Détection d’objet mobile par les Modèles de Markov Cachés

4.1 : Introduction

La détection d’objet mobile en utilisant les modèles de Markov cachés ; *MMCs,* a pour but final de classer les pixels de chaque image incidente en deux régions : « *objet mobile* » et « *Background* ». Cela revient à déterminer la réalisation x des états cachés X , en partant de la seule information disponible représentée par la réalisation y de Y.

Dans ce cas, on travaille dans un contexte dit « *non supervisé* ». Cela veut dire que les paramètres de ce modèle, sont estimés uniquement à partir de la réalisation y de l’observation Y, puisque la réalisation de X est totalement inconnue. Rappelons que ces paramètres s’arrangent en deux groupes : ceux propres à la chaîne de Markov cachée et ceux associés aux classes. Une fois ces paramètres estimés, on procède alors, à la détection.

4.2. Estimation des paramètres

Fréquemment, on ne dispose d’aucune connaissance a priori sur les classes. En d’autres termes, nous savons plus quels pixels représentatifs pour chacune. Leurs paramètres donc doivent être estimés.

Pour nous, l'attache aux données (probabilités conditionnelles) est une distribution supposée « *gaussienne* » dont ses paramètres révèlent les moyennes et les variances des classes. Nous supposons aussi, que les données mesurables se présentent par leurs niveaux de gris (Intensités). La chaîne de Markov est supposée ergodique, basculant entre deux états F et B. La première représente l'objet mobile et l'autre définisse le *Background,* **Fig (4.1)**.

Comme signaler ci avant, il existe plusieurs méthodes dédiées à l'estimation des paramètres. Cependant dans cette partie, on s'intéresse en particulier à l'algorithme connu sous le nom de '*ICE : Iterative Conditionnal Estimation*'.

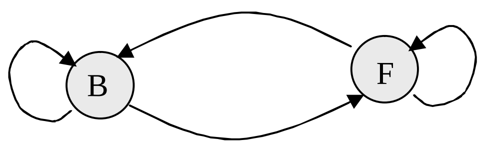

Fig (4.1) ***: Graphe d'états modèle MMC choisi***

4.2.1 : Principe de l'algorithme '*ICE*'

L'algorithme '*ICE*' introduit par *Pieczynski* [37], représente une méthode générale d'estimation des paramètres, acceptant toute forme de distributions. Il ressemble à l'algorithme *EM* [35]. Il s'agit encore d'un algorithme itératif.

On considère un estimateur $\hat{\theta}(X,Y)$ de l'ensemble θ des paramètres du modèle à estimer, basé sur les données complètes (X,Y), et on veut l'approcher par une fonction de l'observation Y, qui représente la seul donnée disponible. La meilleure approximation de cet estimateur au sens de l'erreur quadratique moyenne n'est autre que l'espérance conditionnelle par rapport à *Y,* donnée par $E\left[\hat{\theta}(X,Y)/Y=y\right]$. Cette espérance dépend du paramètre θ, et n'est pas calculable explicitement [35, 37]. Avec une démarche itérative, dont q le nombre d'itérations, on calcule la valeur suivante des paramètres en fonction de leur valeur courante, et on écrit :

$$\theta^{(q+1)} = E\left[\hat{\theta}(X,Y)/Y = y, \theta^{(q)}\right] \quad \text{(4.1)}$$

Ainsi la procédure de l'algorithme '*ICE*' est la suivante [35, 37] :

- Initialisation de θ, soit $\theta^{(0)}$.
- Calcul des paramètres suivants à partir de la donnée mesurée y et des paramètres courants $\theta^{(q)}$ selon:

$$\theta^{(q+1)} = E\left[\hat{\theta}(X,Y)/Y = y, \theta^{(q)}\right]$$

remarque ↑ :

Lorsque l'espérance de (4.1) n'est pas explicitement calculable, on peut l'estimer par des tirages aléatoires selon la loi conditionnelle à *Y*, [35, 37, 45]. On simule ainsi, *M* réalisations de *X* notées $x^1, x^2, \ldots, x^M$, selon la loi conditionnelle à *Y*, et basées sur les paramètres $\theta^{(q)}$. La valeur $\theta^{(q+1)}$ des paramètres à l'itération $q+1$, sera exprimée par la moyenne tirée de ces *M* échantillons [37] . Elle s'écrit par:

$$\theta^{(q+1)} = \frac{1}{M}\left[\hat{\theta}(x^1, y) + \hat{\theta}(x^2, y) + \ldots + \hat{\theta}(x^M, y)\right]$$

4.2.2 : L'algorithme '*ICE*' pour une chaîne de Markov cachée

L'application de l'algorithme *ICE* au stade de l'apprentissage associé aux Chaînes de Markov Cachées, permet d'estimer les paramètres définissant la loi de *X*, ainsi que ceux du bruit [37].

a / Ré-estimation des paramètres de la loi de *X*

Le calcul de ces paramètres est basé essentiellement sur les probabilités c_{ij}. Conformément au principe général *d'ICE*, on considère que X est observable. Les quantités c_{ij} donc, peuvent être estimées selon :

$$\hat{c}_{ij}(X) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1,T-1} 1_{\left| X_t = \omega_i, X_{t+1} = \omega_j \right|} \quad \text{(4.2)}$$

Celle-ci représente la fréquence empirique d'aller de l'état ω_i à l'état ω_j pour une chaîne de longueur T. La valeur suivante de c_{ij} est donnée par l'espérance conditionnelle de $\hat{c}_{ij}$, comme suit :

$$c_{ij}^{(q+1)} = E\left[\hat{c}_{ij}(X)/Y, c_{ij}^{(q)}\right] \qquad (4.3)$$

Elle est écrite en fonction de c_{ij} par :

$$c_{ij}^{(q+1)} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1,T-1} P^{(q)}\left(X_t = \omega_i, X_{t+1} = \omega_j / Y = y\right) \qquad (4.4)$$

avec $P^{(q)}\left(X_t = \omega_i, X_{t+1} = \omega_j / Y = y\right) = c_{ij}^{(q)}$.

Selon l'équation (3.5), les éléments $a_{ij}^{(q+1)}$ de la matrice de transition à l'itération $(q+1)$ seront donnés par :

$$a_{ij}^{(q+1)} = \frac{c_{ij}^{(q)}}{\sum_{1 \le j \le K} c_{ij}^{(q)}} = \frac{\sum_{t=1,T-1} P^{(q)}\left(X_t = \omega_i, X_{t+1} = \omega_j / Y = y\right)}{\sum_{j=1,K} \sum_{t=1,T-1} P^{(q)}\left(X_t = \omega_i, X_{t+1} = \omega_j / Y = y\right)}$$

Donc à l'itération $(q+1)$, les paramètres de la chaîne s'écrient comme suit:

$$a_{ij}^{(q+1)} = \frac{\sum_{1 \le t \le T-1} \psi_t^{(q)}(i, j)}{\sum_{1 \le t \le T-1} \xi_t^{(q)}(i)} \qquad (4.5)$$

Et :

$$\pi_i^{(q+1)} = \sum_{1 \le t \le T-1} \xi_t^{(q)}(i) \qquad (4.6)$$

b / Ré-estimation des paramètres de la lois de Y_t conditionnelle à X_t :

Considérant le cas gaussien, ces paramètres représentent les moyennes μ_i et les variances σ_i. Elles sont données par *ICE* :

$$\hat{\mu}_i^{(q+1),m} = \frac{\sum_{1\le t\le T} y_t . 1_{\left|X_t^{(q.m)}=\omega_i\right|}}{\sum_{1\le t\le T} 1_{\left|X_t^{(q.m)}=\omega_i\right|}} \quad \text{(4.7)}$$

Et :

$$\left(\hat{\sigma}_i^{(q+1),m}\right)^2 = \frac{\sum_{1\le t\le T}\left(y_t - \hat{\mu}_i^{(q+1),m}\right)^2 . 1_{\left|X_t^{(q),m}=\omega_i\right|}}{\sum_{1\le t\le T} 1_{\left|X_t^{(q),m}=\omega_i\right|}} \quad \text{(4.8)}$$

Ces formules sont dérivées d'une procédure d'échantillonnage [35, 45], dans laquelle on simule M des réalisations de X indicée par m, selon la loi a posteriori donnée par l'équation (3.19). L'estimée final des paramètres des densités est donnée par la moyenne calculées de ces échantillons pour chaque caractéristique.

Finalement, la procédure *ICE* pour l'estimation des paramètres θ, traverse les étapes suivantes, tout en partant des paramètres initiaux $\pi_i^{(0)}$, $a_{ij}^{(0)}$ et des données $f_i^{(0)}$ [45].

Pour chaque itération *q* de l'algorithme *ICE*, on se base sur les probabilités *Forward* et *Backward* selon la démarche ci après :

Pour chaque élément *t* de la chaîne, et pour chaque classe ω_i possible, et en utilisant les valeurs des paramètres $\theta^{(q-1)}$ à l'itération $(q-1)$, on calcule :

- Les probabilités *Forward*, $\alpha_t^{(q)}(i)$.
- Les probabilités *Backward*, $\beta_t^{(q)}(i)$.
- Les probabilités a posteriori marginales , $\xi_t^{(q)}(i)$.

Ainsi, on peut calculer :

- Les nouvelles probabilités jointes conditionnelles , $\psi_t^{(q)}(i, j)$.
- Les nouveaux éléments de la matrice de transition stationnaire, $a_{ij}^{(q)}$ tel que:

$$a_{ij}^{(q)} = \frac{\sum_{1 \le t \le T-1} \psi_t^{(q)}(i,j)}{\sum_{1 \le t \le T-1} \xi_t^{(q)}(i)} \quad \text{(4.9)}$$

- et les nouvelles probabilités initiales $\pi_i^{(q)}$:

$$\pi_i^{(q)} = \sum_{1 \le t \le T-1} \xi_t^{(q)}(i) \quad \text{(4.10)}$$

On calcule une série de réalisations a posteriori à l'aide de l'équation (3.19), basées sur $\alpha_t^{(q)}(i)$, $\beta_t^{(q)}(i)$ et $f_i^{(q-1)}$. Pour chaque réalisation indicée par *m*, nous estimons les paramètres de chaque classe (sa moyenne et sa variance) [45].

$$\hat{\mu}_i^{(q),m} = \frac{\sum_{1 \le t \le T} y_t . 1_{\left|X_t^{(q),m} = \omega_i\right|}}{\sum_{1 \le t \le T} 1_{\left|X_t^{(q),m} = \omega_i\right|}} \quad \text{(4.11)}$$

Et :

$$\left(\hat{\sigma}_i^{(q),m}\right)^2 = \frac{\sum_{1 \le t \le T} \left(y_t - \hat{\mu}_i^{(q),m}\right)^2 . 1_{\left|X_t^{(q),m} = \omega_i\right|}}{\sum_{1 \le t \le T} 1_{\left|X_t^{(q),m} = \omega_i\right|}} \quad \text{(4.12)}$$

Ces deux derniers sont moyennés dans le but d'obtenir les paramètres $\theta^{(q)}$ à l'itération (q) comme suit :

$$\hat{\mu}_i^{(q)} = \frac{1}{M} \sum_{1 \le m \le M} \hat{\mu}_i^{(q),m} \quad \text{(4.13)}$$

Et :

$$\left(\hat{\sigma}_i^{(q)}\right)^2 = \frac{1}{M} \sum_{1 \le m \le M} \left(\hat{\sigma}_i^{(q),m}\right)^2 \quad \text{(4.14)}$$

Avec M , le nombre totale de réalisations simulées.

L'algorithme *ICE* complet est donné par la table **Tab (4.1)** .

remarque ↑ :

Nous allons limiter le nombre de réalisations a posteriori à un (*01*) pour chaque itération de *ICE*.

Tab (4.1) : ***Algorithme 'ICE' pour une Chaîne de Markov Cachée***

- Initialisation des paramètres : $\pi_i^{(0)},\ a_{ij}^{(0)}$ et des données $f_i^{(0)}$.
- Répéter jusqu'à convergence :

1/ Forward

** Initialisation*

$$\alpha_1^{(q)}(i) = \frac{\pi_i^{(q)} \cdot f_i^{(q)}(y_1)}{\sum_{1 \le j \le K} \pi_j^{(q)} \cdot f_j^{(q)}(y_1)} \qquad pour \ :1 \le i \le K$$

** Récurrence*

$$\alpha_t^{(q)}(i) = \frac{f_i^{(q)}{}_i(y_t) \cdot \sum_{1 \le j \le K} \alpha_{t-1}^{(q)}(j) \cdot a_{ij}^{(q)}}{\sum_{1 \le l \le K} f_l^{(q)}(y_t) \cdot \sum_{1 \le j \le K} \alpha_{t-1}^{(q)}(j) \cdot a_{jl}^{(q)}} \qquad pour \ :1 \le i \le K,\ \ t = 2,\dots,T$$

2/ Backward

** Initialisation*

- $\beta_T^{(q)}(i) = 1 \qquad pour \ :1 \le i \le K$

- $\xi_T^{(q)}(i) = \dfrac{\alpha_T^{(q)}(i)}{\sum_{1 \le j \le K} \alpha_T^{(q)}(j)} \qquad pour \ :1 \le i \le K$

- $\psi_T^{(q)}(i,j) = \dfrac{\alpha_{T-1}^{(q)}(i) \cdot a_{ij}^{(q)} \cdot f_j^{(q)}(y_T) \cdot}{\sum_{1 \le l \le K} f_l^{(q)}(y_T) \cdot \sum_{1 \le j \le K} \alpha_T^{(q)}(j) \cdot a_{jl}^{(q)}} \qquad pour :1 \le i \le K, 1 \le j \le K$

** Récurrence pour* $t = T-1,\dots,1$

- $\beta_t^{(q)}(i) = \dfrac{\sum_{1 \le j \le K} a_{ij}^{(q)} \cdot f_j^{(q)}(y_{t+1}) \cdot \beta_{t+1}^{(q)}(j)}{\sum_{1 \le l \le K} f_l^{(q)}(y_{t+1}) \cdot \sum_{1 \le j \le K} \alpha_t^{(q)}(j) \cdot a_{jl}^{(q)}} \qquad pour \ :1 \le i \le K$

- $\xi_t^{(q)}(i) = \dfrac{\alpha_t^{(q)}(i) \cdot \beta_t^{(q)}(i)}{\sum_{1 \le j \le K} \alpha_t^{(q)}(j) \cdot \beta_t^{(q)}(j)} \qquad pour \ :1 \le i \le K$

- $\psi_t^{(q)}(i,j) = \dfrac{\alpha_t^{(q)}(i) \cdot a_{ij}^{(q)} \cdot f_j^{(q)}(y_{t+1}) \cdot \beta_t^{(q)}(j)}{\sum_{1 \le l \le K} f_l^{(q)}(y_{t+1}) \cdot \sum_{1 \le j \le K} \alpha_t^{(q)}(j) \cdot a_{jl}^{(q)}} \qquad pour :1 \le i \le K, 1 \le j \le K$

. . .

3/ Echantillonnage

- Tirage des échantillons $\left(x^{(q),1}, x^{(q),2}, ..., x^{(q),m}, ..., x^{(q),M}\right)$ selon la loi $P\left(X / Y = y, \theta^{(q)}\right)$.

- Tirage de $x_1^{(q),m}$ selon la loi $P\left(X_1 = \omega_i / Y = y, \theta^{(q)}\right) = \xi_1^{(q),m}(i)$.

- Tirage de $x_t^{(q),m}$ selon la loi $P\left(X_{t+1} = \omega_j / X_t = \omega_i, Y = y, \theta^{(q)}\right) = \psi_t^{(q),m}(i, j)$.

- Estimation des paramètres pour chaque échantillon :

- $$\hat{\pi}_i^{(q),m} = \frac{\sum_{1 \le t \le T} \xi_t^{(q),m}(i)}{T}$$

- $$\hat{a}_{ij}^{(q),m} = \frac{\sum_{1 \le t \le T} \psi_t^{(q),m}(i, j)}{\sum_{1 \le t \le T} \xi_t^{(q),m}(i)}$$

- $$\hat{\mu}_i^{(q),m} = \frac{\sum_{1 \le t \le T} y_t . 1_{\left|X_t^{(q),m} = \omega_i\right|}}{\sum_{1 \le t \le T} 1_{\left|X_t^{(q),m} = \omega_i\right|}}$$

- $$\left(\hat{\sigma}_i^{(q),m}\right)^2 = \frac{\sum_{1 \le t \le T} \left(y_t - \hat{\mu}_i^{(q),m}\right)^2 . 1_{\left|X_t^{(q),m} = \omega_i\right|}}{\sum_{1 \le t \le T} 1_{\left|X_t^{(q),m} = \omega_i\right|}}$$

4/ Mise à jours des paramètres

1/ $$\hat{\pi}_i^{(q)} = \frac{1}{M} \sum_{1 \le m \le M} \hat{\pi}_i^{(q),m}$$

2/ $$\hat{a}_{ij}^{(q)} = \frac{1}{M} \sum_{1 \le m \le M} \hat{a}_{ij}^{(q),m}$$

3/ $$\hat{\mu}_i^{(q)} = \frac{1}{M} \sum_{1 \le m \le M} \hat{\mu}_i^{(q),m}$$

4/ $$\left(\hat{\sigma}_i^{(q)}\right)^2 = \frac{1}{M} \sum_{1 \le m \le M} \left(\hat{\sigma}_i^{(q),m}\right)^2$$

4.3 : Détection d'objet mobile

4.3.1 : Procédure de détection

La procédure de détection d'objet mobile, permet de délimiter ce dernier dans son *Background*. Elle débute dés l'arrivée de l'image d'entrée Y contenant l'objet mobile. Cette dernière sera traitée par l'algorithme de détection basé sur un *MMC*. En premier, elle sera comparée à une image référence représentant le *Background* vide donnant ainsi l'image appelée *différence*. Puis, celle ci passera par les deux étapes essentielles de traitement, illustrées par **Fig (4.2)**. Une première, constituée de l'algorithme *ICE*, pour l'estimation des paramètres du modèle, suivie d'une deuxième, basée sur l'algorithme *MPM*, celle de la détection proprement dite. A la sortie, on obtient l'image d'entée, mais segmentée en deux (02) régions. Une couvrant le *Background* et l'autre délimitant l'objet mobile. Et de même pour l'image suivante.

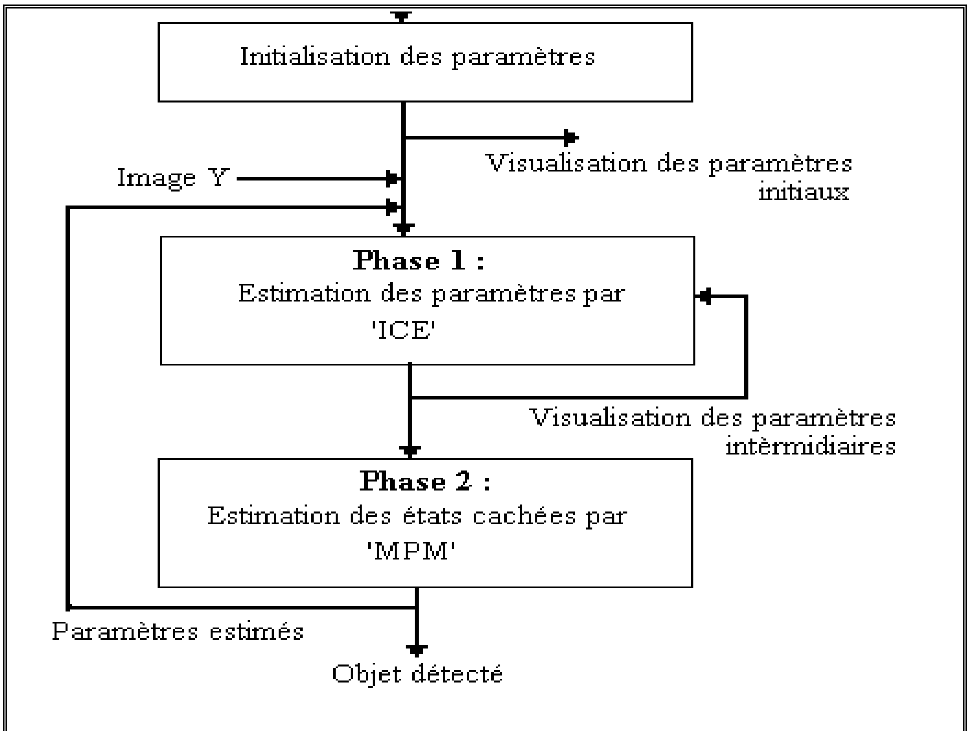

Fig (4.2) : ***Organigramme de la procédure de détection d'objet mobile***

4.3.2 : Phase de détection

Cette phase permet l'extraction d'objet mobile. Elle utilise les paramètres du modèle issus de l'algorithme *ICE*. L'algorithme choisi pour effectuer cette classification est celui dit *MPM* anoncé dans le chapitre précédant. Sa propriété connue est la minimisation des pixels mal classés.

L'algorithme *MPM* pour une Chaîne de Markov Cachée, se déroule donc de la manière suivante, **Tab (4.2)** :

Pour chaque élément t de la chaîne, et pour chaque classe ω_i possible, et en utilisant les valeurs dernières des paramètres on effectue :

a/ Le calcul des:

- probabilités Forward, $\alpha_t^{(q)}(i)$.
- probabilités Backward, $\beta_t^{(q)}(i)$.
- probabilités a posteriori marginales , $\xi_t^{(q)}(i)$.

b/ L'estimation de la réalisation de chaque X_t est donnée par l'état qui maximise $\xi_t^{(q)}(i)$:

$$X_t = \arg\max_{\omega_i} P(X_t = \omega_i / Y = y)$$

Tab (4.2) : ***Algorithme 'MPM' pour une Chaîne de Markov Cachée***

Pour chaque élément t de la chaîne

Pour chaque classe ω_i possible

1/ Forward

** Initialisation*

$$\alpha_1^{(q)}(i) = \frac{\pi_i^{(q)} \cdot f_i^{(q)}(y_1)}{\sum_{1 \le j \le K} \pi_j^{(q)} \cdot f_j^{(q)}(y_1)} \qquad pour \quad :1 \le i \le K$$

** Récurrence*

$$\alpha_t^{(q)}(i) = \frac{f_i^{(q)}{}_i(y_t) \cdot \sum_{1 \le j \le K} \alpha_{t-1}^{(q)}(j) \cdot a_{ij}^{(q)}}{\sum_{1 \le l \le K} f_l^{(q)}(y_t) \cdot \sum_{1 \le j \le K} \alpha_{t-1}^{(q)}(j) \cdot a_{jl}^{(q)}} \qquad pour \quad :1 \le i \le K, \quad t = 2,\dots,T$$

2/ Backward

** Initialisation*

- $\beta_T^{(q)}(i) = 1 \qquad pour \quad :1 \le i \le K$

- $\xi_T^{(q)}(i) = \dfrac{\alpha_T^{(q)}(i)}{\sum_{1 \le j \le K} \alpha_T^{(q)}(j)} \qquad pour \quad :1 \le i \le K$

** Récurrence pour* $t = T-1,\dots,1$

- $\beta_t^{(q)}(i) = \dfrac{\sum_{1 \le j \le K} a_{ij}^{(q)} \cdot f_j^{(q)}(y_{t+1}) \cdot \beta_{t+1}^{(q)}(j)}{\sum_{1 \le l \le K} f_l^{(q)}(y_{t+1}) \cdot \sum_{1 \le j \le K} \alpha_t^{(q)}(j) \cdot a_{jl}^{(q)}} \qquad pour \quad :1 \le i \le K$

- $\xi_t^{(q)}(i) = \dfrac{\alpha_t^{(q)}(i) \cdot \beta_t^{(q)}(i)}{\sum_{1 \le j \le K} \alpha_t^{(q)}(j) \cdot \beta_t^{(q)}(j)} \qquad pour \quad :1 \le i \le K$

3/ Classification

Pour chaque pixel, on retient la classe qui maximise la probabilité a posteriori marginale :

$$X_t = \arg\max_{\omega_i} P(X_t = \omega_i / Y = y)$$

Aller aux fichiers :
4_1,
4_2,
4_3,
4_4,
4_5,
4_6,
4_7,
4_8,
4_9,
4_10,
4_11,
4_12,
4_13.