Introduction Générale

Plusieurs processus physiques peuvent être modélisés par des lois mathématiques, qui correspondent le plus souvent à un ensemble d'équations algébriques et différentielles non linéaires. Comme il est tout à fait claire que les lois de la physique ne fournissent qu'une représentation globale des phénomènes, donc, il y a toujours des incertitudes et des erreurs de modélisation liées à des phénomènes négligés et à la précision des valeurs des paramètres du modèle de sorte qu'on ne peut décrire exactement par un modèle mathématique le comportement d'un processus physique. Le problème de commande consiste à utiliser le modèle obtenu pour concevoir des régulateurs qui garantissent la stabilité et un niveau de performance acceptable malgré les incertitudes sur les paramètres ou les dynamiques négligées dans le modèle du processus.

Dans le cas où le modèle est linéaire à temps invariant (LTI), il existe plusieurs méthodes reposent sur l'étude de certaines fonctions de transfert en boucle fermée [11], qui permettent d'envisager la résolution du problème de synthèse.

Parmi les approches multivariables, il convient de signaler la méthode LQG [30 - 38] dont, on connaît parfaitement l'ordre du modèle ainsi que les valeurs numérique précise de ses coefficients. Mentionnons également la méthode d'optimisation H_∞ qui depuis quelques années fait l'objet de nombreux développements, aussi bien sur le plan théorique qu'applicatif. La synthèse H_∞ est particulièrement intéressante. Elle permet de prendre en compte, a priori et explicitement, des spécifications fréquentielles et temporelles du cahier des charges, simplifiant ainsi la synthèse. En effet les spécifications fréquentielles sont naturellement prises en compte par la synthèse H_∞. Les spécifications temporelles classiques (temps de montée, rejection de perturbations, atténuation de bruit, erreur statique, dépassement) peuvent être facilement interprétées dans le domaine fréquentiel comme nous le verrons (dans le deuxième chapitre) au travers d'un exemple simple. Le second avantage est un avantage méthodologique. En effet le critère H_∞ est construit directement à partir du cahier des charges, ce qui est particulièrement intéressant pour des spécifications nombreuses et complexes. Or les spécifications sont facilement traduisibles en terme de gabarits fréquentiels. Et les gabarits fréquentiels correspondent aux pondérations en entrée et en sortie que l'on retrouve dans la synthèse H_∞ pondérée. Ainsi le choix des gabarits se fait de façon méthodologique. Le troisième avantage est basé sur la représentation fréquentielle. Or cette représentation fréquentielle est à la base de l'analyse de la robustesse via le théorème du petit gain.

La synthèse H_∞ permet de synthétiser des correcteurs robustes en prenant en compte explicitement des incertitudes dynamiques. De plus, cette approche peut être étendue à la désensibilisation de la boucle fermée aux incertitudes paramétriques et aux non linéarités [15]. En d'autres termes, on utilise un seul critère, le critère H_∞ pour assurer la performance et la robustesse : un critère unique pour ajuster au mieux le compromis performance/robustesse.

Mais qu'advient-il si maintenant le modèle mathématique, conserve un caractère fortement non stationnaire ? Occulter cette propriété en traitant la non stationnarité comme une incertitude variant dans le temps constitue une approche excessivement conservative du problème, Une méthode sans doute mieux adaptée et utilisée dans l'industrie depuis de nombreuses années, repose sur la théorie de la commande adaptative, permet, grâce à une estimation en ligne des paramètres, la prise en compte explicite des aspects non stationnaires. De cette manière, on pourra espérer atteindre un niveau de performance relativement élevé. En contrepartie, une telle méthode, utilisée dans sa version actuelle, n'est pas robuste aux perturbations non identifiées de modèle, et se heurte aux difficultés inhérentes aux systèmes à évolutions rapides.

L'approche développée dans ce mémoire repose sur le concept de systèmes linéaires à paramètres variables (LPV). Plus précisément, on supposera que le modèle non stationnaire admet une description temporelle de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\theta(t))x(t) + B(\theta(t))u(t) \\ y(t) = C(\theta(t))x(t) + D(\theta(t))u(t) \\ \forall t \geq 0, \theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) & \theta_2(t) & \cdots & \theta_r(t) \end{bmatrix}^T \in P \subset \mathbb{R}^r \end{cases}$$

Les éléments de la représentation d'état du modèle dépendent donc explicitement du paramètre variable $\theta(t)$. Ce dernier, évoluant dans le domaine borné P ne traduit aucunement une incertitude mais une variation connue faisant partie intégrante du modèle non stationnaire. Dans la suite on supposera donc ce paramètre accessible à la mesure en temps réel.

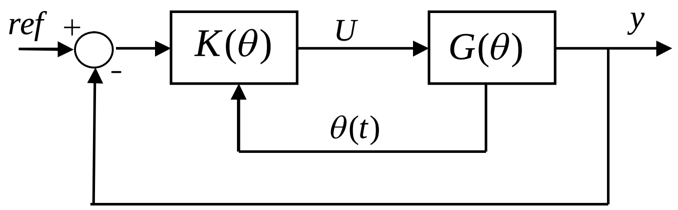

Figure 1.1 : Structure de commande LPV

Comme le met en évidence le schéma de rétroaction ci-dessus, on retiendra pour le correcteur, une structure identique à celle du système. Ainsi, la dépendance paramétrique sera intégralement recopiée. Ce choix est à l'origine des extensions des méthodes déjà citées de synthèse H_∞ dans le cadre des systèmes LPV. En l'absence d'une prise en compte explicite de la structure des incertitudes paramétriques susceptibles d'affecter le modèle non stationnaire, il est intéressant de souligner la convexité des caractérisations obtenues. En effet, celles-ci prendront la forme d'un problème d'optimisation sous contraintes inégalités matricielles linéaires (LMI) D'un point de vue numérique, il existe depuis peu des outils performants [18] qui permettent d'aborder cette classe de problèmes et donc d'envisager des applications réalistes.

Organisation du mémoire

Le mémoire est divisé en quatre chapitres.

Le premier chapitre (Modélisation des systèmes LPV) est consacré à l'analyse en stabilité des systèmes dynamiques, où nous allons développer deux grandes approches. La première s'appuie sur la théorie de Lyapunov et la seconde repose sur un concept plus récent de stabilité entrée/sortie. Nous avons insisté aussi sur les difficultés soulevées par l'étude des systèmes non stationnaires dans le cas général et soulignerons de ce fait, l'importance du choix d'un modèle.

Notre étude est limité à la classe des systèmes linéaires à paramètres variants (LPV) et la modélisation polytopique permettant la simplification de la mise en oeuvre des méthodes d'analyse et a fortiori de synthèse.

Le deuxième chapitre (L'approche H_∞) : Dans ce chapitre on essaye de présenter (pour les systèmes LTI) l'approche H_∞ qui permet de synthétiser des correcteurs robustes en prenant en compte explicitement des incertitudes dynamiques. Cette approche peut être étendue à la désensibilisation de la boucle fermée aux incertitudes paramétriques et aux non linéarités. En d'autres termes, on utilise un seul critère, le critère H_∞ pour assurer la performance et la robustesse

Le troisième chapitre (LMI) : Dans ce chapitre nous allons voir, comment nous pouvons exprimer le problème standard H_∞ sous forme d'un problème d'optimisation convexe, et de chercher la loi de commande en utilisant les LMIs.

Le quatrième chapitre (synthèse de lois de commande à paramètre variable) :On essaye à travers ce dernier chapitre d'étudier la synthèse des lois de commande à paramètre variable, en utilisant la modélisation polytopique, que nous avons déjà vue dans le premier chapitre. Enfin, nous donnons la simulation de quelques exemples décrits sous forme d'un modèle LPV de type polytopique, dont le but est de trouver une loi de commande robuste vérifiant un certain niveau de performance, en se basant sur l'approche H_∞ et l'outil mathématique LMI

Les exemples de la simulation sont les suivants :

La première application est une commande d'un robot sous-actionné dont l'objectif est de maintenir un bras libre dans une position verticale comme un pendule inversé en utilisant la rotation d'un bras. Ce dernier, est mis en marche par un moteur conduit par un amplificateur de puissance

La deuxième application correspond à un intégrateur suivi d'un transfert de premier ordre, dont la constante du temps varie entre 7.5ms et 150ms.

La troisième application est consacrée au pilotage longitudinal d'un missile air-air sur un domaine de vol très étendu. Les variations paramétriques seront donc particulièrement importantes