

Chapitre II

RESSAUT HYDRAULIQUE EN CANAL TRIANGULAIRE

II.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons examiner le ressaut hydraulique classique, où nous parlerons des travaux de Hager et Wanoschek (1987) concernant le ressaut "triangulaire" évoluant dans un canal de pente géométrique horizontale à angle d'ouverture de 90° .

A travers une étude expérimentale assez particulière, les auteurs proposent, notamment, une relation générale au calcul des longueurs caractéristiques du ressaut L_r/h_2 et L_j/h_2 , en fonction du nombre de Froude de l'écoulement incident et de m .

En fait, Hager et Wanoschek (1987) extrapolent les résultats issus d'un profil semi-triangulaire à angle d'ouverture de 45° au canal triangulaire symétrique à angle d'ouverture de 90° .

II.2 Ressaut hydraulique classique

II.2.1 Approche de Hager et Wanoschek

Les essais entrepris par Hager et Wanoschek (1987) sur le ressaut "triangulaire" ont été réalisés dans un canal rectangulaire de largeur $b=30\text{cm}$ dans lequel a été insérée une paroi en PVC inclinée d'un angle de 45° par rapport à l'horizontale. Le profil obtenu est alors de forme semi-triangulaire comme l'indique la figure 2.1.b.

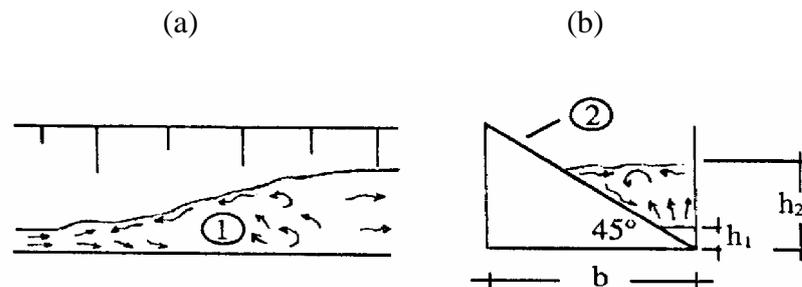


Figure 2.1 : Ressaut en canal semi-triangulaire selon Hager et Wanoschek (1987). (a) vue en plan, (b) coupe transversale.
1. vue en plan du ressaut. 2. paroi en PVC inclinée de 45° .
 h_1 et h_2 : hauteurs conjuguées du ressaut.

La paroi verticale du canal est en verre, ce qui permet la visualisation de l'écoulement. L'angle d'ouverture du canal triangulaire est d'environ 45° ($44,7^\circ$), ce qui correspond à un angle de 90° pour le canal triangulaire symétrique.

Les débits volumes Q ont été variés entre 4 et 20 l/s suivant des pas de $\Delta Q = 2$ l/s. Les essais ont été effectués sous des vitesses de l'écoulement incident variant entre 1,7 et 8,6 m/s et des profondeurs initiales h_1 entre 70 et 76 mm correspondant à des nombres de Froude $2 \leq F_1 \leq 14$ approximativement. En raison du caractère fortement torrentiel de l'écoulement incident, la mesure limnimétrique des profondeurs h_1 a été très délicate.

La mesure limnimétrique des profondeurs de l'écoulement à l'aval du ressaut a été faite avec une incertitude de plus ou moins 2 à 3 cm, en raison de violentes perturbations de la surface libre observées notamment à des nombres de Froude $F_1 > 10$.

Les vitesses axiales ont été mesurées au moyen d'un tube de Pitot à environ 3 cm de la paroi verticale du canal.

II.2.1.1 Rapport des hauteurs conjuguées

Sous l'hypothèse de l'uniformité des pressions et des vitesses, l'application de l'équation de la quantité de mouvement, entre les sections initiale et finale d'un ressaut évoluant dans un canal horizontal de section droite trapézoïdale, mène à écrire :

$$\frac{b \cdot h_1^2}{2} + \frac{m \cdot h_1^3}{3} + \frac{Q^2}{g(b \cdot h_1 + m \cdot h_1^2)} = \frac{b \cdot h_2^2}{2} + \frac{m \cdot h_2^3}{3} + \frac{Q^2}{g(b \cdot h_2 + m \cdot h_2^2)} \quad (2.1)$$

h_1 et h_2 sont respectivement les hauteurs initiale et finale du ressaut, b est la base du canal trapézoïdal, Q désigne le débit volume, m représente la cotangente de l'angle d'inclinaison de la paroi du canal par rapport à l'horizontale et g est l'accélération de la pesanteur.

L'équation (2.1) peut s'écrire en termes adimensionnels sous la forme :

$$F_1^2 \left[1 - \frac{1+M}{Y(1+MY)} \right] = \frac{(1+2M)}{2(1+M)} \left[Y^2 \left(1 + \frac{2MY}{3} \right) - \left(1 + \frac{2M}{3} \right) \right] \quad (2.2)$$

dans laquelle F_1 représente le nombre de Froude caractérisant l'écoulement à l'amont du ressaut, Y est le rapport des hauteurs conjuguées du ressaut et M désigne la hauteur relative initiale du ressaut:

$$F_1^2 = \frac{Q^2(b + 2mh_1)}{g(bh_1 + mh_1^2)^3}, \quad Y = \frac{h_2}{h_1}, \quad M = \frac{mh_1}{b} \quad (2.3)$$

La relation (2.2) exprime ainsi, dans le cas d'un canal trapézoïdal, la variation du nombre de Froude à l'amont du ressaut en fonction du rapport Y des hauteurs conjuguées et de la hauteur

relative M . Les équations régissant les ressauts en canal de section rectangulaire constante et en canal triangulaire peuvent être déduites de la relation (2.2). Le canal de section droite rectangulaire constante est un cas particulier du canal trapézoïdal pour lequel l'angle d'inclinaison du talus par rapport à l'horizontale est de 90° ; ceci correspond donc à $m = \cotg 90^\circ = 0$, ou bien à $M = 0$. Par contre, le profil triangulaire correspond à un à profil trapézoïdal de base $b = 0$, soit $M \rightarrow \infty$.

Lorsque M est égal à zéro, l'équation (2.2) mène à la relation de Bélanger exprimée par la relation (1.5) du premier chapitre.

Sur la figure 2.2 est représentée graphiquement, dans un système d'axes de coordonnées cartésiennes, la relation (2.2).

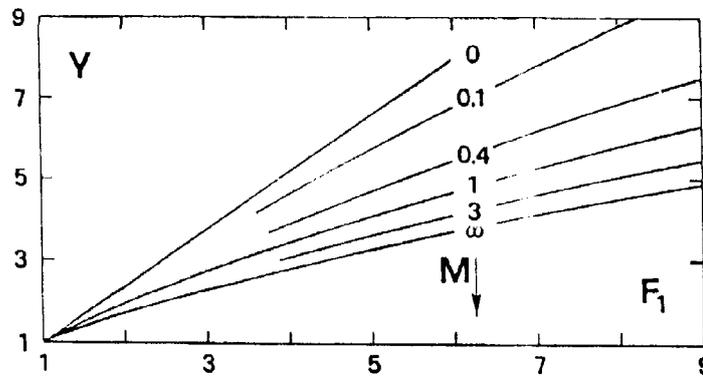


Figure 2.2 : Variation du nombre de Froude F_1 en fonction du rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut et de la hauteur relative M .
 $M=0$: Profil rectangulaire
 $M \rightarrow \infty$: Profil triangulaire
 $0 < M < \infty$: Profils trapézoïdaux.

La figure 2.2 montre clairement que la plus faible valeur du rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut est obtenue dans le cas du profil triangulaire, pour une même valeur du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident.

L'équation de la courbe enveloppe inférieure de la figure 2.2, traduisant la variation du rapport Y du ressaut " triangulaire " en fonction du nombre de Froude F_1 , est :

$$F_{1T}^2 = \frac{2Y_T^2(Y_T^2 + Y_T + 1)}{3(Y_T + 1)} \quad (2.4)$$

L'indice " T " indique le profil triangulaire.

L'équation (2.4) montre que Y_T s'exprime de manière fortement implicite en fonction de F_{1T} ; Hager et Wanoschek (1987) proposent alors la relation approchée :

$$Y_T = \left(\frac{3}{2} F_{1T}^2 - 1 \right)^{1/3} \quad (2.5)$$

La relation approchée (2.5) montre ainsi que $Y_T \sim F_{1T}^{2/3}$.

II.2.1.2 Équation de la quantité de mouvement

Les essais effectués par Hager et Wanoschek (1987) dans un canal semi- triangulaire d'angle d'ouverture de 45°, extrapolés ensuite au canal triangulaire symétrique à angle d'ouverture de 90°, ont montré que les rapports Y expérimentaux sont légèrement inférieurs aux rapports Y théoriques obtenus par application de la relation (2.4) ; cet écart est attribué à l'effet des frottements sur les parois du canal et les auteurs proposent alors de modifier l'équation de la quantité de mouvement en tenant compte des pertes charges le long des parois du canal. Le gradient de perte de charge S_f est évalué par la formule de Blasius :

$$S_f = \frac{0,3164}{R^{0,25}} \frac{V^2}{8.g.R_h} \quad (2.6)$$

Avec $R=4R_h V/v$ représente le nombre de Reynolds, $R_h = mh/[2.(1+(1+ m^2)^{1/2})]$ est le rayon hydraulique correspondant au profil semi-triangulaire et v est la viscosité cinématique.

Le profil de surface du ressaut suit approximativement la loi $h(x) = h_1 + (h_2 - h_1).X^2$ dans laquelle x représente la coordonnée longitudinale comptée à partir du début du ressaut et X la coordonnée x rapportée à la longueur L_j du ressaut, soit $X = x/L_j$. La coordonnée x est telle que $0 \leq x \leq L_j$ et par suite $0 \leq X \leq 1$. La force de frottement agissant sur le volume de contrôle correspondant à $0 \leq x \leq L_j$ est par définition :

$$W_x = \frac{1}{2} \varpi \int A(x).S_f \quad (2.7)$$

$\varpi = \rho.g$ est le poids volumique du liquide, $A(x)$ est l'aire de la section mouillée correspondant a x . Pour le cas du profil semi-triangulaire d'angle d'ouverture de 45° ($m=1$), la relation (2.6) devient :

$$S_f = \left[\frac{2Q}{mh_1^2} \right]^{7/4} \cdot \frac{v^{1/4}}{5gh_1^{5/4}} \cdot \left[\frac{h(x)}{h_1} \right]^{19/4} \quad (2.8)$$

La relation (2.7) s'écrit alors :

$$W_x = (\varpi mh_1^2/2).L_j.S_{f1}. I(Y) \quad (2.9)$$

$$I(Y) = \int_0^1 \frac{dx}{[1 + (Y - 1)X^2]^{11/4}}$$

$$Y = h_2/h_1 \quad (2.10)$$

$$X = x/L_j$$

$$S_{f1} = S_f.[h(x)/h_1 = 1]$$

L'intégration numérique de $I(Y)$ donne approximativement :

$$I(Y) = \frac{1}{7} \left(1 + \frac{6}{Y}\right) \quad (2.11)$$

Pour les nombres de Froude $F_1 < 15$, correspondant à des rapports $Y < 7$, l'application de la relation approchée (2.11) occasionne une erreur relative inférieure à 5% par rapport à la valeur exacte calculée par l'équation (2.9)₂.

En tenant compte de la force W_x , l'équation de la quantité de mouvement appliquée entre les sections initiale et finale du ressaut évoluant dans un canal de section droite semi-triangulaire s'écrit:

$$\frac{m \cdot h_1^3}{6} + \frac{2Q^2}{(g \cdot m \cdot h_1^2)} = \frac{m \cdot h_2^3}{6} + \frac{2Q^2}{(g \cdot m \cdot h_2^2)} + W_x \quad (2.12)$$

En désignant par : $F_1^2 = 8Q^2 / (g m^2 h_1^5)$, $\Lambda = [v m h_1 / (2Q)]^{1/4}$, $S_{fl} = \Lambda \cdot (F_1^2 / 10)$, la relation (2.12) s'écrit en termes adimensionnels :

$$1 + \frac{3}{2} F_1^2 = Y^3 + \frac{3}{2} \frac{F_1^2}{Y^2} + \frac{3\Lambda}{70} \frac{Lj}{h_1} \left(1 + \frac{6}{Y}\right) F_1^2 \quad (2.13)$$

La longueur relative Lj/h_1 figurée dans la relation (2.13) peut s'écrire : $Lj/h_1 = Y \cdot (Lj/h_2)$ et Hager et Wanoschek (1987) estiment que pour un canal triangulaire correspondant à $m=1$, $Lj/h_2 \approx 6$. Par suite, la relation (2.13) s'écrit en définitive :

$$F_1^2 = \frac{2Y^2(Y^3 - 1)}{3 \left[Y^2 - 1 - \frac{\Lambda Y^2}{6} (6 + Y) \right]} \quad (2.14)$$

Cette dernière relation traduit ainsi la variation du rapport Y des hauteurs conjuguées du ressaut "triangulaire" ($m=1$) en fonction du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident, en tenant compte de l'effet des frottements sur les parois du canal ; Cet effet est traduit par le paramètre adimensionnel Λ . Lorsque $\Lambda \rightarrow 0$, l'effet des frottements est négligeable et la relation (2.4) est reproduite. Hager et Wanoschek (1987) notent que l'écart maximum observé entre les valeurs expérimentales des rapports Y des hauteurs conjuguées du ressaut et celles issues de l'application de la relation (2.14) ne dépasse guère 3%.

La figure 2.3 montre les mesures expérimentales de Hager et Wanoschek (1987) comparées à la fois aux valeurs théoriques obtenues par l'application de la relation (2.4) ($\Lambda \rightarrow 0$) et à celles issues de l'équation (2.14) pour $\Lambda > 0$.

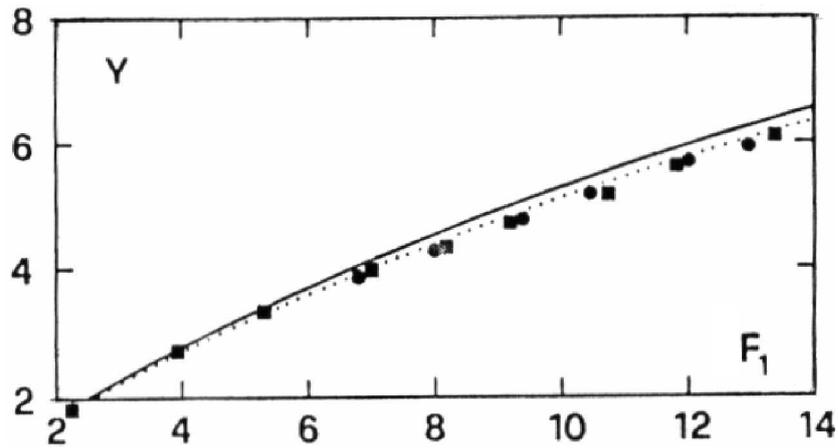


Figure 2.3 : Variation des rapports Y des hauteurs conjuguées du ressaut triangulaire ($m=1$) en fonction du nombre de Froude F_1 , selon Hager et Wanoschek (1987).

(—) courbe tracée selon la relation (2.4). $\Lambda=0$.

(---) courbe tracée selon la relation (2.14). $\Lambda>0$.

II.2.1.3 Longueur caractéristique du ressaut

La longueur L_j du ressaut est définie comme étant la distance entre le pied du ressaut et la section à l'aval où la surface libre de l'écoulement est maximale et tend à devenir parallèle au fond du canal. Par contre, la longueur L_r , est la longueur sur laquelle s'étend le rouleau de surface.

Sur la figure 2.3 sont représentées les mesures expérimentales de Rajaratnam (1964) ($m=0,58$) et celles de Hager et Wanoschek (1987) ($m=1$), qui concernent la longueur relative L_r/h_2 en fonction du nombre de Froude F_1 de l'écoulement incident. Il apparaît ainsi que la longueur relative L_r/h_2 dépend exclusivement de m et de F_1 . La figure 2.4 montre également que la longueur relative L_r/h_2 croît au fur et à mesure que F_1 augmente et qu'elle décroît avec l'augmentation de m .

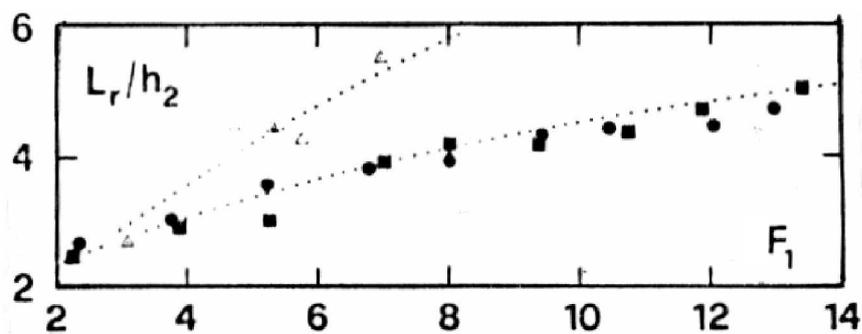


Figure 2.4 : Longueur relative L_r/h_2 du ressaut triangulaire en fonction du nombre de nombre de Froude F_1 , selon Hager et Wanoschek (1987) ($m=1$).

(Δ) : $m=0,58$ selon Rajaratnam (1964).

En tenant compte des mesures de Rajaratnam (1964) ($m=0,58$), Hager et Wanoschek (1987) proposent une relation générale permettant d'évaluer la longueur relative L_r/h_2 en fonction de F_1 et de m :

$$L_r/h_2 = 1,8.(m)^{0,5} . F_1^{0,4/m} , 0,4 < m \leq 1 \quad (2.15)$$

Ainsi, dans la gamme pratique des nombres de Froude de l'écoulement incident tels que $6 \leq F_1 \leq 9$, la longueur relative L_r/h_2 du rouleau, pour le cas d'un canal triangulaire à angle d'ouverture de 90° ($m=1$), est telle que $3,7 < L_r/h_2 < 4,35$.

En ce qui concerne la longueur relative L_j/h_2 du ressaut "triangulaire", les mesures expérimentales de Hager et Wanoschek (1987) ainsi que celles d'Argyropoulos (1962) sont représentées sur la figure 2.5, en fonction du nombre de Froude F_1 . Nous pouvons alors remarquer, comme pour L_r/h_2 , que la longueur relative L_j/h_2 dépend à la fois du nombre de Froude F_1 et du paramètre m . La figure 2.5 montre en outre que L_j/h_2 varie dans le même sens que F_1 et en sens inverse de m . En incluant les mesures d'Argyropoulos (1962), Hager et Wanoschek (1987) proposent de calculer L_j/h_2 par application de la relation :

$$L_j/h_2 = 2,4.(m)^{0,5} . F_1^{0,4/m} , 0,4 < m \leq 1 \quad (2.16)$$

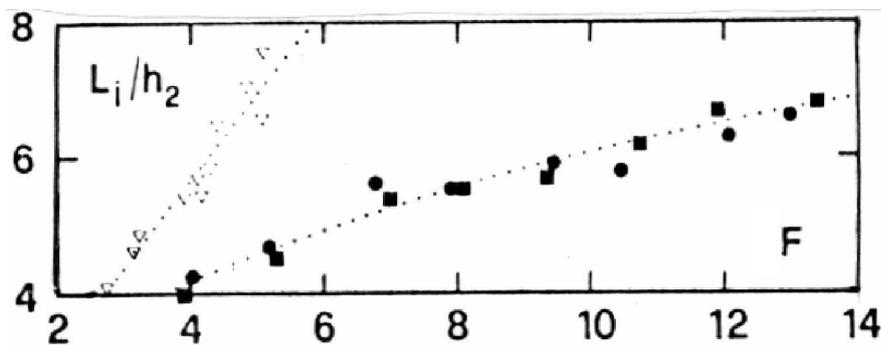


Figure 2.5 : Longueur relative L_j/h_2 du ressaut triangulaire en fonction du nombre de Froude F_1 , selon Hager et Wanoschek (1987) ($m=1$). (∇): $m=0,44$ selon Argyropoulos (1962).

II.2.1.4 Profil de surface généralisé du ressaut

L'introduction des variables $X=x/L_j$ et $y(x) = [h(x) - h_1] / (h_2 - h_1)$ permet de tracer le long de l'axe longitudinal du canal, le profil de surface du ressaut sous la forme adimensionnelle ; $h(x)$ désigne la hauteur du ressaut à la distance x comptée à partir du pied du ressaut. Pour $x=0$, correspondant à $X=0$, nous pouvons écrire que $h(x)=h_1$ et par suite $y=0$. Par contre, pour $x=L_j$, correspondant à $X=1$, nous pouvons écrire que $h(x)=h_2$ et $y=1$. Les variables adimensionnelles X et $y(x)$ définissant le profil de surface du ressaut le long de l'axe longitudinal du canal sont telles que $0 \leq X \leq 1$ et $0 \leq y \leq 1$.

La figure 2.6 représente les mesures expérimentales de Hager et Wanoschek (1987) concernant le profil de surface généralisé du ressaut "triangulaire" le long de l'axe longitudinal du canal. Les points de mesures, obtenus pour $6,8 \leq F_1 \leq 11,8$, se situent ainsi sur une même courbe d'équation approchée :

$$y(X) = (1 + \alpha X) \cdot \tanh(\beta X) \quad 0 \leq X \leq 1 \quad (2.17)$$

" tanh " désigne la tangente hyperbolique.

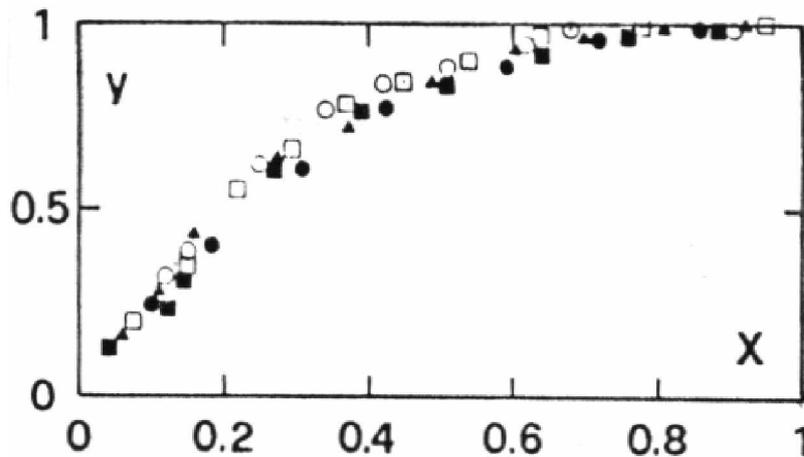


Figure 2.6 : Profil de surface généralisé $y(X)$ le long de l'axe longitudinal du canal triangulaire ($m=1$), selon Hager et Wanoschek (1987).

La figure 2.6 montre que le profil de surface généralisé est pratiquement linéaire pour la gamme $0 \leq X \leq 0,2$. La droite, représentant la partie linéaire du profil passe par le point de coordonnées $(0, 0)$ et coupe approximativement l'axe parallèle à X au point de coordonnées $(0,4 ; 1)$; le paramètre β figurant dans la relation (2.17) a donc pour valeur : $\beta = (1 - 0)/(0,4 - 0) = 1/0,4$, soit $\beta = 2,5$. Ainsi, le paramètre α peut être déterminé en écrivant que $y(X=1)=1$, soit $1 = (1 + \alpha) \cdot \tanh(2,5)$, par suite $\alpha = 0,014$. Le profil de surface généralisé admet donc pour équation :

$$y(X) = (1 + 0,014 \cdot X) \cdot \tanh(2,5 \cdot X) \quad (2.18)$$

Hager et Wanoschek (1987) notent que le profil de surface le long de la paroi inclinée du canal triangulaire (profil latéral) se situe légèrement au-dessous du profil axial précédemment défini, voire même équivalent.

II.3 Conclusion

A travers ce chapitre, nous avons examiné les travaux de Hager et Wanoschek (1987) ; ces études ont concerné le ressaut "triangulaire" classique évoluant dans un canal de pente géométrique horizontale à angle d'ouverture de 90°.

Nous avons mis l'accent sur la démarche expérimentale assez particulière de Hager et Wanoschek (1987) qui extrapolent les résultats issus d'un profil semi-triangulaire à angle d'ouverture de 45° au canal triangulaire symétrique.

L'étude (1987) montre que les rapports Y expérimentaux des hauteurs conjuguées du ressaut sont légèrement inférieurs à ceux calculés par l'équation de la quantité de mouvement. Cette différence est attribuée à l'effet des frottements sur les parois du canal et l'équation de la quantité de mouvement est alors modifiée en tenant compte de ceux-ci. L'effet des frottements est traduit par le paramètre adimensionnel $\Lambda = [\nu m h_1 / (2Q)]^{1/4}$, où ν est la viscosité cinématique du liquide, m la cotangente de l'angle d'inclinaison des parois du canal par rapport à l'horizontal, h_1 la hauteur initiale du ressaut et Q le débit volume. Lorsque $\Lambda = 0$, aucun effet des frottements n'est observé et l'équation de la quantité de mouvement sous sa forme classique est applicable.

Hager et Wanoschek (1987) proposent une relation générale au calcul des longueurs caractéristiques du ressaut L_r/h_2 et L_j/h_2 , en fonction du nombre de Froude de l'écoulement incident et de m .

Enfin, L'étude aborde le profil de surface généralisé du ressaut. Une équation représentative du profil de surface généralisé le long de l'axe du canal est alors proposée.