

## II.2 Etat de l'art des ondelettes adaptatives

Les décompositions en ondelettes adaptatives et non-linéaires capables d'appréhender la nature géométrique et directionnelle des images. Ces transformées sont basées sur des structures lifting où l'opérateur de mise à jour est modifié à chaque échantillon, selon une décision prise en fonction d'un gradient local calculé sur le signal d'entrée. Les décisions ne sont pas transmises dans le flux compressé et nous nous intéressons tout particulièrement à la détermination des conditions nécessaires et suffisantes pour que ces décisions soient reconstruites lors de la synthèse, permettant ainsi la reconstruction parfaite du signal original.

Les travaux de Piella, Heijmans et Pesquet-Popescu [46] sur lesquels sont basées nos décompositions. Les auteurs décrivent une structure lifting où l'opérateur de mise à jour est modifié à chaque échantillon en fonction d'une décision prise sur le signal d'entrée. Ces décisions sont prises par seuillage d'une seminorme calculée sur le gradient du signal d'entrée, conduisant ainsi à choisir entre deux filtres de mise à jour. Les auteurs montrent alors l'existence de conditions nécessaires et suffisantes liant la prise de décision et les filtres de mise à jour, et permettant la reconstruction parfaite. Bien que très attractive, cette transformée adaptative n'est cependant pas suffisamment flexible car elle n'autorise qu'un critère de décision *binnaire*. Dans un contexte géométrique 2D, on ne peut discriminer que deux événements géométriques comme un contour et une région homogène. Afin de pouvoir tenir compte de la richesse et de la variété des images, il est souhaitable de pouvoir utiliser plusieurs critères, laissant ainsi un choix multiple entre plusieurs filtres de mise à jour.

## II.3 types d'adaptation possible

Le schéma lifting adaptatif est une version modifiée du lifting classique, l'adaptation consiste à choisir entre plusieurs filtres, suivant l'information locale du signal, il existe deux structures de lifting adaptatives: soit on commence par la prédiction puis la mise à jour, soit on procède par l'application de l'opérateur de mise à jour puis la prédiction voir la figure 2.1.

L'idée initiale serait d'écrire :

$$h = x_0 - P_{adap}(x_e) \quad (2.1)$$

$$l = x_e + U(h) \tag{2.2}$$

Où

$$P_{adap}(x_e)(n) = \sum x_e(k)F_n(n-k)$$

L'ordre de  $F_n$  dépendant de la régularité de  $x_e$  en  $n$ .

Réaliser ceci dans le cadre classique pas de prédiction puis pas de mise à jour est faisable, mais cela présente au moins deux inconvénients :

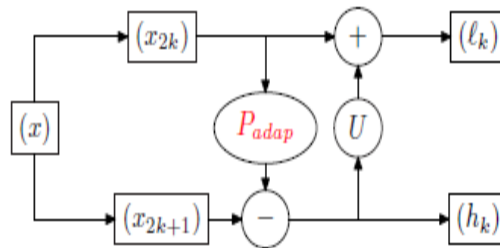


Fig. 2.1. Schéma de principe du lifting, avec étape de prédiction non-linéaire avant la mise à jour

Calyppole [60] à montrer que la structure de mise à jour avant la prédiction figure 2.2 est mieux adaptée afin d'éviter les problèmes de la stabilité et la synchronisation.

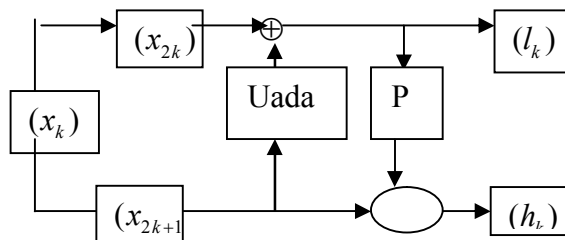


Fig. 2.2. Schéma de principe du lifting, avec étape de mise à jour en premier, puis avec une étape de prédiction non-linéaire.

## II.4 Décomposition avec mise à jour adaptatif

D'après les travaux de Piella, Heijmans et Pesquet-Popescu la transformée en ondelettes adaptative sous forme lifting, inversible et basée sur une étape de mise à jour

adaptative et une étape de prédiction fixe présenté dans la figure 2.3 L'adaptabilité du schéma repose sur le choix entre différents filtres de mise à jour, dépendant de l'information locale fournie par les sous bandes d'entrée. Décrivons tout d'abord la structure générale de la décomposition.

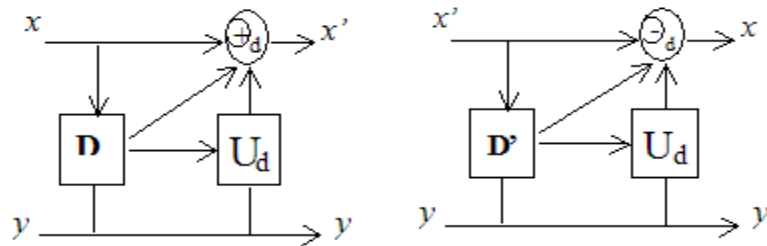


Fig.2.3. Structure du schéma lifting avec mise à jour adaptative.

II.4.1 Structure générale

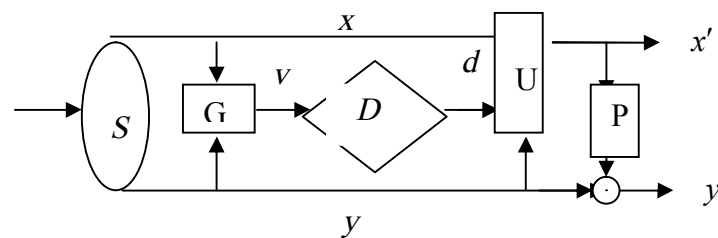


Fig.2.4 .schéma lifting avec mise à jour adaptatif

A partir de cette figure on peut constater que le schéma lifting avec mise à jour adaptatif contient les différentes opérations suivantes:

- Opération de partage S du signal d'entrée en différentes bandes (on assume que nous avons qu'une seule bande d'approximation  $x$  et le détail  $y$  : {  $y$  peut être décomposé de plusieurs détails  $y^{(1)}, \dots, y^{(k)}$  ; par contre l'illustration dans la figure montre qu'une seule bande détail.
- Opération d'estimation de la carte de décision D qui basée sur un vecteur gradient.
- Une étape de mise à jour adaptative, ou' l'adaptabilité apparaît à partir du dépendance de U dans la sortie d du carte de décision D.
- Une étape de prédiction P est fixe.

Dans ce cas le signal d'entrée  $x^n : Z^d \rightarrow R$  est partagé en deux signaux  $x, y$ , où  $y$  peut comporter plus d'un sous-ensemble :  $y^{(1)}, \dots, y^{(k)}$  avec la décomposition  $x^0 \rightarrow (x, y)$  est inversible et qu'il est ainsi possible de reconstruire  $x^0$  à partir de ses composantes ( $x$  et  $y$ ).

**Le vecteur gradient:**

Soit :

$$y_j(n) = y^{p_j}(n + l_j) \text{ avec } j=1, \dots, N, \quad p_j \in \{1, \dots, k\} \text{ et } l_j \in L$$

$$N \leq k \cdot |L|$$

Ici :

$L \in Z^d$  : Est une fenêtre centré autour de l'origine.

$N$ : le nombre des éléments de la fenêtre  $L$ .

On peut noter que les  $p_j$  ne sont pas nécessairement différents.

Le vecteur gradient  $v$  aux composants  $v_j$  est donné par l'équation :

$$v_j(n) = x(n) - y_j(n) \quad \text{avec} \quad j=1, \dots, N$$

On introduit une autre notation

$$v(n) = G(x, y)(n) .$$

**La carte de décision :**

On considère que

$$D(v) = [p(v) > T] \quad \text{Avec} \quad D(v) \in \{0,1\}$$

$p$ : désigne une seminorme.

Dans ce cas l'expression  $[P]$  égale à un si le prédicat  $P$  est vrai est zéro s'il est faux.

**L'étape de mise à jour :**

La valeur de décision prise par  $D$  à la position  $n$  est représentée par

$$d_n = D(v(n)) \in \{0,1\}$$

$x'(n)$  est mis à jour selon la relation :

$$x'(n) = \alpha_{d_n} x(n) + \sum \beta_{d_n,j} y_j(n) \quad \text{Et} \quad \beta_{d_n,j} = \alpha_d \lambda_{d_n,j}$$

En effet on peut l'écrire par :

$$x'(n) = x(n) \oplus_{dn} U_{dn}(y)(n) = x(n) \oplus_{dn} U_{dn}(y^{(1)}, \dots, y^{(k)})(n)$$

On assume que

$\alpha_d \neq 0$  Pour les deux valeurs de décision  $d = \{0, 1\}$  et  $\mu_{0,j} \neq \mu_{1,j}$  pour tous les  $j \in \{1, \dots, N\}$ .

Et peut être inversé  $x'(n)$  dans le sens de reconstruire  $x$  si  $x', y, d$  sont données

$$x(n) = \frac{1}{\alpha_{d_n}} (x'(n) - \sum \beta_{d_n,j} y_j(n)) = x'(n) \ominus_{dn} U_{dn}(y)(n)$$

**L'étape de prédiction:** de la même façon la prédiction utilise  $x$  pour modifier  $y$  :

$$y'(n) = p(y/x)(n)$$

$P$  : désigne l'opérateur de prédiction.

La prédiction  $P$  est inversible, et on peut récupérer  $y$  à partir de  $x, y'$

$$y(n) = p^{-1}(y'/x)(n)$$

## **II. 4.2 La condition d'adaptation pour la seminorme**

Afin d'avoir un schéma lifting adaptatif, une condition nécessaire que doit satisfaire la seminorme

$$p(u) > 0 \tag{2.3}$$

Ou

$$u = (1, \dots, 1)^T \text{ vecteur de longueur } N$$

### **II.4.2.1 Définition d'une seminorme**

On appelle seminorme Toute fonction  $p : R^N \rightarrow R^+$  vérifiant les propriétés suivantes :

(i)  $\forall \lambda \in R, \forall v \in R^N, p(\lambda v) = |\lambda| p(v)$

(ii)  $\forall v_1, v_2 \in R^N \quad p(v_1+v_2) \leq p(v_1)+p(v_2)$

**Remarque:**

Une seminorme qui ne vérifie pas la condition :  $p(v) = 0 \Rightarrow v = 0$  est donc plus faible qu'une norme. Rappelons que chaque semi norme est une norme et l'inverse n'est pas vrai.

Une large classe de semi normes dans  $R^N$  est données par

$$p(v) = \left( \sum_{i=1}^I |a_i^T v|^q \right)^{1/q} \tag{2.4}$$

Ou

$$a_i \in R^N, i=1, \dots, I. \text{ et } q \geq 1$$

Par exemple  $q=1$  et  $I=1$ , on obtiendra la seminorme pondérée

$$p(v) = |a^T v|$$

On définit à partir de l'équation (2.4) pour  $q=2$  et  $I=1$ , le semi norme quadratique

$$p(v) = (v^T M v)^{1/2} \tag{2.5}$$

Ou  $M$  est une matrice symétrique et semi définit positive;  $M$  peut être écrite sous la forme

$$M = \sum_{i=1}^N \lambda_i u_i u_i^T, \lambda_i \geq 0,$$

$\{\lambda_i \mid 1 \leq i \leq N\}$  sont les valeurs propres de la matrice  $M$

$\{u_i \mid 1 \leq i \leq N\}$  les vecteurs propres orthogonaux de  $M$

$P$  s'écrit alors :

$$p(v) = \left| v^T \left( \sum_{i=1}^N \lambda_i u_i u_i^T \right) v \right|^{1/2} = \left( \sum_{i=1}^N \lambda_i |u_i^T v|^2 \right)^{1/2}$$

Dans notre schéma de lifting adaptatif, supposons que les décisions soient prises par seuillage d'une seminorme :

$$D(v(n)) = [p(v(n)) > T]$$

Où  $[P]$  : vaut 1 si le prédicat  $P$  est vrai et 0 sinon,  $p$  est une seminorme,  $T \in R^+$  une valeur du seuil.

On définit  $\oplus_d$  comme suit

$$x \oplus_d u = \alpha_d(x + u) \quad \alpha_d \neq 0$$

Le filtre de mise à jour est donnée par

$$U_d(y)(n) = \sum_{j=1}^N \lambda_{d,j} y_j(n) \quad j = 1, \dots, N$$

On notera que le filtre de mise à jour est linéaire de longueur  $N$  et les coefficients  $\lambda_{d,j}$  dépendent de la valeur de la décision  $d_n$ . Alors l'échantillon  $x'(n)$  est mis à jour selon la relation

$$x'(n) = \alpha_{d_n} x(n) + \sum \beta_{d_n,j} y_j(n) \quad \text{et} \quad \beta_{d_n,j} = \alpha_{d_n} \lambda_{d_n,j} \tag{2.6}$$

Et peut être inversé par l'équation

$$x(n) = \frac{1}{\alpha_{d_n}} (x'(n) - \sum \beta_{d_n,j} y_j(n)) = x'(n) \ominus_{d_n} U_{d_n}(y)(n) \tag{2.7}$$

$x(n)$  n'existe pas à l'étape de synthèse, d'où il est n'est pas toujours possible d'avoir  $d_n$  à partir de  $x'(n)$  et  $y_j(n)$ , la condition de reconstruction parfaite nous offre cette possibilité.

On définit alors le paramètre  $k_d$  comme suit

$$k_d = \alpha_d + \sum_{j=1}^N \beta_{d,j} \quad d=0,1$$

Avec  $\alpha_d \neq 0$  pour les deux valeurs de décision  $d = \{0, 1\}$  et  $\mu_{0,j} \neq \mu_{1,j}$  pour tous les  $j \in \{1, \dots, N\}$ .

**Proposition 1:** on assume que la seminorme P satisfait la condition d'adaptation (2.5), une condition nécessaire qu'on doit satisfaire pour la reconstruction parfaite, est :

$$k_0 = k_1$$

On prendra par la suite  $k_0 = k_1 = 1$  afin de normaliser les coefficients du filtre de mise à jour

Il est alors simple de montrer que le vecteur gradient mis en jeu durant la synthèse, de composantes  $v'(n) \in R^N$  est lié à  $v(n)$  par la relation linéaire suivante  $v'(n) = A_d v(n)$  tel que

$$v'_j(n) = x'(n) - y_j(n) \text{ pour } j = 1, \dots, N \tag{2.8}$$

Où  $A_d = I - u\beta_d^T$ ,  $I$  désigne la matrice identité de taille  $N \times N$ ,  $u = (1, \dots, 1)^T$  et

$\beta_d = (\beta_{d,1}, \dots, \beta_{d,N})^T$  sont des vecteurs de taille  $N$ .

Le filtre de mise à jour adaptatif est alors décrit par

$$\begin{cases} v' = A_d v \\ d = [p(v) > T] \end{cases} \tag{2.9}$$

Notons que le déterminant de la matrice  $A_d$  vaut  $\det(A_d) = \alpha_d$ . Notre hypothèse  $\alpha_d \neq 0$  rend donc la matrice  $A_d$  inversible. On peut montrer alors que  $A_d^{-1} = I - u\beta_d'^T$  où  $\beta_d' = -\beta_d / \alpha_d$

Considérons l'étape de mise à jour adaptative décrite par l'équation (2.9). Si  $p(v) \leq T$  à l'analyse alors la décision vaut  $d = 0$  et  $v' = A_0 v$ . Par contre, si  $p(v) > T$  alors  $d = 1$  et  $v' = A_1 v$ . Pour assurer une reconstruction parfaite du signal original, il est nécessaire de reconstruire la décision  $d$  à partir du vecteur gradient  $v'$  durant la synthèse. Nous nous restreignons ici au cas où la décision  $d$  peut être reconstruite par seuillage de la seminorme  $p(v')$ , c'est à dire dans le cas

$$d = [p(v) > T] = [p(v') > T']$$

Pour une valeur de  $T' > 0$ . Nous formalisons cette condition dans le critère suivant.

**II.4.2.2 Critère de seuil TC.** Soit un seuil  $T > 0$ , alors il existe un seuil (probablement différent)  $T' > 0$  tel que :

$$\begin{cases} \text{Si } p(v) \leq T \text{ alors } p(A_0 v) \leq T \\ \text{Si } p(v) > T \text{ alors } p(A_1 v) > T \end{cases}$$



**Proposition 2:**

On sait que le critère de seuil (*Threshold Criterion*) TC garantit la propriété de reconstruction parfaite. L'algorithme de reconstruction est décomposé des étapes suivantes

- 1- on calcule  $v'$  à partir de l'équation (2.8)
- 2- si  $p(v') \leq T'$  alors  $d=0$  sinon  $d=1$
- 3- on calcule  $x$  à partir de l'équation (2.7)

Avant d'introduire de nouveaux critères de décisions, nous allons donner quelques définitions et propriétés qui seront utiles dans la suite.

Soit  $V$  un espace vectoriel muni de la seminorme  $p$ . Pour un opérateur linéaire  $A: V \rightarrow V$  on définit la *seminorme opérateur*  $p(A)$  et la *seminorme opérateur inverse*  $p^{-1}(A)$  par :

$$p(A) = \sup\{p(Av) \mid v \in V \text{ et } p(v) = 1\}$$

$$p^{-1}(A) = \sup\{p(v) \mid v \in V \text{ et } p(Av) = 1\}$$

Dans la dernière expression, on utilise la convention  $p^{-1}(A) = \infty$  si  $p(Av) = 0$  pour tout  $v \in V$ , si  $p$  n'est pas l'opérateur nul. Dans ce dernier cas que nous ne considérerons pas dans la suite, les seminormes  $p(A)$  et  $p^{-1}(A)$  sont toutes les deux nulles. Hormis ce cas, on a donc toujours  $p^{-1}(A) > 0$ . Notons qu'il n'est pas possible d'avoir  $p(A) = 0$ . En effet si  $p(A) = 0$ , nous avons alors pour tout  $v \in V$ ,  $p(Av) = 0$ . Cela signifie donc que pour tout opérateur  $A$  inversible et pour tout  $v \in V$ ,  $p(v) = 0$ , ce qui est en contradiction avec l'hypothèse selon laquelle  $p$  n'est pas l'opérateur identiquement nul.

**Proposition 3** Soit  $V$  un espace de Hilbert, une seminorme  $p$  définie dans  $V$  et  $A: V \rightarrow V$  un opérateur linéaire borné. Si  $p(A) < \infty$

Alors

$$p(Av) \leq p(A)p(v) \text{ Pour tout } v \in V$$

*Preuve.* Cette propriété découle directement de la définition de la seminorme opérateur quand  $p(v) \neq 0$ . Dans le cas  $p(v) = 0$ , on montre que l'inégalité  $p(A) < \infty$  est équivalente à l'implication  $p(v) = 0 \Rightarrow p(Av) = 0$

**II.5 mise à jour adaptatif non séparable**

Nous présentons une décomposition à 2D avec mise à jour adaptative basée sur 4 composants polyphasés.

On considère le voisinage (cas 2D) présenté par la figure 2.5.

$y_6(n)$	$y_5(n)$	$y_5(n)$
$y_3(n)$	$x(n)$	$y_1(n)$
$y_7(n)$	$y_4(n)$	$y_8(n)$

Figure 2.5 Indexation des échantillons dans une fenêtre  $3 \times 3$  centrée sur  $x(n)$

En considérant une structure d'analyse polyphasée utilisant une étape de mise à jour adaptative et suivie de trois étapes de prédiction, comme illustré par la figure 2.6

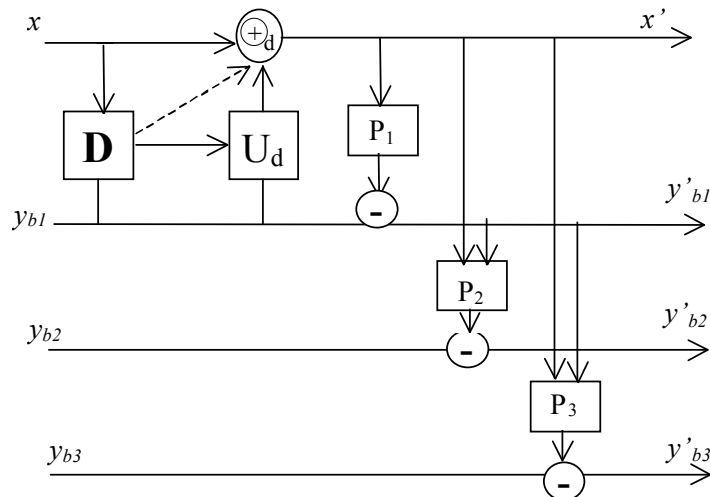


Fig.2.6 structure lifting à une étape de mise à jour adaptative et trois étapes de prédiction

Avant d'être décomposé, l'image d'entrée  $x_0$  est préalablement scindée en composantes polyphasées  $x$ ,  $y_n$ ,  $y_v$  et  $y_d$  tels que

$$\begin{cases} x(m,n) = x_0(2m,2n) \\ y_h(m,n) = x_0(2m,2n+1) \\ y_v(m,n) = x_0(2m+1,2n) \\ y_d(m,n) = x_0(2m+1,2n+1) \end{cases}$$

L'image  $x'$  est la sous-bande d'approximation et  $y'_h$ ,  $y'_v$ ,  $y'_d$  sont les sous bandes de détail horizontal, vertical et diagonal respectivement tels que :

$$\begin{aligned} y'_{b_1} &= y_{b_1} - (x'(n+1,m) + x'(n))/2 \\ y'_{b_2} &= y_{b_2} - (x'(n,m+1) + x'(n))/2 \\ y'_{b_3} &= y_{b_3} - (x'(n+1,m+1) + x'(n))/2 - y'_{b_1}(n) - y_{b_2}(n) \end{aligned}$$

### II.5.1 Exemples

#### Exemple 1

Soit la seminorme  $p(v) = |a^T v| = \left| \sum_{j=1}^8 a_j v_j \right|$

La condition d'adaptation est garantie par proposition 3.2.1

Ou choisi

$$\beta_d = \gamma_d a$$

$$\left| 1 - \gamma_0 \sum_{j=1}^8 a_j \right| \leq \left| 1 - \gamma_1 \sum_{j=1}^8 a_j \right|$$

$p(v) = |x - y_h - y_v + y_d|$  sert à décrire la dérivée de premier ordre dans les deux directions horizontales et verticales. Ou doit alors choisir  $a_1 = a_4 = 1$ ,  $a_8 = -1$  et  $a_j = 0$  pour les autres coefficients. Afin de calculer la dérivée deuxième (avec le respect de tout les directions) On prend  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 1$  et  $a_5 = a_6 = a_7 = a_8 = -1/2$

On doit choisir  $\gamma_0$  et  $\gamma_1$  tel que  $|1 - 2\gamma_0| \leq |1 - 2\gamma_1|$  ou  $\sum_{j=1}^8 a_j = 2$

On prendra alors  $a = (1, 1, 1, 1, -1/2, -1/2, -1/2, -1/2)^T$   $\gamma_0 = 1/4$   $\gamma_1 = 0$

Ceci veut dire que pour les régions homogènes  $d=0$   $x'$  est une moyenne pondérée de  $x$  et ces huit voisins. Par contre dans le cas des contours  $d=1$ , on ne réalise aucune opération de filtrage (c'est-à-dire  $x'=x$ )

**Exemple 2 : la seminorme quadratique**

On considère le cas où  $p$  s'écrit de la forme  $p(v) = (v^T M v)^T \quad v \in R$

Où  $M$  : une matrice symétrique semi définie positive de dimension  $N \times N$ .

Soit  $P_2$  la norme quadratique  $p_2(v) = (v_1^2 + \dots + v_N^2)^{1/2}$  et soit la matrice  $A = I - u\beta^T$  où  $u, \beta \in R^N$

a). si  $u, \beta$  sont colinéaire alors  $p_2(A) = \|A\| = \text{Max}(1, |\alpha|)$  où  $\alpha = 1 - \beta^T u$

b). si  $u, \beta$  sont colinéaire alors  $p_2(A) > 1$

Soit:  $P = P_2$  la norme euclidienne alors le seuillage est réalisé si et seulement, si  $u, \beta_0, \beta_1$ , sont colinéaire et  $|\alpha_0| \leq 1 \leq |\alpha_1|$

On considère au premier lieu  $M = \Lambda$  est une matrice diagonale où les valeur propres sont strictement positives, et on a affaire à la norme euclidienne alors on doit respecter les conditions suivantes

$$|1 - \mu_0(\lambda_1 + \dots + \lambda_N)| \leq 1 \leq |1 - \mu_1(\lambda_1 + \dots + \lambda_N)|$$

$$D'où \mu_d = \frac{\sum \lambda_j}{\sum \lambda_j^2 + (\sum \lambda_j)^2}$$

considère la seminorme

$$p(v) = \left( \sum_{j=1}^4 |v_j|^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=5}^8 |v_j|^2 \right)^{1/2}$$

$M = \text{diag}(1, 1, 1, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  on pourra trouver le seul ou choisissant

$$\beta_d = \mu_0(1, 1, 1, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})^T \quad \mu_0 = \frac{6}{4} \quad \mu_1 = 0$$

II.6 schéma lifting adaptatif non linéaire à trois étapes

II.6.1 Cas 1D

Principe:

On considère le schéma lifting illustré par la figure 2.7

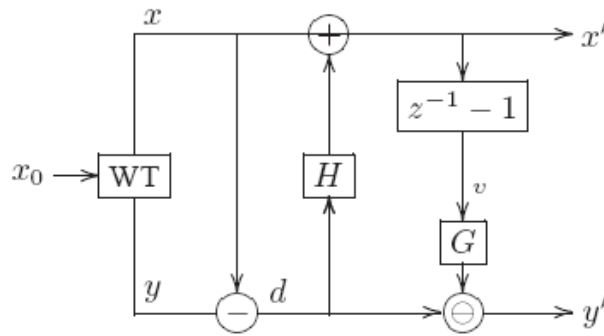


Fig. 2.7 Les trois étapes du Schéma lifting (analyse)

Ici :

WT: représente lazy wavelete transform,  $x(n) = x_0(2n)$ ,  $y(n) = x_0(2n - 1)$ , et  $H, G$  sont des opérateurs de seuillage défini sur tout  $u \in R$  par :

$$H(u) = \begin{cases} 1/2 u & \text{si } |u| < T \\ \alpha T / 2 \text{sign}(u) & \text{si non} \end{cases}$$

$$G(u) = \begin{cases} u & \text{si } |u| > T' \\ \alpha' T' & \text{sinon} \end{cases}$$

Avec

$T, T'$  : Sont des seuils à valeurs positifs.

$\alpha, \alpha' \in \{0, 1\}$  : Deux constantes qui déterminent le type de seuillage.

Le signal d'approximation  $x'$  est donnée par :

$$x'(n) = x(n) + H(d(n))$$

Où

$$d(n) = y(n) - x(n)$$

Le raisonnement derrière cette procédure est la suivante. Dans les régions où le signal  $x_0$  est localement lisse, le signal  $d$  (qui peut être considéré comme un gradient local de  $x_0$ ) sera des amplitudes faible et le signal  $x$  sera calculé comme une combinaison linéaire des composantes polyphasées  $x$  et  $y$ . Au contraire, près de discontinuités le signal  $d$  prend grandes valeurs et d'où  $x$  est légèrement modifiées afin de prévenir lisser les bords.

Comme indiqué dans la Fig. 2.7 Le signal détail  $y$  est obtenu par l'étape de prédiction non-additive de lifting. Noter que la norme soustraction a été remplacée par un l'opérateur non-linéaire défini comme

$$t\Theta u = \frac{t}{\beta + |u|}, \beta \geq 1$$

Pour  $t, u \in R$ , le signal détail  $y'$  est donné par :

$$y'(n) = \frac{d(n)}{\beta + |G(v(n))|}$$

Où

$$v(n) = x'(n-1) - x'(n).$$

Ici,  $v(n)$  peut être considéré comme une estimation de  $d(n)$ .

## II.6.2 Cas 2D

### Analyse

Le principe d'analyse à 2D est le même que 1D c'est à dire au lieux de rentré un signale en rentre une image .

L'opération d'analyse ou l'image originale à l'entrée se décompose en deux images de taille  $(N \times N/2)$  l'un pair et l'autre impaire c'est ce que n'appelle la fonction polyphasée. Après en fais le filtrage par ligne de ses deux images ensuite les images obtenues sera filtrés par colonne et le résultats sera quatre images de même taille  $(N/4 \times N/4)$  Présente l'image approximée et les trois autres sera les images de détail horizontal, verticale et diagonale.

Synthèse

L'opération de synthèse est l'inverse de l'analyse c'est-à-dire on présente à l'entrées les quatre images d'approximée et les détails, le premier filtrage sera sur les colonnes ensuite les deux images résultantes seront filtrées par ligne on obtiendra une image synthétisée, à la même taille que l'image originale comme illustré dans la figure

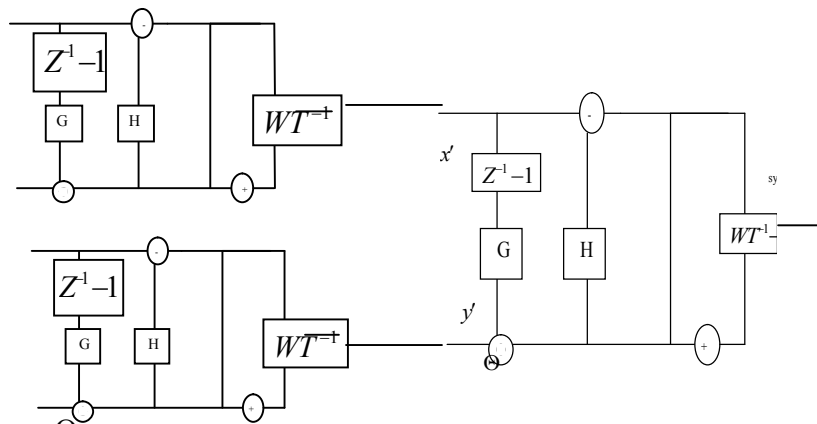


Fig. 2.8 L'opération de synthèse à 2D(à trois étapes du schéma lifting)

es trois étapes du Schéma lifting à la synthèse seront illustrées dans la figure

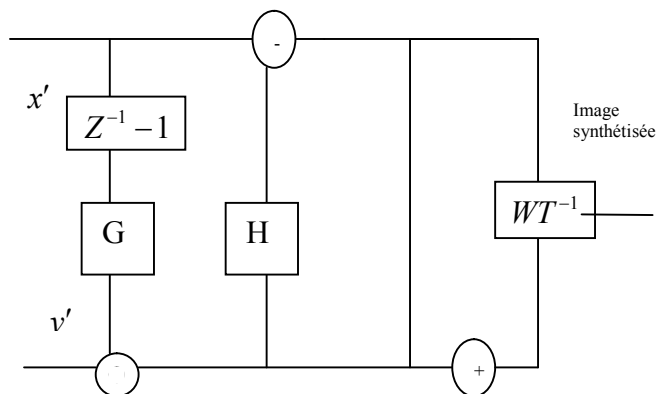


Fig. 2.9 Les trois étapes du Schéma lifting (synthèse)

Ici :

$$v(n) = x'(n-1) - x'(n).$$

$v(n)$  Considéré comme une estimation de  $d(n)$ .

Avec

$$d(n) = y'(n) / B + |G(v(n))|$$

## **II.7 Conclusion**

Le schéma lifting adaptatif est une version modifiée du lifting classique, l'adaptation consiste à choisir entre plusieurs filtres, suivant l'information locale du signal, puisque les recherches montrent que la structure de mise à jour avant la prédiction est mieux adaptée afin d'éviter les problèmes de la stabilité et la synchronisation nous avons pris ce cas en considération.

Dans ce chapitre, nous avons étudié des décompositions adaptatives utilisant des cartes de décision multivaluées, capables de "discriminer" les événements géométriques présents dans une image. Ces décompositions sont basées sur des structures lifting où l'opérateur de mise à jour est modifié à chaque pixel, selon une décision prise en fonction d'un gradient local calculé sur l'image d'entrée.

Nous avons aussi étudié le filtre lifting adaptatif non linéaire à trois étapes de 1D et son extension à 2D qui est utilisé dans plusieurs domaines d'applications à cause de ses caractéristiques qui permettent de résoudre les problèmes rencontrés. Cette transformation est structurée par trois étapes non linéaires.