

Université Mohamed Khider – Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département : Génie Mécanique  
Réf. : .....



جامعة محمد خيضر بسكرة  
كلية العلوم و التكنولوجيا  
قسم: الهندسة الميكانيكية  
المرجع: .....

Thèse présentée en vue de l'obtention  
Du diplôme de  
**Doctorat en Sciences : Génie Mécanique**

**Option : Génie Mécanique**

**Contribution à l'étude de l'endommagement dans les  
matériaux composites sandwiches**

Présentée par :  
**DJEMAI Hocine**

Soutenue publiquement le 08/01/2017

**Devant le jury composé de :**

TATI Abdelouahab.  
HECINI Mabrouk  
BENBOUTA Rachid  
BRIOUA Mourad  
GHOMARI Tewfik  
DERFOUF Semch-Eddine

Professeur  
Professeur  
Professeur  
Professeur  
Professeur  
Maitre de conférences -A-

Président  
Rapporteur  
Examinateur  
Examinateur  
Examinateur  
Examinateur

Université de Biskra  
Université de Biskra  
Université de Batna 2  
Université de Batna 2  
USTO d'Oran  
Université de Biskra

## Résumé

Ce travail a été mené dans le but d'étudier l'endommagement dans les structures sandwiches. Cette étude comporte un volet expérimental un volet analytique et numérique. Les structures sandwiches étudiées sont le résultat de la combinaison de quatre matériaux différents, le composite verre-polyester et le contreplaqué d'une part utilisés comme des peaux et le liège aggloméré et polystyrène d'autre part comme un cœur. La caractérisation mécanique expérimentale a été effectuée par des essais de traction, de compression et de flexion trois points sur les peaux et le cœur ainsi que sur ces sandwiches. Les essais de délaminage en mode I ont portés sur des poutres de type double poutre encastrée sur les peaux et les poutres sandwiches. L'amorçage de la fissure est caractérisé par la ténacité exprimée par le taux de restitution d'énergie  $G_{IC}$  déterminé par la méthode de *Berry* Pour les peaux et par *la théorie des poutres modifiées* pour les sandwiches.

L'étude numérique a été consacré à la détermination des caractéristiques mécanique du stratifié Verre/Polyester par le modèle de Mori-tanaka puis la simulation des essais de flexion trois points et l'essai de délaminage en utilisant le logiciel d'élément finis ABAQUS. Les peaux sont considérées comme un matériau orthotrope tandis que le cœur comme isotrope transverse.

La comparaison du comportement mécanique des quatre structures sandwiches étudiées a montré que la rigidité globale de la configuration du Verre/Polyester comme peau et liège aggloméré comme cœur est plus élevée par rapport aux autres configuration des structures sandwiches.

**Mots Clés :** Sandwiches, Rigidité globale. Flexion trois points, Délaminage, L'amorçage

## ملخص

يهدف هذا العمل الى دراسة الأضرار المتعلقة بالمواد المركبة (السندويتشات), حيث يحتوي على جزء تجريبي , تحليلي و جزء رقمي. السندويتشات الأربعة التي تمت دراستها هي نتيجة تركيب أربع مواد, الألياف الزجاجية-البوليستير و الخشب الرقائقي كطبقتين و الفلين المعالج و البوليستيرين يمثلان القلب (النواة), وقد تم إيجاد الخصائص أو السلوكات الميكانيكية للسندويتشات الأربعة تجريبيا باستعمال تجارب الشد, الضغط و الإنحناء بثلاث نقاط للطبقتين و القلب وكذلك للسندويتشات.

إن التلف بالتصفح هو نوع من الأضرار المتعلقة بالمواد المركبة التصفيحية و السندويتشات التي يتم التعبير عنها بانفصال بين الصفائح في المواد المركبة التصفيحية و انفصال بين الطبقتين و القلب في السندويتش.

وقد خصصت دراسة عددية لإيجاد الخصائص الميكانيكية للمادة المركبة (الألياف الزجاجية-البوليستير) عن طريق نموذج مورى-تاناكا ثم محاكاة تجارب الإنحناء بثلاث نقاط و تجارب التلف بالتصفح نقوم باستخدام برنامج ABAQUS.

بالمقارنة بين السلوكات الميكانيكية لهذه السندويتشات التي بدورها عرضت الى الإنحناء بثلاث نقاط, نجد أن الصلابة الكلية للسندويتش المتكون من الألياف الزجاجية-البوليستير \ الفلين المعالج أكبر من الصلابة الكلية للسندويتشات الأخرى

كلمات مفتاحية: سندويتش, الصلابة الكلية, الإنحناء بثلاث نقاط, التلف بالتصفح, فتح المسامات

## Abstract

This work was conducted to study the damage in sandwich structures. This study includes an experimental, analytical and numerical part. These sandwich panels are result of the combination of four different composite materials, glass-polyester and plywood used as skins and cork agglomerate , polystyrene used as a core. Experimental mechanical characterization has been done by tensile test, compression test and bending three point test in skin , in core and in sandwich structures. The delamination test in mode I have carried on the type double cantilever beams on the skins and sandwich beams. The initiation of the crack is characterized by toughness obtained by determining energy release rate  $G_{IC}$  by *Berry* method for skins and by *modified beam theory* method for sandwiches. numerical study has been devoted to determination mechanical characteristics of laminated composite (glass fiber / polyester) by Mori-Tanaka model, Then simulation three points bending and delamination using ABAQUS code. The skins are considered an orthotropic material while the core as transverse isotropic. From the comparison between the mechanical behavior of these four sandwich panels which was tested for bending three point; the sandwich with Glass Polyester as skin and Cork agglomerate as core has the highest overall stiffness compared to the other sandwich panels.

**Keywords:** Sandwichs, Overall Stiffness, Bending three point, Delamination, Inerlayer

# REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au laboratoire de Génie Mécanique (LGM) et au laboratoire de Génie Energétique et Matériaux (LGEM), de l'université de Biskra sous la direction de Monsieur Le Professeur HECINI Mabrouk, directeur de laboratoire de génie mécanique (LGM), que je tiens à lui adresser ma profonde reconnaissance.

Je remercie le Professeur Abdelouahab TATI, directeur de laboratoire de Génie Energétique et matériaux (LGEM), a accepté de présider le Jury de la soutenance, qu'il soit assuré de ma profonde reconnaissance.

Je tiens également à remercier Messieurs les Professeurs Rachid BENBOUTA, Mourad BRIOUA de l'université de Batna et le professeur Tewfik GHOMARI de USTO d'Oran, ainsi que Monsieur Semch-Eddine DERFOUF maître de conférences (A) au Département de Génie Mécanique de Biskra, qui ont bien accepté la lourde tâche d'examinés ce travail doctoral.

Je tiens à remercier vivement Dr. GUERIRA Belhi, responsable du hall technologique du département de Génie Mécanique de l'université de Biskra, pour son aide à achever la partie expérimentale.

Je remercie Monsieur le professeur Adel BENCHABANE, Monsieur Lakhdar SEDIRA, Maitre de Conférences (A), Adnane LABED, Maitre de conférences (A) et monsieur Tahar MASRI, maitre assistant (A) pour leurs aides et leurs disponibilités pour l'accomplissement de ce travail.

Je n'oublierai pas d'associer dans mes remerciements mes collègues, les plus chers, Messieurs Tarek DJOUDI, Youcef DJEBLOUN, Dr. Abdelkarim MERZOUGUI, Dr. Djemoui LAYADI, Dr. Mohamed Moustapha TOUBA et Dr. Kamel AOUES.

Hocine DJEMAI

# Dédicaces

*Je remercie bien Allah tout puissant de m'avoir accordé le courage et la patience pour accomplir ce modeste travail.*

*Je dédie ce modeste travail aux deux personnes les plus chers au monde, mon père que dieu l'accueille en son vaste paradis et ma mère que dieu la garde pour nous.*

*A mes frères, Nassreddine que dieu l'accueille en son vaste paradis, Abdelhak et Charafeddine.*

*A mes sœurs Soumia, Karima et Mebarka (Hedjila)*

*A mon épouse Hanan, mes enfants : Mohamed Wail Dia-eddine, Mouatassebillah et ma fille Tasnim pour leur patience, leur encouragement et leur soutien affectif sans lequel ce travail n'aurait pu être mené à bien.*

*A mes beaux frères Ameira, Boubaker, Amar, yacine, sayefeddine et mes belles sœurs et leurs enfants.*

*A tous les enseignants du département de Génie mécanique de l'université Mohamed Khider de Biskra*

*A tous ceux qui me sont chers*

# Sommaire

# Sommaire

Liste des tableaux.

Liste des figures.

Nomenclatures.

Introduction Générale.

## *Chapitre I : Généralité sur les structures sandwichs*

<b>Introduction</b> .....	<b>05</b>
<b>I.1. Définition des structures sandwichs</b> .....	<b>06</b>
<b>I.2. Domaine d'application des structures sandwichs</b> .....	<b>07</b>
<b>I.3. Constituants des structures sandwichs</b> .....	<b>08</b>
I.3.1. peaux .....	<b>09</b>
I.3.2. Cœur (L'âme) .....	<b>15</b>
<b>I.4. Endommagement des structures sandwichs</b> .....	<b>17</b>

## *Chapitre II : Comportement mécaniques des structures sandwichs en statique*

<b>Introduction</b> .....	<b>27</b>
<b>II.1. Comportement de la monocouche</b> .....	<b>27</b>
<b>II.2. Théorie classique des stratifiés</b> .....	<b>31</b>
<b>II.3. Théorie des plaques sandwichs</b> .....	<b>34</b>
II.3.1. Champ de déplacements .....	<b>35</b>
II.3.2. Champ des déformations .....	<b>35</b>
II.3.3. Champ des contraintes .....	<b>37</b>
<b>II.4. Relations fondamentales des plaques sandwichs</b> .....	<b>38</b>
II.4.1. Equation constitutive .....	<b>38</b>
<b>II.5. Flexion des poutres sandwichs</b> .....	<b>40</b>

<b>II.6. Mécanique linéaire de la rupture</b> .....	<b>48</b>
II.6.1. Mécanique de la rupture .....	49
II.6.2. les modes de rupture .....	49
II.6.3. Approche énergétique .....	50
II.6.4. Approche en contrainte .....	51
II.6.5. Détermination de l'énergie de délaminage sur une éprouvette (DPE) .....	52

### *Chapitre III : Etude Expérimentale*

<b>Introduction</b> .....	<b>57</b>
<b>III.1. Matériaux utilisés</b> .....	<b>58</b>
III.1.1. Peaux .....	58
III.1.2. Cœur .....	60
<b>III.2. Procédé d'élaboration du sandwich</b> .....	<b>62</b>
III.2.1. Elaboration des Peaux .....	62
III.2.2. Elaboration du sandwich .....	64
<b>III.3. Techniques expérimentaux</b> .....	<b>65</b>
III.3.1. Caractéristiques mécaniques des matériaux .....	65
III.3.1.1. Taux de fibres .....	65
III.3.1.2. Essai de traction dans les peaux .....	68
III.3.1.3. Essai de Flexion trois points dans les peaux .....	74
III.3.1.4. Essai de Compression dans le cœur .....	78
III.3.1.5. Essai de Flexion trois points dans les sandwiches .....	81
III.3.2 Délaminage en mode I d'ouverture .....	86
III.3.2.1. Délaminage en mode I d'ouverture dans les peaux .....	86
III.3.3.2. Délaminage en mode I d'ouverture dans les sandwiches .....	93
<b>III.4. Etude des faciès de rupture</b> .....	<b>100</b>
III.4.1. Essais de traction et flexion trois point des peaux .....	100
III.4.2. Essais du délaminage des peaux .....	101
III.4.3. Essais de flexion trois points des sandwiches .....	102

III.4.4. Essais du délaminage des sandwiches .....	102
----------------------------------------------------	-----

*Chapitre IV : Etude numérique du comportement mécanique des structures sandwiches*

<b>Introduction .....</b>	<b>104</b>
<b>IV.1. Détermination numérique des caractéristiques mécaniques du stratifié .....</b>	<b>104</b>
IV.1.1. Model d'homogénéisation de Mori-Tanaka .....	105
IV.1.2. Expression générale du tenseur de rigidité .....	106
IV.1.3. Résultats et discussion .....	107
<b>IV.2. Etude numérique d'essai de flexion trois points d'un sandwich .....</b>	<b>108</b>
IV.2.1. Résultats et discussion .....	109
<b>IV.3. Etude numérique du délaminage des sandwiches .....</b>	<b>111</b>
IV.3.1. Résultats et discussion .....	114
<b>Conclusion Générale .....</b>	<b>119</b>
<b>Références Bibliographiques .....</b>	<b>123</b>

## ***LISTE DES TABLEAUX***

<b>N° de Tableaux</b>	<b>Titre</b>	<b>N° de page</b>
<b>I-1</b>	Caractéristiques mécaniques des matrices thermodurcissables [18]	<b>11</b>
<b>I-2</b>	Caractéristiques mécaniques des matrices Thermoplastiques [18]	<b>12</b>
<b>I-3</b>	Caractéristiques Mécaniques des différents types du renfort [18]	<b>14</b>
<b>I-4</b>	Avantages et les inconvénients de l'utilisation de fibres naturelles dans les composites [17]	<b>14</b>
<b>I-5</b>	Caractéristiques Mécaniques en traction de quelques fibres naturelles.	<b>15</b>
<b>III-1</b>	Propriétés de la résine insaturée [18]	<b>58</b>
<b>III-2</b>	Propriétés du fibre de verre type E [18,28]	<b>59</b>
<b>III-3</b>	Caractéristiques des trois plaques	<b>63</b>
<b>III-4</b>	Taux de fibre dans les trois plaques	<b>66</b>
<b>III-5</b>	Dimension d'éprouvette de traction selon la norme ASTM D638 [40]	<b>68</b>
<b>III-6</b>	Module d'élasticité dans les deux types de peaux	<b>73</b>
<b>III-7</b>	valeurs du module d'élasticité dans les différents types du stratifiés et contreplaqué sollicité par flexion 3 points	<b>78</b>
<b>III-8</b>	Valeurs du module d'élasticité longitudinal et transversal du liège aggloméré	<b>81</b>
<b>III-9</b>	Rigidité globale dans les différents types des sandwiches	<b>85</b>
<b>III-10</b>	Détermination $G_{IC}$ dans les différents types des éprouvettes du délaminage	<b>92</b>
<b>III-11</b>	Détermination $G_{IC}$ dans les sandwiches différenciés par prédéfaut	<b>99</b>
<b>IV-1</b>	Caractéristiques les constituant du stratifié	<b>107</b>

<b>IV-2</b>	Les valeurs du module d'élasticités numériques et expérimentales	<b>108</b>
<b>IV-3</b>	Caractéristiques géométrique de la poutre sandwich	<b>108</b>
<b>IV-4</b>	Caractéristiques géométrique des sandwich du délaminage	<b>112</b>
<b>IV-5</b>	Déplacements expérimental et numérique du sandwich avec $a_0=70$ mm	<b>114</b>
<b>IV-6</b>	Déplacements expérimental et numérique du sandwich avec $a_0=30$ et $40$ mm	<b>115</b>
<b>IV-7</b>	Déplacements expérimental et numérique du sandwich avec $a_0=50$ et $60$ mm	<b>115</b>

# *Liste des figures*

<b>N° de figure</b>	<b>Titre</b>	<b>N° de page</b>
<b>I-1</b>	Schéma représentatif d'une structure sandwich	<b>6</b>
<b>I-2</b>	Panneau sandwich comparée à une poutre sous forme I [2]	<b>7</b>
<b>I-3</b>	Train à grande vitesse [12]	<b>08</b>
<b>I-4</b>	Structure d'un matériau composite [17]	<b>09</b>
<b>I-5</b>	Déférentes familles de la matrice [1]	<b>10</b>
<b>I-6</b>	Différentes familles du renfort [1]	<b>12</b>
<b>I-7</b>	Les différents types de fibres naturelles [19]	<b>15</b>
<b>I-8</b>	Différents types du cœur [11]	<b>17</b>
<b>I-9</b>	Différents modes de rupture dans les pales de la turbine [2]	<b>18</b>
<b>I-10</b>	Quatre types des sandwiches élaborés [27]	<b>21</b>
<b>I-11</b>	Différentes sollicitations appliquées sur un sandwich [11]	<b>23</b>
<b>I-12</b>	Flambement généralisé des peaux [11,14]	<b>23</b>
<b>I-13</b>	Rupture par flambage général du cœur [11,14]	<b>24</b>
<b>I-14</b>	Flambement localisé « wrinkling » [11,14]	<b>24</b>
<b>I-15</b>	Flambement localisé « dampling » [11,14]	<b>25</b>
<b>I-16</b>	Rupture des peaux en traction et en compression [11,14]	<b>25</b>
<b>I-17</b>	Rupture par indentation localisée [11,14]	<b>25</b>
<b>I-18</b>	Rupture par cisaillement du cœur [11,14]	<b>26</b>
<b>I-19</b>	types de dégradation de l'adhésif [11,14]	<b>26</b>
<b>II-1</b>	Repère local de monocouche [34]	<b>28</b>
<b>II-2</b>	Citation le repère global et local dans monocouche [34]	<b>29</b>
<b>II-3</b>	Théorie de stratifié [33]	<b>31</b>
<b>II-4</b>	Matériau orthotrope n couches [33]	<b>32</b>
<b>II-5</b>	Les efforts et les moments appliqués sur la plaque [35]	<b>33</b>

<b>II-6</b>	poutre en sandwich [32,33]	<b>34</b>
<b>II-7</b>	Géométrie du sandwich [32,33]	<b>40</b>
<b>II-8</b>	Poutre sandwich sollicité en flexion trois points	<b>44</b>
<b>II-9</b>	Modes de rupture [36,37]	<b>50</b>
<b>II-10</b>	Fissure de Griffith [36]	<b>51</b>
<b>II-11</b>	Profil de contraintes en front de fissure [36]	<b>52</b>
<b>II-12</b>	Eprouvette Double Poutre Encastree (D.P.E) [36,37]	<b>53</b>
<b>II-13</b>	Courbe de la compliance en fonction de $a_0$ [36,37]	<b>54</b>
<b>II-14</b>	Détermination des paramètres $n$ et $h$ [36,37]	<b>54</b>
<b>II-15</b>	Eprouvette de sandwich (D.P.E) [31].	<b>55</b>
<b>II-16</b>	Détermination les paramètres $m$ et $\Delta$ selon la théorie de la poutre modifié [31]	<b>56</b>
<b>III-1</b>	Résine polyester insaturé NORSODYNE S 2010 V	<b>59</b>
<b>III-2</b>	Fibre de verre de type E	<b>59</b>
<b>III-3</b>	Contreplaqué	<b>60</b>
<b>III-4</b>	Polystyrène expansé	<b>61</b>
<b>III-5</b>	Liège aggloméré de moyenne densité	<b>61</b>
<b>III-6</b>	Moulage par contact [18]	<b>64</b>
<b>III-7</b>	Les trois plaques élaborées	<b>64</b>
<b>III-8</b>	Quatre types de sandwiches	<b>65</b>
<b>III-9</b>	Les échantillons (1cm x 1cm) dans les tares)	<b>67</b>
<b>III-10</b>	L'ensemble (la tare +l'échantillon) dans la balance	<b>67</b>
<b>III-11</b>	Four et Dessicateur (la tare + sélicagel)	<b>67</b>
<b>III-12</b>	Eprouvette de la forme haltère pour les essais de traction	<b>68</b>
<b>III-13</b>	Les éprouvettes sous forme haltère	<b>68</b>
<b>III-14</b>	Positionnement d'éprouvette entre les mors avec l'extensomètre	<b>69</b>
<b>III-15</b>	Machine Universelle type INSTRON modèle 5969	<b>69</b>
<b>III-16</b>	Courbe contrainte- Déformation des stratifiés 04 couches sollicités par traction	<b>70</b>
<b>III-17</b>	Courbe contrainte- Déformation des stratifiés 06 couches sollicités par traction	<b>70</b>

<b>III-18</b>	Courbe contrainte- Déformation des stratifiés 08 couches sollicités par traction	<b>71</b>
<b>III-19</b>	Courbe contrainte- Déformation des contreplaqués sollicités par traction	<b>71</b>
<b>III-20</b>	Courbe contrainte- Déformation dans les deux types des peaux sollicités par traction	<b>72</b>
<b>III-21</b>	Dimension géométrique d'éprouvette sollicitée par flexion trois point	<b>74</b>
<b>III-22</b>	Eprouvette de 8 couches sollicitées par flexion trois point	<b>75</b>
<b>III-23</b>	Courbe Charge- Déplacement des stratifiés 04couches sollicités par flexion trois point	<b>75</b>
<b>III-24</b>	Courbe Charge- Déplacement des stratifiés 08couches sollicités par flexion trois point	<b>76</b>
<b>III-25</b>	Courbe Charge- Déplacement des contreplaqués sollicités par flexion trois points	<b>76</b>
<b>III-26</b>	Courbe Charge- Déplacement dans les deux types des peaux de sollicités par flexion trois point	<b>77</b>
<b>III-27</b>	Eprouvette sous forme rectangulaire pour les essais de compression	<b>78</b>
<b>III-28</b>	Positionnement l'éprouvette de compression entre les mors	<b>84</b>
<b>III-29</b>	Courbe Contrainte- Déformation des éprouvettes du liège aggloméré sollicités par compression dans le sens longitudinal	<b>79</b>
<b>III-30</b>	Courbe contrainte- Déformation des éprouvettes du liège aggloméré sollicités par compression dans les sens transversal	<b>80</b>
<b>III-31</b>	Dimension géométrique d'une plaque sandwich sollicitée par flexion trois points	<b>81</b>
<b>III-32</b>	les quatre types de panneaux sandwiches sollicités par flexion trois points	<b>82</b>
<b>III-33</b>	Courbe charge-déplacement des sandwiches Contreplaqué-Polystyrène sollicités par flexion trois points	<b>83</b>
<b>III-34</b>	Courbe charge-déplacement dans les sandwiches Contreplaqué-Liège aggloméré sollicités par flexion trois points	<b>83</b>
<b>III-35</b>	Courbe charge-déplacement dans les sandwiches Verre /Polyester Polystyrènes sollicités par flexion trois points	<b>84</b>
<b>III-36</b>	Courbe charge-déplacement dans les sandwiches Verre Polyester-Liège aggloméré sollicités par flexion trois points	<b>84</b>
<b>III-37</b>	Courbe charge-déplacement des 04 types des sandwiches (a, b, c et d) sollicités par flexion trois points	<b>85</b>
<b>III-38</b>	Eprouvette de type Double Poutre Encastrée (DPE)	<b>86</b>
<b>III-39</b>	Découpage des éprouvettes de délaminage	<b>87</b>
<b>III-40</b>	Dispositifs de liaison	<b>87</b>
<b>III-41</b>	Assemblage les deux charnières sur l'éprouvette (DPE)	<b>87</b>

<b>III-42</b>	Eprouvette (DPE) sur la machine universelle	<b>88</b>
<b>III-43</b>	Position de l'éprouvette DPE entre les mâchoires	<b>88</b>
<b>III-44</b>	Eprouvette DPE avec $a_0 = 31$ mm	<b>89</b>
<b>III-45</b>	Eprouvette DPE avec $a_0 = 42,5$ mm	<b>89</b>
<b>III-46</b>	Eprouvette DPE avec $a_0 = 50$ mm	<b>90</b>
<b>III-47</b>	Eprouvette DPE avec $a_0 = 57$ mm	<b>90</b>
<b>III-48</b>	Eprouvette DPE avec $a_0 = 68$ mm	<b>91</b>
<b>III-49</b>	Les paramètres $n$ et $h$	<b>92</b>
<b>III-50</b>	Eprouvette de sandwich (DPE) [31].	<b>93</b>
<b>III-51</b>	Les sandwiches différenciés par un prédéfaut	<b>94</b>
<b>III-52</b>	Position du sandwich entre les deux mores de la machine	<b>94</b>
<b>III-53</b>	Eprouvette DPE sur la machine	<b>95</b>
<b>III-54</b>	Essai du délaminage du sandwich	<b>95</b>
<b>III-55</b>	Essai du délaminage d'un sandwich avec $a_0 = 30$ mm	<b>96</b>
<b>III-56</b>	Essai du délaminage d'un sandwich avec $a_0 = 40$ mm	<b>96</b>
<b>III-57</b>	Essai du délaminage d'un sandwich avec $a_0 = 50$ mm	<b>97</b>
<b>III-58</b>	Essai du délaminage d'un sandwich avec $a_0 = 60$ mm	<b>97</b>
<b>III-59</b>	Essai du délaminage d'un sandwich avec $a_0 = 70$ mm	<b>98</b>
<b>III-60</b>	Les paramètres $ \Delta $ et $m$	<b>99</b>
<b>III-61</b>	Observation macroscopique et microscopique du stratifié à la traction	<b>100</b>
<b>III-62</b>	Observation macroscopique et microscopique du stratifié à la flexion trois points	<b>101</b>
<b>III-63</b>	Observation microscopique du stratifié au délaminage	<b>101</b>
<b>III-64</b>	Etapas de processus du délaminage [36]	<b>101</b>
<b>III-65</b>	Observation macroscopique et microscopique des sandwiches à flexion trois points	<b>102</b>
<b>III-66</b>	Observation macroscopique des sandwiches du délaminage	<b>103</b>
<b>IV-1</b>	Orientation effective de la fibre [45]	<b>107</b>
<b>IV-2</b>	Modélisation de la flexion 3 points sur ABAQUS.	<b>108</b>
<b>IV-3</b>	Maillage de la poutre sandwich soumise à la flexion trois points	<b>109</b>

<b>IV-4</b>	Déplacement de poutre sandwich en flexion trois points	<b>110</b>
<b>IV-5</b>	Résultats numérique (Charge-Déplacement) de sandwich Verre-Polyester/Liège aggloméré	<b>110</b>
<b>IV-6</b>	Charge- Déplacement : expérimentale et numérique du sandwich Verre-polyester/Liège aggloméré à la flexion trois point	<b>111</b>
<b>IV-7</b>	Modèle d'une poutre fissuré entre la peau et le cœur	<b>112</b>
<b>IV-8</b>	Charges appliquées sur sandwichs du délaminage	<b>112</b>
<b>IV-9</b>	Maillage de modèle (élément brique à 08 nœud) du sandwich du délaminage	<b>113</b>
<b>IV-10</b>	Déformation du sandwich après l'essai du délaminage	<b>114</b>
<b>IV-11</b>	Courbe charge- déplacement du sandwich de délaminage avec $a_0=70\text{mm}$	<b>116</b>
<b>IV-12</b>	Courbe charge- déplacement du sandwich de délaminage avec $a_0=30\text{mm}$	<b>116</b>
<b>IV-13</b>	Courbe charge- déplacement du sandwich de délaminage avec $a_0=40\text{mm}$	<b>117</b>
<b>IV-14</b>	Courbe charge- déplacement du sandwich de délaminage avec $a_0=50\text{mm}$	<b>117</b>
<b>IV-15</b>	Courbe charge- déplacement du sandwich de délaminage avec $a=60\text{mm}$	<b>118</b>

# *Nomenclatures*

$\lambda_{ijkl}$	Tenseur de rigidité.
$\eta^{kl ij}$	Tenseur de souplesse.
$\varepsilon_{ij}$	Tenseur de déformation
$\sigma_{ij}$	Tenseur de contraintes
$(1, 2, z)$	Repère local
$(1', 2', z)$	Repère global
$E_i$	Module d'élasticité de monocouche dans le sens $i$ .
$\nu_{ij}$	Coefficient de poisson de monocouche dans le plan $(i, j)$ .
$G_{ij}$	Module de cisaillement de monocouche dans le plan $(i, j)$ .
$e_i^0$	Déformation dans le plan.
$k_i^0$	Courbure du plan moyen
$N$	Effort normal
$T$	Effort tranchant
$M$	Moment de flexion
$A_{ij}$	Tenseur de rigidité de membrane
$B_{ij}$	Tenseur de couplage membrane-flexion.
$D_{ij}$	Tenseur de rigidité de flexion
$\gamma_{ij}^1$	Déformations en cisaillement transverse à la peau inférieure
$\gamma_{ij}^2$	Déformations en cisaillement transverse à la peau supérieure
$n_1$	nombre de couches respectivement dans la peau inférieure
$n_2$	nombre de couches respectivement dans la peau supérieure
$\dot{C}_{ij}^a$	coefficient de cisaillement transverse du cœur
$F_{ij}$	Rigidité en cisaillement
$\gamma_{ij}^a$	Déformations de cisaillement transverse dans le cœur.
$\varphi_i$	Angles de rotation de la normale au plan moyen par rapport l'axe $i$

$E_{Lm}$	Module d'élasticité longitudinale de la peau
$E_{LTm}$	Module d'élasticité transversale de la peau
$\nu_{LTm}$	Coefficient de poisson de la peau
$G_{LTm}$	Modules de cisaillement de la peau
$[Q_{ij}^m]$	Matrice de rigidité des peaux
$E_a$	Module d'élasticité du cœur
$\nu_a$	Coefficient de poisson du cœur
$G_a$	Modules de cisaillement du cœur
$Q_{ij}^a$	Matrice de rigidité du cœur
$D_{ij}^S$	Matrice de rigidité du sandwich en flexion
$D_{ij}^{*S}$	Matrice inverse de rigidité du sandwich en flexion
$h_1$	Epaisseur de la peau
$h$	Epaisseur du cœur
$I$	Moment quadratique de la section droite de la poutre
$P$	charge totale exercée au milieu de la poutre
$\omega_c$	La flèche au centre de la poutre
$U$	Energie de déformation élastique au sein de la plaque
$W$	Le travail des forces appliquées (contraintes);
$T$	La variation de l'énergie cinétique
$\Gamma$	L'énergie nécessaire pour la création des nouvelles surfaces de fissure
$a$	Longueur de la fissure
$K$	l'intensité de contrainte en mode I de rupture
$Y$	facteur de forme, de la géométrie de l'éprouvette et du type de sollicitation.
$G_{IC}$	Taux de restitution d'énergie
$b$	Largeur de l'éprouvette
$C$	La compliance
$\delta$	Le déplacement

$n, h, m, \Delta$	intrinsèques au matériau
$m_f$	Fraction massique
$M_C$	masse totale de l'échantillon
$M_f$	masse des fibres recueillies
$D_G$	Rigidité globale du sandwich
$L^i$	Le pseudo-tenseur de localisation
$f^i$	Fraction volumique de chaque phase.
$C^0$	tenseur de rigidité de la résine,
$S_{Esh}^i$	tenseur d'Eshelby
$v_f, v_m$	fractions volumiques de fibre et de la matrice
$C^m, C^f$	tenseur de rigidité de la matrice et de la fibre
$A^f$	tenseur de concentration de déformations mécaniques dilué de la fibre
$\lambda$	acteur de contrôle d'orientation. Pour un renfort aléatoire

# **Introduction Générale**

## Introduction générale

Les matériaux composites sont apparus depuis les années du 20<sup>ème</sup> siècle, c'est un autre type de matériau qui a rapidement concurrencé les métaux dans plusieurs domaines d'applications.

Les matériaux composites à matrice polymère sont constitués d'un renfort sous forme de fibres et d'une matrice polymérique. Leur assemblage donne un matériau dont les propriétés sont meilleures à celles de chacun des composants. Ils sont de plus en plus utilisés, surtout dans l'aéronautique où ils offrent de nombreux avantages. Tout d'abord, leur fabrication permet d'offrir des solutions de conception nécessitant moins de pièces qu'une solution métallique.

Le principal avantage de ces matériaux est la possibilité de choisir la formulation de résine ou les renforts en fonction de la situation dans laquelle la pièce se trouvera lors de son utilisation. Il est ainsi possible d'ajouter des charges d'antimoine afin de rendre le matériau ignifuge (résistant au feu) ou d'utiliser des fibres d'aramide afin de procurer à la pièce une bonne résistance aux chocs. Mais l'avantage principal qu'offrent ces matériaux pour l'industrie aéronautique est leur faible poids pour d'excellentes qualités mécaniques. Une application très populaire de cet avantage est l'utilisation de structures sandwiches qui combinent légèreté et bonnes propriétés en flexion [1]

L'utilisation des structures sandwiches dans les domaines d'application de l'aérospatiale et l'infrastructure civile a été augmentée, notamment en raison de leur très faible poids qui conduit à une réduction dans le poids total et la consommation de carburant, une grande rigidité en flexion ; en cisaillement et une résistance à la corrosion [2].

Ces matériaux sont capables d'absorber une grande quantité d'énergie sous des charges d'impact, ce qui entraîne une haute résistance aux chocs structurels.

D'une façon simple; la structure sandwich est une forme spéciale de composites stratifiés, composée de deux peaux mince et un cœur épais légère entre eux. Une structure sandwich offrira des différentes propriétés mécaniques avec l'utilisation de différents types

de matériaux car la performance globale des structures sandwich dépend des propriétés des constituants [2]. Les peaux sont solides et rigides à la fois en traction et en compression par rapport à la faible densité de matériau de l'âme dont le but principal est de maintenir un moment d'inertie élevée.

Cette structure hétérogène en multicouche de ce type de matériaux les rend le siège de plusieurs type d'endommagement produit pendant la mise en œuvre ou au cours des sollicitations externes.

Le but de cette étude et la mise en évidence qualitative de ces types d'endommagement ainsi que l'utilisation de certaines théories pour l'étude quantitative et numérique.

Nous avons élaborés différents types de plaques sandwiches constituées en contreplaqué et en stratifié (Verre polyester) dans les peaux et en liège aggloméré et en polystyrène dans les cœurs. Les éprouvettes réalisées sont utilisées pour déterminer leurs caractéristiques mécaniques et étudier la rupture en mode I par le délaminage.

Les différents types des sandwiches élaborés sont:

- (a) deux peaux de contreplaqué d'épaisseur 3,5 mm entre un cœur en polystyrène d'épaisseur 20 mm.
- (b) deux peaux de contreplaqué d'épaisseur 3,5 mm entre un cœur en liège aggloméré d'épaisseur 15 mm.
- (c) deux peaux de stratifié de quatre couches d'épaisseur de 3,5 mm entre un cœur en polystyrène d'épaisseur 20.
- (d) deux peaux de stratifié de quatre couches d'épaisseur de 3,5 mm entre un cœur en liège aggloméré d'épaisseur 15 mm.

Nous avons élaborés aussi des différents types de stratifiés Verre polyester pour les études du comportement et pour utiliser comme des peaux avec le contreplaqué qui est disponible au marché.

Les essais réalisés dans notre étude sont :

- Des essais de traction et flexion trois point pour les peaux.
- Des essais de flexion trois points pour les quartes types de sandwich.
- Des essais de compression pour le cœur (liège aggloméré).
- Des essais du délaminage pour le stratifié et pour le sandwich.

Tous ces essais ont été réalisés au niveau de hall technologique du département de Génie mécanique à l'université de Biskra.

Dans l'étude numérique on a utilisé le modèle de Mori-Tanaka pour calculer le module d'élasticité et le coefficient de Poisson du stratifié et comparés avec les résultats expérimentaux du stratifié.

On a utilisé aussi le code d'élément fini ABAQUS pour l'étude numérique d'essai de flexion trois points et pour d'essai du délaminage d'un sandwich (Verre- polyester/ liège aggloméré) et pour

Cette thèse, dédiée à l'étude de l'endommagement dans les composites sandwiches se compose de quatre chapitres :

Les deux premiers chapitres de cette thèse sont consacrés à une synthèse bibliographique.

- **Le chapitre I** présente une généralité sur les structures sandwiches. On commence par une définition de ces structures et les domaines d'applications, ensuite les constituants, et enfin l'endommagement de ces structures.
- **Le chapitre II** présente le comportement mécanique des structures sandwiches. Il commence par le comportement de la monocouche et la théorie classique des stratifiés, ensuite la théorie des plaques sandwiches et enfin la mécanique linéaire de la rupture.
- **Le chapitre III** consacré à une étude expérimentale est partagé en quatre parties :
  - Première partie donne les détails sur les matériaux utilisés et les procédés d'élaboration de ces matériaux.
  - Deuxième partie est dédié à la caractérisation mécanique de différentes plaques sandwiches et des différents types des peaux élaborées. Nous avons réalisé plusieurs essais (traction et flexion trois points pour les peaux et compression pour le cœur) pour déterminer les caractéristiques mécaniques de ces matériaux.
  - Troisième partie est consacré à l'étude de la rupture en mode I. Nous avons procédé à l'essai du délaminage dans le stratifié à 04 couches et dans un sandwiches qui se compose du liège aggloméré dans le cœur et deux peaux en verre- polyester de 04 couche. La résistance au délaminage sera caractérisée dans notre cas par la ténacité de matériau.
- Dans la quatrième partie, des faciès de rupture ont été effectuées par un microscope (microscopique) et par un appareil photo numérique (macroscopique) en différents points des surfaces de propagation de la fissure.

- **Le chapitre IV** est consacré à l'étude numérique qui comporte :
  - Détermination numérique des caractéristiques mécaniques du stratifié par le modèle d'homogénéisation de Mori- tanaka.
  - Etude numérique d'essai de flexion trois points d'un sandwich (Verre- polyester/ liège aggloméré) en utilisant le code d'éléments finis ABAQUS.
  - Etude numérique d'essai de délaminage d'un sandwich (Verre- polyester/ liège aggloméré) en utilisant le même code d'éléments finis ABAQUS.

Les résultats obtenus seront comparés avec ceux obtenus expérimentalement.

Cette étude est achevée par une conclusion générale résumant les principaux résultats obtenus et donnant quelques perspectives à cette étude.

# **Chapitre I**

## **Généralités sur les structures sandwiches**

## Chapitre I

# Généralités sur les structures sandwiches

### Introduction :

Les matériaux composites sont constitués de deux ou plus matériaux différents collés entre eux de façon à utiliser les propriétés de chaque constituant pour améliorer l'assemblage globale. Les matériaux composites prévalent sur les matériaux monolithique, parce qu'ils offrent beaucoup d'avantages comme une grande résistance, grande rigidité, longue durée de vie en fatigue, faible densité, une résistance à la corrosion et une isolation acoustique. C'est pour ces raisons que les composites ont une grande performance structurelle, haute résistance spécifique (par rapport de densité) et une grande rigidité spécifique (par rapport de densité). Par conséquent, ils ont une large utilisation dans l'industrie de transport en raison de la consommation de carburant. En plus, ils sont utilisés dans les structures de marine et les infrastructures. Ils offrent une grande souplesse à la conception et un choix plus grand dans la fabrication [2, 3].

Il existe trois classifications principales de matériaux composites : les composites à particules renforcées, les composites à fibre renforcée et les structures composites.

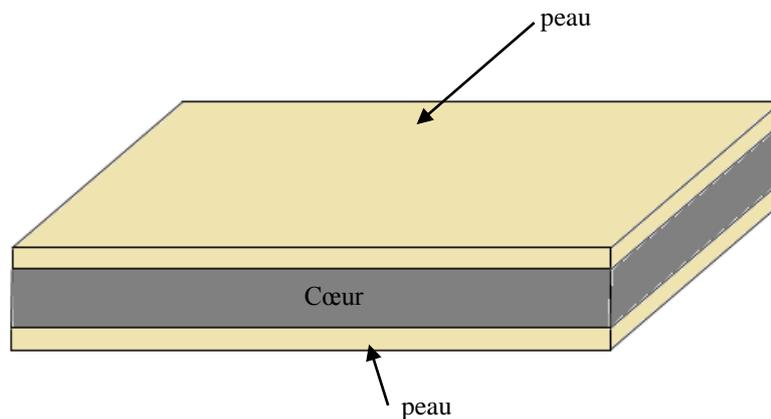
Dans les composites à particules renforcées, les particules sont presque de même taille dans toutes les directions et en général la phase particulaire est plus dure et plus rigide que la matrice.

Dans les composites à fibre renforcées, leurs propriétés mécaniques dépendent des propriétés des fibres. Les charges appliquées seront transmises à la fibre par la matrice à travers l'interface fibre/matrice.

la conception géométrique des éléments influent sur les propriétés mécaniques de la structure. Les structures composites les plus usuelles sont les composites stratifiés et les plaques sandwiches [4].

### I.1. Définition des structures sandwiches :

Une structure sandwich est une forme spéciale, elle se compose de deux peaux fines, liées à un cœur léger et épais (Figure.I.1). Les deux peaux sont rigides et le cœur est relativement faible et souple, mais lorsqu' ils sont combinés sous forme de structure sandwich, ils produisent une structure rigide, solide et très légère. [5].



**Figure I.1. Schéma représentatif d'une structure sandwich**

Dans les sandwichs, les peaux sont souvent identiques en matériaux et épaisseur. Ces structures sont appelées des sandwichs symétriques. Cependant dans certains cas spéciaux les deux peaux peuvent avoir deux épaisseurs ou deux matériaux différents, ils sont variés suivant les conditions des chargements ou l'environnement du travail. Ces structures sont appelées des sandwichs asymétriques.

En général les sandwichs sont symétriques; la variété d'élaboration de sandwich dépend de la structure du cœur. Il peut être d'un matériau quelconque ou d'une quelconque forme d'architecture, mais ils sont généralement classés en plusieurs types; cœur en mousse ou solide, cœur en nid d'abeille, cœur en carton ondulé et treillis.

L'adhérence des peaux et le cœur est un autre critère important pour le transfert des charges et pour le fonctionnement de la structure sandwich dans son ensemble[6]. La notion fondamentale d'une structure sandwich est que les peaux supportent les charges de flexion alors que le cœur supporte les charges de cisaillement.

Les semelles sont fortes et rigides en traction et compression comparées à la densité faible du matériau du cœur [7]. Par conséquent, les panneaux sandwichs sont efficaces dans la flexion. En plus ils offrent une bonne résistance au flambage et au cisaillement.[7, 8].

Une structure sandwich fonctionne de la même manière qu'une poutre traditionnelle sous forme I, qui comporte une bande reliée à deux brides (Figure I.2). La bande de liaison

permet aux brides d'agir ensemble et de résister à des contraintes de cisaillement. Dans la structure sandwich le cœur et les peaux sont des matériaux différents. Le cœur fournit un support continu plutôt que d'être concentrées dans une bande étroite à la poutre traditionnelle.

Lorsque la structure sandwich est soumise à la flexion, les peaux fonctionnent ensemble pour résister contre le moment de flexion à l'externe, afin qu'une peau est chargé en compression et l'autre en traction. Le cœur résiste aux forces transversales, en même temps, que les peaux supportent et se stabilisent entre eux contre le flambement. [9].

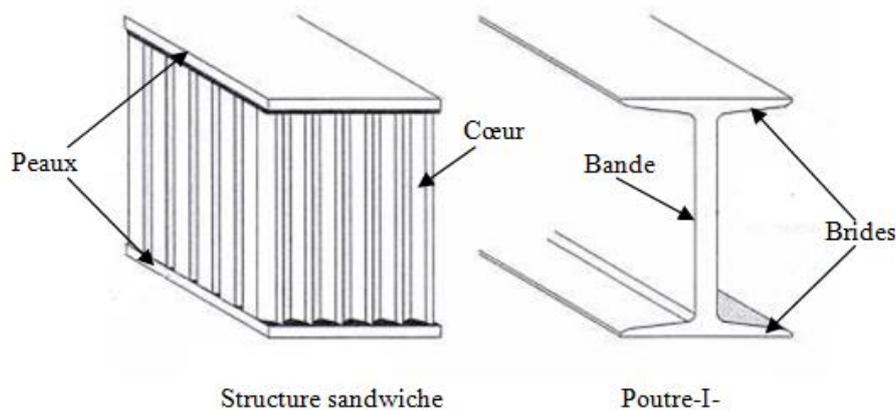


Figure I.2. Panneau sandwich comparée à une poutre sous forme I [2]

## I.2. Domaine d'application des structures sandwiches

Les structures sandwiches ont été inventées au début du 19<sup>ème</sup> siècle [10]. Ces structures accordent de grandes possibilités dans plusieurs domaines très différents. Le but principal est d'augmenter le rapport rigidité/poids, en utilisant des matériaux légers dans le cœur des structures sandwiches. Il existe plusieurs domaines d'application, ainsi on peut citer quelques secteurs d'utilisation des structures sandwiches.

Les structures sandwiches sont utilisées dans l'industrie du bâtiment, pour leurs excellentes caractéristiques d'isolation thermique qui sont prises en compte. Il existe aussi d'autres raisons tels que le coût, la stabilité, la résistance au choc, la durée de vie, la résistance à la fatigue, maintenance réduite, facilité de réparation et capacité d'atténuation des vibrations.[11].

Dans le domaine ferroviaire, on utilise les structures sandwiches pour la fabrication des cabines de trains à grande vitesse (TGV) pour leurs caractéristiques intéressantes et leurs bonnes résistances au feu. Grace à ces structures, la vitesse de ces trains peut atteindre 550 Km/h. [10, 11]. On utilise les structures sandwiches en mousse et fibre de verre pour la

fabrication du bouclier avant du train à grande vitesse (Figure.I.3). Le besoin principal dans la conception du bouclier est le comportement à l'impact. Dans le cas d'un choc frontal, le bouclier avant doit absorber le maximum de quantité d'énergie possible. [12].



**Figure.I.3. Train à grande vitesse [12]**

Dans le domaine du transport par route, les bus sont parmi les premiers à remplacer les panneaux en métal par des panneaux sandwichs. Malgré que dans le cas des structures planes les panneaux en aluminium sont préférés, les structures tridimensionnelles sont réalisées en matériaux composites [11].

Dans le domaine aéronautique, les propriétés anti-feu des panneaux sandwichs sont primordiales pour leurs utilisations intérieures des cabines. La norme anti-feu est très stricte et parfois difficile à atteindre, ce qui limite l'utilisation de ces matériaux. Ces dernières années, la plupart des avions civils ont également adopté cette construction pour de nombreux composants. Comme les planchers de l'avion Boeing 747 sont fabriqués à partir d'un panneau sandwich de balsa et de feuille d'aluminium [10].

En ce qui concerne la conception des hélicoptères, 25% de la masse de la structure est réalisée en matériaux composites. Toutefois, des éléments de structure primaire sont réalisés en sandwich. [13].

### **I.3. Constituants des structures sandwiches**

Le concept de sandwich est une technique bien établie de construction qui combine le poids avec la rigidité et la résistance. On dit alors qu'une structure sandwich est constituée d'un matériau plus résistant et plus rigide. [14]. Les différents éléments constitutifs des structures sandwiches sont les peaux et le cœur.

### I.3.1. Peaux :

Dans une structure sandwich les peaux peuvent être réalisés en plusieurs matériaux différents, un matériau isotrope, orthotrope ou un matériau composite. Le choix de la nature de la peau s'effectue principalement en fonction des performances mécaniques exigées. L'aluminium, fibre de verre, graphite et l'aramide sont les matériaux les plus utilisées dans les semelles. Cependant, pour minimiser le poids de la structure on préfère généralement des peaux en matériaux composites. [2, 15].

#### I.3.1.1. Peaux en matériaux composites :

Un matériau composite est constitué d'une phase continue (matrice) et d'une phase discontinue (renfort).

L'épaisseur des peaux varie entre 0,25mm et 40mm selon les spécifications de la conception.

L'utilisation du matériau composite doit être claire pour pouvoir choisir la matrice et le renfort. [2, 14 et 16].

Dans ces composites, la matrice exécute plusieurs fonctions dans la structure composite, certaines sont la liaison et la transmission de la charge aux fibres et la protection du renforcement des fibres contre l'attaque chimique, l'endommagements mécaniques et d'autres effets d'environnement tels (humidité, hydratation, etc..). Le schéma général d'un matériau composite est donné par la (Figure.I.4).

Le rôle de la fibre est de supporter les charges exercées sur le composite et améliorer la rigidité, la résistance, la stabilité thermique et d'autres propriétés structurelles. [3, 17].

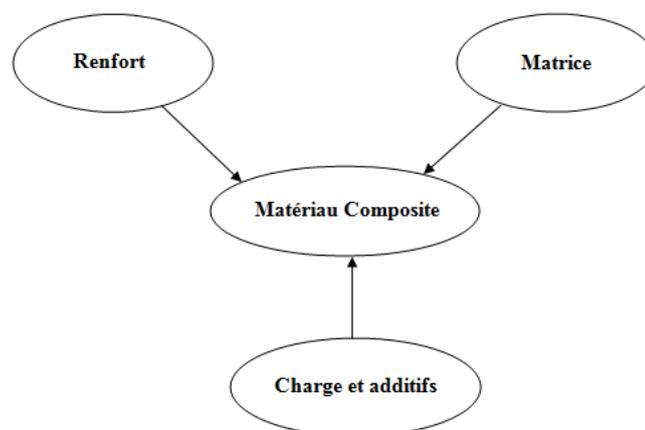


Figure.I.4. Structure d'un matériau composite

**I.3.1.1.1. Matrice:**

La matrice a pour rôle de lier les fibres, répartir les contraintes encaissées, apporter la tenue chimique de la structure et donner la forme désirée au produit.

La classification des types de matrices couramment rencontrées est donnée sur la figure I.5.

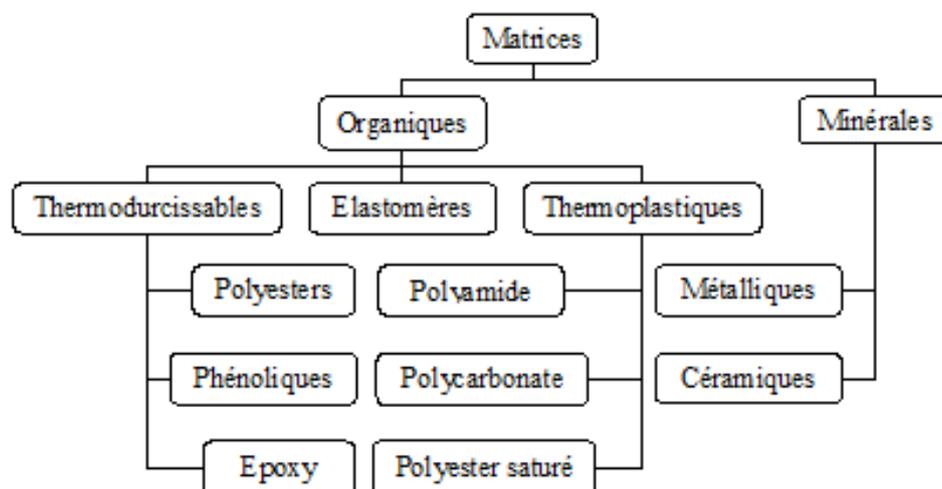
On utilise actuellement surtout des résines thermodurcissables que l'on associe à des fibres longues, mais l'emploi de polymères thermoplastiques renforcés de fibres courtes se développe fortement.

Il est important de bien situer les différences fondamentales de ces deux types de matrices.

- La structure des thermoplastiques se présente sous forme de chaînes linéaires, il faut les chauffer pour les mettre en forme (les chaînes se plient alors), et les refroidir pour les fixer (les chaînes se bloquent). Cette opération est réversible.

La structure des thermodurcissables a la forme d'un réseau tridimensionnel, se ponté (double liaison de polymérisation) pour durcir en forme de façon définitive, lors d'un échauffement. La transformation est donc irréversible [18].

La résine époxy, polyesters insaturés sont les plus utilisés comme des résines thermodurcissables. Une grande série de propriétés physiques et mécaniques peut être obtenue en utilisant ces résines. Les propriétés mécaniques de la matrice dépendent de sa composition chimique. Le produit chimique de la matrice contrôle les propriétés mécaniques tandis que le durcissement chimique contrôle la densité et la longueur du réseau formé. Le durcissement est généralement complété par un programme impliquant la chaleur et gardant la résine à un ou plusieurs niveaux de température à un temps donné.



**Figure.I.5. Différentes familles de la matrice[1]**

Le tableau (I.1) représente les caractéristiques mécaniques des matrices thermodurcissables

Matrices TD	Densité gr/m <sup>2</sup>	Module Délasticité Mpa	Module de cisaillement Mpa	Coefficient de Poisson	Contrainte de rupture (Traction)Mpa	Allongement à la rupture %
Epoxyde	1200	4500	1600	0,4	130	2
Phénolique	1300	3000	1100	0,4	70	2,5
Polyester	1200	4000	1400	0,4	80	2,5
Polycarbonate	1200	2400	//	0,35	60	//
Vinylester	1150	3300	//	//	75	4
Silicon	1100	2200	//	0,5	35	//
Uréthane	1100	700à7000	//	//	30	100
polyimide	1400	4000à19000	1100	0,35	70	1

**Tableau.I.1. Caractéristiques Mécaniques des matrices Thermodurcissables [18]**

La chaîne de résines thermoplastiques ne sont pas liés entre eux mais ils sont des unités monomères et avec une masse moléculaire très élevé de sorte qu'il y a une grande concentration d'enchevêtrements moléculaire agissant comme des liaisons transverses.

Les thermoplastiques par rapport aux thermodurcissables, ont une bonne résistance aux produits chimiques et une stabilité thermique. Beaucoup de thermoplastiques prouvent une bonne résistance à l'absorbition d'eau. Les matrices thermoplastique les plus utilisées sont [18]:

- Polyamide (PA) caractérisé par une bonne résistance à la fatigue;
- Polysulfure de phénylène (PPS) a une résistance à l'hydrolyse ;
- Polysulfures (PSU et PPS), bonne stabilité chimique et à l'hydrolyse, peu de fluage;
- Polypropylène (PP), peu onéreux et assez stable en température, mais combustible.

De plus en plus, on utilise des thermoplastiques thermostables (tenue en température > 200 °C et bonnes propriétés mécaniques), en particulier les suivants :

- Polyamide-imide (PAI) ;
- Polyéther-imide (PEI) ;
- Polyéther-sulfone (PES) ;
- Polyéther-éther-cétone (PEEK).

Le tableau I.2 montre les caractéristiques mécaniques des matrices thermoplastiques.

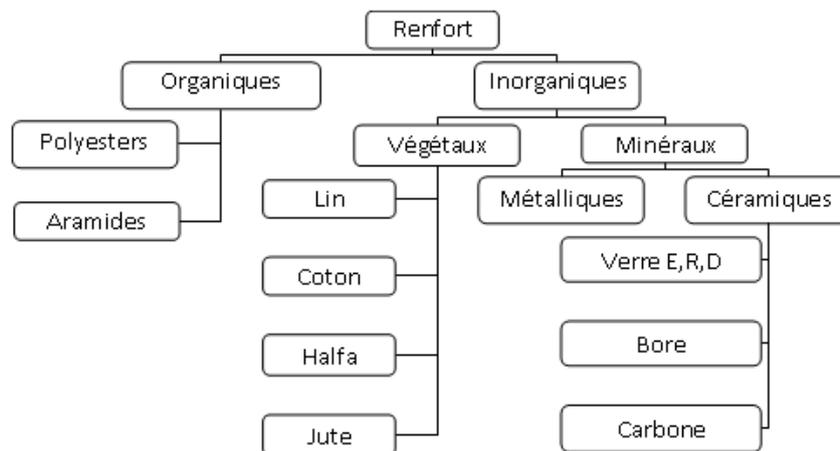
Matrices TP	Densité gr/m <sup>2</sup>	Module Délasticité Mpa	Coefficient de Poisson	Contrainte de rupture (Traction)Mpa	Allongement à la rupture %
PP	900	1200	0,4	30	20 à 400
PPS	1300	4000	//	65	100
PA	1100	2000	0,35	70	200
PES	1350	3000	//	85	60
PEI	1150	3300	//	105	60
PEEK	1300	4000	//	90	50

**Tableau I.2. Caractéristiques Mécaniques des matrices Thermoplastiques [18]**

### I.3.1.1.2. Renfort

Les renforts sous forme de fibres contribuent uniquement à améliorer la résistance mécanique et la rigidité de la pièce dans laquelle ils sont incorporés. Le choix de types de renfort est important pour l'élaboration d'une structure composite. Les différentes familles du renfort couramment rencontrés est indiquée sur la Figure I.6.

Il y a beaucoup de matériaux de renfort disponibles pour l'utilisation dans les matériaux composites. Ces matériaux ont une rigidité élevée et une densité relativement faible. Pour cela, ils existent plusieurs types et styles de renfort. [18]



**Figure.I.6. Différentes familles de renfort.[1]**

**Fibre de verre** est obtenue à partir de sable (silice SiO<sub>2</sub>) avec des additions, calcium, bore, sodium et l'oxydes d'aluminium. On distingue trois types de fibres :

- **verre-E**, pour les composites de grande diffusion et les applications courantes. Il a une bonne résistance de rigidité et une bonne résistance électrique.

- **verre-R**, est employée quand on a besoin d'une grande résistance à la corrosion.
- **verre-D**, est utilisée comme matériau de renforcement, il a un grand module de Young et une grande résistance à la température par rapport la fibre de Verre - E.

Les fibres de verre, qui sont produites à partir du verre en fusion passent à travers des filières de 3 à 25  $\mu\text{m}$  où il est refroidi. Les propriétés des fibres de verre dépendent de la nature du verre (pourcentage d'oxydes métalliques) et peu de leur technique de fabrication [11].

**Fibre de carbone** est un renforcement moderne caractérisé par un poids extrêmement bas, haute résistance à la traction et une grande rigidité. Le matériau est facilement maniable et peut être modelé comme la fibre de verre. Cependant, quelques techniques plus avancées sont nécessaires pour obtenir le maximum des propriétés de matériau. La fibre de carbone est aussi la plus chère de toutes les fibres de renforcement. Les fibres de carbone sont constituées de petits cristaux de graphite d'à peu près 08  $\mu\text{m}$  de diamètre.

Les fibres de carbone ont des modules qui varient de 150 à 800 GPa et une masse volumique en général inférieure à 2000  $\text{kg}/\text{m}^3$ . Sa résistance à l'impact est mauvaise, et il est inflammable et conduit l'électricité [11, 18].

**Fibre d'aramide** est formée de polyamides aromatiques. Elles forment le groupe de fibres polymères avec un module le plus important. Les fibres aramides sont produites par Dupont sous le nom commercial Kevlar. Le Kevlar présente la plus faible densité de toutes les fibres de renforcement et une grande résistance à la traction. Sa valeur est entre la fibre de verre et celle de carbone, ayant des modules allant de 60 à 180 GPa et une masse volumique d'environ 1400  $\text{kg}/\text{m}^3$ . Ces fibres ont deux avantages particuliers, elles sont les moins denses et les plus résistantes à l'impact. Il est possible de trouver deux types de fibres d'aramide de rigidités différentes : la fibre à basse module utilisée pour les câbles et les gilets pare-balles et la fibre à haute module employée dans le renforcement pour les composites hautes performances [11, 18].

Le choix de la nature et la séquence des couches dépendent de l'usage auquel est destinée la structure sandwich. Considérées sans rigidité propre en cisaillement, les peaux ont pour but de reprendre les efforts de flexion traduits par des contraintes normales (traction ou compression).

Le tableau I.3 présente les caractéristiques mécaniques des différents types de renfort

Types de renfort	Densité gr/m <sup>2</sup>	Module Délasticité Mpa	Module de cisaillement Mpa	Coefficient de Poisson	Contrainte de rupture (Traction)Mpa	Allongement à la rupture %	Diamètre de filament (µm)
Verre E	2600	73000	30000	0,25	2500	3,5	16
Verre R	2500	86000	//	0,2	3200	4	10
Carbon HM	1800	390000	20000	0,35	2500	0,6	6,5
Carbone HR	1750	230000	50000	0,3	3200	1,3	7
Kevlar 49	1450	130000	12000	0,4	2900	2,3	12
Bore	2600	400000	//	//	3400	0,8	100

**Tableau.I.3. Caractéristiques Mécaniques des différents types du renfort [18]**

**Fibres naturelles** comme le lin, le chanvre, sisal, jute et le palmier ont certains avantages technico-économiques et écologiques par rapport aux fibres synthétiques (fibres de verre, carbone, aramide ...). La combinaison intéressante de leurs propriétés mécaniques et physiques ainsi que leur caractère respectueux de l'environnement a suscité un intérêt dans un certain nombre de secteurs industriels, notamment l'industrie automobile [17]. Les avantages et les inconvénients de l'utilisation de fibres naturelles dans les composites sont donnés dans le tableau I.4 :

<b>Avantages</b>	<b>Inconvénient</b>
Faible coût	Absorption d'eau
Biodégradabilité	Faible stabilité dimensionnelle
Ressource renouvelable	Faibles tenu thermique (230° C max)
Demande peut d'énergie pour être produite	Renfort discontinu
Bonne isolation thermique et acoustique	Mauvaise tenu en vieillissement

**Tableau.I.4. Avantages et les inconvénients des fibres naturelles dans les composites [17]**

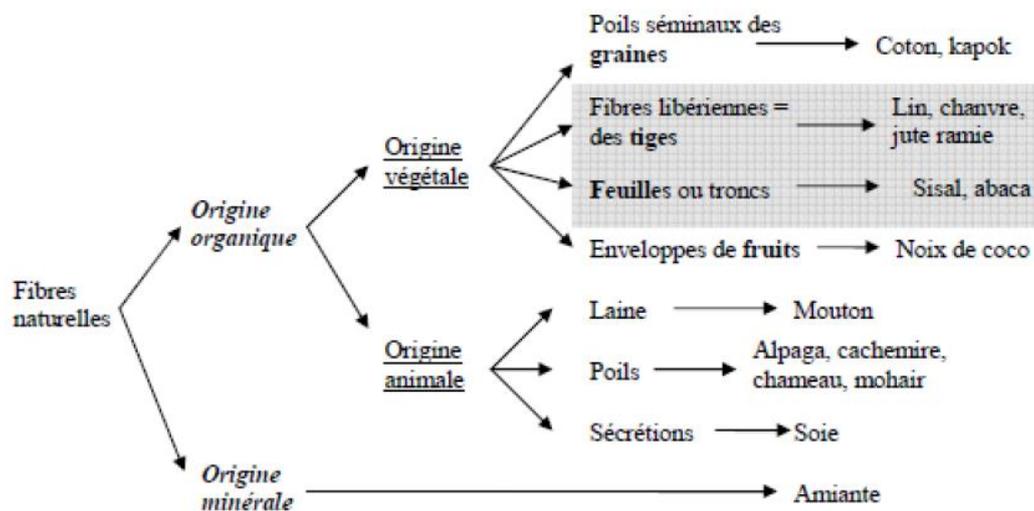
Les fibres végétales (coton, lin, chanvre, jute, sisal, coco, abaca, bois,...) sont des structures biologiques principalement composées de cellulose, hémicelluloses et de lignine. La cellulose est un polymère qui, contrairement aux autres composantes de la fibre qui ont une structure amorphe, possède une structure en grande partie cristalline [17].

Le **Tableau.I.5** présente les caractéristiques mécaniques en traction de différentes fibres d'origine naturelles.

Fibre	E (Gpa)	$\epsilon_r$ (%)	$\sigma_r$ (Mpa)	Densité
Lin	12-85	1-4	600-2000	1,54
Chanvre	35	1,6	389	1,07
Jute	26,5	1,5-1,8	393-773	1,44
Sisal	9-21	3-7	350-700	1,45
Noix de coco	4-6	15-40	131-175	1,15
Coton	5,5-12,6	7-8	287-597	1,5-1,6

**Tableau.I.5. Caractéristiques Mécaniques en traction de quelques fibres naturelles. [17]**

La figure I.7 représente des différents types de fibres naturelles.



**Figure.I.7. Les différents types de fibres naturelles [19]**

### I.3.2. Cœur (L'âme)

Le deuxième composant principal de la structure sandwich est le cœur (l'âme). Le cœur en général a une très faible résistance à la flexion. Son rôle est de supporter les efforts de compression et de cisaillement, [11]. D'habitude les peaux sont identiques en matériaux et en épaisseurs ; la variété des types de construction de sandwich dépend principalement de la configuration du cœur [6]. Pour maintenir l'efficacité de la structure sandwich, le cœur doit être suffisamment solide pour résister à la charge de compression et de cisaillement. Si le cœur effondre, la rigidité globale de la sandwich est perdue. La densité du cœur en général

varie entre  $16 \text{ Kg/m}^3$  et  $900 \text{ Kg/m}^3$  [2]. Parmi les plusieurs types des cœurs qui existent sur le marché on cite les trois cas suivants :

- **Mousse** est la plus utilisée par rapport aux autres types de cœur. Elle est élaborée à partir de polychlorure de vinyle, polystyrène, polyuréthane ou d'autres polymères synthétiques. Leur masse volumique varie entre  $30$  et  $300 \text{ kg/m}^3$  et leur épaisseur varie entre  $3$  et  $40 \text{ mm}$  [11]. Elles sont thermo formables et permettent donc de réaliser des pièces de formes complexes. Leurs caractéristiques mécaniques sont une bonne adhérence à la résine, peu d'absorption d'eau, et une faible résistance à l'impact.
- **Bois** : il est utilisé pour sa très bonne résistance à la compression. Le balsa et le liège sont les variétés les plus courantes car ils sont les plus légers. Le bois est le matériau le moins cher, mais il est le plus poreux.
- **Nid d'abeilles** : c'est une série de cellules nichées ensemble pour former une structure similaire en apparence. Une tranche d'une section transversale à la forme d'une cellule d'abeilles. Le nid d'abeille est résistant au feu, souple, léger, avec une bonne résistance à l'impact. Il offre la meilleure résistance au rapport de poids dans les matériaux de cœur. Le cœur en nid d'abeille est utilisé principalement pour les applications structurelles dans l'industrie aérospatiale. Les structures en nid d'abeille utilisent une variété de matériaux différents. Le cœur a une structure hexagonale qui peut être réalisé en divers matériaux comme le papier et l'aluminium. Ses caractéristiques mécaniques dépendent du matériau et de la taille des cellules. Sa masse volumique varie de  $15$  à  $100 \text{ kg/m}^3$  et son épaisseur de  $3$  à  $50 \text{ mm}$ . On peut le courber modérément, mais les cellules se déforment et alors les propriétés mécaniques changent selon l'orientation. Le collage peut être un problème, car il se réalise sur la tranche de la structure. Leurs propriétés sont exceptionnelles, mais ils sont difficiles à former et leurs prix sont élevés. Les variétés les plus courantes sont le Nomex et le Korex et sont fabriquées à partir de Kevlar.

La figure I.8 présente plusieurs types de cœur

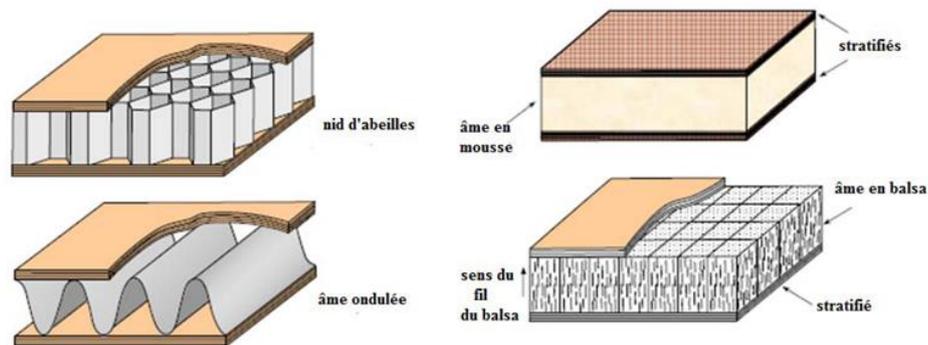


Figure.I.8. Différents types de cœur [11]

#### I.4. Endommagement des structures sandwiches :

L'endommagement des structures sandwiches a été étudié par plusieurs chercheurs. Les propriétés critiques varient selon les domaines d'application des structures sandwiches. [7].

Norlin et Reuterlöv en 2002 ont étudiés le comportement des pales de la turbine éolienne sous l'effet des charges appliquées. Les sections du sandwich dans les pales de la turbine sont soumises à une combinaison complexe des contraintes dans le plan et hors plan.

Ces contraintes doivent être prises en considération dans la conception et dans les étapes de fabrication des pales de la turbine. Ces effets peuvent causer différents modes de rupture comme illustré à la Figure I.9 [2].

Les deux modes de rupture (a) et (b) sont les résultats des charges hors plan où en (a) la rupture du stratifié est causée par la compression ou la traction, en (b) la rupture du cœur est par cisaillement. Les deux autres modes de rupture (c et d) sont décrites comme étant le flambage local. La rupture peut survenir de deux façons, dans la première manière une ride devenant instable peut devenir une indentation (c) ou le stratifié peut boucler vers l'extérieur.

Ces défauts sont causés par un manque à la résistance de compression du cœur ou des peaux. Donc la résistance au flambage de la structure dépend de trois propriétés ; le module de flexion du stratifié et le module de cisaillement et le module de compression ou de traction du cœur. Deux propriétés ont une relation avec le cœur. Cependant la façon la plus décisive pour améliorer les propriétés mécaniques de la structure est d'augmenter l'épaisseur et la densité du cœur.

Le défaut (e) est connu sous le nom d'un flambement général et il est causé par une charge en plan. [2, 9].

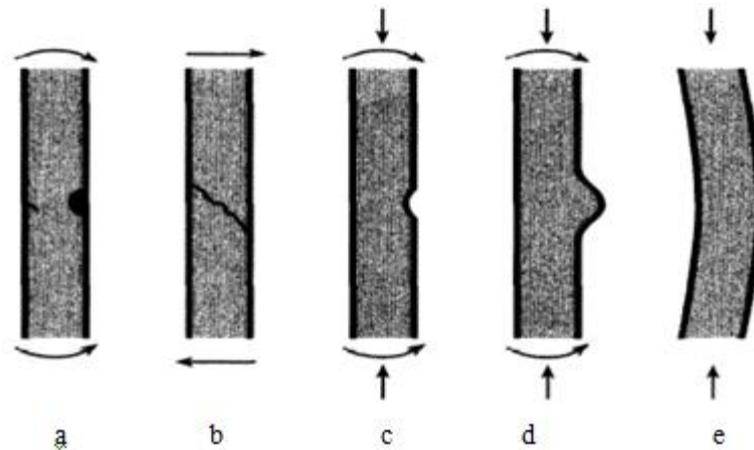


Figure I.9. Différents modes de rupture dans les pales de turbine [2]

**Smith et Shivakumar** en 2001 ont étudiés les essais de rupture en mode I dans les poutres des sandwichs fissurés (CSB). Ils se sont intéressés par la ténacité de la structure sandwichs. Ils utilisaient la poutre sandwichs fissurée (CSB: **C**racked **S**andwich **B**eam) aux essais de configuration pour tester cinq différents sandwichs élaborées en utilisant le moulage par transfert de résine sous vide (VARTM: **V**acuum **A**ssisted **R**esin **T**ransfer **M**olding). Quatre de ces sandwichs avaient le verre-E/vinylester et un avait le carbone/époxy dans les peaux et avec des cœurs en PVC différenciés par ces densités. Des essais de rupture ont été effectués sur des éprouvettes (CSB) différenciées par la taille des fissures. Ils observaient que la valeur de la ténacité de la rupture augmentait par rapport à la densité du cœur mais ne dépendait pas de type du matériau des peaux.[2, 20].

**Cantwell** en 1999 a effectué des essais pour caractériser l'adhérence entre les peaux et le cœur dans des structures sandwich (fibre de verre/balsa). Des essais de flexion à trois points ont été effectués sur les poutres sandwichs pré-fissurées. Il a été observé que si les valeurs du taux de chargement sont basses, la ténacité de la rupture était haute mais à des taux de chargement élevés réduisent la ténacité de la rupture pour quelques matériaux sandwichs. Ce résultat a été important, pour les structures marines qui sont soumises à des charges dynamiques. [2, 21].

**Mamalis et al** en 2005 ont étudié la rupture des panneaux sandwichs soumis à la compression latérale. Ils ont fait plusieurs essais sur huit modèles de sandwichs différenciés par quatre types de mousse polymérique comme cœur (**PMI**, deux qualités de **PVC** linéaires

et de **polyuréthane**) et deux types de peau stratifiée élaborées par les fibres de verre /résine d'acrylique. Sous la compression latérale, ces sandwichs étaient endommagés en trois modes différents, deux parmi les trois sont instables le premier mode est de flambage global de la colonne et la rupture du cœur par cisaillement, le deuxième mode est rupture du sandwich avec le délaminage dans les peaux et flambage dans la direction opposée, tandis que le troisième mode était progressivement stable. La rupture en premier mode est le mode le plus probable de l'effondrement bien que le troisième mode est le moins attendu. Les facteurs les plus importants qui déterminent les modes de rupture d'un panneau sandwich en compression latérale est les propriétés et la résistance du cœur en mousse. Dans le troisième mode, le cœur en mousse possède la plus grande densité, le plus haut module d'élasticité, la plus haute résistance au cisaillement et de l'allongement à la rupture par rapport aux autres modes. Parmi les trois modes de la rupture ce mode est le plus efficace à l'absorption d'énergie comparée aux deux autres. [2, 22].

Les travaux d'**EL Mahi et al** en 2004 concerne la modélisation du comportement mécanique en fatigue des matériaux composites sandwichs. Ils ont étudiés le comportement de la fatigue sous des essais de flexion à trois points sur des sandwichs élaborés en PVC dans le cœur et différents composites dans les peaux élaborés par une technique de mise en œuvre sous vide. Il a été observé que l'évolution des dommages sous contrôle en déplacement et sous contrôle en charges est tout à fait différente à la fatigue. Sous contrôle en déplacement, la croissance des dommages est très rapide, et sous contrôle en charge, les éprouvettes ont reçues des dommages dus à la fatigue. Par conséquent, le type de chargement joue un rôle important car il contrôle le type de dommage dans les composites sandwichs. [2, 23].

**Davis et al** en 2004 ont étudiés la compression après la résistance à l'impact des panneaux composites sandwichs. Ils ont élaborés deux types de panneaux sandwichs avec carbone/époxy dans les peaux et en nid d'abeille en aluminium dans le cœur. Le premier type des sandwichs se compose de deux peaux épaisses et un cœur fin et le deuxième se compose de deux peaux fines et un cœur épais. Ces panneaux étaient soumis à l'impact de faible vitesse et puis ces panneaux endommagés ont été testés pour leur résistance à la compression.

Le premier type de sandwich présentait une bonne absorption d'énergie. Il a absorbé la majorité de l'énergie de choc et après l'impact, sa résistance à la compression était réduite. Le deuxième type de sandwichs ont été facilement endommagés. Lorsque le poids tombant a pénétré dans la peau supérieure, la décohésion ou la rupture a été localisé entre la peau inférieure et le cœur [24].

**Chemami** en 2012 a étudié la performance des matériaux composites sandwichs en fatigue. Dans cette étude, il a effectué une analyse des essais statiques et de fatigue sur deux types de matériau sandwich à renforts unidirectionnels et croisés SMS [04] et SMS [0/90<sub>2</sub>/0]. Les essais statiques en flexion trois points ont permis de déterminer les caractéristiques mécaniques nécessaires aux essais de fatigue cyclique et de mettre ainsi en évidence leur comportement mécanique. Les essais de fatigue réalisés en contrôle de force ont donné des courbes de comportement qui renseignent parfaitement sur la durée de vie de ces deux matériaux. L'observation des faciès de rupture des éprouvettes testées a permis de relever les différents modes d'endommagement entraînant à la ruine. Leurs durées de vie sont caractérisées par les courbes de Wöhler. En considérant le même spectre de chargement, cette étude a mis en évidence l'influence de l'orientation du renfort sur leur comportement en endurance, évaluant ainsi leurs performances [11].

**Mir et al** en 2011 ont étudiés les caractérisations mécaniques d'un panneau sandwich à âme en liège et peaux en jute/époxy. Ils avaient conçu un nouveau matériau composite sandwich à renfort en tissu de jute et cœur en liège aggloméré réalisé par la méthode d'infusion en « one shoot ». Les échantillons sont testés en flexion trois et quatre points et en cisaillement. Les essais de cisaillement réalisés sur les lièges C190, C190(R) et C270, C270(R) suivant la norme NF EN12090 1997/1 montrent une variabilité de la valeur du module de cisaillement du liège. Ils notent une augmentation du module de cisaillement en faveur des lièges contenant de la résine introduite lors de l'élaboration des panneaux sandwichs. La présence de résine dans le liège occupe l'espace vide entre les granulés composant le liège aggloméré. Plus l'espace vide est important plus il y a présence de la résine comme c'est le cas pour le C190, ce qui le rend plus dure et plus fragile. On note aussi une augmentation du module de cisaillement de 44 %. Le même phénomène est enregistré dans le cas du liège C270. Ce type de liège présent moins d'espace vide entre granulés (granulés de petites dimensions 1 à 2 mm), ce qu'a donné une présence moins importante de résine suite au mode d'élaboration. Le module de cisaillement du liège C270(R) augmente de 10 % par rapport au C270. Cette augmentation du module de cisaillement par rapport au C190 peut s'expliquer par la faible présence de résine [25].

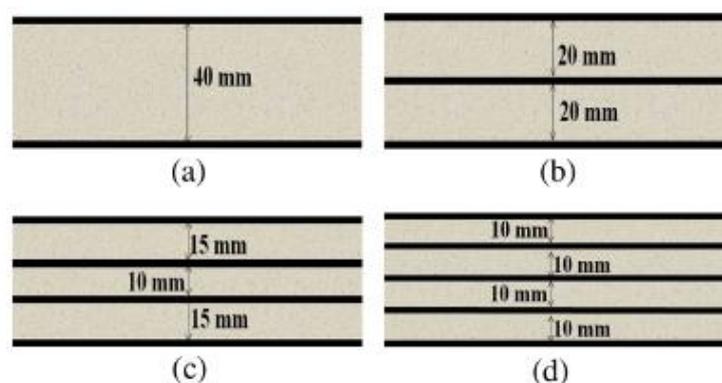
**Hachiman** en 2013 a effectué une analyse expérimentale du comportement mécanique d'un matériau composite sandwich soumis à des sollicitations d'impacts. Cette étude expérimentale a été réalisée par un poids tombant sur un sandwich jute/époxy-liège aggloméré. Dans le but de voir l'influence de l'énergie d'impact et de la densité du liège

sur le comportement mécanique des sandwiches et la taille des dommages, une campagne d'essai dynamique instrumenté a été réalisée

Le sandwich obtenu à partir du liège le moins dense se caractérise par un rapport énergie dissipée/énergie d'impact 86% plus grand que celui du matériau sandwich obtenu à partir de la plus grande densité du liège [26].

**Lakreb et al** en 2015 ont étudié le comportement mécanique des panneaux sandwiches en multicouches de bois dans les peaux et le liège aggloméré dans le cœur. Ils ont élaboré quatre types de panneaux sandwiches. Ils ont utilisés le bois de pin dans les peaux et liège aggloméré dans le cœur différenciés par des séparations de bois de pin dans le cœur:

- (a) un sandwich qui se compose de liège aggloméré d'épaisseur 40 mm comme un cœur entre deux couches externes de bois de pin comme des peaux.
- (b) un sandwich qui se compose de deux couches de liège aggloméré d'épaisseur 20 mm séparées par une plaque de bois de pin comme un cœur entre deux couches externes de bois de pin comme des peaux.
- (c) un sandwich qui se compose de trois couches de liège aggloméré d'épaisseur 15 mm séparées par deux plaques de bois de pin comme un cœur entre deux couches externes de bois de pin comme des peaux.
- (d) un sandwich qui se compose de quatre couches de liège aggloméré d'épaisseur 10 mm séparées par trois plaques de bois de pin comme un cœur entre deux couches externes de bois de pin comme des peaux. (Figure I.10).



**Figure.I.10. Quatre types de sandwiches élaborés [27]**

Le comportement mécanique des panneaux sandwiches a été testé sous la compression perpendiculaire, la traction perpendiculaire, la compression longitudinale, la flexion à trois et à quatre points et au cisaillement. Le liège aggloméré fournis une haute performance sous

compression perpendiculaire, tandis que les couches de bois protègent le matériau du cœur et augmentent la résistance mécanique sous les charges de traction. Le défaut se produit principalement par la rupture entre les granulés de liège.

Les panneaux sandwiches en multicouches ont présenté une résistance plus élevée et l'augmentation du nombre de couches améliore les performances mécaniques de la structure sandwich.[27].

**Shahdin et al** en 2009 ont étudié une comparaison entre des poutres sandwiches en fibres de verre dans le cœur et tissu de verre dans les peaux avec des poutres sandwiches en nid d'abeilles et en mousse dans le cœur. Plusieurs essais mécaniques ont été effectués sur ces sandwiches. Ils ont présenté que le module de compression et de cisaillement dans les sandwiches en fibre de verre dans le cœur sont faibles par rapport aux sandwiches en nid d'abeilles et en mousse dans les cœurs. Bien que les sandwiches en fibre de verre sont plus lourds que les autres sandwiches. Les essais de vibration montrent que les sandwiches en fibre de verre possèdent un taux d'amortissement plus élevé et des niveaux de vibration plus bas par rapport aux sandwiches en nid d'abeille et en mousse dans les cœurs [28].

**Borsellino et al** en 2004 ont utilisé le code commercial d'éléments finis ANSYS pour modéliser les structures sandwiches en compression, en cisaillement et en flexion. Le comportement mécanique en statique de la structure sandwich a été bien approximé par simulations numériques dans la zone élastique mais dans le régime plastique la compatibilité avec les données expérimentales n'a pas été confirmée [2,29].

**Liang et Chen** en 2006 ont effectué un travail théorique pour obtenir une solution précise pour la difficulté causée par la complexité structurelle du panneau sandwich en nid d'abeille. Ils ont étudié la rupture des panneaux sandwiches en nid d'abeilles avec des cellules carrées. Une étude numérique par les éléments finis en 3D a été effectuée pour valider le diagramme de compression critique. Pour obtenir une épaisseur rationnelle de panneau sandwich en nid d'abeille, ils ont déterminé certaines caractéristiques mécaniques des structures sandwich en nid d'abeilles carrées. [2,30].

**Avilés et Carlsson** en 2008 ont présenté l'analyse de la compliance et le taux de restitution d'énergie pour une éprouvette double poutre encastrée (DPE). Il a été supposé qu'il y a une fissure initiale entre le cœur et la peau supérieure et que la fissure reste dans ou près de cette interface lors de sa propagation. La simulation numérique par la méthode des éléments finis a été utilisée pour déterminer la compliance et le taux de restitution d'énergie et les comparer avec les résultats expérimentaux. L'analyse du sandwich a fourni une estimation

prudente de la compliance et du taux de restitution d'énergie. Cette simulations numériques donne une bonne approximation avec les résultats expérimentaux dans la zone élastique. [31].  
 Finalement plusieurs modes de dégradations peuvent être identifiés dans les structures sandwiches soumises aux sollicitations (figure I.11) [11, 14]

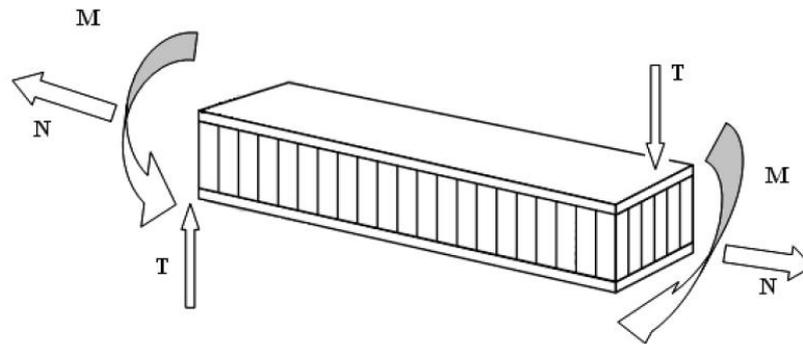


Figure I.11. Différentes sollicitations appliquées sur un sandwich [11]

- **Flambement généralisé des peaux**

Pour une poutre sandwich soumise à la compression latérale (Figure I.12), le flambage général peut être local quand les contraintes dans les peaux et dans l'âme sont inférieures à leurs résistances à la rupture. [11].

Le flambage du sandwich dépend des paramètres liés à ces dimensions, sa rigidité en flexion, la proportion de l'épaisseur du sandwich (peaux et le cœur) et le module de cisaillement du cœur [14].

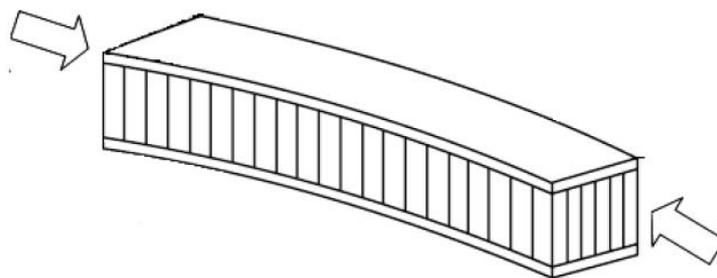


Figure I.12. Flambement généralisé des peaux [11,14]

- **Flambement général du cœur**

Si le rapport longueur/épaisseur est faible, et que la rigidité de cisaillement est négligeable par rapport la rigidité de flexion, le flambage général prend la forme du flambage du l'cœur (Figure I.16). Le flambement du cœur ne dépend pas des propriétés des peaux, mais augmente de façon linéaire avec l'épaisseur du cœur et son module de cisaillement. Pour

augmenter la résistance à cette charge critique, il faut augmenter l'épaisseur du cœur, ou utiliser un autre matériau du cœur avec un module de cisaillement plus élevé. [11, 14].

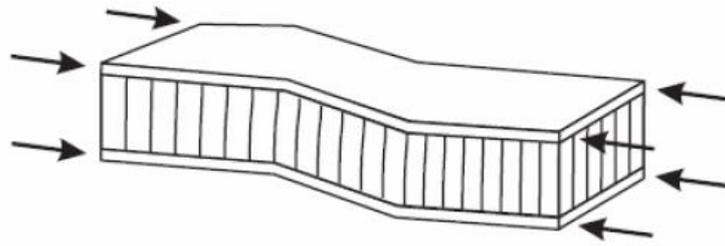


Figure I.13. Flambage général du cœur [11, 14]

- **Flambement localisé (wrinkling ou dimpling)**

Le cœur empêche le flambement du sandwich. Si les peaux considérées sont sans connexion avec le cœur elles flambent très facilement à cause de leur faible épaisseur. Cependant si on atteint la contrainte limite, il se peut que l'âme ne soit plus capable d'empêcher le flambement. Dans ce cas, le flambement localisé des peaux, ou « wrinkling » se produit (figure I.17). Contrairement au flambement généralisé, le flambement localisé peut prendre des configurations différentes qui ne résultent pas de la géométrie de la structure. Par contre, il dépend des modules élastiques des peaux et du cœur, et le module de cisaillement du cœur [14].

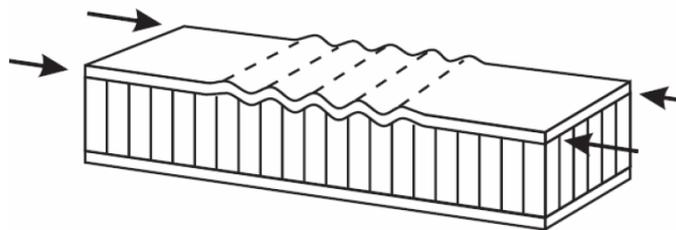


Figure I.14. Flambement localisé « wrinkling » [11, 14]

Si l'on craint un flambement localisé de la peau, on peut soit utiliser pour les peaux un matériau de module élastique plus élevé, soit utiliser pour l'âme un matériau présentant des propriétés élastiques plus élevées. Dans le cas d'une âme en nid d'abeille, mise à part les ruptures par « wrinkling », il peut survenir aussi un autre mode de rupture par flambement localisé de la peau en fossettes (figure I.18), appelée « dimpling ». [11]

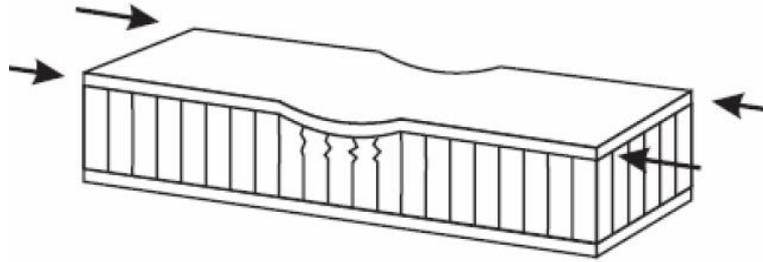


Figure I.18. Flambement localisé « dimpling » [11, 14]

- **Rupture des peaux en traction ou en compression**

Dans ce cas les contraintes dans les peaux sont supérieures aux contraintes admissibles du matériau constituant les peaux (Figure I.13). Pour éviter ce phénomène il faut utiliser des matériaux dont les contraintes à la rupture sont plus élevées, ou augmenter l'épaisseur des peaux (ce qui réduit les contraintes appliquées), si non on augmente l'épaisseur du cœur, ce qui permet également de réduire les contraintes dans les peaux [11, 14].

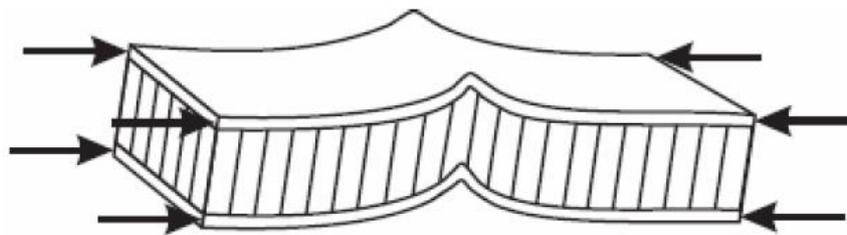


Figure I.13. Rupture des peaux en traction et en compression [11, 14]

- **Rupture par indentation localisée.**

Le mode de la rupture par indentation est due à une concentration de contraintes suite à l'application d'une charge localisée, ou à l'appui ponctuel ou linéique (figure I.14). [14].

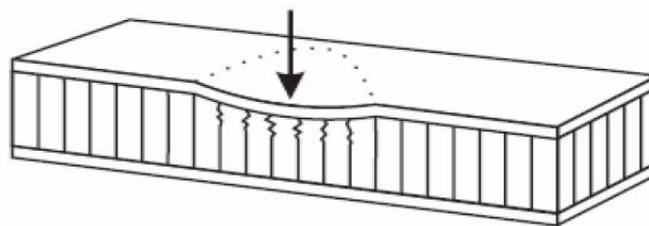


Figure I.14. Rupture par indentation localisée [11, 14]

- **Rupture du cœur en cisaillement.**

Si la contrainte de cisaillement est prépondérante dans le cœur et dépasse la résistance au cisaillement de son matériau, une rupture au cœur se produit (figure I.15). Pour éviter du

type de la rupture on peut utiliser soit un matériau plus résistant au cisaillement dans le cœur, soit augmenter son épaisseur. Par contre, on peut utiliser un autre matériau dans les peaux. [11, 14]

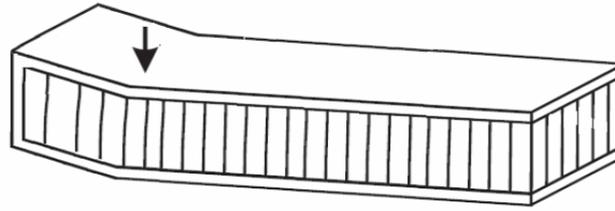


Figure I.15. Rupture par cisaillement du cœur. [11, 14]

### Dégradation de l'adhésif

Les panneaux sandwichs sont correctement conçus à résister à tous les types de dégradation pendant le service. La dégradation de l'adhésif (Figure I. 19) se présente sous trois modes :

- dégradation de l'adhésif entre les peaux et le cœur.
- dégradation de l'attachement du filet du cœur.
- dégradation de l'attachement du nœud des cellules du cœur.

Ces modes de dégradation de l'adhésif sont provoqués essentiellement par leurs expositions à l'humidité. Cette dégradation conduit à la ruine avancée du sandwich. [11]

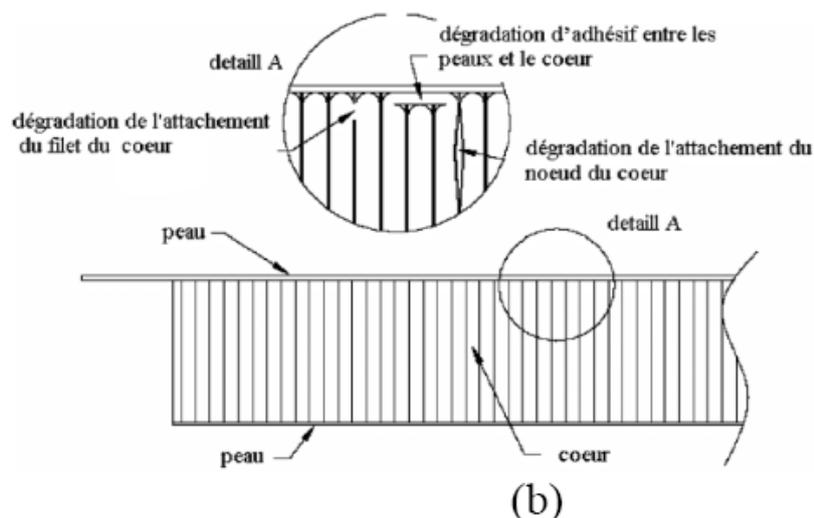


Figure I.19 types de dégradation de l'adhésif [11, 14]

# **Chapitre II**

## **Comportement Mécanique des structures sandwiches en statique**

## Chapitre II

# Comportement mécanique des structures sandwiches en statique

### Introduction

La résistance et la rigidité des structures sandwiches en flexion augmentent avec l'épaisseur des stratifiés constituant la structure. Toutefois, pratiquement seules les couches externes supportent les charges imposées à la structure. Un accroissement des propriétés spécifiques en flexion est obtenu en remplaçant les couches internes par un matériau léger et en l'interposant entre les couches externes pour obtenir un matériau sandwich [14,32].

En générale, le comportement mécanique des structures sandwiches se base sur la théorie des plaque sandwiches qui est développée ou dérivée de la théorie des stratifiés.

En considérant la théorie des stratifiés en prenant en compte le cisaillement transverse qui est basé sur une évaluation des champs des déplacements, la théorie des plaques sadwiches considère que seul le cœur du sandwich est soumis à une déformation en cisaillement transverse. En fin les deux théories des stratifiés et des plaques sandwiches sont les outils qui peuvent être utilisés pour analyser le comportement des structures sandwiches.

Dans ce chapitre on commence par le comportement mécanique d'une monocouche, ensuite la théorie classique des stratifiés et enfin on présente la théorie des plaques sandwiches.

### II.1. Comportement de la monocouche

La loi de comportement d'un matériau consiste à déterminer la relation entre les contraintes et les déformations quand il est soumis à des sollicitations extérieures.

Dans un milieu continu élastique l'état de contraintes, en un point dans un repère orthonormé  $(x,y,z)$  donné est entièrement défini par le tenseur de contraintes [33].

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

de la même manière on définit le tenseur de déformation  $\xi_{ij}$ .

$$\xi = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

La relation qui relie les champs de déformation et de contrainte caractérise le comportement élastique d'un milieu contenu et dépend de la matière qui compose le milieu.

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \lambda_{ijkl} \xi_{kl} \\ \xi_{ij} &= \eta_{ijkl} \sigma_{kl} \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

$\lambda_{ijkl}$ : est le tenseur de rigidité.

$\eta_{ijkl}$ : est le tenseur de souplesse.

### II.1.1. Lois de comportement de la monocouche [33,34]

La première étape de la modélisation du comportement mécanique d'une structure sandwich composite est l'étude du comportement de la monocouche.

En supposant que le matériau est orthotrope, on veut déterminer les constantes élastiques d'une monocouche dans un repère quelconque. (Figure.II.1)

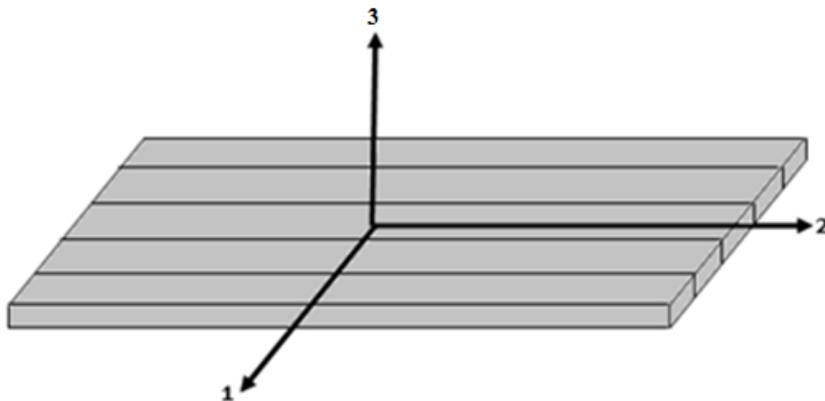


Figure.II.1. Repère local de la monocouche [34]

Des hypothèses simplificatrices suivantes permettent d'éliminer certains coefficients de la matrice de rigidité:

La plaque étant de faible épaisseur, la troisième direction est abandonnée. La loi de comportement de la monocouche dans le repère local (1, 2) s'écrit:

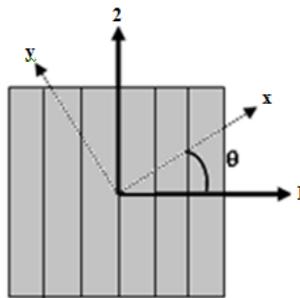
$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{12}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{21}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

On peut écrire l'équation (II.4) par une autre notation suivantes:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{E}_1 & \nu_{12}\bar{E}_1 & 0 \\ \nu_{21}\bar{E}_2 & \bar{E}_2 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

Avant d'effectuer un calcul sur une plaque composée de plusieurs couches d'orientations diverses, il faut ramener tous les couches dans le repère global de la plaque (Figure.II.2).

Pour cela, il faut effectuer un changement de repère de toutes les matrices de la relation de comportement de la couche, c'est à dire passer du repère local (1,2) au repère global (x, y)



**Figure.II.2. Repère global et local de la monocouche [34]**

Les coordonnées d'un vecteur dans les deux repères s'écrit :

$$\vec{V} = \nu_1 \vec{1} + \nu_2 \vec{2} = \nu_x \vec{x} + \nu_y \vec{y} \quad (\text{II.6})$$

La relation entre les coordonnées globales et locales s'écrit :

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & S \\ -S & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

avec :  $[P] = \begin{bmatrix} C & S \\ -S & C \end{bmatrix}$  c'est la matrice de passage, et:  $C = \cos(\theta)$ ,  $S = \sin(\theta)$

La relation entre les coordonnées locales et globales s'écrit :

$$[v]_{12} = [T][v]_{xy} \quad (\text{II.8})$$

avec :  $[P]^t [P] = [T]$  et  $[P]^t$  est la matrice transposée de  $[P]$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & 2SC \\ S^2 & C^2 & -2SC \\ -SC & SC & C^2 - S^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.9})$$

La loi de comportement de la monocouche dans le repère global (x, y) s'écrit:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{21} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{61} & \overline{Q}_{62} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.10})$$

avec:

$$\begin{aligned} \overline{Q}_{11} &= C^4 \overline{E}_1 + S^4 \overline{E}_2 + 2C^2 S^2 (\nu_{12} \overline{E}_1 + 2G_{12}) \\ \overline{Q}_{22} &= S^4 \overline{E}_1 + C^4 \overline{E}_2 + 2C^2 S^2 (\nu_{12} \overline{E}_1 + 2G_{12}) \\ \overline{Q}_{66} &= C^2 S^2 (\overline{E}_1 + \overline{E}_2 - 2\nu_{12} G_{12}) + (C^2 - S^2) G_{12} \\ \overline{Q}_{12} &= C^2 S^2 (\overline{E}_1 + \overline{E}_2 - 4G_{12}) + (C^2 + S^2) \nu_{12} \overline{E}_1 \\ \overline{Q}_{16} &= -C S [C^2 \overline{E}_1 - S^2 \overline{E}_2 - (C^2 - S^2) (\nu_{12} \overline{E}_1 + 2G_{12})] \\ \overline{Q}_{26} &= -C S [S^2 \overline{E}_1 - C^2 \overline{E}_2 - (C^2 - S^2) (\nu_{12} \overline{E}_1 + 2G_{12})] \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

avec :

$E_i$  est le module d'élasticité de la monocouche dans le sens  $i$ .

$\nu_{ij}$  est le coefficient de Poisson de la monocouche dans le plan  $(i, j)$ .

$G_{ij}$  est le module de cisaillement de la monocouche dans le plan  $(i, j)$ .

## II.2. Théorie classique des stratifiés [33]

La théorie classique du stratifié est basée sur l'hypothèse suivante:

Les particules situées avant déformation sur une normale au feuillet moyen restent après déformation sur une normale au feuillet moyen déformé (Figure.II.3).

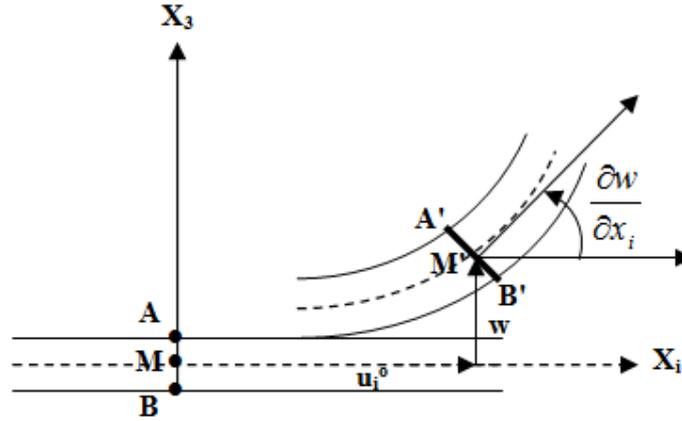


Figure II.3. Théorie de stratifié [33]

La section droite **AMB** avant déformation devient la section droite **A'M'B'** après déformation.

Le déplacement d'un point quelconque de la plaque peut donc s'exprimer en fonction de  $u_i$ .

Avec  $u_i$  où  $i=1, 2$  sont des composantes du déplacement dans le plan  $(x_1, x_2)$  et  $w$  c'est la composante du déplacement suivant  $x_3$  du point (M) du feuillet moyen.

$$u_i = u_i^0 - x_3 \frac{\partial w}{\partial x_i} \quad (\text{II.12})$$

A partir des composantes du vecteur déplacement il est possible d'obtenir les composantes du tenseur de déformations.

$$\begin{aligned} e_1 = \varepsilon_{11} &= \frac{\partial u_1^0}{\partial x_1} - x_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \\ e_2 = \varepsilon_{22} &= \frac{\partial u_2^0}{\partial x_2} - x_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \\ e_6 = \varepsilon_{12} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1^0}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2^0}{\partial x_1} \right) - x_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

ou plus généralement:

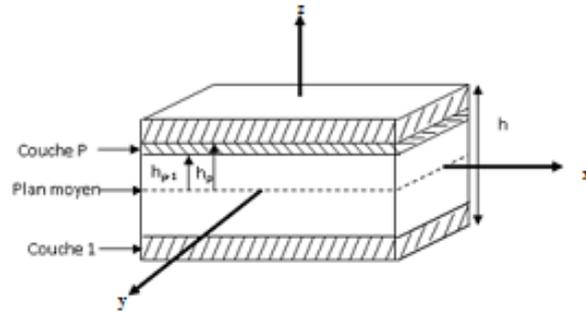
$$\begin{aligned} e_i &= e_i^0 + x_3 k_i^0, & i &= 1, 2, 6 \\ e_i^0 &= \frac{\partial u_i^0}{\partial x_i}, & k_i^0 &= \frac{\partial^2 w}{\partial x_i^2}, & i &= 1, 2 \\ e_6^0 &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1^0}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2^0}{\partial x_1} \right), & k_6^0 &= \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

avec:

$e_i^0$ : la déformation dans le plan.

$k_i^0$ : la courbure du plan moyen.

Considérons une plaque formée de n couches de matériau orthotrope (Figure.II.4).



**Figure.II.4. Matériau orthotrope à n couches[33]**

Les couches sont numérotées de 1 à n en commençant par la couche inférieure.

La cote suivant z de la surface inférieure de la couche P est  $h_{P-1}$ .

Nous appellerons  $\overline{Q_{ij}^P}$  les coefficients de rigidité relative à la couche P, exprimés dans le repère global de la plaque (x, y, z).

Les contraintes  $\sigma_i^P$  relatives à la couche P s'expriment en fonction des déformations  $e_i^P$  et des coefficients de rigidité par

$$\sigma_i^P = \overline{Q_{ij}^P} e_j^P, \quad i = 1, 2, 6 \quad (\text{II.15})$$

Les torseurs relatifs au repère (x, y) s'écrit (Figure II.5):

- **L'effort normal  $N_1$**

$$\begin{aligned} N_1 &= \sum_{P=1}^n \int_{h_{P-1}}^{h_P} \sigma_1^P dz = \sum_{P=1}^n \int_{h_{P-1}}^{h_P} \overline{Q_{1j}^P} (e_j^0 + x_3 k_j^0) dz \\ N_1 &= \sum_{P=1}^n \overline{Q_{1j}^P} (h_P - h_{P-1}) e_j^0 + \sum_{P=1}^n \frac{1}{2} \overline{Q_{1j}^P} k_j^0 (h_P^2 - h_{P-1}^2) \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

- **L'effort tranchant  $T_1$**

$$T_1 = \sum_{P=1}^n \overline{Q_{6j}^P} (h_P - h_{P-1}) e_j^0 + \sum_{P=1}^n \frac{1}{2} \overline{Q_{6j}^P} k_j^0 (h_P^2 - h_{P-1}^2) \quad (\text{II.17})$$

- **Le Moment de flexion  $M_1$**

$$M_1 = \sum_{P=1}^n \frac{1}{2} \overline{Q_{1j}^P} k_j^0 (h_P^2 - h_{P-1}^2) e_j^0 + \sum_{P=1}^n \frac{1}{3} \overline{Q_{1j}^P} k_j^0 (h_P^3 - h_{P-1}^3) \quad (\text{II.18})$$

- **L'effort normal  $N_2$**

$$N_2 = \sum_{P=1}^n \overline{Q_{2J}^P} (h_P - h_{P-1}) e_j^0 + \sum_{P=1}^n \frac{1}{2} \overline{Q_{2J}^P} k_j^0 (h_P^2 - h_{P-1}^2) \quad (\text{II.19})$$

- **Le Moment de flexion  $M_2$**

$$M_2 = -\sum_{P=1}^n \frac{1}{2} \overline{Q_{2J}^P} k_j^0 (h_P^2 - h_{P-1}^2) e_j^0 + \sum_{P=1}^n \frac{1}{3} \overline{Q_{2J}^P} k_j^0 (h_P^3 - h_{P-1}^3) \quad (\text{II.20})$$

- **Le Moment de torsion  $U_1$**

$$U_1 = -\sum_{P=1}^n \frac{1}{2} \overline{Q_{6J}^P} k_j^0 (h_P^2 - h_{P-1}^2) e_j^0 + \sum_{P=1}^n \frac{1}{3} \overline{Q_{6J}^P} k_j^0 (h_P^3 - h_{P-1}^3) \quad (\text{II.21})$$

La figure II.5 présente les efforts et les moments internes appliqués sur la plaque

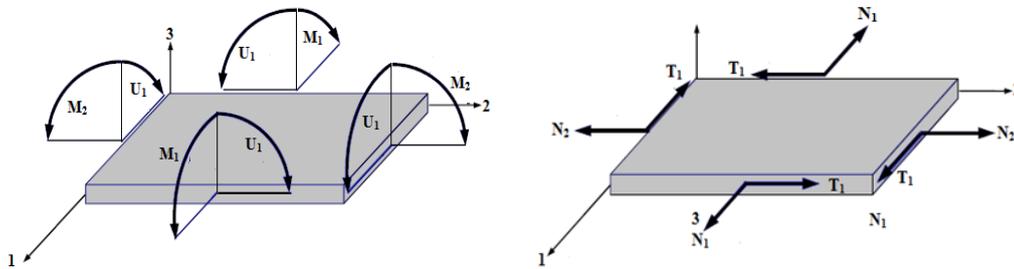


Figure.II.5. Les efforts et les moments appliqués sur la plaque[35]

de façon matricielles ces relations peuvent s'écrire:

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ M_1 \\ T_1 \\ N_2 \\ M_2 \\ U_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^0 \\ e_2^0 \\ e_6^0 \\ k_1^0 \\ k_2^0 \\ e_6^0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.22})$$

de façon condensée on peut écrire:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^0 \\ k^0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.23})$$

avec:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{P=1}^n \overline{Q_{ij}^P} (h_P - h_{P-1}) \\ B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{P=1}^n \overline{Q_{ij}^P} (h_P^2 - h_{P-1}^2) \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{P=1}^n \overline{Q_{ij}^P} (h_P^3 - h_{P-1}^3) \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

Dans d'autres termes, il y a un couplage entre les actions de membrane et les courbures et entre les moments et les déformations du plan moyen. Ces couplages sont décrits par le même tenseur B appelé tenseur de couplage membrane-flexion.

Le tenseur A est un tenseur de rigidité qui lie les actions et les déformations de membrane, tandis que le tenseur D lie les moments et les courbures. Pour cela, A est dit tenseur de rigidité de membrane et D tenseur de rigidité de flexion. [35]

### II.3. Théorie des plaques sandwiches

Un sandwich est constitué d'un cœur de faible densité sur lequel sont assemblées deux peaux à rigidité et résistance élevées. Le rôle essentiel du cœur est de transmettre par cisaillement transverse, les actions mécaniques d'une peau à l'autre.

Dans le cas général les peaux sont des stratifiés d'épaisseur  $h_1$  de la peau inférieure et d'épaisseur  $h_2$  de la peau supérieure (Figure II.6). l'épaisseur de l'âme sera notée  $h$ . Le système de coordonnées est choisi de manière que le plan  $(x,y)$  soit le plan moyen.

La théorie des plaques sandwiches est basée sur les hypothèses suivantes [33]:

- 1. L'épaisseur de l'âme est bien plus élevée que celle des peaux.
- 2. Les déplacements de l'âme  $u_a$  et  $v_a$  suivant les directions  $x$  et  $y$  sont des fonctions linéaires de la coordonnée  $z$ .
- 3. Les déplacements  $u$  et  $v$  suivant les directions  $x$  et  $y$  sont uniformes dans l'épaisseur des peaux.
- 4. Le déplacement transverse  $w$  est indépendant de la variable  $z$ : la déformation  $\epsilon_{zz}$  est négligée.
- 5. L'âme ne transmet que les contraintes de cisaillement transverse  $\sigma_{xz}$ ,  $\sigma_{yz}$ , les contraintes  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{xy}$  et  $\sigma_{zz}$  sont négligées.
- 6. Les contraintes de cisaillement transverse  $\sigma_{xz}$  et  $\sigma_{yz}$  sont négligées dans les peaux.

Enfin la théorie traite les problèmes d'élasticité en faibles déformations.

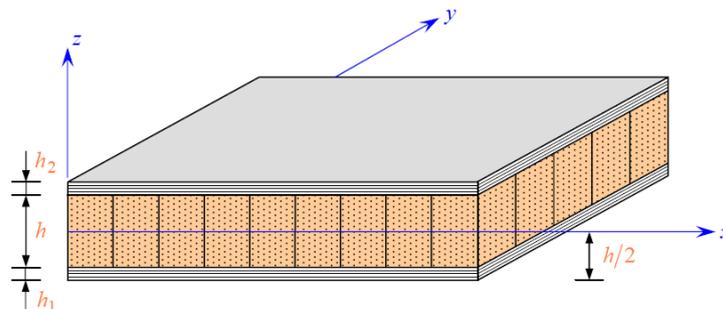


Figure.II.6. Poutre en sandwich [32,33]

### II.3.1. Champ de déplacements [33]

L'hypothèse 2 implique un schéma du premier ordre pour les déplacements de l'âme :

$$\begin{aligned} u_a(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\varphi_x(x, y) \\ v_a(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\varphi_y(x, y) \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

avec :

$$\begin{aligned} u_0(x, y) &= u_a(x, y, 0) \\ v_0(x, y) &= v_a(x, y, 0) \end{aligned}$$

et :  $\varphi_x(x, y) = -\frac{\partial w}{\partial x}$  et  $\varphi_y(x, y) = -\frac{\partial w}{\partial y}$

La continuité des déplacements aux interfaces âme-peau, associé à l'hypothèse 3 conduit aux expressions suivantes des déplacements dans les peaux :

- Peau inférieure :

$$\begin{aligned} u_1(x, y, z) &= u_0(x, y) - \frac{h}{2}\varphi_x(x, y) \\ v_1(x, y, z) &= v_0(x, y) - \frac{h}{2}\varphi_y(x, y) \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

- Peau supérieure :

$$\begin{aligned} u_1(x, y, z) &= u_0(x, y) + \frac{h}{2}\varphi_x(x, y) \\ v_1(x, y, z) &= v_0(x, y) + \frac{h}{2}\varphi_y(x, y) \end{aligned} \quad (\text{II.27})$$

L'hypothèse 4 s'écrit :

$$w(x, y, z) = w_0(x, y) \quad (\text{II.28})$$

Donc la théorie des plaques sandwichs est basée sur la détermination de cinq fonction de déplacement et de rotation  $u_0$ ,  $v_0$ ,  $w_0$ ,  $\varphi_x$  et  $\varphi_y$  analogue à celle introduite dans la théorie des stratifiés tenant compte du cisaillement transverse.

### II.3.2. Champ des déformations [33]

Le champ des déformations dans la peau inférieure est déduit du champ (II.26, II.28) des déplacements. Il s'écrit :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx}^1 &= \frac{\partial u_1}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - \frac{h}{2} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\
\varepsilon_{yy}^1 &= \frac{\partial v_1}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} - \frac{h}{2} \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\
\varepsilon_{zz}^1 &= 0 \\
\gamma_{yz}^1 &= \frac{\partial v_1}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w_0}{\partial y} \\
\gamma_{xz}^1 &= \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w_0}{\partial x} \\
\gamma_{xy}^1 &= \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - \frac{h}{2} \left( \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right)
\end{aligned} \tag{II.29}$$

Les déformations en cisaillement transverse  $\gamma_{yz}^1$  et  $\gamma_{xz}^1$  dans la peau sont négligées et le champ des déformations se réduit au champ des déformations en membrane qui s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} - \frac{h}{2} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \tag{II.30}$$

avec :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x}, & \varepsilon_{yy}^0 &= \frac{\partial v_0}{\partial y}, & \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \\
\kappa_x &= \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, & \kappa_y &= \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, & \kappa_{xy} &= \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x}
\end{aligned} \tag{II.31}$$

De la même façon, le champ des déformations dans la peau supérieure s'écrit sous la forme

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^2 \\ \varepsilon_{yy}^2 \\ \gamma_{xy}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \frac{h}{2} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \tag{II.32}$$

Le champ de déformation dans le cœur se déduit du champ (II.25) des déplacements soit :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx}^a &= \frac{\partial u_a}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\
\varepsilon_{yy}^a &= \frac{\partial v_a}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\
\varepsilon_{zz}^a &= 0
\end{aligned}$$

$$\gamma_{yz}^a = \frac{\partial v_a}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y \quad (\text{II.32})$$

$$\gamma_{xz}^a = \frac{\partial u_a}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x$$

$$\gamma_{xy}^a = \frac{\partial u_a}{\partial y} + \frac{\partial v_a}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \left( \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right)$$

Le champ des déformations à la même écriture que celui de la théorie des stratifiés avec cisaillement transverse. Il est la superposition de deux champs de déformation :

- Le champ des déformations en membrane –flexion :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^a \\ \varepsilon_{yy}^a \\ \gamma_{xy}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.33})$$

- Le champ des déformations en cisaillement transverse :

$$\begin{bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \end{bmatrix} \quad (\text{II.34})$$

### II.3.3. Champ des contraintes [33]

Le champ des contraintes dans le cœur est déduit de l'hypothèse 5 :

$$\sigma_{xx}^a = \sigma_{yy}^a = \sigma_{zz}^a = \sigma_{xy}^a = 0 \quad (\text{II.35})$$

Le cœur ne transmet que les contraintes en cisaillement :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{yz}^a \\ \sigma_{xz}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{C}_{44}^a & \hat{C}_{45}^a \\ \hat{C}_{45}^a & \hat{C}_{55}^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} \quad (\text{II.36})$$

Où les coefficients  $\hat{C}_{ij}^a$  s'expriment en fonction des coefficients  $C_{ij}^a$  rapportés aux axes principaux de l'âme suivant :

$$\begin{aligned}
\hat{C}_{44}^a &= C_{44}^a \cos^2 \theta + C_{55}^a \sin^2 \theta \\
\hat{C}_{55}^a &= C_{55}^a \cos^2 \theta + C_{44}^a \sin^2 \theta \\
\hat{C}_{45}^a &= (C_{55}^a - C_{44}^a) \sin \theta \cos \theta
\end{aligned}
\tag{II.37}$$

Où  $\theta$  est l'angle que font les axes principaux de l'âme avec les axes de référence de la plaque sandwich. Les coefficients  $C_{ij}^a$  dans les axes principaux s'expriment en fonction des coefficients de cisaillement de l'âme, mesurés dans les axes principaux, selon :

$$C_{44}^a = C_{23}^a, \quad C_{55}^a = C_{13}^a \tag{II.38}$$

L'hypothèse 6 implique que les contraintes en cisaillement transverse sont nulles dans toutes les couches  $k$  de la peau inférieure ou supérieure :

$$\sigma_{xz}^k = \sigma_{yz}^k = 0 \tag{II.39}$$

Les autres contraintes sont déduites des déformations dans les peaux par la relation :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx}^k \\ \sigma_{yy}^k \\ \sigma_{xy}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Q}_{11} & \hat{Q}_{12} & \hat{Q}_{16} \\ \hat{Q}_{12} & \hat{Q}_{22} & \hat{Q}_{26} \\ \hat{Q}_{16} & \hat{Q}_{26} & \hat{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^i \\ \varepsilon_{yy}^i \\ \varepsilon_{xy}^i \end{bmatrix}, \quad i=1, 2 \tag{II.40}$$

Pour la couche  $k$  de la peau inférieure  $i=1$  ou de la peau supérieure  $i=2$ .

## II.4. Relations fondamentales des plaques sandwiches [33]

### II.4.1. Equation constitutive

L'équation constitutive des plaques sandwiches fait intervenir les résultantes et moments :

- Les résultantes en membrane :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{-\frac{h}{2}+h_1} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz + \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \tag{II.41}$$

- Les résultantes en flexion –torsion :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{-\frac{h}{2}+h_1} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz + \int_{\frac{h}{2}}^{-\frac{h}{2}+h_2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (\text{II.42})$$

- Les résultantes en cisaillement :

$$\begin{bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} dz \quad (\text{II.43})$$

En substituant les expressions des contraintes (II.36) à (II.40) dans les expressions précédentes des résultantes et moments, nous obtenons l'équation constitutive suivante:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ C_{11} & C_{12} & C_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{44} & F_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{45} & F_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} \quad (\text{II.44})$$

avec:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= A_{ij}^1 + A_{ij}^2 \\ B_{ij} &= \frac{h}{2} (A_{ij}^2 - A_{ij}^1) \\ C_{ij} &= C_{ij}^1 + C_{ij}^2 \\ D_{ij} &= \frac{h}{2} (C_{ij}^2 - C_{ij}^1) \end{aligned} \quad (\text{II.45})$$

et :

$$A_{ij}^1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{-\frac{h}{2}+h_1} (\dot{Q}_{ij}) dz = \sum_{k=1}^{n_1} \int_{h_{k-1}}^{h_k} (\dot{Q}_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_1} (\dot{Q}_{ij})_k e_k \quad (\text{II.46})$$

$$C_{ij}^1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{-\frac{h}{2}+h_1} z (\dot{Q}_{ij}) dz = \sum_{k=1}^{n_1} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z (\dot{Q}_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_1} (\dot{Q}_{ij})_k e_k z_k \quad (\text{II.47})$$

$$A_{ij}^2 = \int_{\frac{h}{2}}^{-\frac{h}{2}+h_2} (\dot{Q}_{ij}) dz = \sum_{k=1}^{n_2} \int_{h_{k-1}}^{h_k} (\dot{Q}_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_2} (\dot{Q}_{ij})_k e_k \quad (\text{II.48})$$

$$C_{ij}^2 = \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_2} z(\hat{Q}_{ij}) dz = \sum_{k=1}^{n_2} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z(\hat{Q}_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_2} (\hat{Q}_{ij})_k e_k z_k \quad (\text{II.49})$$

$$F_{ij} = h \hat{C}_{ij}^a \quad (\text{II.50})$$

où :

$n_1$  et  $n_2$  sont les nombre de couches respectivement dans la peau inférieure et dans la peau supérieure, et  $\hat{C}_{ij}^a$  sont les coefficient relatifs au cisaillement transverse de l'âme.

Dans le cas des plaques sandwiches symétriques, les peaux inférieure et supérieure sont identiques, d'où :

$$A_{ij}^1 = A_{ij}^2, \quad C_{ij}^1 = -C_{ij}^2 \quad (\text{II.51})$$

Il en résulte :

$$A_{ij} = 2A_{ij}^2, \quad D_{ij} = hC_{ij}^2, \quad (\text{II.52})$$

$$B_{ij} = C_{ij} = 0 \quad (\text{II.53})$$

## II.5. Flexion des poutres sandwiches

A l'aide de la théorie des sandwiches et la théorie des stratifiés avec cisaillement transverse, nous étudierons le comportement mécanique d'une poutre en flexion de longueur ( $l$ ), largeur ( $b$ ) et hauteur ( $H$ ) (Figure II.7).

Dans le cas d'un sandwich à peau épaisse, constitué à deux peaux d'épaisseur ( $h_1$ ) et d'un cœur d'épaisseur ( $h$ ) sollicité en flexion, les équations réduites aux axes principaux et donnée par [32, 33] :

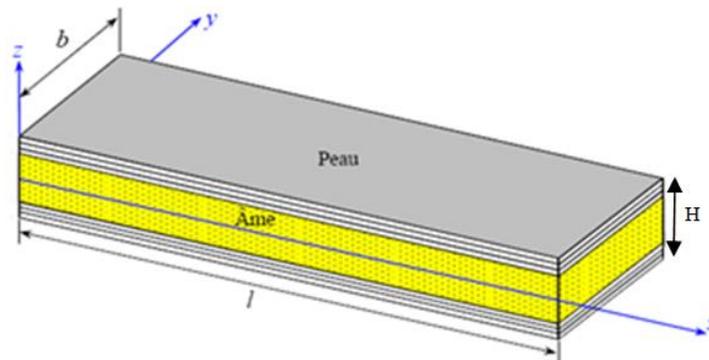


Figure.II.7. Géométrie du sandwich [32,33]

Les résultantes en flexion

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.54})$$

et les résultantes en cisaillement

$$\begin{bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{44} & 0 \\ 0 & F_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} \quad (\text{II.55})$$

Où:  $M_x$ ,  $M_y$  et  $M_{xy}$  sont les moments de flexion tandis que  $k_x$ ,  $k_y$  et  $k_{xy}$  sont les courbures de flexion;

$Q_x$ ,  $Q_y$  sont les résultantes en cisaillement respectivement suivant les axes x,y et  $\gamma_{yz}^a$ ,  $\gamma_{xz}^a$  sont des déformations en cisaillement.

Les coefficients de flexion  $D_{ij}$  de le formule (II.54) sont donnés par :

$$D_{ij} = \frac{h}{2} (C_{ij}^1 - C_{ij}^2) \quad (\text{II.56})$$

avec:

$$C_{ij}^1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{-\frac{h}{2}+h_1} z(\dot{Q}_{ij}) dz = \sum_{k=1}^{n_1} (\dot{Q}_{ij})_k e_z z_k \quad (\text{II.57})$$

$$C_{ij}^2 = \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_1} z(\dot{Q}_{ij}) dz = \sum_{k=1}^{n_2} (\dot{Q}_{ij})_k e_z z_k \quad (\text{II.58})$$

où  $n_1$  et  $n_2$  sont les nombres de couches dans les peaux inférieure et supérieure.

Les constantes  $\dot{Q}_{ij}$  de chaque couche exprimées en fonction des coefficients de rigidité dans les axes principaux  $Q_{ij}$  sont données par les formules suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ \dot{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} + 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12}(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \dot{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ \dot{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \end{aligned} \quad (\text{II.59})$$

$$Q_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta$$

$$Q_{66} = [Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{16})] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66}(\sin^4 \theta \cos^4 \theta)$$

avec  $\theta$  l'angle d'orientation des fibres par rapport l'axe principal du composite (ox), et  $Q_{ij}$  sont les coefficients de rigidité qui sont définis par les formules suivantes :

$$Q_{11} = \frac{E_L}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}} = \frac{E_L}{1 - \frac{E_T}{E_L}\nu_{LT}^2} \quad (\text{II.60})$$

$$Q_{22} = \frac{E_T}{E_L} Q_{11}, \quad Q_{66} = G_{T\hat{T}} \quad (\text{II.61})$$

$[F_{ij}]$  est la rigidité en cisaillement et  $\gamma_{ij}^a$  sont les déformations de cisaillement transverse dans le cœur. Elles sont données par les équations suivantes:

$$\gamma_{yz}^a = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y \quad \text{et} \quad \gamma_{xz}^a = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \quad (\text{II.62})$$

avec  $w_0$  le déplacement transversal de la surface moyenne du sandwich;  $\varphi_x$  et  $\varphi_y$  sont les angles de rotation de la normale au plan moyen par rapport à  $x$  et  $y$ .

Les courbures de flexion  $k_x$ ,  $k_y$  et  $k_{xy}$  sont données par les équations :

$$k_x = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, \quad k_y = \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}, \quad k_{xy} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \quad (\text{II.63})$$

et les coefficients de cisaillement sont définis par :

$$F_{ij} = h \hat{C}_{ij}^a \quad (\text{II.64})$$

où  $\hat{C}_{ij}^a$  les coefficients de cisaillement transverse du cœur

Donc les équations (II.54) et (II.55) peuvent être écrites sous la forme inverse suivante:

$$\begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & 0 \\ D_{21}^* & D_{22}^* & 0 \\ 0 & 0 & D_{66}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.65})$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{44}^* & 0 \\ 0 & F_{55}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} \quad (\text{II.66})$$

avec :

$$\begin{aligned} D_{11}^* &= \frac{D_{22}}{D_{11}D_{22}-D_{12}^2}, D_{22}^* = \frac{D_{11}}{D_{11}D_{22}-D_{12}^2} \\ D_{12}^* &= \frac{D_{12}}{D_{11}D_{22}-D_{12}^2}, D_{66}^* = \frac{1}{D_{66}} \\ F_{44}^* &= \frac{1}{F_{66}}, F_{55}^* = \frac{1}{F_{55}} \end{aligned} \quad (\text{II.67})$$

Dans le cas d'une flexion autour de l'axe (oy), on néglige les valeurs de la courbure et de la flèche dans la largeur de la poutre :

$$\varphi_x = \varphi_x(x), w_0 = w_0(x) \quad (\text{II.68})$$

Les valeurs de la déformation  $\varepsilon_{xx}^a$  et  $\gamma_{xz}^a$  dans le cœur sont données par

$$\varepsilon_{xx}^a = z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, \gamma_{xz}^a = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \quad (\text{II.69})$$

D'après les équations d'équilibre, les relations des plaques sandwichées sont :

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = 0 \quad (\text{II.70})$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0 \quad (\text{II.71})$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y = 0 \quad (\text{II.72})$$

De plus, dans le cas de la flexion à trois points, le moment  $M_x$  suivant l'axe (OX) est différent de zéro tandis que le moment de flexion  $M_y$  suivant l'axe (OY) et le moment de torsion  $M_{xy}$  dans le plan (OX, OY) sont nuls:

$$M_y = M_{xy} = 0 \quad (\text{II.73})$$

Donc l'équation d'équilibre (II.72) s'écrit :

$$Q_y = 0 \quad (\text{II.74})$$

Les équations des moments et de cisaillement (II.63) et (II.62) sont données par :

$$k_x = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} = D_{11}^* M_x \quad (\text{II.75})$$

$$\gamma_{xz}^a = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x = F_{55}^* Q_x \quad (\text{II.76})$$

En reportant les équations (II.75) et (II.76) dans l'équation d'équilibre (II.71), nous obtenons :

$$\frac{d^2 \varphi_x}{dx^2} - \frac{D_{11}^*}{F_{55}^*} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \right) = 0 \quad (\text{II.77})$$

Le module de flexion  $E_x$  et le module de cisaillement  $G_{xz}$  de la poutre sont exprimé par:

$$E_x = \frac{12}{H^3 D_{11}^*} \quad (\text{II.78})$$

$$G_{xz} = \frac{1}{H F_{55}^*} \quad (\text{II.79})$$

avec  $I = \frac{bH^3}{12}$

Donc l'équation (II.77) s'écrit:

$$\frac{d^2 \varphi_x}{dx^2} - \frac{bHG_{xz}}{IE_x} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \right) = 0 \quad (\text{II.80})$$

De même l'équation d'équilibre (II.70) s'écrit

$$\frac{d^2 w_0}{dx^2} + \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + F_{55}^* q = 0 \quad (\text{II.81})$$

Soit :

$$\frac{d^2 w_0}{dx^2} + \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{1}{HG_x} p = 0, \quad \text{avec } p = bq \quad (\text{II.82})$$

Dans le cas où la variation du moment de flexion  $M_x$  est connue, la relation peut être utilisée sous la forme :

$$\frac{d \varphi_x}{dx} = D_{11}^* M_x = \frac{M}{E_x I} \quad (\text{II.83})$$

avec:  $M = bM_x$

Nous étudions le cas de la flexion trois points d'une poutre sandwich (Figure II.8) à peau épaisse, constituée de deux peaux à renfort de mat d'épaisseur  $h_1$  et d'un cœur isotrope d'épaisseur  $h$  [33].

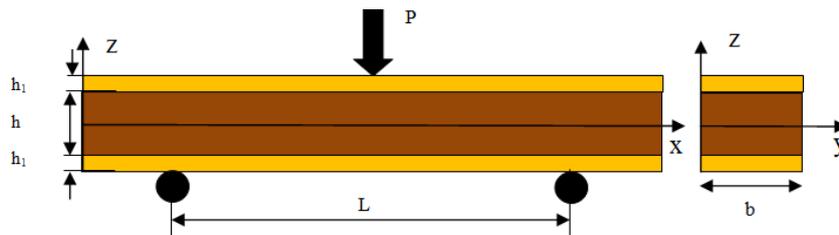


Figure II.8. Poutre sandwich sollicitée en flexion trois points

Les peaux sont caractérisés par leurs modules :

- Module d'élasticité longitudinale  $E_{Lm}$ , et transversale  $E_{Tm}$  avec  $E_{Lm} = E_{Tm}$
- Coefficient de Poisson  $\nu_{LTm}$
- Modules de cisaillement défini par :

$$G_{LTm} = \frac{E_{LTm}}{2(1+\nu_{LTm})} \quad (\text{II.84})$$

La matrice de rigidité des peaux s'écrit :

$$[Q_{ij}^m] = Q_{11}^m \begin{bmatrix} 1 & \nu_{LTm} & 0 \\ \nu_{LTm} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_{LTm}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.85})$$

avec :

$$Q_{11}^m = \frac{E_{Lm}}{1-\nu_{LTm}^2} \quad (\text{II.86})$$

Le cœur isotrope est caractérisé par son module d'élasticité  $E_a$  et son coefficient de poisson  $\nu_a$  et le module de cisaillement est défini par la relation suivante:

$$G_a = \frac{E_a}{2(1+\nu_a)} \quad (\text{II.87})$$

La matrice de rigidité du cœur s'écrit :

$$[Q_{ij}^a] = Q_{11}^a \begin{bmatrix} 1 & \nu_a & 0 \\ \nu_a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_a}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.89})$$

avec :

$$Q_{11}^a = \frac{E_a}{1-\nu_a^2} \quad (\text{II.90})$$

Si le cœur est moins rigide que les peaux dans une structure sandwichée, les coefficients de rigidité en flexion de la théorie des stratifiés avec cisaillement transverse et de la théorie des sandwichées sont reliés par l'équation :

$$D_{ij} \approx \alpha_D D_{ij}^S \quad (\text{II.91})$$

avec :

$$\alpha_D = 1 + \frac{h_1}{h} \frac{h + \frac{4}{3}h_1}{h + h_1} \quad (\text{II.92})$$

Donc la relation entre les coefficients inverses des deux théories classiques s'écrit par :

$$D_{ij}^* = \frac{1}{\alpha_D} D_{ij}^{*S} \quad (\text{II.93})$$

Les coefficients  $D_{ij}^{*S}$  sont déterminés à partir de :

$$D_{ij}^S = h C_{ij}^2 \quad (\text{II.94})$$

avec :

$$C_{ij}^2 = \int_{h/2}^{h/2+h_1} Q_{ij}^m z dz = \frac{1}{2} Q_{ij}^m (h + h_1) h_1 \quad (\text{II.95})$$

où :

$$D_{ij}^S = \frac{1}{2} Q_{ij}^m (h + h_1) h h_1 \quad (\text{II.96})$$

Donc la matrice de rigidité d'une poutre sandwich en flexion s'écrit :

$$[D_{ij}^S] = D_{11}^S \begin{bmatrix} 1 & \nu_{LTm} & 0 \\ \nu_{LTm} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_{LTm}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.97})$$

avec :

$$D_{11}^S = \frac{1}{2} Q_{11}^m (h + h_1) h h_1 = \frac{1}{2} \frac{E_a}{1-\nu_a^2} (h + h_1) h h_1 \quad (\text{II.98})$$

Les coefficients  $D_{ij}^{*S}$  de la matrice inverse sont donnés par :

$$[D_{ij}^{*S}] = \begin{bmatrix} D_{11}^{*S} & D_{12}^{*S} & 0 \\ D_{12}^{*S} & D_{22}^{*S} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66}^{*S} \end{bmatrix} \quad (\text{II.99})$$

avec :

$$D_{11}^{*S} = \frac{2}{(h+h_1)h h_1 E_{Lm}} \quad (\text{II.100})$$

$$D_{11}^{*S} = D_{22}^{*S}, \text{ et } D_{12}^{*S} = -\nu_{LTm} D_{11}^{*S}, D_{66}^{*S} = 2(1 + \nu_{LTm}) D_{11}^{*S} \quad (\text{II.101})$$

D'après la théorie des plaques sandwichs, les coefficients de cisaillement sont définis par :

$$F_{ij} = F_{ij}^S \left( 1 + 2 \frac{h_1}{h} \frac{G_m}{G_a} \right) \quad (\text{II.102})$$

avec :

$$F_{44}^S = F_{55}^S, \quad F_{45}^S = 0 \quad (\text{II.103})$$

Dans le cas d'une poutre en flexion trois points (figure II.8), le moment de flexion est exprimé par la relation :

$$M = -\frac{Px}{2}, \quad 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (\text{II.104})$$

En reportant l'équation (II.104) dans la relation (II.83), nous obtenons ainsi:

$$\varphi_x = -\frac{P}{4E_x I} x^2 + c, \quad 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (\text{II.105})$$

avec :

**P** : est la charge totale exercée au milieu de la poutre.

**$\varphi_x$**  : est l'angle de rotation de la normale au plan moyen par rapport à x.

**I** : est le moment quadratique de la section droite de la poutre par rapport au plan (x, y), il est défini par :

$$I = \frac{b(2h_1+h)^3}{12} \quad (\text{II.106})$$

La symétrie de la déformée impose  $\varphi_x\left(\frac{L}{2}\right) = 0$

On peut écrire :

$$\varphi_x = \frac{PL^2}{16E_x I} \left[ 1 - 4 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right] \quad (\text{II.107})$$

ou :

$$\varphi_x = \frac{PL^2}{16b} D_{11}^* \left[ 1 - 4 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right] \quad (\text{II.108})$$

En peut écrit l'équation du moment fléchissant M par:

$$\frac{dM}{dx} = bhG_a \left( \varphi_x + \frac{d\omega_0}{dx} \right) \quad (\text{II.109})$$

Nous en déduisons l'équation de la flèche  $\omega_0$  en fonction de  $\varphi_x$  soit :

$$\frac{d\omega_0}{dx} = - \left( \varphi_x + \frac{P}{2bhG_a} \right), \quad 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (\text{II.110})$$

D'après ce résultat, la pente de la déformée ne s'annule pas au centre de la poutre. En effet, puisque  $\varphi_x \left( \frac{L}{2} \right) = 0$ .

$$\frac{d\omega_0}{dx} \Big|_{\frac{L}{2}} = \frac{P}{2bhG_{xz}} \quad (\text{II.111})$$

Après substitution de  $\varphi_x$  l'intégration de l'équation (II.111) conduit à :

$$\omega_0 = \frac{PL^2}{4bh^3E_x} (1 + S) \quad (\text{II.112})$$

ou

$$\omega_0 = \frac{PL^2}{4b} D_{11}^* \left( 1 + 12 \frac{F_{55}^*}{D_{11}^*} \frac{1}{L^2} \right) \quad (\text{II.113})$$

Où S est le coefficient de cisaillement

L'expression de la flèche  $\omega_c$  au centre donnée par la théorie des sandwichées est de la forme :

$$\omega_c^S = \frac{PL^3}{24b(h+h_1)hh_1E_{Lm}} \left[ 1 + 6 \frac{E_{Lm}}{G_a} \frac{(h+h_1)hh_1}{L^2} \right] \quad (\text{II.114})$$

La théorie des stratifiés avec cisaillement transverse conduit à l'équation suivante de la flèche du centre :

$$\omega_c = \frac{1}{\alpha_D} \frac{PL^3}{24b(h+h_1)hh_1E_{Lm}} \left[ 1 + \alpha_D \frac{6(h+h_1)hh_1}{L^2} \frac{E_{Lm}}{G_a \left( 1 + 2 \frac{h_1 G_m}{h G_a} \right)} \right] \quad (\text{II.115})$$

## II.6. Mécanique linéaire de la rupture: [36,37 et 38]

Une pièce mécanique ou un ouvrage sont souvent soumis à des sollicitations mécaniques, chimiques (corrosion), thermiques (fatigue, fluage et fatigue-fluage) qui peuvent conduire à leur ruine. Les principaux modes de ruine sont les suivants:

- Instabilité élastique ou flambement;
- Instabilité plastique ou déformation excessive ;
- L'endommagement et la fissuration.

De façon générale, l'endommagement se traduit par l'apparition de discontinuités (micro-cavités, micro-fissure), soit dans toutes le volume sollicité, soit uniquement à la

surface. Le développement des diverses formes d'endommagement aboutit à la création de fissures macroscopiques. Celles-ci sont suffisamment grandes pour que le volume qui les entoure ne satisfasse aux hypothèses de continuité de la mécanique de milieux continus. On dit alors qu'on entre dans le domaine de *la mécanique de la rupture*. [36]

### II.6.1. Mécanique de la rupture:

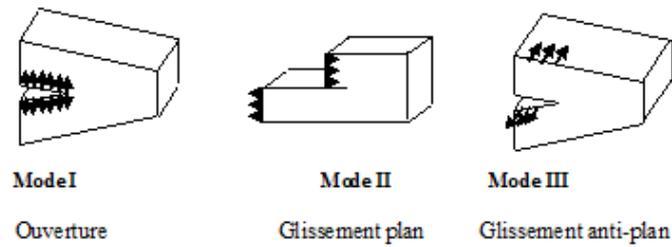
La mécanique de la rupture a pour objet l'étude des fissures macroscopiques. On entend par là, la détermination de champs de contraintes et de déformations correspondants ainsi que l'établissement des données expérimentales qui permettent de porter un jugement sur la cinétique de propagation des défauts et leur taille critique.

La mécanique de la rupture a été introduite par Griffith vers 1920, les premiers développements théoriques d'analyses des champs de déplacement de déformation et de contrainte au voisinage d'une fissure ont été entrepris par Westergaard vers 1940. L'extension de la discipline a été amorcée par Irwin vers 1960. Depuis cette date, le développement de la mécanique de la rupture s'étend au problème non linéaire matériellement et géométriquement, aux problèmes de bifurcation des fissures en mode mixtes. Et plus récemment à la propagation des fissures sous charge dynamiques, à la rupture des laminés et des composites, aux techniques numériques de résolution et à l'état de l'art relatif au dimensionnement de diverses structures complexes.[38]

### II.6.2. Les modes de rupture:[37]

Une fissure préexistante dans une pièce ou une structure subit généralement un mode de sollicitation mixte. Ce type de sollicitation correspond à un chargement tel que le déplacement relatif des lèvres de la fissure combine deux ou trois modes:

- **Mode I**: Ou encore le mode d'ouverture est considéré comme étant le plus important en mécanique de la rupture pour beaucoup de matériau. Ce mode est le plus souvent le plus dangereux. (Fig.II.9).
- **Mode II** et **Mode III** : Ils correspondent localement aux glissements parallèles au plan tangent de la fissure. La première direction de glissement est normale au front de la fissure et la seconde direction de glissement lui est parallèle.



**Figure.II.9. Modes de rupture [36,37]**

En ce qui concerne l'extension d'une micro fissure pour développer une rupture fragile, c'est le mode I qui est le plus critique. En effet, pour une dimension donnée de défaut, le risque de rupture brutale est plus important si l'orientation du défaut par rapport à la sollicitation extérieure correspond au mode I. Comme, à priori, dans une structure réelle on ne sait pas dans quelle direction un défaut se développera, c'est le mode I qu'il faut considéré lorsqu'on s'intéresse au risque procuré par l'existence d'une fissure.

Il est à souligné, que dans le cas de sollicitation en mode I, la fissure peut lors de sa propagation changer de plan. Ceci se produit notamment dans le cas des plaques minces. Dans ce cas, la fissure a tendance à changer de plan. Ce qui donne une surface de rupture inclinée, la sollicitation devenant alors une superposition des modes II et III (mode mixte).

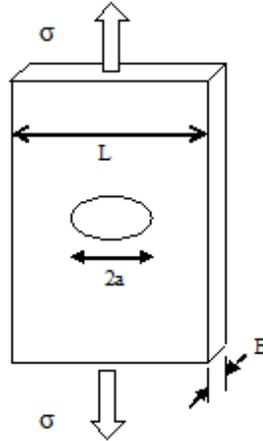
### II.6.3. Approche énergétique

A .A.Griffith résout le problème de l'amorçage et de la propagation d'une fissure par une approche thermodynamique. Cette approche propose que l'instabilité d'une fissure ait lieu lorsque l'énergie potentielle mécanique libérée lors de son extension est supérieure à l'énergie absorbée par cette extension: l'énergie potentielle du système (milieu contenu considéré + fissure) diminue à mesure que la fissure se propage.[36, 37]

Considérons le cas représenté par la figure (II.10). Une fissure de longueur  $2a$ , qui a la forme d'une ellipse étroite, est créée à travers l'épaisseur d'une plaque soumise à un champ de contraintes axiales  $\sigma$ . Le bilan énergétique dans le solide s'écrit:

$$dU - dW + d\Gamma + dT = 0 \quad (\text{II.116})$$

Avec  $U$ : L'énergie de déformation élastique au sein de la plaque,  $T$ : L'énergie cinétique,  $W$ : Le travail des forces appliquées (contraintes) et  $\Gamma$ : L'énergie nécessaire pour la création des nouvelles surfaces de fissure.



**Figure.II.10. Fissure de Griffith [36, 50]**

Il y aura propagation de la fissure si la variation de l'énergie cinétique  $dT$  est positive. Donc, pour un incrément de propagation de la fissure ( $da$ ) on a:

$$\frac{1}{B} \left[ \frac{d}{da} (W - U) - \frac{d\Gamma}{da} \right] = 0 \quad (\text{I.117})$$

$B$  est épaisseur de la plaque.

Le terme  $\frac{1}{B} \left[ \frac{d}{da} (W - U) \right]$  caractérise l'énergie disponible pour faire propager la fissure.

Irwin a utilisé la notion du "taux de restitution d'énergie élastique" ( $G$ ), qui est en fait l'énergie unitaire de propagation de la fissure.

( $G$ ) dépend de la charge appliquée, la géométrie du solide et de l'orientation de la fissure.

Le terme  $\frac{1}{B} \frac{d\Gamma}{da}$  représente l'énergie de propagation de la fissure.

#### **II.6.4. Approche en contrainte:[36, 38]**

Pour un matériau contenant une fissure, soumis à un champ de contrainte axiale (Fig.II.10), A.A.Griffith limite l'énergie nécessaire pour refermer une fissure à la seule énergie thermodynamique, par contre l'analyse de G.R.Irwin est plus générale.

Irwin a substitué une approche basée sur la détermination du champ de contraintes existant autour d'une fissure.

Il considère une région en front de la fissure considérée comme suffisamment petite par rapport au solide considéré, mais suffisamment grande vis-à-vis des dimensions atomiques en accord avec la théorie de l'élasticité linéaire.

A partir des relations de Westergard, Irwin introduit un facteur  $K_I$  qui permet d'écrire les champs singuliers de contrainte à une distance quelconque "r" du fond de fissure, avec  $r \ll a$  (longueur de fissure).

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{r}} f_{ij}(\theta) \quad (\text{II.118})$$

Où  $K_I$  caractérise l'intensité de contrainte en mode I de rupture.

Il existe une relation (pour chaque mode) entre la contrainte de rupture ( $\sigma$ ) et le défaut de la rupture ( $a$ ), le paramètre constant défini comme le facteur d'intensité de contrainte, cette relation est:

$$K_I = Y\sigma\sqrt{a_0} \quad (\text{II.119})$$

Où Y est un facteur de forme, qui dépend de la géométrie de l'éprouvette et du type de sollicitation.

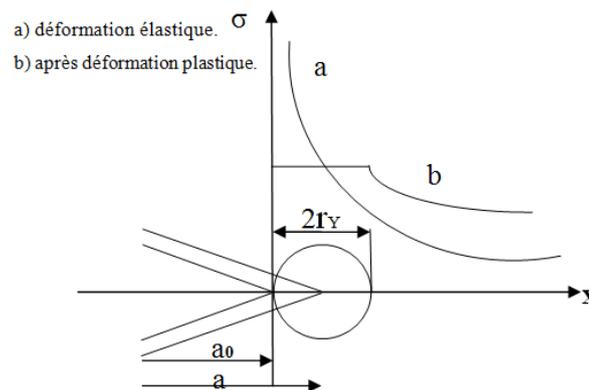


Figure.II.11. Profil de contraintes en front de fissure [36]

La rupture se produira lorsque le paramètre  $K_I$  atteindra une valeur critique notée  $K_{IC}$  ( $K_{IC}$ , en mode I;  $K_{IIC}$ , en mode II et  $K_{IIIC}$  dans le mode III).

Pour un calcul rigoureux du  $K_{IC}$ , il est donc nécessaire de prendre en considération la taille de la zone plastique. En effet, la longueur de fissure est corrigée par une longueur effective ( $a+r_y$ ) (Fig.II.11).

### II.6.5. Détermination de l'énergie de délaminage en mode I sur une éprouvette (D.P.E) :

Vu la simplicité de la réalisation des éprouvettes de types double poutre encastree "D.P.E" (Figure.II.12) et leur aptitude à caractériser le délaminage en mode I; elle sont largement utilisées par plusieurs auteurs [36,37 et 50...].

Le taux de restitution d'énergie peut être déterminé par la méthode de compliance.

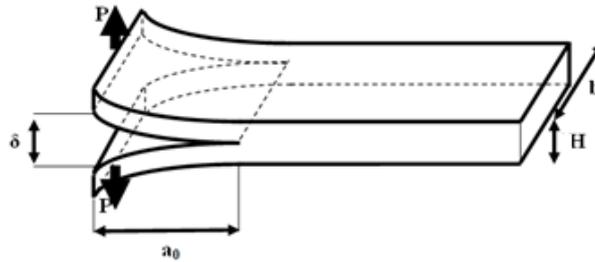


Figure.II.12. Epreuve Double Poutre Encastrée (D.P.E) [36,37 et 50]

### II.6.5.1. La méthode de la compliance pour les composites stratifiés:[36, 37 et 50]

Le taux de restitution d'énergie  $G_{IC}$  est donné par la formule proposée par G.R.Irwin et J.A.Kies:

$$G_{IC} = \frac{P^2}{2b} \frac{dC}{da} \quad (\text{II.120})$$

$$C = \frac{\delta}{P} \quad (\text{II.121})$$

avec:

**P**: charge critique d'amorçage, **b**: largeur de l'éprouvette, **H** : l'épaisseur de l'éprouvette,

**a**: longueur de la fissure, **C**: compliance, **δ**: déplacement

La difficulté pour l'application de cette formule réside dans la détermination du rapport  $\frac{dC}{da}$

Trois méthodes se présentent pour la détermination de ce rapport.

- Méthode découlant de la théorie des poutres
- Méthode utilisant le diagramme ( $C_i - a_0$ )
- Méthode de Berry

Par analogie avec la théorie des poutres Berry exprime la flèche d'une éprouvette de type "DPE" par la formule:[31, 36 et 50]

$$\delta = \frac{P a^n}{h} \quad (\text{II.122})$$

n,h: des constantes dépendant du matériau.

Dans ce cas la compliance sera:

$$C = \frac{a^n}{h} \quad (\text{II.123})$$

Le taux de restitution d'énergie est exprimé par:[36, 50]

$$G_{IC} = \frac{nP\delta}{2ab} \quad (\text{II.124})$$

$$\text{Ou : } G_{IC} = \frac{nP^2 a^{n-1}}{2hb} \quad (\text{II.125})$$

La relation (II 123) montre que le graphe de  $C = f(a)$  est une parabole de degré (n) (figure II.13), tandis que le graphe  $\log(c) = f(\log(a))$  est théoriquement une droite (figure II.14) :

$$\log(c) = n \log(a) - \log(h) \quad (\text{II.126})$$

Les paramètres n et h sont obtenus à partir de la compliance à l'amorçage de plusieurs éprouvettes différenciées par la taille de la fissure.

A ce niveau, ces paramètres deviennent intrinsèques au matériau.

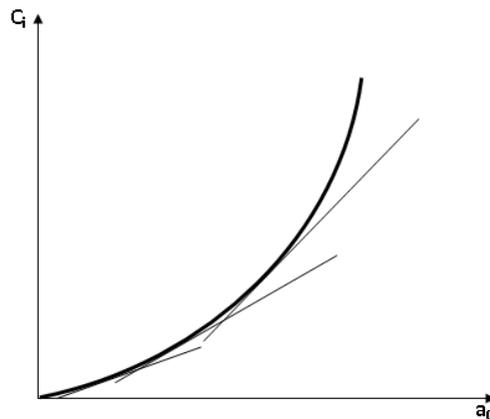


Fig.II.13.Courbe de la compliance en fonction de  $a_0$ [36, 37]

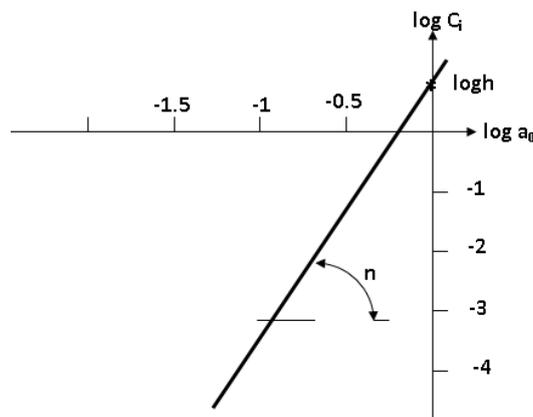


Figure.II.14.Détermination des paramètres n et h [36, 37]

### II.6.5.2. La méthode de la compliance pour les structures sandwiches: [31, 39].

Nous supposons que les peaux sont des stratifiés considérés comme des matériaux orthotropes, de modules de flexion  $E_{f1}$  et  $E_{f2}$ , où les indices 1 et 2 se rapportent aux peaux inférieure et supérieure, respectivement (Figure.II.15) [31].

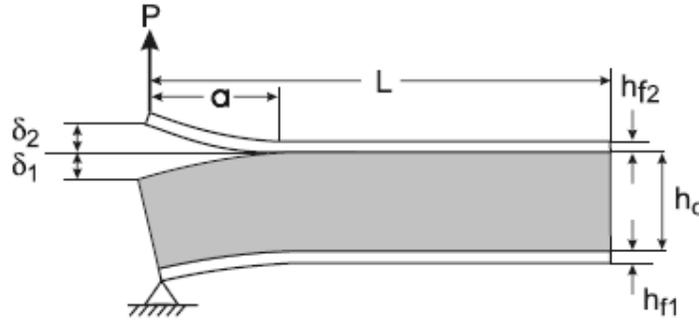


Figure.II.15. Eprouvette de sandwich (D.P.E) [31].

La peau supérieure est considérée comme une poutre encastree de longueur  $a$ , et de largeur  $b$ , qui se déplace avec  $\delta_2$  sous l'effet de la charge appliquée  $P$  [31, 39].

$$\delta_2 = \frac{Pa^3}{3E_{f2}I_{f2}} \quad (\text{II.127})$$

Avec ( $I_{f2}$ ) le moment d'inertie de la section transversale de la face supérieure.

A partir de la théorie des poutres le déplacement ( $\delta_1$ ) du cœur de l'éprouvette (D.P.E) est donné par : [31, 39].

$$\delta_1 = \frac{Pa}{bh_c G_{xz}} + \frac{Pa^3}{3b\left(D - \frac{B^2}{A}\right)} \quad (\text{II.128})$$

Où  $G_{xz}$  est le module de cisaillement du cœur, et  $A$ ,  $B$  et  $D$  sont définis par [31]:

$$\begin{aligned} A &= E_{f1}h_{f1} + E_c h_c \\ B &= h_{f1}h_c(E_c - E_{f1})/2 \\ D &= \frac{1}{12} [E_{f1}(h_{f1}^3 + 3h_{f1}h_c^2) + E_c(h_c^3 + 3h_ch_{f1}^2)] \end{aligned} \quad (\text{II.129})$$

La compliance dans les sandwiches est définie comme dans les stratifiés

$$C = \frac{\delta}{P} \quad (\text{II.130})$$

avec :  $\delta = \delta_1 + \delta_2$

Le taux de restitution d'énergie  $G_{IC}$  est donné par la formule :

$$G_{IC} = \frac{P^2}{2b} \frac{dC}{da} \quad (\text{II.131})$$

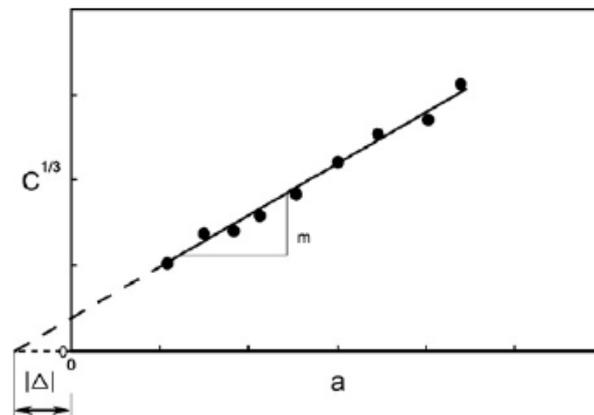
Dans ce cas pour déterminer le rapport  $(dC/da)$  on utilise la méthode du poutre modifiée **MBT**(Modified Beam Theory) [31]

Le graphe  $C^{1/3} = f(a)$  est théoriquement une droite (figure II.16):

$$C^{1/3} = m (a + |\Delta|) \quad (\text{II.132})$$

Les paramètres  $m$  et  $\Delta$  sont obtenus à partir de la compliance à l'amorçage de plusieurs éprouvettes différenciées par la taille de la fissure entre la peau supérieure et le cœur.

Ces paramètres deviennent intrinsèques au matériau.



**Figure.II.16. Détermination des paramètres  $m$  et  $\Delta$  selon la théorie du poutre modifié [31]**

Le taux de restitution d'énergie est exprimé par:

$$G_{IC} = \frac{3P^2 C}{2b(a+|\Delta|)} \quad (\text{II.133})$$

# **Chapitre III**

## **Etude Expérimentale**

## Chapitre III

# Etude Expérimentale

### Introduction

Les matériaux composites doivent répondre aux exigences des contraintes mécaniques imposées, à travers le choix judicieux de renforts et de matrice. L'utilisation des matériaux composites dans des domaines bien spécifiques (aéronautique, automobile, aérospatiale, isolation, etc...), représente un avantage considérable dans la mesure où, nous pouvons concevoir un matériau composite qui répond aux exigences des contraintes [14].

Dans ce chapitre on présente les matériaux et les techniques expérimentaux considérés dans notre travail, qui consiste à étudier des sandwichs, élaborés au niveau du département de génie mécanique à l'université de Biskra.

Ce travail a été divisé en plusieurs parties :

- Première partie indique les matériaux de base utilisés et les procédés d'élaboration de ces matériaux composites et les structures sandwichs.
- Deuxième partie est consacrée à étudier le comportement mécanique des différents sandwichs et les différents types des peaux élaborés. Nous avons procédé à plusieurs essais (traction, compression et flexion trois points) pour déterminer les caractéristiques mécaniques de ces matériaux.
- Troisième partie est consacrée à analyser la rupture en mode I. Nous avons procédé à l'essai du délaminage dans le stratifié (verre-polyester) avec 04 couches et dans un sandwich (verre polyester/ liège aggloméré) différenciés par un prédéfaut entre la peau supérieure et le cœur. Les essais sont destinés pour déterminer la ténacité de ces matériaux.
- Quatrième partie est consacrée à étudier les faciès de rupture qui sont effectuées par un microscope optique (microscopique) et par un appareil photo (macroscopique) .

### III.1. Matériaux utilisés

Les plaques sandwichs proposés dans notre travail sont constituées de deux peaux à deux types différents (stratifié et contreplaqué) et deux types de cœur (polystyrène expansé et le liège aggloméré).

#### III.1.1. Peaux

Les sandwichs proposés possèdent deux types de peaux, matériau composite stratifié et contreplaqué.

##### Matériau composite stratifié (verre/polyester):

Le matériau étudié est élaboré au sein de l'entreprise de films et de polystyrène expansé FIPEXPLAST implantée à CHLEF. Ce matériau est constitué de résine polyester insaturé NORSODYNE S 2010 V (Figure.III.1) et des fibres de verre E MAT 300, MAT 450 (Figure.III.2).

- **Polyesters insaturés** C'est la résine la plus utilisée dans les composites de grande distribution. La résine de polyester insaturé contient un monomère insaturé. Elle est réticulée à température ambiante par l'addition d'un catalyseur de type peroxyde organique et d'un accélérateur. Elle passe successivement de l'état liquide visqueux initial à l'état de gel, puis à l'état de solide infusible. La réaction est exothermique et la température de la résine augmente progressivement depuis le gel jusqu'à un maximum pour redescendre ensuite lentement à la température ambiante. Le durcissement sera d'autant plus rapide ou, si l'on préfère, le temps nécessaire dans le moule sera d'autant plus court que la courbe de température en fonction du temps se rapprochera davantage de la verticale. La réaction de durcissement dépend de la réactivité de la résine, de la forme de l'objet fabriqué (épaisseur, etc.), de la nature et du dosage du système catalytique.

Les avantages de la résine polyester insaturé sont une bonne accroche sur les fibres de verre, transparence, bonne résistance chimique, élaboration facile et le Prix réduit. Mais il y'a quelques inconvénients de cette type de résine, tel que l'Inflammabilité et la durée de stockage ne dépassant pas quatre mois. Le tableau.III.1 représente les propriétés de la résine insaturée.

Viscosité à 26°	Densité à 20°	Contrainte de rupture	Allongement à la rupture	Retrait volumique	Module d'élasticité	Coefficient de Poisson
275 dPa	1,20 g/cm <sup>3</sup>	54MPa	1,5%	7,1%	04 GPa	0,4

**Tableau III.1. Propriétés de la résine insaturée [18]**

- **Fibre de verre:** Elle constitue le renfort essentiel des composites de grande diffusion. Elle est obtenue à partir de sable (silice) et d'additifs (alumine, carbonate de chaux, magnésie, oxyde de bore).

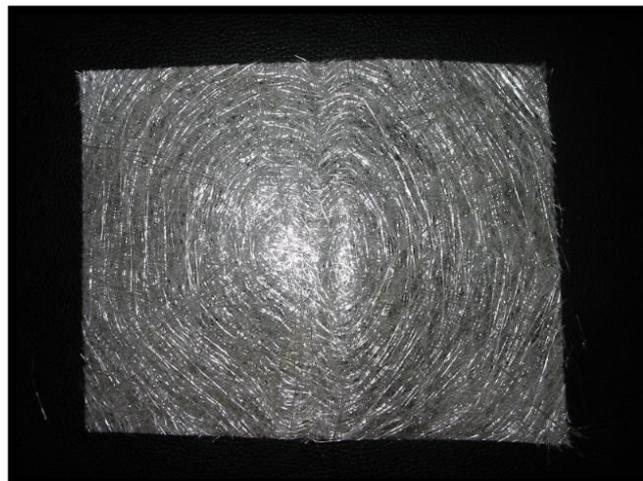
Le tableau.III.2 représente les propriétés de la fibre de verre type E

Longueur de la fibre	Diamètre	Module d'élasticité	Allongement à la rupture	Densité	Coefficient de Poisson	Module de cisaillement
10 et 15 mm	14 $\mu$ m	73 GPa	4,4%-4,5%	2,60-2,82 g/cm <sup>3</sup>	0,25	30 GPa

**Tableau.III.2. Propriétés de la fibre de verre type E [18, 28]**



**Figure III.1. Résine polyester insaturé  
NORSODYNE S 2010 V**



**Figure.III.2. Fibre de verre de type E**

### **Contreplaqué**

Le contreplaqué est un panneau constitué de minces feuilles de bois de 0,8 à 4 mm d'épaisseur. Ce panneau se distingue par une superposition des plis à fils croisés (perpendiculaires). La cohésion des plis est assurée par collage et pressage à chaud. Le plus souvent, les plis sont placés symétriquement de part et d'autre d'un pli central (Figure III.3).

Le contreplaqué offre une grande diversité d'usages et une véritable polyvalence. C'est un matériau de référence pour la construction et la conception.

#### **III.1.2. Cœur**

Dans le cadre de notre travail, les matériaux utilisés dans la fabrication des cœurs sont le polystyrène expansé et le liège aggloméré.

#### **Polystyrène expansé (PSE)**

C'est un matériau d'isolation synthétique (figure.III.4) composé à 98% d'air et à 2% de matière. (PS). Il est un matériau léger, présentant une structure alvéolaire qui lui confère une excellente résistance mécanique, facile à manipuler et à découper. C'est un isolant thermique. Le polystyrène expansé participe au confort du logement à l'été comme à l'hiver. Le polystyrène expansé est obtenu par mélange d'un gaz et du PS cristal. Avant les préoccupations pour la couche d'ozone, on utilisait le fréon, un gaz CFC (chlorofluorocarbone), remplacé depuis les années 1990 par du butane ou du pentane. Des transformateurs introduisent les perles de PS cristal dans des pré-expandeurs sous l'action deux fois de leur volume initial. Les perles, expansées et stabilisées, sont ensuite introduites dans des moules en forme de blocs pour une découpe ultérieure en panneaux ou directement à la forme de la pièce finie. Là, à nouveau sous l'effet de la température et de la pression de vapeur d'eau, les perles expansées s'agglomèrent en une pièce moulée.



**Figure.III.3. Contreplaqué**



**Figure III.4. Polystyrène expansé**

### **Liège aggloméré**

Le liège connu généralement sous le nom de liège de chêne se compose d'agrégats de celluloses, en 42 millions /cm<sup>3</sup>. Il est des plus souples matériaux naturels connus. C'est un matériau léger, élastique, flexible et imperméable aux gaz et aux liquides, impérissable et bon isolateur électrique, thermique et phonétique [26]. Le liège naturel utilisé a été récolté dans les forêts de Jijel (Algérie) et a été traité en liège aggloméré dans l'entreprise nationale des lièges dénommée Taléza lièges situé à Skikda à l'est de l'Algérie. Les granules du liège naturel a été assemblé avec la résine de polyuréthane pour élaborer le liège aggloméré [26,27]. Cette entreprise produit des panneaux de liège aggloméré blanc de moyenne densité (granulé 1 à 2 mm, 2 à 3 mm et 3 à 5 mm) et de basse densité (granulé 4 à 16 mm), et ceci, pour différentes épaisseurs allant de 2 mm jusqu'à 30 mm en fonction de leurs utilisation.

Le type de liège aggloméré de moyenne densité utilisé dans notre travail est obtenu à partir de granulés de 2 à 4 mm (Figure III.5).



**Figure.III.5. Liège aggloméré de moyenne densité**

Les caractéristiques du liège aggloméré de moyenne densité sont [26]:

- La densité varie entre 180 et 310 Kg/m<sup>3</sup>.
- L'allongement est de 5%.
- Le comportement aux rayons solaires est léger avec un jaunissement après une année d'exposition.
- La résistance à l'eau bouillante exprimée par présence d'aucune dégradation après trois heures.
- Isolation thermique et phonique.
- Résistance au feu : brûle difficilement.
- Bonne stabilité dimensionnelle.

### III.2. Procédés d'élaboration du sandwich

L'élaboration des sandwiches est réalisée par collage. Elle est effectuée par deux étapes, la première étape: consiste à élaborer les peaux et la deuxième étape: consiste à l'assemblage des deux peaux avec le cœur par une résine naturelle époxy.

#### III.2.1. Elaboration des peaux

##### Contreplaqué:[51]

La fabrication d'un panneau de contreplaqué nécessite six opérations principales à savoir le déroulage, le tri, l'encollage, le pressage, le ponçage et le sciage.

Les plis qui composent le panneau sont obtenus en déroulant une grume, il s'agit de faire tourner une bille de bois sur une lame, pour obtenir une feuille d'une épaisseur de 0,33 à 4 mm. Ensuite séchés et massicotés à dimension. Il résulte de cette opération des bandes de placages plus petites que le panneau final, qui est jointées pour reconstituer des feuilles entières.

Les plis ainsi obtenus sont ensuite triés selon leur qualité, les plus beaux serviront comme plis extérieurs (faces) et les autres (dont la plupart des jointés) serviront de plis intérieurs (âmes et intérieurs). Ensuite ils sont alors encollés avec de la colle mélamine, phénolique ou résorcine.

Puis ils sont insérés dans une presse, dont les deux faces sont chauffées pour assurer la prise de la colle. La température de l'opération (160°C) permet aussi de débarrasser le bois des éventuels organismes vivants qui pourraient l'habiter. Après refroidissement, les panneaux sont poncés et sciés aux dimensions finales [51].

**Matériau composites stratifié verre polyester:**

Trois types de peaux en stratifiés à quatre, six et huit couches ont été étudiés dans ce travail.

Les stratifiés sont élaborés en utilisant le processus de moulage par contact (Figure.III.6). Cette méthode de mise en œuvre est la première à avoir été employée dans le moulage des résines de polyester insaturé renforcées.

Le moulage est effectué selon les opérations suivantes:

- le moule (1m×90cm) est enduit au rouleau avec la résine catalysée et accélérée.
- le renfort mat est disposé dans le moule.
- le renfort est ensuite imprégné avec la matrice puis un bullage est effectué avec un rouleau cannelé.
- après gélification de la première couche, les couches suivantes sont appliquées, en utilisant la même technique. Un film d'Aluminium (1m×10cm×140μ) est placé au milieu des couches de la plaque pour réaliser le prédéfaut des éprouvettes de délamiage.
- le démoulage est ensuite effectué après un temps qui dépend de la résine et de la température.
- la polymérisation est ensuite effectuée en milieu ambiant pendant plusieurs semaines.
- après polymérisation, on découpe trois types d'éprouvettes avec un disque en diamant.

Le tableau (III.3) présente les caractéristiques de chaque plaque et La figure (III.7) représente les trois plaques élaborées:

Nombre de couches	Les types de (mat) dans les plaques (g/m <sup>2</sup> )	Taux de fibre (%)	Taux de résine (%)
04	300-450-450-300	33.33	66.66
06	300-450-450-450-450-300	33.24	66.76
08	300-300-450-450-450-450-300-300	31.5	68.5

**Tableau.III.3. Caractéristiques des trois plaques**

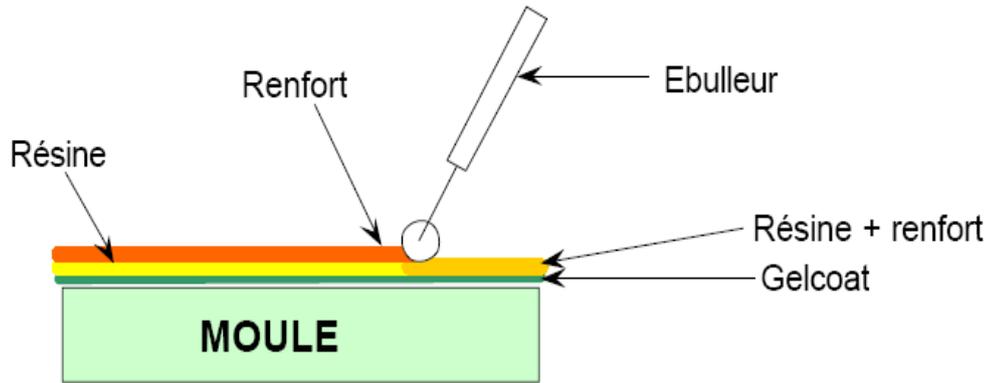


Figure.III.6. Moulage par contact [18]



Figure.III.7. Les trois plaques élaborées

### III.2.2. Elaboration du sandwich

Après la préparation des peaux en contreplaqué et en composite (verre/polyester), la mise en œuvre des sandwichs est réalisée au sein du hall technique de département de génie mécanique à l'université de Biskra.

Notre étude est basée sur les quatre types de sandwich suivant (Figure.III.8):

- (a) deux peaux en contreplaqué d'épaisseur 3,5 mm avec un cœur en polystyrène d'épaisseur 20 mm.

- (b) deux peaux en contreplaqué d'épaisseur 3,5 mm avec un cœur en liège aggloméré d'épaisseur 15 mm.
- (c) deux peaux en stratifié de quatre couches d'épaisseur de 3,5 mm avec un cœur en polystyrène d'épaisseur 20 mm.
- (d) deux peaux en stratifié de quatre couches d'épaisseur de 3,5 mm avec un cœur en liège aggloméré d'épaisseur 15 mm.

Pour préparer le sandwich (c), on a utilisé une résine d'époxy (MEDAPOXY STR) en tant qu'adhésif pour coller le stratifié (verre/polyester) et le liège aggloméré. Pour les autres panneaux sandwich (a, b et d) on a utilisé la colle blanche pour l'assemblage des peaux et les cœurs.

Les panneaux sandwich sont été stabilisés dans l'air à température ambiante pendant dix jours.

Trois éprouvettes ont été préparées pour chaque type et pour chaque essai.

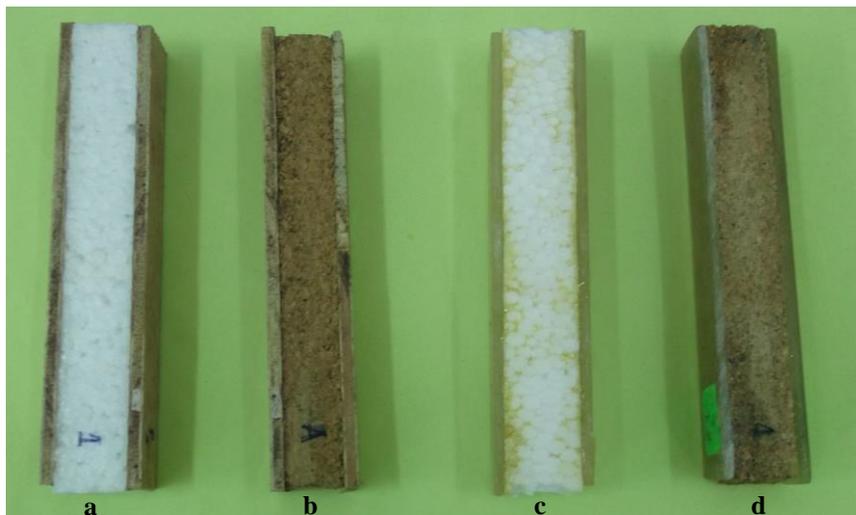


Figure.III.8. Quatre types de sandwich

### III.3. Techniques expérimentales :

#### III.3.1. Caractéristiques mécaniques des matériaux

##### III.3.1.1. Taux de fibres.

La méthode utilisée pour déterminer la fraction massique est la calcination totale de la résine. La fraction massique est donnée par la formule suivante:

$$m_f = \frac{M_f}{M_C} \quad (\text{III.1})$$

Avec :  $M_C$ : masse totale de l'échantillon et  $M_f$ : masse des fibres recueillies

Pour faire la calcination, il faut suivre les opérations suivantes:

- 1- découper trois échantillons (1cm×1cm) de chaque plaque.
- 2- déposer les échantillons dans des tares (Figure III.9) pour peser par la balance de  $10^{-3}$ g de précision (Figure III.10).
- 3- déposer l'échantillon dans un four à 620°C pendant deux heures (Figure III.11).
- 4- prendre les fibres et les déposer dans un dessiccateur pour le refroidissement et pour absorber l'humidité par des granulés de sélicagel pendant une heure (Figure III.12).
- 5- Peser les fibres obtenus.
- 6- déposer les fibres dans le four à 620°C (pendant une heure pour s'assurer de la calcination complète de la résine).
- 7- peser les fibres une deuxième fois.

Enfin on détermine le taux de fibre ou la fraction massique par l'équation précédente (III.1).

### Résultats et discussion

Les résultats du taux de fibres sont présentés dans le tableau (III.4) :

Nombre de couches	Taux de fibres (1)	Taux de fibres (2)	Taux de fibres (3)	Taux de fibres moyen	Ecart type	CV
04	37,40%	36,80%	34,78%	36,33%	1,852	0,051
06	35%	35,25%	36,03%	35,43%	0,728	0,02
08	36,88%	37,30%	34,56%	36,24%	1,64	0,045

**Tableau.III.4. Taux de fibre dans les trois plaques.**

On remarque que les valeurs réelles des taux de fibre sont différentes des valeurs dans la mise en œuvre. Les causes de cette différence peuvent être attribuées à :

- Les échantillons de calcination sont très petits par rapport aux plaques élaborées.
- La distribution de la résine n'est pas homogène dans les plaques élaborées.

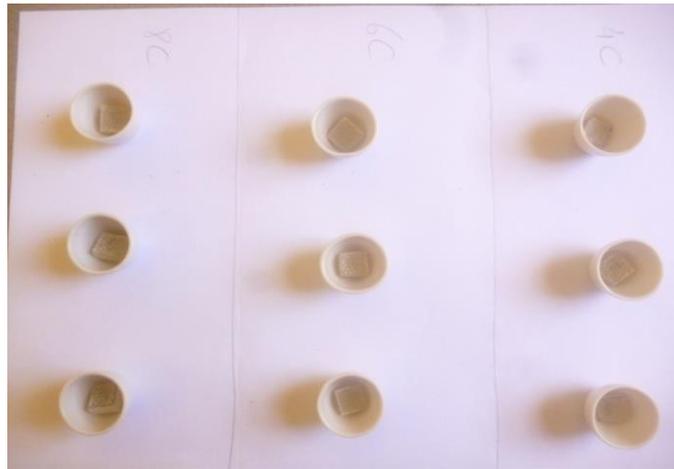


Figure.III.9. Les échantillons (1cm x 1cm) dans les tares



Figure.III.10. L'ensemble (la tare +l'échantillon) dans la balance



Figure III.11. Four et Dessicateur (la tare + sélicagel)

### III.3.1.2. Essai de traction dans les peaux

Ces essais permettent de déterminer le module d'élasticité dans les trois types de stratifiés (04, 06 et 08 couches) et dans le contreplaqué d'épaisseur 3,5mm.

Les essais de traction ont été menés sur des éprouvettes de forme haltère, selon la norme ASTM D638 [40] (Figure III.12).

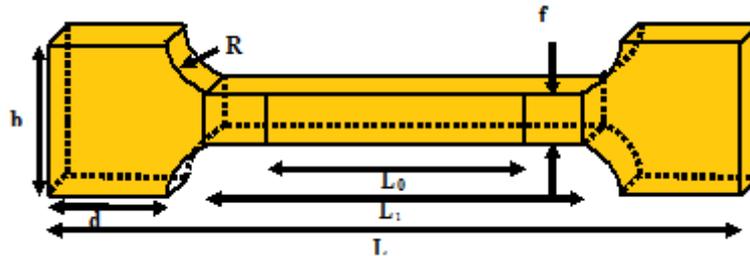


Figure.III.12. Eprouvette sous forme haltère pour les essais de traction

Les dimensions de l'éprouvette de traction sont présentées dans le tableau (III.5)

L	L <sub>1</sub>	L <sub>0</sub>	R	b	f	d
165mm	75mm	50mm	20mm	20mm	12,5mm	35mm

Tableau.III.5. Dimensions d'éprouvette de traction selon la norme ASTM D638 [40]

On utilise des éprouvettes sous forme haltère (Figure III.13) dans les essais de traction pour éviter la concentration de contrainte au niveau des mors de la machine d'essai. Un extensomètre (Figure.III.14) est fixé pour déterminer le déplacement local dans l'éprouvette.

Les essais de traction ont été réalisés avec une vitesse d'essai de 2 mm/min sur une machine universelle de type INSTRON modèle 5969 (Figure III.15) de capacité 50 kN, avec pilotage et acquisition des données par logiciel Bluhill3. Trois éprouvettes au moins ont été testées pour chaque type de stratifiés et de contreplaqué.

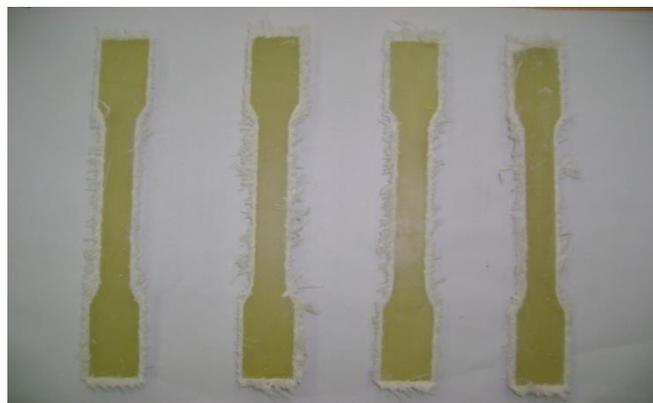


Figure III.13. Eprouvettes de forme haltère

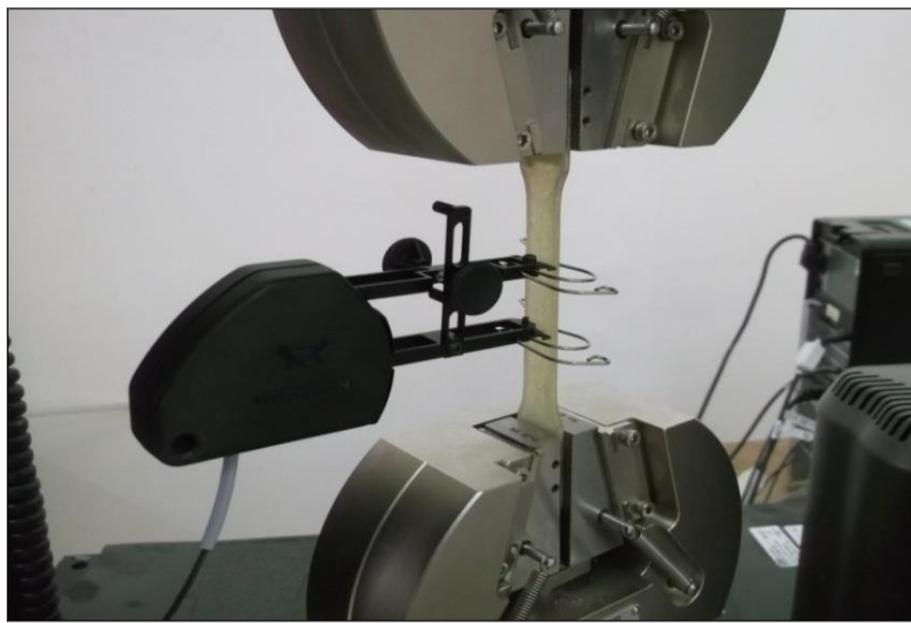


Figure .III.14. Positionnement de l'éprouvette entre les mors avec l'extensomètre



Figure III.15. Machine Universelle type INSTRON modèle 5969

## Résultats et discussion

Les figures suivantes présentent les courbes de contrainte-déformation dans les différents types de stratifiés et contreplaqué :

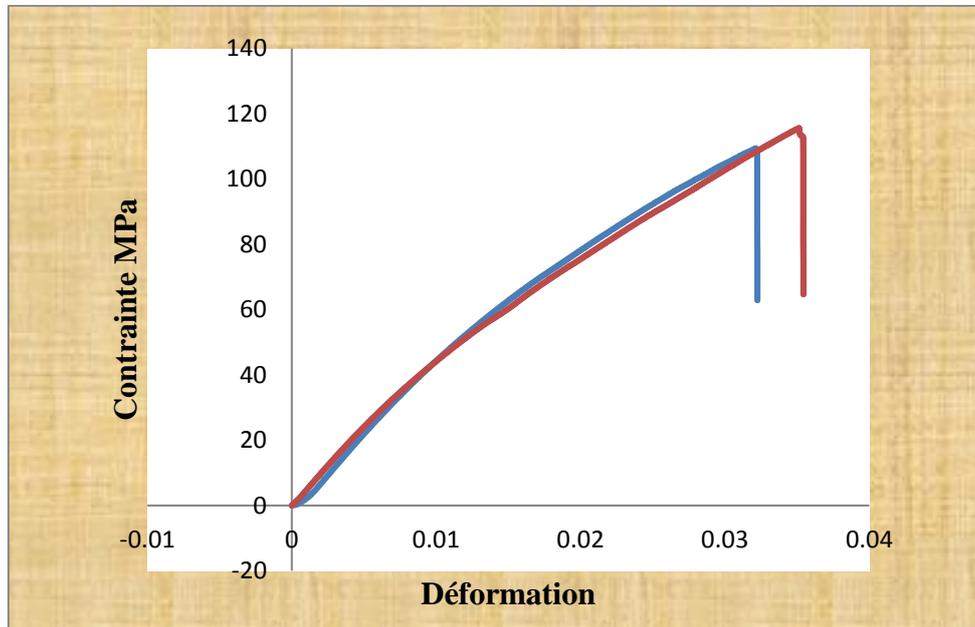


Figure.III.16. Courbe de Contrainte - Déformation des stratifiés 04 couches sollicités par traction

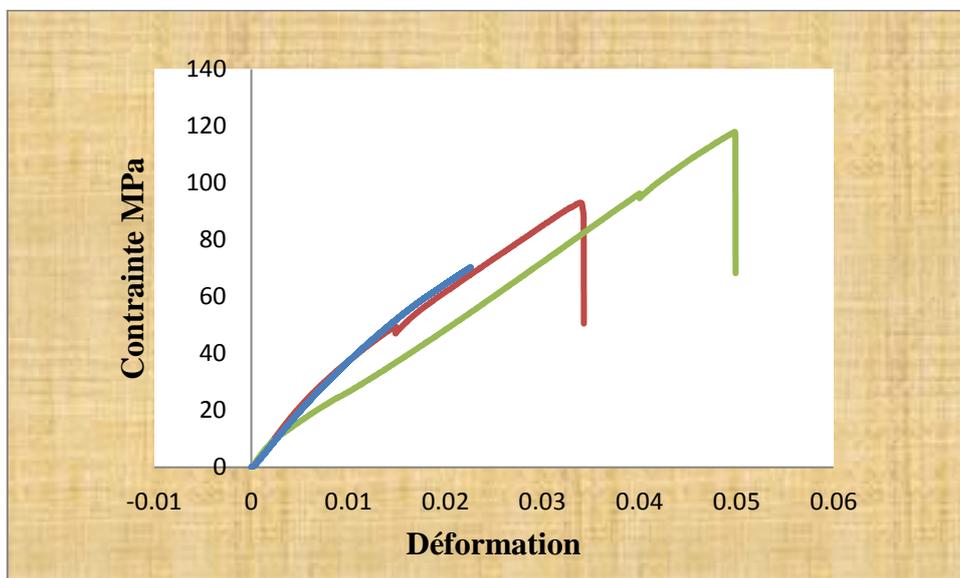


Figure.III.17. Courbe de Contrainte - Déformation des stratifiés 06 couches sollicités par traction

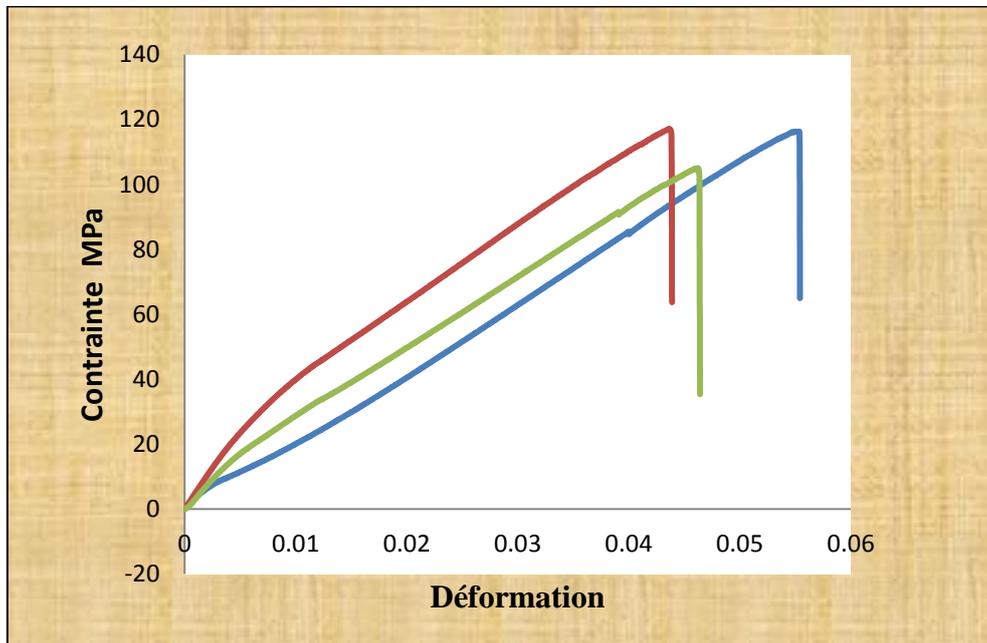


Figure.III.18. Courbe de Contrainte- Déformation des stratifiés 08 couches sollicités par traction

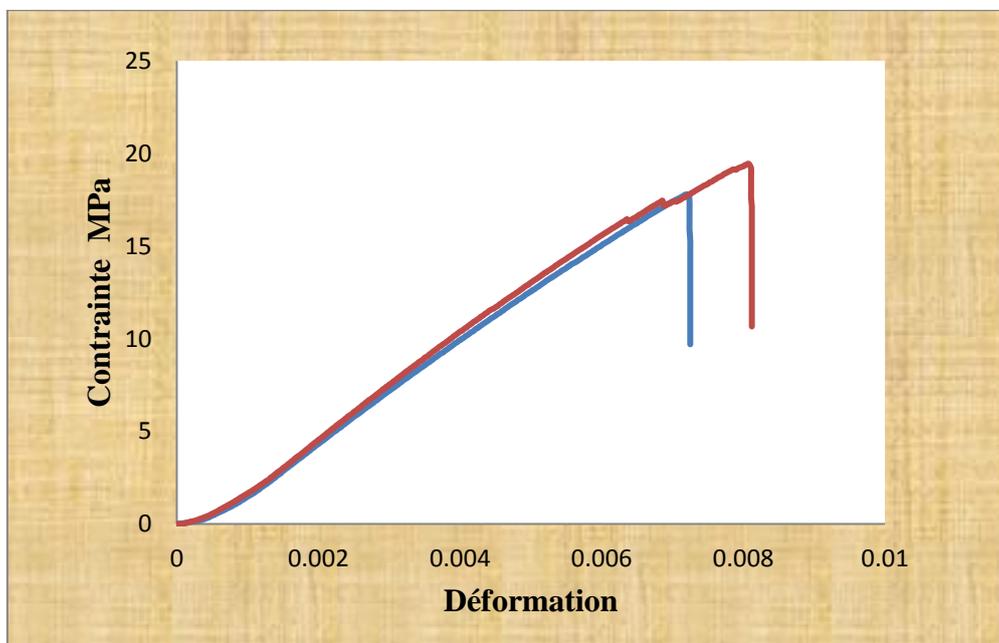
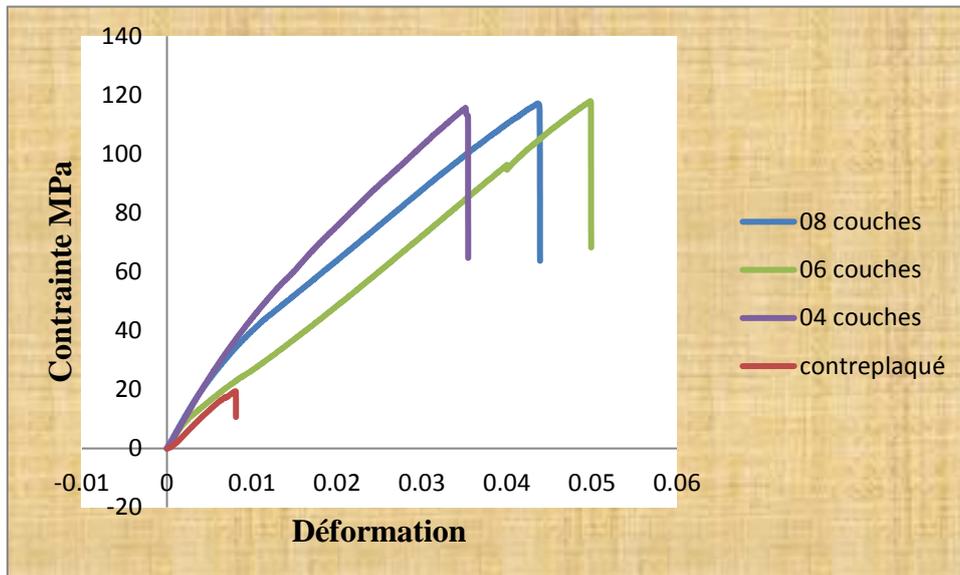


Figure.III.19. Courbe de Contrainte- Déformation des contreplaqués sollicités par traction



**Figure.III.20. Courbe de Contrainte- Déformation dans les deux types de peaux sollicitées par traction**

Les figures III.16, III.17, III.18, III.19 et III.20 donnent l'évolution de la contrainte appliquée en fonction de la déformation, pour différents types éprouvettes (4, 6 et 8 couches) dans les stratifiés et pour les contreplaqués, sollicités en traction. Le comportement en traction des éprouvettes est similaire et peut se décomposer en 3 phases principales, à savoir:

- La première phase correspond à une augmentation linéaire de la contrainte appliquée avec la déformation; sauf quelques pics au début de la phase, ils sont dus probablement au glissement entre les mors et l'éprouvette. Cette phase est la zone élastique de la courbe contrainte- déformation, on peut déterminer ainsi le module d'élasticité à partir de la loi de Hook par l'équation :

$$E_t = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \quad (\text{III.2})$$

Avec  $E_t$  est le module d'élasticité.

$\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}$  est la pente de la phase linéaire de la courbe contrainte- déformation

- La deuxième phase, le début de cette partie est incliné pour devenir linéaire jusqu'à la valeur maximale de la contrainte.

Malgré que dans cette phase il existe une partie linéaire elle ne correspond pas une zone élastique, car il existe des ruptures au niveau de la résine et les fibres restent résistants à la traction dans les stratifiés.

- La troisième et dernière phase où l'on observe un relâchement de la contrainte totalement, c'est la phase de la rupture totale de la résine et de la fibre dans les stratifiés.

Le tableau (III.6) représente les valeurs moyennes du module d'élasticité dans les différents types de stratifiés et contreplaqué sollicités par la traction.

Eprouvette	$\sigma_{\max}$ (MPa)	$E_{t \text{ moyen}}$ (MPa)	Ecart type	CV
4 couches	112,06	4,997	0,0962	0,019
06 couches	114,73	4,288	0,209	0,049
08 couches	114,67	4,315	0,693	0,161
contreplaqué	19,12	2,571	0,318	0,123

**Tableau.III.6. Module d'élasticité dans les deux types de peaux**

En ce qui concerne les stratifiés, le tableau III.6 montre que les valeurs moyennes du module d'élasticité des différents types de stratifié, sont peut différent. On remarque aussi que les trois valeurs du module d'élasticité entre les éprouvettes de 04 couches sont plus proche par rapport aux autres trois éprouvettes de 06 et 08 couches. On explique cette remarque par les valeurs de l'écart type et le coefficient de variance (CV) dans les éprouvettes de 4 couches qui sont plus inférieures par rapport aux autres éprouvettes de 06 et 08 couches. Cette faible variabilité de la valeur de module d'élasticité est due à certains facteurs indiqués dans les points suivants:

- La distribution de la résine n'est pas homogène dans les plaques élaborés car le moulage par contact est une opération manuelle, donc il est impossible de distribuer la résine d'une façon homogène dans les plaques.
- La variabilité de la valeur du taux de fibre dans les plaques élaborés.

Les contraintes des différents types des stratifiés augmentent jusqu'à les valeurs maximales, qui sont variées entre 112,06 et 114,73 MPa.

En ce qui concerne les contreplaqués la valeur du module d'élasticité entre des trois éprouvettes est inférieure à celle des stratifiés.

Les contraintes dans le contreplaqué augmentent jusqu'à les valeurs maximales, qui varient entre 18 et 20 MPa.

Le module d'élasticité des stratifiés est plus élevé par rapport au contreplaqué.

### III.3.1.3. Essai de Flexion trois points dans les peaux

Ces essais permettent de déterminer le module d'élasticité dans les différents types de stratifiés (04 et 08 couches) et dans le contreplaqué d'épaisseur 3,5 mm.

Les essais de flexion trois points ont été menés sur des éprouvettes sous forme rectangulaire, selon la norme NF EN ISO 178 [41] (Figure III.21) découpées par un disque en diamant.

L'essai de flexion trois points est effectué en utilisant la charge appliquée dans la direction perpendiculaire à la surface d'éprouvette, placée entre deux supports à distance de 60 mm (Figure III.22). Ces essais ont été effectués avec une vitesse de déplacement de 1 mm/min sur une machine universelle type INSTRON modèle 5969 de capacité 5 kN, avec pilotage et acquisition des données par logiciel Bluhill3.

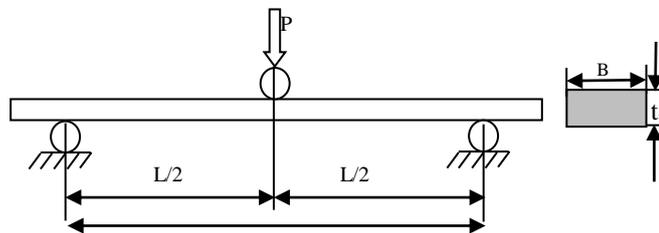


Figure III.21. Dimensions géométriques d'éprouvette sollicitée par flexion trois points

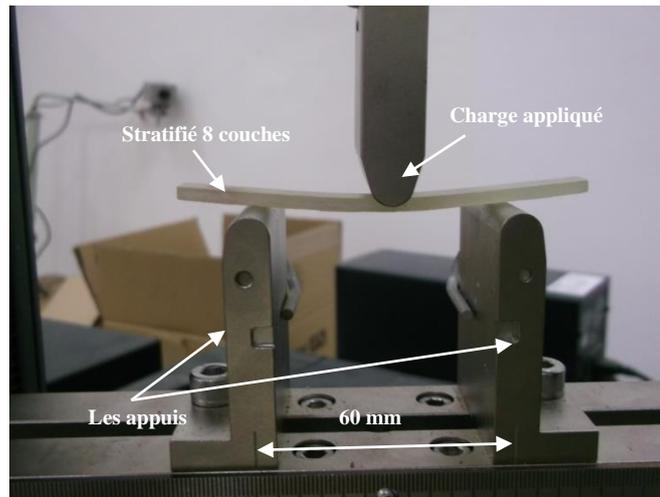


Figure.III.22. Eprouvette de 8 couches sollicitée par flexion trois points

### Résultats et discussion

Les figures suivantes présentent les courbes de Charge-déplacement dans les différents types de stratifiés (4 et 8 couches) et le contreplaqué.

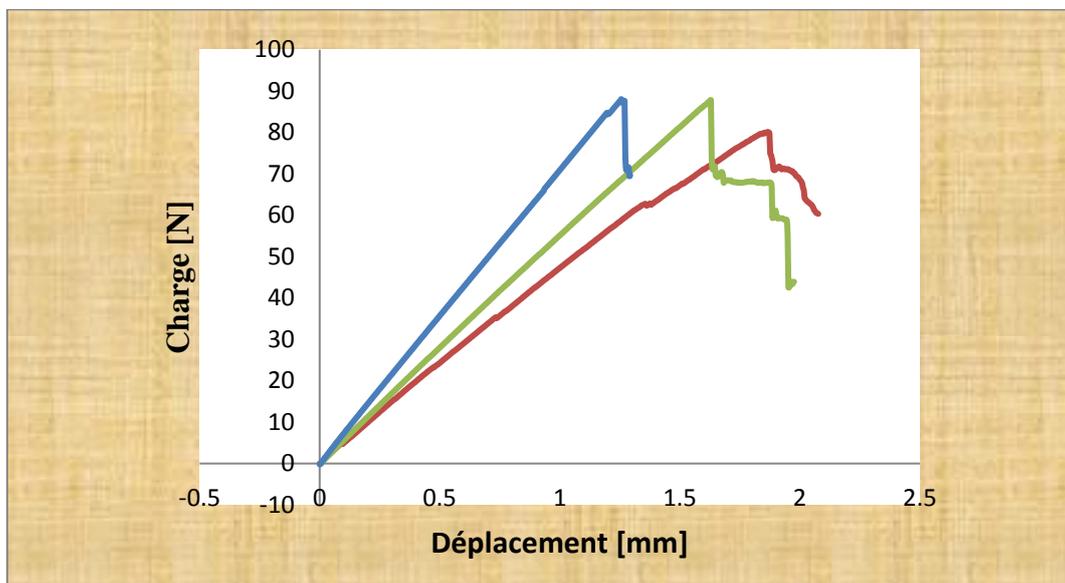


Figure.III.23. Courbe de Charge- Déplacement des stratifiés 04 couches sollicités par flexion trois points

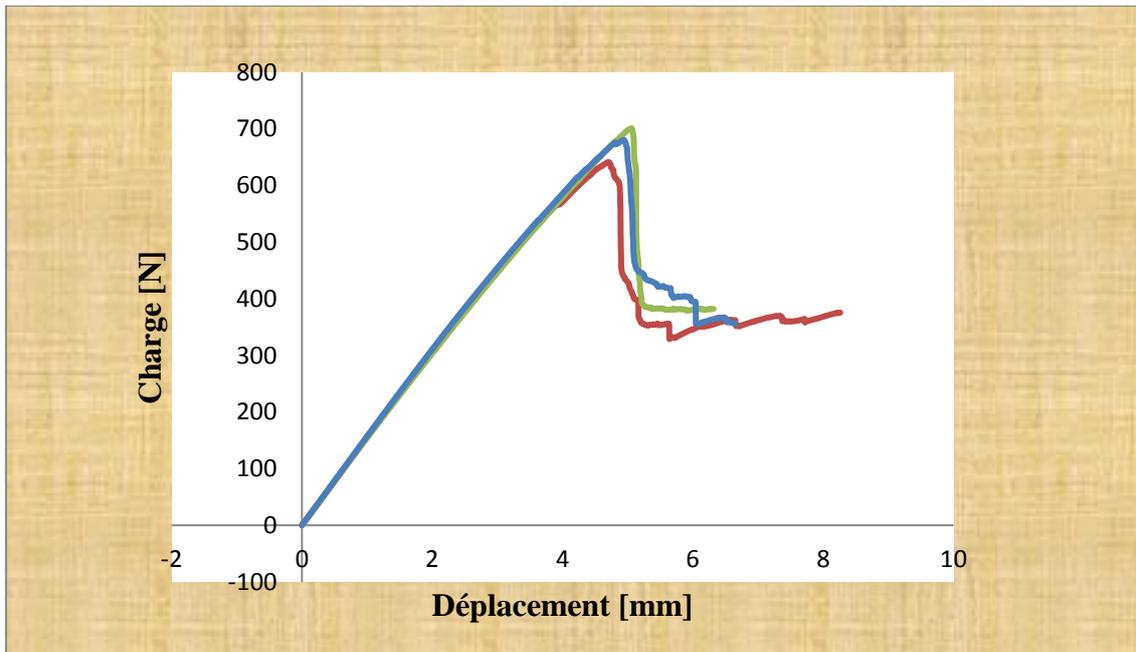


Figure.III.24. Courbe de Charge - Déplacement des stratifiés 08 couches sollicités par flexion trois points

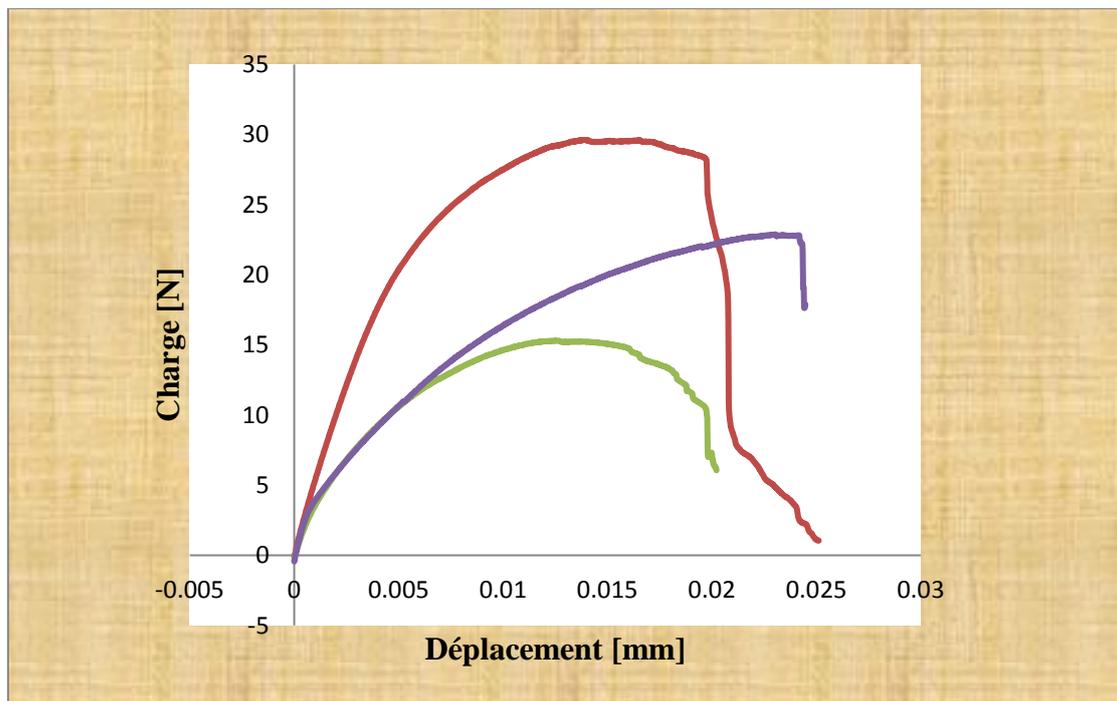
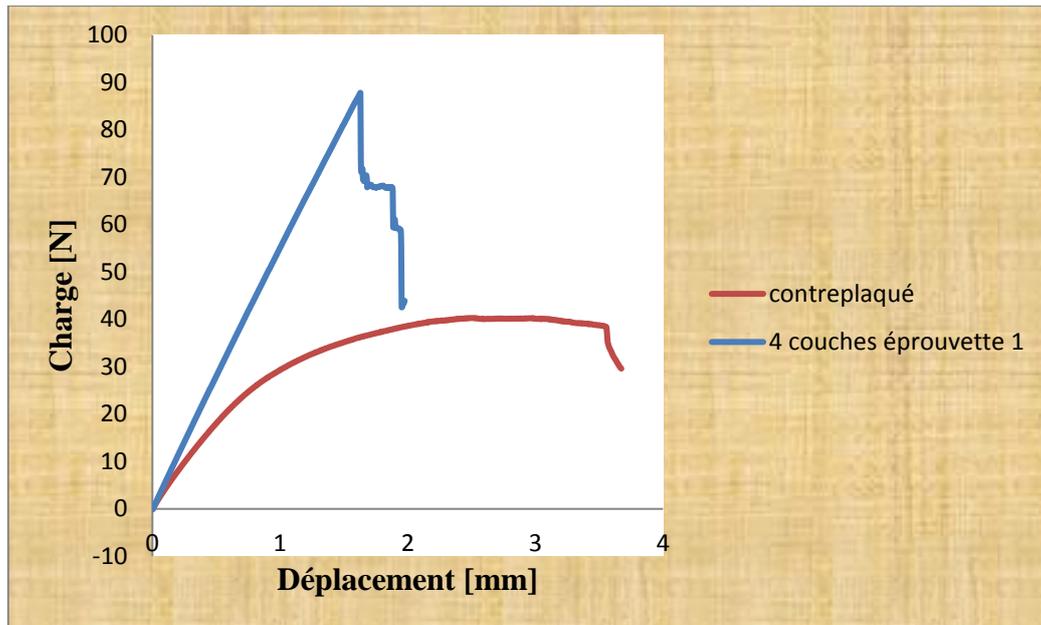


Figure.III.25. Courbe de Charge - Déplacement du contreplaqué sollicité par flexion trois points



**Figure.III.26. Courbe Charge- Déplacement dans les deux types des peaux sollicités par flexion trois points**

Les figures III.23, III.24, III.25 et III.26 donnent l'évolution de la charge appliquée en fonction du déplacement, pour différents types de éprouvettes (4, et 8 couches) dans les stratifiés et pour les contreplaqués, sollicités en flexion trois points. Le comportement des éprouvettes est similaire aussi et se diviser aussi en 3 phases principales:

La première phase correspond à une petite augmentation linéaire de la charge appliquée avec le déplacement, c'est la partie élastique. On peut déterminer le module d'élasticité par l'équation selon la norme ASTM 790-81.2005: [44]

$$E_{sb} = \frac{\Delta P \times L^3}{\Delta \delta \times 4B \cdot t_f^3} \quad (\text{III.3})$$

Avec  $E_f$  est le module de flexion.

$\frac{\Delta P}{\Delta \delta}$  est la pente de la phase linéaire de la courbe charge- déplacement

- La deuxième phase: c'est une grande partie d'augmentation non linéaire de la charge en fonction du déplacement jusqu'à la valeur maximale de la charge. C'est la partie plastique. A partir de cette partie commence la séparation entre la résine et les fibres et le début de l'endommagement dans les composants de ces matériaux.
- La troisième phase est la phase finale qui commence par une chute de la force jusqu'à la rupture totale.

Le tableau (III.7) représente les valeurs du module d'élasticité dans les différents types du stratifiés et contreplaqué sollicités par la flexion.

Eprouvette	$E_{moy}$ [Gpa]	Ecart type	CV
04 Couches	7,455	0,272	0,0365
08 Couches	6,725	0,0860	0,0128
Contreplaqué	5,190	0,450	0,0868

**Tableau.III.7. valeurs du module d'élasticité dans les différents types du stratifiés et contreplaqué sollicité par flexion 3 points**

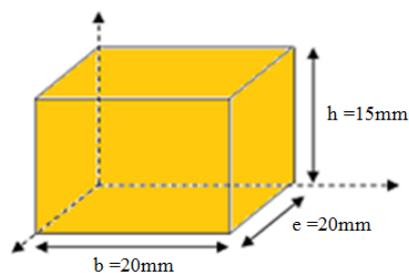
En remarque que dans les stratifiés, les valeurs moyenne du modules d'élasticité des différents types de stratifié, sont presque identique. Les trois valeurs du module d'élasticité des éprouvettes de 08 couches sont plus proches par rapport aux éprouvettes de 04 couches. Les valeurs de l'écart type et le coefficient de la variance (CV) dans les éprouvettes de 8 couches sont plus inférieures aux éprouvettes de 04 couches. Cette faible variabilité de la valeur de module d'élasticité à la flexion est due à certains facteurs déjà indiqués à l'étape des essais à la traction. Pour les contreplaqués le tableau précédent montrent que les valeurs du module d'élasticité des trois éprouvettes sont proches.

En fin on remarque que le module d'élasticité à la flexion trois points dans les stratifiés est plus élevé par rapport au contreplaqué.

#### III.3.1.4. Essai de compression dans le cœur (liège aggloméré)

Ces essais permettent de déterminer le module d'élasticité longitudinal et transversal du liège aggloméré utilisé dans le sandwich comme un cœur.

Les essais de compression ont été menés sur des éprouvettes sous forme parallépipède rectangle (20 x 20 x 15mm) (Figure.III.27).



**Figure.III.27. Dimensions de l'éprouvette pour les essais de compression**

Ces essais de compression ont été effectués sur des éprouvettes dans le sens longitudinal et transversal (épaisseur) avec une vitesse de 2 mm/min. Trois éprouvettes au moins dans chaque sens ont été testées. Ils ont été effectués sur une machine hydraulique universelle type INSTRON modèle 5969 (Figure.III.28) de capacité 50 kN, avec pilotage et acquisition des données par logiciel Bluhill3.

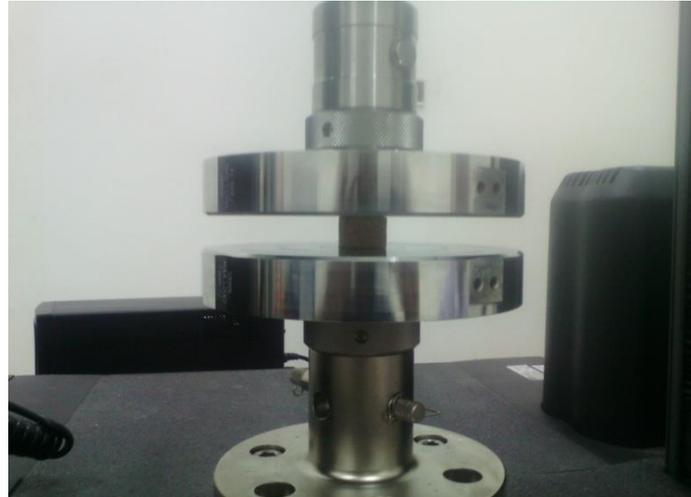


Figure.III.28. Positionnement de l'éprouvette de compression entre les mors

### Résultats et discussion

Les figures III.29 et III.30 présentent les courbes de contrainte-déformation dans les différents sens longitudinal et transversal des éprouvettes de liège aggloméré.

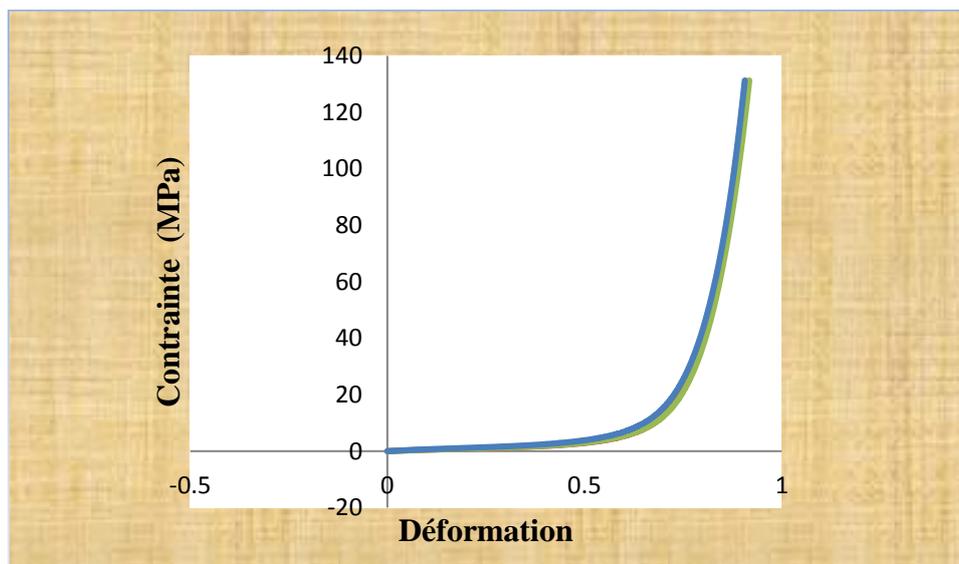
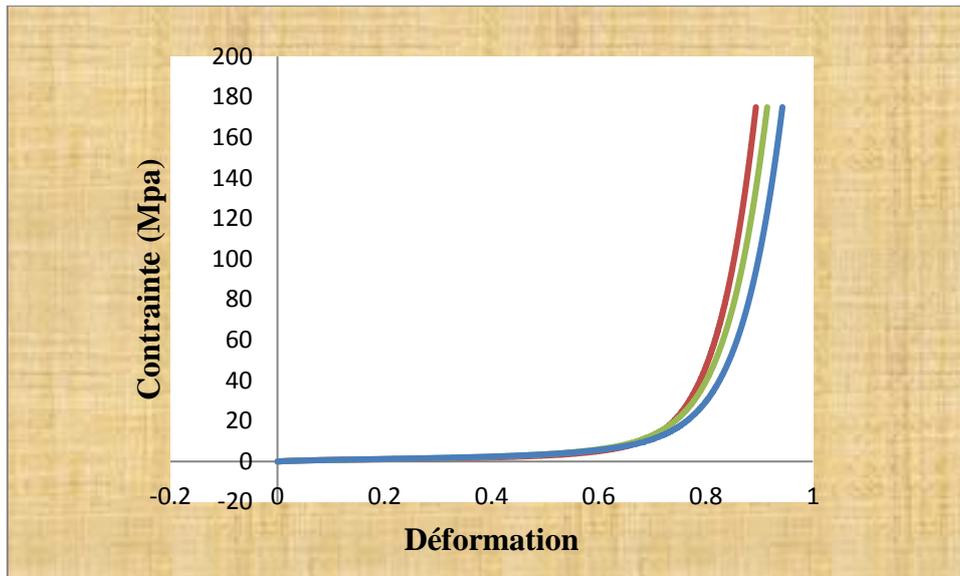


Figure.III.29. Courbe de Contrainte- Déformation des éprouvettes en liège agglomérées sollicitées par compression dans le sens longitudinal



**Figure.III.30. Courbe de Contrainte- Déformation des éprouvettes en liège aggloméré sollicitées par compression dans les sens transversal**

Les figures III.29 et III.30 donnent l'évolution de la contrainte appliquée en fonction de la déformation, pour différents types éprouvettes (longitudinal et transversal) dans le liège aggloméré sollicités par compression. Le comportement des éprouvettes est similaire et peut être partagé à 3 phases principales, à savoir:

- La première phase c'est la partie élastique correspondant à une augmentation linéaire de la contrainte appliquée avec la déformation. On détermine le module d'élasticité par l'équation de la loi de Hook suivante:

$$\bullet \quad E_c = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \quad (\text{III.4})$$

avec  $E_c$  est le module d'élasticité du liège aggloméré

$\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}$  est la pente de la phase linéaire de la courbe contrainte- déformation

- La deuxième phase est la partie plastique qui correspond une augmentation non linéaire de la contrainte de la déformation.
- La troisième phase: une reprise d'augmentation linéaire de la contrainte en fonction de la déformation. En effet à partir de cette déformation les cellules sont écrasées ce qui rigidifie le liège aggloméré.

Le tableau (III.8) représente les valeurs du module d'élasticité longitudinal et transversal du liège aggloméré sollicité par la compression

Sens d'éprouvettes	$E_{C_{moy}}$ [Mpa]	Ecartype	CV
longitudinal	5,407	0,529	0,098
Transversal (épaisseur)	20,927	0,180	0,008

**Tableau.III.8. Valeurs du module d'élasticité longitudinal et transversal du liège aggloméré**

Le matériau est considéré orthotrope à isotrope tranverse. Dans le sens de l'axe d'orthotropie le module d'élasticité est estimé à 20,93 Mpa tandis que dans le plan d'isotropie il est estimé à 5,41 Mpa.

### III.3.1.5. Essai de Flexion trois points dans les sandwichs

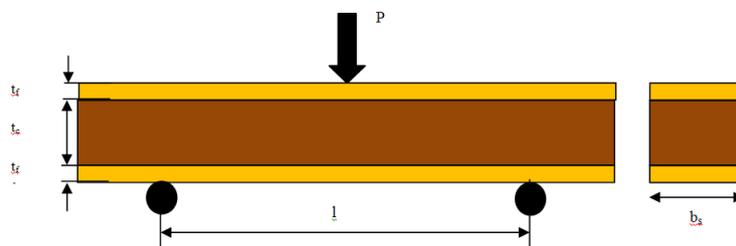
Ces essais permettent de déterminer le module de rigidité global dans les différents types de sandwichs élaborés (a, b, c et d). (Figure.III.8)

On considère une plaque sandwich de largeur ( $b_s$ ) et longueur ( $l$ ), comprenant deux peaux d'épaisseur identiques  $t_f$  et d'un cœur d'épaisseur  $t_c$ . (Figure.III.31 )

Ces essais ont été menés sur des éprouvettes de sandwichs ( $140 \times 20 \text{ mm}^2$ ) selon les normes NF EN ISO 178 et ASTM C393-62, [41,42].

Ils ont été effectués en appliquant la charge dans la direction perpendiculaire à la surface supérieure de l'éprouvette. L'éprouvette a été placée sur deux supports distants de 80 mm l'une de l'autre (figure III.32). Les essais ont été effectués avec une vitesse d'essai de 1 mm/min sur une machine universelle type INSTRON modèle 5969 de capacité 5 kN, avec pilotage et acquisition des données par le logiciel Bluhill3.

Les caractéristiques mécaniques ont été calculées à partir de la courbe charge-déplacement.



**Figure III.31. Dimensions géométriques d'une plaque sandwich sollicitée par flexion trois points**

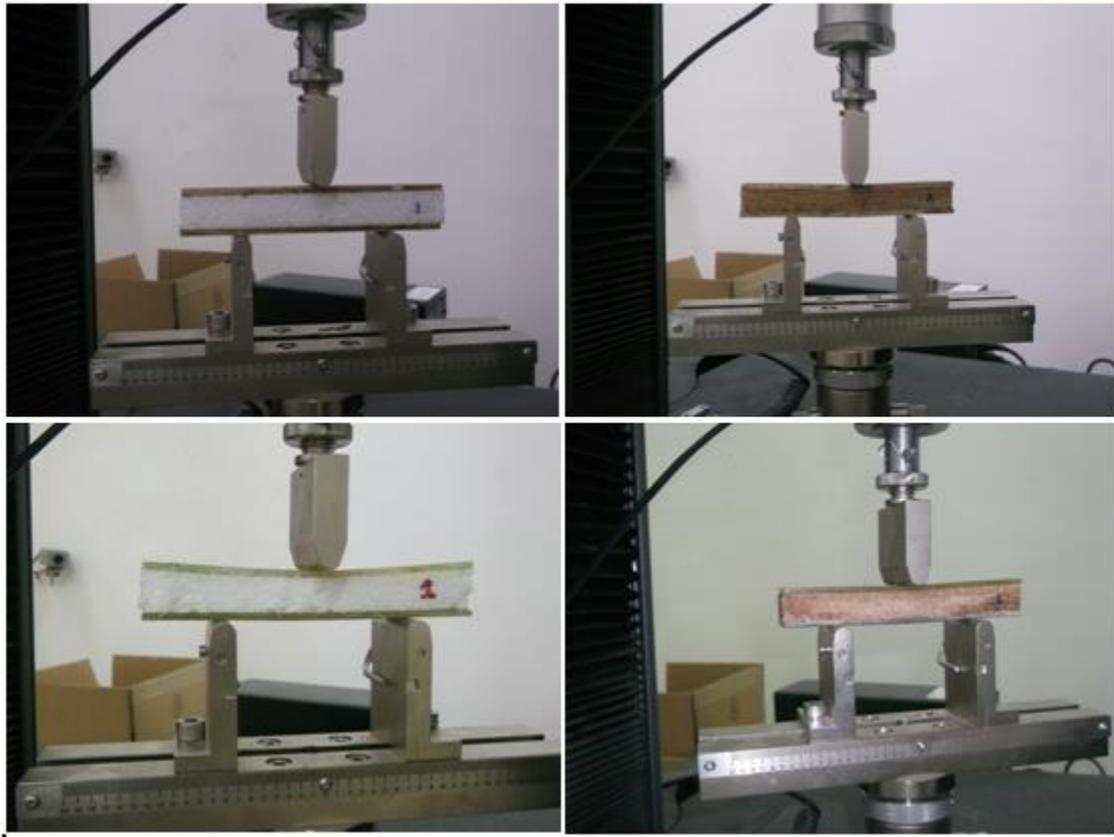


Figure.III.32. Les quatre types de panneaux sandwichs sollicités par flexion trois points

La flèche élastique peut être exprimée par la formule suivante [28] :

$$\delta = \frac{Pl^3}{48D_0} + \frac{Pl}{4S} \quad (\text{III.5})$$

$$\delta = \left[ \frac{l^3}{48D_0} + \frac{l}{4S} \right] P \quad (\text{III.6})$$

$$\delta = [F_G]P \text{ ou } P = [D_G]\delta \quad (\text{III.7})$$

Avec :  $D_G = \frac{1}{F_G}$

$F_G$  est la souplesse globale du sandwich, et  $D_G$  est la rigidité globale:

La rigidité globale  $D_G$  est déterminée expérimentalement par l'essai de flexion trois points, où  $D_G$  est la pente de la courbe charge-déplacement.

L'équation (III.7) est valable uniquement pour le début des essais de flexion lorsque la flèche est relativement petite. [28].

## Résultats et discussion

Les figures III.33, III.34, III.35, III.36 et III.37 présentent les courbes charge-déplacement dans les différents types de sandwichs élaborés (a,b,c et d)

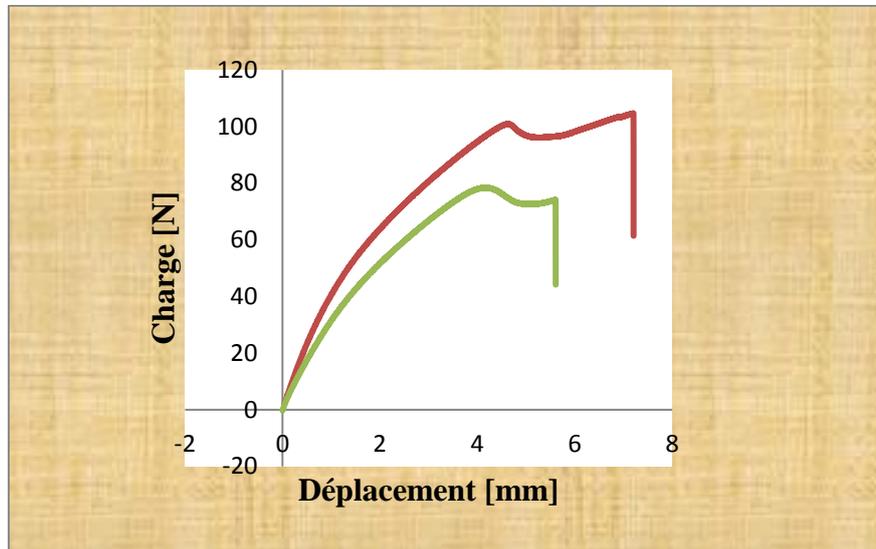


Figure.III.33. Courbes de Charge-Déplacement des sandwichs Contreplaqué-Polystyrène (a) sollicités par flexion trois points

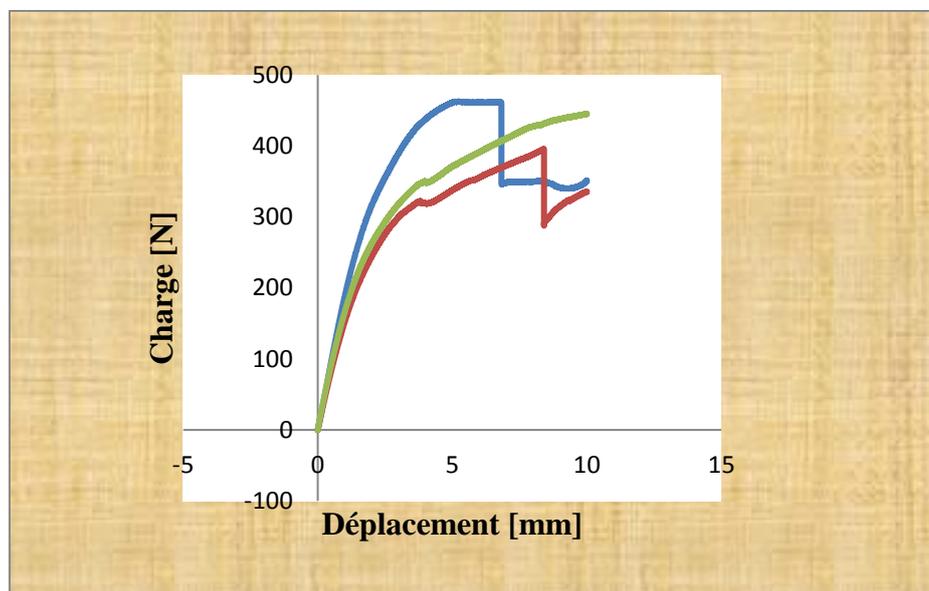


Figure.III.34. Courbes de Charge-Déplacement dans les sandwichs Contreplaqué-Liège aggloméré (b) sollicités par flexion trois points

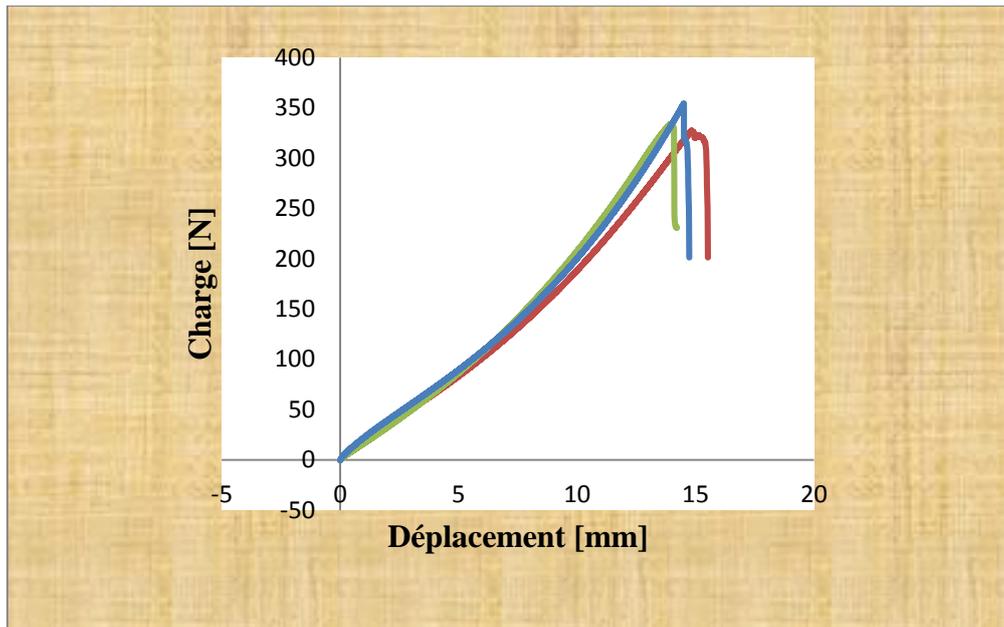


Figure.III.35. Courbes de Charge-Déplacement dans les sandwichs Verre Polyester-Polystyrène (c) sollicités par flexion trois points

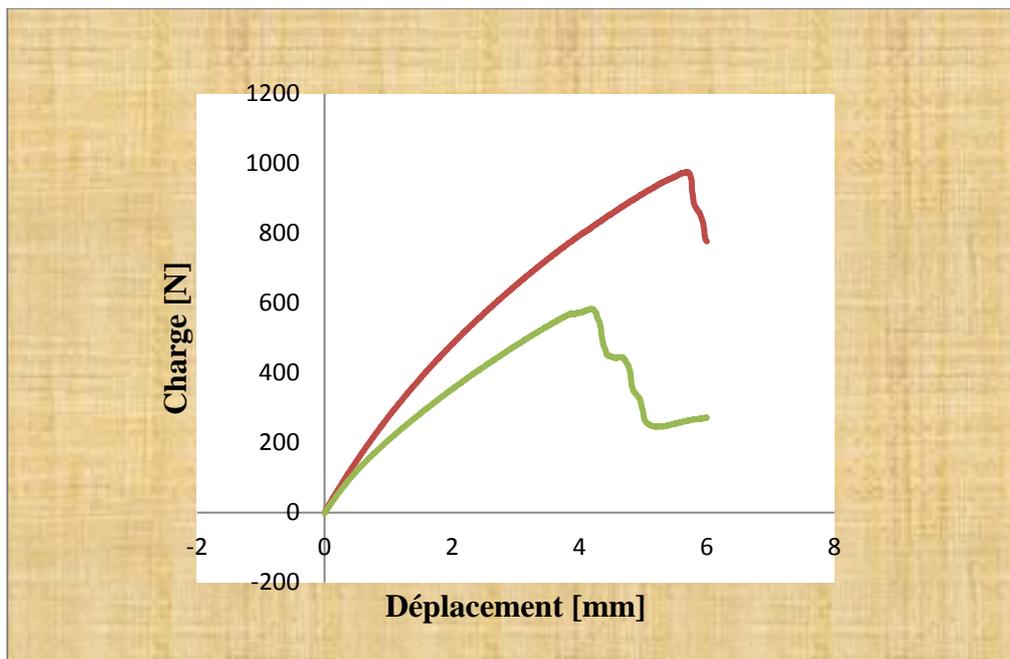
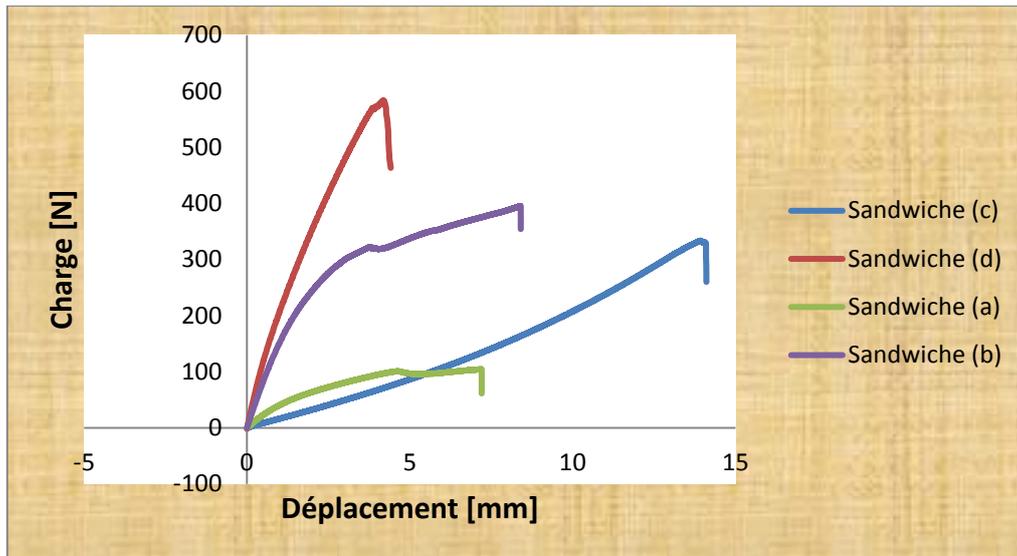


Figure.III.36. Courbes de Charge-Déplacement dans les sandwichs Verre Polyester-Liège aggloméré (d) sollicités par flexion trois points



**Figure.III.37. Courbes de Charge-Déplacement des 04 types de sandwichs (a, b, c et d) sollicités par flexion trois points**

Les figures III.33, III.34, III.35, III.36 et III.37 donnent l'évolution de la charge appliquée en fonction du déplacement, pour différents types des sandwichs (a,b,c et d) sollicités en flexion trois points. Le comportement en flexion trois points est similaire et peut se décomposer aussi en 3 phases principales:

- La première phase correspondant à une petite augmentation linéaire de la charge avec la flèche. A partir de cette partie on peut déterminer la rigidité globale par la formule III.7
- La deuxième phase correspond au comportement non-linéaire jusqu'à la valeur maximale de la charge.
- La troisième phase correspondant à la chute de la charge jusqu'à la rupture finale de l'éprouvette.

Le tableau III.9 présente les valeurs moyennes de la rigidité globale dans les quatre types des sandwichs étudiés.

Eprouvettes	$D_G$ moyenne N/mm	ecart type	CV
(a)	33,65	2,561	0,076
(b)	185,467	6,257	0,034
(c)	25,967	0,241	0,009
(d)	289,767	6,054	0,021

**Tableau.III.9. Rigidité globale dans les différents types de sandwichs**

Le tableau III.9 présente les valeurs de la rigidité globale  $D_G$  (N/mm) des sandwichs étudiés obtenues expérimentalement à partir des courbes charge-déplacement. Le comportement de flexion de ces quatre types de sandwichs est varié, bien que la rigidité globale dans les sandwichs (d et b) est plus élevée par rapport aux sandwichs (a et c). Les valeurs globales de rigidité sont dépendent de la géométrie des sandwichs, module d'élasticité des peaux et le module de cisaillement du cœur.

### III.3.2. Délaminage en mode I d'ouverture

Dans le but de mettre en évidence les mécanismes d'endommagement dans les panneaux sandwichs et dans les peaux en composites stratifiés une étude est menée afin de caractériser le délaminage en mode I d'ouverture.

#### III.3.2.1. Délaminage en mode I d'ouverture dans les peaux

Le délaminage en mode I d'ouverture des éprouvettes en stratifiés utilisées comme des peaux dans les sandwichs.

Les éprouvettes utilisées dans l'essai du délaminage sont de type DPE (Double poutre encastres) obtenues en positionnant à leur mi épaisseur un prédéfaut en Aluminium (Figure.III.38).

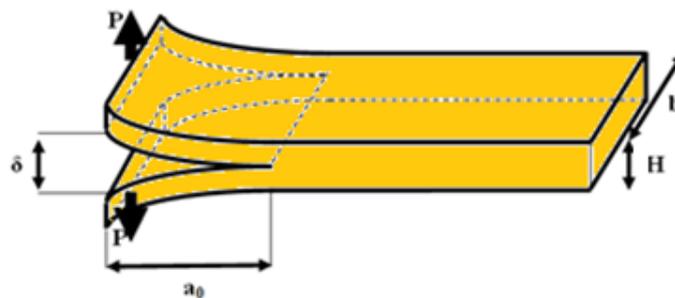
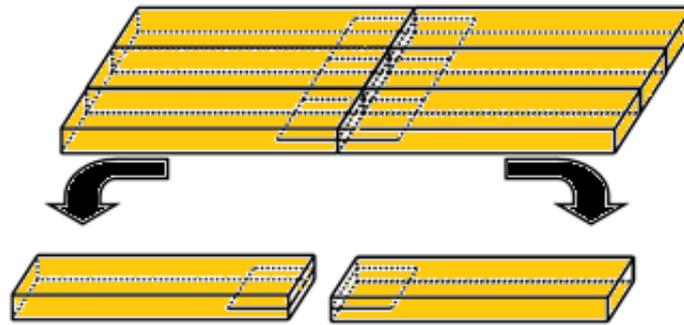


Figure.III.38. Eprouvette de type Double Poutre Encastree (DPE)

La ténacité du matériau est définie dans cette étude par le taux de restitution d'énergie  $G_{Ic}$  qui sera calculé pour les différentes configurations en utilisant la méthode de BERRY (Chapitre II).

Le matériau des éprouvettes utilisées se présente sous forme d'une plaque de stratifié de 04 couches différenciées par la longueur du prédéfaut. Ce dernier est obtenu en plaçant lors de la mise en œuvre une feuille d'Aluminium à mi – épaisseur de la plaque. Les éprouvettes de types DPE, possédant une longueur de prédéfaut initiale ( $a_0$ ) différents (30, 40, 50, 60 et 70mm), sont obtenues après plusieurs découpages (Figure III.39).

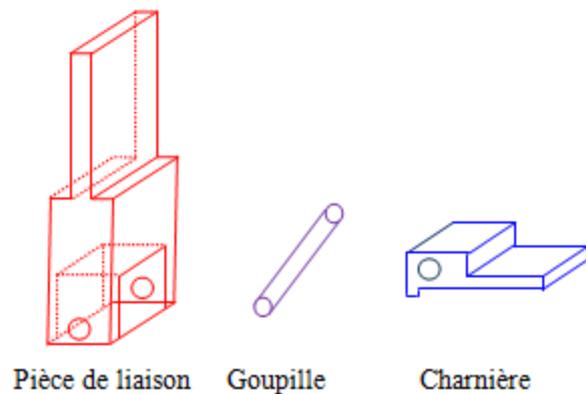


**Figure.III.39. Découpage des éprouvettes de délaminage.**

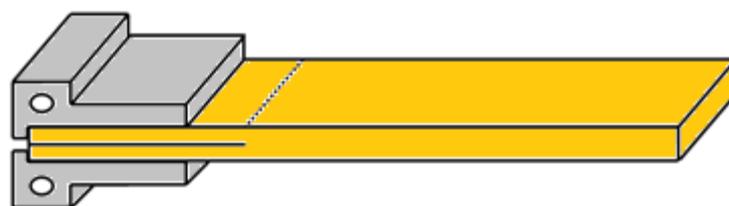
Pour relier les mors de la machine, on a réalisé un dispositif permettant la rotation libre des éprouvettes pendant l'essai pour éviter des efforts supplémentaires.

Ce dispositif est constitué par une pièce de liaison, une charnière et une goupille (Figure.III.40).

La liaison entre la machine d'essai et l'éprouvette est réalisée par l'intermédiaire de deux pièces de liaison qui relient avec deux charnières avec deux goupilles. Les deux charnières sont placées par collage à l'extrémité des lèvres de l'éprouvette (Figure III.41). La charge est transmise par des goupilles qui permettent une libre rotation des charnières pendant l'essai.



**Figure.III.40. Dispositif de liaison**



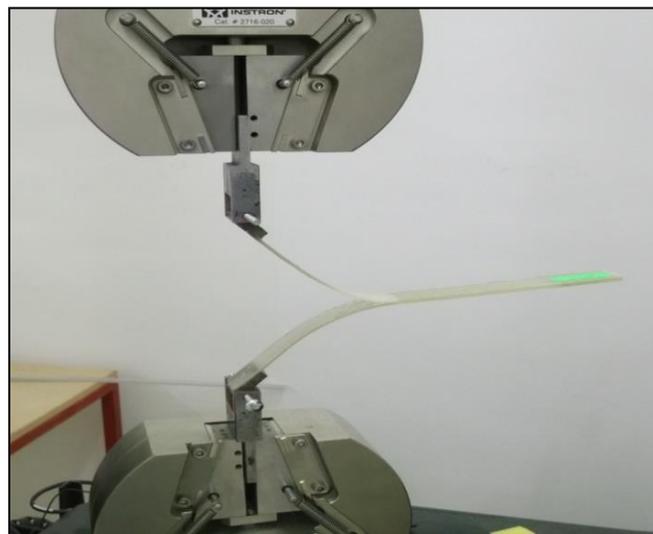
**Figure.III.41. Assemblage des deux charnières sur l'éprouvette (DPE)**

La position de l'éprouvette (DPE) est perpendiculaire par rapport l'axe des deux mors de la machine (Figure.III.42,III.43).

Ces essais ont été effectués avec une vitesse d'essai de 6 mm/min sur une machine universelle type INSTRON modèle 5969 de capacité 5 kN, avec pilotage et acquisition des données par logiciel Bluhill3.



**Fig.III.42. Eprouvette (DPE) sur la machine universelle**



**Fig. IV43. Position de l'éprouvette DPE entre les mâchoires**

## Résultats et discussion

Les figures III.44, III.45, III.46, III.47 et III.48 suivantes présentent les courbes Charge-déplacement dans les différents types des éprouvettes du délaminage différenciées par un prédéfaut  $a_0$  (30,40,50,60 et 70 mm).

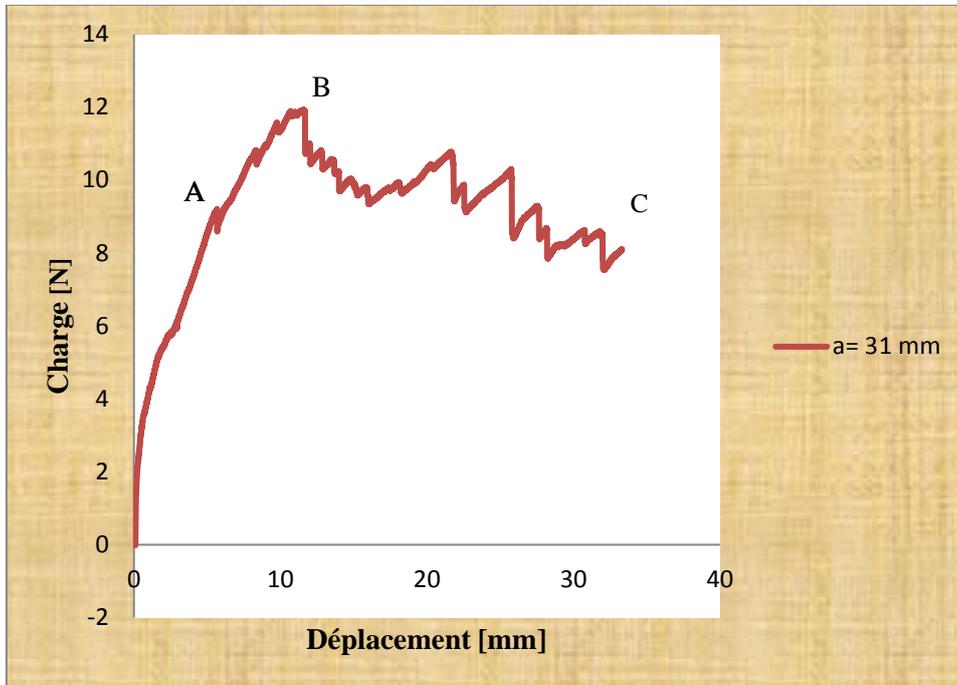


Figure.III.44. Courbe de Charge-déplacement d'éprouvette DPE avec  $a_0 = 31$  mm

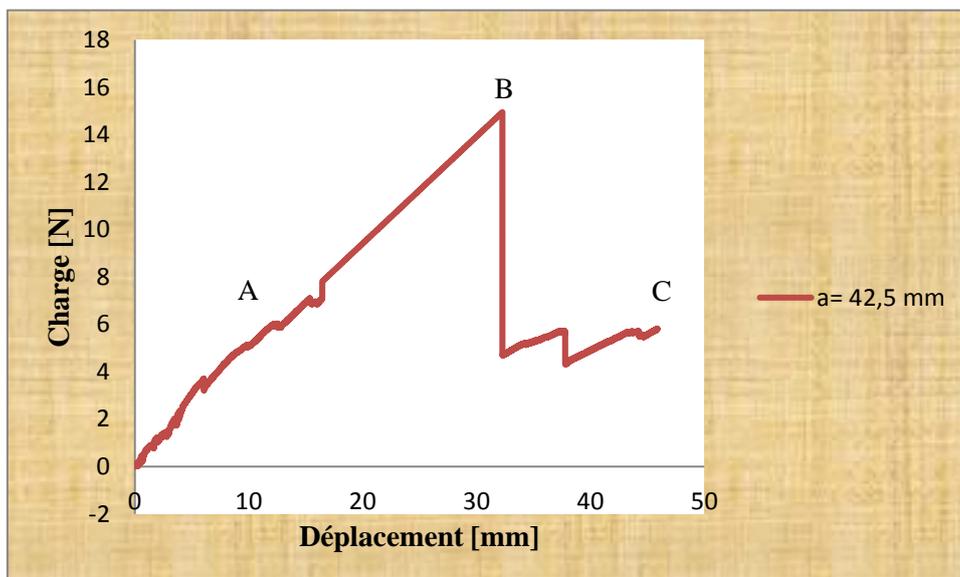


Figure.III.45. Courbe de Charge-déplacement d'éprouvette DPE avec  $a_0 = 42,5$  mm

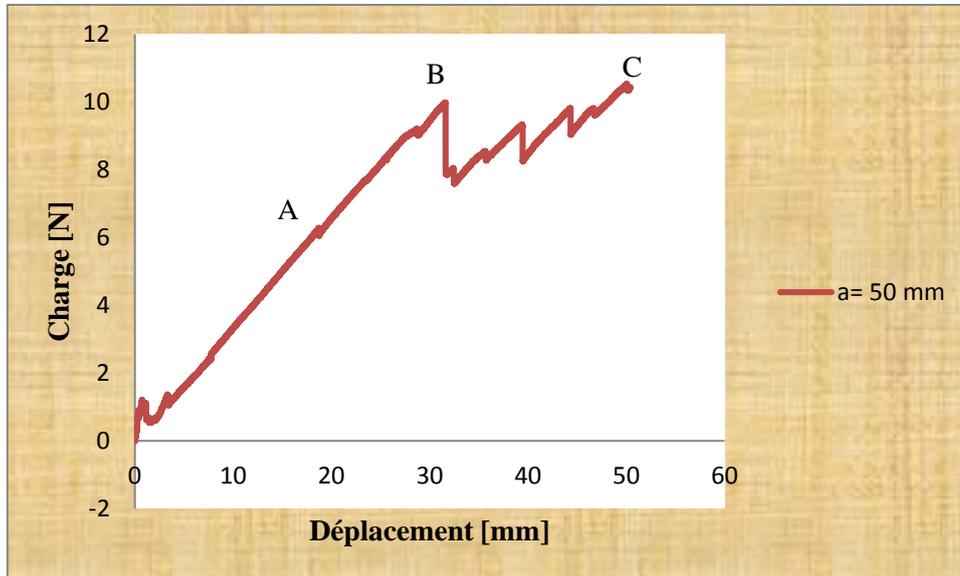


Figure.III.46. Courbe de Charge-déplacement d'éprouvette DPE avec  $a_0 = 50$  mm

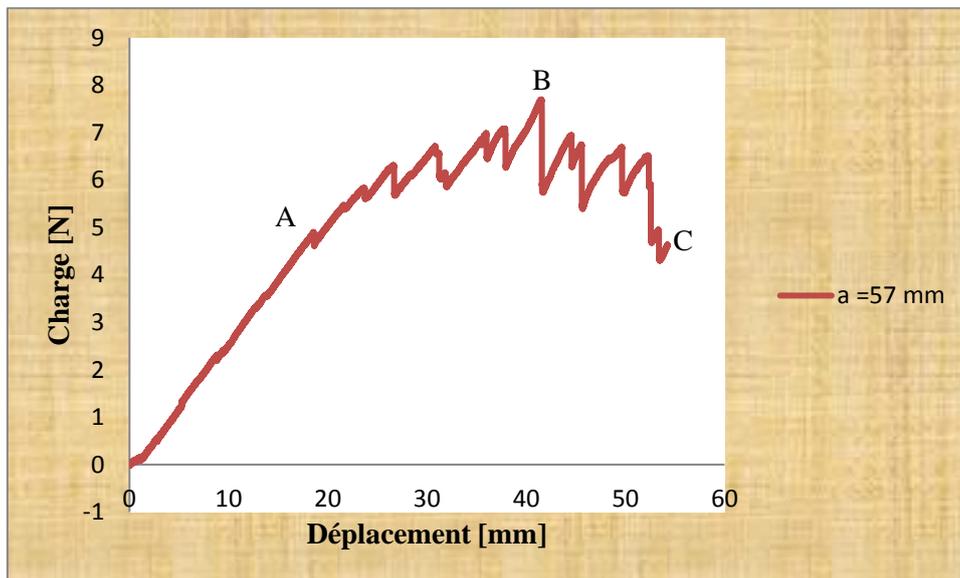
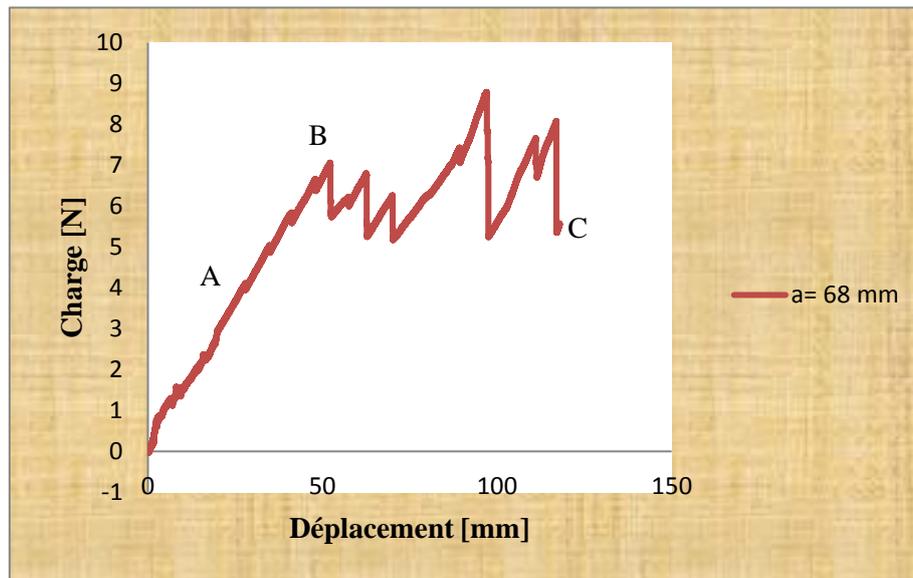


Figure.III.47. Courbe de Charge-déplacement d'éprouvette DPE avec  $a_0 = 57$  mm



**Figure.III.48. Courbe de Charge-déplacement d'éprouvette DPE avec  $a_0 = 68$  mm**

La première analyse de ces courbes montre trois zones bien distinctes différenciées par un changement de l'allure de la courbe.

**Zone 1 (0A):** C'est la partie linéaire de la courbe. Ce phénomène est dû au fait que toutes les déformations produites sont élastiques; néanmoins on constate parfois des pics; ils sont dus probablement:

- au décollement de l'Aluminium de l'une des deux faces de la fissure.
- aux défauts de linéarité du front au prédéfaut.
- à la position de l'éprouvette sur la machine (mauvaise perpendicularité de l'éprouvette par rapport aux mors).

**Zone 2 (AB):** Le début de cette zone est caractérisé par la fin de la linéarité de la courbe charge – déplacement qui présente un comportement faiblement linéaire jusqu'à la charge maximale correspondant à l'amorçage macroscopique.

Une analyse de ces courbes en fonctions des différents valeurs de  $a_0$  montre que la longueur de cette zone est variable. Le début (point A) correspond donc à l'amorçage.

**Zone 3 (BC):** Le début de cette zone est caractérisé par une chute franche de la charge. C'est l'amorçage qui à ce moment déclenche le processus de délaminage dans l'éprouvette. Certaines éprouvettes présentent une augmentation de la charge après l'amorçage suivi d'un relâchement continu jusqu'à la rupture totale de l'éprouvette.

Cette augmentation de la charge après l'amorçage traduit la bonne résistance au délaminage.

Le taux de restitution d'énergie  $G_{IC}$  correspondant aux points d'amorçage sera déterminé en utilisant la méthode de Berry exposée dans le deuxième chapitre.

Les résultats du calcul sont présentés dans le tableau III.10:

$a_0$ (mm)	P (N)	$\delta$ (mm)	C (mm/N)	$G_{IC}$ (J/m <sup>2</sup> )
31	8,799	5,211	0,592	103,277
42,5	5,32	12,012	2,258	104,990
50	5,16	15,318	2,969	110,381
57	4,607	18,292	3,970	103,232
68,5	4,355	24,41	5,605	108,362
			<b><math>G_{IC}</math> moy</b>	<b>106,048</b>
<b>n</b>	<b>b (mm)</b>	<b>Ecart type</b>		<b>3,196</b>
2,793	0,02	<b>CV</b>		<b>0,0301</b>

Tableau.III.10. Détermination de  $G_{IC}$  dans les stratifiées

La figure.III.49 présente la courbe  $(\log(C) - \log(a))$  pour déterminer les paramètres n et h.

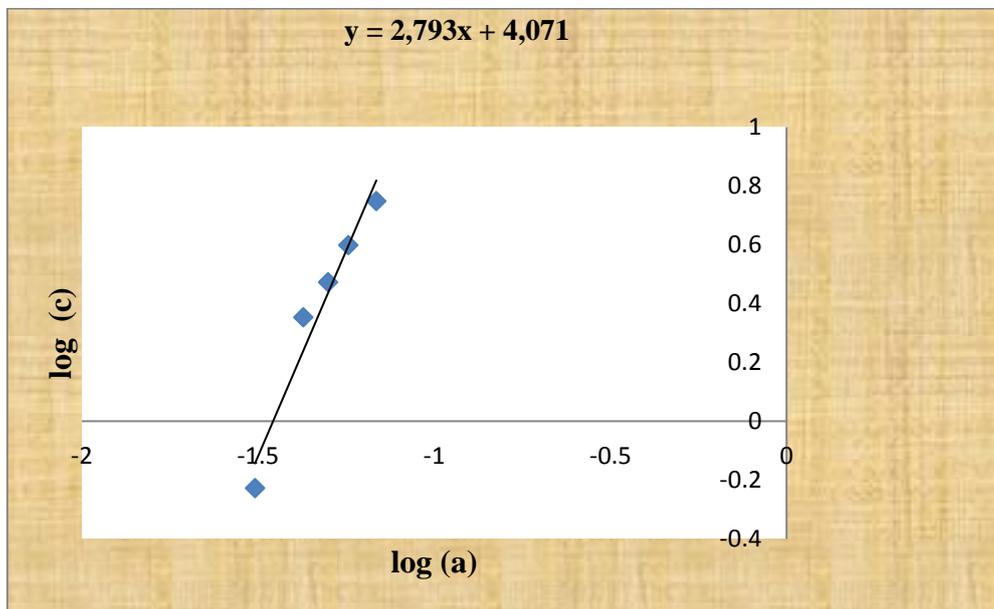


Figure.III.49. Les paramètres n et h

On remarque que chaque fois que nous augmentons la longueur de la fissure, les valeurs de la charge appliquée au point d'amorçage diminuent et les valeurs de déplacement augmentent.

Le taux de restitution d'énergie reste presque constant malgré la variation des valeurs du prédéfaut. Cela indique que la résistance à l'amorçage du délaminage reste constante malgré la variation de la taille initiale de la fissure ( $a_0=30, 40, 50, 60$  et  $70\text{mm}$ ). Ainsi le taux de restitution d'énergie peut être considéré comme une caractéristique intrinsèque du matériau.

### III.3.2.2. Délaminage en mode I d'ouverture dans les sandwichs

Les éprouvettes utilisées dans l'étude du délaminage en mode I d'ouverture des sandwichs sont de type DPE (double poutre encastres) (Figure III.50).

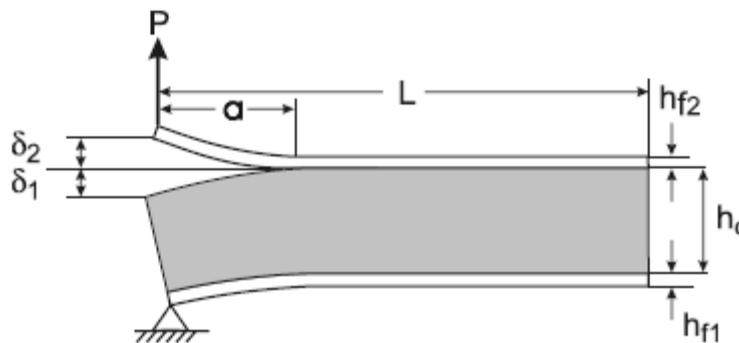


Figure.III.50. Eprouvette de sandwich (DPE) [31].

La ténacité du matériau est définie dans cette étude par le taux de restitution d'énergie  $G_{Ic}$  qui sera calculé pour les différentes configurations en utilisant la théorie de la poutre modifiée **MBT** (Modified Beam Theory) [43].

Le matériau des éprouvettes utilisées est de type stratifié (verre/polyester) de 04 couches comme des peaux et le liège aggloméré comme un cœur. Les éprouvettes de sandwich sont différenciées par la taille du prédéfaut. Ce dernier est obtenu en plaçant lors de la mise en œuvre une feuille d'aluminium entre le cœur et la peau supérieure. Ces éprouvettes de types DPE possèdent des longueurs de prédéfaut initiale  $a_0$  différentes (30, 40, 50, 60 et 70 mm) (Figure III.51).



**Figure.III.51. Les sandwiches différenciés par le prédéfaut**

Pour la relation entre la machine et les éprouvettes des sandwiches on utilise le même dispositif utilisé dans les essais du délaminage des stratifiés. La figure III.52 présente la position de l'éprouvette entre les deux mâchoires de la machine d'essai.



**Figure.III.52. Position du sandwich entre les deux mores de la machine**

La position de l'éprouvette (DPE) est perpendiculaire par rapport à l'axe des deux mores de la machine (Figure III.53 et III.54).

Ces essais ont été effectués avec une vitesse d'essai de 1 mm/min sur une machine universelle de type INSTRON modèle 5969 de capacité 50 kN, avec pilotage et acquisition des données par logiciel Bluhill3.

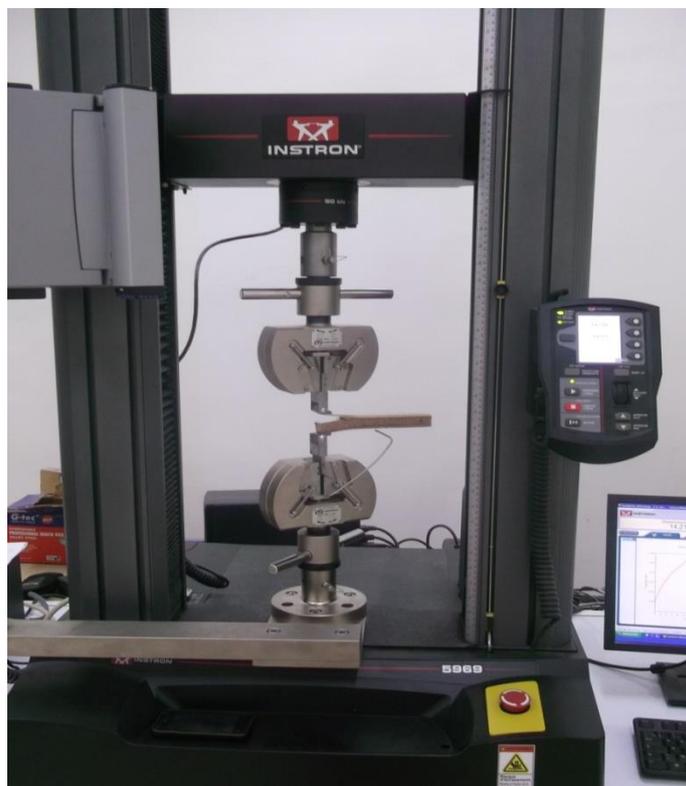


Figure.III.53. Eprouvette DPE sur la machine



Figure.III.54. Essai du délaminage du sandwich

## Résultats et discussion

Les figures III.55, III.56, III.57, III.58 et III.59 présentent les courbes de Charge-déplacement dans les différents types d'éprouvettes sandwiches du délaminage différenciées par la longueur du prédéfaut ( $a=30,40,50,60$  et  $70\text{mm}$ ).

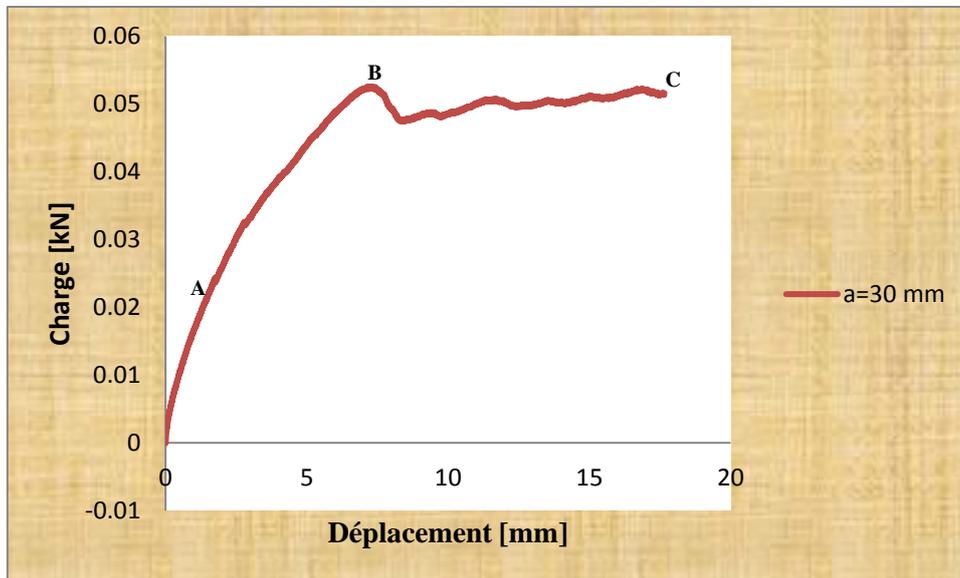


Figure.III.55. Essai du délaminage d'un sandwich avec  $a_0=30$  mm

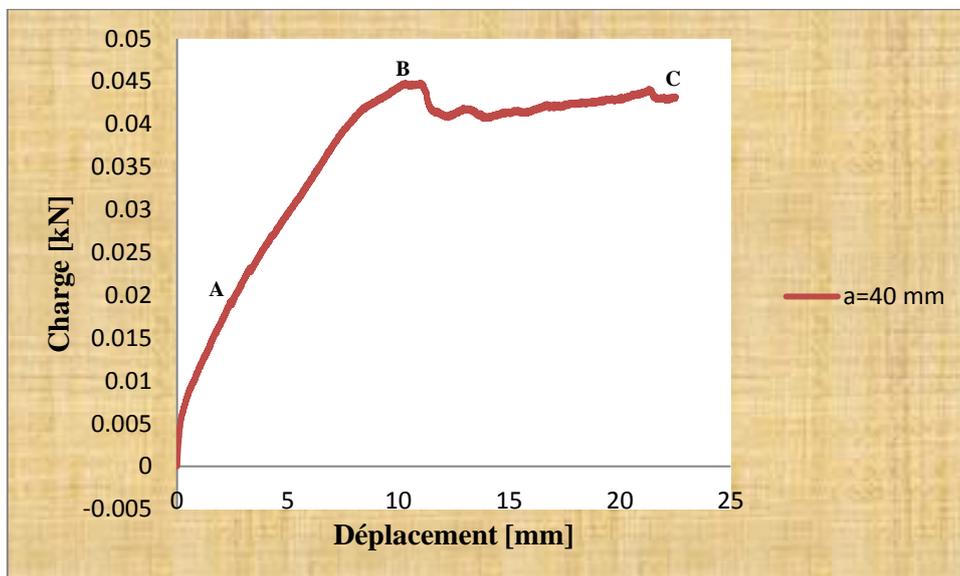


Figure.III.56. Essai du délaminage d'un sandwich avec  $a_0=40$  mm

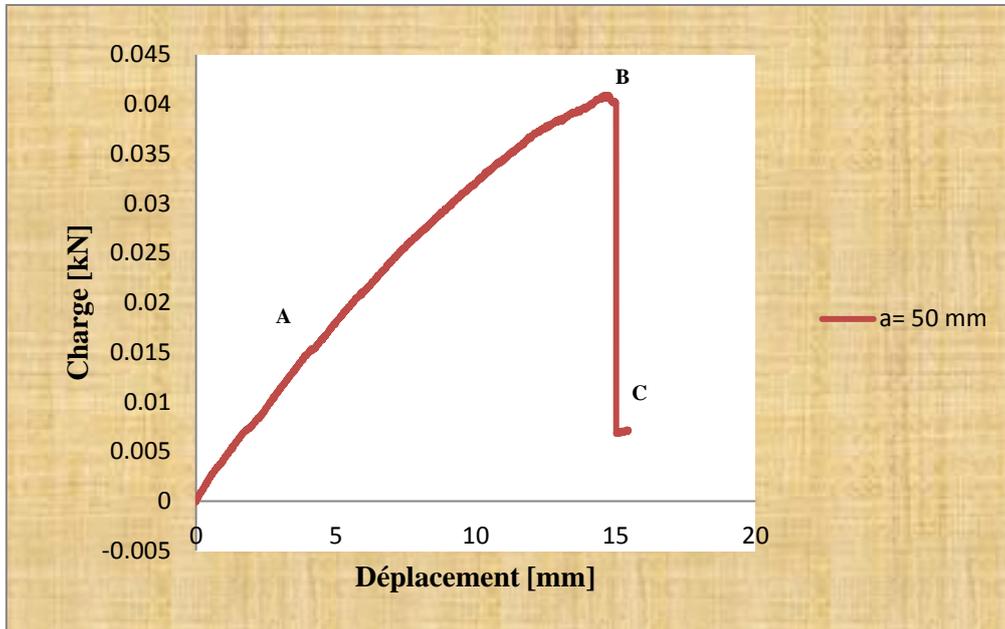


Figure.III.57. Essai du délaminage d'un sandwich avec  $a_0 = 50$  mm

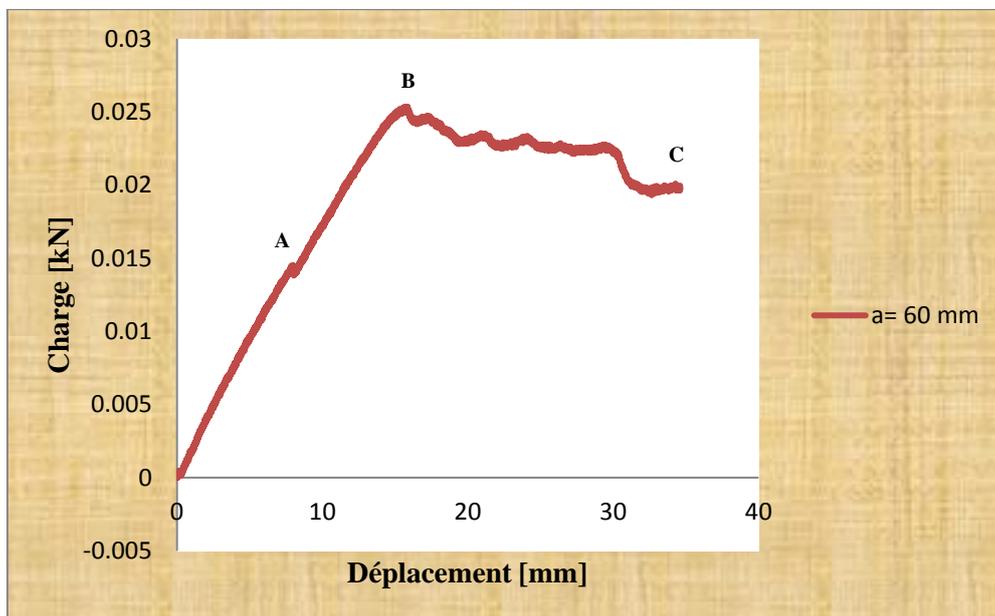
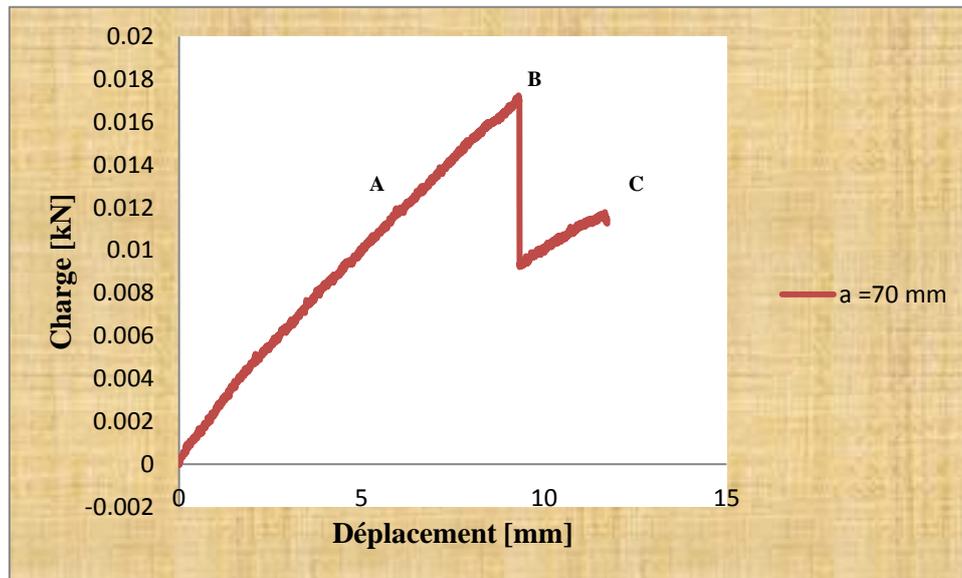


Figure.III.58. Essai du délaminage d'un sandwich avec  $a_0 = 60$  mm



**Figure.III.59. Essai du délaminage d'un sandwich avec  $a_0 = 70$  mm**

L'analyse de ses courbes montre aussi trois zones bien distinctes différenciées par un changement de l'allure de la courbe.

**Zone 1 (0A):** C'est la partie linéaire de la courbe Charge – déplacement. Cette linéarité est due au fait que toutes les déformations produites sont élastiques; néanmoins on constate parfois des pics déjà déclarés dans le cas du délaminage des stratifiés.

**Zone 2 (AB):** Le début de cette zone est caractérisé de la fin de la linéarité de la courbe charge – déplacement qui présente un comportement faiblement linéaire jusqu'à la charge maximale correspondant à l'amorçage macroscopique.

Une analyse de ces courbes en fonctions des différentes valeurs de ( $a_0$ ) montre que la longueur de cette zone est variable. Le début (point A) correspond donc à l'amorçage.

**Zone 3 (BC):** Le début de cette partie est caractérisé par une chute franche de la charge. C'est l'amorçage qui à ce moment déclenche le processus de délaminage dans l'éprouvette. Certains types d'éprouvette présentent une augmentation de la charge après l'amorçage suivi d'un relâchement continu jusqu'à la rupture. Cette augmentation de la charge après l'amorçage traduit la bonne résistance au délaminage.

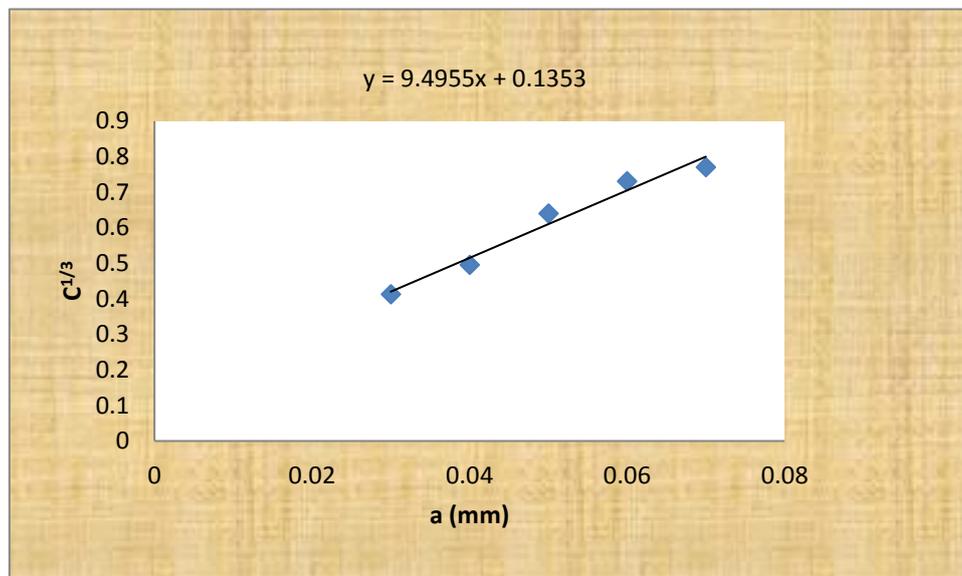
Les points d'amorçage étant déterminés en utilisant la théorie de la poutre modifiée **MBT** exposé dans le deuxième chapitre qui permet de calculer le taux de restitution d'énergie  $G_{IC}$ .

Les résultats du calcul sont présentés dans le tableau III 11:

<b>a (mm)</b>	<b>P (N)</b>	<b><math>\delta</math> (mm)</b>	<b>C (mm/N)</b>	<b>G<sub>IC</sub> (J/m<sup>2</sup>)</b>
30	23,03	1,6233	0,0705	63,437
40	18,32	2,2299	0,1217	56,530
50	14,53	3,8188	0,2628	64,822
60	13,12	5,1200	0,3902	67,899
70	12,64	5,7767	0,4570	65,039
			<b>G<sub>IC</sub> (moy)</b>	<b>63,545</b>
<b> \Delta </b>			<b>Ecart type</b>	<b>3,796</b>
0,0142	0,02			<b>CV</b>
				<b>0,058</b>

**Tableau.III.11. Détermination de G<sub>IC</sub> dans les sandwiches**

La figure III.60 présente la courbe ( $C^{1/3}$ - a) pour déterminer le paramètre  $|\Delta|$ .



**Figure III.60. Détermination des paramètres  $|\Delta|$  et m**

D'après les résultats précédentes on remarque les mêmes constatation que dans le cas des stratifiés. Chaque fois que nous augmentions la longueur de la fissure, les valeurs de la charge appliquée au point d'amorçage diminuent et les valeurs de déplacement augmentent. le taux de restitution d'énergie reste presque constant malgré la variation du prédéfaut. Cela indique que la résistance à l'amorçage du délaminage reste constante malgré la variation de la taille initiale de la fissure entre la peau et le cœur dans les sandwiches (verre polyester/liège aggloméré).

### III.4. Etude des faciès de rupture

Cette analyse est basée sur les photos prises par microscope optique (microscopique) et un appareil photo numérique (macroscopique).

#### III.4.1. Essais de traction et flexion trois points des peaux

Les photos III.61 et III.62 prises sur des éprouvettes stratifiées sont soumises à la traction et à la flexion trois points. Elles montrent une bonne adhérence entre les fibres et la matrice.

La rupture passe par les étapes suivantes :

- Isolation entre les fibres et la résine.
- La rupture brutale de la résine à l'intérieur de l'ensemble (D).
- La rupture des fibres jusqu'à la rupture finale (C).

Au cours de l'essai de la flexion trois points la face supérieure est soumise à la compression et la face inférieure soumise à la traction (figures, III.62).

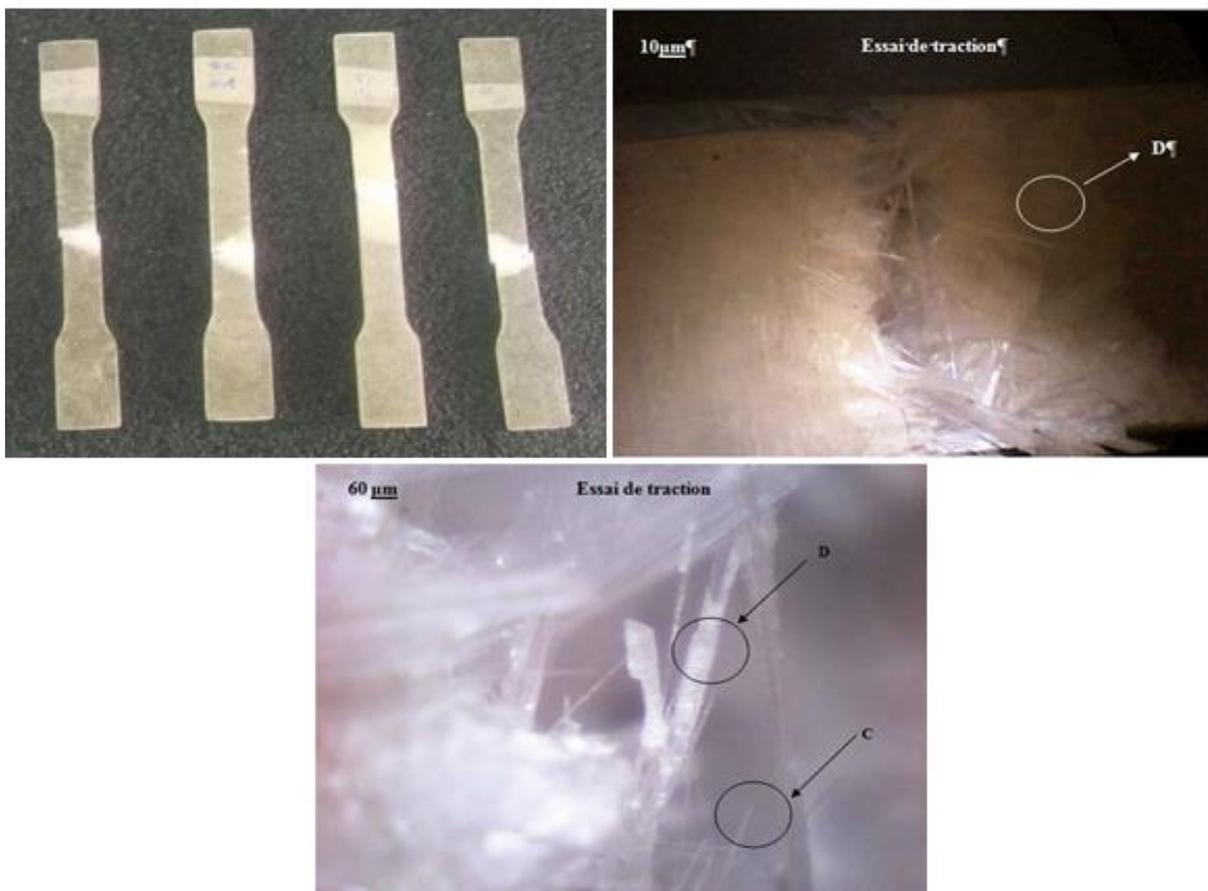


Figure.III.61. Observation macroscopique et microscopique du stratifié soumis à la traction

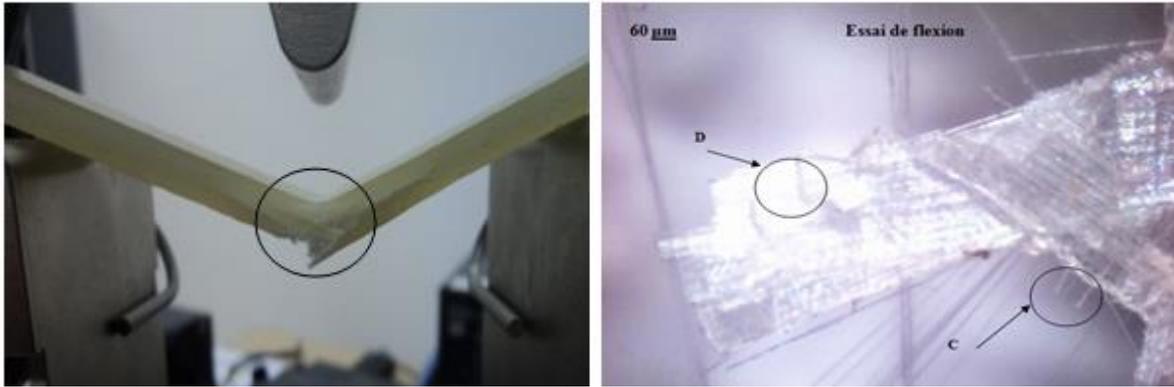


Figure.III.62. Observation macroscopique et microscopique du stratifié soumis à la flexion trois points

### III.4.2. Essais du délaminage des peaux

La figure III.63 illustre l'amorçage de la fissure dans l'essai du délaminage qui commence par des microfissurations de la résine (A). Ces microfissurations se développent jusqu'à un état critique où une rupture de la résine à l'intérieur du pli s'amorce (A'), ce qui provoque la chute brutale de la charge.

La bonne adhérence fibre – matrice provoque l'entraînement et la rupture des fibres avec la résine et cela depuis la chute de la charge jusqu'au point B.[36]

Cet enchaînement des étapes de dégradation du matériau est schématisé dans la figure III.64.

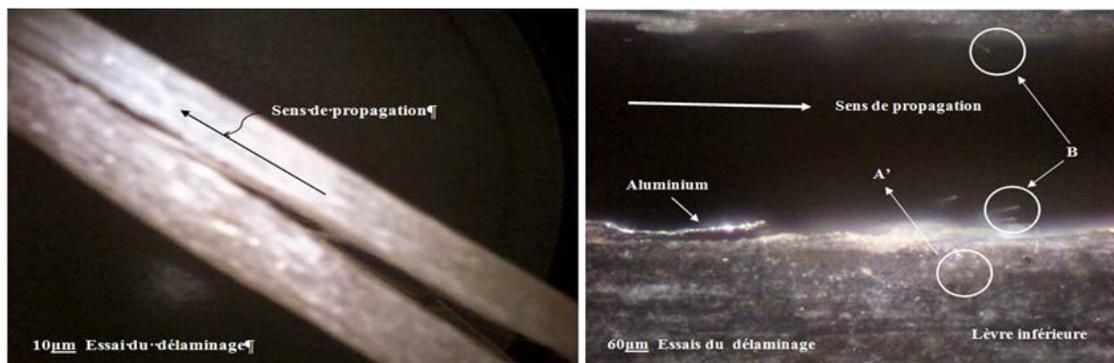


Figure.III.63. Observation microscopique du stratifié au délaminage

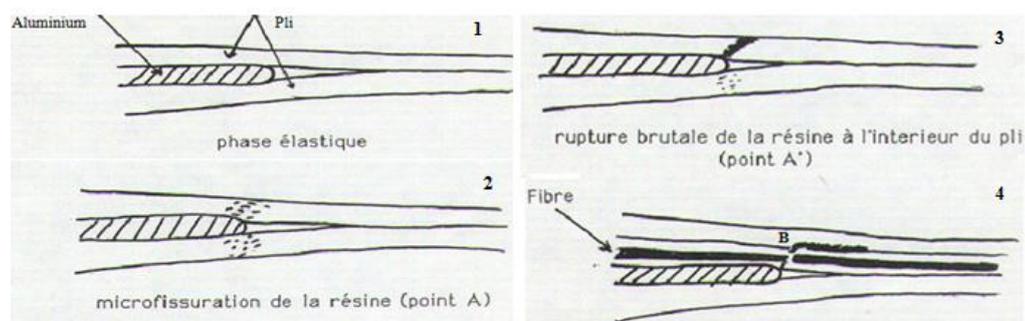


Figure III.64. Etapes du processus du délaminage [36]

### III.4.3. Essais de flexion trois points des sandwichs

La figure III.65 illustre les étapes de la rupture des différents types de sandwich (a, b, c et d).

La rupture du sandwich commence par l'endommagement de la peau supérieure par compression (E), ensuite l'endommagement de la peau inférieure par traction (E'), suivie par un écrasement dans le cœur et enfin la rupture complète.

Le cisaillement du cœur dépend fortement des peaux utilisées. Dans le sandwich (d), la rupture en cisaillement transversal (G) a commencé à partir de la peau supérieure suivi par le cisaillement longitudinal (délaminage) à l'extrémité de la poutre (G'). Dans le sandwich (b), le cisaillement transversal se produit juste après la rupture de la peau inférieure (F). Dans les sandwichs (a) et (c), on remarque que les cœurs sont écrasés et compressés au milieu de la poutre et ils sont séparés à l'extrémité (G').

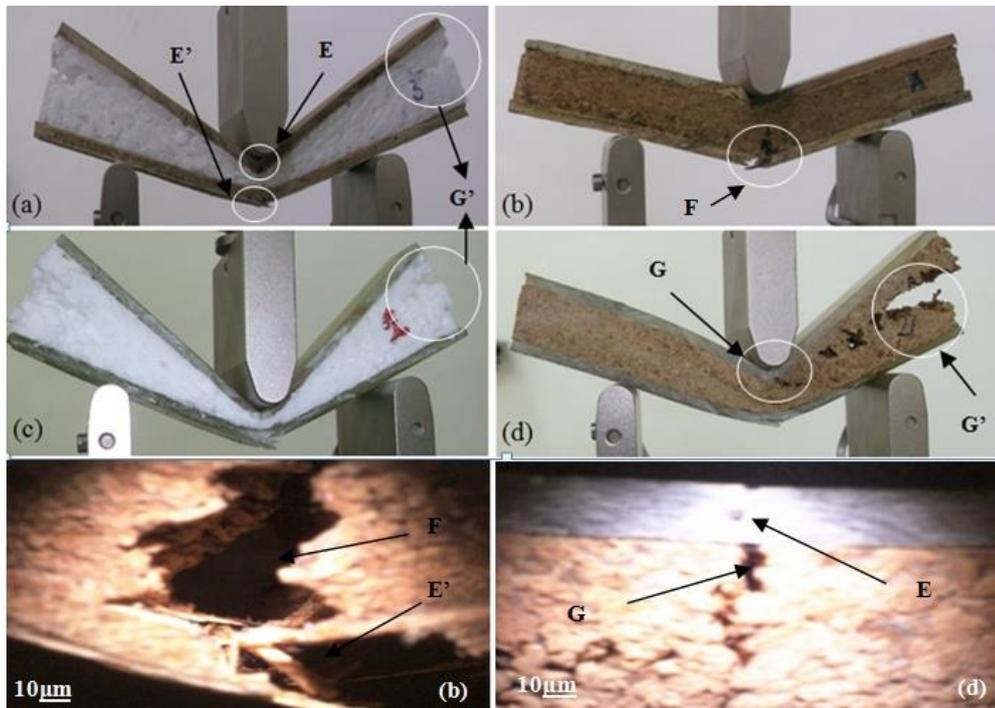


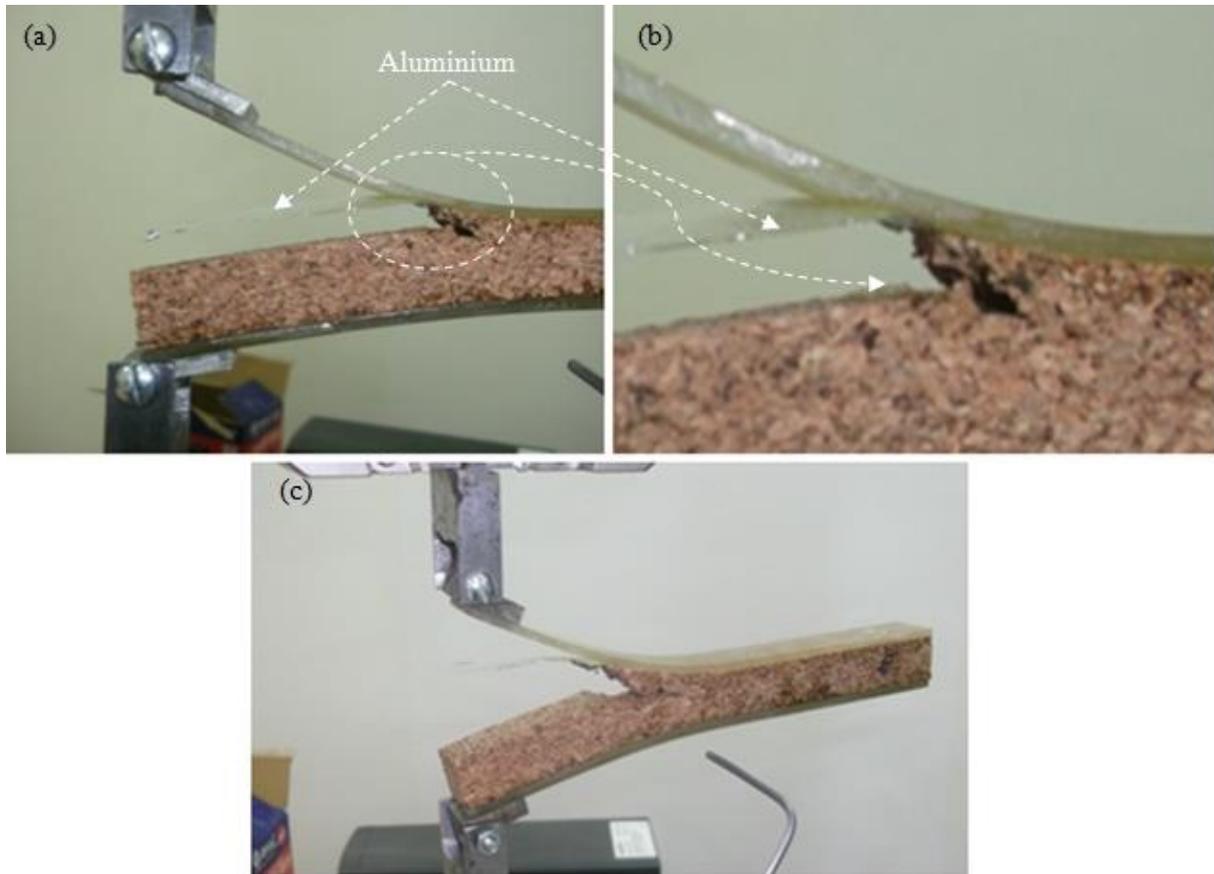
Figure.III.65. Observation macroscopique et microscopique des sandwichs soumis à la flexion trois points

### III.4.4. Essais du délaminage des sandwichs

La figure III.66 illustre l'ouverture de la fissure dans l'essai du délaminage des sandwichs qui commence par des microfissurations de l'adhésif qui est située entre la peau supérieure et le cœur (a, b). Ces microfissurations se développent jusqu'à un état critique où une

ouverture de la fissure se développe à l'intérieur du cœur ce qui provoque la chute brutale de la charge (c).

La propagation de la fissure à l'intérieur du cœur après la chute de la charge traduit la bonne adhérence peaux – cœur.



**Figure.III.66. Observation macroscopique du délaminage des sandwiches**

**(a) Ouverture, (b) Agrandissement de (a), (c) propagation**

# **Chapitre IV**

## **Etude Numérique du comportement mécanique des structures sandwiches**

## Chapitre IV

# Etude numérique du comportement mécanique des structures sandwiches

### Introduction

L'étude numérique est un outil efficace pour la détermination du comportement mécanique des structures sandwiches et ses constituants. Ces études numériques permettent de vérifier les résultats obtenus expérimentalement.

Dans ce chapitre on compare les résultats obtenus expérimentalement par des résultats numériquement par plusieurs essais:

- Détermination des caractéristiques mécaniques du stratifié (Verre/Polyester)
- Essai de flexion trois points d'un sandwich (Verre/polyester - liège aggloméré).
- Essais du délaminage des sandwiches (Verre- polyester/ liège aggloméré).

### IV.1. Détermination numérique des caractéristiques mécaniques du stratifié

Le comportement mécanique d'un matériau hétérogène exige l'analyse de sa microstructure et la résolution d'un problème microscopique. La méthode d'homogénéisation permet d'estimer les propriétés macroscopiques d'un matériau hétérogène à partir des propriétés des différentes phases qui le constituent et de certains paramètres caractérisant leur répartition spatiale. L'objectif est de remplacer le matériau hétérogène réel par un matériau homogène équivalent de même structure à l'échelle macroscopique. La procédure d'homogénéisation repose sur le choix d'un volume élémentaire qui doit être représentatif des hétérogénéités du matériau appelé volume élémentaire représentatif (V.E.R). Ce volume doit être :

- suffisamment grand pour que les résultats restent inchangés pour un volume plus grand. Il doit contenir toutes les hétérogénéités dans la microstructure.
- suffisamment petit pour que l'on puisse considérer que la sollicitation qu'il subit reste macroscopiquement homogène.[45]

### IV.1.1. Modèle d'homogénéisation de Mori-Tanaka.

La modélisation numérique est un outil indispensable à la détermination des propriétés mécaniques homogénéisées des composites. Grace aux progrès des moyens informatiques, la simulation de leur comportement n'est plus limitée aux méthodes analytiques, mais elle s'étend à l'exploitation des techniques numériques. Différents modèles d'homogénéisation sont élaborés (les bornes de Voigt et Reuss, la méthode d'Eshelby, le modèle Auto-cohérent, le modèle de trois phases, les bornes optimales de Hashin, Strikman et Walpole, l'homogénéisation périodique et finalement le modèle de Mori-Tanaka).[45].

Ces modèles reposent sur la microstructure du matériau composite et qui tiennent en compte l'aspect aléatoire de la distribution des charges. Pour le présent travail, le modèle de Mori-Tanaka [46] a été implanté dans un code de calcul en langage Fortran. Vu la difficulté rencontrée dans la détermination de l'orientation des fibres, une extension générale de ce modèle a été formulée par Benveniste [47] et Odegard [48].

Cette méthode fait recours aux angles d'Euler moyennant la partie diluée du tenseur de rigidité par le billet d'une intégrale de volume.

Pour un composite élastique linéaire à deux phases, Mori-Tanaka [46] ont proposé une méthode de calcul de la contrainte moyenne et de l'énergie cinétique stockée dans la matrice. Benveniste [47] a ensuite traduit cette méthode par une expression plus claire. Dans ce modèle, le renfort est noyé dans un milieu infini ayant les propriétés de la matrice. Le V.E.R est soumis à l'infini à la déformation moyenne de la matrice in-situ. Le tenseur de rigidité du matériau équivalent  $C^c$  est donné par la relation suivante:

$$C^c = C^0 \left[ I + \left( \sum_{i=1}^n f^i L^i \right) \left( I + \sum_{i=1}^n f^i (S_{Esh}^i - I) L^i \right)^{-1} \right]^{-1} \quad (IV.1)$$

avec:

$L^i$ : Le pseudo-tenseur de localisation,  $f^i$ : Fraction volumique de chaque phase.

$C^0$ : Le tenseur de rigidité de la résine,  $S_{Esh}^i$ : Le tenseur d'Eshelby

Rappelant que cette formulation (classique) consiste à considérer un nombre fini de familles chacune orientée selon des directions bien déterminées et à calculer la somme de la contribution de chaque phase. Pour simuler les inclusions orientées aléatoirement, il est difficile de déterminer expérimentalement le nombre exact de familles et leurs orientations dans l'espace.

### IV.1.2. Expression générale du tenseur de rigidité

Les effets des orientations des inclusions ont été introduits avec le tenseur d'orientation d'Euler ( $P(\alpha, \beta, \gamma)$ ) suivant l'approche développée par Odegard [48]. Pour la présente méthode, le tenseur complet de rigidité du composite est donné par Benveniste [47], ainsi:

$$C^c = C^m + v_f \langle (C^f - C^m) A^f \rangle (v_m I + v_f \langle A^f \rangle)^{-1} \quad (\text{IV.2})$$

Avec  $v_f$  et  $v_m$  sont les fractions volumiques de la fibre et de la matrice.  $I$  est le tenseur d'identité,  $C^m$  est le tenseur de rigidité de la matrice,  $C^f$  est le tenseur de rigidité de la fibre, et  $A^f$  est le tenseur de concentration de déformations mécaniques dilué de la fibre

$$A^f = [I + S(C^m)^{-1}(C^f - C^m)]^{-1} \quad (\text{IV.3})$$

Les termes entre crochets représentent la valeur moyenne du terme sur toutes les orientations définies par la transformation du repère des coordonnées locales des fibres  $(x_1, x_2, x_3)$  au repère des coordonnées globales  $(x_1''', x_2''', x_3''')$ , (Figure.IV.1). Par exemple, la transformation du tenseur  $A^f$  est donnée par:

$$\bar{A}_{ijkl}^f = p_{ip} p_{jq} p_{kr} p_{ls} A_{pqrs}^f \quad (\text{IV.4})$$

$p_{ij}$  sont les cosinus directeurs de la transformation indiquée sur la figure. IV.1. En général, la moyenne d'orientation du tenseur de concentration de déformations mécaniques dilué de la fibre est donnée par l'équation (IV.5). [49]

$$\langle A^f \rangle = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi/2} \bar{A}^f(\phi, \gamma, \psi) \lambda(\phi, \psi) \sin(\gamma) d\phi d\gamma d\psi}{\int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi/2} \lambda(\phi, \psi) \sin(\gamma) d\phi d\gamma d\psi} \quad (\text{IV.5})$$

Avec  $\lambda(\phi, \psi)$  est la fonction de distribution d'orientation.  $\lambda$  est le facteur de contrôle d'orientation. Pour un renfort aléatoire  $\lambda(\phi, \psi) = 1$

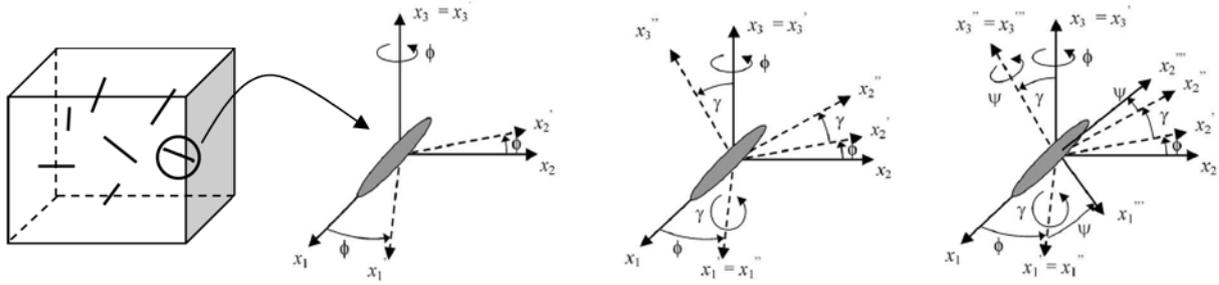


Figure.IV.1. Orientation effective de la fibre [45]

**IV.1.3. Résultats et discussion**

Le code de calcul de Mori-Tanaka (3D) réalisé par Sedira [45] est utilisé pour analyser le matériau composite stratifié qui composé de fibres de verre aléatoire et de résine polyester insaturé.

Ce matériau est caractérisé par:

E( renfort) GPa	v (renfort)	Longueur (Fibre) mm	Diamètre (fibre) mm	Fraction volumique	E (résine) GPa	v (résine)
73	0,3	15	0,014	0,21	4	0,4

Tableau IV.1. Caractéristiques les constituant du stratifié

La matrice de souplesse (Mori-Tanaka 3D) est donnée par :

$$S = \begin{bmatrix} 13.7951 & 8.0166 & 8.0320 & 0.0000 & 0.0000 & 1.3848 \\ 8.0166 & 13.7951 & 8.0320 & 0.0000 & 0.0000 & 1.3848 \\ 8.0324 & 8.0324 & 13.8134 & 0.0000 & 0.0000 & 0.2360 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 4.3479 & 0.2976 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.2976 & 4.3479 & 0.0000 \\ 0.6961 & 0.6961 & 0.1217 & 0.0000 & 0.0000 & 4.3314 \end{bmatrix}$$

Le coefficient de Poisson du composite : 0.3675

Le module d'élasticité obtenu par le code de Mori-Tanaka (3D) est comparé avec les résultats expérimentaux dans le tableau IV.2

	E <sub>expérimentale</sub> (traction) GPa	E <sub>expérimentale</sub> (flexion) Gpa	E <sub>numérique</sub> (Mori- tanaka) Gpa
Stratifié (verre –polyester)	4,997	7,455	7,902

Tableau. IV.2 Les valeurs du module d'élasticité numérique et expérimentales

On constate que les valeurs de module d'élasticité obtenu par le modèle de Mori-Tanaka (3D) sont de même ordre de grandeur que les résultats expérimentaux.

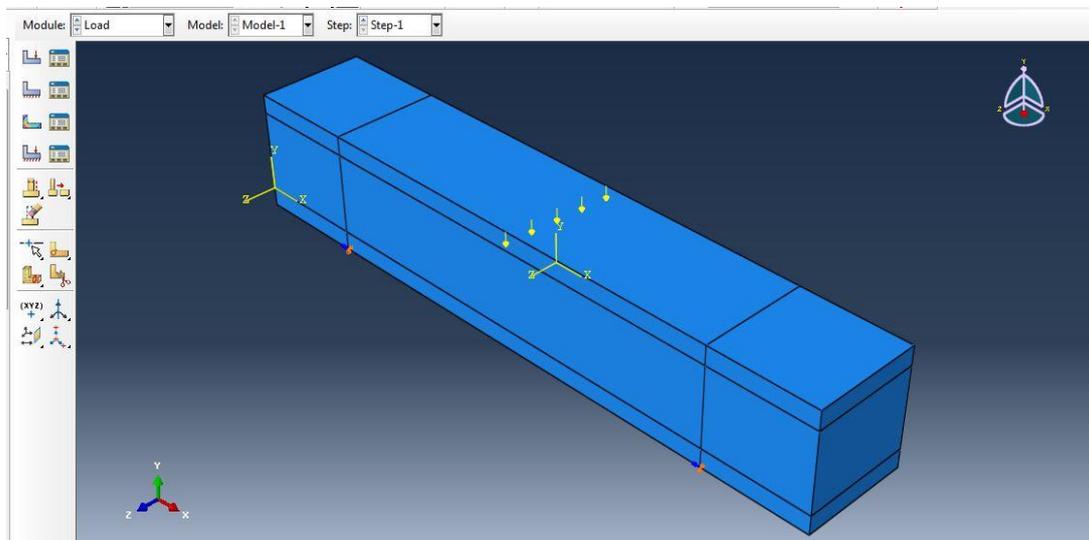
#### IV.2. Etude numérique de l'essai de flexion trois points d'un sandwich

L'étude de la flexion 3 points d'une poutre sandwich a été effectuée en 3D (Figure IV.2), en utilisant le code d'éléments finis ABAQUS. Le modèle est une poutre sandwich à âme en liège aggloméré, et un stratifié Verre-Polyester de 04 couches dans les deux peaux. Le cœur est considéré comme un matériau orthotrope à isotropie transverse. La poutre est sollicitée en flexion 3 points. Pour simuler les conditions d'essai, les éprouvettes est soumis à une charge répartie verticale croissante.

Les paramètres géométriques du sandwich sont données dans le tableau IV.3:

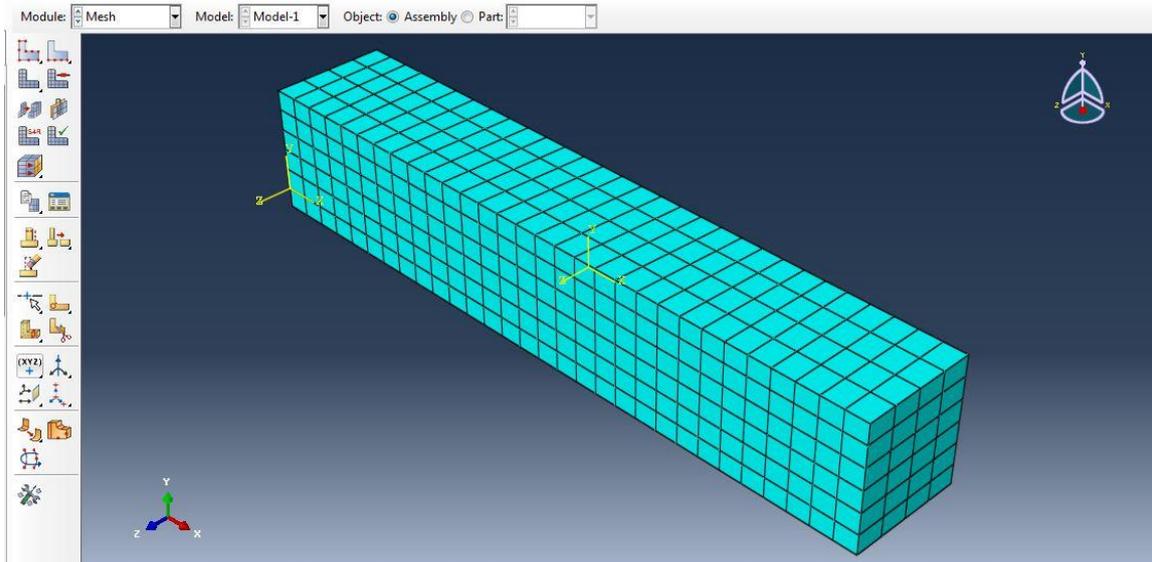
Longueur (mm)	Largeur (mm)	Epaisseur la peau (mm)	Epaisseur de l'âme (mm)
140	20	3,5	15

**Figure. IV.3. Caractéristiques géométriques de la poutre sandwich sollicitée par flexion trois points**



**Figure .IV.2. Modélisation de la poutre sandwiches soumis à la flexion 3 points sur ABAQUS**

L'élément fini utilisé est de type C3D8R: Brique linéaire à 8 nœuds avec intégration réduite (Figure.IV.3).



**Figure.IV.3. Maillage de la poutre sandwich soumise à la flexion trois points**

Les conditions aux limites appliquées sont:

- Au niveau des appuis : Fixation de la translation  $U_z = U_y=0$ ,  
: Fixation de la rotation  $R_x=0$

Les caractéristiques mécaniques des peaux sont obtenues par le modèle Mori-Tanaka (3D) :

$E_{\text{numérique}}= 7,9022 \text{ GPa}$ ,  $\nu_{\text{numérique}}=0,3675$

La distance entre les appuis est 80 mm.

Les modules d'élasticité du liège aggloméré sont obtenus expérimentalement:

$E_x= E_z=20 \text{ MPa}$ ,  $E_y= 5 \text{ MPa}$

Le modules de cisaillement et le coefficient de Poisson du liège aggloméré sont [26]:

$G_{yz}= G_{xy}=2,5 \text{ MPa}$ ,  $G_{xz}=4,3 \text{ MPa}$  et  $\nu =0,05$ ,

#### IV.2.1. Résultats et discussion

La figure IV.4 montre les déplacements des points de contact des charges réparties linéairement au milieu de la peau supérieure du sandwich. Le déplacement de ces points en fonction de la charge appliquée est montré dans la figure IV.5.

La figure IV.6 montre des résultats numériques (Charge-déplacement) dans la poutre sandwich étudiée comparées avec des résultats expérimentaux. On remarque une augmentation linéaire de la charge appliqué en fonction de déplacement sur le modèle.

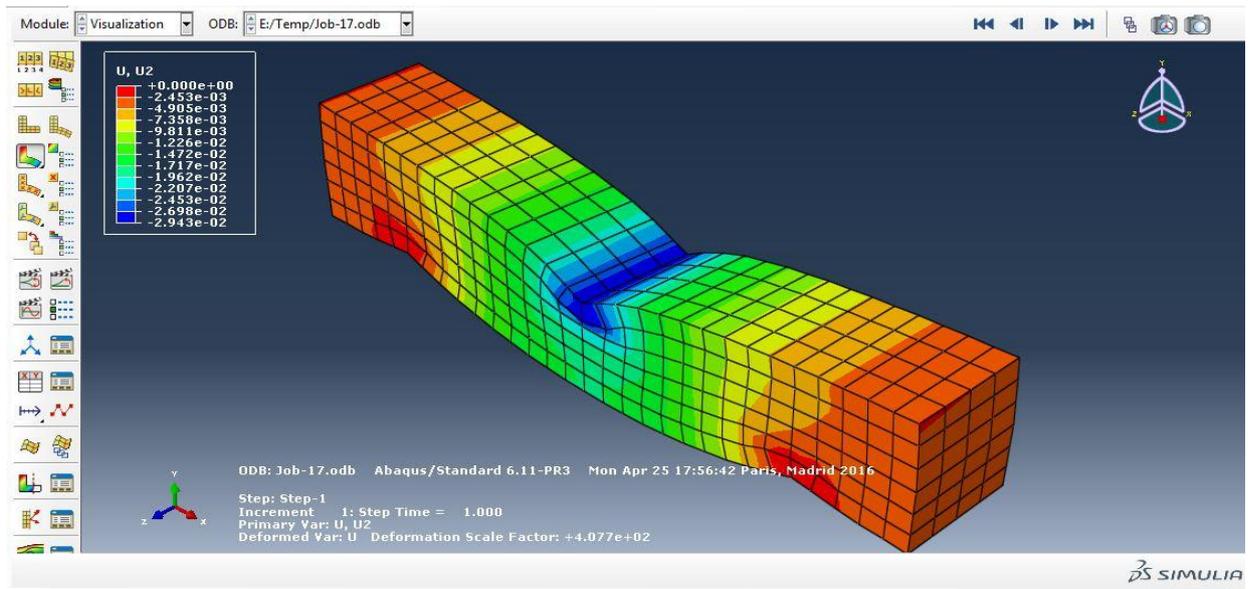


Figure .IV.4. Déplacement de la poutre sandwich soumise à la flexion trois points

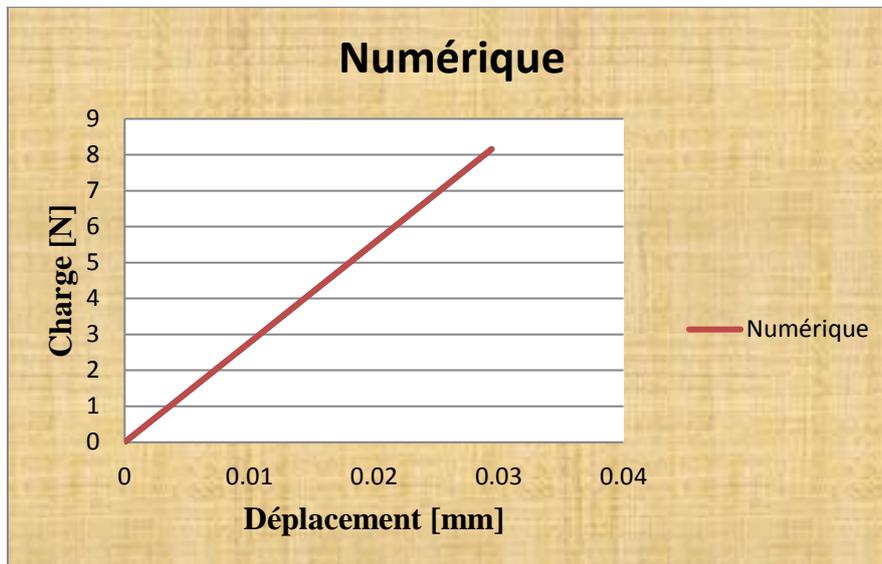
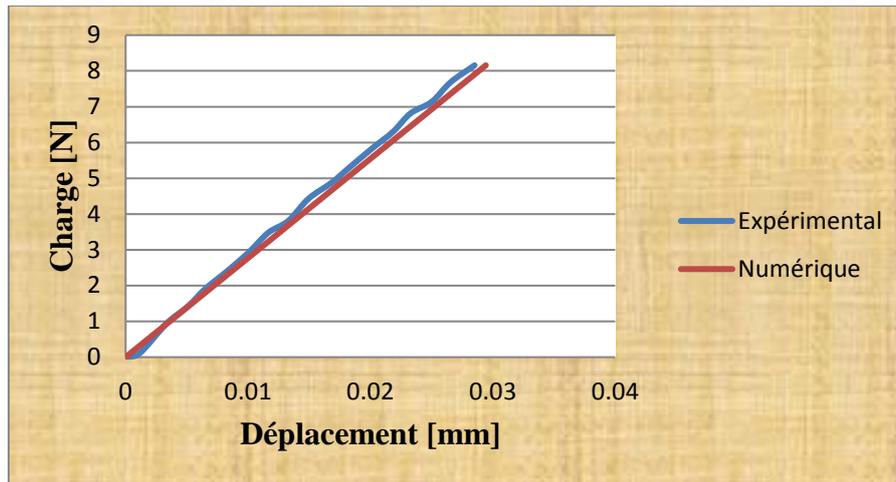


Figure. IV.5. Résultats numériques (Charge-Déplacement) du sandwich Verre-Polyester/Liège aggloméré.



**Figure .IV.6. Charge- Déplacement : expérimentale et numérique du sandwich Verre-polyester/Liège aggloméré soumise à la flexion trois points**

La comparaison entre les résultats expérimentaux et l'étude numériques (Figure IV.6) montre un très léger écart entre la simulation numérique et l'expérimental. Cet écart reste très raisonnable en tenant compte des défauts possibles lors du processus de l'élaboration des poutres sandwiches ainsi que les incertitudes d'utilisations des appareils. Il faut noter que l'adhésif entre les peaux et le cœur dans la partie numérique est considérés comme un assemblage direct mais dans l'étude expérimentale c'est une résine avec des caractéristiques mécaniques non négligeables.

### IV.3. Etude numérique des essais du délaminage des sandwiches

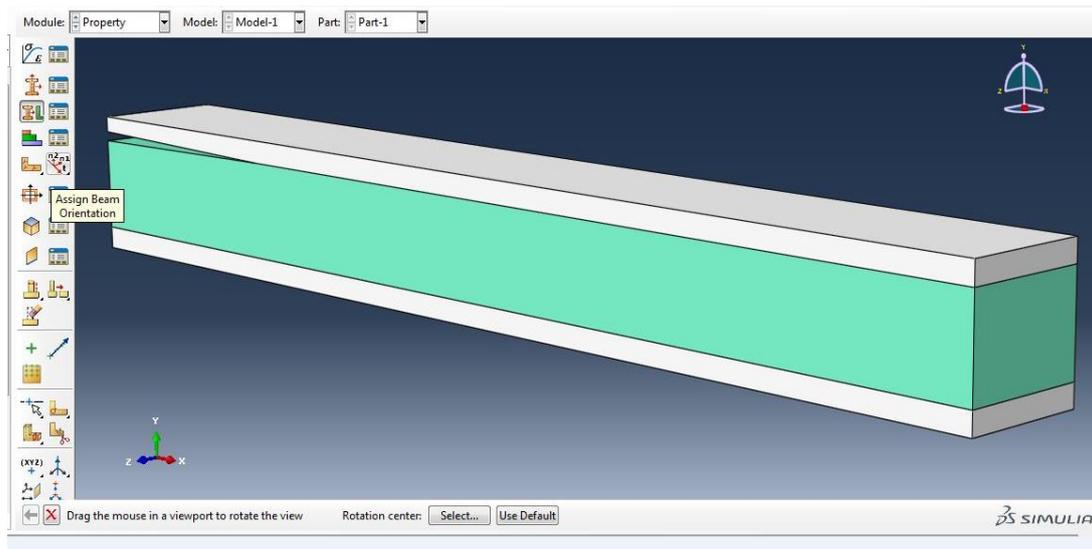
L'étude numérique du délaminage des sandwiches a été effectuée en 3D, en utilisant le code d'éléments finis ABAQUS. Le modèle est un sandwich en liège aggloméré dans le cœur, et un stratifié Verre-Polyester de 04 couches dans les deux peaux.

Le modèle de la poutre sandwich de type DPE présente une fissure à l'extrémité de la poutre entre la peau supérieure et le cœur (Figure IV.7). Pour la simulation des essais du délaminage, on utilise le modèle avec différents valeurs de la fissure initiale. Ces poutres sont soumises aux charges perpendiculaires par rapport à la longueur de la poutre sandwich (Figure IV.8). Les valeurs de la fissure initiale sont 30, 40, 50, 60 et 70 mm.

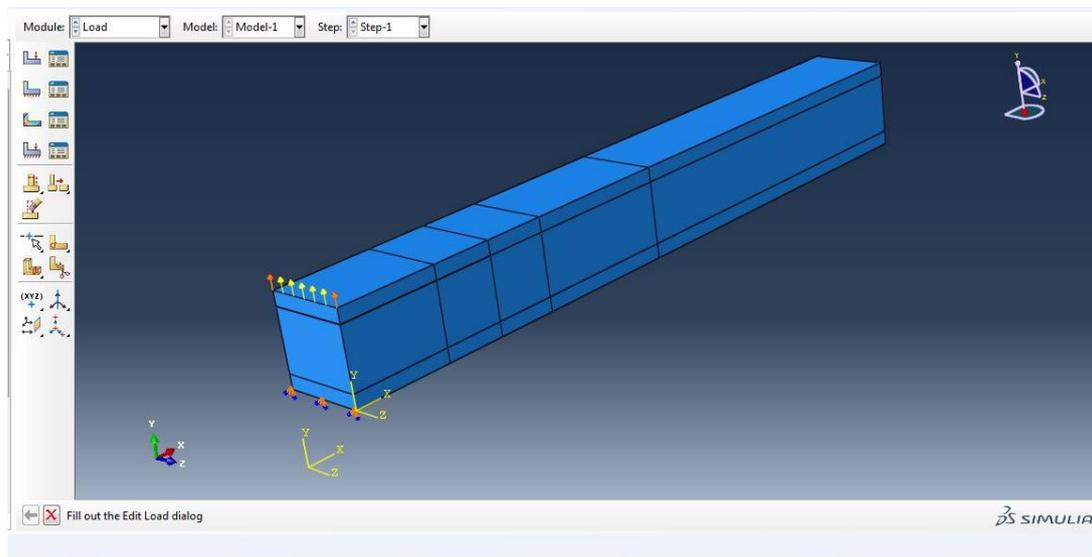
Les paramètres géométriques des sandwiches sont présentés dans le tableau IV.4 :

Longueur	Largeur	Epaisseur de la peau	Epaisseur de l'âme
180 mm	20 mm	3,5 mm	15 mm

**Figure. IV.4. Caractéristiques géométriques du sandwich du délaminage**



**Figure.IV.7. Modèle d'une poutre fissurée entre la peau et le cœur**



**Figure.IV.8. Charges appliquées sur sandwichs du délaminage**

On utilise le même élément fini C3D8R déjà utilisé pour la simulation de l'essai de la flexion trois points (Figure IV.9).



### IV.3.1. Résultats et discussion

La figure. IV.10 présente la déformation du modèle après l'application des charges sur l'extrémité fixe du sandwich dans le cas du délaminage. Il montre les déplacements des points de contact des charges réparties linéairement à l'extrémité de la peau supérieure des sandwiches. Ces résultats sont comparés avec des résultats expérimentaux dans les tableaux IV.4, IV.5 et IV.6

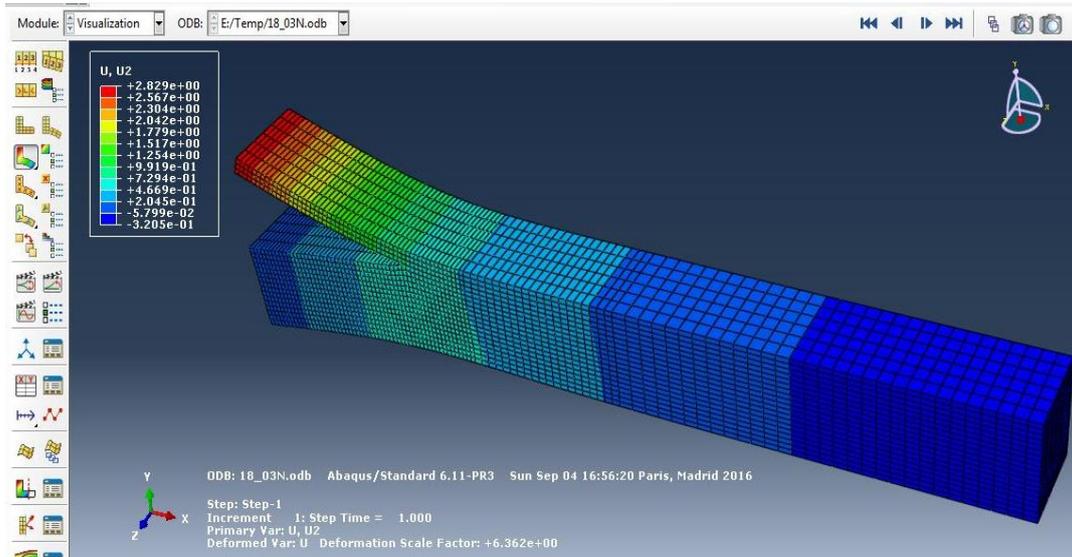


Figure.IV.10. La déformation de la poutre sandwichée après l'essai du délaminage

Charge [N]	a=30 mm		a=40 mm		
	Déplacement Expérimental [mm]	Déplacement Numérique [mm]	Charge [N]	Déplacement Expérimental [mm]	Déplacement Numérique [mm]
1,05	0,04327	0,0898	2,01	0,19686	0,3154
2,02	0,09312	0,1728	5	0,64664	0,7844
5,08	0,26672	0,4345	8,01	1,25667	1,257
10,02	0,63007	0,8571	10,06	1,57673	1,578
15,11	1,07334	1,292	012	1,91697	1,883
17,03	1,26002	1,457	13,58	2,20011	2,131
18,99	1,46665	1,624	15,02	2,47646	2,357
20,02	1,56992	1,713	16	2,64033	2,505
21,02	1,72315	1,798	17,1	2,85341	2,683
22,56	1,91022	1,93	17,57	2,96352	2,757
23,01	1,95003	1,968	18,03	3,06007	2,829

Tableau IV.5. Déplacements expérimental et numérique du sandwich pour  $a_0= 30$  et  $40$  mm

a=50mm			a=60mm		
Charge [N]	Déplacement Expérimental [mm]	Déplacement Numérique [mm]	Charge [N]	Déplacement Expérimental [mm]	Déplacement Numérique [mm]
2,09	0,40349	0.5431	2,55	1,09328	1,153
4	0,93689	1,039	3,59	1,7031	1,623
6,5	1,58019	1,689	5,03	2,58639	2,274
9	2,40035	2.337	6,8	3,41308	3,075
11,59	3,05362	3.010	8,34	4,14986	3,771
12,26	3,23349	3.184	10,06	5,08684	4,548
13	3,44352	3.376	11,01	5,62681	4,978
14,08	3,70677	3.657	12,05	6,16672	5,456
14,53	3,81983	3.774	13,12	6,75647	5,932

**Tableau IV.6. Déplacements expérimental et numérique du sandwich pour  $a_0= 50$  et  $60$  mm**

a=70mm		
Charge [N]	Déplacement Expérimental [mm]	Déplacement Numérique [mm]
2,02	0,8935	1,178
3,76	1,7735	2,193
5,08	2,5071	2,963
6,21	3,0835	3,622
7,45	3,84	4,345
8,61	4,5434	5,022
9,83	5,2301	5,733

**Tableau IV.7. Déplacements expérimental et numérique du sandwich pour  $a_0= 70$  mm**

Les figures IV.11, IV.12, IV.13, IV.14 et IV.15 illustrent la comparaison entre les résultats expérimentaux et l'étude numérique de l'essai du délaminage des sandwiches. Elles représentent les déplacements en fonction des charges appliquées.

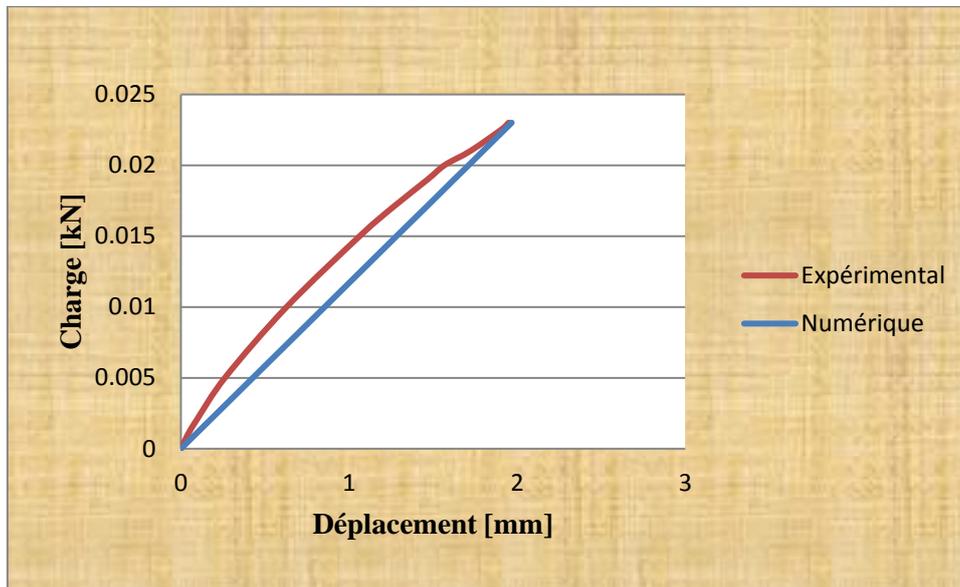


Figure.IV.11. Courbe charge- déplacement du sandwich de délamination avec  $a_0=30\text{mm}$

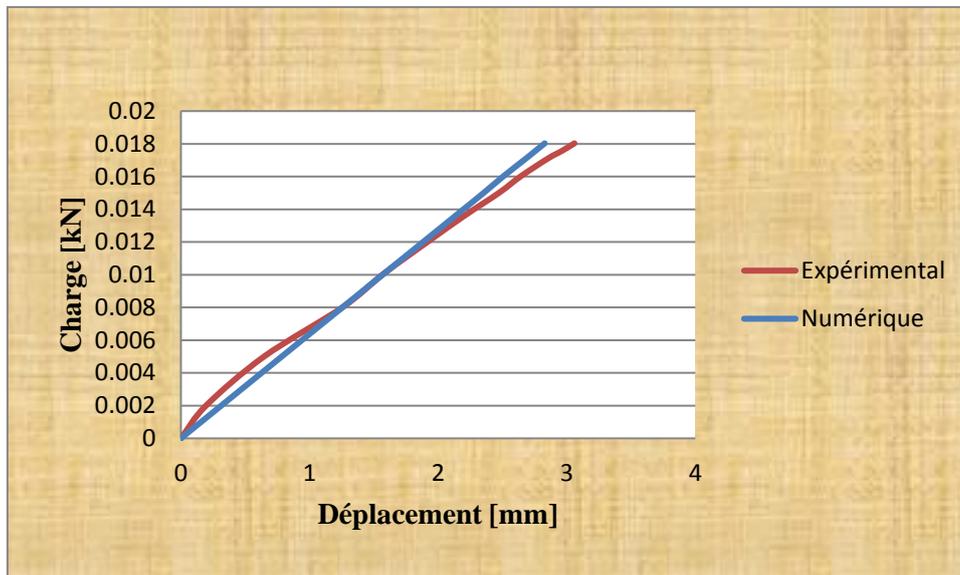


Figure.IV.12. Courbe charge- déplacement du sandwich de délamination avec  $a_0=40\text{mm}$

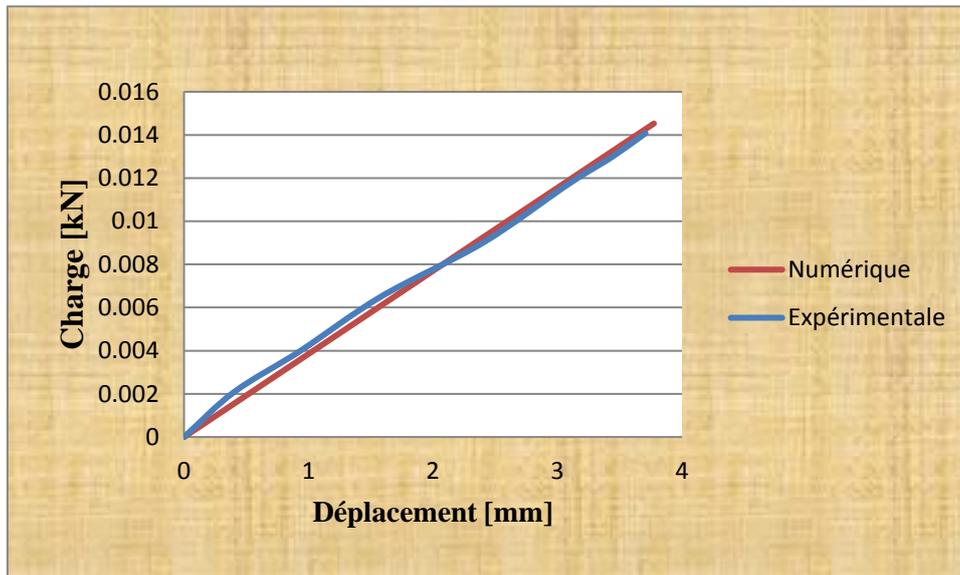


Figure.IV.13. Courbe charge- déplacement du sandwich de délaminage avec  $a_0=50\text{mm}$

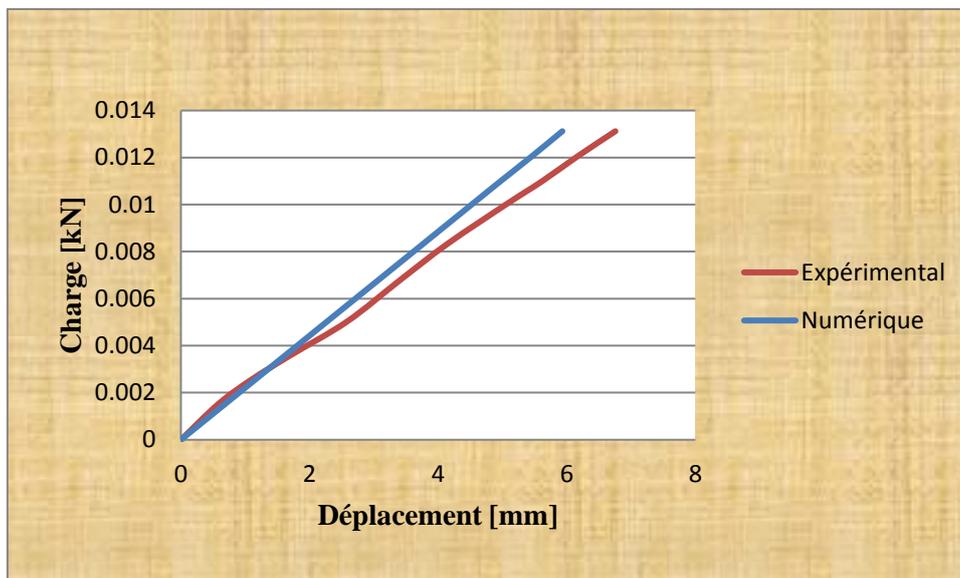
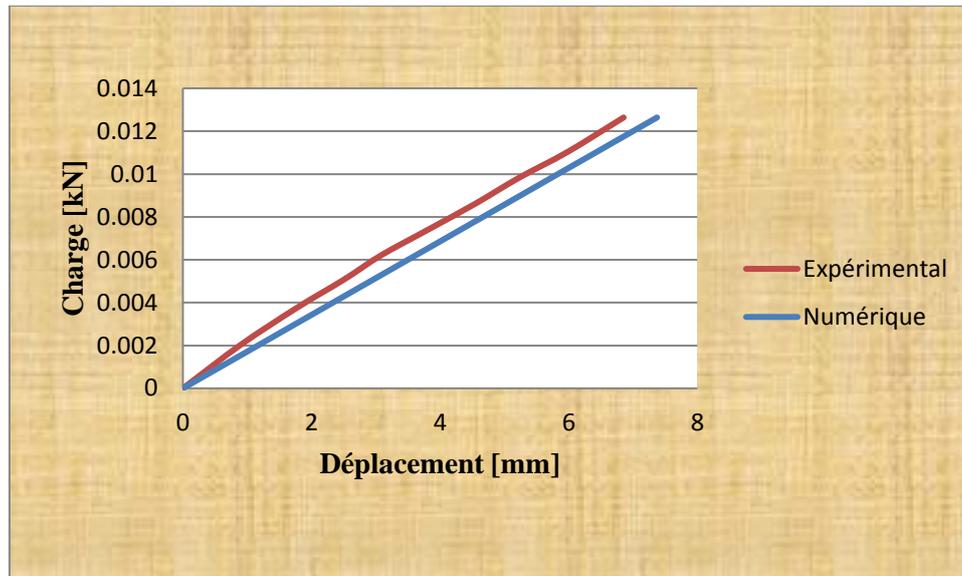


Figure.IV.14. Courbe charge- déplacement du sandwich de délaminage avec  $a_0=60\text{mm}$



**Figure.IV.15. Courbe charge- déplacement du sandwich de délamination avec  $a_0=70\text{mm}$**

Nous constatons dans la comparaison des résultats du délaminage des sandwichs différenciés par les valeurs de la fissure initiale, un écart entre la simulation numérique et l'expérimental. Cet écart est faible dans le cas  $a = 40$  et  $50$  mm. Il est considéré raisonnable en tenant compte des défauts possibles lors du processus de l'élaboration, et les incertitudes d'utilisations des appareils.

Cet écart peut être dû aussi à l'irrégularité du fond de la fissure dans les éprouvettes expérimentales alors qu'il est considéré parfait dans le modèle d'éléments finis. On note aussi l'influence de l'interface en résine entre la peau et le cœur qui est considérée parfaite dans le modèle d'éléments finis.

# **Conclusion Générale**

## Conclusion Générale

Une contribution à l'étude de l'endommagement dans différents types des structures sandwiches a été menée dans le cadre de cette thèse. Les structures sandwiches sont constituées par des peaux en contreplaqués ou en composites stratifiés (Verre polyester), tandis que le cœur est en liège aggloméré ou en polystyrène. L'étude comporte un volet expérimental et un volet analytique et numérique.

Ces volets ont pour objectif principal la mise en évidence qualitative des différents types d'endommagement dans les structures sandwiches ainsi que l'utilisation de certaines théories analytiques et numériques pour la caractérisation quantitative.

L'étude expérimentale consistait en premier lieu d'élaborer les différents types des sandwiches pour déterminer leurs caractéristiques mécaniques et étudier la rupture en mode I.

Les quatre types de sandwich qui ont été élaborés sont:

- (a) deux peaux de contreplaqué avec un cœur en polystyrène,
- (b) deux peaux de contreplaqué avec un cœur en liège aggloméré,
- (c) deux peaux de stratifié de quatre couches avec un cœur en polystyrène,
- (d) deux peaux de stratifié de quatre couches avec un cœur en liège aggloméré.

Les peaux en Verre/polyester ont été élaborées séparément puis collé au différent cœur, par contre le contreplaqué utilisé est celui disponible au marché. Ainsi, Les essais réalisés dans cette étude sont :

- Essai de traction pour les peaux (contreplaqué, stratifié Verre/Polyester),
- Essais de flexion trois points pour les peaux (contreplaqué, stratifié Verre/Polyester),
- Essais de compression pour les matériaux du cœur (liège aggloméré),
- Essais de flexion trois points pour les quatre types de sandwich,
- Essais du délaminage en mode I pour les peaux en stratifié (Verre/Polyester).

- Essai du délaminage en mode I pour un sandwich en verre/polyester dans les peaux et liège aggloméré dans le cœur.

Les essais de délaminage en mode I d'ouverture ont été réalisés sur des poutres de type Double poutre encastres (DPE). Pour les peaux, on a inséré à mi-épaisseur de l'éprouvette un prédéfaut en Aluminium très fin, tandis que pour le sandwich, le prédéfaut en Aluminium est inséré entre la peau supérieure et le cœur. L'amorçage de la fissure est caractérisé par la ténacité exprimée par le taux de restitution d'énergie GIC déterminé par la méthode de Berry pour les peaux et par la théorie de la poutre modifiée (MBT: Modified Beam Theory) pour les sandwiches.

L'étude numérique a été consacré à la détermination des caractéristiques mécaniques, homogénéisées du stratifié Verre/Polyester par le modèle de Mori-tanaka puis la simulation des essais de flexion trois points et l'essai de délaminage d'un sandwich, en utilisant le logiciel d'élément finis ABAQUS. Les peaux sont considérées comme un matériau isotrope tandis que le cœur comme orthotrope à isotropie transverse.

A travers l'étude expérimentale, on peut tirer les conclusions suivantes :

**Pour les peaux :**

- L'utilisation des éprouvettes (contreplaqué, stratifié) sollicités par traction, sous forme haltère a été efficace pour éviter la concentration de contrainte au niveau des mores.
- Les valeurs du module de Young sont proches de 4,7 MPa dans les différents types d'éprouvettes des stratifiés (4, 6 et 8 couches) et sont indépendantes du nombre de couches. Ainsi, l'addition de couche dans les stratifiées ne change pas la rigidité mécanique du matériau et permet juste l'augmentation de l'épaisseur.
- Les valeurs moyennes du module de Young dans les stratifiés sont plus élevées par rapport aux valeurs dans le contreplaqué.
- Les valeurs du module de Young de l'essai de flexion trois points sont supérieures par rapport à celles de l'essai de traction.
- Le taux de restitution d'énergie à l'amorçage des différentes éprouvettes reste presque constant malgré la variation du pré-défaut, il est ainsi considéré comme intrinsèque au matériau. Après l'amorçage, la fissure se propage linéairement.

### **Pour le cœur**

- Les essais de compression sur les éprouvettes de liège aggloméré sous forme de parallépipède rectangle ont permis de vérifier le caractère orthotrope à isotropie transverse de ce matériau utilisé comme cœur dans le sandwich et de déterminer certaines caractéristiques mécaniques.

### **Pour les structures sandwiches**

- Les essais de flexion trois points menés sur des éprouvettes des poutres sandwiches ont permis de déterminer la rigidité globale des différents type de sandwich à partir de la pente de la courbe expérimentale charge-déplacement.

- La rigidité globale en flexion est déterminée au début de l'essai de flexion en raison de l'irrégularité de la courbe charge-déplacement.,

- La rigidité globale du sandwich, stratifié dans les peaux et liège aggloméré dans le cœur est plus élevée par rapport aux autres sandwiches réalisées.

- La rigidité globale des sandwiches basés sur le liège aggloméré au cœur est plus élevée par rapport aux sandwiches basés sur le polystyrène au niveau du cœur.

- La rigidité globale est dépendant de la géométrie et du matériau du sandwich utilisé.

L'étude numérique a permis de dresser les conclusions suivantes :

L'étude numérique est un outil efficace à la prédiction du comportement mécanique de la structure sandwich et ses constituants. Ces études numériques représentent un complément de l'étude expérimentale permettant de dresser des modèles de comparaison.

- Le modèle de Mori-Tanaka (3D) a été implémenté dans la plateforme du langage fortran. Le matériau analysé est un stratifié composé de fibres de verre aléatoire et une résine en polyester insaturé. On constate que les valeurs du module d'élasticité données par le modèle Mori-Tanaka (3D) est proche à celui obtenu expérimentalement..

- L'étude de la flexion trois points d'une poutre sandwich à âme en liège aggloméré, et un stratifié Verre-Polyester de 04 couches dans les deux peaux a été effectuée en 3D, en utilisant le code d'éléments finis ABAQUS. On constate un très léger écart entre la simulation numérique et l'expérimental. Cet écart reste très raisonnable en tenant compte des défauts possibles lors du processus de l'élaboration, notamment les incertitudes d'utilisations des appareils et la nature du collage entre les peaux et le cœur des éprouvettes.

Pour la simulation des essais du délaminage, on a utilisé des modèles de sandwichs différenciés par la longueur de la fissure initiale. Nous constatons un écart entre la simulation numérique et l'expérimental. Il est très petit dans les cas de  $a=40$  et  $50$  mm. Cet écart peut dû aussi irrégularité du fond de la fissure dans les éprouvettes expérimentales alors qu'il est considéré parfait dans le modèle d'éléments finis. On note aussi l'influence de l'interface en résine entre la peau et le cœur qui est considérée parfaite dans le modèle d'éléments finis.

Par conséquent les perspectives que nous proposerons sont :

- Etude expérimental et numériques des différents sandwichs par des essais dynamiques.
- Etude du comportement mécanique numériquement et expérimentalement pour d'autres sandwichs basés sue des biomatériaux tels que les composites basés sur les fibres de palmiers dattiers avec des essais mécaniques statiques et dynamiques.
- Détermination des caractéristiques mécaniques des peaux et du cœur des structures sandwichs par d'autres méthodes tel que la flexion à quatre points et les méthodes permettant la variation de distance entre les appuis des essais de flexion à trois points.
- Détection de l'amorçage de la poutre dans le cas du délaminage par la technique de l'émission acoustiques.

# Références Bibliographiques

## *Références Bibliographiques*

- [1] Sola M., 2011, “Caractérisation de matériaux composites à structure sandwich comportant des modifications”. Mémoire de Maîtrise ès sciences appliquées, Ecole polytechnique de Montréal, Canada.
- [2] Sezgin FE., 2008, “Mechanical behavior and molding of honeycomb laminated fiber/polymer sandwich structures”, *These de doctorat, Université Urla-Izmir, Turkey.*
- [3] Turgut T., 2007, “Manufacturing and Structural Analysis of a Lightweight Sandwich Composite UAV Wing”, *Thesis of MS, Middle East Technical University.*
- [4] Callister., William D., 1999, “Materials Science and Engineering”, 5th Edition *John Wiley & Sons [Hardcover].*
- [5] Donga A., 2005, “Application of sandwich beam in automobile front bumper from frontal frash analysis”. These de doctorat à bachelors of Engineering, JNTU, India
- [6] Rocca SV., Nanni A., 2005, “Mechanical characterization of sandwich structure comprised of glass fiber reinforced” core: Part 1 *Third International Conference Composites in Construction Lyon, France, July 11 – 13, 2005.*
- [7] Sezgin FE., Tanoglu M., Egilmez OO., Donmez C., 2010, “Mechanical Behavior of Polypropylene-based Honeycomb-Core Composite Sandwich Structures“. *Reinforced Plastics and Composites*, 10: 1569-157
- [8] Vinson JR., 1999, “*the Behavior of Sandwich Structures of Isotropic and Composite Materials*”, Technomic Publishing USA.
- [9] Norlin P., Reuterlöv S., 2002, “the role of sandwich composites in turbine blades”, *Reinforced Plastics*. 3: 32-34.

- 
- [10] Marouene A., 2010. “ Comportement sous choc des composites sandwichs et influence des paramètres des matériaux et du test’’, *Mémoire de Maîtrise ès sciences appliquées. Université de Montréal, Canada.*
- [11] Chemami A., 2012, “Etude de la Performance des Matériaux Composites Sandwichs - Application en Fatigue’’, *Thèse de doctorat, Université Badji Mokhtar - Annaba*
- [12] Belingardi G., Cavatorta MP., Duella R., 2003, “Material characterization of a composite foam sandwich for the front structure of a high speed train’’, *Composite Structures*, 61: 13-25
- [13] Castanié B., 2000, “Contribution à l’étude des structures sandwichs dissymétrique’’, *Thèse de doctorat, Ecole national supérieure de l’aéronautique et de l’espace, Toulouse, France.*
- [14] Saidani K., 2014, “Analyse des composites sandwichs et qualification de leur intégrité vis-à-vis de la ruine’’, *Thèse de doctorat, Université Tizi-Ouzou.*
- [15] Timoshenko SP., Coodier JN., 1982, “Theory of elasticity’’, *International student edition*
- [16] Daniel G., 1997, “Matériaux composite’’, *4<sup>eme</sup> édition. Hermes, Paris.*
- [17] Elouaer A., 2011. “Contribution à la compréhension et à la modélisation du comportement mécanique de matériaux composites à renfort en fibres végétales’’, *Thèse de doctorat, Université de Reims Champagne-Ardenne France.*
- [18] *Glossaire des matériaux composites*, Centre d’animation régional en matériaux avancés **C.A.R.M.A.**, 2004,.
- [19] Bourahli M., 2014, “Caractérisation d’un composite verre / époxy’’, *Thèse de doctorat, Université sétif 1.*
- [20] Smith SA., Shivakumar KN., 2001, “Modified Mode-I Cracked Sandwich Beam (CSB) Fracture Test’’, *42<sup>nd</sup> Structures, structural Dynamics and Material Conference*, April 16-19: 1221-1232.

- 
- [21] Cantwell WJ., Scudamore R., Radcliffe J., Davies P., 1999, “Interfacial fracture in sandwich laminates”, *Composites Science and Technology*, 59: 2079-2085.
- [22] Mamalis AG., Manolakos DE., Ioannidis MB., Papapostolou.DP., 2005, “On the crushing response of composite sandwich panels subjected to edgewise compression: experimental”, *Composite Structures*. 71: 246–257
- [23] El Mahi A., Farooq. MK., Sahraoui. S., Bezazi A., 2004, “Modelling the flexural behaviour of sandwich composite materials under cyclic fatigue”, *Materials and Design*: 25: 199–208.
- [24] Davies GAO., Hitchings D., Besant T., Clarke A., Morgan C., 2004, “Compression after impact strength of composite sandwich panels”, *Composite Structures*. 63: 1–9.
- [25] Mir A., Bezzazi B., Zitouni R., Collombet F., 2011, “Caractérisation mécanique d’un panneau sandwich à âme en liège et peau en jute/époxy”, Hal-00597889
- [26] Hacheman B., 2013, “Analyse expérimentale du comportement mécanique d’un matériau composite soumis à des sollicitations d’impacts”, *Thèse doctorat de l’université Boumerdes*.
- [27] Lakreb N., Bezzazi B., Pereira H., 2015, “Mechanical behavior of multilayered sandwich panels of wood veneer and a core of cork agglomerates”, *Materials and Design*, 65: 627–636.
- [28] Shahdin KA., Mezeix L., Bouvet C., Morlier J., Gourinat Y., 2009, “Fabrication and mechanical testing of glass fiber entangled sandwich beams: A comparison with honeycomb and foam sandwich beams”, *Composite Structures*, 90(4): 404-412.
- [29] Borsellino CL, Calabrese A, Valenza., 2004, “Experimental and numerical Evaluation of Sandwich Composite Structures”, *Composite Science and Technology*, 64:1709-1715.
- [30] Liang S., Chen HL., 2006, “Investigation on the square cell honeycomb structures under axial loading”, *Composite Structures*, 72: 446–454.

- 
- [31] Aviliés F., Carlsson LA., 2008, “Analysis of the sandwich DCB specimen for debond characterization”, *Engineering Fracture Mechanics*, 75:153–168
- [32] Assarar M., 2007, “Etude expérimentale et modélisation du comportement dynamique des composites stratifiés et sandwichs”, *Thèse de doctorat, Université du Maine, France.*
- [33] Laroze,S., Barrau JJ., 1987, “Mécanique des structures. Tome 4, Calcul des structures en matériaux composites”, *eyrolles,masson,Paris.*
- [34] Berthelot, JM., 2010, “Matériaux composite. Tome 4. Comportement mécanique et analyse des structure”, *Tec et doc, Lavoisier, Paris.*
- [35] Vannucci P., 2007, “Matériaux composites structuraux, Méthodes d'analyse et de conception”, Polycopie de Master Dimensionnement des Structures Mécaniques dans leur Environnement (DSME), *Université de Versailles, France*
- [36] Hecini M., 1988, “Etude des mécanismes de délaminage dans les scomposites stratifié carbone/epoxy”, *mémoire de DEA, Université de Compiègne, France.*
- [37] Aboura Z., 1988, “Etude du délaminage des matériaux composites à faibles et grandes vitesse de sollicitations en mode I et en mode II”, *mémoire de DEA, Université de Compiègne, France.*
- [38] Osmani H., 1989, “Rupture des composites céramique-céramique à fibre”, *Thèse de doctorat, Institut national des sciences appliquées de Lyon, France*
- [39] Kunigal S., Huanchun C., 2005., “An Evaluation of Data Reduction Methods for Opening Mode Fracture Toughness of Sandwich Panels”, *Sandwich structures and materials*, 7:77-90
- [40] ASTM., 2005, Propriétés mécanique des composites dans la pratique des essais, D 638
- [41] NF EN., 2005, Plastics determination of flexural properties amendment, ISO 178/A1
- [42] ASTM.,1988 Standard test method for flexural properties of flat sandwich constructions. C392-62

- 
- [43] Whitney JM., 1982,. “Double Cantilever Beam Test for Characterizing Mode I Delamination of Composite Materials”, *Reinforced Plastics and Composites 1*: 297-313
- [44] ASTM., 2005, Propriétés mécanique des composites dans la pratique des essais, D 790-81
- [45] Sedira L., , Elouer A., Ayad R., Meftah K., Hecini M., 2014, “simulation numerique de l'approche d'homogeneisation de mori-tanaka par une formulation integrale, applications aux composites a renfort aleatoire”. *2<sup>èmes</sup> Journées Euro-Maghrebines des BioComposites, 02-04Mars, Biskra*
- [46] Mori T., Tanaka K., 1973, “Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions”, *Acta Metallurgica*, 21:571–4.
- [47] Benveniste Y., 1987, “A new approach to the application of Mori–Tanaka’s theory in composite materials”, *Mechanics of Materials*.;6:147–57.
- [48] Odegard G.,. 2003,. “Constitutive modeling of nanotube–reinforced polymer composites”, *Composites Science and Technology*, 63:1671–1687
- [49] Marzari N., Ferrari M., 199, “Textural and micromorphological effects on the overall elastic response of macroscopically anisotropic composites”, *Journal of Applied Mechanics*, 59:269–75.
- [50] Laksimi A, Benzeggah ML, Jing G, Hecini M, Roelandt JM.,1991, “Mode I Interlaminar fracture of symmetrical cross-ply composites”, *Composites science and technology*, 41(2):147–164.
- [51] <https://fr.wikipedia.org/wiki/Contreplaqué>., octobre 2016.