

CHAPITRE III

PRESENTATION DE L'OUTIL NUMERIQUE UTILISÉ

III.1 Introduction

La simulation numérique de l'écoulement autour des écrans étanches est un problème complexe qui présente notamment :

- La résolution par la loi de Darcy est souvent impossible analytiquement.
- Les configurations réelles sont telles (enceintes ramassées) que le problème ne peut être considéré comme plan, ce qui nécessite le recours aux calculs tridimensionnels.

Ces conditions complexes nécessitent un outil numérique bien adapté.

Le développement des grands codes de calcul a évolué de pair avec les langages et le matériel informatique. Beaucoup de ces grands codes ont démarré dans les années 1970 et sont basés sur une conception de type « boîte noire », qui impose en général à l'utilisateur de se plier aux exigences du code, conçu pour résoudre des problèmes donnés. L'outil de simulation numérique ne doit pas être une boîte noire qui offre uniquement une solution aux données introduites. Mais plutôt, il doit permettre aussi des expérimentations numériques. Le code **Flac** respecte cette particularité en offrant à l'utilisateur de tester ses idées, d'introduire ses propres modèles de comportement et de modéliser les séquences de construction.

Nous présentons ici les principes du code **Flac** qui a été utilisé tant pour nos simulations *bidimensionnelles* (axisymétriques) que *tridimensionnelles* de l'écoulement autour un écran étanche. Notons que, Flac3D est l'extension du Flac2D, cependant, il y'a des différences entre les formulations bi et tridimensionnelles, et en particulier dans les modèles mathématiques qui décrivent le mécanisme du système. Cette partie décrira la formulation et sa mise en œuvre en **Flac**.

III.2 GENERALITES

FLAC (**F**ast **L**agrangien **A**nalysis of **C**ontinua), c'est un code en différences finies développé par la société Américaine ITASCA Consulting Group. Il simule le comportement des structures en sols, en roches ou autres matériaux qui se plastifient quand leur surface de charge est atteinte. Les matériaux sont représentés par des éléments ou des zones qui forment le maillage ajusté par l'utilisateur pour avoir la forme de l'objet à modéliser. Chaque élément se comporte selon sa description par une loi contrainte/déformation linéaire ou non linéaire aux chargements appliqués ou aux conditions aux limites imposées. Le matériau peut se plastifier et s'écouler, et le maillage peut se déformer (en mode grande déformation) et se déplacer avec le matériau qu'il représente.

Une des spécificités de Flac (et de tous les logiciels ITASCA) est le macro-langage *FISH*, qui permet à l'utilisateur de définir de nouvelles variables, procédures, sorties graphiques, et même d'écrire sa propre loi de comportement. La formulation de Flac est parfaitement adaptée à la modélisation des problèmes de géomécanique en plusieurs phases, comme une séquence excavation-construction-chargement.

Starfield et Cundel (1988), fondateurs du Code Flac, ont insisté que la méthodologie des modélisations numériques en géomécanique doit être différentes de celle de l'ingénierie de structure. Ils ont signalé qu'il est impossible d'obtenir des données complètes sur les sols ou les roches du site ; par exemple : l'état des contraintes initiales, les propriétés et les discontinuités ne peuvent être que partiellement bien connues. Cette situation est incompatible avec la conception suivie dans les logiciels populaires utilisés pour la conception (boite noire qui accepte uniquement d'un côté l'introduction des données et de l'autre côté donne les résultats de prédiction du comportement).

Au contraire, les logiciels en géomécanique doivent être conçus et utilisés pour découvrir les mécanismes en absence des données nécessaires pour la prédiction. Quand le comportement du système est défini, il est approprié d'utiliser des calculs simples de la conception du processus.

D'une autre manière, les logiciels en géomécanique ne doivent être utilisés uniquement dans la conception, mais aussi comme un outil d'expérimentation numérique qui aide et donne au concepteur un aperçu sur les mécanismes possibles.

Avant de discuter les particularités du code Flac2D et Flac3D il est nécessaire de donner un aperçu rapide sur la méthode de différences finies adoptée dans le code Flac (2D et 3D).

III.3 Méthode des différences finies (FDM)

En rendant la complexité des calculs une chose du passé, l'évènement de l'ordinateur a révolutionné les sciences de l'ingénieur, des problèmes, autrefois considérés insolubles avec les méthodes classiques, sont maintenant facilement accessibles avec les méthodes numériques. Une de ces méthodes est la méthode des différences finies. De ce point de vue, elle constitue un outil formidable à la disposition de l'ingénieur.

De nos jours, l'emploi de la méthode s'est généralisé à d'autres domaines en particulier la mécanique des fluides, l'aéronautique, le magnétisme, transfert de chaleur et les problèmes couplés. Elle permet de résoudre tout problème défini par des équations aux dérivées partielles avec conditions aux limites.

Un problème d'ingénierie est généralement représenté par un modèle mathématique ; des équations aux dérivées partielles sur un domaine géométrique avec des conditions aux limites sur les frontières de ce domaine. De plus, étant un problème continu, il possède une infinité de degrés de liberté. A l'exception de quelques cas ayant une géométrie très simple, il est très difficile sinon

impossible de trouver une solution analytique au problème et d'étudier son comportement en une seule opération. Pour trouver une solution, l'ingénieur est donc amené à remplacer le système continu par un système discret équivalent ayant un nombre fini de degré de liberté.

Actuellement, l'ingénieur a le choix entre plusieurs méthodes dont deux méthodes numériques sont très répandues dans le domaine de construction. La MDF est très attrayante par sa simplicité quand il s'agit des problèmes à géométrie régulière. Par contre, elle est très difficile à généraliser aux problèmes à géométrie complexe et des conditions aux limites quelconques. Récemment ce problème est résolu grâce à la programmation de la méthode de Wilkins (KHENNANE. A).

Comme le soulignent Billaux et Cundall (1993), la méthode des différences finies est l'une des plus anciennes méthodes de résolution numérique d'un système d'équations différentielles, pour des conditions initiales et des conditions aux limites données, la solution est unique.

La plupart des méthodes utilisant les différences finies adoptent une discrétisation du milieu en mailles rectangulaires exclusivement. L'approche retenue par ITASCA est basée sur la méthode de Wilkins (1964), qui permet de formuler les équations des différences finies pour des éléments quelconques. On peut leur donner n'importe quelle forme aux limites et, faire varier les propriétés d'un élément à l'autre. De ce point de vue, elle est donc aussi performante que la méthode des éléments finis.

Dans cette méthode, chaque dérivée est remplacée directement par une expression algébrique écrite en fonction des variables de champs (c'est-à-dire les contraintes ou les déplacements) uniquement définis au niveau de points dans l'espace.

De plus, le code Flac se distingue essentiellement par son schéma de résolution explicite, qui permet de ne combiner les matrices élémentaires, ainsi un gain substantiel de place mémoire. En effet, seules les variables à la fin de chaque pas de temps sont stockées et non la matrice de rigidité, comme cela est le cas pour la méthode des éléments finis.

III.4 Schéma de résolution explicite

Dans ce paragraphe, nous n'allons pas nous intéresser en détail à la méthode de résolution implantée à l'intérieur du code mais uniquement au mode de fonctionnement. Le lecteur intéressé peut se reporter à Marti & Cundall [1982] qui décrit la procédure plus finement.

Basé sur le fait que dans la réalité, une partie de l'énergie de déformation accumulée par le système est convertie en énergie cinétique qui va se propager et se dissiper dans le matériau environnant, le schéma de résolution explicite intègre ce phénomène en prenant en compte les équations dynamiques du mouvement. Le déséquilibre induit en une zone va se propager dans l'ensemble du massif. L'objectif de la méthode aux éléments lagrangiens n'en reste pas moins la résolution d'un problème statique ou quasi-statique par l'intermédiaire de la dynamique.

Le mode incrémental de résolution du système assure la stabilité du schéma numérique puisque même si le système est instable à certains instants les chemins de contraintes et de déformations sont respectés à chaque pas. La **Figure III.1** précise bien quant à elle la séquence de calcul utilisée. Cette procédure fait d'abord appel aux équations du mouvement afin de calculer les vitesses et les déplacements à partir de l'accélération, déduite de la résultante des forces et des contraintes. Alors, les déformations sont déduites des déplacements (intégrales des vitesses), et les nouvelles contraintes de ces déformations au travers des relations du modèle rhéologique.

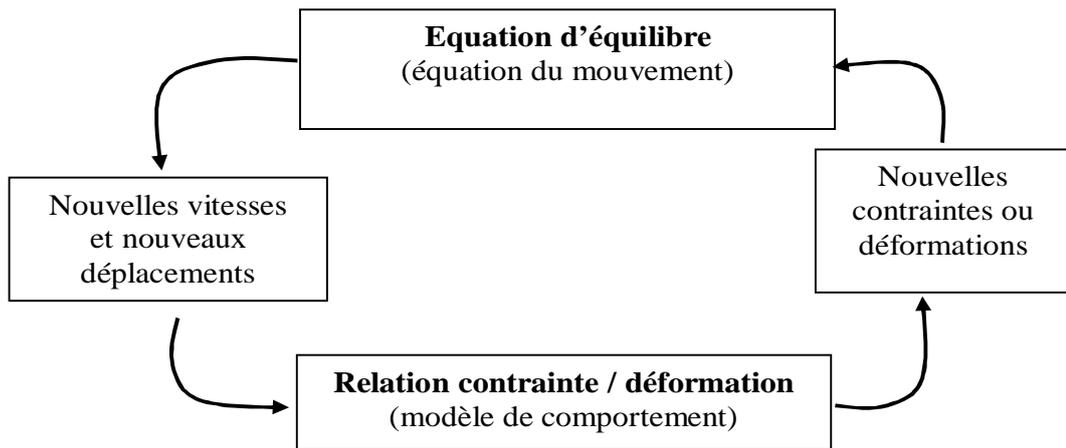


Figure III.1 : Séquence de calcul générale (Billiaux [1993]).

Dans chaque boîte de calcul de la **Figure III.1** on remet à jour toutes les variables à traiter à partir de valeurs connues qui doivent, elles, restées fixes durant les calculs dans cette boîte. Ainsi le calcul de nouvelles contraintes n'affecte pas les vitesses calculées dans la boîte précédente. Cette hypothèse est justifiée si un pas de temps assez petit est choisi de manière à ce que l'information ne puisse pas passer d'un élément à l'autre au cours de cet intervalle de temps. Des éléments voisins ne pourront donc pas s'influencer pendant une période de calcul.

Tout ceci se base sur l'idée que la vitesse de l'« onde de calcul » est toujours supérieure à celle des ondes physiques ce qui permet de figer les valeurs connues et utilisées pour la durée des calculs. Pour constituer un algorithme opérationnel, les mouvements doivent être amortis de manière à arriver à un état stationnaire (*équilibre* ou *écoulement permanent*) en un minimum de cycles et en un pas de temps le plus grand possible afin d'éliminer le risque d'instabilités numériques.

L'amortissement utilisé consiste à imposer à chaque nœud une force d'amortissement dont le module est proportionnel au module de la force nette non équilibrée et, dont la direction est telle qu'elle produit toujours un travail négatif. Cette forme d'amortissement artificiel permet aux forces de volume de s'évanouir à l'état stationnaire. La constante d'amortissement sans dimension, ne dépend pas des propriétés du système et, permet un amortissement variable d'un point à

l'autre (Cundall [1987]). La procédure de résolution explicite n'étant pas inconditionnellement stable, il est nécessaire que la vitesse du front de calcul soit plus grande que la vitesse maximale de propagation de l'information, pour cela le choix du pas de temps est important en effet il doit être plus petit qu'un certain pas de temps critique (Billiaux [1993]).

Enfin, le critère de convergence pour contrôler la fin des cycles de calcul est simplement basé sur l'état d'équilibre de l'ensemble des éléments. Le programme teste pour chacun des éléments le déséquilibre de force et retient la force maximale non équilibrée. L'utilisateur définit la force en deçà de laquelle la convergence est supposée suffisante.

Ainsi formulée, la méthode de résolution implémentée dans Flac présente des avantages et des inconvénients si on tente de la comparer à d'autres méthodes bien connues telle que la méthode implicite généralement utilisée en éléments finis.

Le **Tableau III.1** résume ces différences. Notons qu'au cours d'un pas de calcul, aucune itération n'est nécessaire pour calculer les contraintes à partir des déformations quelque soit le type de comportement envisagé pour le sol.

Explicite	Implicite
Le pas de temps doit être inférieur à une valeur critique pour assurer la stabilité.	Pas de restriction sur le pas de temps, au moins pour certains schémas de résolution.
Peu de calculs par pas de temps.	Nombreux calculs par pas de temps.
Pas d'amortissement numérique significatif introduit pour les problèmes dynamiques.	Amortissement numérique dépendant du temps pour les schémas inconditionnellement stables.
Prise en compte de lois de comportement non linéaires sans itérations supplémentaires.	Nécessité d'une procédure itérative pour la prise en compte de comportements non linéaires.
Si le pas de temps est inférieur à sa valeur critique, une loi non linéaire est toujours suivie d'une manière correcte.	Il est toujours nécessaire de démontrer que la procédure est : (a) stable ; et (b) physiquement correcte, c'est-à-dire qu'elle permet de suivre un chemin de contraintes physiquement correct.
Aucune matrice n'est construite. La mémoire nécessaire est minimum.	Une matrice de rigidité doit être stockée. La mémoire nécessaire est importante.
Aucune matrice n'étant construite, des grandes déformations et de grands déplacements peuvent être pris en compte avec quasiment aucun calcul supplémentaire.	Des calculs supplémentaires sont nécessaires pour suivre de grandes déformations et de grands déplacements.

Tableau III.1 : Comparaison entre les méthodes explicite et implicite (Cundall [1980]).

Toutefois, le critère sur le pas de temps conduit nécessairement à un nombre de cycles de calcul importants, ce qui rend cette méthode peu performante pour les problèmes linéaires en petites déformations.

Il semble donc que le domaine de prédilection d'une méthode explicite soit l'étude de systèmes comprenant par exemple des non-linéarités, de grandes déformations ou des instabilités physiques. La prise en compte de la réelle complexité d'un site comportant de manière générale ce type de problèmes, la résolution explicite constitue donc une méthode bien adaptée aux types de difficultés auxquels nous nous sommes intéressés.

III.5 Forces non équilibrées (UNBALANCED FORCE)

Dans un modèle à éléments finis, il est nécessaire que le processus de chargement soit représentatif de celui subi réellement par le massif. On y arrive en décomposant le chargement total en incréments de charge chaque incrément étant suffisamment petit pour que la solution converge après quelques itérations, malgré la réponse non linéaire du massif.

Toutefois, au fur et à mesure que le système modélisé devient de plus en plus non-linéaire et que l'incrément de chargement devient de plus en plus petit par rapport au chargement total, la technique incrémentale devient similaire à la modélisation d'un comportement quasi dynamique du massif, répondant à l'application graduelle du chargement total.

Afin de surmonter cela, une technique de relaxation dynamique a été proposée (Otter et al, 1966) et a été appliquée, en premier, aux géomécaniques par Cundall (1971). Dans cette technique, des forces non équilibrées agissent au niveau de points d'intégration matériels, et provoquent une accélération de la masse associée à ces points, en appliquant les lois du mouvement de Newton. Un nouveau bilan des forces est alors dressé pour chaque point d'intégration matériel dans le modèle.

Cette technique d'amortissement a pour effet une accélération de la convergence et réduit considérablement les effets d'oscillation mécanique. De plus, elle a l'avantage de pouvoir gérer des non-linéarités à la fois géométriques et rhéologiques, pour un surcoût de calcul relativement faible qui dépend linéairement du nombre d'éléments utilisés.

Par ailleurs, la divergence numérique révèle en général dans le modèle des comportements provoqués par des anomalies physiques (amorce de rupture, hétérogénéité des matériaux). Une fois que le modèle a été divisé en éléments, que les propriétés des matériaux ont été assignées et que les chargements ont été appliqués, certaines techniques doivent être utilisées pour redistribuer les forces non équilibrées, et donc déterminer la solution du nouvel état d'équilibre. La méthode des différences finies cherche pour cela à minimiser l'énergie potentielle totale du système, afin d'établir les relations d'équilibre : les déplacements sont les inconnues de ces équations simultanées. La force maximale non équilibrée est déterminée pour l'ensemble des mailles. L'évolution de cette force peut être affichée sur l'écran ou visualisé comme un graphe. Cette force est importante pour l'indication de l'équilibre du modèle.

Notons **R** le rapport en pourcentage de la force non équilibrée maximale sur la force interne représentative. Une valeur de R de 1% à 0.1% peut être acceptable pour l'indication de l'équilibre en fonction du degré de précision voulu : R = 1% peut être suffisante pour une étape intermédiaire dans une séquence d'opération, tandis que R = 0.1% peut être utilisée pour un état final.

III.6 Présentation du code bidimensionnel (Flac2D)

Flac2D a été conçu pour opérer dans un espace *bidimensionnel*. Bien souvent, il est possible de tirer parti des symétries du système étudié, afin de réduire la complexité du modèle, et donc les temps de calcul. Ainsi, un maillage d'éléments finis de massif n'est pas systématiquement à trois dimensions. En effet, si l'une des dimensions de l'ouvrage est prépondérante (remblai de grande largeur, section courante d'un tunnel, etc.) et toutes les autres caractéristiques du modèle (chargement, conditions aux limites, interfaces) le permettent, il est possible d'analyser l'ouvrage dans un *plan*. Cette analyse, dite en déformations *planes*, suppose que la composante du déplacement perpendiculaire au plan considéré est uniformément nulle.

L'utilisateur construit alors son maillage dans un plan, mais admet implicitement qu'il bénéficie d'une profondeur égale à l'unité. Les forces appliquées sur ce type de modèle ne s'expriment pas en Newton, mais en Newton par mètre (force par unité de longueur).

L'utilisation de modèles *bidimensionnels* permet bien sûr de réduire considérablement les temps de calcul, mais rend surtout possible le raffinement géométrique des systèmes étudiés. En effet, pour de nombreux problèmes *tridimensionnels*, les maillages raffinés sont difficiles, voire impossibles à réaliser car la taille des systèmes matriciels peut très vite dépasser la capacité des ordinateurs utilisés. Par conséquent, les maillages sont fréquemment plus grossiers dans le cas *tridimensionnel* que dans le cas *bidimensionnel* et la modélisation est plus approximative.

Le code Flac2D intègre de nombreux modèles constitutifs, adaptables à un grand nombre de matériaux, géologiques ou non. Chacun d'entre eux nécessite l'apport de paramètres mécaniques spécifiques, descriptifs de la rhéologie du matériau.

Les modèles disponibles dans Flac2D sont : modèle nul (pour les sols retirés ou excavés), élasticité isotrope ou anisotrope, élasto-plasticité (cam-clay modifié, Druker-Prager, Mohr-coulomb standard ou avec écrouissage positif (ou négatif) et écrouissage et changement de volume, élasto-plasticité (Mohr-Coulomb) avec plan de discontinuité localisé (faille, etc.))

En effet, on note que nos simulations à l'aide du code Flac2D se feront en problèmes à **axe de symétrie** (*batardeaux circulaires*), en faisant appel à la commande : **config gw axi** implantée dans ce code.

III.7 Présentation du code tridimensionnel (Flac3D)

Flac3D (**F**ast **L**agrangian **A**nalysis of **C**ontinua in **3D**) est un outil avancé pour des études complexes de géotechnique et d'interaction sol-roche / structures. C'est un code qui est utilisé dans l'analyse, essai, et dessin par ingénieurs géotechniques, civil et des mines, et il a une grande gamme d'application parce que sa possibilité analytique n'est pas limitée à une définition du problème particulière ou type d'analyse.

Grâce à ses nombreuses fonctionnalités, Flac3D résout de multiples problèmes :

- Ø dimensionnement de pentes, talus ou fouilles et analyse de leur stabilités ;
- Ø dimensionnement de fondations superficielles et profondes ;
- Ø étude de barrages en terre ou en béton ;
- Ø excavations souterraines avec phasage complexes ;
- Ø interaction Sol-Structure ;
- Ø matériaux à loi de comportement spécifique développée par l'utilisateur.

III.7.1 Formulation du modèle 3D en différences finies explicite

On rappelle que Flac3D est un programme en différences finies explicite. Il a pour but d'étudier numériquement le comportement mécanique du milieu continu en trois dimensions quand il atteint l'état d'équilibre ou écoulement stationnaire plastique. La réponse observée du modèle est extraite d'une part, du modèle mathématique particulier, et de la mise en œuvre numérique spécifique d'une autre part.

III.7.2 Description du modèle mathématique

La mécanique du milieu est dérivée des principes généraux (définition de la force, loi du mouvement), et l'utilisation des équations qui définissent le milieu. Les expressions mathématiques qui en résultent sont la mise des équations différentielles aux dérivées partielles (EDP), qui relient les variables mécaniques (contraintes) et variables cinétiques (force et vitesse), qui doivent être résolues pour une géométrie particulière avec leur propriétés, et conditions initiales et aux limites. Un aspect important du modèle est l'inclusion des équations du mouvement, bien que, Flac3D est concerné principalement par l'état des contraintes et déformations du milieu au voisinage de l'état d'équilibre.

III.7.3 Formulation numérique

La méthode de solution adoptée en Flac3D est caractérisée par les trois approches suivantes :

1. approche en différences finies (espace en 1^{er} ordre et dérivées par rapport au temps du variable sont approximés par les différences finies, supposant des variations linéaires de la variable autour de l'espace fini et l'intervalle du temps, respectivement) ;
2. approche du modèle discret (le milieu continu est remplacé par un milieu discret équivalent, où toutes les forces appliquées sont concentrées aux nœuds du maillage tridimensionnel utilisé dans la représentation du modèle) ;
3. approche de la solution dynamique (les termes d'inertie dans l'équation du mouvement sont utilisés comme moyens numériques pour atteindre l'état d'équilibre du système considéré).

Les lois du mouvement du milieu continu sont, au biais de ces approches, transformées en formes discrètes de la loi de Newton aux nœuds. Le système résultant des équations différentielles

ordinaires est alors résolu numériquement en utilisant une approche dans le temps en différences finies explicites. Les dérivées spatiales impliquées dans la dérivation du milieu équivalent sont celles qui apparaissent dans la définition des forces dans les termes de vitesse.

Dans le but de définir les variations de la vitesse et l'intervalle de l'espace, le milieu est discrétisé en éléments de forme tétraédrale où les vitesses sont des nœuds du maillage mentionné ci-dessous et représenté sur la **Figure III.2** suivante.

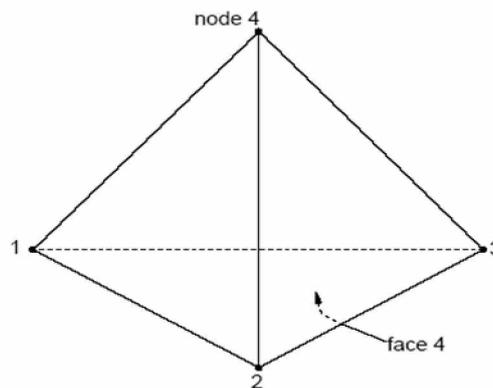


Figure III.2 : Tétraèdre.

III.7.4 Nomenclature

Le code Flac3D utilise une nomenclature qui est consistante, en général, avec laquelle sont utilisés en convention les programmes des différences ou éléments finis pour l'analyse des contraintes.

Ici pour clarification, la **Figure III.3** illustre la terminologie de Flac3D.

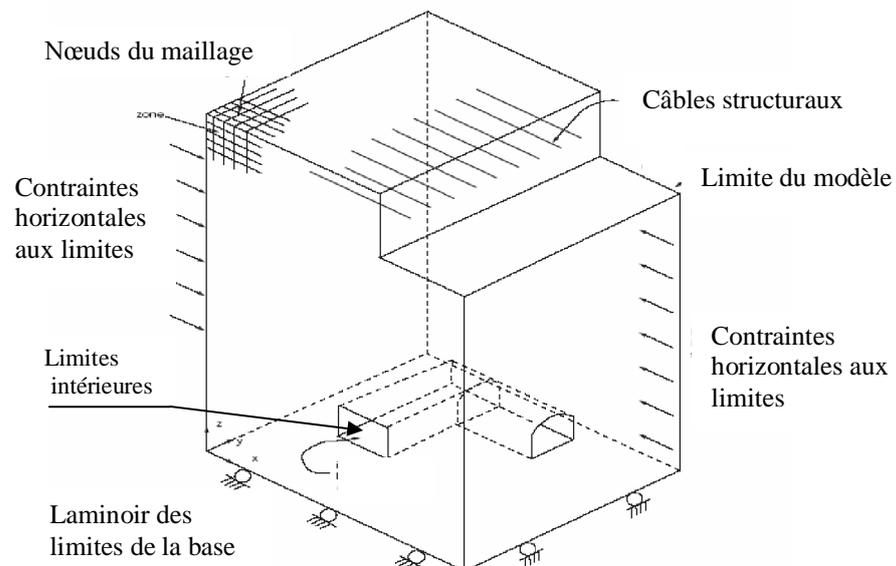


Figure III.3 : Exemple du modèle Flac3D.

a) Modèle Flac3D

Le modèle Flac3D est créé par l'utilisateur pour simuler le problème physique. En référant aux commandes qui définissent les conditions du problème pour la solution numérique.

b) La zone en différence finie est le petit domaine géométrique dans lequel le changement dans les phénomènes (exemple : les contraintes) est évalué. Les zones polyédrales de différentes formes (exemple : les zones en forme brique, pyramide et tétraèdre) sont utilisées pour créer et voir la perspective des modèles.

c) Zone nulle

Les zones nulles sont des zones qui représentent des vides (i.e., aucun matériau n'est présent) à l'intérieur du maillage en différences finies.

d) Nœuds de maillage

Ils sont associés avec les coins des zones en différences finies. Il y a cinq, six, sept ou huit nœuds du maillage associés avec chaque zone polyédrale, dépendant de la forme des zones. Des coordonnées x , y et z sont attribuées à chaque nœud du maillage, ainsi spécifient l'emplacement exacte des zones en différences finies. .

e) Conditions aux limites

Ce sont la prescription des conditions contrôlées ou CONTRAINTE autour les limites du modèle (exemple : les déplacements ou forces fixés pour les problèmes mécaniques, limites imperméables pour les problèmes *d'écoulement souterrain*).

f) Conditions initiales

C'est l'état de toutes les variables dans le modèle (exemple : *pressions interstitielles*) préalables pour n'importe quel changement de chargement ou TROUBLE (telle que : excavation).

g) Modèle constitutif

Le modèle constitutif représente le comportement de la déformation et les forces décrites pour les zones du modèle Flac3D. Plusieurs modèles constitutifs sont disponibles en Flac3D pour assimiler les différents types des comportements communs associés avec les modèles géologiques. Le modèle constitutif et les propriétés du matériau peuvent être attribués individuellement dans les modèles en Flac3D.

h) Sous maillage (SUB-GRID)

Le maillage en différences finies peut être composé par de sous mailles. Ces dernières peuvent être utilisées pour créer des régions de différentes formes dans le modèle (exemple : le sous maillage d'un *barrage* peut être placé sur le sous maillage de la fondation). Le sous maillage est généré séparément, déplacé et attaché en ensemble.

i) Interface

Une interface est la connexion entre les mailles qui peuvent être séparées (exemple : baisse ou ouverture) pendant le processus de calcul. Une interface peut représenter une discontinuité physique comme l'interface entre deux différents matériaux.

j) Groupe

Le groupe en modèle Flac3D renvoie à la collection des zones identifiées par un seul nom. Les groupes sont utilisés pour limiter le rang de certaines commandes de Flac3D, comme pour la commande *MODEL* qui attribue les modèles matériels aux groupes désignés.

III.7.5 La solution statique

La solution statique est atteinte en Flac3D lorsque le taux de changement de l'énergie cinétique dans le modèle s'approche d'une valeur négligeable. Ceci est obtenu en appliquant l'équation du mouvement. A la fin de l'étape de l'état statique, le modèle sera à l'état d'équilibre ou l'état de *l'écoulement permanent* du matériau si une part ou tout le modèle est instable au-dessous des conditions des charges appliquées. Ceci est le calcul par défaut de Flac3D. Les solutions statiques mécaniques peuvent être couplées pour *l'écoulement souterrain* transitoire ou les solutions de transfert de chaleur.

III.7.6 La solution dynamique

Pour la solution dynamique, toutes les équations dynamiques de mouvement (y compris les termes d'inertie) sont résolues; la génération et la dissipation de l'énergie cinétique affectent directement la solution. Les solutions dynamiques sont nécessaires pour les problèmes provoquant de haute fréquence et charges de courtes durées. (Exemple : chargement séismique ou explosive). Le calcul dynamique est un modèle optionnel pour Flac3D.

III.7.7 Le maillage en différences finies

Le maillage en différences finies recouvre le domaine physique analysé. Le petit maillage qui peut être analysé par Flac3D constitué seulement d'une seule zone. Plusieurs problèmes, cependant, sont définis par des mailles constituées de centaine ou de milliers de zones. Le maillage en Flac3D est spécifié par les coordonnées x , y et z . Tous les nœuds du maillage et les zones centrées sont définies par le vecteur position $v(x,y,z)$.

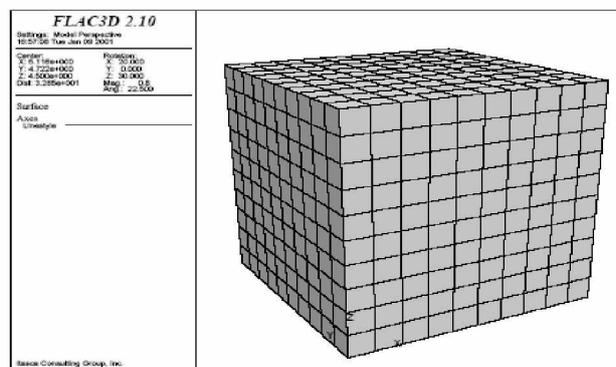


Figure III.4 : Maillage en différences finies avec 1000 zones.

III.7.8 Création de fichiers de données en Flac3D

L'utilisateur a le choix d'exécution de Flac3D interactivement (i.e., entrer les commandes de Flac3D dans son environnement) ou via des fichiers de données (appelés aussi '*batch file*'). Le fichier de données est un fichier créé par l'utilisateur contenant les commandes de Flac3D pour le problème à analyser. En général, la création des fichiers de données est la bonne méthode pour utiliser Flac3D. On fait appel aux fichiers de données par la commande CALL. Il est recommandé que l'extension commune des fichiers de données soit '*.DAT' pour entrer des données, et l'extension '*.FIS ' pour les fonctions *FISH* en Flac3D afin de distinguer un fichier des autres types de fichiers.

Flac3D est basé sur un format de commande parce que la plupart des analyses exigent l'utilisation de fichiers d'entrée de données. Flac3D peut être employé comme « laboratoire numérique » pour examiner des idées. L'utilisateur implique un ordre des commandes qui définissent les conditions de problème pour la solution numérique.

Flac3D opère sous toutes les plates-formes Windows, avec opération du mode de commandes disponibles dans une fenêtre de la production standard. Flac3D fournit des formes primitives construites et résolution rapide, hautes capacités graphiques pour activer le processus de la modélisation. Les paramètres de la solution peuvent être spécifiés par l'utilisateur, en maximisant le contrôle de l'utilisateur sur la durée, longueur, et efficacité de l'exécution du modèle. Le contrôle supplémentaire et personnalisé sont disponibles à l'utilisateur à travers le langage de programmation construit puissant de Flac3D, FISH.

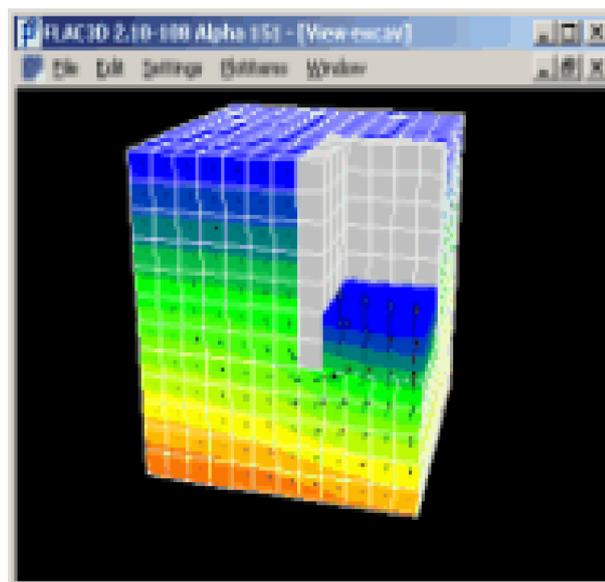


Figure III.5 : Sorte graphique d'un modèle Flac3D.
Excavation dans un sol saturé.

III.7.9 Méthodologie de simulation avec Flac3D

Afin d'installer un modèle pour réaliser une simulation avec Flac3D, trois composants fondamentaux d'un problème doivent être indiqués :

1. Générer le maillage ;
2. Définir les paramètres constitutifs ; et
3. Appliquer les conditions initiales et aux limites.

La **Figure III.6** (adoptée du manuel Flac3D) présente les grandes lignes de la stratégie utilisée pour modéliser l'excavation d'une tranchée. La simulation se fait par phase et la réponse du système est systématiquement examinée après chacune des phases de calcul pour s'assurer de la validité des résultats.

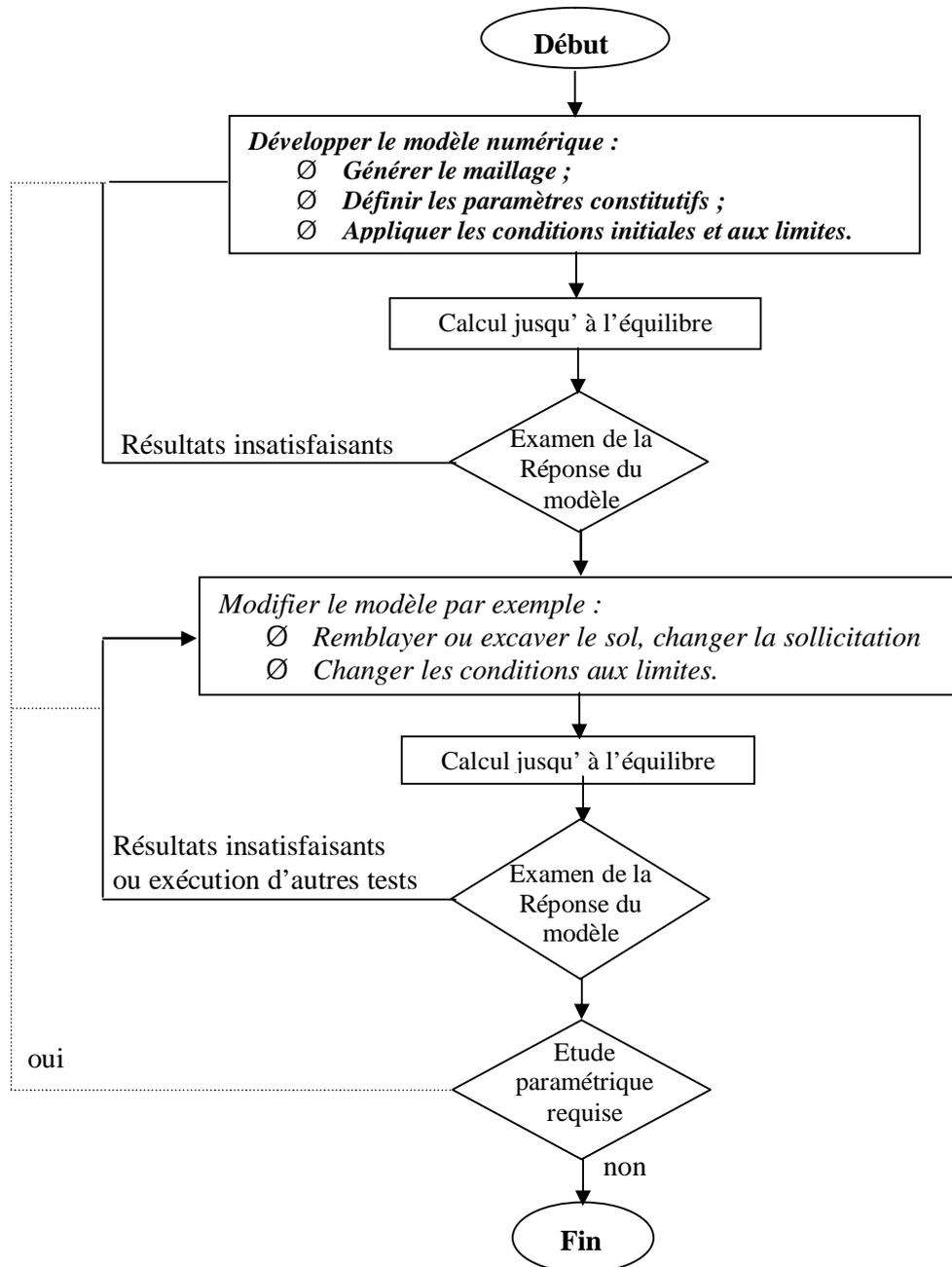


Figure III.6 : Méthodologie de modélisation numérique avec Flac (ITASCA Manuel).

III.7.10 Génération de maillage

La génération de maillage dans Flac3D implique de raccorder l'ensemble des formes de maillage de la connectivité spécifique (désignée sous le nom des *primitives*) pour former un modèle complet avec la géométrie désirée. Plusieurs types de formes primitives sont disponibles, et ceux-ci peuvent être reliés et conformés pour créer les géométries tridimensionnelles complexes.

Le maillage de Flac3D est produit avec la commande GENERATE zone. Cette commande peut être employée indépendamment pour créer un modèle reparti en zones d'une forme primitive ; chaque forme a un type spécifique de connectivité.

Plusieurs formes primitives sont établies dans le générateur pour accélérer la génération de maillage pour des formes de problème simple. Ceux-ci incluent la brique, la cale, la pyramide et des formes de cylindre.

Ø Orientation des noeuds et les faces dans les zones en Flac3D

On rappelle qu'une zone est le domaine géométrique fermé, avec des noeuds aux sommets et des faces formant la surface de celle-ci. L'orientation relative des nœuds et les faces est montrée sur la **Figure III.7**. Pour les cinq formes primitives du maillage : la brique, pyramide, brique et tétraèdre dégénérés. Chaque face a des *verticaux* ; ces derniers sont identifiés aussi sur la **Figure III.7**.

Plusieurs commandes de Flac3D et le langage *FISH*, se rapportent à cette orientation.

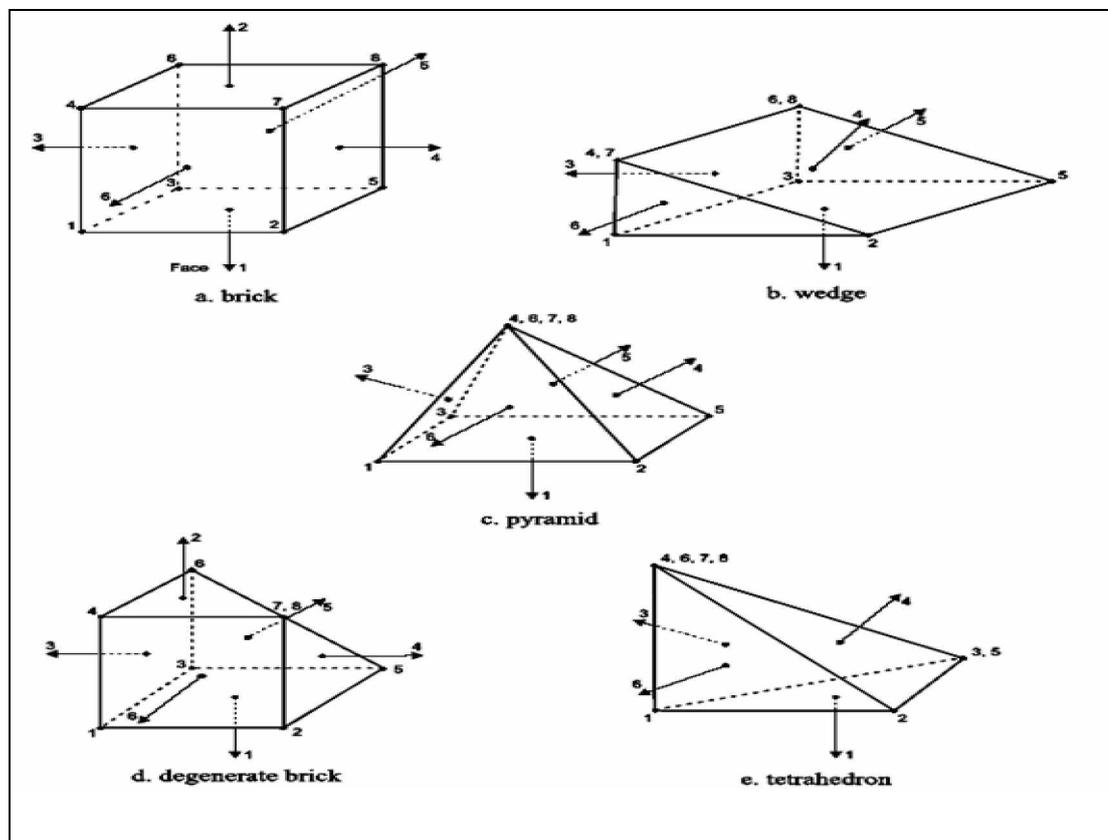


Figure III.7 : Géométrie des zones.

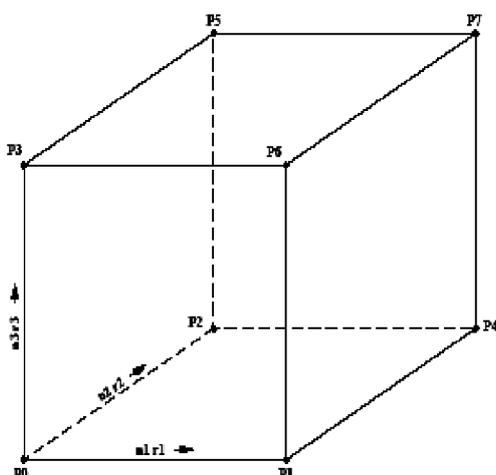


Figure III.8 : Maillage d'une brique- brick

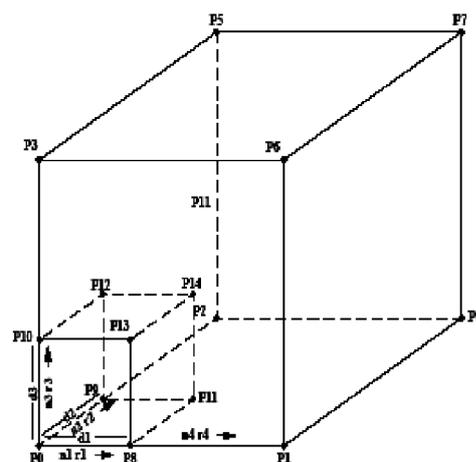


Figure III.9 : Maillage gradué d'une brique – radbrick.

III.8 Modélisation de l'écoulement

III.8.1 Modélisation de l'écoulement en Flac

Dans le cas général, les terrains sont en partie baignés par des nappes d'eau en équilibre hydrostatique ou en écoulement. La présence de cette eau dans les espaces interstitiels entre les grains induit des effets mécaniques sur le sol : forces d'écoulement appliquées aux grains, poids déjaugé et consolidation.

Si la perméabilité du sol est élevée, le mouvement de l'eau est instantané et la pression interstitielle n'est pas modifiée. Ainsi, dans le cas d'un remblai construit sur un sol perméable, la pression interstitielle est constamment égale à la pression interstitielle initiale.

En revanche, si la perméabilité du sol est faible par rapport à la vitesse de variation des contraintes, l'eau interstitielle ne peut s'écouler de manière instantanée et se met en surpression qui se dissipe dans le temps (*le sol se consolide*).

Le comportement d'un sol perméable est toujours un comportement à long terme (*condition drainée*). Alors que le comportement d'un sol peu perméable évolue entre deux comportements extrêmes :

- Un comportement à court terme lorsque le sol vient d'être chargé ou déchargé. Aucune variation de volume n'a encore pu se produire et les variations des contraintes normales sont reportées totalement ou en partie sur l'eau interstitielle (*condition non drainée*) ;
- Un comportement à long terme lorsque la surpression interstitielle due au chargement du sol s'est dissipée et que le régime d'écoulement de l'eau est devenu permanent (*condition drainée*).

Duncan (1996) a indiqué que, pour les problèmes faisant intervenir des chargements non exceptionnels, les sols dont le coefficient de perméabilité est supérieur à 10^{-6} m/s peuvent être analysés en conditions drainées et les sols de coefficient de perméabilité inférieur à 10^{-9} m/s en condition non drainée.

Flac modélise l'écoulement de l'eau dans le milieu poreux tel que le sol, soit indépendamment de l'effet mécanique (calcul hydromécanique découplé), soit en tenant compte de l'interaction sol-fluide (hydromécanique couplé). Ce dernier type de comportement induit deux effets mécaniques. Dans le premier, le changement de la pression interstitielle génère un changement en contraintes effectives qui peuvent affecter la réponse du solide. A titre d'exemple, une réduction des contraintes effectives peut induire un écoulement plastique. Dans le deuxième, le fluide réagit par un changement de pressions interstitielles à la variation mécanique du volume.

La formulation de l'écoulement de Flac est basée sur des relations simples, en utilisant la loi de Darcy pour un milieu poreux anisotrope. L'effet de gravité est incorporé dans la formulation afin de permettre à l'eau de migrer en toute zone non totalement saturée.

Avec cette formulation, une surface libre apparaît naturellement dans un calcul d'écoulement.

Dans le cas des problèmes couplés drainés, la convergence au régime statique peut être très lente (plusieurs pas de calcul mécanique sont nécessaire pour garder l'équilibre quasi statique) quand le module volumique de l'eau est très grand par rapport au module de confinement du sol $K + (4/3) G$. Plusieurs stratégies de modélisation sont disponibles en Flac pour approcher les différents processus couplés. L'une consiste à supposer que les pressions interstitielles nodales soient fixes. Cette approche ne nécessite pas de mémoire supplémentaire dans le calcul. Elle peut être représentative dans le cas des sols grossiers baignés par une nappe statique sans écoulement. Les pressions interstitielles se dissipent au fur et à mesure, que le changement est appliqué et que l'on peut considérer que le champ de pressions d'eau est invariant. Ce champ de pression d'eau se traduit par des actions simples sur le sol et les éléments de structure. Ainsi, le sol se trouve simplement déjaugé tandis que les éléments de structure se trouvent soumis à des champs de pressions simples.

Les autres stratégies de Flac utilisent la configuration **Ground water (Config GW)** pour l'analyse de l'interaction sol - fluide. Les plus élaborées nécessitent plus de temps et de mémoire.

III.8.2 Modélisation de l'écoulement en Flac3D

Le code Flac3D manie les deux écoulements complètement saturés, aussi bien que l'écoulement dans lequel une surface phréatique se développe. Dans ce cas, les pressions interstitielles sont nulles au-dessus de la surface phréatique et la phase de l'air est considérée comme passive. La logique est

applicable aux matières grossières quand les effets capillaires peuvent être négligés. Les caractéristiques suivantes sont fournies avec la capacité de l'écoulement du fluide :

1. Deux lois de transport de fluide qui correspondent à la perméabilité *isotrope* et *anisotrope* sont disponibles. Le modèle nul de l'écoulement du fluide est aussi fourni pour spécifier des milieux imperméables dans le domaine de l'écoulement.
2. Différentes zones peuvent avoir différents modèles d'écoulement (isotrope, anisotrope ou nul) et propriétés.
3. Les pressions du fluide, flux et les conditions aux limites peuvent être prescrites.
4. Les sources du fluide (puits) peuvent être insérées dans le milieu comme point sources ou source volume. Ces sources correspondent à l'écoulement entrant ou écoulement sortant et varie avec le temps.
5. Les deux algorithmes de solutions explicite et implicite de l'écoulement du fluide sont disponibles complètement pour les simulations des sols saturés. Une méthode explicite de solution est utilisée pour l'écoulement saturé/non saturé.
6. Coupler entre les calculs mécaniques et hydrauliques dus aux grains déformables est fourni à travers le coefficient *Biot*, α .
7. Coupler au calcul thermique est fourni à travers l'expansion du coefficient thermique linéaire, α_t , et du coefficient thermique non drainé, $\hat{\alpha}$.
8. La logique de l'écoulement thermique du fluide est basée sur une théorie linéaire qui assume des propriétés constantes du milieu et des négligences de la convection. Les températures du fluide et du solide sont équilibrées localement.

III.8.3 Modélisation de l'écoulement de l'eau avec le calcul de la surface phréatique

Flac3D modélise l'écoulement de l'eau dans lequel une surface phréatique se développe, comme l'écoulement entièrement saturé. Les pressions interstitielles sont nulles au-dessus de la surface phréatique et la phase d'air est négligée en tant que passive. La logique appliquée aux matériaux suppose que les effets capillaires peuvent être négligés.

Deux lois de transport des liquides sont disponibles correspondant à la perméabilité isotrope et anisotrope. Le modèle nul d'écoulement du fluide est fourni pour indiquer les matériaux imperméables, et les différentes zones peuvent avoir des différents modèles et propriétés de l'écoulement du fluide.

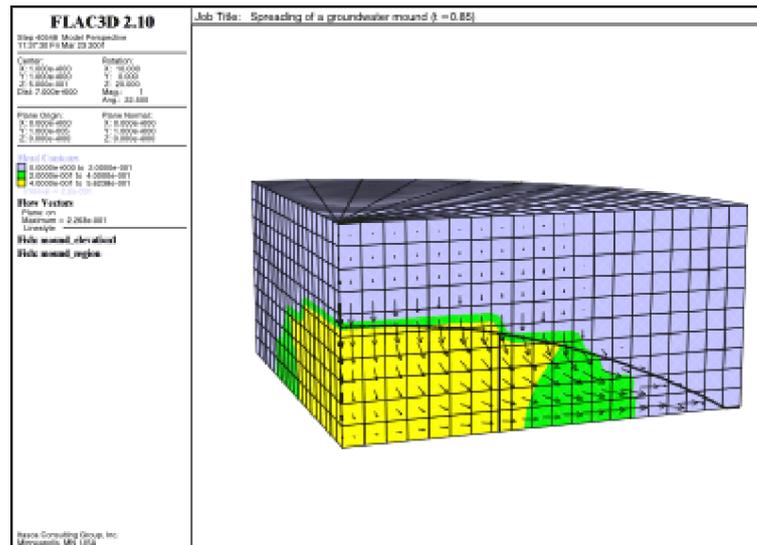


Figure III.10 : Propagation d'un monticule d'eaux souterraines dans un milieu saturé.

III.9 Modèles de comportement

Après avoir présenté le code de calcul, nous allons maintenant décrire brièvement les modèles de comportement de sol, et les éléments d'interface permettant d'introduire des non-linéarités géométriques qui peuvent être rencontrées au cours de la résolution des problèmes.

Le code Flac3D incorpore un grand nombre de lois constitutives. Celles-ci peuvent être regroupées en trois catégories : nulle, élasticité, plasticité. Il est possible de modifier ou d'ajouter des lois de comportement en utilisant le langage de programmation *FISH*.

a) Le modèle *Elasto-Plastique de Mohr-Coulomb* dans *Flac3D*

La surface de charge pour ce modèle correspond à un critère Mohr-Coulomb (rupture en cisaillement) avec critère supplémentaire de rupture par traction. La position d'un point de contrainte sur cette surface est contrôlée selon une règle non associée pour la rupture en cisaillement et une règle associée pour la rupture en traction. Tout champs de contraintes peut être exprimé en termes de contraintes principales σ_1 , σ_2 , σ_3 (**Figure 3.11**) et déformations principales ϵ_1 , ϵ_2 et ϵ_3 . La convention de signe dans Flac3D, attribuant des valeurs *negatives* à la compression, et *positives* à la traction.

Le critère de rupture dans le modèle Flac3D est Mohr-Coulomb composée avec critère de rupture en traction. Les contraintes principales sont ordonnées de la manière suivante :

$$\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \sigma_3 \quad \text{(III.9)}$$

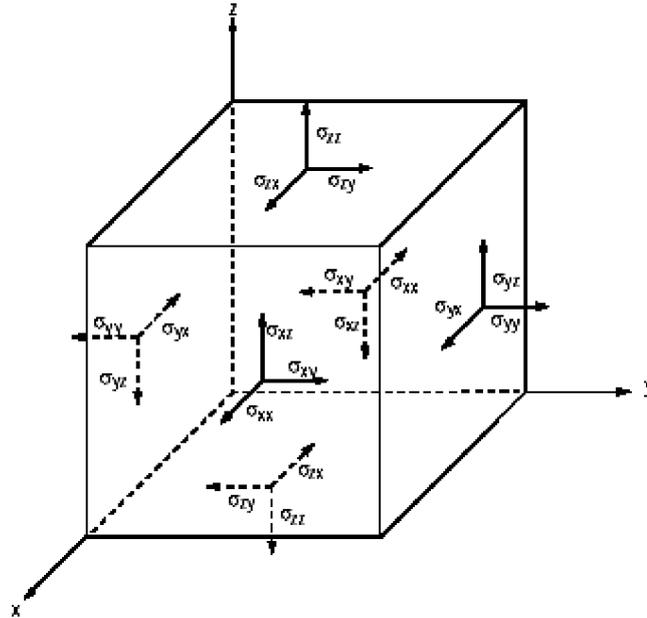


Figure III.11 : Convention de signe des contraintes principales induites dans un élément.

Ø Paramètres du modèle

Ce modèle est appelé par la commande *Mod M*, les paramètres sont donnés par la commande *prop* comme suit :

1. **bulk** : module du volume, K ;
2. **shear** : module de cisaillement, G ;
3. **cohesion** : cohésion du sol ;
4. **friction** : angle de frottement interne ;
5. **dilation** : angle de dilatance, ψ ;
6. **tension** : contrainte limite de traction.

b) Modèle de comportement de l'interface

Les éléments d'interface sont utilisés pour représenter de manière simplifiée le comportement des joints ou les couches minces, et les liaisons entre éléments de structure et éléments de sol/roche.

Flac3D représente des interfaces comme collections d'éléments triangulaires (éléments d'interface), dont chacun est défini par trois nœuds (nœuds d'interface). Des éléments d'interface peuvent être créés à n'importe quel emplacement dans l'espace. Généralement, des éléments d'interface sont fixés à une face de surface de zone ; deux éléments triangulaires d'interface sont définis pour chaque face quadrilatérale de zone.

Des nœuds d'interface sont alors créés automatiquement à chaque sommet d'élément d'interface. Quand une autre surface de modèle entre en contact avec un élément d'interface, le contact est détecté au nœud d'interface, et est caractérisé par des rigidités normales et le cisaillement, et des propriétés de glissement.

La relation fondamentale de contact est définie entre le nœud d'interface et une face de surface de zone, également connus sous le nom de *face de cible*. La direction normale de la force d'interface est déterminée par l'orientation de la face de cible.

Le modèle constitutif est défini par un critère de résistance au cisaillement de Coulomb qui limite la force de cisaillement agissant à un nœud d'interface, des rigidités normales et de cisaillement, contraintes de traction et cisaillement, et un angle de dilatance qui cause une augmentation de la force normale effective sur la facette cible après que la limite de résistance de cisaillement soit atteinte. La **Figure III.12** illustre les composantes du modèle constitutif agissant au nœud d'interface (**P**).

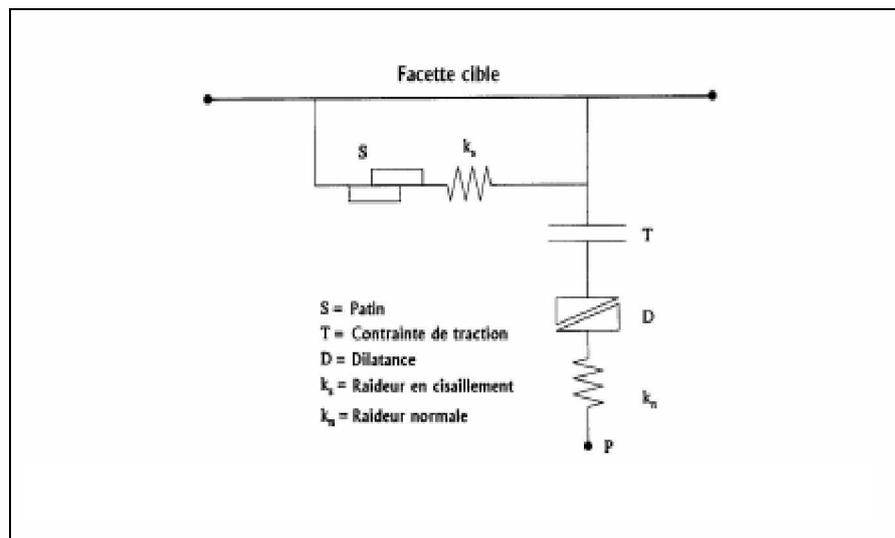


Figure III.12 : Détail des composants d'un élément d'interface (Itasca Flac3D).

Les contacts d'interface sont détectés seulement aux nœuds d'interface et les forces de contact sont transférées seulement aux nœuds d'interface. Les propriétés d'interface sont associées à chaque nœud ; les propriétés peuvent varier du nœud au nœud.

Par défaut, l'effet de *pression interstitielle* est inclus dans le calcul d'interface en employant la contrainte effective comme la base pour la condition de glissement.

Ø *Choix des propriétés mécaniques*

L'attribution des propriétés mécaniques (en particulier rigidité) à une interface dépend de la manière dans laquelle l'interface est employée. D'une manière générale les valeurs recommandées par les auteurs de Flac consistent à prendre K_n et K_s dix fois plus élevés que la raideur équivalente de la zone voisine la plus raide. La rigidité apparente d'une zone dans la direction normale est :

$$\max \left[\frac{\left(k + \frac{4}{3} G \right)}{\Delta z_{\min}} \right] \quad (\text{III.1})$$

Où :

K et G sont le module volumique et de cisaillement respectivement ; et Δz_{\min} est la plus petite dimension dans la direction normale (voir **Figure III.13**).

La notation $\text{Max} []$ indique que la valeur maximale sur toutes les zones adjacentes à l'interface doit être employée.

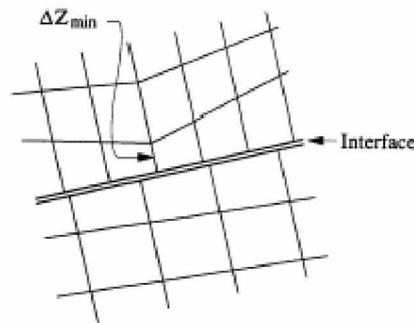


Figure III.13 : Dimension de la zone utilisée pour le calcul des raideurs (Itasca Flac3D).

Cette recommandation permet de ne pas pénaliser les temps de calcul lors de la prise en compte d'une interface.

Les propriétés mécaniques des joints sont conventionnellement dérivées de tests en laboratoire (c'est-à-dire de cisaillement direct et tests triaxiaux), ces essais peuvent fournir des propriétés physiques pour l'angle de frottement, la cohésion, l'angle de dilatance et traction limite, aussi bien que les rigidités normaux et de cisaillement.

Ø Paramètres du modèle

Les paramètres à définir sont :

1. **cohesion** : cohésion de l'interface ;
2. **dilation** : angle de dilatance de l'interface ;
3. **friction** : angle de frottement de l'interface ;
4. **K_n** : rigidité normale ;
5. **K_s** : rigidité de cisaillement;
6. **tension** : contrainte limite de traction.

III.10 Conclusion

La modélisation numérique de l'écoulement autour d'un écran étanche à l'aide d'un code de calcul par différences finies ou, par éléments finis nécessite une modélisation nécessairement approchée d'une réalité complexe. Cela conduit à faire un certain nombre de choix qui concernent aussi bien les paramètres de l'outil numérique que le modèle de comportement utilisé.

Pour simuler l'écoulement autour d'un écran étanche, nous avons retenu le code de calcul Flac. La discrétisation en différences finies suivant l'approche de Wilkins [1964] et, la résolution explicite en éléments lagrangiens lui permettent de simuler des problèmes fortement non linéaire (modules de sols, interfaces), de géométrie complexe (tunnels non circulaires, éléments de soutènement représentés par des coques) avec une bonne stabilité numérique.

L'exploitation des résultats d'un calcul tridimensionnel nécessite une large gamme de représentations graphiques pour l'examen et la représentation des résultats à chaque étape de l'analyse, le code Flac3D donne la possibilité de la définition rapide des vues et sorties graphiques à partir de l'interface graphique.

La décision d'élaborer un modèle tridimensionnel dépend certe largement de critères économiques, mais elle doit aussi tenir compte du degré d'erreur qu'est prêt à accepter l'ingénieur lorsqu'il réalise des calculs bidimensionnels alors qu'il sait que le problème est véritablement tridimensionnel. Les techniques proposées pour introduire certain effet tridimensionnel dans les modèles plans réduisent l'écart, mais peuvent parfois ignorer certains phénomènes d'interactions et conduisent à des résultats plus conservateurs que la réalité.

Néanmoins, les calculs numériques tridimensionnels commencent à faire partie de la vie des ingénieurs géotechniciens et les publications se multiplient dans ce domaine.

Les progrès réalisés en matière de moyens informatiques, d'algorithmes de résolution rapides et efficaces, et de pré- et post-processeur graphique conviviaux et performants devraient aider ce type d'analyse à s'imposer dans les années à venir.

Finalement, et en conséquence de la complexité mathématique des problèmes l'existence et l'unicité de la solution ne peuvent être démontrées qu'avec des hypothèses restrictives peu applicables à des problèmes réels. Une connaissance expérimentale préalable du problème est toujours indispensable à la formulation mathématique et pour une fiabilité des prévisions numériques (INGEL, RYHMING & R. GOOUGNOT [2002]).

Ce chapitre a été donc l'occasion de présenter l'outil numérique qui sera employé dans la suite du travail. La validation du modèle numérique sera présentée au cours du chapitre suivant.