

Chapitre III

Modélisation du fluage

La prédiction de déformation du fluage du béton pour l'étude du fonctionnement à long terme des structures en béton ; nécessite forcément l'élaboration des modèles prédictifs identifiés à partir d'études expérimentales. Il existe cependant des difficultés relatives à l'exploitation et l'extrapolation des résultats de ces études de laboratoires. Elles sont liées à la nature même du matériau béton : matériau hétérogène dont la microstructure a un impacte direct sur la dispersion des mesures macroscopiques obtenues par les essais. L'exploitation directe des résultats d'essais est également rendue difficile du fait de l'occurrence d'effets structuraux dus à la fissuration. Il devient difficile d'identifier expérimentalement le comportement intrinsèque du matériau et donc de proposer des lois constitutives pour ces phénomènes. A ces difficultés s'ajoutent des difficultés récurrentes aux passages d'une éprouvette de faible dimension, à une structure réelle de dimension importante. Il est notamment nécessaire de prendre en compte:

- L'effet d'échelle lié à la dessiccation: La cinétique de séchage dépend fortement de la taille de la structure, et modifie alors les évolutions des déformations différées.
- L'effet d'échelle lié au comportement mécanique : les résistances en traction et en compression et l'énergie de fissuration varient en fonction des dimensions et des conditions aux limites de l'essai.

III.1. Modélisation du séchage

La teneur en eau influe considérablement sur les évolutions des déformations différées du béton. Ainsi, l'objectif étant de quantifier ces déformations, Il est nécessaire de modéliser le processus de séchage pour obtenir les évolutions de la teneur en eau.

Le facteur initiant le séchage du béton est le gradient d'humidité relative existant entre l'environnement extérieur et le matériau. Ce déséquilibre se traduit par le mouvement de l'humidité présente dans le béton vers l'extérieur suivant deux modes de transport couplés [DAI 01].

- Le transport de l'humidité sous phase liquide :

$$v = -\frac{K}{\eta} \cdot \text{grad}(p_l) \dots\dots\dots \text{III.1}$$

v : la vitesse de filtration de l'eau liquide, (m.s⁻¹)

K : la perméabilité intrinsèque du matériau, (m²)

η : viscosité dynamique du liquide saturant, (kg .m⁻¹.s⁻¹)

p_l : pression du liquide saturant, (Pa)

- La transport de l'humidité sous phase vapeur :

$$\Phi_{diff} = -D_{diff} \cdot \text{grad}(w) \dots\dots\dots \text{III.2}$$

Φ_{diff} : le flux de vapeur d'eau ; (kg .m⁻².s⁻¹)

W : la concentration en vapeur d'eau ; (kg .m⁻³)

D_{diff} : la diffusivité de la vapeur d'eau ; (m².s⁻¹)

Le couplage existant entre ces deux phénomènes de transports résulte de l'interaction existante entre La phase vapeur et la phase liquide, à travers les phénomènes de condensation/évaporation.

Il est difficile de séparer ces deux phénomènes de transport, lorsque l'on mesure expérimentalement des flux d'humidité. Afin de s'affranchir de ce problème, il est possible de regrouper les équations (III.1) et (III.2) en une seule équation, de façon simple. C'est cette approche qui a été utilisée ici, ou l'équation à résoudre est similaire à la deuxième loi de Finck.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div}(D(C).\text{grad}(C)) \dots\dots\dots \text{III.3}$$

C : la teneur en eau, (l .m⁻³)

D(C) : La diffusivité regroupant tous les modes du transport de l'humidité, (m².s⁻¹)

L'équation (III.3) prend en compte à la fois les mouvements d'humidité dus à la diffusion et à la perméabilité.

On se propose d'utiliser la relation proposée par Xi et al. [XI 94] pour évaluer La diffusivité:

$$D(h) = D_0 \cdot \left[1 + a \cdot \left(1 - 2^{-10^{h(h-1)}} \right) \right] \dots\dots\dots \text{III.4}$$

D₀, a et b sont des paramètres matériaux dépendants du rapport e/c [XI 94].

L'expression de l'isotherme de désorption est déterminée à l'aide du modèle BSB [BRU 69]:

$$C = \frac{A.k.V_m.h}{(1 - k.h) \cdot [1 + (A - 1).k.h]} \dots\dots\dots \text{III.5}$$

h : est l'humidité relative ;

A, k et V_m : sont des constantes du modèle BSB ;

Ces paramètres sont identifiés à partir de la courbe expérimentale proposée par Pihlajavaara [PIH 82]. Il est à noter que Granger proposait d'approcher La courbe de désorption par une équation du second degré, dans la plage d'humidité relative 50-100 %:

$$C = C_0 + (C_{eq} - C_0) \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - h)} \dots\dots\dots \text{III.6}$$

C₀ et C_{eq} : sont les teneurs en eau correspondantes à l'humidité relative initiale dans la béton et à l'humidité relative environnante;

La condition aux limites aux niveaux des surfaces séchant est de type convective. Le flux d'eau \vec{J} (en l.m⁻².s⁻¹) entre la surface exposée du béton et le milieu environnant est calculé à partir de la relation suivante [TOR 97]:

$$\vec{J} = \left[\beta \cdot \left((2.C_u - C_{eq}) - C_s \right) \right] \times (C_s - C_{eq}) \cdot \vec{n} \dots\dots\dots \text{III.7}$$

β : paramètre matériau constant égal à 5.10⁻¹⁰ m⁴.s⁻¹

C₀ : la teneur en eau initiale

C_s : la teneur en eau sur la surface séchant

C_{eq}: la teneur en eau correspondante à l'humidité relative environnante

\vec{n} : le vecteur normal à la surface séchant (orienté vers l'extérieur).

Le processus de séchage induit couramment la fissuration de la peau du béton [ACK 83]. On pourrait donc s'attendre à ce que la création de fissures accélère le processus de séchage. Les études expérimentales sur l'influence de la fissuration sur les caractéristiques de transport de l'humidité (diffusivité et perméabilité) portent généralement sur des fissures créées par un chargement mécanique.

La résolution du système d'équations (III.3-III.7) par la méthode des éléments finis permet d'obtenir l'évolution de la teneur en eau au sein du spécimen. Les paramètres du modèle de séchage doivent alors être identifiés, par calage, de manière à restituer au mieux les résultats expérimentaux. Ceci permet d'avoir des distributions de teneur en eau assez représentatives de la réalité pour qu'elles puissent être utilisées dans la modélisation des déformations différées. A titre d'illustration, les évolutions expérimentale et numérique de la perte en poids en fonction du temps sont comparées dans la Figure (III.1), pour une éprouvette cylindrique testée au LCPC de 100 cm de hauteur et 16 cm de diamètre, avec une formulation de béton donnée [GRA 95, BEN 02].

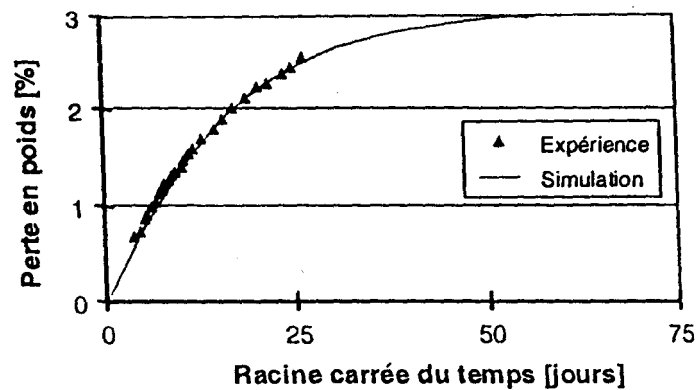


Figure (III.1). Comparaison entre l'évolution numérique et expérimentale de la perte en poids

L'évolution associée de la teneur en eau, le long du rayon de l'éprouvette, est donnée, à différents instants, par la figure (III.2). Elle met, notamment, en évidence l'existence d'un fort gradient de teneur en eau dans l'éprouvette, en début de séchage. Ce gradient se dissipe progressivement par la suite. Ceci montre que le processus de séchage a lieu de façon fortement non homogène dans l'éprouvette.

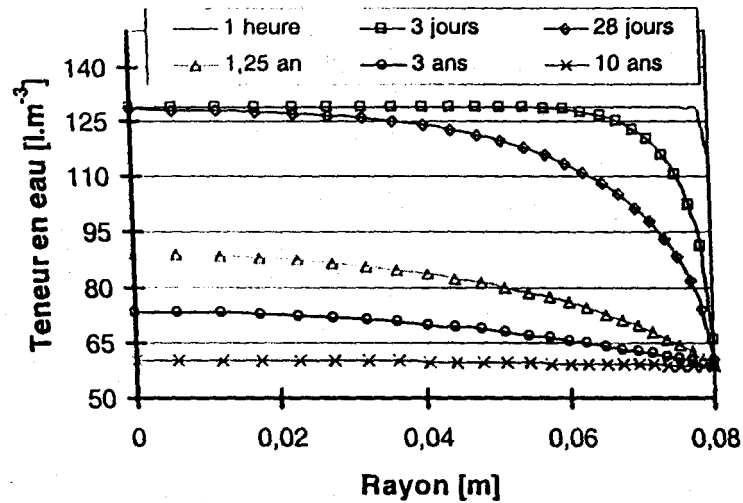


Figure (III.2). Profil de teneur en eau a différents instants

III.2. Modélisation du fluage

III.2.1. Modélisation uniaxiale

La plupart des modèles réglementaires existants décomposent la déformation différée en une déformation de retrait une déformation de fluage globales. Seuls les modèles AFREM et ACI-B3 prennent en compte distinctement la déformation de fluage propre et la déformation de fluage de dessiccation. Ces modèles introduisent une complaisance de fluage qui permet de déterminer la variation de la déformation dans le temps pour la contrainte appliquée.

a. Complaisance de fluage:

Considérons une expérience de fluage dont l'histoire de chargement est représentée à la figure (III.3).

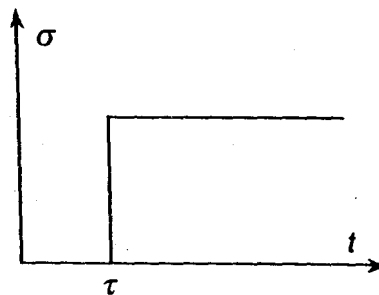


Figure (III.3) Chargement dans un essai de fluage en laboratoire

Pour un niveau de contrainte a inférieure a 0.5 fois la contrainte limite en compression f_c on observe expérimentalement une proportionnalité entre la contrainte et la déformation de fluage. On peut alors écrire:

$$\epsilon_m(t, \tau) = \epsilon(t) - \epsilon_r(t, \tau) = J(t, \tau) \cdot \sigma(\tau) \dots\dots\dots \text{III.8}$$

Ou bien:

$$\epsilon_m(t, \tau) = \epsilon_i(\tau) - \epsilon_f(t, \tau) = \frac{\sigma(\tau)}{E(\tau)} + \epsilon_f(t, \tau) \dots\dots\dots \text{III.9}$$

$\varepsilon_m(t, \tau)$ la déformation mécanique.

$\varepsilon_r(t, \tau)$ la déformation de retrait ou le cas échéant la déformation indépendante du chargement.

$\varepsilon_i(\tau)$ la déformation instantanée au moment du chargement.

$\varepsilon_f(t, \tau)$ la déformation de fluage à l'instant t pour un âge de chargement τ .

$\tau, \sigma(\tau)$ l'incrément de contrainte à l'instant τ .

$J(t, \tau)$ la complaisance de fluage à l'instant t pour un âge de chargement τ .

$E(\tau)$ le module d'élasticité à l'instant du chargement.

Par ailleurs, on peut aussi définir un noyau de fluage φ :

$$\varepsilon_f(t, \tau) = \frac{\varphi(t, \tau)}{E(\tau)} \cdot \sigma(\tau) \dots\dots\dots \text{III.10}$$

Relié à la complaisance de fluage par :

$$J(t, \tau) = \frac{1 + \varphi(t, \tau)}{E(\tau)} \dots\dots\dots \text{III.11}$$

Les différentes modélisations existantes consistent à définir l'expression analytique de $J(t, \tau)$ ou $\varphi(t, \tau)$ en fonction d'un certain nombre de paramètres matériau.

b. Principe de superposition :

L'essai de fluage donne accès à la complaisance $J(t, \tau)$ ou au noyau de fluage $\varphi(t, \tau)$. L'histoire de chargement des structures est cependant très différente de celle présentée précédemment. Il faut donc pour une histoire de contraintes quelconque pouvoir calculer la déformation de fluage. Pour ce faire, on se place généralement dans le cadre du principe de superposition de Boltzmann (viscoélasticité linéaire). On a alors :

$$\varepsilon_m(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon_r(t) = \int_0^t J(t', \tau) \cdot d\sigma(t', \tau) \dots\dots\dots \text{III.12}$$

$d\sigma(t', \tau)$: l'incrément de contrainte à l'instant τ avec $t \in [0, t]$.

L'application du principe de superposition ne pose pas de problème conceptuel mais présente quelques limitations. Le premier est un problème numérique : en effet, il convient, lors du calcul, de garder en mémoire toute l'histoire de sollicitation. Ce problème peut être résolu en utilisant pour la complaisance une décomposition en série de Dirichlet : association en série d'éléments de Kelvin-Voigt (un ressort en parallèle avec un amortisseur). On a alors :

$$J(t, \tau) = J_1 + \sum_{i=1}^n J_i \left[1 - \exp(-\lambda_i(t - \tau)) \right] \dots\dots\dots \text{III.13}$$

Où n est le nombre d'éléments de Kelvin-Voigt et $\lambda = E_i / \eta_i$ avec E_i et η_i la rigidité du ressort et la viscosité de l'amortisseur, respectivement, de l'élément i . Dans ce cas, il n'est pas nécessaire de stocker toute l'histoire des sollicitations, l'état de déformation de chaque élément de la série étant suffisant pour représenter cette histoire. Pour en savoir plus sur l'application de cette méthode et à la prise en compte de l'histoire des températures et de l'hygrométrie.

c. Méthode du temps équivalent - Modèle incrémental

L'application du principe de superposition lors d'un déchargement conduit à une déformation de retour de fluage beaucoup trop importante par rapport aux observations expérimentales. Dans le béton il n'y a qu'une part faible de la déformation de fluage qui est recouverte après décharge. Le règlement français du béton précontraint [BPEL 83] a prévu dans ses annexes, une fonction de complaisance de déchargement différente de celle du chargement. Ceci est à manier avec précaution car évidemment cela viole le principe de superposition et l'application de cette méthode a une succession de charges décharges conduit a des résultats erronés.

C'est pourquoi a été développée la méthode du temps équivalent [ACK 89] ou modèle incrémental [EYM 91]. Supposons que nous ayons un chargement constitué de deux paliers de contraintes σ appliquée a l'instant τ et σ_2 a l'instant τ_2 avec $\tau_2 > \tau_1$. La déformation de fluage, pour un instant $t > \tau_2$, sera:

$$\varepsilon_f(t) = \frac{\varphi(t, \tau_{eq})}{E(\tau_{eq})} \cdot \sigma_2(\tau_2) \dots \dots \dots \text{III.14}$$

Ou τ_{eq} est le temps équivalent tel que:

$$\varepsilon_f(\tau_{eq}) = \frac{\varphi(\tau_2, \tau_{eq})}{E(\tau_{eq})} \cdot \sigma_2(\tau_2) = \frac{\varphi(\tau_2, \tau_1)}{E(\tau_{eq})} \cdot \sigma_1(\tau_1) \dots \dots \dots \text{III.15}$$

La déformation de fluage du béton est celle qu'elle aurait pu être si l'on avait chargé le béton directement avec la contrainte σ_2 a un instant τ_{eq} . L'évolution de la déformation de fluage ne dépend alors que de cette unique variable et de l'état de contrainte et de déformation a l'instant τ_2 .

La méthode du temps équivalent présente bien sur aussi des défauts. Lors d'une décharge totale ou au moins importante, l'équation (III.15) peut ne pas présenter de solution. Dans ce cas la, la méthode initiale prévoyant un retour de fluage nul, ce qui n'est pas la réalité non plus.

III.2.2. Modélisation multiaxiale:

La généralisation du comportement uniaxial au cas d'une sollicitation multiaxiale se fait par analogie avec le comportement élastique du béton. L'état principal de déformation de fluage $\varepsilon_f = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ peut être relié a l'état principal de contrainte $\sigma_f = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ par une loi de viscoélasticité linéaire :

$$\varepsilon_f = \begin{bmatrix} \varepsilon_x(t) \\ \varepsilon_y(t) \\ \varepsilon_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -v_{xy}^f(t) & -v_{xz}^f(t) \\ -v_{yx}^f(t) & 1 & -v_{yz}^f(t) \\ -v_{zx}^f(t) & -v_{zy}^f(t) & 1 \end{bmatrix} \cdot J(t, \tau) \begin{bmatrix} \sigma_x(t) \\ \sigma_y(t) \\ \sigma_z(t) \end{bmatrix} \dots \dots \dots \text{III.16}$$

Ou $J(t, \tau)$ est la complaisance de fluage déterminée dans la configuration uniaxiale et $v_{ij}^f(t)$ sont les coefficients de Poisson de fluage devant être identifiés expérimentalement a partir de la mesure des trois composantes de la déformation de fluage. Ce coefficient peut être pris sécant figure(III.4):

$$v_{ij}^f(t) = -\frac{v_i^f(t)}{v_j^f(t)} \quad \text{Ou tangent : } v_{ij}^f(t) = -\frac{d\varepsilon_i^f(t)}{d\varepsilon_j^f(t)} \dots\dots\dots \text{III.17}$$

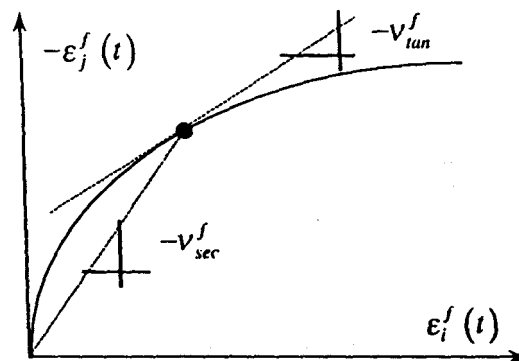


Figure (III.4). Définition du coefficient de Poisson de fluage tangent et sécant

Cependant, le peu de résultats existants sur le coefficient de Poisson en fluage sont différents d'un auteur à l'autre, d'autant plus que, le plus souvent, ces résultats ne précisent pas si les évolutions données concernent le fluage propre ou le fluage total (chargement mécanique et dessiccation simultanés). Certains auteurs trouvent qu'il augmente avec le temps [NEV 83], qu'il est constant [PAR 73], d'autres qu'il décroît [GAU 82].

Il est alors suggéré de prendre un coefficient de Poisson de fluage propre égal au coefficient de Poisson élastique [BAZ 98a, GRA 95]. Toutefois, les résultats expérimentaux de Neville [NEV 83] montrent qu'il varie entre 0,05 et 0,20 et qu'il n'est pas en relation avec le coefficient de Poisson élastique de la pâte de ciment, ni d'ailleurs avec celui des granulats. Neville conseille alors de prendre un coefficient de Poisson de fluage propre de 0,16 (soit 80 % du coefficient de Poisson élastique). Ulm [ULM 98] propose de considérer deux évolutions du coefficient de Poisson de fluage propre au regard des deux mécanismes distincts évoqués précédemment, à savoir un fluage à court terme et un fluage à long terme.

Le fluage de dessiccation n'échappe également pas à ce manque de consensus. Expérimentalement, on trouve un coefficient de Poisson de fluage de dessiccation plus faible lorsque le béton sèche. Selon les résultats de Neville [NEV 83], le coefficient de Poisson de fluage de dessiccation serait compris entre -0,17 et -0,29. Dans son modèle, Bazant, propose de prendre un coefficient de Poisson de fluage intrinsèque constant et égal à 0,2. Or, le fluage de dessiccation intrinsèque est rattaché au mécanisme de fluage propre à long terme, qui est accéléré par la dessiccation. Étant donné que le fluage propre à long terme est supposé avoir lieu à volume constant, le coefficient de fluage de dessiccation devrait plutôt être pris proche de 0,5.

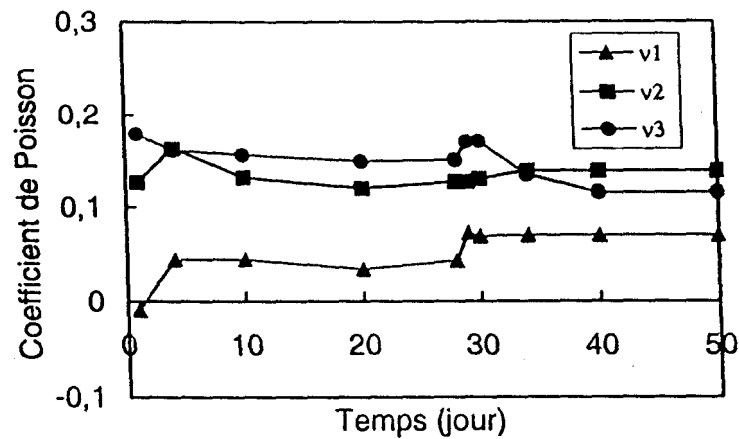


Figure (III.5). Evolution du coefficient de Poisson de fluage propre selon les trois directions chargées [GOP 69]

Par ailleurs, un certain nombre d'auteurs trouvent un coefficient de Poisson de fluage plus faible en compression multiaxiale (0.09 à 0.17) qu'en compression uniaxiale. Il dépendrait d'ailleurs des 3 contraintes principales appliquées Figure. (III.5). Ainsi, il serait plus important dans la direction la moins chargée en compression. Cette constatation est importante. En effet, une modélisation viscoélastique linéaire et donc le principe de superposition ne seraient plus valables. L'utilisation de la relation (III.16) ne serait alors plus justifiée.

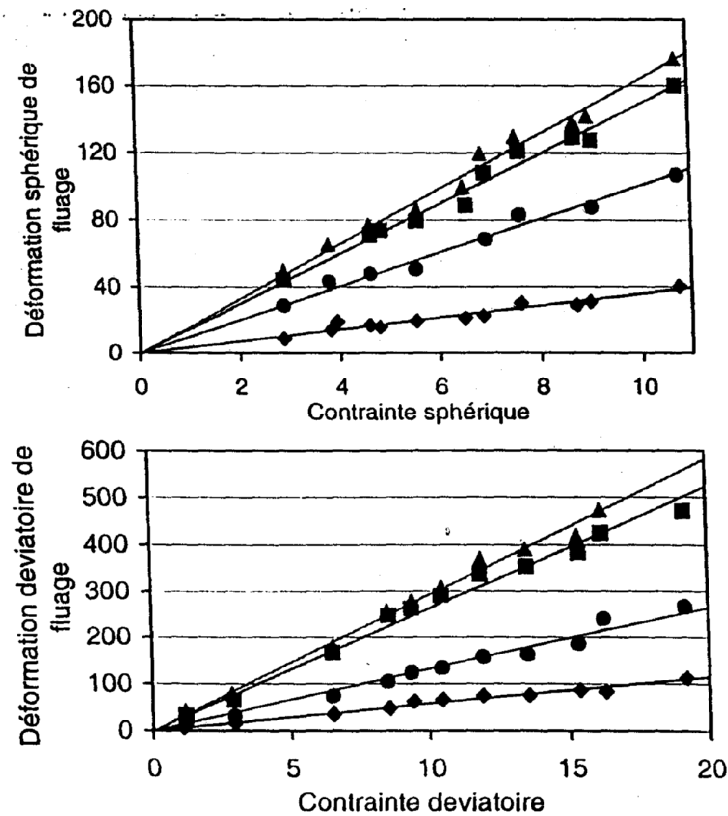


Figure (III.6) Mise en évidence expérimentale de l'existence des mécanismes de fluage sphérique et déviatoire [BENOOa]

Pour palier a cette difficulté, un cadre de modélisation du fluage propre sous sollicitations multiaxiales a été récemment propose. Il est base sur une décomposition du processus de fluage propre en une partie sphérique et déviatorique. L'analyse des résultats expérimentaux de fluage propre sous sollicitations multiaxiales , montre que cette décomposition est pertinente Figure (III.6).

A partir des mécanismes proposes, une loi constitutive décrivant l'évolution de la déformation de fluage propre a été obtenue. Ainsi, la déformation de fluage propre sphérique s'écrit [BEN O1a]:

$$\begin{cases} \varepsilon_r^{sph}(t) + 2.\varepsilon_i^{sph}(t) = \frac{1}{\eta_r^{sph}} \times [h(t).\sigma^{sph}(t) - k_r^{sph}.\varepsilon_r^{sph}(t)] \\ \varepsilon_i^{sph}(t) = -\frac{1}{\eta_i^{sph}} \times \langle -2.k_r^{sph}.\varepsilon_r^{sph}(t) + k_i^{sph}.\varepsilon_i^{sph}(t) + h(t).\sigma^{sph}(t) \rangle^+ \end{cases} \dots\dots\dots III.18$$

ε_r^{shp} et ε_i^{shp} : la déformation de fluage propre sphérique réversible et celle irréversible.

K_r^{shp} et K_i^{shp} : la module d'incompressibilité volumique apparent et celui du squelette solide,

η_r^{shp} et η_i^{shp} : les viscosités apparentes, dépendantes de la viscosité intrinsèque de l'eau

h :L'humidité relative interne est introduite pour prendre en compte l'effet de la dessiccation.

σ^{shp} :la contrainte sphérique et $\langle x \rangle^+$ désigne la partie positive de x.

La processus de déformation déviatorique du fluage propre est gouverné par la système d'équations suivant [BEN 01a]:

$$\begin{cases} \eta_r^{dev}.\varepsilon_r^{dev}(t) + k_r^{dev}.\varepsilon_r^{dev}(t) = h(t).\sigma^{dev}(t) \\ \eta_i^{dev}.\varepsilon_i^{dev}(t) = h(t).\sigma^{dev}(t) \end{cases} \dots\dots\dots III.19$$

σ^{dev} : le tenseur de contrainte déviatorique,

ε_r^{dev} et ε_i^{dev} : les tenseurs de déformation réversible et irréversible de fluage propre déviatorique.

K_r^{dev} :La rigidité ,

η_r^{dev} :la viscosité associées au couches d'eaux fortement adsorbées dans la porosité des gels d'hydrates,

η_i^{dev} : La viscosité associée aux couches d'eau dans la même porosité mais loin de la surface solide et donc faiblement adsorbées.

Il est a noter que l'identification de des paramètres matériau dans les équations (III .18, III.19) nécessite la mesure des déformations transversales en plus de la déformation longitudinale dans l'essai de fluage propre.

Pour le fluage de dessiccation, la part structurale peut être modélisé en utilisant un modèle mécanique adéquat, décrivant correctement le comportement adoucissant du béton, ainsi que le caractère irréversible des déformations mécaniques, liées a la micro-fissuration.

$$\dot{\varepsilon}_{fd} = \lambda \cdot \left| \dot{h} \right| \cdot \sigma \dots\dots\dots \text{III.20}$$

ε_{fd} : la déformation de fluage de dessiccation intrinsèque

λ [Pa⁻¹] : un paramètre matériau a identifier

\dot{h} : la variation de l'humidité relative dans le temps qui traduit la micro diffusion de l'eau.

Ce modèle est d'ailleurs similaire a celui utilisé dans le BPEL, et consiste en un modèle rhéologique de type amortisseur ou la viscosité η_{fd} est égale a:

$$\eta_{fd} = 1 / \left(\lambda \left| \dot{h} \right| \right) \dots\dots\dots \text{III.21}$$

Ce qui signifie que sa réponse a un changement d'humidité relative est purement visqueuse.

Les simulations numériques, présentées dans ce qui suit, montrent d'ailleurs qu'il n'est pas possible d identifier une valeur du paramètre λ qui puissent restituer la cinétique observée expérimentalement.

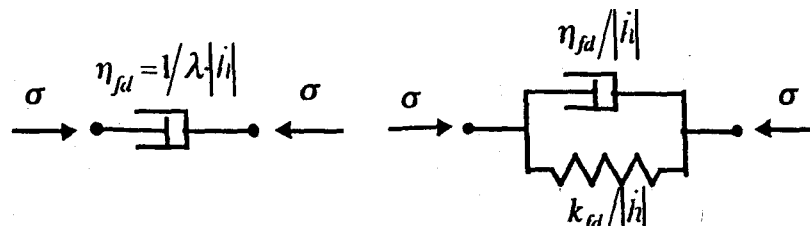


Figure (III.7) Modèles rhéologiques associés: (gauche) a la relation (III.20), (droite) a la relation (III.22)

Pour dissocier la cinétique de fluage de dessiccation de celle du séchage, Il convient par exemple d'adopter un modèle de type Kelvin-Voigt dans lequel les couches d'eau fortement adsorbées puissent présenter une certaine rigidité k_{fd} Liée à leur structure ordonnée. La loi constitutive de la déformation de fluage de dessiccation intrinsèque devient alors:

$$\eta_{fd} \cdot \dot{\varepsilon}_{fd} + k_{fd} \cdot \varepsilon_{fd} = \theta \cdot \left| \dot{h} \right| \cdot \sigma \dots\dots\dots \text{(III.22)}$$

θ [s] : paramètre de conversion d'unité.

Ce modèle permet alors de dissocier les cinétiques de séchage et de déformation de fluage de dessiccation intrinsèque.

Les relations constitutives donnant la déformation de fluage (Eqs.III.19-III.22) propre ε_{fp} , et de dessiccation ε_{fd} ont été introduites dans le modèle de plasticité endommageable avec la déformation élastique donnée cette fois-ci par :

$$\varepsilon_e = \varepsilon - \varepsilon_{irr} - \varepsilon_{rd} - \varepsilon_f \dots\dots\dots \text{(III.23)}$$

Avec $\varepsilon_f = \varepsilon_{fp} + \varepsilon_{fd}$.

Dans ces équations constitutives de fluage, la contrainte σ est remplacée par la contrainte effective $\tilde{\sigma}$ [KAC 83].

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D} \dots\dots\dots(III.24)$$

Ce qui revient à considérer que le fluage n'a lieu que dans la partie saine du matériau.

Il est choisi ici d'approcher l'évolution des contraintes effectives et de l'humidité relative par une fonction affine par morceaux :

$$\begin{cases} h(t) = h_n + \frac{(t-t_n)}{\Delta t_n} \Delta h_n \\ \tilde{\sigma}(t) = \tilde{\sigma}_n + \frac{(t-t_n)}{\Delta t_n} \times \Delta \tilde{\sigma}_n \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} t \in [t_n, t_{n+1}] \\ \Delta h_n = h_{n+1} - h_n \\ \Delta \tilde{\sigma}_n = \tilde{\sigma}_{n+1} - \tilde{\sigma}_n \end{cases} \dots\dots\dots(III.25)$$

h_r : l'humidité relative

$\tilde{\sigma}_n$: la contrainte au pas de temps d'indice n.

Cette discrétisation permet d'augmenter la précision des calculs numériques, par rapport à une approximation par palier (fonction de Heaviside), surtout dans le cas où la taille des pas de temps est importante.

L'application de cette discrétisation aux modèles de fluage aboutit à l'équation suivante:

$$\varepsilon_{n+1}^f = A_f(t_n) + B_f(t_n) \cdot \tilde{\sigma}_n + C_f(t_n) \cdot \tilde{\sigma}_{n+1} \dots\dots\dots(III.26)$$

Où les termes $A_f(t_n)$, $B_f(t_n)$, $C_f(t_n)$ ne dépendent que des variables calculées au pas de temps d'indice n. Cette écriture permet d'ailleurs un couplage fort entre le fluage et la fissuration lors des calculs des contraintes plastiquement admissibles $\tilde{\sigma}_{n+1}$.

III.2.3. Simulations numériques

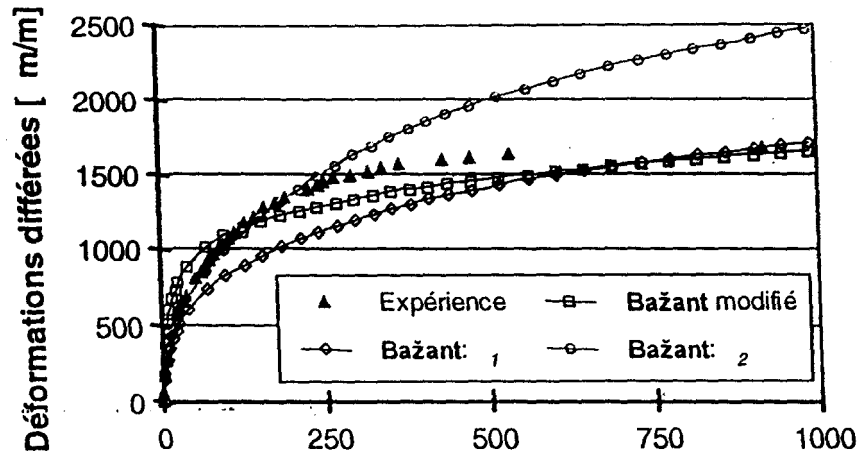


Figure (III.8) Comparaison entre l'évolution expérimentale et les évolutions simulées des déformations différées totales

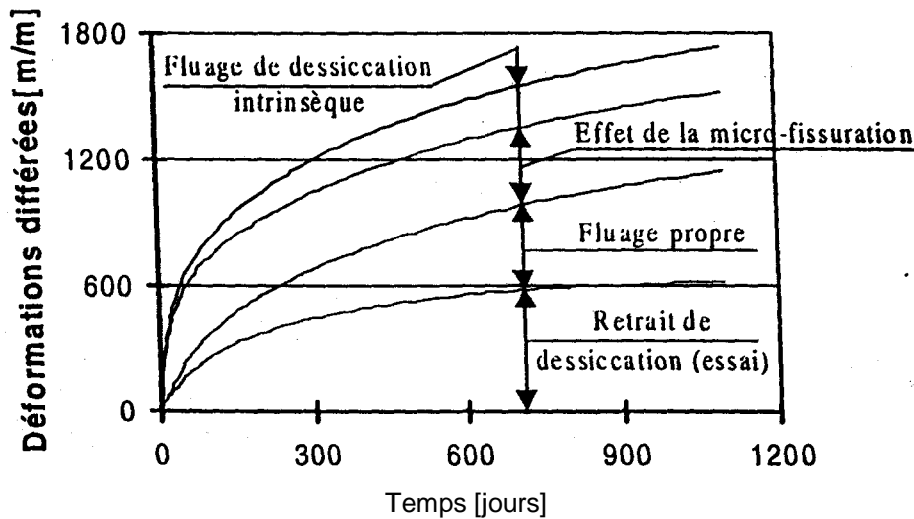


Figure (III.9) Evolutions des composantes de déformations : modèle de Bažant (avec λ_1)

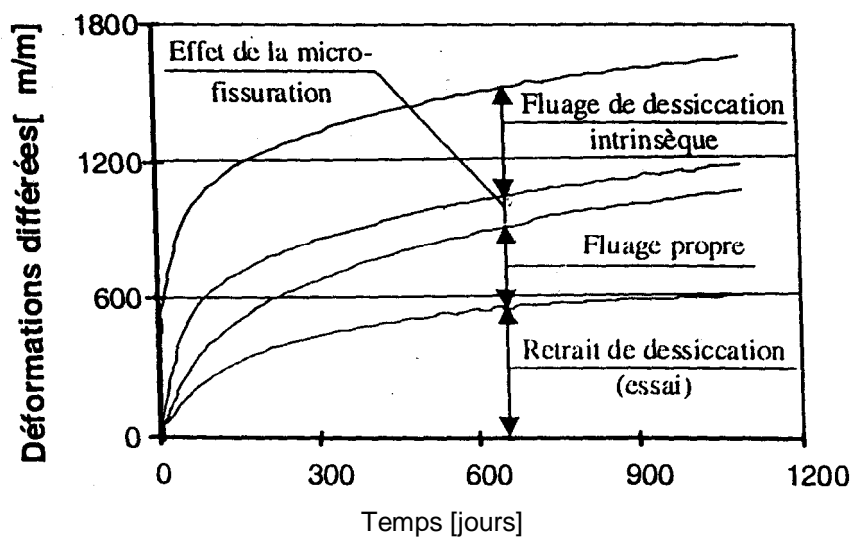


Figure (III.10) Evolutions des composantes de déformations : modèle de Bažant modifié

Les contributions de chacune des composantes de déformations différées à la déformation différée totale sont reportées en fonction du temps dans le cas du modèle de Bažant (Fig. III.9) et de

sa version modifiée (Fig. III.10). Cette comparaison montre, à quel point la contribution de la déformation de fluage de dessiccation intrinsèque est très différente suivant le modèle utilisé, bien que les valeurs prédites de la déformation différée totale soient similaires. Ainsi, cette déformation augmente progressivement et lentement si le modèle de Bažant est utilisé, alors qu'elle atteint rapidement sa valeur asymptotique dans l'autre cas.

Par ailleurs, la contribution la part structurale du fluage de dessiccation reste significative pendant la durée totale de l'essai, quel que soit le modèle de fluage de dessiccation intrinsèque utilisé. Or, Bažant et Xi, ont reporté que la contribution de composante était significative uniquement durant quelques jours, sa contribution devient nulle par la suite. Les résultats obtenus ici s'expliquent par le modèle de fissuration adopté. Il permet notamment de prendre en compte un critère de re-fermeture des fissures. Ainsi, la part structurale peut trouver son origine dans deux processus qui se suivent:

- L'occurrence de la micro-fissuration due au gradient de teneur en eau au début du séchage.
- La fermeture partielle de ces microfissures induites, alors que la teneur en eau s'approche d'une distribution homogène à la fin du séchage

III.2.4. Conclusion

A travers les simulations effectuées il apparaît clairement que les effets structuraux affectent de façon sensible les déformations différées. Cependant, s'ils sont bien identifiés dans le cas du retrait de dessiccation ils restent difficilement quantifiables dans le cas du fluage de dessiccation. Ils requièrent, notamment, le recours à des modèles de fissuration de plus en plus sophistiqués qui nécessitent forcément des techniques numériques de calcul. Toutefois, leur contribution dépend fortement du modèle choisi. Ceci complique la démarche qui consiste à identifier de façon inverse, à partir des mesures expérimentales, le comportement intrinsèque (local) du matériau à l'origine de l'établissement des lois constitutives. Une difficulté supplémentaire consiste alors à prédire le comportement à long terme de structure en utilisant ces lois constitutives dont les paramètres sont identifiés à partir d'essais relativement courts.

III.3. LES MODELES CODIFIES

L'ingénieur, chargé de la construction d'ouvrages ou chargé de la maintenance d'un parc d'ouvrages en exploitation, est particulièrement intéressé par des modèles basés sur un nombre limité de paramètres qui décrivent les propriétés physiques et mécaniques jouant un rôle direct dans la conception d'une structure. Cet intérêt logique a conduit au développement de modèles codifiés. Différents modèles de ce type sont proposés pour le fluage et le retrait du béton dans la codification réglementaire en Europe et aux Etats-Unis.

Dans un contexte d'internationalisation des marchés d'ingénierie, il est souvent difficile pour l'ingénieur d'évaluer les conséquences de l'utilisation d'un modèle particulier sur les exigences de conception ou de réparation d'une structure par rapport à l'utilisation d'un autre modèle. Cette difficulté est souvent due au fait que les modèles proposés dans les différentes codifications sont souvent basés sur des décompositions différentes des déformations et que leurs principaux paramètres physiques sont souvent différents. Le constat de cette difficulté a conduit à la réalisation

de différentes études comparatives (ESP 98, ALM 99, HEI 99] souvent initiées par des organismes de codification ou de recommandations tels que la RILEM ou l'ACI et visant à éclairer les utilisateurs potentiels. Dans ce même but, nous rappelons ici l'objectif et limitations de principe des modèles codifiés de fluage du béton.

III.3.1. Objectifs et limitations de principe des modèles codifiés :

Pour le fluage, ils admettent généralement l'hypothèse de linéarité par rapport à la contrainte et le principe de superposition pour traiter l'influence d'histoires de contraintes variables. La prévision de la déformation de retrait et la formulation de la fonction de fluage admettent en général une hypothèse de comportement moyen vis-à-vis de la dessiccation. Les formulations des modèles codifiés sont une combinaison d'éléments rationnels et d'observations expérimentales effectuées sur des éprouvettes de laboratoire, de dimensions relativement faibles par rapport aux structures réelles. Par principe, ils ne sont adaptés qu'à une analyse d'éléments de type unidimensionnel qui admet cette hypothèse de comportement moyen des sections par rapport à la dessiccation. En supposant des conditions constantes de température et humidité relative, ils sont utilisés dans les normes et codes essentiellement pour:

- Evaluer les déformés d'ouvrages (flèches).
- Calculer les pertes de précontrainte.
- Estimer les redistributions de sollicitations entre sections de systèmes hyperstatiques.
- Apprécier l'influence du fluage sur les états-limites de stabilité de structures élancées.

III.3. 2. Recommandations sur les caractéristiques des modèles codifiés

Les limitations de principe des modèles codifiés ayant été soulignées, les recommandations suggèrent une série de caractéristiques que devraient présenter des modèles codifiés de prévision du fluage pour éviter de contredire les acquis des observations expérimentales et de la théorie de la diffusion. Afin de faciliter l'analyse des modèles actuellement employés ou en passe de rentrer dans la codification réglementaire, nous passons en revue ici les principales recommandations.

III.3. 2.1 Expression de la déformation totale.

La déformation totale à l'âge t d'une fibre de béton soumise, dans un état uniaxial de contrainte, à une contrainte de compression constante dans le temps σ (t') appliquée en t' est donnée par:

$$\varepsilon_c(t, t') = \varepsilon_{cs}(t, t_s) + \sigma(t') \cdot J(t, t', t) \dots \dots \dots (III.27)$$

J : la fonction de fluage,

$\varepsilon_{cs}(t, t_s)$: la déformation de retrait .

t_s : l'âge du béton au moment où commence le retrait.

Pour des raisons historiques, certains algorithmes de calcul utilisent le concept adimensionnel de coefficient de fluage $\varphi(t, t', t_s)$:

$$J(t, t', t_s) = \frac{1}{E(t')} (1 + \varphi(t, t', t_s)) \dots \dots \dots (III.28)$$

Il est préférable que les modèles codifiés spécifient le fluage par la fonction de fluage J , c'est-à-dire la déformation totale par unité de contrainte (déformation de retrait réduite) de préférence au coefficient de fluage φ , car le risque est grand d'utiliser dans le calcul de structure un module de Young φ qui ne correspond pas à celui qui aurait servi à déduire φ des mesures de déformation expérimentales. Si un coefficient de fluage doit être utilisé dans les calculs, on peut, quelle que soit la valeur de $E(t')$ la déduire de la formule:

$$\varphi(t \cdot t' \cdot t_s) = j(t \cdot t' \cdot t_s) \cdot E(t') - 1 \dots \dots \dots (III.29)$$

III.3. 2.2 Expression de la déformation de fluage

Fluage doit être séparé en fluage propre et en fluage de dessiccation, de préférence sous la forme d'une addition de ces deux contributions.

Le fluage propre est celui qui se produit en l'absence de tout échange hydrique avec le milieu ambiant, il est supposé être non borné. A court terme, les mesures de fluage propre sont bien représentées par une fonction puissance de $(t - t')$ d'exposant environ égal à 1/8. A plus long terme, le fluage propre est assez bien représenté par une fonction linéaire de $\log(t - t')$, de pente indépendante de t' . Le fluage propre est une caractéristique matérielle intrinsèque du matériau : il ne dépend pas du rayon moyen de la section.

Le fluage de dessiccation présente une similitude avec l'évolution de la déformation de retrait. Il est donc borné et sa description mathématique doit posséder les mêmes caractéristiques que la formulation servant à prévoir la déformation de retrait. Le fluage de dessiccation et la déformation de retrait ne sont pas des caractéristiques intrinsèques du matériau ils dépendent des dimensions transversales de la structure.

Les recommandations suggèrent, enfin, que les normes devraient souligner la variabilité de la prévision des déformations différées en exigeant que le calcul des structures sensibles au fluage prenne en compte cette variabilité statistique.

III.3. 3. Comparaison des performances des principaux modèles actuellement proposés dans le cadre de différentes codifications réglementaires en Europe et aux USA

La question de la mesure des performances d'un modèle de prévision des déformations différées du béton n'a actuellement reçu qu'une réponse partielle, car il n'existe pas pour ce faire de méthodologie unanimement acceptée. Jusqu'à présent, la méthode quantitative utilisée quasi-exclusivement a été la comparaison des prévisions du modèle par rapport à des mesures de déformations réalisées sur des éprouvettes de béton soumises, en laboratoire, à des essais de fluage pur en compression, ces mêmes résultats d'essais ayant souvent servi à calibrer les paramètres de composition du modèle [ESP 98].

La comparaison des performances de différents modèles implique que ces derniers soient évalués par la même mesure de la qualité de leur prévision et que le même ensemble de résultats expérimentaux ait été utilisé pour calculer cette mesure. Il est souhaitable que cet ensemble de résultats soit le plus large possible pour comprendre des conditions d'essais les plus variées possible : c'est tout l'intérêt d'une banque de données universellement admise [MUL 93]. Une étude comparative de ce type a été réalisée pour différents modèles codifiés [BAZ 95]. Elle s'appuie sur la banque de données RILEM

(dans son état au moment de la publication de l'étude, soit une centaine de courbes et environ 15000 points). Les auteurs de cette étude ont ensuite proposé un certain nombre de critères formant une tentative de démarche complète d'évaluation de la performance d'un modèle de ce type [BAZ 98b]. Actuellement, il est possible d'affirmer qu'une part importante de la variabilité de prévision de ces modèles résulte essentiellement des paramètres de composition du béton. Quasiment aucun modèle ne prend en compte la nature des granulats et l'influence des caractéristiques du ciment se réduit à un seul paramètre lorsqu'elle est prise en compte. Or, il est aujourd'hui confirmé que ces deux éléments ont une influence importante sur la cinétique et l'amplitude des déformations différées. Bien souvent, malheureusement, ils ne sont pas maîtrisables au moment du calcul. Pour illustrer la situation actuelle des modèles codifiés de prévision du fluage vis-à-vis de cet enjeu, nous présentons ici une analyse comparative de plusieurs modèles proposés dans le cadre de différentes codifications réglementaires en Europe ou aux USA, focalisant sur:

- La nature des paramètres qu'ils font intervenir.
- Les conséquences de ce choix des paramètres de base sur la prévision des déformations différées du béton dans différentes conditions.

III.3. 3.1 Description des modèles étudiés

Afin de couvrir une large gamme de modèles proposés dans les codifications réglementaires ou en passe de les intégrer, cinq modèles sont étudiés: Eurocode 2 [EUR 91], ACI 209 [ACI 92], AFREM [LER 96b], ACI B3 [BAZ 98a] et ACI GZ [GAR 98]. Des études comparatives des bases théoriques et physiques de certains de ces modèles sont proposées dans la littérature [ESP 98, LER 98, ALM 99, HEI 99]. L'objectif de ce paragraphe n'est pas de présenter les équations constitutives de chacun de ces modèles en détail mais de focaliser sur la comparaison des paramètres matériaux, géométriques et environnementaux requis par leur utilisation.

A l'exception du modèle AFREM qui est basé sur une décomposition de la déformation totale du béton en mécanismes physiques, ces modèles séparent la déformation totale $\varepsilon(t)$ en une déformation de retrait indépendante de la contrainte $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$ et une déformation dépendante de la contrainte appliquée par l'intermédiaire d'une fonction de complaisance $J(t, t', t_s)$:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{sh}(t) + j(t, t', t_0) \cdot \sigma(t) \dots \dots \dots (III.30)$$

t : le temps courant,

t' : l'âge du béton à l'instant du chargement,

t_0 : l'âge du béton au début du séchage,

σ : la contrainte appliquée.

Dans ce qui suit, nous considérons l'origine des temps au moment du décoffrage du béton. Pour des raisons historiques, certains de ces modèles [EUR 91, ACI 92, GAR 98] utilisent le concept adimensionnel de coefficient de fluage $\varphi(t, t', t_s)$ qui est lié à la fonction de complaisance par la relation:

$$J(t, t', t_0) = \frac{1}{E(t')} (1 + \varphi(t, t', t_0)) \dots \dots \dots (III.31)$$

$E(t')$ est la valeur du module de Young du béton a instant de chargement t' .

A l'exception de l'ACI 209, ces différents modèles spécifient des domaines de validité définis selon différents paramètres. Ces domaines de validité sont recensés dans le tableau III.1 ou f_{cj} est la résistance caractéristique en compression du béton a j jours, et g/c est le rapport de la masse des granulats a la masse de ciment pour un volume donné de béton.

Paramètre	ACI 209	EC 2	ACI B3	ACI GZ	AFREM
Résistance en compression minimum / maximum (MPa)		20/90	17/70	20/70	40/80
Niveau de contrainte maximum		$0,45.f_{cj}$	$0,4.f_{cj}$		$0,7.f_{cj}$
Humidité relative ambiante minimum/maximum (%)	40-100	40-100	40-100	40-100	
e/c minimum/maximum			0,35/0,85	$\leq 0,6$	
g/c minimum/maximum			2.5/13.5		
Température minimum/maximum (°C)		0/80		15/30	
Age minimum à l'instant de chargement	7 jours			2 jours	
Dosage en ciment minimum/maximum (kg/m ³)			160/720		

Tableau (III.1) Domaines de validité spécifiques pour les modèles étudiés

L'utilisation de chacun de ces modèles nécessite un certain nombre de paramètres matériau, géométriques et environnementaux que nous nous proposons de résumer ici. Parmi ces paramètres nous en classons certains dans les "paramètres fondamentaux" qui doivent être directement identifiés et certains "paramètres secondaire" qui peuvent être déduits des "paramètres fondamentaux" par l'intermédiaire de formules explicites ou de tables d'équivalence. Les termes "fondamentaux" et "secondaires" ne doivent bien sur être considérés ici que dans ce sens et non dans le sens de leur importance en termes d'influence physique sur le fluage.

Le modèle propose dans l'EUROCODE 2 [EUR 91] est basé sur le modèle CEB-FIP MC 90 [CEB 90].

Un coefficient de fluage est utilisé dans l'expression de la fonction de complaisance:

$$J(t, t', t_0) = \frac{1}{E(t')} + \frac{\varphi(t, t', t_0)}{E_{c28}} \dots\dots\dots(III.32)$$

Ce coefficient est explicité sous la forme générale suivante dans laquelle le coefficient de fluage général φ_0 est corrigé par une fonction de vieillissement φ_a :

$$\varphi(t, t', t_0) = \varphi_0(t', r_m, h, f'_{c28}) \cdot \varphi_a(t, t', h, r_m) \dots\dots\dots(III.33)$$

r_m :un facteur relatif aux dimensions transversales de la structure,

h :l'humidité relative ambiante,

h :la résistance caractéristique en compression du béton a 28 Jours ,

E_{c28} :la valeur caractéristique du module de Young du béton a 28 jours.

Le coefficient de fluage utilisé dans le modèle ACI 209 [ACI 92] est donné sous la forme générale:

$$\varphi(t, t') = \varphi_\infty(t', h, r_m, f'_{cm28}, i_c, i_{cr}, \rho) \cdot \beta(t, t') \dots\dots\dots(III.34)$$

φ_∞ :le coefficient de fluage ultime

β :une fonction décrivant son développement en fonction du temps,

f'_{cm28} : la résistance en compression du béton moyenne a 28 jours,

ρ : la masse volumique du béton

i_{cr} : paramètre dépendant du type de cure appliquée.

Ce code propose également une version raffinée pour laquelle des paramètres complémentaires concernant essentiellement la composition du béton, sont requis pour le calcul du coefficient de fluage ultime:

$$\varphi_{\infty} = \varphi_{\infty}(t', h, r_m, f'_{cm28}, i_c, i_{cr}, \rho, i_s, i_{fa}, i_a, i_{cc}) \cdot \beta(t, t') \dots \dots \dots (III.35)$$

Ou i_s, i_{fa}, i_a, i_{cc} sont des paramètres dépendant respectivement des résultats du "Slump" test, du pourcentage de granulats fins ($D < 4,8\text{mm}$), du pourcentage d'air occlus et du dosage en ciment.

Le modèle ACI GZ [GAR 98] utilise également un coefficient de fluage. Il est donné sous la forme:

$$\varphi(t, t', t_o) = \Phi_1(t, t') \cdot \phi_1(t, t', \varepsilon_{sh}) \cdot \mu(t, t', r_m, h, f'_{cm28}, f'_{cmt'}) \dots \dots \dots (III.36)$$

Φ_1 : fonction décrivant la forme générale du fluage du béton,

μ : paramètre relatif aux dimensions transversales de la structure et est une fonction prenant en compte le séchage ayant pu se produire avant le chargement du béton pouvant réduire la déformation ultime de fluage.

$f'_{cmt'}$: résistance en compression moyenne du béton a l'instant t' ,

ε_{sh} : déformation de retrait donnée par la fonction:

$$\varepsilon_{sh} = \varepsilon_{sha}(i_c, f'_{cm28}, f'_{cmt'}) \cdot \beta_1(h) \beta_2(t, t_o, r_m) \dots \dots \dots (III.37)$$

$\varepsilon_{sha}, \beta_1, \beta_2$: des fonctions décrivant respectivement la dépendance du retrait au matériau, sa dépendance a l'humidité relative ambiante et sa dépendance aux dimensions transversales de la structure,

i_c : paramètre dépendant du type de ciment.

Bien que les notions usuelles de fonction de complaisance et de fonction de retrait soient adoptées dans le modèle ACI B3 [BAZ 98a], l'évaluation de la fonction de complaisance est basée, comme dans le modèle AFREM, sur la décomposition de la déformation totale du béton en mécanismes physiques séparés. La fonction de complaisance est donc donnée sous la forme:

$$J(t, t', t_o) = q_1(f'_{cm28}) + c_o(t, t', f'_{cm28}, c, e/c, g/c) + c_d(t, t', t_o; h, r_m, k_s, f'_{cm28}) \dots \dots (III.38)$$

q_1 : la déformation instantanée due a une charge une contrainte unitaire,

C_0 : la fonction de complaisance pour le fluage propre,

C_d : la fonction de complaisance de fluage de dessiccation.

k_s : paramètre dépendant de la forme géométrique et des dimensions transversales de la structure,

c : le dosage en ciment du béton,

e/c et g/c : sont respectivement les rapports massiques eau/ciment et granulats/ciment.

Comme nous l'avons mentionné, le modèle AFREM [LER 96b] est basé sur la décomposition de la déformation totale ε du béton en une déformation élastique instantanée ε_c , une déformation de fluage propre ε_{bc} , une déformation de fluage de dessiccation ε_{cd} , une déformation de retrait endogène ε_{as} , et une déformation de retrait de dessiccation ε_{ds} :

$$\varepsilon = \varepsilon_c + \varepsilon_{bc} + \varepsilon_{dc} + \varepsilon_{as} + \varepsilon_{ds} \dots\dots\dots(III.39)$$

La déformation élastique instantanée est obtenue de façon classique par la loi de Hooke. Des relations explicites sont données pour chacune des autres composantes de déformation:

$$\varepsilon_{bc} = \varepsilon_{bc}(t, t', f_{c28}, i_{sf}) \dots\dots\dots(III.40)$$

i_{sf} : paramètre identifiant la présence ou non de fumée de silice dans la composition du béton.

$$\varepsilon_{dc} = \varepsilon_{dc}(t, t', t_o, f_{c28}, i_{sf}) \dots\dots\dots(III.41)$$

$$\varepsilon_{as} = \varepsilon_{as}(t, f_{c28}) \dots\dots\dots(III.42)$$

$$\varepsilon_{ds} = \varepsilon_{ds}(t, t_o, f_{c28}, r_m, h) \dots\dots\dots(III.43)$$

Les jeux de paramètres "fondamentaux" requis pour chaque modèle sont recensés dans le tableau 2 ou une croix "x" signifie que la connaissance du paramètre correspondant est nécessaire. Certains de ces modèles proposent, comme nous l'avons vu, des versions raffinées. Dans ce cas les paramètres additionnels introduits sont identifiés dans le tableau 2 par un "o".

La description précédente des différents modèles codifiés met en évidence que seuls les modèles B3 et AFREM décomposent la déformation de fluage en une déformation de fluage propre et une déformation de fluage de dessiccation. On peut aisément observer dans le tableau III.2 que ces décompositions des mécanismes physiques ne conduisent pas à une augmentation du nombre de paramètres requis.

On peut noter que seul le modèle AFREM ne prend pas en compte le type de ciment. Il est en effet considéré dans ce modèle, plus spécifiquement développé pour les bétons à hautes résistances ou à hautes performances, que la présence ou non de fumée de silice dans la composition du béton joue un rôle majeur compare au type de ciment. Cette information est requise dans les modèles ACI et EC2. Toutefois, il n'est pas donné de règle d'équivalence claire entre la définition du type de ciment utilisée dans les modèles ACI et la définition utilisée dans l'EC2.

Paramètre	ACI 209	EC 2	ACI B3	ACI GZ	AFREM
Résistance du béton à 28 jours	x	x	x	x	x
Dimensions transversales de la structure	x	x	x	x	x
Humidité relative ambiante	x	x	x	x	x
Type de ciment	x	x	x	x	.
Présence de fumée de silice					x
Masse volumique du béton	x				
Type de cure	x		x		
Durée de la période de cure	x				
Dosage en eau totale			x		
Dosage en agrégats			x		
Forme géométrique de la structure			x		
Slump	o				
% de granulats fins (D < 4.8mm)	o				
Pourcentage d'air occlus	o				
Dosage en ciment	o		x		

Tableau (III.2). Paramètres « Fondamentaux » matériaux, géométriques et environnementaux requis pour chaque modèle étudié.

Bien que tous les modèles fassent intervenir un facteur de dimensions géométriques, il est noté que celui-ci est défini différemment selon les codes. Par ailleurs, seul le modèle ACI B3 fait intervenir un paramètre complémentaire prenant en compte explicitement la forme géométrique de la structure.