

III - MODELISATION DU COEFFICIENT D'ÉCHANGE PAR CONVECTION DANS UN CONDUIT RECTANGULAIRE MUNIS DE CHICANES AVEC UNE PARTIE SUPERIEURE INCLINEE

III-1- Introduction :

Dans ce chapitre on essayera de d'établir des relations qui permettent de mettre en évidence des modèles de calcul du coefficient d'échange par convection « h_c », dans le conduit rectangulaire d'un capteur solaire, dont le plan supérieur est parfaitement rayonné par un flux solaire incident. Le conduit utile est muni de plusieurs rangées de chicanes, qui sont disposées suivant plusieurs configurations. Ces chicanes sont insérées directement sur le plan inférieur d'écoulement de la veine fluide.

III-2- Exposé du problème :

Avant de procéder à l'élaboration du modèle de calcul du coefficient convectif, qui est dans notre cas basé sur la méthode de l'analyse dimensionnelle, Il fallait préalablement déterminer l'inventaire de tous les paramètres dont dépend la densité de flux de chaleur qui est donnée par l'expression ($\Phi = h_c \cdot \Delta T$) :

a)- Propriétés thermophysiques du fluide :

1. λ : coefficient de conductibilité thermique de l'air en [w/m.K].
2. C_p : chaleur massique de l'air en [J/Kg.K].
3. ρ : masse volumique de l'air en [Kg/m³].
4. μ : viscosité dynamique en [Kg.m⁻¹.s⁻¹].

b)- Les caractéristiques du l'écoulement :

1. u : vitesse moyenne du fluide.

c)- Caractéristiques géométrique de la surface d'échange :

1. ε : hauteur absolue ou rugosité absolue d'une chicane [m].
2. L_{ch} : longueur de chicane [m].
3. l_c : largeur du capteur [m].
4. P_{e-c} : pas entre deux chicanes [m].
5. P_{e-r} : pas entre deux rangées de chicanes [m].

6. L_c : longueur de la conduite rectangulaire. (capteur solaire) [m].
7. D_h : diamètre hydraulique de la conduite utile munis de chicanes [m].
8. $A_c = L_c \cdot l_c$: la surface de l'absorbeur [m²].

e)- *L'écart de température entrée-sortie de fluide ΔT .*

1. T_e : température à l'entrée du capteur [°C]
2. T_s : température à la sortie du capteur [°C]

f)- *Paramètres externes :*

1. I : flux solaire reçu par la face supérieure (l'absorbeur ici) du conduit (capteur solaire plan). [W/m²]

D'après le théorème de l'analyse dimensionnelle de « **Vashy-Bukingham** » [15] on peut adopter l'écriture suivante :

$$f(\rho, u, D_h, \mu, \varepsilon, P_{e-ch}, P_{e-ra}, L_{ch}, L_c, l_c, I, \lambda, C_p, \Delta T) = 0$$

Le théorème de π ou de **Vashy-Bukingham** est basé sur les dimensions fondamentales des grandeurs physiques intervenant dans cette relation générale. Pour cela il faut écrire l'équation aux dimensions fondamentales M, L, T, θ de chacune de grandeurs cité dans l'équation fondamentales voir Tableau (III-1).

| Grandeur | Unité | Dimension |
|---|-------------------------------------|---|
| ρ | Kg.m ⁻³ | M.L ⁻³ |
| u | m.s ⁻¹ | L.T ⁻¹ |
| D_h | M | L |
| μ | Kg.m ⁻¹ .s ⁻¹ | M.L ⁻¹ .T ⁻¹ |
| $\varepsilon, P_{e-ch}, P_{e-ra}, L_{ch}, L_c, l_c$ | M | L |
| ΔT | °K | Θ |
| I | w.m ⁻² | M.T ⁻³ |
| λ | w.m ⁻¹ .k ⁻¹ | M.L.T ⁻³ . θ^{-1} |
| h | w.m ⁻² .k ⁻¹ | M.T ⁻³ . θ^{-1} |
| C_p | j.kg ⁻¹ .k ⁻¹ | L ² .T ⁻² . θ^{-1} |

Tableau (III-1) : unité et dimension des grandeurs physiques

III-3-Détermination des groupements :

III-3-1-Calcul de coefficient d'échange convectif global

Pour relier le coefficient d'échange de chaleur par convection dans le conduit rectangulaire muni de plusieurs rangées de chicanes, aux caractéristiques géométriques ainsi qu'aux paramètres physiques du fluide en écoulement, on s'y servi de la méthode de l'analyse dimensionnelle (théorème de **Vashy-Bukingham**), ce qui nous a permis d'établir une relation générale basée sur les dimensions fondamentales de la forme :

$$h_c = h_c(\rho, u, D_h, \mu, \varepsilon, P_{e-ch}, P_{e-ra}, L_{ch}, L_c, l_c, I, \lambda, C_p, \Delta T) = 0$$

Il faut maintenant choisir X équations de base (toutes les dimensions fondamentales qui ont été utilisées) de façon à ce que les X dimensions fondamentales figurent au moins une seule fois dans l'ensemble des équations.

D'après le théorème de π (de **Vashy-Bukingham**), on ne peut voir que 09 groupements indépendants, adoptons alors l'écriture suivante, avec (L_c, l_c) qui sont respectivement la longueur et la largeur du canal rectangulaire constituant le conduit du capteur, par conséquent on obtient :

$$\frac{h_c}{L_c l_c} = \pi \cdot k \cdot \rho^a \cdot u^b \cdot D_h^c \cdot \mu^d \cdot \varepsilon^e \cdot P_{e-c}^f \cdot P_{e-r}^g \cdot l_{ch}^h \cdot I^i \cdot \lambda^j \cdot C_p^k \cdot \Delta T^l \quad (III-1)$$

L'écriture de l'équation précédente compte tenu les dimensions fondamentales devient :

$$\frac{M \cdot T^{-3} \cdot \theta^{-1}}{L^2} = \pi \cdot k \cdot ([M \cdot L^{-3}]^a \cdot [L \cdot T^{-1}]^b \cdot [L]^c \cdot [M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}]^d \cdot [L]^e \cdot [L]^f \cdot [L]^g \cdot [L]^h \cdot [M \cdot T^{-3}]^i \cdot [M \cdot L \cdot T^{-3} \cdot \theta^{-1}]^j \cdot [L^2 \cdot T^{-2} \cdot \theta^{-1}]^k \cdot [\theta]^l) \quad (III-2)$$

Après développement on obtient :

$$\frac{M \cdot T^{-3} \cdot \theta^{-1}}{L^2} = \pi \cdot k \cdot ([M]^{a+d+i+j} \cdot [L]^{-3a+b+c-d+e+f+g+h+j+2k} \cdot [T]^{-b-d-3i-3j-2k} \cdot [\theta]^{-j-k+l}) \quad (III-3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 1 - d - i - j \\ b = 3 - d - 3i - 3j - 2k \\ c = -2 - d - e - f - g - h - j \\ j + k = 1 + l \end{array} \right. \quad (III-4)$$

L'écriture de l'équation (III-1) compte tenu les dimensions fondamentales, et après développement de (III-2) à (III-3), et identification on obtient un système (III-4) de 03 équations, dont la résolution aboutit à une expression générale sous la forme :

$$\frac{h_c}{L_c \cdot l_c} = \pi \cdot k \cdot (\rho^{1-d-i-j} \cdot u^{3-d-3i-3j-2k} \cdot D_h^{-2-d-e-f-g-h-j} \cdot \mu^d \cdot \varepsilon^e \cdot P_{e-c}^f \cdot P_{e-r}^g \cdot l_{ch}^h \cdot I^i \cdot \lambda^j \cdot C_P^k \cdot \Delta T^l) \quad (III-5)$$

Après simplification, en considérant que $j + k = 1 + l$ l'équation précédente redevient :

$$\frac{h_c}{L_c \cdot l_c} = \frac{\rho \cdot C_P \cdot u}{D_h^2} \left(\frac{\rho \cdot u \cdot D_h}{\mu} \right)^{-d-j} \cdot \left(\frac{\mu \cdot C_P}{\lambda} \right)^{l-j} \cdot \left(\frac{\lambda \cdot \Delta T}{\mu \cdot u^2} \right)^l \cdot \left(\frac{\varepsilon}{D_h} \right)^e \cdot \left(\frac{P_{e-c}}{D_h} \right)^f \cdot \left(\frac{P_{e-r}}{D_h} \right)^g \cdot \left(\frac{l_{ch}}{D_h} \right)^h \cdot \left(\frac{I}{\rho \cdot u^3} \right)^i \quad (III-6)$$

Sachant que :

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D_h}{\mu}, \text{ étant le nombre de } \mathbf{Reynolds} \ (Re).$$

$$Pr = \frac{\mu \cdot C_P}{\lambda}, \text{ étant le nombre de } \mathbf{Prandtl} \ (Pr).$$

$$Pe = Re \cdot Pr, \text{ étant le nombre de } \mathbf{Peclet} \ (Pe).$$

Le nombre adimensionnel de **Prandtl** « *Pr* » pour un fluide quelconque est indépendant des conditions expérimentales (il ne dépend que de la température) et caractérise l'influence de la nature de fluide sur le transfert de chaleur par convection.

Dans la dernière équation (III-6), on voit apparaître deux nouveaux nombres adimensionnels qui sont le nombre **Brinkman** et le nombre **d'Eckert** qui sont définis par les rapports suivants :

$$\text{Le nombre de } \mathbf{Brinkman} : Br = \frac{\mu \cdot V^2}{\lambda \cdot \Delta T}$$

$$\text{Le nombre } \mathbf{d'Eckert} : EC = \frac{Br}{Pr}$$

Les nombres de **Reynolds**, **Brinkman**, et **d'Eckert** sont aussi calculables pour un fluide donné mais dépendamment des conditions expérimentales (ils dépendent de la température).

Le nombre de **Brinkman**, représente le rapport entre la dissipation mécanique et la diffusion de la chaleur.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\rho \cdot u \cdot D_h}{\mu} = Re \\ Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{\lambda} \\ \left(\frac{\lambda \cdot \Delta T}{\mu \cdot u^2} \right)^{-1} = Br \end{array} \right.$$

Par conséquent l'expression du coefficient d'échange par convection prend la forme suivante :

$$h_c = \frac{A_c \cdot \rho \cdot C_p \cdot u}{D_h^2} Re^{-d-j} \cdot Pr^{l-j} \cdot Br^{-l} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{D_h} \right)^e \cdot \left(\frac{Pe-c}{D_h} \right)^f \cdot \left(\frac{Pe-r}{D_h} \right)^g \cdot \left(\frac{l_{ch}}{D_h} \right)^h \cdot \left(\frac{I}{\rho \cdot u^3} \right)^i \quad (III-7)$$

Qui peut être réécrite sous la forme :

$$h_c = \frac{A_c \cdot \rho \cdot C_p \cdot u}{D_h^2} Re^{-d} \cdot Pe^{-j} \cdot Ec^{-l} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{D_h} \right)^e \cdot \left(\frac{Pe-c}{D_h} \right)^f \cdot \left(\frac{Pe-r}{D_h} \right)^g \cdot \left(\frac{l_{ch}}{D_h} \right)^h \cdot \left(\frac{I}{\rho \cdot u^3} \right)^i \quad (III-8)$$

III-3-2-Calcul de nombre de *Nusselt* :

De la même façon précédemment, on calcul le nombre de *Nusselt*, en considérant les deux expressions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_c = \frac{A_c \cdot \rho \cdot C_p \cdot u}{D_h^2} Re^{-d-j} \cdot Pr^{l-j} \cdot Br^{-l} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{D_h} \right)^e \cdot \left(\frac{Pe-c}{D_h} \right)^f \cdot \left(\frac{Pe-r}{D_h} \right)^g \cdot \left(\frac{l_{ch}}{D_h} \right)^h \cdot \left(\frac{I}{\rho \cdot u^3} \right)^i \\ h_c = \frac{A_c \cdot \rho \cdot C_p \cdot u}{D_h^2} Re^{-d} \cdot Pe^{-j} \cdot Ec^{-l} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{D_h} \right)^e \cdot \left(\frac{Pe-c}{D_h} \right)^f \cdot \left(\frac{Pe-r}{D_h} \right)^g \cdot \left(\frac{l_{ch}}{D_h} \right)^h \cdot \left(\frac{I}{\rho \cdot u^3} \right)^i \end{array} \right.$$

Soit, le nombre de *Nusselt* donné par l'expression :

$$Nu = \frac{h_c \cdot D_h}{\lambda}$$

En considérant le coefficient d'échange convectif, l'expression de nombre de *Nusselt* devient :

$$Nu = \frac{A_c \cdot \rho \cdot C_p \cdot u}{D_h \cdot \lambda} Re^{-d-j} \cdot Pr^{l-j} \cdot Br^{-l} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{D_h} \right)^e \cdot \left(\frac{Pe-c}{D_h} \right)^f \cdot \left(\frac{Pe-r}{D_h} \right)^g \cdot \left(\frac{l_{ch}}{D_h} \right)^h \cdot \left(\frac{I}{\rho \cdot u^3} \right)^i \quad (III-9)$$

Réécrit autrement sous la forme :

$$Nu = \frac{A_c \cdot \rho \cdot C_p \cdot u}{D_h \cdot \lambda} Re^{-d} \cdot Pe^{-j} \cdot Ec^{-l} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{D_h} \right)^e \cdot \left(\frac{Pe-c}{D_h} \right)^f \cdot \left(\frac{Pe-r}{D_h} \right)^g \cdot \left(\frac{l_{ch}}{D_h} \right)^h \cdot \left(\frac{I}{\rho \cdot u^3} \right)^i \quad (III-10)$$

III-3-3-Calcul de facteur de Colburn :

Donné par l'expression :

$$J = \frac{Nu}{Re \cdot Pr^{1/3}}$$

En tenant en considération du nombre de *Nusselt*, de *Reynolds* et de *Prandtl*, le facteur de *Colburn* :

$$J = \frac{A_c}{D_h^2} Re^{-d-j} \cdot Pr^{l-j+\frac{2}{3}} \cdot Br^{-l} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{D_h}\right)^e \cdot \left(\frac{Pe-c}{D_h}\right)^f \cdot \left(\frac{Pe-r}{D_h}\right)^g \cdot \left(\frac{l_{ch}}{D_h}\right)^h \cdot \left(\frac{I}{\rho \cdot u^3}\right)^i \quad (III-11)$$

III-4-Principe de calcul expérimental du coefficient d'échange :

Dans ce travail, on étudie numériquement le comportement dynamique et thermique d'un écoulement d'air (laminaire et turbulent) en convection forcé, à bas nombre de Reynolds, dans un canal horizontale en présence de chicanes rectangulaires munies d'une partie supérieure inclinée.

Cette étude peut être considéré comme une application réelle dans le domaine des échangeurs de chaleur, tel que les capteurs solaire plans à air.

Le principe de cette étude expérimentale consiste à effectuer de nombreux calculs du coefficient d'échange de chaleur globale dans la veine d'air mobile, pour différentes valeurs de débit volumiques, à différentes température mesurées, et pour diverses modes de dispositions et configurations de chicanes.

Les résultats obtenus à partir d'une série de mesures, effectuée au département de génie mécanique de l'université de Biskra [16], figurent sur des tableaux de mesures qui montrent l'évolution des différentes températures en fonction du débit [Annex1].

III-5-Description du dispositif expérimental

Le schéma simplifier du dispositif expérimental est présentée sur la Fig. (III-1). Il s'agit d'un conduit rectangulaire muni de plusieurs rangées de chicanes de forme rectangulaire, dont la partie supérieure est inclinée. Les chicanes sont implantées sur le plan d'écoulement inférieur, traversé par un écoulement d'air stationnaire.

Le plan d'écoulement inférieur est confectionné d'acier galvanisé de dimension égale à de $1.4m * 0.88m$, l'épaisseur de la veine d'air mobile est de $2.5cm$, qui correspond à l'espace compris entre le plan inférieur et l'absorbeur.

L'entrée d'air dans le capteur se fait à travers des orifices circulaires localisés et centrés à l'arrière du capteur, de telle sorte à assurer au moyen d'une pompe muni d'un variateur de vitesse, l'aspiration en permanence d'un flux d'air.

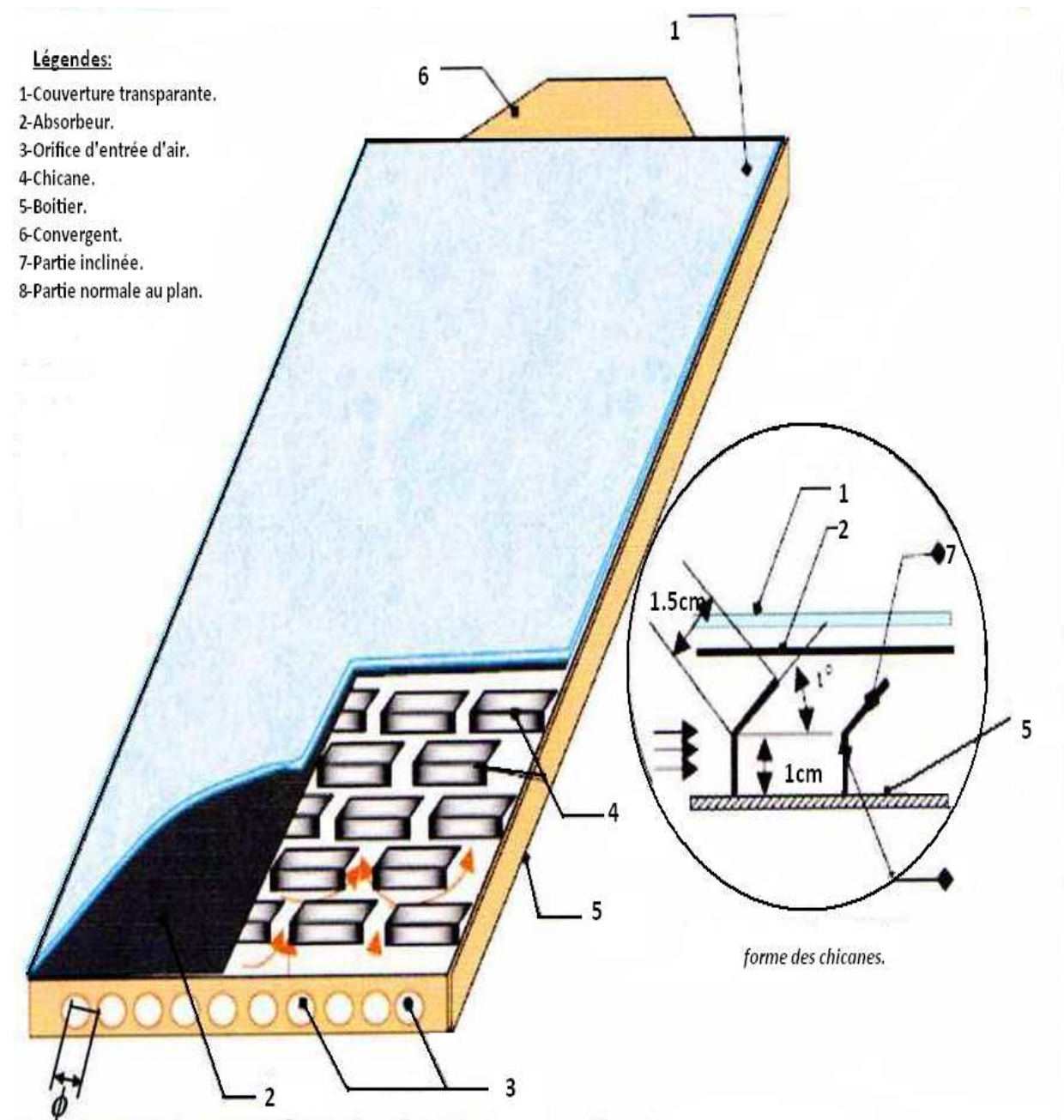


Fig. (III-1) Schéma simplifié du dispositif expérimental.