
CHAPITRE II : CALCUL DE L'ÉCOULEMENT

EXTERIEUR

II-1)INTRODUCTION :

Dans le but d'avoir une bonne compréhension de l'écoulement autour des obstacles tridimensionnels, nous étudions dans ce chapitre l'écoulement externe autour d'un ellipsoïde aplati de rapport d'axes (6 / 3 /1), En incidence par rapport à l'écoulement à l'infini en amont.

Notre étude porte sur l'écoulement autour d'une ellipsoïde à cause de sa forme tridimensionnelle, il est un support d'étude intéressant en aérodynamique et également en méthode de calcul de plus l'ellipsoïde possède une forme typique pour les engins de navigation sous-marine ainsi que pour les engins volants.

L'ellipsoïde est un modèle très fréquent dans les mesures expérimentales ce qui permet non seulement d'avoir des simplifications de calcul de ces propres paramètres relie à sa géométrie, mais aussi de pouvoir comparer avec des résultats expérimentaux précédentes.

Dans ce chapitre l'écoulement potentiel est traité entièrement à cause de sa présence à la frontière de la couche limite. On présentera le calcul de différents paramètres reliés à l'écoulement potentiel.

II-2)-DETERMINATION DU REPERE (s, z, n) :

Pour l'étude des écoulements autour des corps fuselés, le système de coordonnées cartésiennes est peu pratique, il se conforme mal à la forme des obstacle de forme plus générale. C'est pour quoi nous adaptons un système de coordonnées qui conforme mieux aux données géométriques de l'obstacle et que soit tri-orthogonal.

Nous choisissons comme système de coordonnées le système(s, z, n) présenté par **Hayes**[22] et utilisé dans la théorie des écoulements stationnaire à trois dimensions ayant comme directions de coordonnées les lignes de courant de l'écoulement

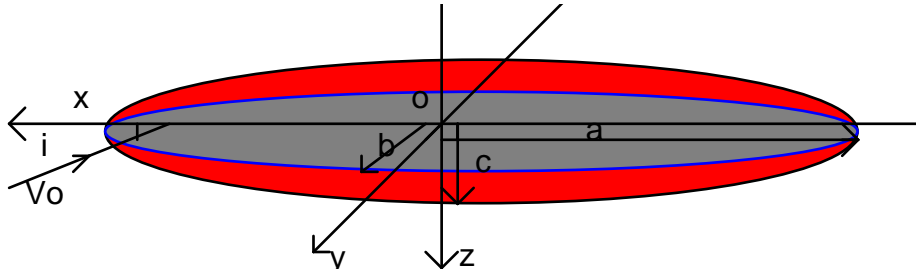
potentiel, les lignes équipotentielles et les normales à la surfaces de l'obstacle considéré[17].

Pour calculer les quantités relatives à l'écoulement potentiel et à la couche limite dans le repère $(\mathbf{s}, \mathbf{z}, \mathbf{n})$ il est primordial de connaître ces coordonnées par rapport à l'ellipsoïde. Ces points sont situés aux intersections des lignes de courant et des lignes équipotentielles.

II-3) LIGNES EQUIPOTENTIELLES :

Le potentiel en un point (x, y, z) en coordonnées cartésiennes pour un ellipsoïde en incidence \mathbf{i} par rapport à l'écoulement à l'infini en amont est donné à partir des expressions défini par **Maruhn [20]** suivante :

$$\phi = -(V_{ax}.A.x + V_{oy}.B.y + V_{oz}.C.z) \quad (\text{II-1})$$



où: i : angle d'incidence

$$V_0 = (V_{0x}\vec{i}, V_{0y}\vec{j}, V_{0z}\vec{k}) = (q_\infty \cdot \cos i \cdot \vec{i}, 0\vec{j}, q_\infty \cdot \sin i \cdot \vec{k})$$

avec: $|V_0| = q_\infty$

\vec{V}_0 étant parallèle au plan \mathbf{xoz} , alors :

$$\phi = -q_\infty (A \cdot \cos i \cdot x + C \cdot \sin i \cdot z)$$

A, B et C sont des constantes qui dépendent de la forme géométrique de l'ellipsoïde.

$$A = \frac{2}{2 - \alpha_0} \quad \text{où} \quad \alpha_0 = a \cdot b \cdot c \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2 + \lambda)^3 + (b^2 + \lambda) + (c^2 + \lambda)}}$$

$$B = \frac{2}{2 - \beta_0} \quad \text{où} \quad \beta_0 = a \cdot b \cdot c \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2 + \lambda) + (b^2 + \lambda)^3 + (c^2 + \lambda)}}$$

$$C = \frac{2}{2 - \gamma_0} \quad \text{où} \quad \gamma_0 = a \cdot b \cdot c \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2 + \lambda) + (b^2 + \lambda) + (c^2 + \lambda)^3}}$$

L'équation de l'ellipsoïde est :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (\text{II-2})$$

La normale à la surface de l'ellipsoïde est :

$$\vec{F}\left(\frac{2x}{a^2}, \frac{2y}{b^2}, \frac{2z}{c^2}\right)$$

La normale au plan équipotentiel est :

$$G(\alpha, \beta, \gamma) = G(-q_\infty A \cos i, 0, -q_\infty C \sin i)$$

Le vecteur tangent aux lignes équipotentielles et à la surface de l'ellipsoïde est :

$$\begin{aligned} \vec{V} = \vec{F} \wedge \vec{G} &= \vec{V}\left(\frac{2y}{b^2}\gamma - \frac{2z}{c^2}\beta, -\frac{2x}{a^2}\gamma + \frac{2z}{c^2}\alpha, \frac{2x}{a^2}\beta - \frac{2y}{b^2}\alpha\right) \\ &= V_1 \vec{i} + V_2 \vec{j} + V_3 \vec{k} \end{aligned}$$

Pour $\beta = 0$ les lignes équipotentielles sont exprimés comme suit :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{A \cos i \cdot \frac{\bar{z}}{c} - C \sin i \cdot \frac{\bar{x}}{a}}{C \sin i \cdot \frac{\bar{y}}{b}}$$

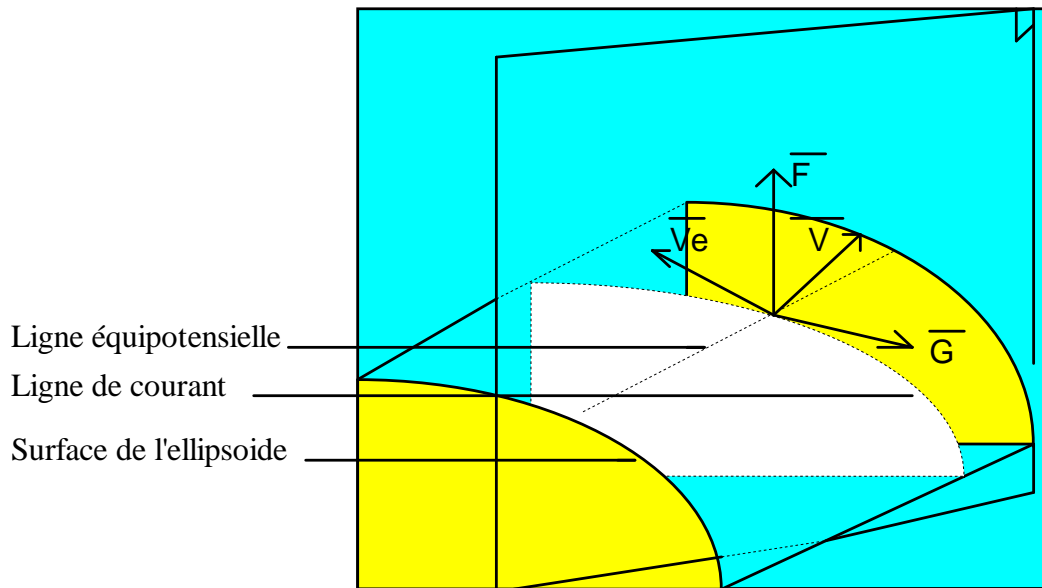
$$\frac{dz}{dx} = \frac{V_3}{V_1} = \frac{A \cos i \cdot \frac{\bar{y}}{b}}{-C \sin i \cdot \frac{\bar{y}}{b}}$$

$$\text{avec: } \bar{x} = \frac{x}{a}, \quad \bar{y} = \frac{y}{b}, \quad \bar{z} = \frac{z}{c}$$

Donc les équation des lignes équipotentielles sont :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{A \cot g i \cdot \frac{\bar{z}}{c} - \frac{\bar{x}}{a}}{\frac{\bar{y}}{b}} \quad (\text{II-3})$$

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{A}{C} \cot g i$$



II-4) LIGNES DE COURANT :

Les lignes de courant sont les courbes normales aux lignes équipotentielles;

et à \vec{V} et à \vec{F} le vecteur tangentiel à ces lignes est \vec{V}_e :

$$\vec{V}_e = \vec{F} \wedge \vec{V} = (\vec{V}_{e1}, \vec{V}_{e2}, \vec{V}_{e3})$$

Les équations de projections des lignes de courant dans les plans (xoy) et (xoz) sont données par:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{V_{e3}}{V_{e1}} = \frac{\frac{b^2}{ac} \cdot \bar{x}\bar{z} - \frac{\gamma}{\alpha} \frac{b^2}{a^2} \bar{x}^2 - \frac{\gamma}{\alpha} \bar{y}^2}{\frac{\gamma}{\alpha} \frac{b^2}{ac} \cdot \bar{x}\bar{z} - \frac{b^2}{c^2} \cdot \bar{z}^2 - \bar{y}^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{V_{e2}}{V_{e1}} = \frac{\frac{b}{a} \bar{y} \cdot \bar{x} + \frac{\gamma}{\alpha} \frac{b}{c} \bar{y} \cdot \bar{z}}{\frac{\gamma}{\alpha} \cdot \frac{b^2}{ac} \bar{x} \cdot \bar{z} - \frac{b^2}{c^2} \cdot \bar{z}^2 - \bar{y}^2}$$

étant donnée l'équation du plan équipotentiel ($\beta=0$)

Dans le cas où l'équation du plan équipotentiel est:

$$\phi = -q_{\infty}(A \cos ix + C \sin iz)$$

on obtient:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{-\frac{b^2}{ac} \cdot \bar{x} \cdot \bar{z} + \frac{C}{A} \cdot \text{tgi} \left(\frac{b^2}{a^2} \bar{x}^2 + \bar{y}^2 \right)}{-\frac{C}{A} \cdot \text{tgi} \frac{b^2}{ac} \cdot \bar{x} \cdot \bar{z} + \frac{b^2}{c^2} \cdot \bar{z}^2 + \bar{y}^2} \quad (\text{II-4})$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\frac{b}{a} \frac{\bar{y}}{\bar{x}} - \frac{C}{A} \text{tgi} \frac{b}{c} \frac{\bar{y}}{\bar{z}}}{-\frac{C}{A} \text{tgi} \frac{b^2}{ac} \bar{x} \bar{z} + \frac{b^2}{c^2} \cdot \bar{z}^2 + \bar{y}^2}$$

L'intégration numérique de ces trois systèmes d'équations, (l'équation de l'ellipsoïde, les équations des lignes de courant et celles des lignes équipotentiels), nous a permis de calculer les coordonnées $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ du repère curviligne (s, z, n) et obtenir un maillage couvrant la surface de l'ellipsoïde.

Étant donnée la symétrie de l'écoulement par rapport au plan (xoz) nous présentons la moitié de ce maillage en figures (1 et 2) pour l'extrados et pour l'intrados.

II-5) DETERMINATION DE L'ÉCOULEMENT POTENTIEL :

Dans l'écoulement potentiel, nous nous intéressons aux paramètres figurant dans les expressions de calcul de la couche limite, la vitesse $U_e(s,z)$ à la frontière de la couche limite, et les coefficients métriques e_1, e_2 , et les gradients relatifs $\frac{1}{e_1} \cdot \frac{\partial e_1}{\partial S}$, $\frac{1}{e_2} \cdot \frac{\partial e_2}{\partial S}$ qui sont des coefficients nécessaires dans la résolution des équations de la couche limite.

II-5.1) VITESSE RÉDUITE :

Pour adimensionner U_e à U_∞ on utilise le rapport $U = \frac{U_e}{U_\infty}$.

U : est appelé vitesse réduite

Maruhn [20] a montré que :

$$U^2 = \left(\frac{U_e}{U_\infty} \right)^2 = 1 - \frac{p - p_\infty}{q}$$

dont p et q sont respectivement les pressions statique et dynamique de l'écoulement potentiel.

selon [20] soit :

$$U^2 = K^2 - \frac{F^2}{G} \quad (\text{II-5})$$

$$\text{avec } \begin{cases} K^2 = A^2 \cos^2 i + c^2 \sin^2 i \\ F = A \cdot \bar{x} \cdot \cos i + \frac{a}{c} C \cdot \bar{z} \cdot \sin i \\ G = \bar{x}^2 + \frac{a^2}{b^2} \bar{y}^2 + \frac{a^2}{c^2} \bar{z}^2 \end{cases}$$

Les maximums des vitesses sont donnés dans le cas des pressions minimales (F=0).

II-5.2- GRADIENTS RELATIFS : $\frac{1}{U} \cdot \frac{\partial U}{\partial s}$ et $\frac{1}{U} \cdot \frac{\partial U}{\partial z}$

a / CALCUL DE $\frac{1}{U} \cdot \frac{\partial U}{\partial s}$

$$U^2 = K^2 - \frac{F^2}{G} \quad \text{d'où} \quad 2U \frac{\partial U}{\partial s} = \frac{(-2F \frac{\partial F}{\partial s} \cdot G + \frac{\partial G}{\partial s} \cdot F)}{G^2}$$

$$\frac{1}{U} \frac{\partial U}{\partial s} = \frac{\frac{F}{U^2 G^2} \left(\frac{F}{2} \frac{\partial G}{\partial s} - G \frac{\partial F^2}{\partial s} \right)}{G^2} \quad (\text{II-6})$$

$$\frac{\partial F}{\partial s} = \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{dx}{ds} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{dx}{ds} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{ds} = \frac{1}{\left(\frac{ds}{dx}\right)} \left[\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} \right]$$

$$\text{avec :} \quad Ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} \quad (\text{II-7})$$

$\frac{dy}{dx}$ et $\frac{dz}{dx}$ sont donnés par les expressions des lignes de courant (II-4).

$$\text{Donc :} \quad \frac{\partial F}{\partial s} = \frac{1}{Ds} \left(\frac{A}{a} \cos i + \frac{C}{c} \sin i \cdot \frac{d\bar{z}}{d\bar{x}} \right)$$

$$\frac{\partial G}{\partial s} = \frac{1}{Ds} \left[\frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} \right] = \frac{2}{Ds} \left[\frac{\bar{x}}{a} + \frac{a}{b^2} \bar{y} \cdot \frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} + \frac{a}{c^2} \bar{z} \cdot \frac{d\bar{z}}{d\bar{x}} \right]$$

En remplaçant dans l'expression (II-6) on obtient :

$$\frac{1}{U} \cdot \frac{\partial U}{\partial s} = -\frac{F}{U^2 \cdot G^2 \cdot Ds} \left[\frac{A}{a} \cos i.G - F \cdot \frac{\bar{x}}{a} + \frac{d\bar{z}}{d\bar{x}} \left(\frac{C}{c} \cdot \sin i.G - \frac{a}{c^2} \cdot F \bar{z} - \frac{a}{b^2} F \bar{y} \frac{d\bar{y}}{d\bar{z}} \right) \right]$$

$$\text{soit } \bar{y} \cdot \frac{d\bar{y}}{d\bar{z}} = \frac{1}{2} \frac{d}{d\bar{z}} (\bar{y}^2) = \frac{1}{2} \frac{d}{d\bar{z}} (1 - \bar{x}^2 - \bar{z}^2) = -\bar{x} \cdot \frac{d\bar{x}}{d\bar{z}} - \bar{z}$$

ce qui donne :

$$\frac{1}{U} \cdot \frac{\partial U}{\partial s} = \frac{F}{U^2 \cdot G^2 \cdot Ds} \left[\frac{A}{a} \cdot \cos i.G + F \cdot \bar{x} \left(\frac{a}{b^2} - \frac{1}{a} \right) + \frac{d\bar{z}}{d\bar{x}} \left(\frac{C}{c} \sin i.G + a \cdot F \cdot \bar{z} \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2} \right) \right) \right] \quad (\text{II-8})$$

b/ **calcul de** $\frac{1}{U} \cdot \frac{\partial U}{\partial z}$:

On fait les calculs de la même façon que $\frac{1}{U} \frac{\partial U}{\partial S}$

$$\frac{1}{U} \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{F}{U^2 \cdot G^2} \left(-G \cdot \frac{\partial F}{\partial z} + \frac{F}{2} \cdot \frac{\partial G}{\partial z} \right) \quad (\text{II-9})$$

où:

$$\frac{\partial F}{\partial z} = \frac{1}{DZ} \left[\frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} \right]$$

$$\frac{\partial G}{\partial z} = \frac{1}{DZ} \left[\frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} + \frac{\partial G}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} \right]$$

$$DZ^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad \text{d'où} \quad \frac{DZ^2}{dx^2} = 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2$$

$$\text{alors :} \quad \frac{dz}{dx} = \pm \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} \quad (\text{II-10})$$

où $\frac{dy}{dx}$ et $\frac{dz}{dx}$ sont donnés par les expressions des lignes équipotentiellles.

Donc on obtient :

$$\frac{1}{U} \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{F}{U^2 \cdot G^2 \cdot DZ} \left(\frac{A}{a} \cos i.G \left(1 - \frac{a^2}{c^2} \right) - F \left(\frac{\bar{x}}{a} \left(\frac{a^2}{b^2} - 1 \right) \cot g i.G + \frac{\bar{z}}{c} \left(\frac{a^2}{c^2} - \frac{a^2}{b^2} \right) \right) \right) \quad (\text{II-11})$$

II-5.3) DETERMINATION DES COEFFICIENTS METRIQUES e_1, e_2 :

a) Calcul de e_1 :

Les équations de quantité de mouvement de l'écoulement extérieur sont :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho_e U_e^2 \cdot \frac{1}{e_1} \cdot \frac{\partial e_1}{\partial z} \quad (a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial s} = -\rho_e U_e \cdot \frac{\partial U_e}{\partial s} \quad (b) \quad (II-12)$$

l'intégration de (b) le long d'une ligne de courant:

$$p + \rho_e \frac{U_e^2}{2} = p_0 + \rho_0 \frac{U_0^2}{2} \quad (\text{conservation d'énergie})$$

Or toutes les lignes partent du même point d'arrêt avec la même énergie E_0

$$\text{C.à.d } p + \rho_e \cdot \frac{U_e^2}{2} = E_0 = \text{Cte} \quad \text{pour tout ligne de courant.}$$

Cette équation peut se différencier par rapport à la variable z :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_e \cdot U_e \cdot \frac{\partial U_e}{\partial z}$$

par comparaison à (a) on trouve :

$$\frac{1}{U_e} \cdot \frac{\partial U_e}{\partial z} + \frac{1}{e_1} \cdot \frac{\partial e_1}{\partial z} = 0 \quad \text{d'ou} \quad \frac{1}{U_e} \cdot \frac{\partial U_e}{\partial z} = -\frac{1}{e_1} \cdot \frac{\partial e_1}{\partial z} \quad (II-13)$$

ce qui peut écrire:

$$e_1 \cdot \frac{\partial U_e}{\partial z} + U_e \cdot \frac{\partial e_1}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial z} (U_e \cdot e_1) = 0$$

d'où $U_e \cdot e_1 = \text{Cte}$ sur chaque ligne équipotentielle donc:

$$e_1 = \frac{\text{Cte}}{U_e} \quad (II-14)$$

U_e est connue sur toute la surface de l'ellipsoïde et la valeur de la constante est déterminée pour chaque ligne équipotentielle le long de la ligne de courant de symétrie de l'ellipsoïde ayant pour équation : $\bar{x}^2 + \bar{z}^2 = 1$.

b) Calcul de e_2 et $\frac{1}{e_2} \cdot \frac{\partial e_2}{\partial s}$:

Les lignes équipotentielles sont des ellipses homothétiques, ce qui aide de calculer e_2 . Par intégrales elliptiques:

$$e_2 = b_1 \int_{\varphi^{i-1}}^{\varphi^{i+1}} \sqrt{1 - K^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \quad (\text{II-15})$$

b_1 : demi grand axe des ellipses équipotentielle.

$$\varphi = \arcsin \left(\frac{y}{b_1} \right), \quad K = \sqrt{1 - \left(\frac{c_1}{b_1} \right)^2}$$

b_1 peut être calculé pour chaque ligne équipotentielle comme suit:

$$b_1^2 = (b \cdot \bar{y})^2 + \frac{(c \bar{z})^2}{\left(\frac{c_1}{b_1} \right)^2} : \text{équation de l'ellipse équipotentielle}$$

où $\frac{c_1}{b_1}$ est donné par :
$$\frac{c_1}{b_1} = \frac{a}{b} \cdot \sqrt{\frac{A^2 + C^2 \operatorname{tg}^2 i}{A \left(\frac{a^2}{c^2} \right) + C^2 \operatorname{tg}^2 i}}$$

donc on peut calculer e_2 à l'aide de l'équation (II-15) si $\frac{c_1}{b_1}$, b_1 , k et φ sont connues.

Le calcul du gradient $\frac{1}{e_2} \cdot \frac{\partial e_2}{\partial s}$ peut être déterminé par les différences finies comme étant :

$$\frac{1}{e_2} \cdot \frac{\partial e_2}{\partial s} = \frac{1}{e_2} \cdot \frac{\Delta e_2}{\Delta s} = \left[\frac{1}{e_2} \cdot \frac{\partial e_2}{\partial s} \right] = \frac{1}{e_{2i}} \left[\frac{e_{2i+1} - e_{2i-1}}{s_{i+1} - s_{i-1}} \right]$$

i : est l'indice correspondant aux intersections des lignes de courant avec les lignes équipotentielle.

On peut utiliser l'expression qui a été donnée par Bernad [23]:

$$\left[\frac{1}{e_2} \cdot \frac{\partial e_2}{\partial s} \right] = \frac{1}{e_2} \cdot \left[\frac{e_{2i} - e_{2i-1}}{e_{1i} + e_{1i-1}} + \frac{e_{2i+1} - e_{2i-1}}{e_{1i+1} + e_{1i}} \right] \quad (\text{II-16})$$

II-6) CALCUL DES COORDONNEES $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ DU REPERE (s, z, n) :

Pour calculer les différentes quantités relatives à l'écoulement potentiel et à la couche limite, il faut connaître les coordonnées du repère curvilignes (s, z, n) , $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ par rapport à l'obstacle. Ces points sont situés aux intersections des lignes de courant avec les lignes équipotentielles ce qui nécessite la détermination de ces dernières.

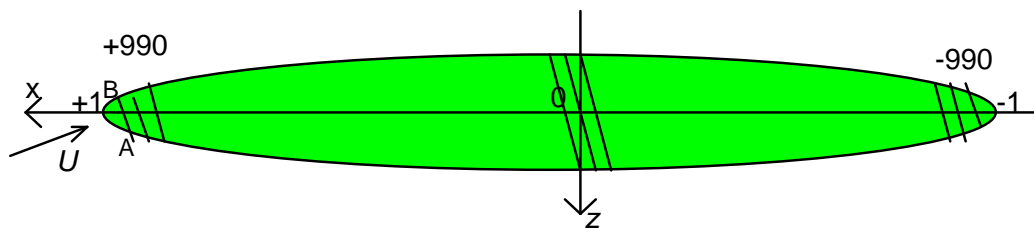
II-6-1) REPARTITION DES LIGNES DE COURANT ET LES LIGNES EQUIPOTENTIELLES :

Nous avons pris comme point d'impacte ($\bar{s}=0$), une valeur de référence arbitraire pour les lignes équipotentiellles .

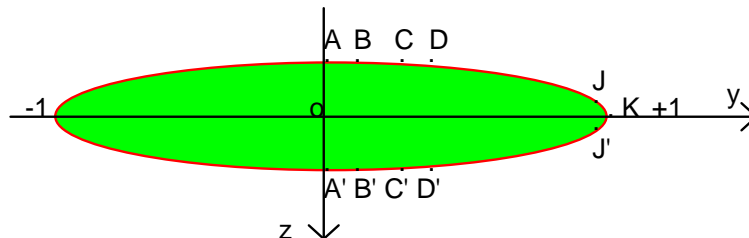
$\Phi_0=1000$, pour le point symétrique au point de l'impacte par rapport au plan (yoz) :
 $\Phi=-1000$.

$\Delta\Phi$ est la variation de Φ d'une lignes à une autre.

Nous avons commencé les calculs à la ligne $\Phi=990$ et nous avons pris un total de 260 lignes équipotentiellles.



Nous avons pris aussi un total de 126 lignes de courant réparties sur la moitié droite en faisceaux de 6 lignes dont les lignes moyennes sont notées sur l'extrados A, B, C, ..., K, et par A', B', C', ..., K' sur l'intrados, et pour les quelles nous calculons les coordonnées $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$.



II-6-2) DETERMINATION DES COORDONNEES $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$:

Sur une ligne de courant donnée, nous prenant les intersections avec les 260 lignes équipotentiellles dont la valeur Φ varie de $\Delta\Phi$ d'une ligne à une autre.

Soit :

$$\Phi_{i+1} = \Phi_i + \Delta\Phi_i$$

Φ_i et Φ_{i+1} : valeurs de Φ correspondant aux lignes équipotentiellles d'indice i et $i+1$.

$\Delta\Phi_l$: variation correspondante à Φ_l .

Nous fixons un point de départ à l'intersection de la ligne de courant étudiée et la première ligne équipotentielle, Φ_2 est obtenue en faisant varier Φ_l et $\Delta\Phi_l$.

$$\Phi_2 = \Phi_l + \Delta\Phi_l .$$

En connaissant Φ_l , nous pouvons calculer la valeur de Δx_l à partir de la relation donnée par l'équation (II-1) d'une ligne équipotentielle:

$$\Delta x = \frac{\Delta\Phi}{U_\infty \left(A \cos i + C \sin i \cdot \frac{\Delta z}{\Delta x} \right)} \quad (\text{II-17})$$

la valeur $\frac{\Delta z}{\Delta x}$ est donnée par l'équation (II-4) .

En connaissant la valeur de Δx_l , on peut calculer z_2 à partir de l'approximation de Runge – kutta.

$$z_2 = z_1 + \frac{1}{6} \cdot K_1 + \frac{1}{3} \cdot K_2 + \frac{1}{3} \cdot K_3 + \frac{1}{6} K_4 \quad (\text{II-18})$$

$$K_1 = \Delta x_l \cdot f(x_1, z_1)$$

$$K_2 = \Delta x_l \cdot f(x_1 + \frac{\Delta x_l}{2}, z_1 + \frac{1}{2} K_1)$$

$$K_3 = \Delta x_l \cdot f(x_1 + \frac{\Delta x_l}{2}, z_1 + \frac{1}{2} K_2)$$

$$K_4 = \Delta x_l \cdot f(x_1 + \frac{\Delta x_l}{2}, z_1 + K_3)$$

avec : $f(x, z) = \frac{\Delta z}{\Delta x} .$

En calculant z_2 et $x_2 = x_1 + \Delta x_l$, on peut calculer par suit y_2 , en utilisant l'équation de l'ellipsoïde. Nous déterminons les autres points qui se situent sur la même ligne de courant suivant la même procédure.

Après avoir calculer toutes les coordonnées des points choisis sur un ligne de courant, on passe aux calculs sur une autre ligne en changeant les coordonnées de départ (l'intersection de la première ligne équipotentielle et la ligne de courant considérée).

Pour faciliter les calculs on pourra prendre la première ligne de courant comme étant la ligne symétrie sur l'extrados de l'ellipsoïde sur laquelle tout les points ont une coordonnée ($y = 0$).

Cette ligne est une ellipse dont le grand axe et le petit axe se trouvent respectivement sur les axes ox et oz de l'ellipsoïde. On peut calculer facilement les coordonnées x, z qui se trouvent sur cette ligne en connaissant l'équation de cette ellipse.

En effet on a l'équation de la projection du plan équipotentiel Φ dans le plan (xoz) est donnée par l'expression suivante :

$$\Phi = U_{\infty} (A \cos i . x + C \sin i . z)$$

$$z = -\frac{A}{C} . \cot gi . x + \frac{\Phi}{U_{\infty} C \sin i} : \text{équation d'une droite de pente } -\frac{A}{C} \cot gi .$$

L'ellipse dont le grand axe est $2a$ et le petit axe est $2c$ dans le plan (xoz) est :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$\text{c-à d : } z^2 = c^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) .$$

On obtient de ces deux équations, l'équation suivante qui donne les intersections entre l'ellipse et la projection du plan équipotentiel.

$$\left(R^2 + \frac{S^2}{a^2} \right) . x^2 - 2R . \frac{\Phi}{U_{\infty}} . x + \left(\frac{\Phi^2}{U_{\infty}^2} - S^2 \right) = 0 \quad (\text{II-19})$$

$$\text{avec } R = A \cos i \text{ et } S = C \sin i$$

maintenant on peut déduire facilement les abscisses des points d'intersection :

$$\bar{x} = \frac{R . \frac{\Phi}{U_{\infty}} \pm \sqrt{\left(R . \frac{\Phi}{U_{\infty}} \right)^2 - \left(\frac{\Phi^2}{U_{\infty}^2} - S^2 \right) \left(R^2 + \frac{S^2}{a^2} \right)}}{\left(R^2 + \frac{S^2}{a^2} \right)} \quad (\text{II-20})$$

$$\text{avec : } \bar{x} = \frac{x}{a} .$$

II-7) ORGANIGRAMME DE CALCUL :**DECLARATION DES CONSTANTES:**

Q =1.5;(*m/s*) {1.3141;}

KK=6;

LL=260;

liml=165;

Limkcomp=11;

EPS=1E-10;

LIML1=76;LIML2=165;LIML3=175;

DPHID1=-5;DPHID2=-15;DPHID3=-10;DPHID4=-2;{-1,-5,-25,-20}

nu=1E-6; {m²/s}

(*Quantités dépendantes de la forme de l'ellipsoïde*)

A0=6;B0=3;C0=1;C1=1.0055;{1.0904029;} C2=3.339295;

ANG= 0.1047; (*6 degres*)

X1=1;Y1=0;Z1=0;

N1=7;N2=LL;

DECLARATION DES TYPES DES VARIABLES:

chaine = array[1..9] of char;

colon1= array[1..21] of text;

colon2= array[1..21] of chaine;

tab1=array[0..N1,0..N2] of real;

tab2=array[0..N1,0..N2] of real;

tab3=array[0..N1,0..N2] of real;

tab4=array[0..N1,0..N2] of real;

tabLDIV=array[0..21] of real; tabcons=array[0..N2] of real;

bloc1=^tab1;bloc2=^tab2;bloc3=^tab3;bloc4=^tab4;

Indice1=1..kk;Indice2=1..LL;

DECLARATION DES VARIABLES:

```

X,Y,Z,PHI,FI,B1: bloc1;
E1,DE1DS,E2,DE2DS,H,E,ds,Cf: bloc2;
SS,usue,wsue,F1,AIFA1,BETA1,DELTA1 : bloc3;
XZ,dss,DZS, U,DUS,DUZ,DZ,DE1DZ,DE1DSDZ: bloc4;
ldiv: tabldiv; cons: tabcons;
k: indice1; l:indice2;
ld,j,Kcomp, n,dis,i:integer;
r1,DPHI,CSA,BSA,R,S,ROS,XK1,STH,CANG,SANG,XN,BA,BC,XM,C1B1,XX,YY,
ZZ,ZI,PHINF,DX,RK,RK1,RK2,YE,RK3,RK4,F,G,DZX,DYX,D,S1,S2,S3,SOM4,
SOM5,SOM6,SOM7,SOM8, RAPP,
DYXEP,DEQ,DIFF,kz,kdz,A,B,C,Deltaxz,XZ1,XZ2,k1,k2,k3,k4,xz0,DELTAZ1,
DELTAZ : real;
(*les fichiers:*)
log,logpot,loguw2, logss,logUe,logdue,loge2,logde2,logde1:colon1;
phy,phypot,phyuw2, physs,phyUe,Phydue,Phye2,Phyde2,Phyde1:colon2;

```

PROCEDURES:(sous programmes)

```

procedure RUNKUT (XX,ZZ,DPHI:real;var DX,RK:real);
var SS1,SS2,DZDX :real;
BEGIN
YY:=sqrt( ABS(1-sqr(XX)-sqr(ZZ)));
SS1:=XM*(sqr(YY)+BA*sqr(XX))-XN*ZZ*XX;
SS2:=-XM*XN*XX*ZZ+sqr(YY)+BC*sqr(ZZ);
DZDX:=SS1/SS2;
DX:=DPHI/((R+S*DZDX)*1000);
RK:=DX*DZDX*CSA;
end;

```

```

procedure ecrfichUW2;
BEGIN
assign(loguw2[kcomp],phyuw2[kcomp]+' .dat');
rewrite(loguw2[kcomp]);
writeln(loguw2[kcomp],");
dis:=1 ; reconnaissance(loguw2[kcomp],dis,kcomp);
writeln(loguw2[kcomp],'les valeurs des composantes u et w de la vitesse en
fonction de n . ');
writeln(loguw2[kcomp],");
writeln(loguw2[kcomp], ' PHI      x      y      z      n      u/Ue      W/Ue ');
writeln(loguw2[kcomp], '_____');
end; }

```

```

procédure fich_ecopot2; (* cette procédure sert ... relever les quantités
      Ue,Ue*dUe/ds,1/e2*de2/ds et 1/e*1de1/dz pour les lire
      dans le calcul de la couche limite*)
begin  assign(Logss[kcomp],Physs[kcomp]+' .dat');
      rewrite(logss[kcomp]);
      assign(LogUe[kcomp],PhyUe[kcomp]+' .dat');
      rewrite(logUe[kcomp]);
assign(logdUe[kcomp],PhydUe[kcomp]+' .dat');
rewrite(logdUe[kcomp]);
      assign(logge2[kcomp],Phye2[kcomp]+' .dat');
      rewrite(logge2[kcomp]);
      assign(logde2[kcomp],Phyde2[kcomp]+' .dat');
      rewrite(logde2[kcomp]);
{ assign(logde1[kcomp],Phyde1[kcomp]+' .dat');
rewrite(logde1[kcomp]);}
k:=4; for l:=1 to ll do begin
writeln(logss[kcomp],ss^[k,l]:4:4);
writeln(logUe[kcomp],Q*U^[k,l]:4:4); (*donne Ue*)

```

```
writeln(logdue[kcomp], sqrt(Q*U^[k,l])*DUS^[k,l]:4:4);(*donne UedUe/ds*)
writeln(logde2[kcomp], E2^[k,l]:4:4);(*donne e2 *)
writeln(logde2[kcomp], DE2DS^[k,l]:4:4);(*donne 1/e2*de2/ds*)
{ writeln(logde1[kcomp], -DUZ^[k,l]:4:4);}(*donne 1/e1*de1/dz*) end;
close(logss[kcomp]);close(logUe[kcomp]); close(logdUe[kcomp]);
close(logde2[kcomp]); close(logde2[kcomp]); {close(logde1[kcomp]);} end;
```

```
procédure fich Ec_pot ;(*cette procédure sert à écrire sur les fich de l'écoule pot*)
begin
    assign(logpot[kcomp],phypot[kcomp]+'.dat');
    rewrite(logpot[kcomp]);
writeln(logpot[kcomp],");
writeln(logpot[kcomp],'coordonnées(x,y,z),vitesse reduite U et ses dérivées
dU/ds,dU/dz. ');
writeln(logpot[kcomp],");
writeln(logpot[kcomp], ' PHI      x      y      z      s      U      Cp ');
writeln(logpot[kcomp], '_____');
k:=4;j:=1; (*Rq:k=4 ligne moyenne du faissaux, j incrimont, pour la présentation
dans des tables*)
    repeat
writeln(logpot[kcomp], ' ',PHI^[k,j]:3:4 , ' ',X^[k,j]:4:4,' ',Y^[k,j]:4:4,' ',Z^[K,j]:4:4,'
',ss^[k,j]:4:4,
' ',U^[k,j]:4:4,' ',1-(U^[k,j]*U^[k,j]):4:4);
if (j<=103) then j:=j+10
else if (j<=127) then j:=j+2
    else j:=j+2;
    until j >LL-2 ;
writeln(logpot[kcomp],");
writeln(logpot[kcomp],'coeficients métriques (e1,e2) et leurs dérivées (de1/ds,de2/ds)
et la longuere de l"arc s.); ');
writeln(logpot[kcomp],");
```



```

writeln(logpot[kcomp], '   PHI           s   (1/U)dU/ds   (1/U)dU/dz   e1       e2
(1/e2)(de2/ds');
writeln(logpot[kcomp], '_____');
k:=4;j:=1 ; repeat
writeln(logpot[kcomp], '   ',PHI^[k,j]:3:4,'   ',ss^[k,j]:4:4,'   ',DUS^[k,j]:4:4,'
',DUZ^[k,j]:4:4,
'   ',E1^[k,j]:4:4,'   ',E2^[k,j]:4:4,'   ',DE2DS^[k,j]:4:4,'   ');
if (j<=103) then j:=j+10
else if (j<=127) then j:=j+2
      else j:=j+2;
      until j >LL-2 ;
close(logpot[kcomp]); end;

```

(fin des procédures et de fonctions)

ORGANIGRAMME PRINCIPAL:

Begin

Initialisation d'organigramme

CSA:=A0/C0;

BSA:=A0/B0;

R:=C1*COS(ANG);

S:=C2*SIN(ANG);

XM:=S/R;XN:=sqr(B0)/A0;BA:=sqr(B0/A0);BC:=sqr(B0);

ROS :=R/S;

XK1:=sqr(C1)*sqr(cos(ANG))+sqr(C2 *sin(ANG));

C1B1:=(A0/B0)*sqrt((C1*C1+sqr(C2*tang(ANG)))/(sqr(C1*A0/C0)+sqr(C2*
tang(ANG))));

DETERMINATION DES COORDONNEES X,Y ET Z :

```

new(X);NEW(Y);NEW(Z);
{dis:=0; reconnaissance(kcomp);}
NEW(FI); NEW(PHI); NEW(B1);
k:=1;
if (kcomp=1) then Z^[k,1]:=-sqrt(1-sqr(0.995511))
else Z^[1,1]:=ZI;
writeln('z(1,1)=' ,Z^[1,1]);
writeln('kcomp= ',Kcomp, ' k= ',K);
PHINF:=1000;
  for k:=1 to kk do
  begin
    PHI^[k,1]:=990;
    l:=1;
    Z^[K,1]:=Z^[1,1]-(k-1)*deltaz1;
    X^[K,1]:=(PHI^[k,1]-(1e3*S*Z^[K,1])/A0)/(R*1e3);
    Y^[k,1]:=sqrt(abs(1- sqrt(X^[K,1])-sqrt(Z^[K,1])));
    {writeln('phi=',PHI^[k,1]:4:4,'x=',X^[k,1]:4:4,'y=',y^[k,1]:4:4);}
    B1^[K,L]:=sqrt(sqr(B0*Y^[k,L])+sqr(C0*Z^[K,L]/C1B1));
    YE:=B0*Y^[K,L]/B1^[K,L]      ;
    if (YE=1) then FI^[k,1]:=3.1415927/2
    else FI^[k,1]:=Arctan(YE/sqrt(1-YE*YE));      { Arcsin(YE) ; }
  For L:=2 to LL DO
  BEGIN
    IF L <= LIML1 then DPHI:=DPHID1
    ELSE IF L <= LIML2 then DPHI:=DPHID2
    ELSE IF L <= LIML3 then DPHI:=DPHID3
    ELSE DPHI:=DPHID4;
    XX:=X^[K,L-1]; ZZ:=Z^[k,l-1] ;
    RUNKUT(XX,ZZ,DPHI,DX,RK1);
  
```

```

XX:=X^[k,l-1]+DX/2; ZZ:=Z^[k,l-1]+RK1/2;
RUNKUT(XX,ZZ,DPHI,DX,RK2);
XX:=X^[k,l-1]+DX/2; ZZ:=Z^[k,l-1]+RK2/2 ;
RUNKUT(XX,ZZ,DPHI,DX,RK3);
XX:=X^[k,l-1]+DX; ZZ:=Z^[k,l-1]+RK3 ;
RUNKUT(XX,ZZ,DPHI,DX,RK4);
Z^[k,l]:=Z^[k,l-1]+RK1/6+RK2/3+RK3/3+RK4/6;
X^[k,l]:=X^[k,l-1]+DX;
Y^[k,l]:= sqrt(abs(1-sqr(X^[k,l])-sqr(Z^[k,l])));
PHI^[k,l]:=PHI^[k,l-1]+DPHI;
{ writeln('phi=',PHI^[k,l]:4:4,'x=',X^[k,l]:4:4);}
B1^[k,l]:=sqrt(sqr(B0*Y^[k,l])+sqr(C0*Z^[k,l]/C1B1));
YE:=B0*Y^[k,l]/B1^[k,l];
FI^[k,l]:=Arctan(YE/sqrt(1-YE*YE));
END;
{  writeln('k=',k:2, '... phi=',PHI^[k,117]:4:4, 'x=',x^[k,117] :4:4 , 'y=',y^[k,117]
:4:4,'z=',Z^[k,117] :4:4);}      end; (*de k*)
{ writeln('y(1,1) ... PHI= 990 est egal ',y^[1,1]);}
{writeln('k=',1:2, '... phi=',PHI^[1,117]:4:4, 'x=',x^[1,117] :4:4 , 'y=',y^[1,117]
:4:4,'z=',Z^[1,117] :4:4);}

```

CALCUL DU COEF METRIQUE E2 :

```

NEW(E2);
for L :=1 to LL do
  begin
E2^[1,l]:=2*B1^[1,l]*sqrt(1-(1-sqr(C1B1))*sqr(SIN(FI^[1,l])))*(FI^[2,l]-FI^[1,l]);
for K:=2 to kk-1 Do
E2^[k,l]:=B1^[k,l]*sqrt(1-(1-C1B1*C1B1)*sqr(SIN(FI^[k,l])))*(FI^[k+1,l]-FI^[k,l]);

```

```

k:=kk;
E2^[kk,L]:= 2*B1^[kk,L]*sqrt(1-(1-C1B1*C1B1)*sqrt(SIN(FI^[kk,L])))*(FI^[kk,L]-
FI^[kk-1,L]);
end;
DISPOSE(FI); DISPOSE(B1);

```

CALCUL DE LA LONGUEUR S SUR CHAQUE LIGNE DE COURANT :

```

NEW(SS);
for k:=1 to kk do
    begin
L:=1;
SS^[k,1]:=sqrt(sqrt(X^[k,1]-X1)+sqrt((Z^[k,1]-Z1)/CSA)+sqrt((Y^[k,1]-Y1)/BSA));
for l:=2 to LL do
SS^[k,l]:=sqrt(sqrt(X^[k,l]-X^[k,l-1])+sqrt((Z^[k,l]-Z^[k,l-1])/CSA)+
sqrt((Y^[k,l]-Y^[k,l-1])/BSA))+SS^[k,l-1] ;
end;
NEW (E1); NEW(U); NEW(DUS); NEW(DUZ);
for k:=1 to kk do begin (** sur k **)
for l:=1 to ll do
begin

```

CALCUL DE LA VITESSE RELATIVE DE L'ÉCOULEMENT :

```

F:=C1*X^[k,l]*COS(ANG)+A0*C2*Z^[k,l]*SIN(ANG)/C0;
G:=sqrt(X^[k,l])+A0*A0*(sqrt(Y^[k,l]/B0)+sqrt(Z^[k,l]/C0));
U^[k,l]:=sqrt(abs(Xk1-F*F/G));

```

CALCUL DU COEF METRIQUE E1 :

```

    if kcomp=1 then
begin
    if l=1 then
E1^[1,l]:= sqrt(sqrt(A0*(X^[k,l]-X1))+sqrt(C0*(Z^[k,l]-Z1))+sqrt(B0*(Y^[k,l]-Y1)))
    Else begin
E1^[1,l]:= sqrt ( sqrt (A0*(X^[k,l]-X^[k,l-1]))+sqrt(C0*(Z^[k,l]-Z^[k,l-1])) + sqrt (B0 *
(Y ^ [k,l] -Y^[k,l-1]) ) ) ;
    end;
cons[l]:=U^[1,l]*E1^[1,l]; end
Else
E1^[k,l]:= cons[l]/U^[k,l] ;

```

CALCUL DES GRADIANTS DE U:**a) CALCUL DE DUS :**

```

S1:=XM*(sqrt(Y^[k,l])+BA*sqr(X^[k,l]))-XN*Z^[k,l]*X^[k,l];
S2:=-XM*XN*X^[k,l]*Z^[k,l]+sqrt(Y^[k,l])+BC*sqr(Z^[k,l]);
S3:=-B0*Y^[k,l]*(X^[k,l]/A0+XM*Z^[k,l]/C0);
DZX:=S1/S2; DYM:=S3/S2;
D:=sqrt(1+DZX*DZX+DYM*DYM);
som4:=R*G/A0+F*X^[k,l]*(A0/(B0*B0)-1/A0);
SOM5:=S*G/C0+F*Z^[k,l]*(A0/(B0*B0)-A0/(C0*C0));
RAPP:=F/(D*sqr(G*U^[k,l]));
DUS^[k,l]:=RAPP*(SOM4+SOM5*DZX*A0/C0);

```

b) CALCUL DE DUZ :

```

DYMZ:=((ROS*Z^[k,l]/C0)-(X^[k,l]/A0))/(Y^[k,l]/B0);
DEQ:=sqrt(1+(ROS*ROS)+(DYMZ*DYMZ));
SOM6:=-G*R*(1-sqr(A0/C0))/A0;

```

```

SOM7:=(sqr(A0/B0)-1)*(X^[k,l]/A0);
SOM8:=ROS*(Z^[k,l]/C0)*(sqr(A0/C0)-sqr(A0/B0));
DUZ^[k,l]:=-F*(SOM6-F*(SOM7+SOM8))/(sqr(G)*sqr(U^[k,l])*DEQ);
      end;  end;(*** de k ***)

```

CALCUL DE DE1/DS:

```

new(DE1DS);
for k:=1 to kk do      begin
  L:=1;
DE1DS^[k,l]:=0; DE1DS^[k,ll]:=0;
  for l:=2 to ll-1 do
DE1DS^[k,l]:=(1/E1^[k,l])*((E1^[K,L+1]-E1^[k,l-1])/(SS^[K,L+1]-SS^[k,l-1]));
      end;

```

CALCUL DE DE1DZ :

```

(** calcule de de DZ=z(k,l)-z(k-1,l) de DUZ=1/u*du/dz=u(k,l)-u(k-1,l)/z(k,l)-z(k-1,l)*1/u(k,l)
new(DZ); new(DE1DZ);
k:=4;
  for l:=1 to ll do
begin
  DZ^[k,l]:=(U^[k,l]- U^[k-1,l])/( U^[k,l]*DUZ^[K,l]);
  if dz^[k,l]=0 then dz^[k,l]:=0.0001;
  DE1DZ^[k,l]:=(E1^[k,l]-E1^[k-1,l])/DZ^[k,l]; end;
dispose(DZ);

```

CALCUL DE $1/E_2 * DE_2/DS$:

```

***** Par la formule de BERNARD ***** }
NEW(DE2DS);
  for k:=1 to kk do
begin
L:=1;
  DE2DS^[k,l]:=0;
for l:=2 to ll-1 do
DE2DS^[k,l]:=(1/E2^[k,l])*((E2^[K,L]-E2^[k,l-1])/(E1^[K,L]+E1^[k,l-1])+(E2^[K,L+1]-E2^[k,l])/(E1^[K,L+1]+E1^[k,l]));
l:=ll;
  DE2DS^[k,l]:=(1/E2^[k,l])*((E2^[K,L]-E2^[k,l-1])/(SS^[K,L]-SS^[k,l-1]));
  end;

```

(fin du calcul de l'écoulement potentiel)

AFFICHAGE**AFFICHAGE DU 1^{ier} TABLEAU**

```

k:=4; j:=1;
  repeat
writeln('PHI=',PHI^[K,j]:2:4,' X=',X^[K,j]:4:4,' Y=',Y^[k,j]:4:4,' Z=',Z^[K,j]:4:4,'
U=',U^[k,j]:4:4,
' DUS=',DUS^[k,j]:4:4,' DUZ=',DUZ^[k,j]:4:4 );
case j of 123 : {readln;}
end;
if (j<=103) then j:=j+10
else if (j<=127) then j:=j+4
  else j:=j+2 ;
until j >LL-2 ;{ readln;

```

AFFICHAGE DU 2^{ieme} TABLEAU:

```
k:=4; j:=1;
  repeat
writeln('PHI= ',PHI^[k,j]:2:4,'      E1=',E1^[k,j]:4:4,'  DE1DS=',DE1DS^[k,j]:4:4,'
E2=',E2^[k,j]:4:4,
      ' DE2DS= ',DE2DS^[k,j]:4:4,' ss=',ss^[k,j]:4:4);
case j of 123 :{ readln;}
end;
if (j<=103) then j:=j+10
else if (j<=127) then j:=j+4
      else j:=j+2;
until j >LL-2 ;
```


II-8) PRESENTATION DES RESULTATS DU CALCUL DE L'ÉCOULEMENT SUR L'EXTRADOS DE L'ELLIPSOÏDE :

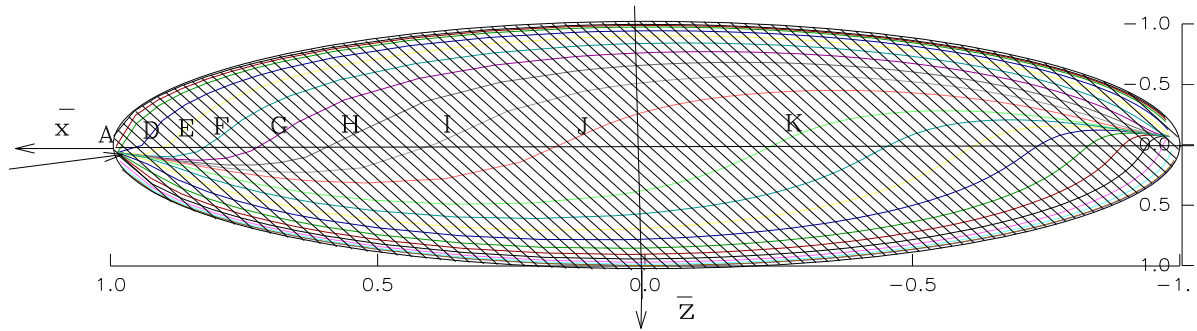


Fig9: Gauchissement des lignes de courant sur l'extrados de l'ellipsoïde (Vue de côté).

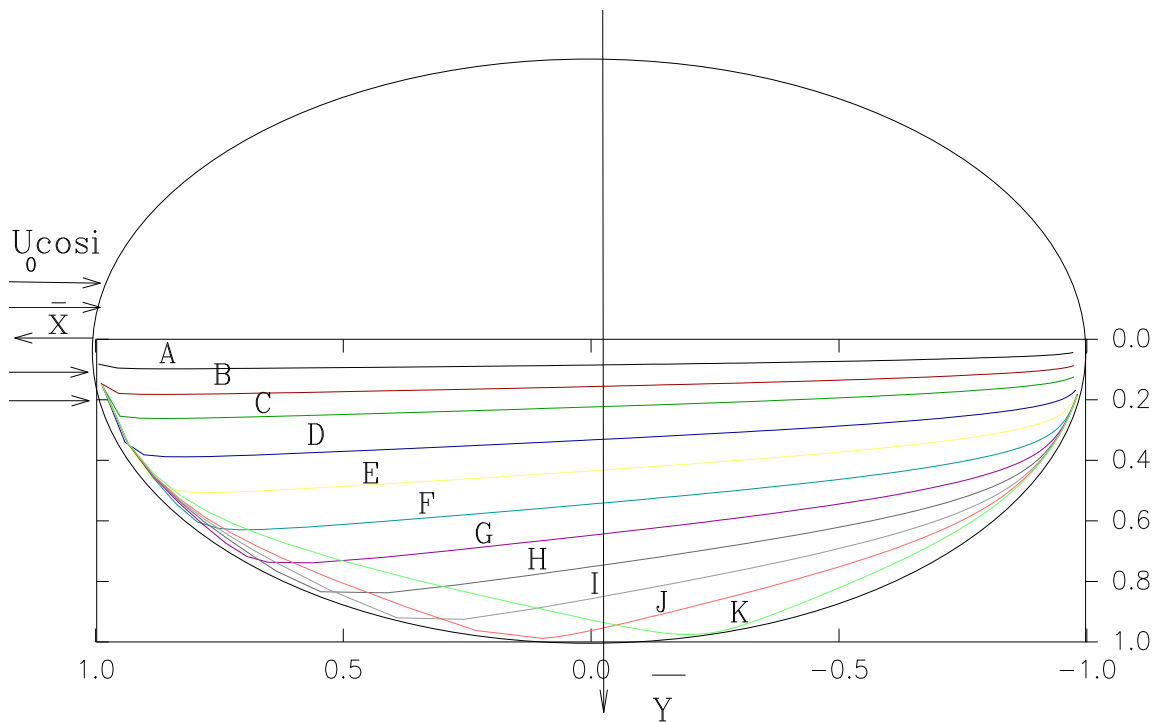


Fig10: Distribution des lignes de courant sur l'extrados de l'ellipsoïde (Vue de dessus).

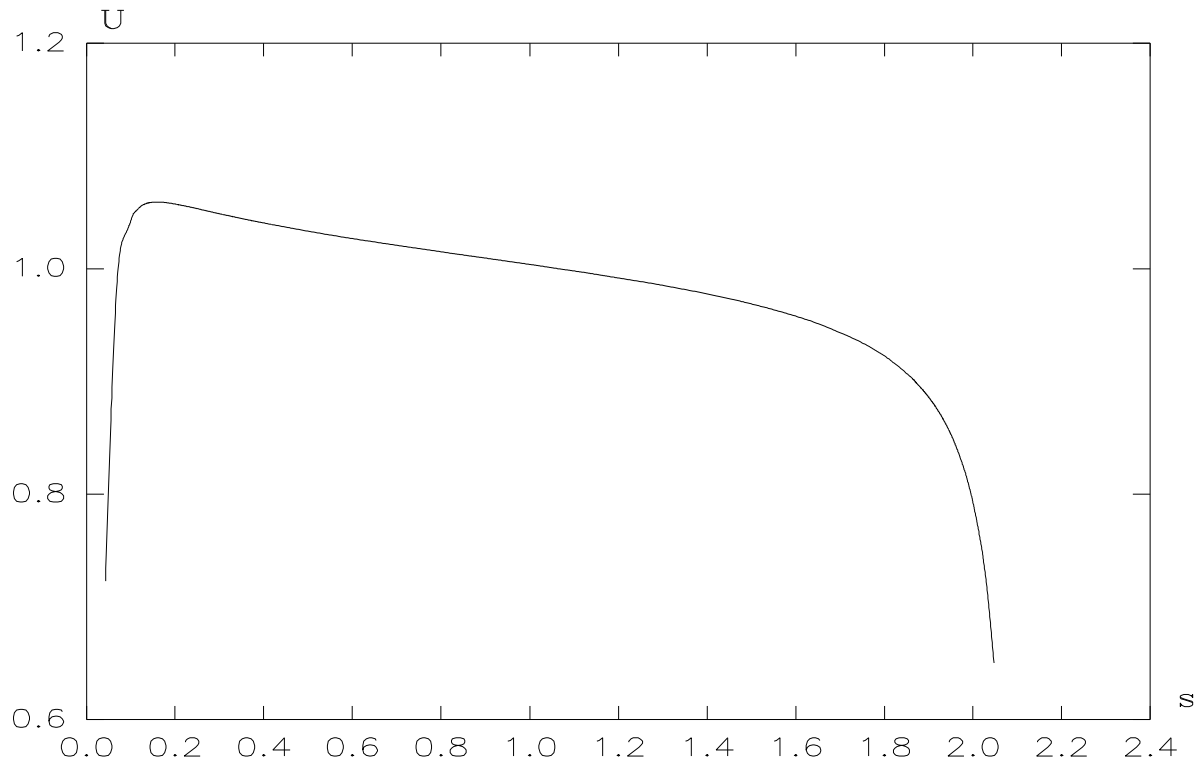


Fig11: Profil de la vitesse U de l'écoulement potentiel le long de la ligne A.

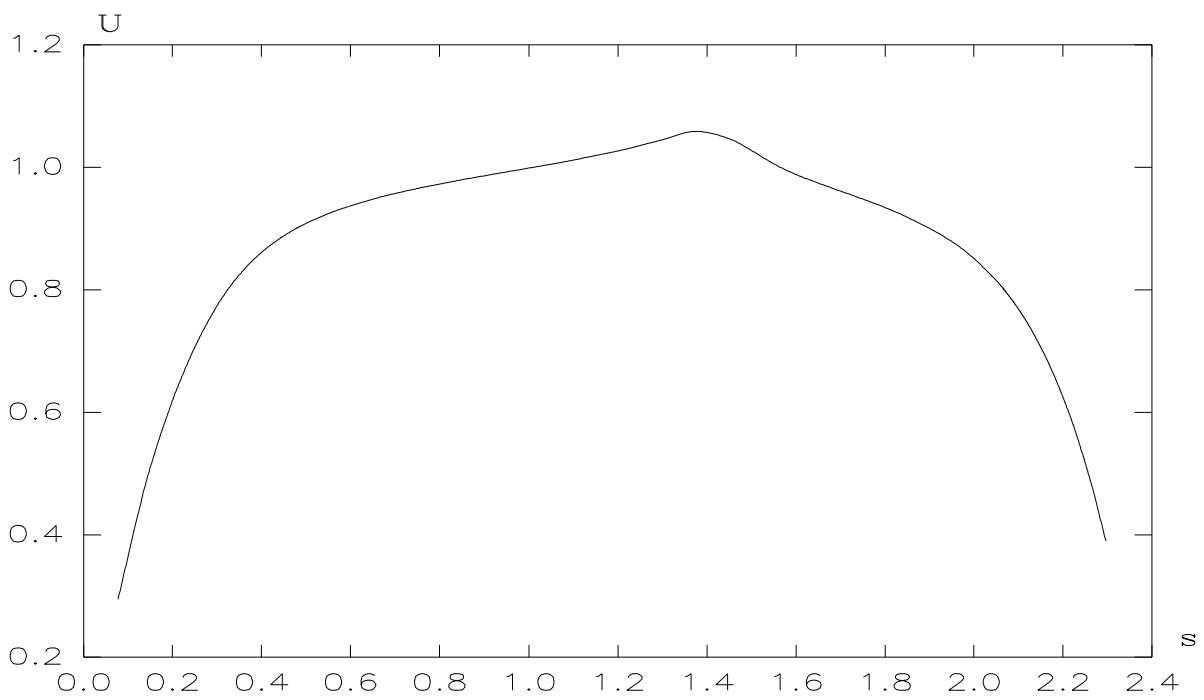


Fig12: Profil de la vitesse U le long de la ligne K.

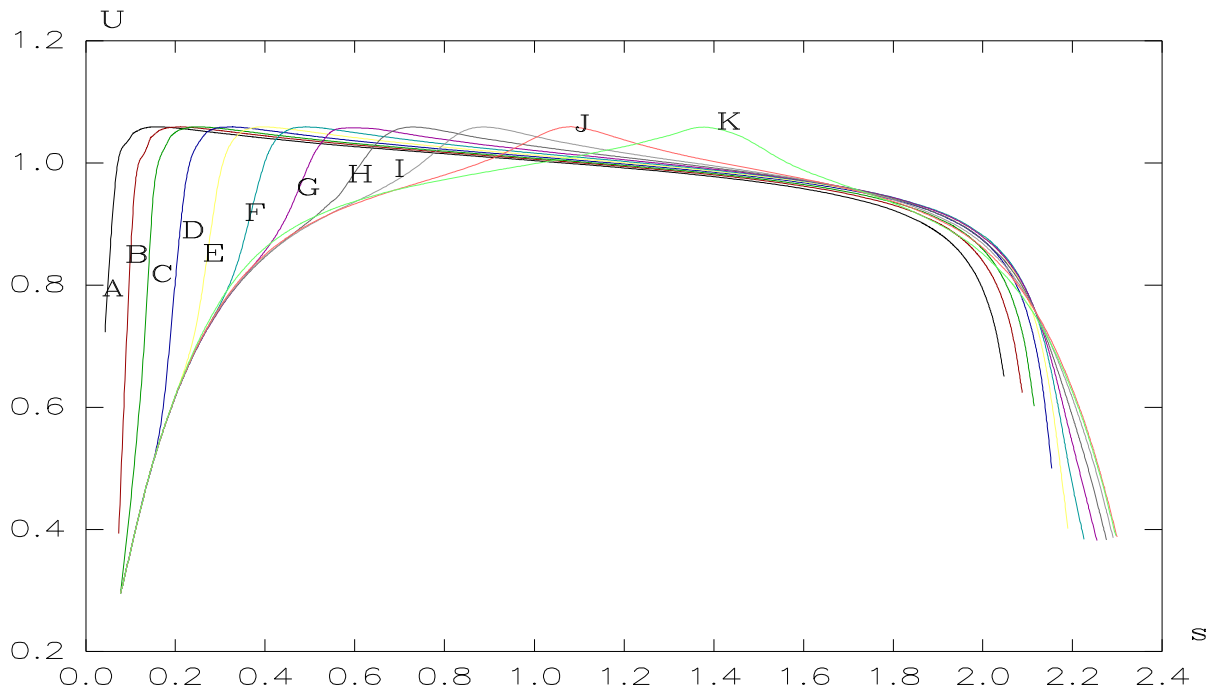


Fig13: Evolution de la vitesse extérieure U pour l'ensemble des lignes de courant de l'écoulement potentiel couvrant l'extrados de l'ellipsoïde

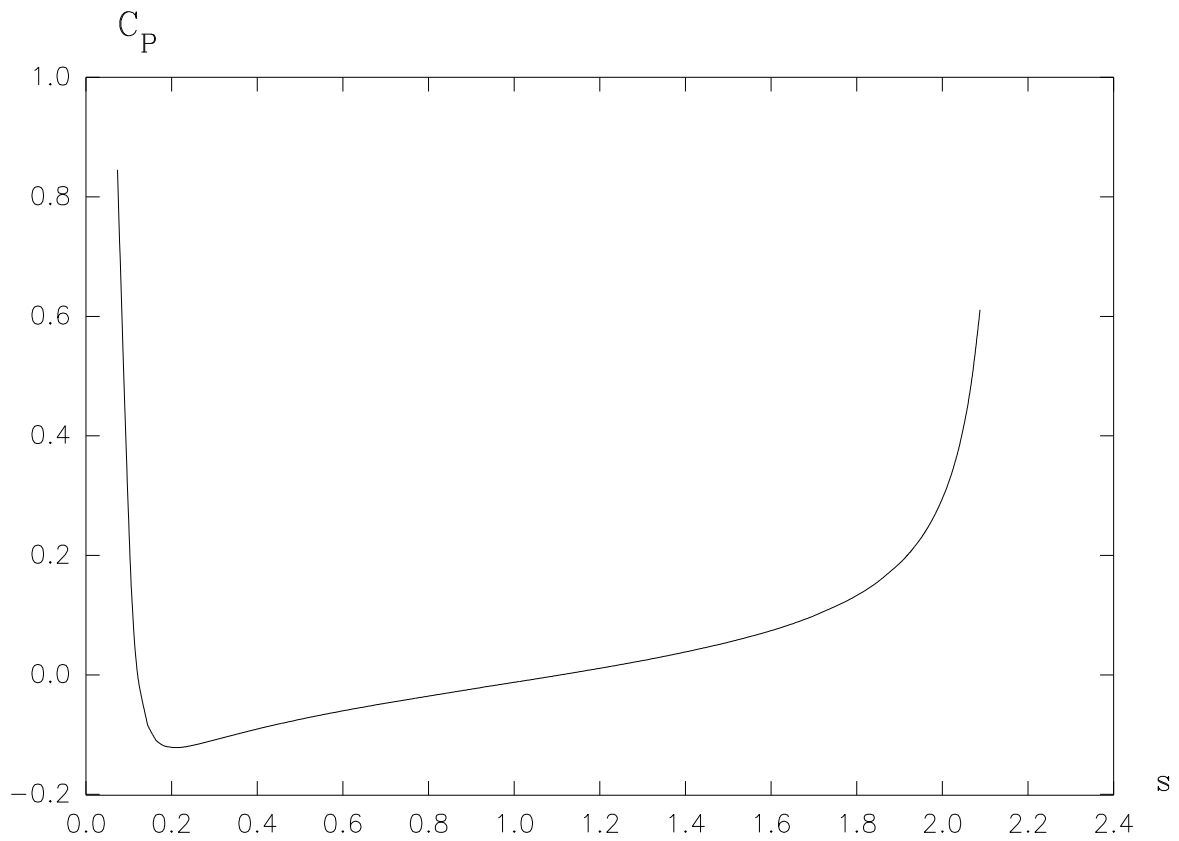


Fig14 : Le coef de pression ($C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2}$) le long de la ligne B.

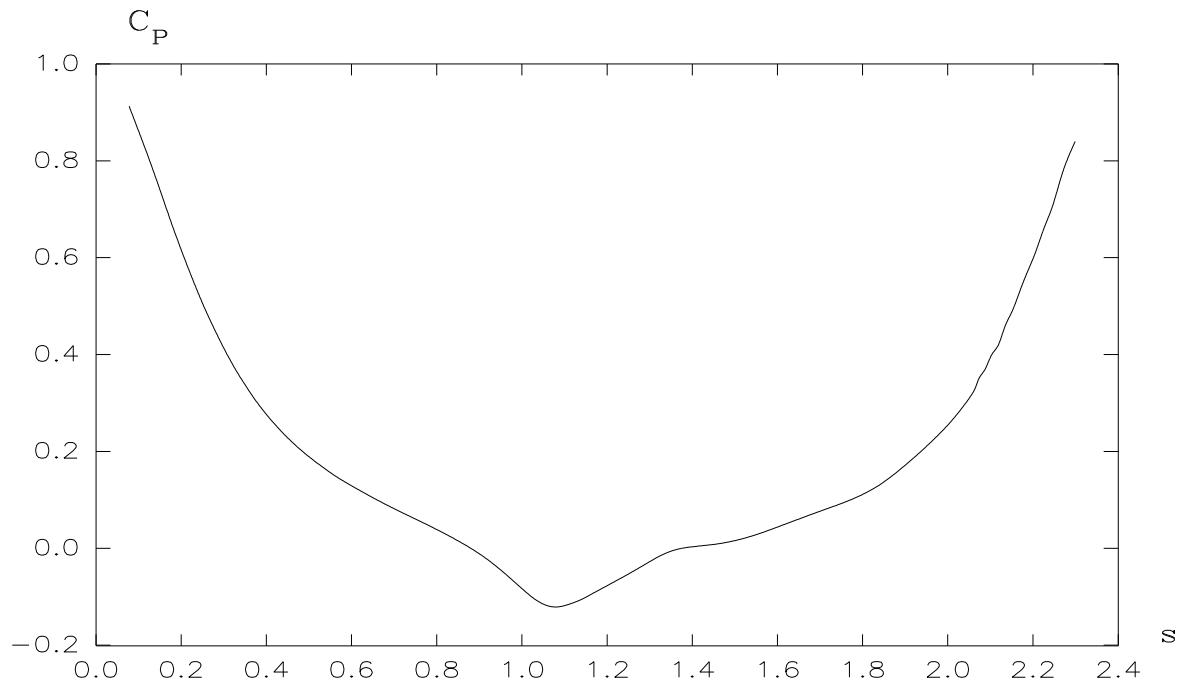


Fig15 : Coef de pression C_p le long de la ligne J.

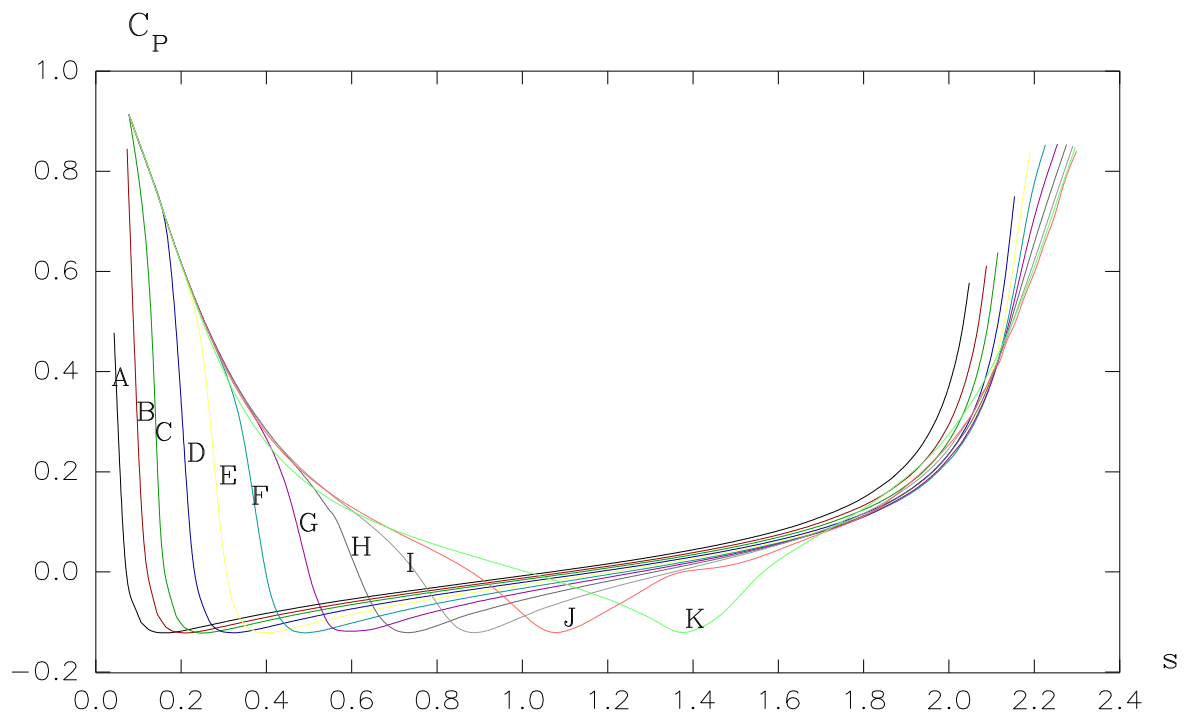


Fig16: Evolution du coefficient de pression C_p le long des lignes de courant de l'extrados.

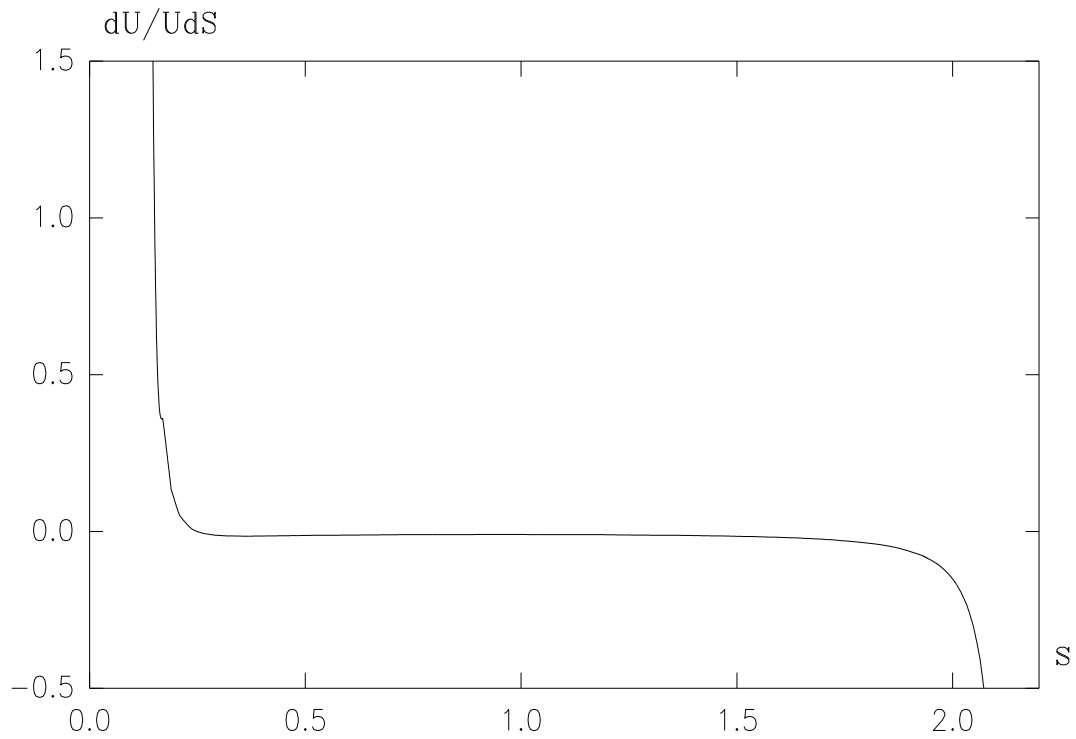


Fig17: Le gradient relatif de vitesse dU/Uds
le long de la ligne C.

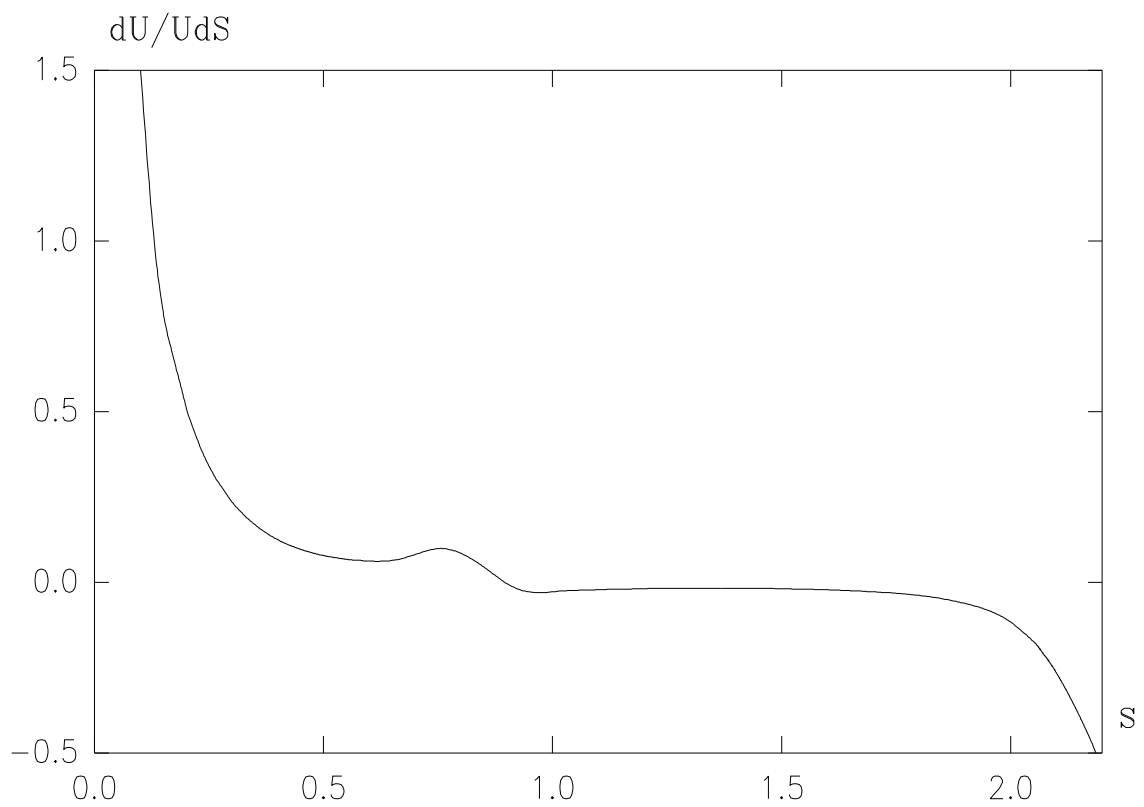


Fig18: Le gradient relatif de la vitesse dU/Uds
le long de la ligne I.

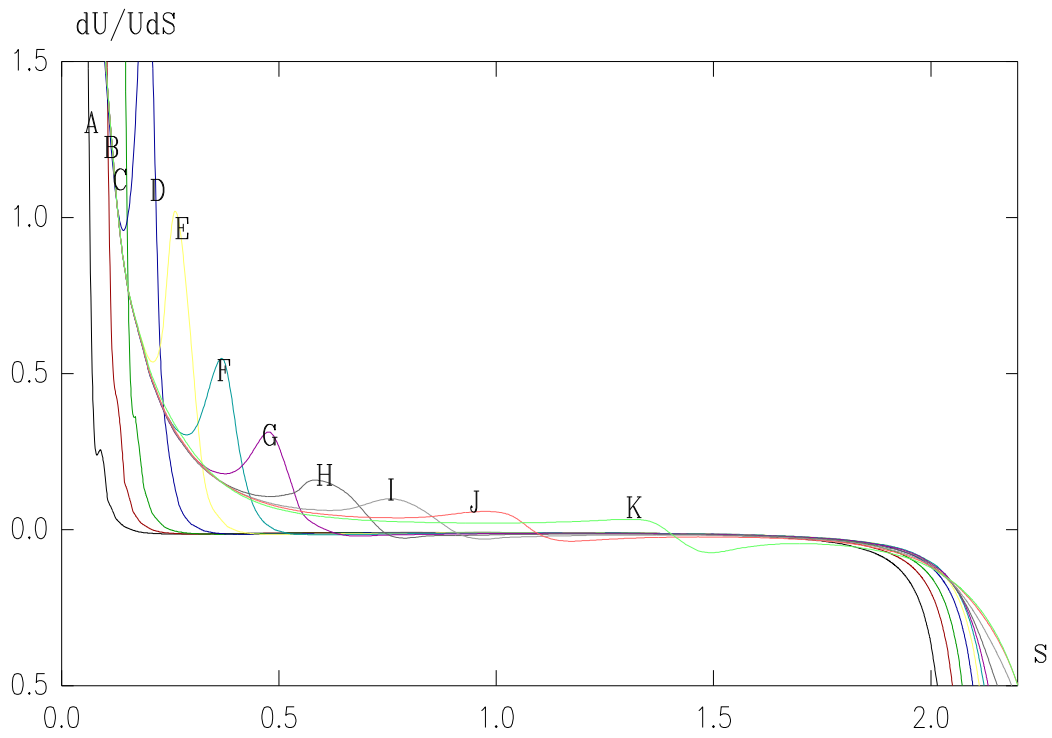


Fig19: Evolution du gradient relatif de vitesse dU/UdS le long des lignes de courant de l'extrados de l'ellipsoïde.

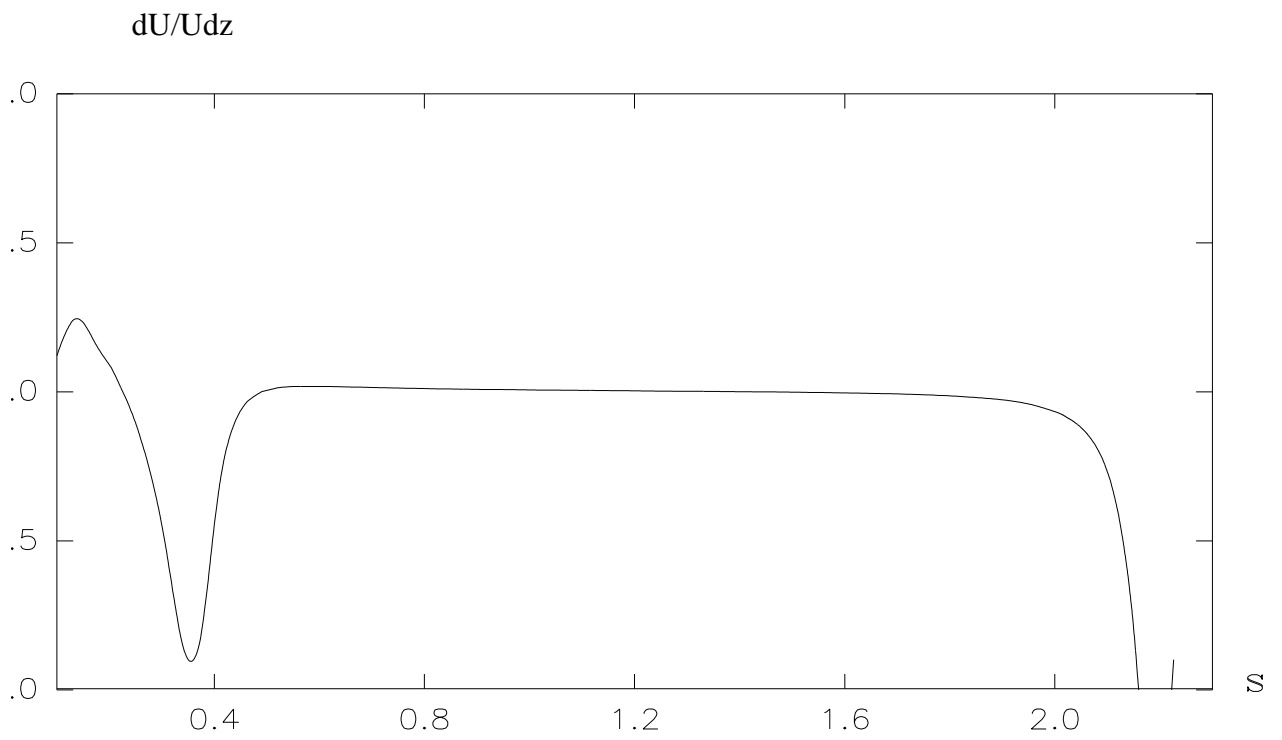


Fig20: Gradient relatif dU/Udz le long de la ligne F.

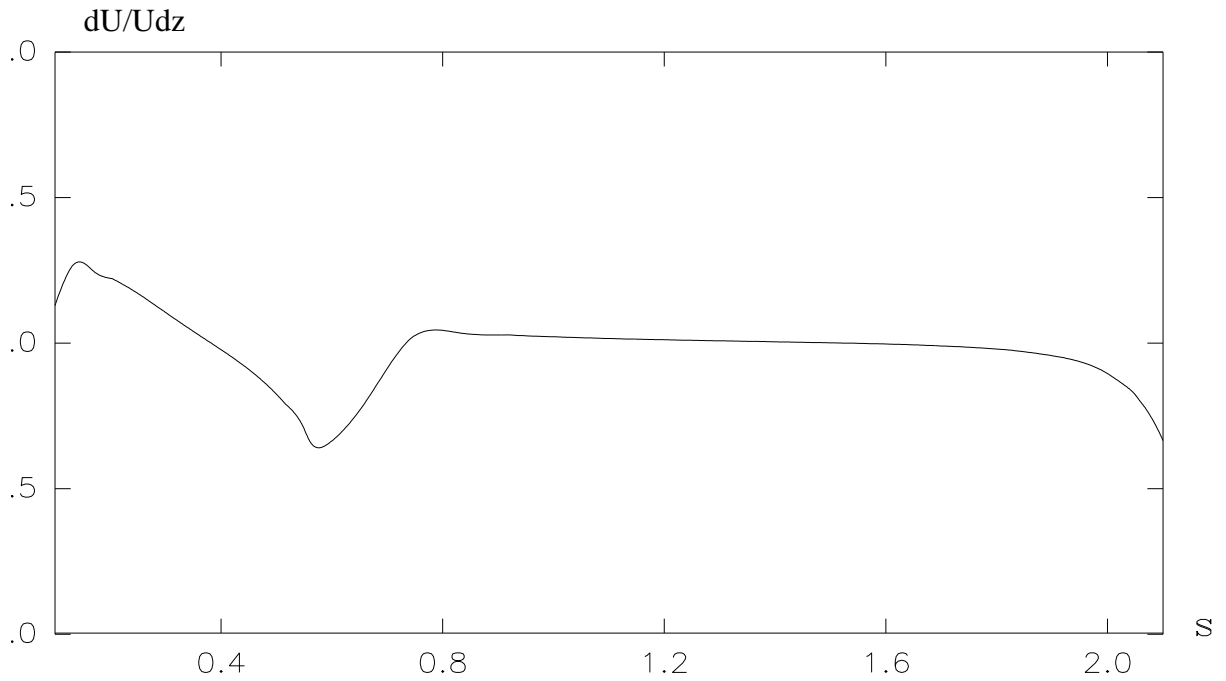


Fig21: Gradient relatif de vitesse dU/Udz le long de la ligne H.

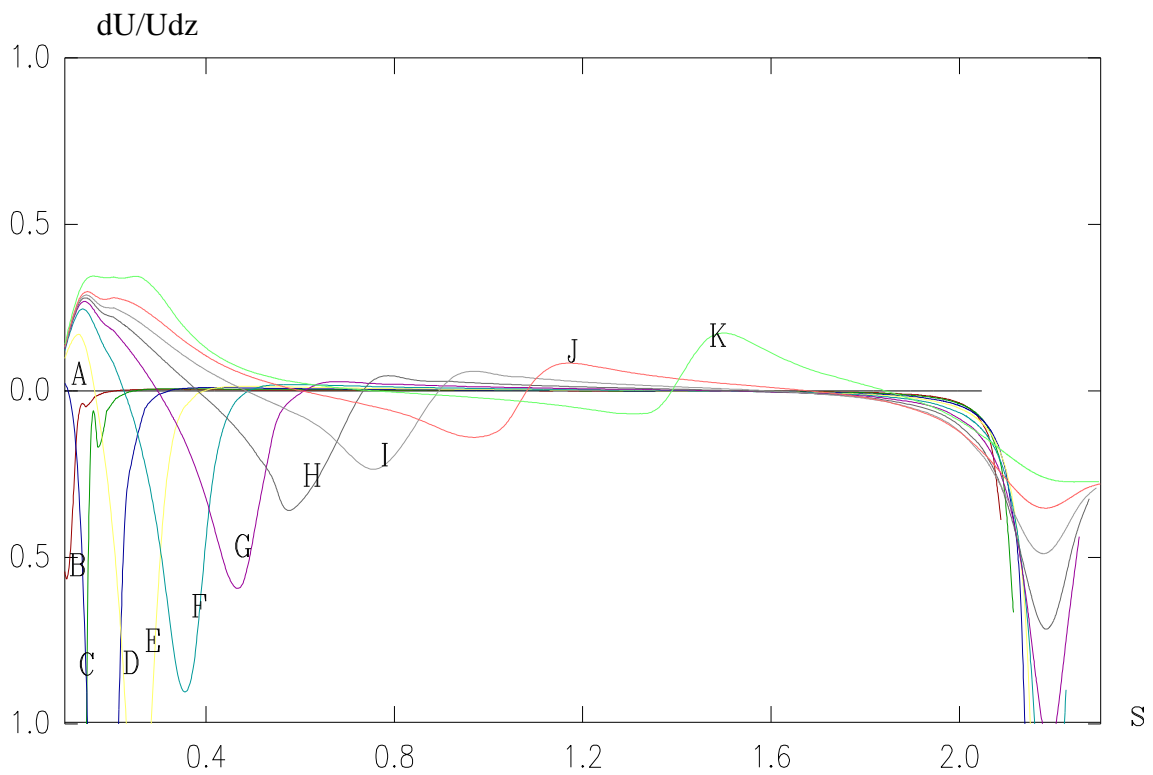


Fig22: Gradient relatif de vitesse dU/Udz le long des

lignes de courant de l'extrados.

II-9) PRESENTATION DES RESULTATS DE L'ÉCOULEMENT EXTERIEUR SUR L'INTRADOS :

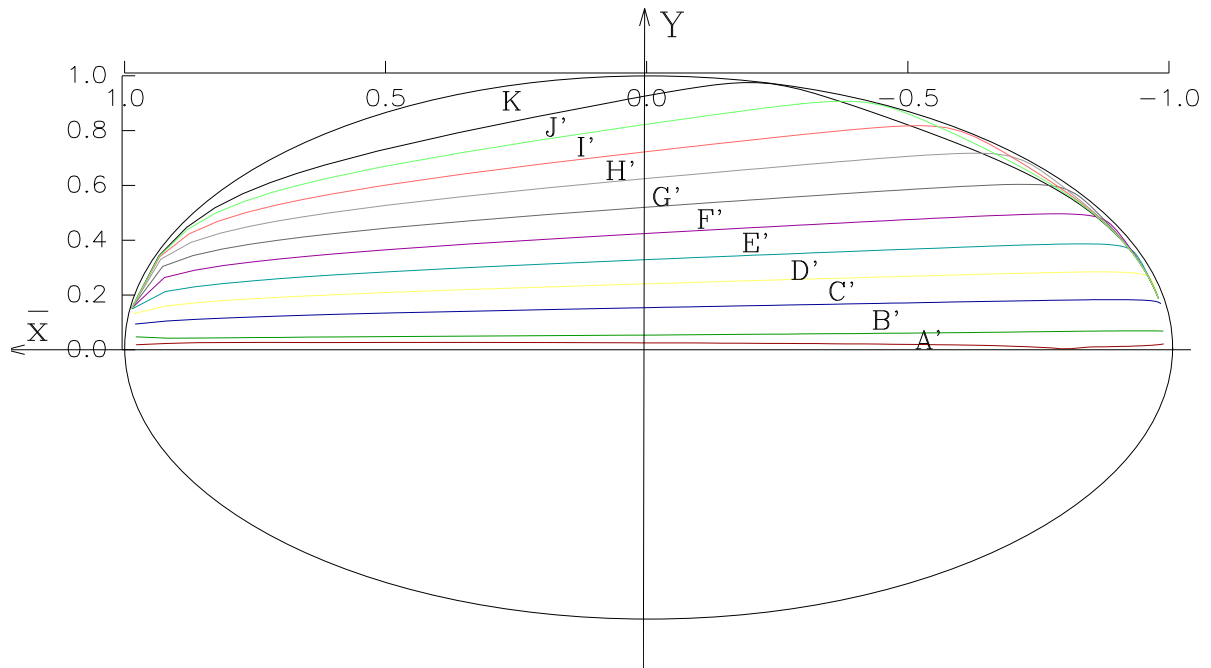


Fig23: Distribution des ligne de courant sur l'intrados de l'ellipsoïde.(Vue de dessous).

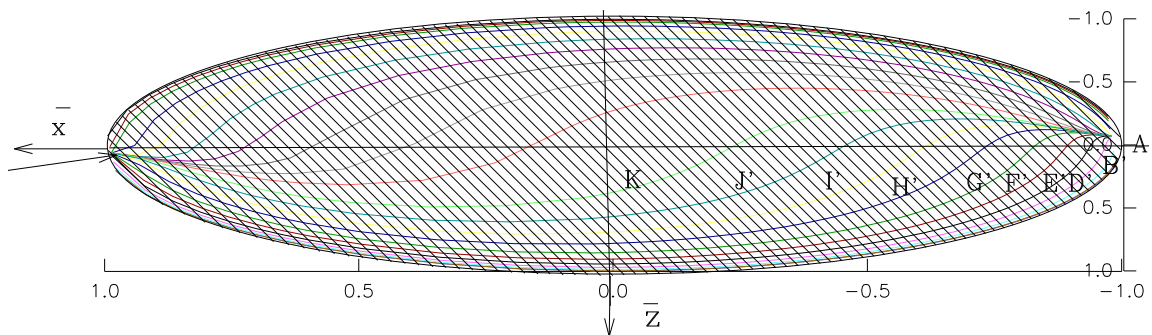


Fig24: Déviation des lignes de courant sur l'intrados de l'ellipsoïde.(Vue de coté).

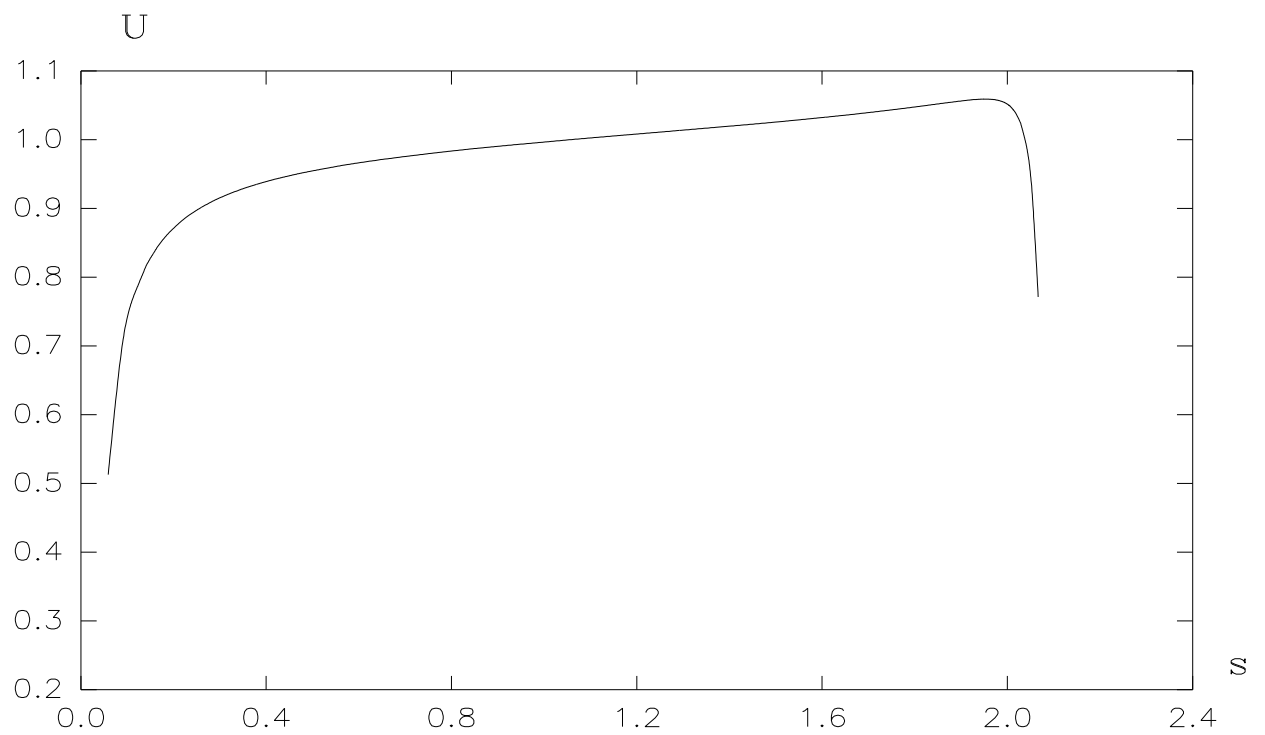


Fig25: Profil de la vitesse extérieure U
le long de la ligne C' .

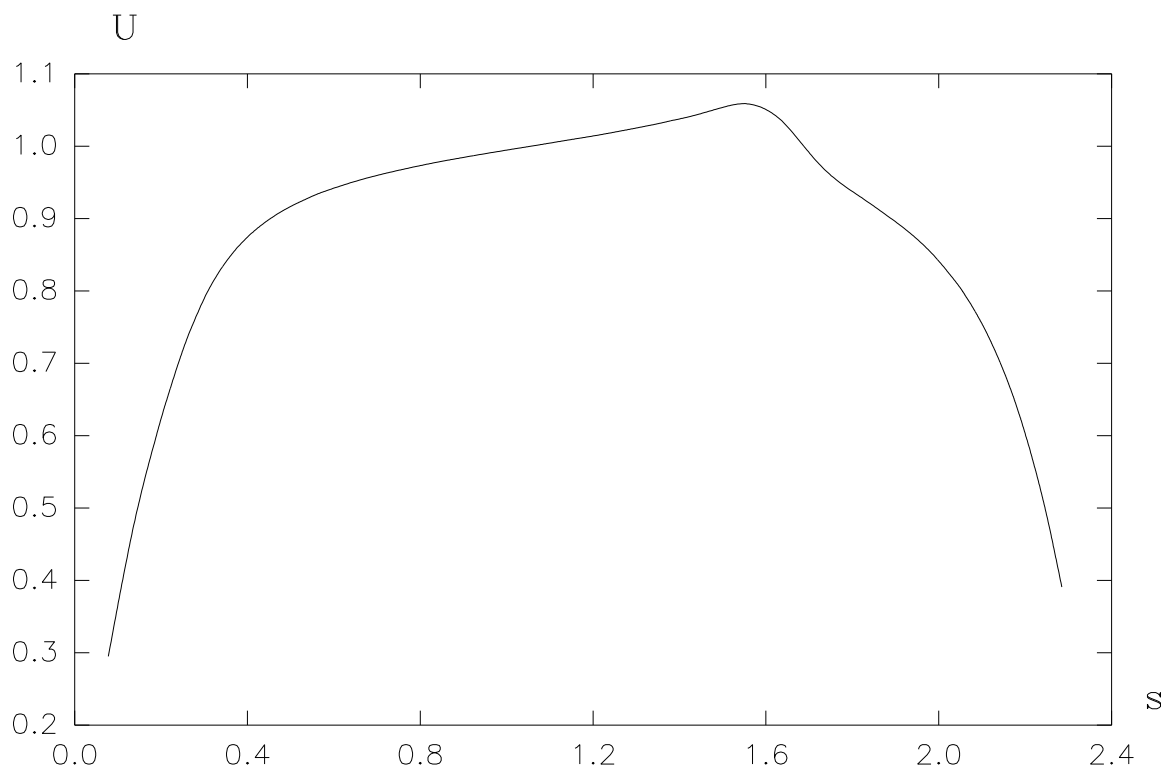


Fig26: Profil de la vitesse U
le long de la ligne J'

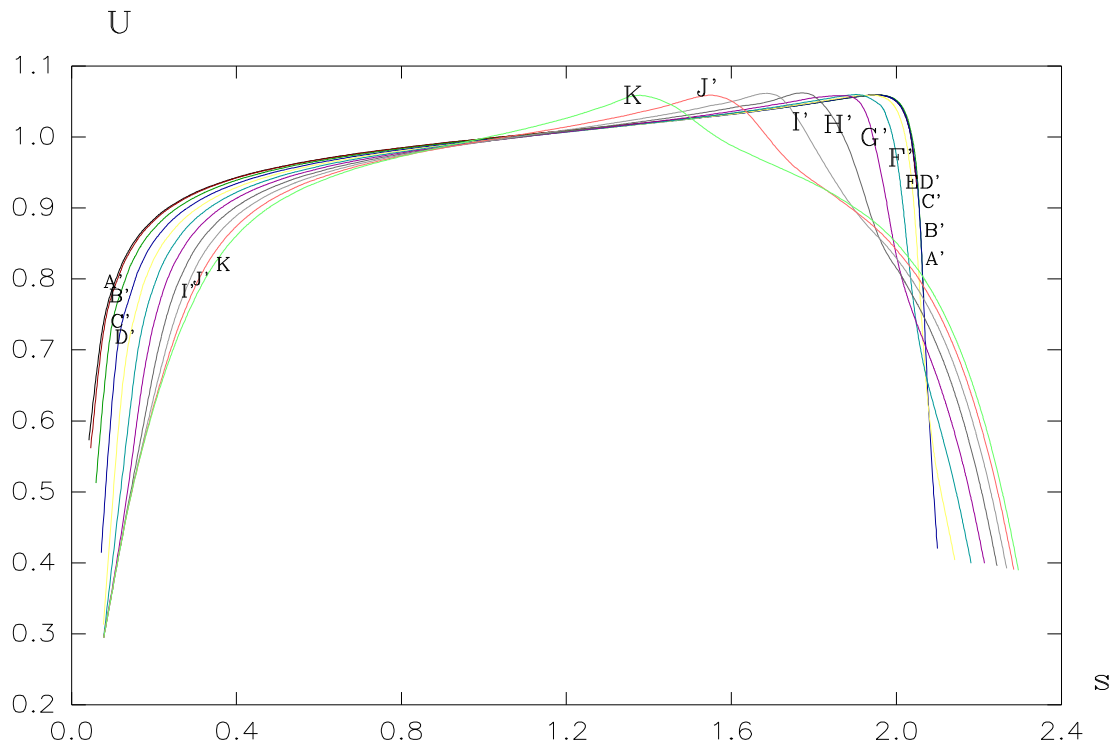


Fig27: Evolution de la vitesse extérieure U sur l'ensemble des lignes de courant couvrant l'intrados.

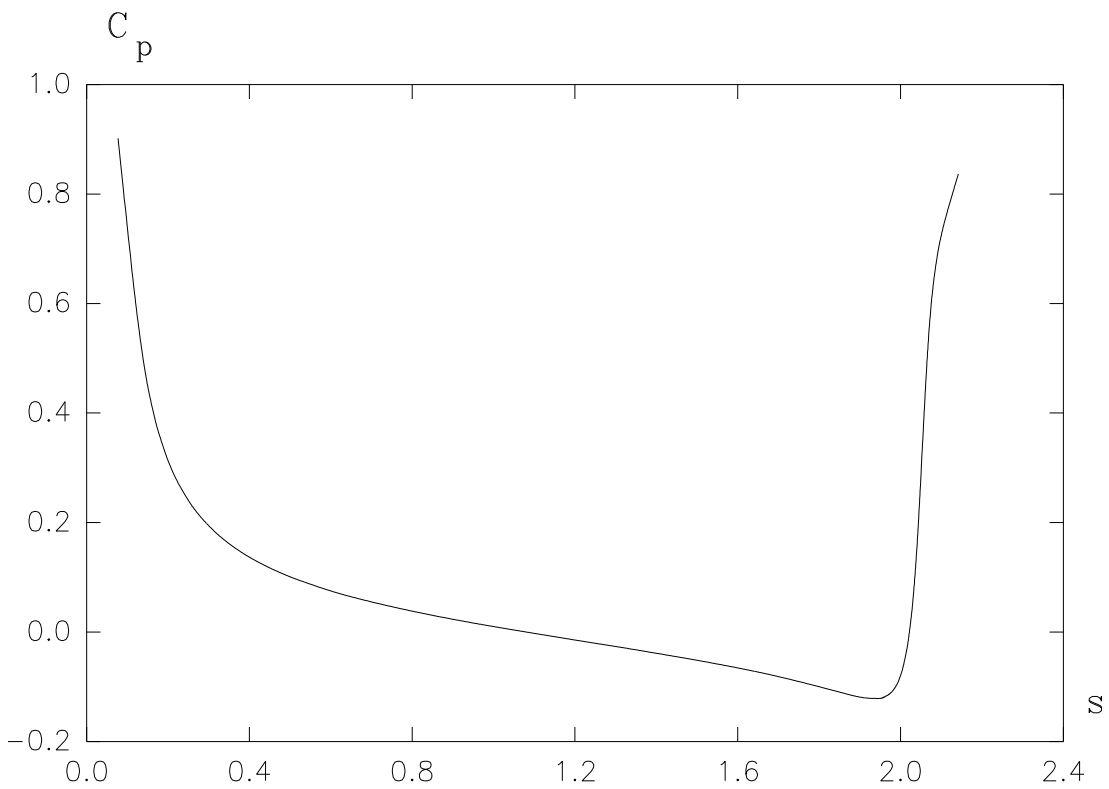


Fig28: profil du coef de pression C_p

le long de la ligne E' .

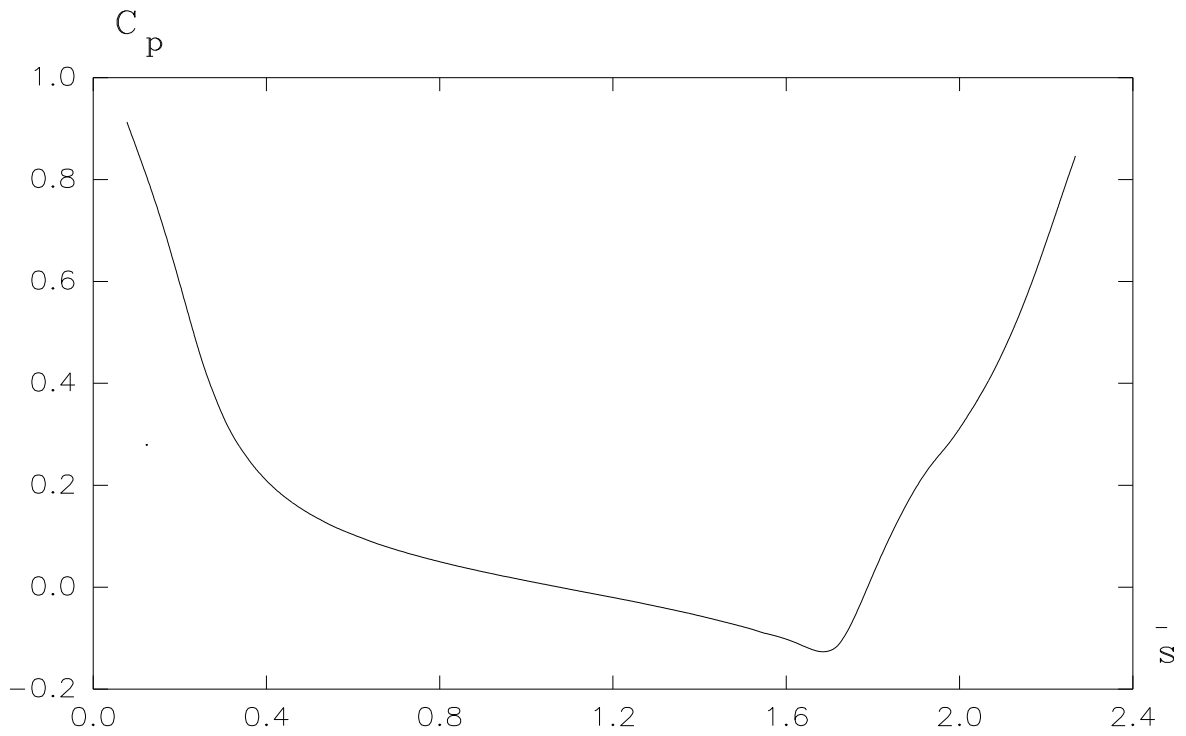


Fig29: profil du coef de pression C_p
le long de la ligne E' .

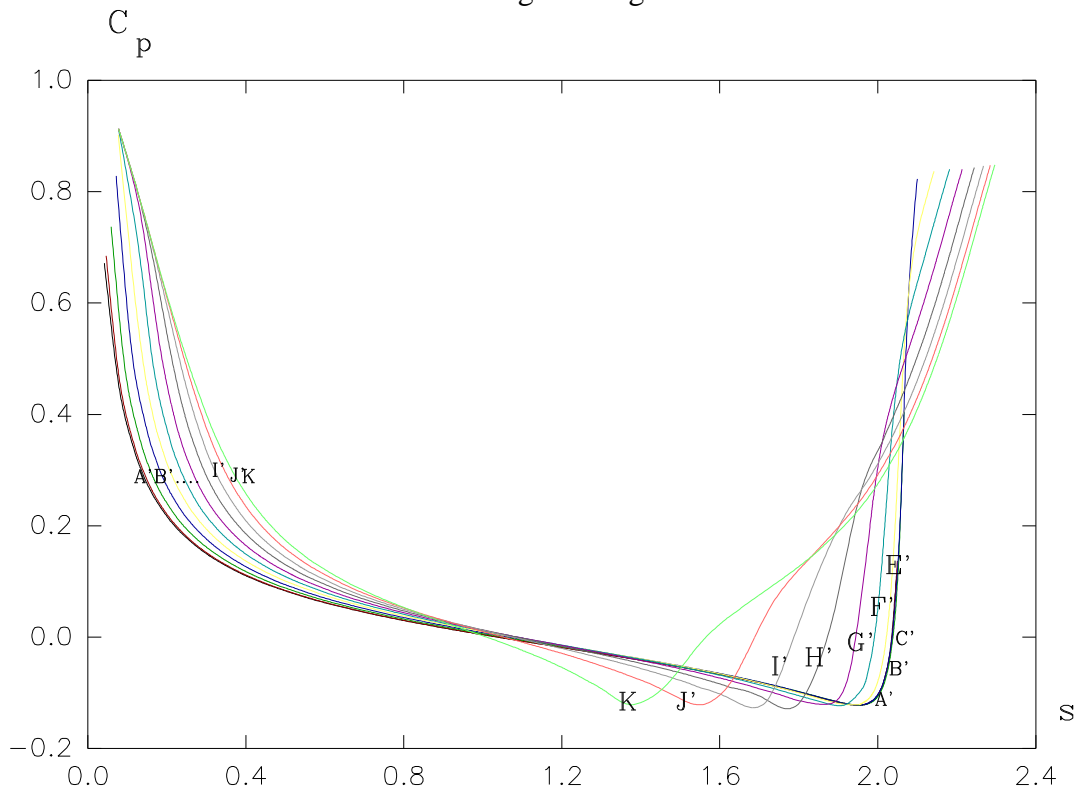


Fig30: Evolution du coef de pression C_p sur l'ensemble

des lignes de courant couvrant l'intrados .

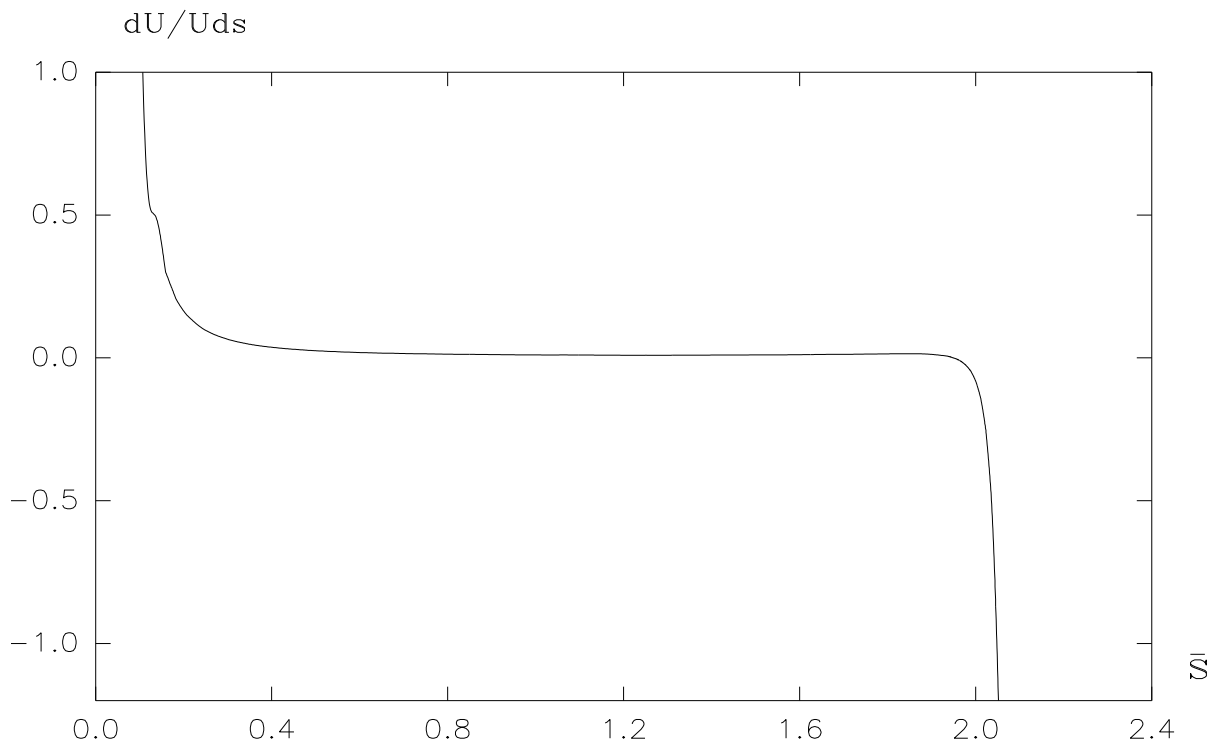


Fig31: Profil du gradient relatif de vitesse dU/Uds le long de la ligne D' .

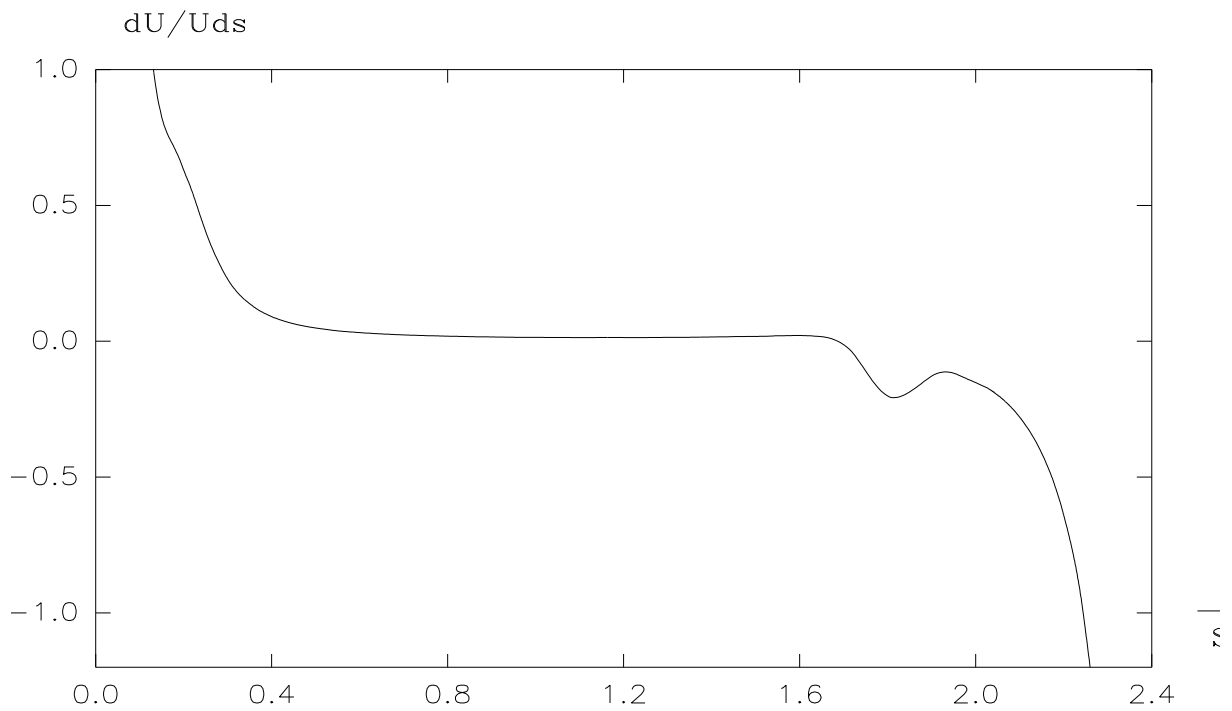


Fig32: Profil du gradient relatif dU/Uds

le long de la ligne I' .

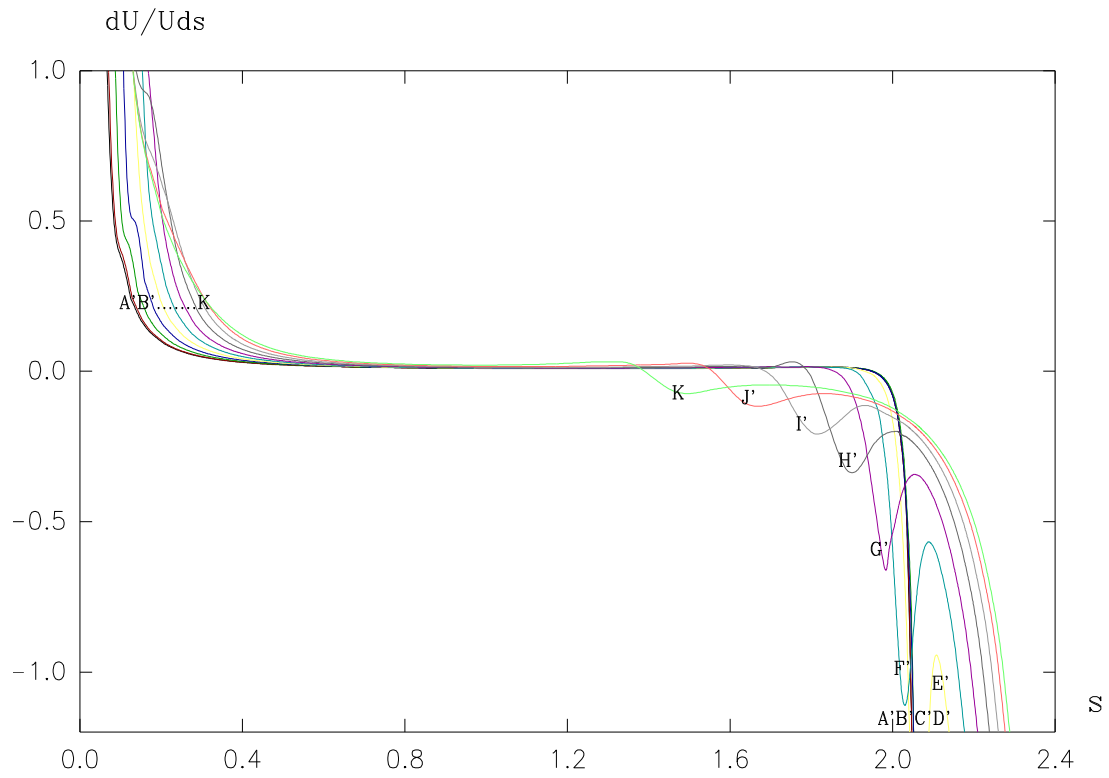


Fig33: Evolution du gradient relatif dU/Uds sur l'intrados de l'ellipsoïde .

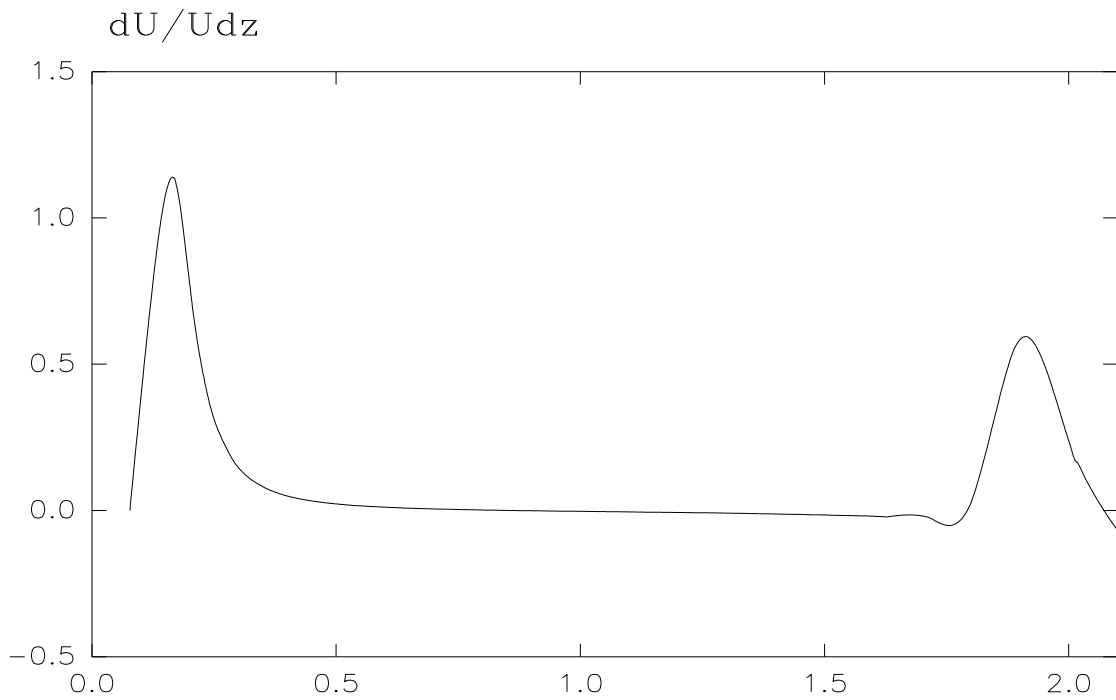


Fig34: Profil du gradient relatif dU/Udz

le long de la ligne H' .

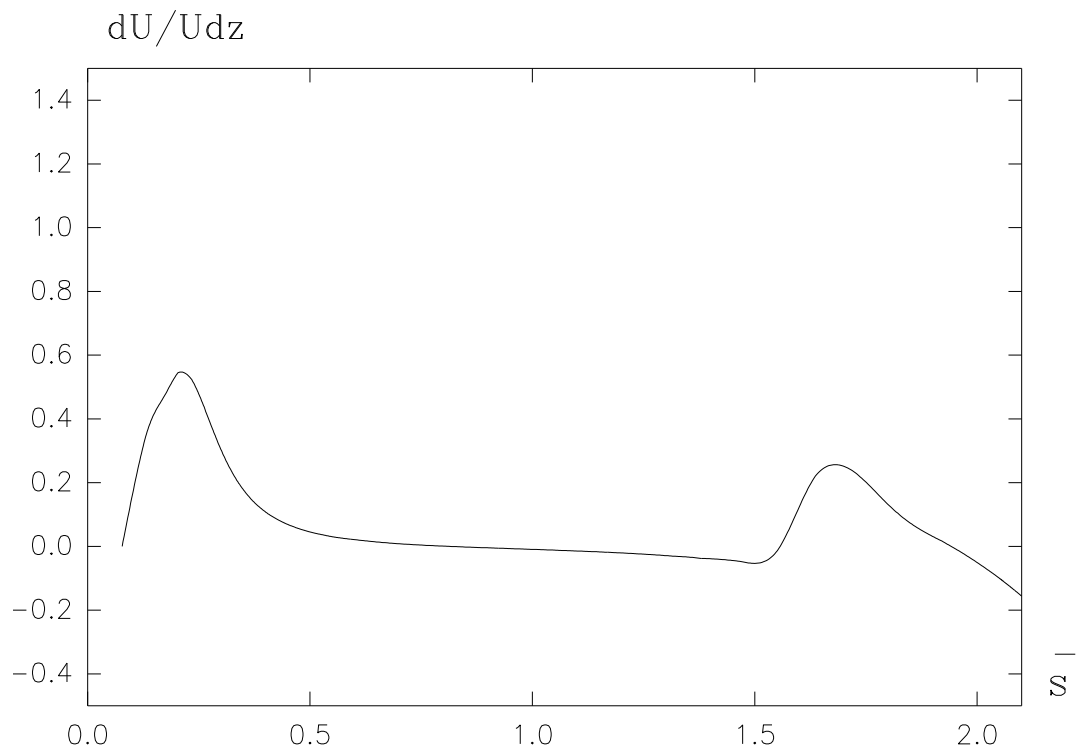


Fig35: Profil du gradient relatif dU/Udz le long de la ligne J' .

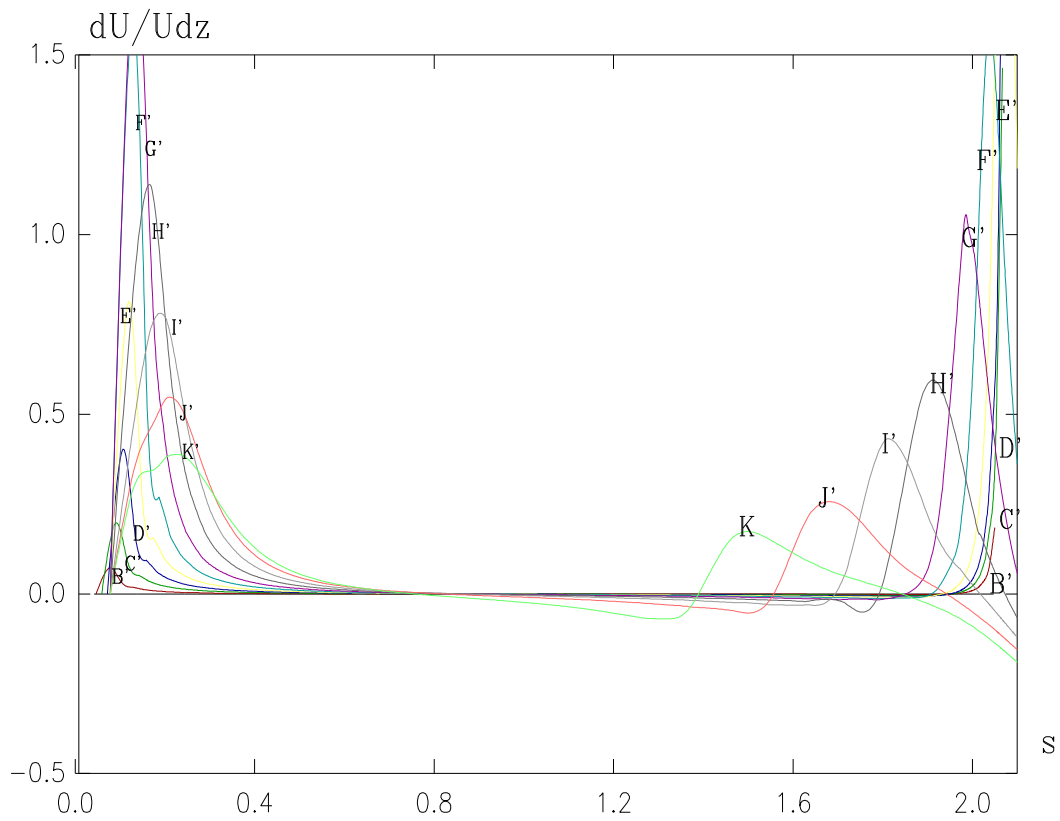


Fig36: Evolution du gradient relatif dU/Udz

sur l'intrados de l'ellipsoïde .

II-10) ANALYSE DES RESULTATS :

Les résultats obtenus reflètent les caractéristiques générales d'un écoulement tridimensionnel laminaire autour d'un ellipsoïde de rapport d'axe (6: 3: 1) incliné de 6° par rapport à l'écoulement à l'infini amant de vitesse uniforme U_∞ .

Les résultats obtenus sont ceux de l'écoulement d'un fluide incompressible en régime laminaire, calculés dans le système de coordonnées curviligne (s, z, n); présentés sur l'extrados de l'ellipsoïde figures (9 à 22), puis sur l'intrados en figures (23 à 36). Nous ne sommes intéressé qu'à l'étude de l'écoulement sur la moitié du corps pour des raisons de symétrie par rapport au plan (xoz).

Nous avons commencé par la présentation de l'évolution de la vitesse extérieure, suivant les figures (11-12-13) sur l'extrados et (25-26-27) sur l'intrados, indique d'une façon générale un écoulement favorable dans la direction des lignes de courant et varie lentement dans la direction circonférentielle.

La vitesse extérieure se présente sous forme d'une courbe parabolique, à partir du point d'arrêt sur le bord d'attaque de l'ellipse et croit jusqu'à une valeur maximale supérieure à U_∞ d'où un gain de vitesse qui confirme le comportement du gain qui se présente sur tout obstacle convexe et exploité dans les ailes delta, ensuite la vitesse U_e chute vers des valeurs faibles au bord de fuite de l'obstacle.

La pression sur le corps présente une allure inverse à la vitesse extérieure à cause de sa définition comme étant $\frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2}$, voir figures (14-15-16) sur l'extrados et figures (28-29-30) sur l'intrados.

La variation des gradients de pression $\frac{\partial p}{\partial s}$ et $\frac{\partial p}{\partial z}$, proportionnels aux gradients relatifs $\frac{1}{U} \frac{\partial U}{\partial s}$ et $\frac{1}{U} \frac{\partial U}{\partial z}$, sont présentés sur les figures (17 à 22) et (31 à 36). On constate le passage par la valeur zéro de $\frac{1}{U} \frac{\partial U}{\partial s}$ et $\frac{1}{U} \frac{\partial U}{\partial z}$ en un point commun

correspondant au minimum de pression; de part et d'autre de ce point $\frac{1}{U} \frac{\partial U}{\partial z}$ s'annule en plus sur des points d'inflexions des lignes de courant selon Eichelbrenner et Bernard [23], qui ont présenté une étude détaillée à ce sujet. Il reste à noter que le pic présent sur les courbes de toutes les figures correspond au passage de la ligne de courant de la partie intrados ($z > 0$) vers la partie extrados ($z < 0$) ou l'écoulement passe par la zone aplatie du corps, ce qui signifie une sorte de vibration qui se propage sur les lignes à partir du front du corps jusqu'au bord de fuite dans l'ordre décroissant, ce pic est moins fort pour les premières lignes (A, B, C) qui semble être loin de la zone aplatie, de plus leur passage vers l'extrados se fait immédiatement dès le départ ce qui le rend moins visible sur leurs graphiques.