

Chapitre V

LES TRAVAUX PRECEDENTS SUR LE MODELE DU FLUAGE DYNAMIQUE

V.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre on a vu les ex-travaux qui étudient le modèle rhéologique du fluage dynamique du béton étudiés dans le chapitre IV, à l'étude uniaxiale du fluage dynamique exposé dans les travaux [L.A], et à l'étude du fluage dynamique de la flexion d'une poutre soumise à un chargement statique et dynamique exposé dans les travaux de [L.K].

V.2. L'ETUDE UNIAXIALE DU FLUAGE DYNAMIQUE

V.2.1. HYPOTHESES FONDAMENTALES

Afin d'obtenir tout l'appareil de calcul, il est nécessaire de passer par des hypothèses permettant de lier les paramètres du modèle μ^d, λ^d avec ceux de la charge.

1^{er} hypothèse : on suppose que les vibrations influent identiquement sur le nombre d'éléments élastiques et visqueux. Hypothèse simplificatrice inspirée des données expérimentales (A.A.Gvozdev, Y.N.Kardobski et I.K.Belobrov.1972)

$$\frac{\mu^d}{\lambda^d} = \frac{\mu}{\lambda} = \text{const} = \gamma \dots\dots\dots (V. 1)$$

La valeur de γ est supposée connue, puisqu'elle est liée au fluage statique. Cette hypothèse diminue le nombre de paramètres à une seule.

2^{ème} hypothèse : le critère de diminution de la quantité des liaisons internes du matériau sous l'effet des vibrations peut être considéré comme étant la moyenne du premier cycle de la puissance de la chaleur spécifique (dissipation de l'énergie) q émise dans l'élément visqueux du modèle. Etant donné que la charge $\Delta\sigma \sin \omega t$ constitue une variable rapide (à l'échelle temps caractérisant le fluage statique), la totalité de cette charge sera prise pratiquement par l'élément visqueux, par conséquent

$$q = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\pi/\omega} \lambda^{-1} (\Delta\sigma \sin \omega t)^2 dt = \frac{\Delta\sigma^2}{2\lambda} \dots\dots\dots (V.2)$$

Les liaisons du modèle étudié doivent être considérées comme étant distribuées en fonction de la vibro-résistance (pour qu'elles ne soient pas toutes endommagées en même temps). L'hypothèse précédente nous dicte de prendre en qualité d'argument de la distribution la valeur q . Soit $f(q)$ la fonction de cette distribution, c'est-à-dire le nombre relatif des liaisons se trouvant à l'état détruit (rompu) sous l'action de la charge dynamique. Dans ce cas en adoptant l'hypothèse de la théorie de viscosité (G.V.Vinogradov et A.Y.Malkin, 1977) qui considère que la viscosité est proportionnelle au nombre des liaisons intègres et en tenant compte de la seconde hypothèse, on obtient les relations :

$$\lambda^d = \lambda [1 - F(q)], \mu^d = \mu [1 - F(q)] \dots\dots\dots (V. 3)$$

L'équation (IV. 3) devient donc

$$\varepsilon_t = \frac{1}{[1 - F(p)]} \frac{\sigma}{\mu} [1 - e^{-\gamma t}] \dots\dots\dots (V. 4)$$

V.2.2. FONCTION DU VIBRO-FLUAGE SPECIFIQUE :

Relativement à la contrainte moyenne σ , la relation (V. 4) est linéaire, on peut donc introduire la fonction du vibro-fluage spécifique :

$$C^d(t - \tau) = C^d(\infty) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}] = \frac{1}{1 - F(q)} C(\infty) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}] = K^d C(t - \tau) \dots\dots\dots (V. 5)$$

Avec coefficient du vibro-fluage :

$$K^d = [1 - F(q)]^{-1} \dots\dots\dots (V. 6)$$

Le résultat (V. 1) est vrai, tant que $\Delta\sigma = const$. Dans le cas où la contrainte moyenne du cycle σ serait variable, on appliquera la relation

$$\varepsilon_t = - \int_0^t \frac{\partial C^d(t - \tau)}{\partial \tau} \sigma(\tau) d\tau \dots\dots\dots (V. 7)$$

Si la variation du régime atteint $\Delta\sigma$, les équations (IV.4) et (V. 1) ne seront plus valables. Pour obtenir les équations rhéologiques correspondant à ce cas concert et difficile, il faut s'adresser au modèle autant qu'objet à nombre de liaisons variables (B.D.Kharlab, 1987).

A présent il faut concrétiser l'allure de la fonction de distribution $F(q)$ sur la base des données expérimentales. Physiquement, la distribution exponentielle est la plus intéressante

$$f(q) = F'(q) = \xi e^{-\xi q}$$

$$F(q) = \int_0^q f(q) dq = 1 - e^{-\xi q}$$

$$K^d = \frac{1}{1 - F(q)} = e^{\xi q} = \xi e^{-\xi \Delta\sigma^2 / 2\lambda} = e^{k(\Delta\sigma / R)^2} \dots\dots\dots (V. 8)$$

Quelque soit l'allure de la fonction $F(q)$. Cette théorie aboutit à deux conclusions :

Premièrement, le vibro-fluage du béton ne dépend pas de la pulsation ω . Cette conclusion théorique concorde avec les données expérimentales (A.A.Gvozdev, Y.N.Kardovski, I.K.Belobrov., 1972)

Deuxièmement, le seul paramètre de la charge, dont la fonction du vibro-fluage en dépend, s'avère l'amplitude $\Delta\sigma$. La véracité de cette conclusion doit être vérifiée. Ces résultats nous permettent d'utiliser à la place de l'argument q directement l'argument $\Delta\sigma$.

Les exigences de conformité entre résultats théoriques et expérimentaux nous ont contraint à remplacer le résultat (Eq.13) par :

$$K^d = e^{k(\Delta\sigma / R)} \dots\dots\dots (V. 9)$$

Où k est un paramètre à déterminer expérimentalement.

V.2.3. VERIFICATION DE LA THEORIE

La vérification quantitative de cette théorie avec les résultats expérimentaux (A.A.Gvozdev, Y.N.Kardovski, I.K.Belobrov.,1972) est illustrée dans le tableau (V. 1). le coefficient du vibro-fluage K^d est calculé comme étant le rapport $C_{\infty}^{vf}(\rho)/C_{\infty}^{vf}$.

Il importe de faire attention aux données contradictoires dans ce tableau. En effet, le nombre 12,28 de la série 1 est en nette contradiction avec le nombre 9,54 de la série 2 (le premier doit être inférieur au deuxième au deuxième d'après les mêmes valeurs. Aussi on doit souligner l'authenticité de la donnée suivante :-la proximité des valeurs 16,46 (de la série 1) et 17,28 (de la série 3) résulte des valeurs proches des arguments ρ et $\Delta\sigma$

Série	ρ	σ/R	$\Delta\sigma/R$	$C_{\infty}^{vf} \cdot 10^7$	K^d	k	$(C_{\infty}^{vf} \cdot 10^7)_{\text{théorie}}$
1	0.332	0.3	0.150	35.82	4.56	10.12	35.18
	0.604	0.3	0.074	16.46	2.10	10.03	16.45
	0.888	0.3	0.018	12.28	1.56	24.70	9.40
	1	0.3	0	7.85	1		7.85
2	0.4	0.26	0.112	13.70	2.18	6.96	24.06
	0.8	0.34	0.035	9.54	1.52	11.96	11.14
	1	0.3	0	6.29	1		7.85
3	0.615	0.3	0.072	17.28			16.13
	0.607	0.24	0.059	9.12			14.16
R=30.....35(Mpa) ; E=3,3.10 ⁴ (Mpa) ;n=300.....340(cycle/min) ;C(cm ² /k)							

Tableau V .1.

Trois des cinq valeurs du paramètre théorique k de l'équation(V.9) sont proches. Tenant compte de l'authenticité du nombre 16.46, il est logique de prendre pour le paramètre k la valeur commode :

$$K=10$$

En prenant, pour les trois séries, la même valeur du fluage statique spécifique $C_{\infty}^{fs} = 7,85 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2 / \text{kg}$ (de la série 1), on obtient par les équations(V.5) et(V.9) les valeurs théoriques du vibro-fluage spécifique C_{∞}^{vf} exposées dans la dernière colonne du tableau(V. 1). vu les données expérimentales susmentionnés, il n'existe pas de divergences fondamentales entre la théorie et l'expérimentation , en soulignant l'importance du fait que la théorie ne contient qu'un seul paramètre d'ajustement.

V.3. ETUDE DU FLUAGE DYNAMIQUE DE LA FLEXION D'UNE POUTRE

On prend en qualité de données expérimentales des travaux [L.A] considérés comme les plus informatifs. Etudions le cas de la flexion d'une poutre sous un chargement statique et dynamique.

L'étude expérimentale est faite sur une poutre isostatique, de longueur entre appuis de 2.20m, de section rectangulaire constante 0.10 m x 0.07 m, la poutre est soumise simultanément à un chargement statique (P) et dynamique ($\Delta P \sin \omega t$).

avec $\Delta P = m_0 \omega^2 r$, $P = 150 \text{ kg} = 0.27 P_{rup}$, $P = m g$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

ou:

L'expression du moment fléchissant dynamique prend la même forme que celle de la flèche d'amplitude ΔM à déterminer:

$$M^d(x,t) = \Delta M \sin \omega t$$

Ou :
$$\Delta M = \frac{\Delta P}{2} x \left(1 + \frac{1}{\left| 1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right|} \right) \dots\dots\dots (V. 10)$$

Donc l'expression générale du moment fléchissant dynamique prend la forme suivante:

$$M^d(x,t) = \frac{\Delta P}{2} x \left(\frac{1}{\left| 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right|} \right) \sin \omega t \dots\dots\dots (V. 11)$$

En tenant compte des déformations différées et du moment d'inertie équivalent du fluage dynamique, la flèche du fluage dynamique a mi - travée d'une poutre soumise à un chargement simultané statique et dynamique.

on aura:

$$f^{fd} = 2 \int_0^{l/2} \frac{M(x) M_1(x)}{E_b I_{eq}^{fd}(x)} dx$$

Et l'expression générale de la flèche du fluage dynamique:

$$f^{fd} = \frac{p}{2E_b} \int_0^{l/2} \frac{x^2}{b \int_{-y_{an}}^{h-y_{an}} \frac{y^2}{1+E_b C_\infty e^{\beta(x)|y|}} dy + A_a \frac{E_a}{E_b} (h - y_{an})^2} dx \dots\dots\dots (V. 12)$$

APPLICATION NUMÉRIQUE

Les données expérimentales sont:

$$E_b = 2.10^5 \text{ kg/cm}^2, \quad E_a = 2.10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad A_b = 70 \text{ cm}^2, \quad A_a = 1.0048 \text{ cm}^2$$

$$\omega_0 = 68 \text{ s}^{-1}, \quad h = 10 \text{ cm}, \quad b = 7 \text{ cm}; \quad y_{an} = 5.6 \text{ cm}; \quad I_{eq} = 802 \text{ cm}^4$$

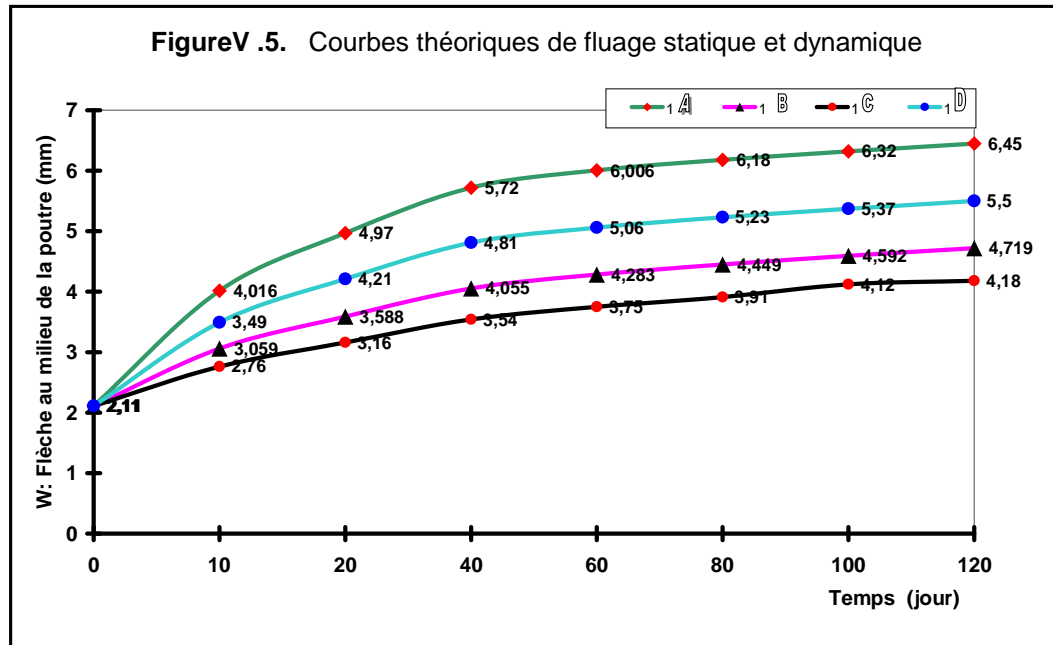
avec : $K/R = 0.29429$ (donnée expérimentale)

Les résultats sont dressés dans le tableau V.2.

Fréquence	Fréquence	Amplitude de flèche expérimentale	Flèche théorique à $t \rightarrow \infty$	Flèche expérimentale à 30 jours	Flèche expérimentale à 120 jours
$\omega_0 \text{ (s}^{-1}\text{)}$	$\omega \text{ (s}^{-1}\text{)}$	$\Delta W \text{ (cm)}$	$f_{t \rightarrow \infty}^{fd(th)}$ (mm)	$f_{t \rightarrow 30j}^{fd(exp)}$ (mm)	$f_{t \rightarrow 120j}^{fd(exp)}$ (mm)
68	52	0.004	4.44	3.70	---
		0.012	4.96	4.08	----
		0.020	5.48	4.40	-----
	104.8	0.004	5.15	4.20	4.90
		0.012	6.82	4.70	----
		0.020	7.70	5.20	-----
	157.2	0.004	6.54	4.50	5.50
		0.012	8.20	5.20	6.30
		0.020	8.47	6.00	----

Tableau V .2. Résultats expérimentaux et théoriques de la flèche du fluage dynamique

- On remarque que la théorie donne de bon résultats qualitatifs.
- Les résultats théoriques de l'étude de la flèche du fluage statique et dynamique sont présentés ici sous forme des courbes théoriques de fluage statique et illustreront l'évolution de la flèche au milieu de la poutre. (Figure V.5.) .



CONCLUSION :

On remarque d'après les courbes, que la différence entre la courbe du fluage statique et ceux du fluage dynamique se réalise essentiellement au stade du fluage à court terme et reste presque stable au stade du fluage à long terme.

Afin de tenir compte de ce phénomène on applique le coefficient dynamique uniquement à la partie des déformations dues au fluage rapide.

On remarque que la théorie donne de bons résultats qualitatifs. Ces résultats qualitatifs confirment donc la validité d'étude théorique et rhéologique du fluage dynamique de la flexion de la poutre et de l'étude uniaxial de béton.

Les résultats expérimentaux sont peu nombreux et dans plusieurs cas, il n'est pas possible de faire d'évaluation quantitative ni de pouvoir résoudre certains problèmes de conception.