est orthogonale. De plus, on fait l'hypothèse que toutes les grandeurs homopolaires sont nulles. La transformation qui traduit ce passage du système triphasé (a, b, c) au système biphasé (d,q) est donnée par :

$$\begin{aligned}
 [V_{dq0}] &= [T][v_{abc}] \\
 [I_{dq0}] &= [T][i_{abc}] \\
 [\phi_{dq0}] &= [T][\phi_{abc}]
 \end{aligned}
 \tag{I.4}$$

tel que :

$[T]$: est la matrice de *Park* normalisée, définie par :

$$[T] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 4\pi/3) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta - 4\pi/3) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}
 \tag{I.5}$$

I.3.2.1 Modèle de la machine synchrone à aimants permanents dans le repère lié au rotor

La figure 1.4 illustre la schématisation d'une machine synchrone à aimants permanents, biphasée, équivalente, issue de la transformation de *Park* [SMI 00].

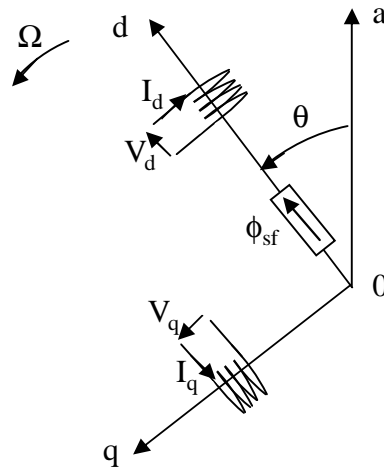


Figure1.4: Schéma équivalent de la MSAP dans le repère (d,q).

En reportant les transformations dans les expressions des flux et tensions, on obtient :

- Expressions des tensions

$$\begin{cases} V_d = R_s \cdot I_d + \dot{\phi}_d - \omega \cdot \phi_q \\ V_q = R_s \cdot I_q + \dot{\phi}_q + \omega \cdot \phi_d \end{cases}
 \tag{I.6}$$

- Expressions des flux

$$\begin{cases} \phi_d = L_d \cdot I_d + \phi_{sf} \\ \phi_q = L_q \cdot I_q \end{cases} \quad (I.7)$$

ϕ_{sf} : flux total dû aux aimants et qui se ferme sur le stator.

Le couple électromagnétique dans le référentiel (d,q) est donné par l'expression suivante:

$$C_e = p \cdot [(L_d - L_q)I_d \cdot I_q + \Phi_{sf} \cdot I_q] \quad (I.8)$$

- Equation mécanique :

$$J \cdot \frac{d\Omega}{dt} + f \cdot \Omega = C_e - C_r \quad (I.9)$$

J : Moment d'inertie de la partie tournante (kg.m²).

f : Coefficient de frottement visqueux (N.m.s/rad).

C_r : Couple résistant (N.m).

Ω : Vitesse mécanique (rad/s).

I.3.2.2 Représentation d'état

En combinant les expressions (I.6) et (I.7), on aboutit à la représentation sous la forme d'équations d'état suivante :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \frac{\omega \cdot L_q}{L_d} \\ -\frac{\omega \cdot L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_d}{L_d} \\ \frac{V_q - \omega \cdot \phi_{sf}}{L_q} \end{bmatrix} \quad (I.10)$$

A partir de (I.8), (I.9) et (I.10), le modèle de le MSAP dans le repère de *Park* peut être schématisé par la figure 1.5.

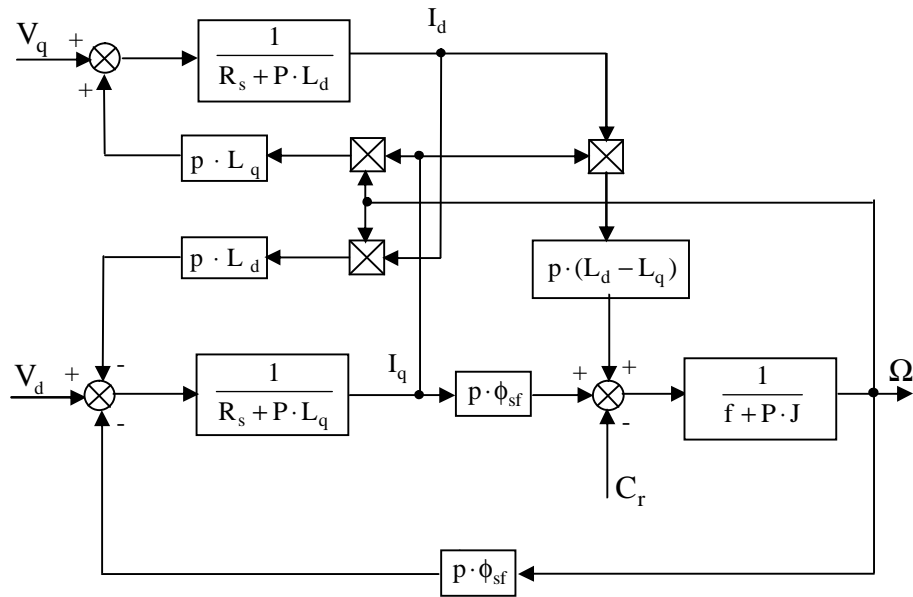


Figure 1.5: Le modèle de la machine dans le repère de Park.

I.4 Modélisation de l'onduleur de tension

Pour un onduleur triphasé, les commandes des interrupteurs d'un bras sont complémentaires. Pour chaque bras, il y a donc deux états indépendants. Ces deux états peuvent être considérés comme une grandeur booléenne [11].

- $S_{a,b,c} = 1$: Interrupteur du demi-bras haut (a, b ou c) fermé.
- $S_{a,b,c} = 0$: Interrupteur du demi-bras bas (a, b ou c) fermé.

La figure I.6 montre le schéma d'un onduleur triphasé avec sa charge [HAD 02] :

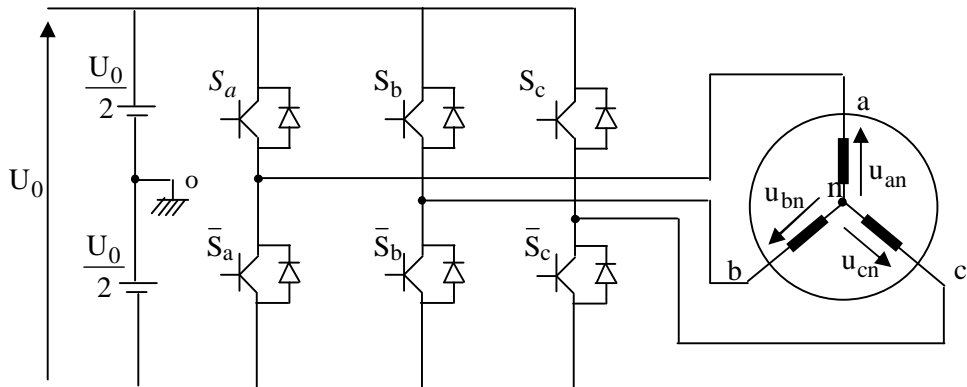


Figure 1.6: Schéma d'un onduleur de tension triphasé avec sa charge

Pour simplifier l'étude, on supposera que :

- § la commutation des interrupteurs est instantanée ;
- § la chute de tension aux bornes des interrupteurs est négligeable ;
- § la charge triphasée est équilibrée, couplée en étoile avec neutre isolé.

Pour les tensions composées u_{ab} , u_{bc} et u_{ca} , on a :

$$\begin{cases} u_{ab} = u_{ao} + u_{ob} = u_{ao} - u_{bo} \\ u_{bc} = u_{bo} + u_{oc} = u_{bo} - u_{co} \\ u_{ca} = u_{co} + u_{oa} = u_{co} - u_{ao} \end{cases} \quad (\text{I.11})$$

u_{ao} , u_{bo} et u_{co} peuvent être considérées comme des tensions d'entrée à l'onduleur (tensions continues).

Soit " n " l'indice du point neutre du coté alternatif. On a:

$$\begin{cases} u_{ao} = u_{an} + u_{no} \\ u_{bo} = u_{bn} + u_{no} \\ u_{co} = u_{cn} + u_{no} \end{cases} \quad (\text{I.12})$$

u_{an} , u_{bn} et u_{cn} sont les tensions simples de la machine et u_{no} est la tension fictive entre le neutre de la MAS et le point fictif d'indice "o".

Sachant que la charge est équilibrée et le neutre isolé alors:

$$u_{an} + u_{bn} + u_{cn} = 0 \quad (\text{I.13})$$

La substitution de (I.13) dans (I.12) aboutit à:

$$u_{no} = \frac{1}{3} \cdot (u_{ao} + u_{bo} + u_{co}) \quad (\text{I.14})$$

En remplaçant (I.14) dans (I.12), on obtient:

$$\begin{cases} u_{an} = \frac{2}{3}u_{ao} - \frac{1}{3}u_{bo} - \frac{1}{3}u_{co} \\ u_{bn} = -\frac{1}{3}u_{ao} + \frac{2}{3}u_{bo} - \frac{1}{3}u_{co} \\ u_{cn} = -\frac{1}{3}u_{ao} - \frac{1}{3}u_{bo} + \frac{2}{3}u_{co} \end{cases} \quad (\text{I.15})$$

alors:

$$\begin{cases} u_{an} = \frac{U_o}{3}(2S_a - S_b - S_c) \\ u_{bn} = \frac{U_o}{3}(-S_a + 2S_b - S_c) \\ u_{cn} = \frac{U_o}{3}(-S_a - S_b + 2S_c) \end{cases} \quad (\text{I.16})$$

Comme on peut le voir, les combinaisons $(S_a S_b S_c) = (111)$ et $(0\ 0\ 0)$ correspondent au vecteur nul. La figure 1.7 montre les six vecteurs non nuls qui peuvent être créés par un onduleur triphasé.

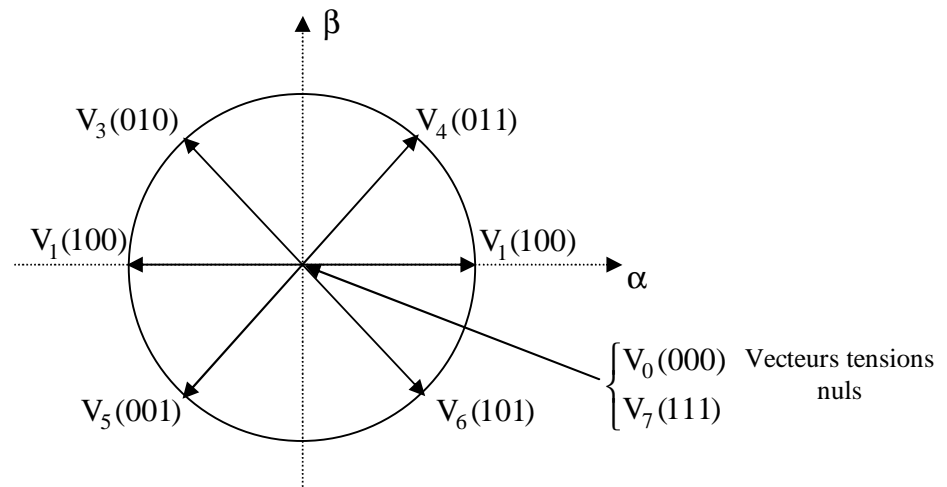


Figure 1.7 Vecteurs de tension créés par l'onduleur de tension dans (α, β) .

I.5 Commande de l'onduleur de tension à *MLI* naturelle (sinus-triangle)

La technique de la *MLI* naturelle repose sur la comparaison entre deux signaux :

- § le premier, qui est appelé signal de référence (Modulatrice) représente l'image de la sinusoïde qu'on désire à la sortie de l'onduleur. Ce signal est modulable en amplitude et en fréquence;
- § le second, qui est appelé signal de la porteuse (Triangulaire), définit la cadence de la commutation des interrupteurs statiques de l'onduleur. C'est un signal de hautes fréquences (HF) par rapport au signal de référence.

L'onde en impulsion est meilleure que l'onde rectangulaire si [KHE 01] :

$$f_{\text{porteuse}} > 20. f_{\text{référence}} \quad (\text{I.17})$$

Les figure 1.8 représente deux signaux à *MLI* générés par la comparaison de deux signaux de la porteuse en triangle ayant deux fréquences différentes 1kHz (figure 1.8.a) et 2kHz (figure 1.8.b), avec le même signal de référence sinusoïdal.

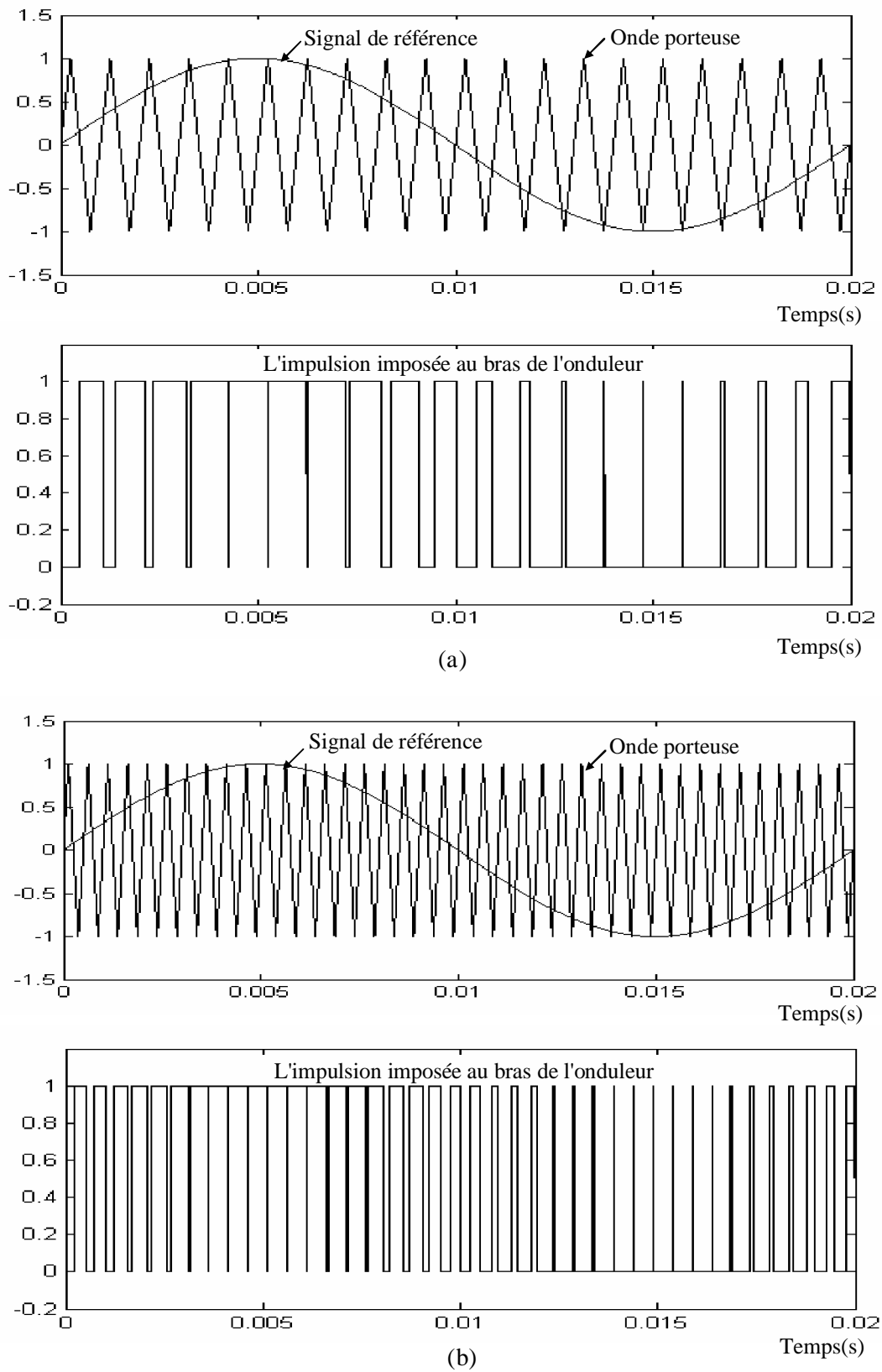


Figure 1.8 Génération d'une *MLI* naturelle pour un signal de la porteuse de 1 kHz (a) et de 2kHz (b).

La modulation sinus-triangle présente l'inconvénient de générer des impulsions dissymétriques par rapport à une période de la porteuse. Ainsi, les instants de commutation ne peuvent être exprimés sous forme analytique simple; ce qui rend délicate sa mise en œuvre dans les applications numériques [GRE 00].

L'avantage majeur de la technique de modulation sinus-triangle naturelle est de réduire la pollution (élimination d'harmoniques non désirés) ou de minimiser les oscillations sur la vitesse, le couple et les courants; ce qui permettra de réduire la pollution en harmoniques dans le réseau électrique avec minimisation des pertes dans le système et donc amélioration du rendement.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents dans le référentiel de *Park* lié au rotor. Dans ce référentiel, les équations électromagnétiques de la MSAP ont considérablement simplifiés et nous permettent d'aborder aisément à la commande vectorielle pour l'asservissement de la vitesse ou de la position.

On a également présenté la modélisation de l'onduleur de tension et de sa commande à *MLI* sinus triangle.