

Université Mohamed Khider – Biskra  
Faculté des Sciences et de la technologie  
Département : Génie Civil et Hydraulique  
Ref : .....



جامعة محمد خيضر بسكرة  
كلية العلوم و التكنولوجيا  
قسم: الهندسة المدنية و الري  
المرجع: .....

Thèse présentée en vue de l'obtention  
Du diplôme de  
**Doctorat en Génie Civil**

**Spécialité: Modélisation des matériaux et des structures**

---

## Étude numérique de la charge limite des ouvrages géotechniques

---

Présentée par :

**Hadjer YAHIA-CHERIF**

Soutenue publiquement le 07/04/2016

**Devant le jury composé de :**

Pr. OUNIS Abdehafid	Professeur	Président	Université de Biskra
Pr. MELLAS Mekki	Professeur	Rapporteur	Université de Biskra
Dr. MABROUKI Abdelhak	Maitre de Conférences 'A'	Co-rapporteur	Université de Biskra
Pr. MESSAST Salah	Professeur	Examineur	Université de Skikda
Dr. BAHEDDI Mohamed	Docteur	Examineur	Université de Batna
Dr. ZATAR Abdallah	Maitre de Conférences 'A'	Examineur	Université de Biskra

*À la mémoire de mes grands parents*

*À mes parents*

*À mes tantes*

*À mes frères et à mes sœurs*

## *Remerciements*

Je tiens à exprimer en premier lieu ma reconnaissance à Mr. Mekki MELLAS, Professeur à l'Université de Biskra de m'avoir encouragé, soutenu et orienté pour la réalisation de ce travail. Je le remercie encore très vivement pour son encadrement et son aide.

J'adresse mes remerciements également à Mr. Jean-Michel PEREIRA Maître de Conférences à l'Ecole des Ponts ParisTech, pour m'avoir accueillie au sein du CERMES, équipe géotechnique du Laboratoire Navier de l'Ecole des Ponts ParisTech. Je voudrais aussi lui exprimer ma reconnaissance pour les conseils très précieux et les orientations qu'il m'a émis pour faire ce travail.

Je désire aussi témoigner toute ma gratitude à Mr. Abdelhak MABROUKI pour sa confiance et son support inestimable.

Je souhaite exprimer également ma reconnaissance à mon enseignant Djamel BENMEDDOUR pour ses encouragements et ses conseils qui ont grandement facilité mon travail.

Je voudrais également adresser mes vifs remerciements au Président du Jury le Professeur Abdelhafid Ounis de l'Université de Biskra qui a accepté de juger ce travail.

Je tiens aussi à exprimer ma gratitude aux membres du jury le Professeur Salah MESSAST de l'Université de Skikda, le Docteur Mohamed Baheddi de l'Université de Batna et le Docteur ZATAR Abdallah de l'Université de Biskra pour leurs lectures critiques du manuscrit et pour leurs remarques très constructives qui ont, je suis sûre, enrichi la thèse de manière significative.

Je remercie ma famille et à mes amis de m'avoir soutenue moralement parce que sans elle, rien n'aurait été possible.

Et enfin à tous mes intervenants, je présente mes remerciements, mon respect et ma gratitude.

## **Résumé :**

L'estimation de la charge limite des ouvrages géotechniques, tels que les blocs d'ancrage, les fondations superficielles, et les ouvrages de soutènement forment un sujet de recherche d'intérêt qui n'est pas uniquement académique, c'est la pratique quotidienne des ingénieurs. La méthode d'équilibre limite fournit une estimation de la charge limite d'un ouvrage géotechnique, en supposant un sol qui se comporte comme un matériau associé, de plus les directions des plans de rupture sont prédéfinies. Afin de mieux comprendre le problème de la charge limite des ouvrages géotechniques, il est utile qu'un effort de recherche soit mené pour bien caractériser le comportement mécanique de l'interaction sol-structure, pour déterminer les paramètres qui influencent la charge limite.

Ce travail de recherche vise l'évaluation numérique de la charge limite des fondations superficielles sous un chargement généralisé et reposant sur un sol frottant et purement cohérent, en utilisant des calculs élasto-plastiques. La première partie présente une synthèse bibliographique concernant les études effectuées pour examiner la portance des fondations superficielles, ainsi que les différentes méthodes de calcul de la charge limite. Dans la deuxième partie, on présente les résultats numériques des analyses élasto-plastiques qui traitent l'effet de l'inclinaison de la charge, de l'encastrement de la fondation et le type du sol sur la portance d'une semelle filante.

**Mots clés:** fondation superficielle, charge limite, interaction sol-structure, interface, calculs élastoplastiques.

## **Abstract :**

The limit load estimation of geotechnical structures, such as anchor blocks, shallow foundations and retaining structures has been studied extensively as one of the fundamental problems of geotechnical engineering. The limit equilibrium provides an estimate of the limit load, assuming a soil that behaves as an associated material. Moreover, the directions of the rupture planes are predefined. To better understand the problem of the limit load of geotechnical structures, it is useful for a research effort to characterize the mechanical behavior of the soil-structure interaction to determine the parameters that influence the limit load.

The aim of this research is to numerically evaluate the limit load of shallow foundation under combined loading based on frictional soil and cohesive soil, using elasto-plastic calculations. The first part present a bibliographic summary of the studies carried out to examine the bearing capacity of surface foundations as well as the different methods of calculating the limit load. In

the second part, a detailed study of the effect of inclination of the load, foundation embedding and the nature of the soil on the lift of a running foundation was carried out

**Key words:** shallow foundation, limit load, interaction soil-foundation, interface, elastoplastic calculation.

## ملخص

ان تقدير حد حمولة الهياكل الجيوتقنية مثل كتل مرصاة، أساس سطحي والهياكل الاستنادية، تشكل موضوعا بحث ذا أهمية. ليس فقط للجانب الأكاديمي و لكن أيضا للممارسة اليومية للمهندسين. طريقة التوازن الحدي توفر تقديرا للحد الأقصى للحمولة لهيكل الجيوتقنية بافتراض اتجاهات للتشوه و بافتراض تربة تسلك سلوك مادة شريكة. لفهم أفضل لمشكلة حد حمل الهياكل الجيوتقنية، من المفيد القيام بأبحاث لوصف السلوك الميكانيكي للتفاعل البيني التربة-هيكل و لتحديد العوامل التي تؤثر على حد الحمل.

هذا البحث يهدف الى تقييم عددي لحد الحمل باستخدام حسابات مرنة من البلاستيك، و الى دراسة تأثير بعض المعايير الهندسية والميكانيكية على هذا الحد. الجزء الأول يتضمن تقديم خلاصة حول الطرق المختلفة لحساب الحد الأقصى للحمولة وقوانين حالات الحمل المختلفة. أما في الجزء الثاني فقد تم القيام بدراسة مفصلة عن تأثير ميل الحمولة، عمق الأساس وتركيب والتربة على حد الحمل.

**الكلمات المفتاحية:** الحمولة القصوى، نمذجة رقمية، عامل العمق، أساس المنغمسة، الأساسات السطحية.

# Table des matières

<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE 1: APERÇU BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COMPORTEMENT DES FONDATIONS SUPERFICIELLES</b>	
1.1 Introduction .....	4
1.2 Principaux types des fondations superficielles .....	4
1.2.1 Les semelles isolées .....	5
1.2.2 Les radiers ou dallages .....	5
1.3 Mécanismes de rupture des fondations superficielle.....	5
1.3.1 Rupture par cisaillement généralisé .....	6
1.3.2 Rupture par cisaillement localisé .....	6
1.3.3 Rupture par poinçonnement .....	7
1.4 Capacité portante des fondations superficielles.....	7
1.4.1 Théorie de Prandtl (1920) .....	8
1.4.2 Théorie de Terzaghi (1943).....	9
1.4.3 Théorie de Meyerhof (1951) .....	16
1.4.4 Equations de la capacité portante .....	18
1.4.5 Facteur de portance $N_c$ de Skempton (1951).....	18
1.5 Répartition des contraintes sous les fondations superficielles.....	20
1.6 Fondations superficielles pour l'industrie offshore du pétrole et du gaz.....	21
1.6.1 Types des fondations superficielles offshore .....	23
1.6.1.1 Plates-formes à base gravitaire (GBS) .....	23
1.6.2 Plates-formes à câble tendu (TLP) .....	23
1.6.3 Plate-forme en treillis métalliques (jacket) .....	23
1.7 Conclusion.....	24
<b>CHAPITRE 2 : METHODES DE CALCUL DE LA CHARGE LIMITE</b>	
2.1 Introduction .....	25
2.2 Méthode d'équilibre limite.....	26

2.3 Méthode des lignes de glissement.....	29
2.4 Méthode d'analyse limite.....	32
2.5 Méthodes de calcul en déformation.....	34
2.5.2 Méthode des éléments finis (MEF) .....	34
2.5.2 Méthode des différences finies (MDF) .....	35
2.6 Critiques des méthodes classiques de calcul à la rupture.....	35
2.7 Critiques des méthodes de calcul en déformation.....	36
2.8 Comparaison entre les méthodes classiques de calcul à la rupture et les méthodes de calcul en déformation .....	37
2.9 Conclusion.....	39
<b>CHAPITRE 3: INFLUENCE DU MODE DE CHARGEMENT ET D'ENCASTREMENT DES FONDATIONS SUPERFICIELLES SUR LA CHARGE LIMITE</b>	
3.1 Introduction .....	40
3.2 Capacité portante d'une fondation sous un chargement centré incliné.....	41
3.3 Capacité portante d'une fondation encastree à une profondeur « D ».....	51
3.4 Capacité portante d'une fondation encastree et soumise à un chargement incliné.....	57
3.5 Effet de la non-associativité du sol sur la capacité portante de la fondation .....	60
3.6 Conclusion.....	63
<b>CHAPITRE 4 : MODELISATION DES OUVRAGES GEOTECHNIQUES ET LOIS DE COMPORTEMENT</b>	
4.1 Introduction .....	64
4.2 Lois de comportement.....	65
4.2.1 Etude expérimentale des lois de comportement des sols .....	65

4.2.2	Comportement élastique.....	69
4.2.3	Comportement plastique .....	71
4.3	Modélisation des fondations superficielles.....	75
4.4	Présentation de l’outil de simulation numérique FLAC.....	76
4.4.1	Description du code de calcul .....	76
4.4.2	Schéma de résolution explicite.....	76
4.4.3	Formulation numérique en différences finies : passage du problème continu à la discrétisation.....	79
4.4.4	Éléments d’interface.....	82
4.5	Conclusions .....	83
<b>CHAPITRE 5 : ANALYSE NUMERIQUE DE LA CAPACITE PORTANTE NON DRAINEE D’UNE FONDATION FILANTE ENCASTREE</b>		
5.1	Introduction .....	84
5.2	Capacité portante non drainée d’une semelle filante encastrée sous un chargement vertical.....	84
5.2.1	Définition du problème .....	85
5.2.2	Modélisation numérique par le code FLAC.....	86
5.2.3	Résultats et discussions .....	88
5.2.3.1	Validation des résultats.....	88
5.2.3.2	Facteur de portante pour une fondation encastrée.....	89
5.2.3.3	Coefficient de profondeur $d_c$ .....	90
5.2.3.4	Mécanisme de la rupture .....	91
5.2.3.5	Vecteurs de déplacement.....	92
5.2.3.6	Distribution des contraintes .....	92
5.3	Capacité portante non drainée d’une semelle filante encastrée sous un chargement incliné.....	93
5.3.1	Présentation du problème.....	94
5.3.2	Modélisation numérique par le code FLAC (2005).....	94
5.3.3	Chargement de la fondation.....	95
5.3.4	Résultats et discussions .....	96
5.3.4.1	Coefficient d’inclinaison $i_c$ .....	96



5.3.4.2	Distribution des contraintes.....	97
5.3.4.3	Mécanisme de rupture .....	98
5.3.4.4	Courbes enveloppes.....	100
5.3.4.5	Effet de l'encastrement sur la courbe enveloppe .....	101
5.4	Conclusion.....	101
<b>CHAPITRE 6: ANALYSE NUMERIQUE DE LA CAPACITE PORTANTE D'UNE FONDATION FILANTE ENCASTREE DANS UN SOL FROTTANT</b>		
6.1	Introduction .....	103
6.2	Capacité portante d'une semelle filante encastrée dans un sol purement frottant et soumise à un chargement vertical .....	103
6.3.1	Présentation du problème .....	104
6.3.2	Modélisation numérique par le code FLAC (2005) .....	104
6.3.3	Résultats et discussions .....	106
6.2.3.1	Facteur de la capacité portante $N_\gamma$ .....	106
6.2.3.2	Effet de la non-associativité .....	107
6.2.3.3	Effet de la profondeur d'encastrement .....	109
6.3	Capacité portante d'une semelle filante encastrée dans un sol purement frottant et soumise à un chargement incliné.....	110
6.3.4	Définition du problème .....	110
6.3.1	Chargement de la fondation .....	110
6.3.2	Résultats et discussions .....	111
6.3.3.1	Coefficient d'inclinaison $i_\gamma$ .....	111
6.3.3.2	Courbes enveloppes.....	114
6.3.3.3	Mécanisme de rupture .....	117
6.4	Conclusion.....	119
<b>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.....</b>		<b>121</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>		<b>123</b>

## Liste des Figures

<i>Figure 1.1– Types des fondations superficielles.</i> .....	5
<i>Figure 1.2– Rupture par cisaillement généralisé (Vesic, 1963).</i> .....	6
<i>Figure 1.3– Rupture par cisaillement localisé (Vesic, 1963).</i> .....	6
<i>Figure 1.4– Rupture par poinçonnement (Vesic, 1963).</i> .....	7
<i>Figure 1. 5– Mécanisme de rupture proposé par Prandtl (1920) et Terzaghi (1943). (Kameswara Rao, 2011).</i> .....	9
<i>Figure 1. 6– Théorie de la capacité portante de Terzaghi (1943).</i> .....	12
<i>Figure 1. 7– Surface de rupture pour une fondation filante d’après Meyerhof (1951).</i> .....	17
<i>Figure 1.8– Comparaison entre les mécanismes de rupture de Terzaghi (1943) et Meyerhof (1951), d’après Bowles (1996) (a) fondation superficielle avec une base rugueuse. (b) forces appliquées sur la zone I (Terzaghi, 1943). (c) mécanismes de rupture de de Terzaghi (1943) et Meyerhof (1951).</i> .....	17
<i>Figure 1. 9– Pression de contact. (a) milieu cohérent ; (b) milieu pulvérulent.</i> .....	21
<i>Figure 1. 10– Applications des fondations superficielles pour l’industrie offshore du pétrole et du gaz. (a) Plates-formes à base gravitaire (GBS), (b) GBS, (c) Plates-formes à câble tendu (TLP), (d) plate-forme en treillis métalliques (jacket), (e) Plate-forme submersible (flottante).</i> .....	22
<i>Figure 2.1– Détermination de <math>P\gamma</math> et <math>N\gamma</math> (<math>\phi \neq 0, \gamma \neq 0, q=0</math> et <math>c=0</math>) (d’après Kumbhojkar, 1993)): (a) Schéma de rupture d’une fondation superficielle filante ; (b) forces appliquées sur le coin élastique au-dessous de la semelle ; (c) détails de mécanisme de rupture.</i> .....	28
<i>Figure 2.2– mécanisme de rupture proposé par Silvestri (2003).</i> .....	38
<i>Figure 2. 3– Courbes théoriques de glissement pour une semelle lisse d’après Caquot et Kérisel (1966).</i> .....	30
<i>Figure 2. 4– (a) cercle de Mohr en rupture. (b) convention de signes et notations (c) le système des coordonnées cylindriques et les composantes des contraintes. (c) maillage typique des contraintes caractéristiques. (D’après Bolton et Lau, 1993).</i> .....	31
<i>Figure 2. 5– Mécanismes proposés par Soubra et al. (2003) ; (a) Mécanisme de rupture en log-sandwich, (b) Mécanisme de rupture multibloc .</i> .....	33
<i>Figure 2. 6– Facteur de portance <math>N\gamma</math> obtenu par différentes méthodes pour une semelle parfaitement rugueuse et <math>\phi = 30^\circ</math>.</i> .....	39
<i>Figure 3.1– Les zones plastifiées sous une fondation rugueuse sous un chargement incliné.</i> .....	41
<i>Figure 3.2– schéma de rupture de Green (1954) pour un chargement incliné.</i> .....	42
<i>Figure 3. 3 Surface de charge donnée par Green (1954) pour un chargement combiné (V-H).</i> ....	42
<i>Figure 3. 4– La capacité portante en fonction d’angle d’inclinaison <math>\alpha</math>.</i> .....	43
<i>Figure 3.5– Schéma de rupture pour le calcul de <math>i_c</math> et <math>i_q</math>. (a) Sol non pesant avec un chargement surfacique vertical équivalent <math>q</math>. (a) sans chargement surfacique vertical équivalent. D’après Hansen (1970).</i> .....	43

<i>Figure 3.6 – Courbe enveloppe d'un chargement incliné, d'après Bolton (1979).....</i>	<i>44</i>
<i>Figure 3.7 – Courbes enveloppes pour un chargement incliné, d'après Bolton (1979). ....</i>	<i>46</i>
<i>Figure 3. 8 –Fondation filante sous une charge inclinée le long de (a) la longueur et (b) la largeur, d'après Sastry et Meyerhof (1987). ....</i>	<i>46</i>
<i>Figure 3. 9 – Courbes enveloppes d'une fondation circulaire sous une charge inclinée. ....</i>	<i>47</i>
<i>Figure 3. 10 – (a) déformation du maillage d'un sol non pesant avec <math>\alpha=7.5^\circ</math> et <math>\phi =45^\circ</math>.....</i>	<i>48</i>
<i>Figure 3. 11– (a) zones plastifiées pour <math>\alpha=7.5^\circ</math> et <math>\phi =45^\circ</math>. (b) zones plastifiées pour <math>\alpha=22.5^\circ</math> et <math>\phi =45^\circ</math>. D'après Hjiatj et al. (2004).....</i>	<i>48</i>
<i>Figure 3.12– Courbes enveloppes de rupture dans le plan de chargement (H-V).....</i>	<i>49</i>
<i>Figure 3.13– courbe enveloppe normalisée dans le plan V-H obtenue par les analyses swipe et probe, d'après Loukidis et al. (2008). ....</i>	<i>50</i>
<i>Figure 3. 14– Contour des zones plastifiées par cisaillement pour un chargement centré incliné. (Loukidis et al. 2008).....</i>	<i>50</i>
<i>Figure 3.15 – Comparaison de la surface de rupture, d'après Georgiadis (2010). ....</i>	<i>51</i>
<i>Figure 3. 16–Les cas d'encastrement. (a) poutre d'un tranchée (cas d'une fondation spudcan). (b) fondation couverte. (c) contacte parfait avec le sol latéral (cas d'une fondation à base gravitaire). ....</i>	<i>52</i>
<i>Figure 3. 17 – comparaison du coefficient de profondeur d'après Salgado et al. (2004) .....</i>	<i>55</i>
<i>Figure 3. 18– Comparaison des coefficients de la profondeur d'une fondation filante.....</i>	<i>55</i>
<i>Figure 3. 19– Courbe charge-déplacement d'après Edwards et al. (2005).....</i>	<i>56</i>
<i>Figure 3. 20 – Coefficient de la profondeur <math>\gamma</math> Lyamin et al. (2007).....</i>	<i>57</i>
<i>Figure 3.21 – Le mécanisme "scoop" et "wedge" d'après Bransby et Randolph (1998).....</i>	<i>58</i>
<i>Figure 3. 22 – Champs de vitesse pour l'approche cinématique d'après Bransby et Randolph (1999). ....</i>	<i>58</i>
<i>Figure 3. 23 – courbe enveloppe normalisée d'après Bransby et Randolph (1999)....</i>	<i>59</i>
<i>Figure 3.24– capacité portante verticale en fonction du rapport d'encastrement D/B d'après Gourvenec (2008).....</i>	<i>60</i>
<i>Figure 3. 25– courbe enveloppe de rupture normalisée pour un chargement vertical et horizontal. ....</i>	<i>60</i>
<i>Figure 3.26– rapport NR en fonction du déplacement vertical pour différentes valeurs de l'angle de dilatance <math>\psi=0, 1/3 \phi, 2/3 \phi</math> et <math>\phi</math> t.....</i>	<i>61</i>
<i>Figure 3.27– Vecteurs des déplacements pour : (a) <math>\psi= \phi</math>, (b) <math>\psi=2/3 \phi</math>, (c) <math>1/3 \phi</math> et (d) <math>\psi=0</math> . ....</i>	<i>62</i>
<i>Figure 3.28– Courbes normalisées dans le plan V-H d'après Loukidis et al. (2008).....</i>	<i>62</i>
<i>Figure 4. 1–Courbe contraintes-déformations type pour les sols. (Hassan Ali, 2010). ....</i>	<i>66</i>
<i>Figure 4. 2–Chemin de chargement. ....</i>	<i>67</i>
<i>Figure 4. 3– Cercle de Mohr.....</i>	<i>68</i>
<i>Figure 4. 4–Comportement du sol.....</i>	<i>69</i>
<i>Figure 4.5–La contractance et la dilatance. ....</i>	<i>69</i>

<i>Figure 4.6– Le schéma élasto-plastique.....</i>	<i>72</i>
<i>Figure 4.7–Surface de rupture de Mohr-Coulomb.....</i>	<i>73</i>
<i>Figure 4.8– Modélisation d'un essai triaxial de compression par la loi de Mohr-Coulomb (Mestat, 2007).....</i>	<i>75</i>
<i>Figure 4.9– Cycle explicite de calcul de base par la méthode des différences finies, pour un pas de temps <math>\Delta t</math>, d'après Billiaux et Cundall (1993).....</i>	<i>77</i>
<i>Figure 4.10– Discrétisation mixte.....</i>	<i>80</i>
<i>Figure 4.11– Élément d'interface.....</i>	<i>83</i>
<i>Figure 5. 1– Présentation du problème.....</i>	<i>86</i>
<i>Figure 5. 2– Maillage et conditions aux limites pour l'analyse d'une semelle filante encastrée.....</i>	<i>87</i>
<i>Figure 5. 3– Variation du facteur <math>N_c</math> en fonction du rapport <math>\delta/B</math> (déplacement du centre de la semelle/largeur de la semelle) pour différentes valeurs du rapport <math>E/c_u</math>.....</i>	<i>87</i>
<i>Figure 5. 4– Variation du facteur de portance <math>N^*c = N_{cd}</math> en fonction du rapport <math>D/B</math>.....</i>	<i>89</i>
<i>Figure 5. 5– Variation de <math>d_c</math> en fonction du rapport <math>D/B</math>.....</i>	<i>90</i>
<i>Figure 5. 6– Variation de <math>d_c</math> en fonction du rapport <math>D/B</math> pour une interface sol-fondation parfaitement lisse et rugueuse.....</i>	<i>91</i>
<i>Figure 5. 7– Contours de déformation de cisaillement maximale d'une fondation rugueuse: (a) <math>D/B=0</math>; (b) <math>D/B=0.5</math> et (c) <math>D/B=1</math>.....</i>	<i>91</i>
<i>Figure 5. 8– Comparaison des vecteurs de déplacement <math>d_{max}</math>.....</i>	<i>92</i>
<i>Figure 5. 9– Distribution des contraintes normales sous la fondation pour différentes valeurs du rapport <math>D/B</math>.....</i>	<i>93</i>
<i>Figure 5. 10– Présentation du problème.....</i>	<i>94</i>
<i>Figure 5.11– Maillage et conditions aux limites pour l'analyse d'une semelle filante encastrée.....</i>	<i>95</i>
<i>Figure 5.12– Technique de chargement « swipe tests».....</i>	<i>96</i>
<i>Figure 5.13– Comparaison des valeurs du coefficient d'inclinaison.....</i>	<i>97</i>
<i>Figure 5. 14– Coefficient d'inclinaison en fonction du rapport d'encastrement <math>D/B</math>.....</i>	<i>97</i>
<i>Figure 5. 15– Distribution des contraintes normales et tangentielles en fonction de l'angle d'inclinaison de la charge.....</i>	<i>98</i>
<i>Figure 5. 16– Contours de déformation de cisaillement maximale pour différentes valeurs d'angle d'inclinaison <math>\alpha</math>. (a) <math>D/B=0</math>. (b) <math>D/B=0.25</math>.....</i>	<i>99</i>
<i>Figure 5. 17– Comparaison des courbes enveloppes V-H normalisée et les vecteurs de déplacement.....</i>	<i>100</i>
<i>Figure 5.18– Comparaison de la courbe enveloppe normalisée V-H trouvée par les deux procédures probe et swipe, pour différentes valeur du rapport <math>D/B</math>.....</i>	<i>101</i>
<i>Figure 6.1– Présentation du problème.....</i>	<i>104</i>
<i>Figure 6.2– Maillage et conditions aux limites pour l'analyse d'une semelle filante encastrée.....</i>	<i>105</i>

<i>Figure 6.3– Variation du facteur <math>N\gamma = 2qult/\gamma B</math> en fonction du rapport <math>\delta/B</math> (déplacement du centre de la semelle/largeur de la semelle) pour différentes valeurs de <math>\phi</math> et <math>\psi</math>.</i> .....	107
<i>Figure 6.4– Vecteurs de déplacement du sol: (a) <math>\psi = \phi</math>; (b) <math>\psi = 2/3 \phi</math>; (c) <math>\psi = 1/3 \phi</math>.</i> .....	108
<i>Figure 6. 5– Comparaison du coefficient <math>d\gamma</math> avec les valeurs proposées dans la littérature.</i> .....	109
<i>Figure 6.6– Procédure de chargement pour tracer la deuxième partie du diagramme d'interaction V-H par la méthode swipe.</i> .....	111
<i>Figure 6.7– Facteurs d'inclinaison en fonction de l'angle d'inclinaison <math>\alpha</math>.</i> .....	112
<i>Figure 6.8– Coefficient d'inclinaison en fonction de l'angle de frottement <math>\phi</math>.</i> .....	113
<i>Figure 6.9– Coefficient d'inclinaison en fonction du rapport d'encastrement <math>D/B</math> pour <math>\phi = 30^\circ</math>.</i>	113
<i>Figure 6. 10– Comparaison des courbes d'enveloppes H-V. (a) <math>\phi = 30^\circ</math>, (b) <math>\phi = 35^\circ</math> et (c) <math>\phi = 40^\circ</math>.</i>	114
<i>Figure 6.11– Surfaces ultime dans le plan de chargement V-H pour différentes valeurs de <math>\phi</math> ....</i>	115
<i>Figure 6. 12– Surfaces ultimes dans le plan des paramètres de chargement V-H, obtenues par les méthodes «probe» et «swipe», pour différentes valeurs du rapport <math>D/B = 0 ; 0,25 ; 0,5 ; 0,75 ; 1</math> et <math>\phi = 30^\circ</math> (a) courbe non-normalisée. (b) courbe normalisée.</i> .....	116
<i>Figure 6.13– Surfaces ultimes dans le plan des paramètres chargement (V- H) obtenues par les méthodes «probe » et « swipe », pour le cas d'une règle d'écoulement non-associé (<math>\psi &lt; \phi</math>). ...</i>	116
<i>Figure 6.14– Contours de déformation de cisaillement maximale pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison <math>\alpha</math>. (a) <math>D/B=0</math> (b) <math>D/B=0,25</math>.</i> .....	118

## Liste des Tableaux

<i>Tableau 1. 1– Equations de la capacité portante proposées par différents auteurs .....</i>	19
<i>Tableau 1. 2– Facteurs de capacité portante (Mabrouki, 2010).....</i>	20
<i>Tableau 1. 3– Limites supérieures et inférieures de <math>N_c</math> pour une fondation filante et carrée d'après Skempton (1951).....</i>	18
<i>Tableau 2. 1– Les facteurs de la capacité portante d'après Silvestri (2003).....</i>	28
<i>Tableau 2. 2– Valeurs des facteurs de capacité portante de Caquot et Kérisel (1966) (Mabrouki, 2011).....</i>	30
<i>Tableau 2. 3– Facteur de portance <math>N_\gamma</math> pour une semelle filante, (Mabrouki, 2011) .....</i>	32
<i>Tableau 2. 4– Facteur de portance <math>N_\gamma</math> pour une semelle circulaire, (Mabrouki, 2011).....</i>	32
<i>Tableau 2. 5– Les conditions théoriques satisfaites par les différentes méthodes analytiques et numériques, d'après Potts (2003). .....</i>	38
<i>Tableau 3.1 – Coefficients d'inclinaison.....</i>	45
<i>Tableau 3.2– Coefficients de la profondeur. ....</i>	53
<i>Tableau 4. 1 – Comportement et modélisations des sols saturés (Magnan et Mestat, 2011).....</i>	66
<i>Tableau 4.2 – Module d'Young pour quelques sols (Hassan Ali, 2010). ....</i>	70
<i>Tableau 4.3– Comparaison des méthodes explicite et implicite, d'après Billiaux et Cundall (1993). .....</i>	79
<i>Tableau 5. 1– Comparaison du facteur de portance <math>N_c</math>. ....</i>	88
<i>Tableau 6.1– Combinaison des angles de frottement et de dilatance étudiée.....</i>	105
<i>Tableau 6. 2– Comparaison des valeurs du facteur de portance <math>N_\gamma</math> avec des résultats théoriques et numériques .....</i>	106

## **Introduction générale**

Le calcul de la charge limite ou la capacité portante des fondations superficielles sous l'effet des différentes combinaisons de charge, était toujours une étape incontournable pour une étude géotechnique profonde. Plusieurs chercheurs ont utilisé des méthodes théoriques et expérimentales afin de traiter la capacité portante des fondations superficielles. Les calculs classiques sont généralement basés sur la méthode d'équilibre limite, en supposant une surface de rupture de diverses formes simples (circulaire ou log spiral...), où il est nécessaire de faire des hypothèses suffisantes en ce qui concerne la répartition des contraintes le long de la surface de rupture. Cette méthode a été utilisée par Terzaghi (1943) pour l'étude de la capacité portante d'une fondation filante en faisant un nombre d'hypothèses afin de pouvoir traiter ce problème.

De nombreux auteurs ont développé différentes méthodes pour analyser la capacité portante des fondations superficielles, en supposant des hypothèses différentes sur la rugosité de la semelle et la forme de la zone en équilibre limite. Le but de ces études est de prendre en considération la forme de la fondation, l'inclinaison de la charge, l'excentrement de la charge...etc. Ces méthodes donnent des coefficients de correction qui peuvent être considérés comme une solution simple et efficace pour l'estimation de la capacité portante des fondations.

La capacité portante des fondations superficielles a été traitée aussi en utilisant la méthode des caractéristiques, cette méthode de solution a été utilisée par Bolton et Lau (1993). L'évolution de la théorie de la plasticité, traduit par la naissance de la méthode d'analyse limite (calcul à la rupture), cette dernière a offert des outils d'analyse qui proposent un nouveau regard sur les méthodes de calculs classiques. Les calculs élasto-plastiques en utilisant les éléments finis ou les différences finies, permettent de prendre en considération des détails considérables comme la complexité de la loi de comportement, les caractéristiques du sol et la géométrie de la fondation. Cependant, ce type d'analyse exige une grande capacité de stockage de données et un temps excessif d'exécution.

Les fondations superficielles sont utilisées pour l'industrie offshore du pétrole et du gaz, parce que dans certains cas les pieux profonds ne sont pas pratiques, pour cela des structures de bases gravitaires en béton (Gravity-based structure (GBS)) sont développées (Gourvenec et Randolph, 2011). Ce type de fondation est utilisé avec un système de jupe sous la fondation,

ces jupes sont principalement utilisées pour transférer les charges vers des couches sous-jacentes du sol plus résistant et aussi afin de résister efficacement contre les charges de glissement. La longueur de la pénétration de ces jupes est considérée comme une profondeur d'encastrement de la fondation superficielle (Yun et Bransby, 2007 ; Yun et Bransby, 2009). Pour ces raisons les fondations offshore sont traitées comme des fondations superficielles encastrees (Tani et Craig, 1995 ; Gourvenec, 2007).

Les fondations (GBS) sont généralement installées à une profondeur de 100-150m dans le fond marin dans des conditions favorables pour la fondation, dans un sable dense ou argile raide (Puech et France, 2004). Les fondations offshore sont soumises à une charge verticale provoquée par le poids propre de l'ouvrage et des charges horizontales engendrées par le vent et les vagues, en produisant un chargement combiné sur la fondation.

L'objectif de cette thèse est d'examiner par des calculs élasto-plastiques, la charge limite d'une fondation superficielle filante et encastree dans un sol à une profondeur  $D$ , sous la combinaison d'un chargement vertical et horizontal. Les méthodes classiques ont traité l'effet de l'encastrement de la fondation sur sa capacité portante, par l'inclusion d'un coefficient de profondeur à l'équation initiale proposée par Terzaghi en (1943) ; cependant, les valeurs proposées pour ce coefficient présentent une large divergence entre les chercheurs.

Une approche alternative des méthodes classiques pour déterminer la combinaison de chargement (vertical, horizontal et moment) qui provoque la rupture a été présentée par Butterfield et Ticof, (1979). A partir des résultats expérimentaux, ils ont proposé des diagrammes d'interaction entre deux paramètres de chargement (charge verticale et horizontale, ou charge verticale et moment). Les résultats de cette méthode sont présentés dans cette thèse et comparés à ceux obtenus par les méthodes classiques.

Cette thèse vise à clarifier et présenter l'apport de l'élasto-plasticité pour calculer la charge limite des fondations superficielles encastrees, sous l'effet d'un chargement vertical et incliné, ainsi que l'analyse des différents mécanismes de rupture. Ce travail contribue à l'étude numérique bidimensionnelle de la charge limite des fondations superficielles en utilisant le code FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua) en différences finies explicites.

La présente thèse comporte cinq chapitres, répartis en deux parties. La première partie présente une synthèse bibliographique, qui est divisée en trois chapitres :

- Le premier chapitre, présente un certain nombre de connaissances générales sur les fondations superficielles, et les différents mécanismes de rupture.



- Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des différentes méthodes de calcul de la charge limite et la comparaison entre ces méthodes.
- Le troisième chapitre est consacré à la présentation des travaux effectués pour l'étude des fondations superficielles sous un chargement vertical ou incliné.
- Le quatrième le chapitre, présente une description générale de l'outil de calcul FLAC (2005), ainsi que les modèles de comportement utilisés dans la présente étude.

La deuxième partie est composée de deux chapitres.

- Le cinquième chapitre présente la validation de la procédure de simulation numérique de la capacité portante d'une fondation superficielle. Egalement, les résultats numériques obtenus pour une fondation encastree dans un sol purement cohérent avec une cohésion non drainée constante et sous un chargement vertical centré ou incliné centré. Cette étude a été effectuée en variant les conditions de l'interface sol-fondation (parfaitement lisse, parfaitement rugueuse).
- Le dernier chapitre présente une deuxième contribution qui concerne l'étude numérique d'une fondation encastree dans un sol purement frottant sous un chargement vertical centré ou incliné centré.

Enfin, cette thèse se termine par une conclusion générale et la présentation de quelques perspectives pour futurs travaux de recherche.

## Chapitre I

# Aperçu bibliographique sur le comportement des fondations superficielles

### 1.1 Introduction

Le sol qui supporte les charges transmises par la fondation doit être suffisamment capable pour assurer la sécurité et la stabilité du système structure-fondation-sol, en plus il doit être utilisable sans tassement excessif. La résistance limite au cisaillement au-delà de laquelle le sol s'effondre ou devient instable est nommée la capacité portante ultime. L'étude de la capacité portante des fondations superficielles, forme un sujet de recherche d'intérêt qui n'est pas uniquement académique ; c'est la pratique quotidienne des ingénieurs.

Ce chapitre regroupe les notions de base sur les fondations superficielles et présente les principaux types des fondations superficielles, les modes de rupture sous un chargement vertical. Les différentes expressions de la capacité portante basées sur les théories d'équilibre plastiques, proposées par Prandtl (1920), Terzaghi (1943) et Meyerhof (1951), sont présentées d'une façon détaillée. Aussi, ce premier chapitre est consacré à la présentation du comportement des fondations superficielles et donne une synthèse sur les différentes expressions des facteurs de la capacité portante développées par différents chercheurs.

### 1.2 Principaux types des fondations superficielles

Les éléments géométriques qui définissent une fondation superficielle sont:

- B : la largeur de la fondation.
- L : la longueur de la fondation.

D : l'encastrement qui est la profondeur de la base de fondation.

Une fondation est dite superficielle si  $D < 1,5B$ . Suivant les dimensions des semelles, elles sont classées :

Généralement de largeur  $B$  modeste (au plus quelques mètres) et de grande longueur  $L$  ( $L/B > 10$  pour fixer les idées).

### 1.2.1 Les semelles isolées

Dont les dimensions en plan  $B$  et  $L$  sont toutes deux au plus de quelques mètres ; cette catégorie inclut les semelles carrées ( $B/L = 1$ ) et les semelles circulaires (de diamètre  $B$ ).

### 1.2.2 Les radiers ou dallages

De dimensions  $B$  et  $L$  importantes, cette catégorie inclut les radiers généraux:

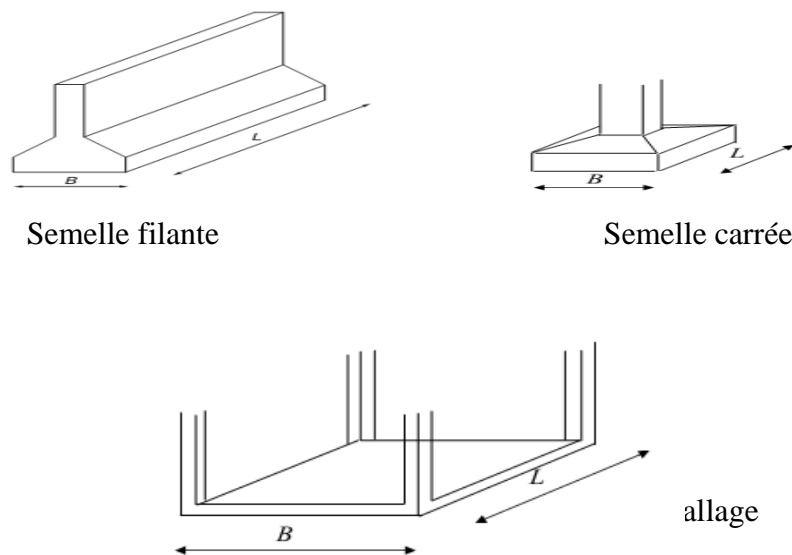


Figure 1.1– Types des fondations superficielles.

## 1.3 Mécanismes de rupture des fondations superficielles

D'après Vesic (1963), les modes de rupture des fondations superficielles peuvent être divisés en trois types, le premier est caractérisé par une rupture de cisaillement généralisé, le deuxième est une rupture par cisaillement localisé, et le troisième est une rupture par poinçonnement. Les observations expérimentales de Vesic (1963), montrent que le type de mécanisme de rupture mis en jeu lors du chargement d'une fondation rigide dépend essentiellement de la densité du sable.

### 1.3.1 Rupture par cisaillement généralisé

La Figure 1.2 (a) montre une fondation superficielle de largeur  $B$  située à une profondeur  $D_f$  et posée sur un sable dense. Si cette fondation est soumise à une charge  $Q$ , que l'on augmente progressivement, on observe lorsque la charge atteint la valeur ultime  $Q_u$ , une rupture par cisaillement généralisé qui se caractérise par une surface de rupture continue du coin de la fondation à la surface du sol ; dans ce cas, la charge limite est la valeur au pic de contrainte (Figure 1.2 (b)).

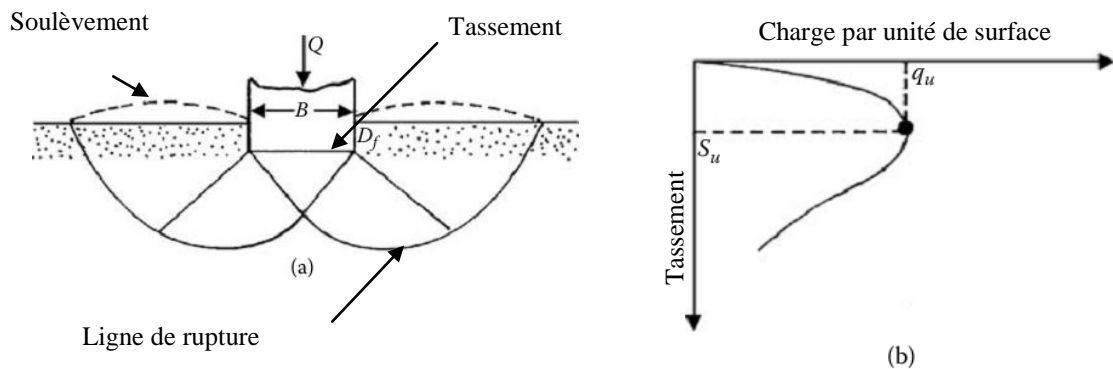


Figure 1.2– Rupture par cisaillement généralisé (Vesić, 1963)

### 1.3.2 Rupture par cisaillement localisé

Dans le cas d'une fondation posée sur un sable lâche (Figure 1.3 (a)), on note une rupture par cisaillement localisé ; ce type de rupture est caractérisé par un gonflement du sol au voisinage de la fondation, et la surface de rupture ne débouche pas à la surface du sol. La courbe charge déplacement est représentée sur la Figure 1.3 (b).

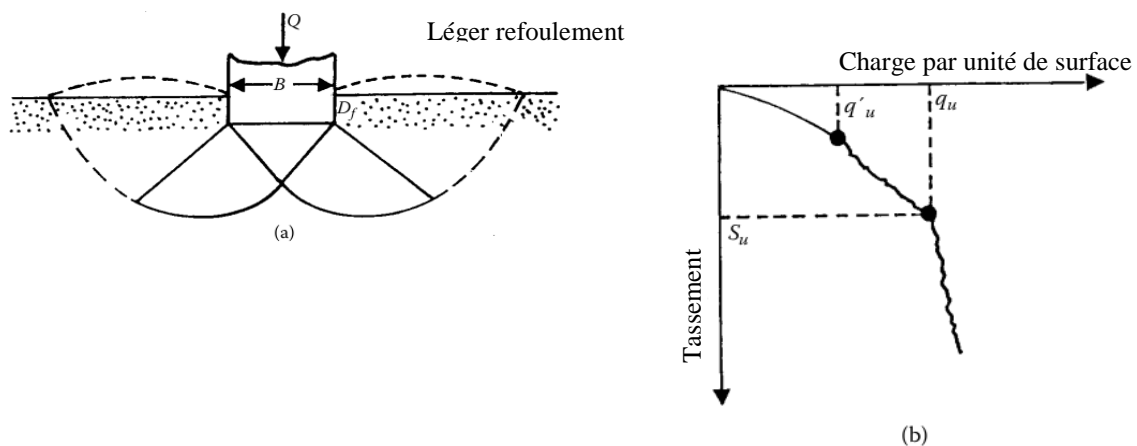


Figure 1.3– Rupture par cisaillement localisé (Vesić, 1963).

### 1.3.3 Rupture par poinçonnement

La Figure 1.4 (a) montre la même fondation posée sur un sable lâche, lorsque les dimensions ou l'enfouissement de la fondation sont augmentées, le mode de rupture tend de la rupture généralisée vers le poinçonnement. Dans ce cas, la courbe de charge-tassement est présentée sur la Figure 1.4 (b). Une valeur de pic de la charge par unité de surface n'est jamais observée. La capacité portante ultime  $q_u$  est définie comme le point où le rapport  $\Delta_s/\Delta_q$  devient le plus grand et reste presque constante par la suite. Dans ce cas, la surface de rupture ne s'étend pas jusqu'à la surface du sol. La fondation pénètre verticalement dans le massif sans mobiliser le sol qui n'est pas directement sous la fondation. Ce type de rupture est désigné par Vesic (1973) comme rupture par poinçonnement.

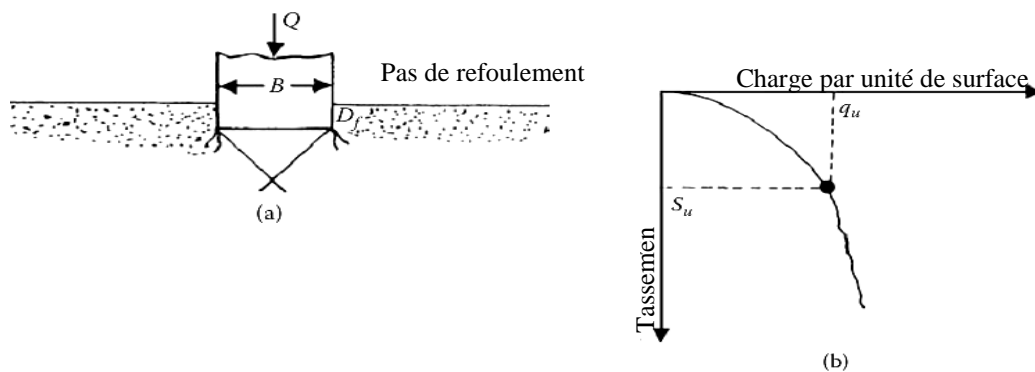


Figure 1.4– Rupture par poinçonnement (Vesic, 1963).

## 1.4 Capacité portante des fondations superficielles

La capacité portante ultime est l'intensité de la pression à laquelle le sol subit une rupture par cisaillement. La détermination de la capacité portante d'une fondation superficielle, reposant sur une couche de sol de résistance donnée, constitue une des questions les plus anciennes et fondamentales de mécanique du sol.

L'application d'une pression inférieure à la valeur de la pression de rupture ne garantit pas que le tassement de la fondation soit dans des limites acceptables. Par conséquent, l'analyse de tassement doit généralement être réalisée puisque la plupart des structures sont sensibles aux tassements excessifs (Merifield, 2005).

Terzaghi (1943) était le premier qui a proposé une méthode pour prendre en considération le poids du sol par le principe de superposition. Terzaghi a développé la théorie de Prandtl

(1920). L'expression de Terzaghi (1943), est basée sur le principe de superposition qui combine trois termes; le premier terme représente la charge limite pour un massif pesant et purement frottant, le deuxième terme représente la charge limite pour un massif frottant et cohérent, mais non pesant, le troisième terme représente la charge limite pour un massif purement frottant, non pesant, et soumis à une surcharge uniforme à côté de la fondation; l'expression de Terzaghi s'écrit sous la forme:

$$q_u = \frac{\gamma B}{2} N_\gamma + c N_c + q N_q \quad [1.1]$$

avec :  $q_u$  = contrainte de rupture (capacité portante);  $B$  = la largeur de la semelle;  $\gamma$  = poids volumique du sol;  $q$  = surcharge verticale latérale à la semelle;  $c$  = cohésion du sol sous la base de la semelle;  $N_\gamma$ ,  $N_c$  et  $N_q$  = facteurs de portance.

De nombreuses études ont été effectuées après Terzaghi (1943) en utilisant différentes méthodes pour calculer la capacité portante des fondations superficielles, en supposant des hypothèses différentes sur les caractéristiques mécaniques et géométriques de la semelle et la forme de la zone en équilibre limite.

#### 1.4.1 Théorie de Prandtl (1920)

La première solution de la capacité portante ultime du sol pour les fondations superficielles ( $D_f \leq B$ ) a été donnée par Prandtl (la Figure 1.5), en utilisant la théorie d'équilibre plastique. La zone de rupture obtenue par Prandtl (1920) pour une fondation filante est illustrée sur la partie gauche de la Figure 1.5. Elle consiste en trois zones, la zone I, zone conique cisailée, qui se déplace vers le bas (la zone active de Rankine), zone II, elle est plastique avec ces courbes limites comme une spirale logarithmique centrée en A (zone de cisaillement radial) et la zone III forcée par une pression passive vers le haut et vers l'extérieur (la zone passive de Rankine). Prandtl (1920) a donné l'expression suivante pour calculer la capacité portante ultime  $q_u$  :

$$q_u = \left( \frac{c}{\tan \phi} + \frac{1}{2} \gamma B \sqrt{K_p} \right) (K_p e^{\pi \tan \phi} - 1) \quad [1.2]$$

où :  $c$ ,  $\phi$  : la cohésion et l'angle de frottement interne du sol.

$\gamma$ : le poids volumique du sol.

$K_p$  : coefficient de la pression passive du sol de Rankine  $= \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$

La solution de Prandtl (1920) est faite originalement pour un sol non pesant, sauf que le terme  $1/2\gamma B\sqrt{K_p}$  dans l'équation est ajouté plus tard pour tenir compte de la force provoquée par la pression de surcharge. Prandtl (1920) a supposé une base lisse de la semelle.

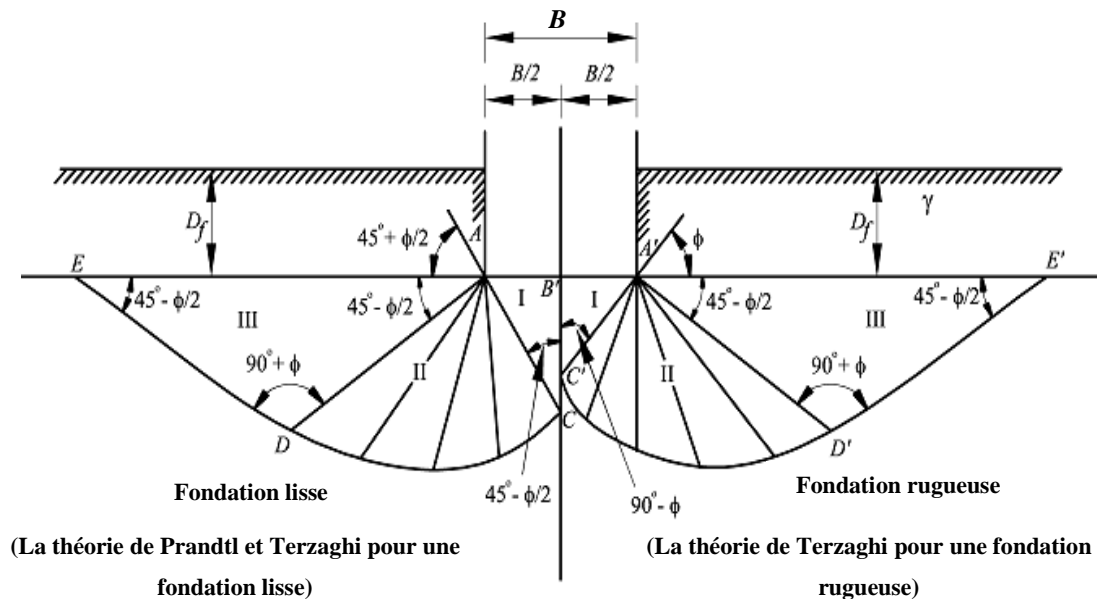


Figure 1. 5– Mécanisme de rupture proposé par Prandtl (1920) et Terzaghi (1943). (Kameswara Rao, 2011).

#### 1.4.2 Théorie de Terzaghi (1943)

Terzaghi a modifié la solution de Prandtl (1920) pour introduire le poids du sol et la rugosité de la semelle. Il a supposé que la forme générale des différentes zones (I, II, III) est la même que celles proposées par Prandtl (1920), malgré que le poids du sol contenu dans ces zones de rupture est inclus dans l'analyse. La comparaison entre le mécanisme proposé par Prandtl (1920) pour une fondation lisse et celui de Terzaghi (1943) pour une fondation rugueuse est montrée sur la Figure 1.5. Il est clair à partir de la solution de Terzaghi pour une fondation lisse que les zones de rupture sont identiques à celles de Prandtl (1920), par ailleurs les zones I, II et III sont différentes pour une fondation rugueuse.

Terzaghi a fait les hypothèses suivantes pour développer une équation qui détermine la charge limite  $q_u$  pour un sol cohérent et frottant.

- le sol est semi-infini, homogène (propriétés mécaniques identiques en tout point du matériau) et isotrope (propriétés physiques identiques dans toutes les directions) ; le problème est bidimensionnel ;
- la base de la fondation est rugueuse ;
- la rupture est développée par cisaillement général ;
- la charge est verticale et symétrique. ;
- la surface du sol est horizontale ;
- la pression de la surcharge au niveau de la base de la fondation est équivalente à la surcharge  $q_0 = \gamma D_f$ .
- le principe de superposition est valide.
- la loi de Coulomb est strictement valide :  $\tau = c + \sigma \tan \phi$ .

Avant que la charge sur la fondation soit appliquée, le sol situé au dessous du niveau de la base de la fondation est dans un état d'équilibre élastique. Lorsque la charge sur la fondation augmente au-delà d'une valeur critique, le sol passe peu à peu dans un état d'équilibre plastique. Au cours de ce processus de transition de l'état d'équilibre élastique à l'état d'équilibre plastique, la distribution des réactions du sol sur la base de la fondation et l'orientation des contraintes principales dans le sol sous la fondation changent. Si les propriétés mécaniques du sol sont telles que la déformation qui précède la rupture du sol par écoulement plastique est très faible, alors la fondation ne s'enfonce pas dans le sol jusqu'à l'obtention d'un état d'équilibre plastique. La rupture se produit par glissement dans les deux directions vers l'extérieur.

La Figure 1.6 (a) montre la ligne *def* de ces surfaces et elle se compose d'une partie courbe *de* et une partie plane *ef* qui coupe la surface horizontale d'un angle de  $45^\circ - \phi/2$ . Ce type de rupture est appelée rupture par cisaillement généralisé.

D'après Terzaghi (1943), les conditions de la rupture par cisaillement généralisé illustrées sur la Figure 1.6 (a) ne sont jamais complètement satisfaites, parce que la compression horizontale du sol situé immédiatement en dessous du niveau de la base de la fondation n'est pas suffisante, sur les deux côtés de la base, pour produire l'état d'équilibre plastique dans toute la partie supérieure de zone *aef*. Par conséquent, on doit s'attendre à une rupture similaire à celle illustrée sur la Figure 1.6 (b). En raison de l'insuffisance de la compression



latérale, la rupture par cisaillement se produit même si la partie supérieure des zones est encore dans un état d'équilibre élastique.

Par ailleurs, si les propriétés mécaniques du sol sont telles que l'écoulement plastique est précédé par une déformation très importante, l'approche de la rupture par cisaillement généralisé est associée à une augmentation rapide du tassement. Le critère de la rupture du sol, représentée par une augmentation notable de la pente de la courbe du tassement, est satisfaite avant que la rupture se propage jusqu'à la surface. Par conséquent, ce type de rupture sera appelée rupture par cisaillement localisé.

À partir de la Figure 1.6 (a) si  $D_f \leq 2B$ , la résistance au cisaillement du sol situé au-dessus du niveau de la base de la fondation est négligée. En d'autres termes, le sol situé au-dessus de ce niveau avec un poids volumique  $\gamma$  est remplacé par une surcharge  $q = \gamma D_f$  par unité de surface.

La Figure 1.6 (c) est basée sur l'élimination complète du frottement et de la cohésion entre la base de la fondation et le sol (base lisse). La zone d'équilibre plastique représentée sur cette Figure par la zone  $ff_1e_1$  de peut être subdivisée en : (I) une zone en forme de coin située sous la fondation chargée, dans lequel les grandes contraintes principales sont verticales, (II) deux zones de cisaillement radial,  $ade$  et  $bde_1$  qui émanent des bords extérieurs de la fondation chargée, dont les limites croisent l'horizontale par des angles de  $45^\circ + \phi/2$  et  $45^\circ - \phi/2$ , et (III) deux zones passives de Rankine. Les lignes en pointillés sur le côté droit de la Figure 1.6 (c) indiquent les limites des zones I à III au moment de la rupture du sol et les lignes pleines représentent les mêmes limites tandis que la charge s'enfonce dans le sol. Le sol situé dans la zone centrale I se propage latéralement (La surface de rupture proposée par Prandtl (1920)).

Si la charge est transmise au sol au moyen d'une fondation filante avec une base rugueuse comme le montre la Figure 1.6 (d), la tendance du sol situé dans la Zone I de propagation est contrecarrée par le frottement et la cohésion entre le sol et la base de la fondation. À cause de l'existence de cette résistance, la propagation latérale du sol situé immédiatement au-dessous de la base de la fondation reste en permanence dans un état d'équilibre élastique et le sol situé dans la zone centrale se comporte comme s'il s'agit d'une partie de la fondation. La profondeur de ce corps en forme de coin de sol reste pratiquement inchangeable. Selon la théorie de la plasticité, les surfaces potentielles de glissement en matière plastique idéale se croisent dans chaque point de la zone d'équilibre plastique à un angle  $(90^\circ - \phi)$ . Donc la limite  $ad$  de la Figure 1.6 (d) doit augmenter d'un angle  $\phi$  par rapport à l'horizontale à condition que le

frottement et la cohésion entre le sol et la base de la fondation soient suffisant pour éviter le mouvement de glissement à la base.

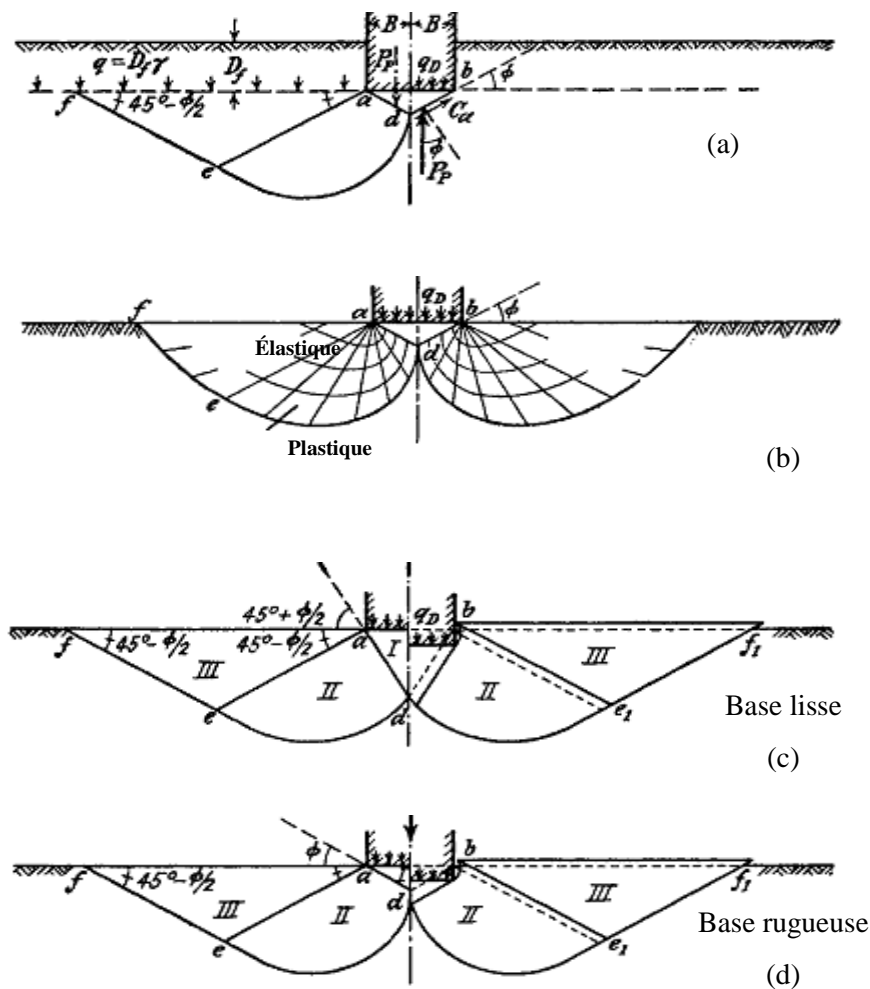


Figure 1. 6– Théorie de la capacité portante de Terzaghi (1943).

Les calculs ont montré que l'angle de frottement de la base nécessaire pour produire l'état d'écoulement plastique illustré sur la Figure 1.6 (d) est très inférieur à l'angle de la résistance au cisaillement du sol. Par conséquent, la limite inférieure de la zone centrale au-dessous de la fondation peut toujours être supposée augmenter d'un angle  $\phi$  par rapport à l'horizontale. Cependant, dans la théorie, l'angle de la pente de ces limites peut avoir n'importe quelle valeur  $\psi$  intermédiaire entre les deux angles  $\phi$  et  $45^\circ + \phi/2$ .

Quel que soit l'angle des limites de pente, d'après Terzaghi (1943) la fondation ne peut pas s'enfoncer dans le sol sauf si la pression exercée par la charge appliquée sur le sol dans la

facette inclinée de la zone I sera égale à la pression passive du sol. Et la capacité portante limite est déterminée par la condition que la somme des composantes verticales des forces qui agissent sur le sol situé dans la zone centrale I doit être égale à zéro.

Terzaghi a développé son équation de la capacité portante pour une fondation filante par l'analyse des forces qui agissent sur le coin abd de la Figure 1.6 (a). Puisque la fondation est superficielle le remplacement du sol au-dessus niveau de la fondation par une surcharge  $q$  est justifié :

$$q = \gamma D_f \quad [1.3]$$

La résistance au cisaillement du sol est déterminée par l'équation de Coulomb (1773) :

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad [1.4]$$

La contrainte de cisaillement à la surface de contact ad à l'instant de la rupture est donnée par :

$$p_{pt} = c + p_{pn} \tan \phi \quad [1.5]$$

Sachant que  $p_{pn}$  est la composante normale de la pression passive du sol par unité de surface de la face de contact. La pression passive du sol sur chacune des faces ad et bd est constituée de deux composants,  $P_p$ , agissant sur un angle  $\phi$  par rapport à la normale sur la face de contact et la cohésion :

$$C_a = \frac{B}{\cos \phi} c \quad [1.6]$$

L'équilibre de la masse du sol située dans la zone abd d'équilibre élastique exige que la somme des forces verticales, y compris le poids du sol dans la zone  $\gamma B^2$  doivent être égale à zéro.

$$Q_D + \gamma B^2 \tan \phi - 2P_p - 2Bc \tan \phi = 0 \quad [1.7]$$

d'où :

$$Q_D = 2P_p + 2Bc \tan \phi - \gamma B^2 \tan \phi \quad [1.8]$$

si  $D_f = 0$ ,  $q = 0$  et  $c = 0$

$$P_p = \frac{1}{2} \gamma B^2 \frac{\tan \phi}{\cos^2 \phi} K_{p\gamma} \quad [1.9]$$

$$Q_D = Q_\gamma = 2 \times \frac{1}{2} \gamma B^2 \tan \phi \left( \frac{K_{P\gamma}}{\cos^2 \phi} - 1 \right) \quad [1.10]$$

où :

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \tan \phi \left( \frac{K_{P\gamma}}{\cos^2 \phi} - 1 \right) \quad [1.11]$$

si  $\gamma=0$  :

$$Q_c + Q_q = 2Bc \left( \frac{K_{Pc}}{\cos^2 \phi} + \tan \phi \right) + 2Bq \frac{K_{Pq}}{\cos^2 \phi} = 2BcN_c + 2BqN_q \quad [1.12]$$

si  $c=0$ ,  $q=0$  et  $\gamma \neq 0$ :

$$Q_\gamma = \gamma B^2 \tan \phi \left( \frac{K_{P\gamma}}{\cos^2 \phi} - 1 \right) = 2B \times \gamma B N_\gamma \quad [1.13]$$

Donc nous pouvons supposer, avec une précision suffisante, l'expression suivante:

$$Q_D = Q_c + Q_q + Q_\gamma = 2BcN_c + 2BqN_q + 2B^2\gamma N_\gamma \quad [1.14]$$

avec :

$Q_D$  : la charge limite

$Q_c$  : représente la charge que pourrait supporter le sol non pesant si la surcharge  $q$  est égale est nulle ( $\gamma=0$  et  $q=0$ ).

$Q_q$  : représente la charge que pourrait supporter le sol si sa capacité portante est exclusivement due à la surcharge  $q$  ( $\gamma=0$  et  $c=0$ ).

$N_c$ ,  $N_\gamma$  et  $N_q$  : les facteurs de la capacité portante

$$Q_D = Q_c + Q_q + Q_\gamma = 2B(cN_c + \gamma D_f N_q + B\gamma N_\gamma) \quad [1.15]$$

$$N_c = \cot \phi \left( \frac{\alpha_\theta^2}{2 \cos^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)} - 1 \right) = \cot \phi (N_q - 1) \quad [1.16]$$

$$N_q = \frac{\alpha_\theta^2}{2 \cos^2\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right)} \quad [1.17]$$

où :

$$\alpha_\theta = e^{\eta \tan \phi}, \eta = \left(0.75\pi - \frac{\phi}{2}\right) \quad [1.18]$$

où  $K_{py}$  : coefficient de la pression passive du sol.

Par exemple, pour  $\phi=0$ ,  $N_c=5.7$ ,  $N_q=1$ ,  $N_\gamma=0$ .

Si la résistance au glissement à la base de la fondation n'est pas suffisante pour réduire l'angle  $\psi$  (l'angle entre le plan de la zone I immédiatement sous la base de la fondation et l'horizontal) à la valeur  $\phi$  les valeurs des facteurs de la capacité de la fondation sont plus petites que celles données par les équations [1.11], [1.16] et [1.17].

si  $\phi < \psi < 45^\circ + \phi/2$  :

$$N_c = \tan \psi + \frac{\cos(\psi - \phi)}{\sin \phi \cos \psi} (\alpha_\theta^2 (1 + \sin \phi) - 1) \quad [1.19]$$

$$N_q = \frac{\cos(\psi - \phi)}{\cos \psi} \alpha_\theta^2 \tan\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) \quad [1.20]$$

où :

$$\alpha_\theta = e^{\eta \tan \phi}, \eta = \left(0.75\pi + \frac{\phi}{2} - \psi\right) \tan \phi \quad [1.21]$$

si :  $\psi = 45^\circ + \phi/2$  (base parfaitement lisse):

$$N_c = \cot \phi \left[ a \tan^2\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) - 1 \right] \quad [1.22]$$

et :

$$N_q = \alpha_\theta^2 \tan^2\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) \quad [1.23]$$

où :

$$\alpha_{\theta} = e^{\frac{1}{2}\pi \tan \phi} \quad [1. 24]$$

Pour une fondation filante avec une base parfaitement lisse la valeur  $\psi$ , est égale à  $45^{\circ} + \phi / 2$ .

Si en plus  $\phi = 0$  :  $N_c = 5.14$ ,  $N_q = 1$  et  $N_{\gamma} = 0$ .

### 1.4.3 Théorie de Meyerhof (1951)

En 1951, Meyerhof a publié sa théorie de la capacité portante pour une fondation superficielle rigide à base rugueuse. La surface de rupture pour la charge limite sous une fondation filante superficielle est illustrée sur la Figure 1.7. Le coin triangulaire élastique abc est illustré sur la Figure 1.7, bcd est la zone de cisaillement radial avec cd l'arc de spirale logarithmique, et bde est une zone de cisaillement mixé, dans laquelle le cisaillement varie entre les limites de cisaillement radial et plane dépendant de l'encastrement et de la rugosité de la fondation. Le plan be est nommé la surface équivalente libre. Les contraintes normales et de cisaillement dans le plan be sont respectivement  $p_0$  et  $s_0$ . La méthode de superposition est utilisée pour déterminer la contribution de la cohésion  $c$ , le poids volumique  $\gamma$ , et l'angle de frottement  $\phi$  sur la capacité portante ultime  $q_u$  d'une fondation filante.

La plupart des variations dans la capacité portante viennent par l'hypothèse donnée pour l'angle  $\psi$  ou bien (ace) de la Figure 1.8(c). Terzaghi (1943) a considéré que la ligne  $\overline{be}$  est horizontale. Meyerhof a varié l'angle  $\psi$  pour une "minimale"  $q_{ult}$  est la ligne  $\overline{bd'}$  jusqu'à la surface libre. La Figure 1.8 montre bien la différence entre les surfaces de rupture proposées par Terzaghi (1943) et Meyerhof (1951). L'équation de Meyerhof est probablement plus utilisée que celle de Terzaghi (1943) et cela à cause de sa forme plus apte pour les coefficients de forme et d'encastrement mais le plus important est l'inclusion de l'effet de l'inclinaison de la charge.

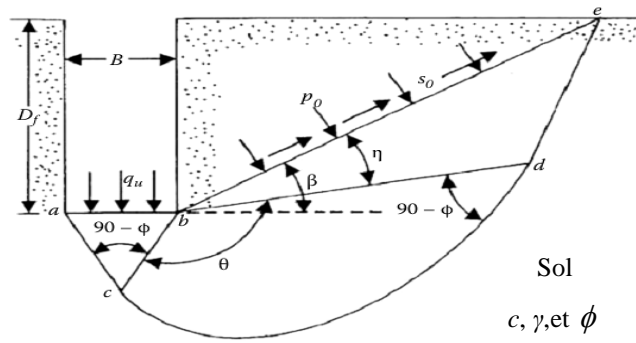


Figure 1. 7– Surface de rupture pour une fondation filante d’après Meyerhof (1951).

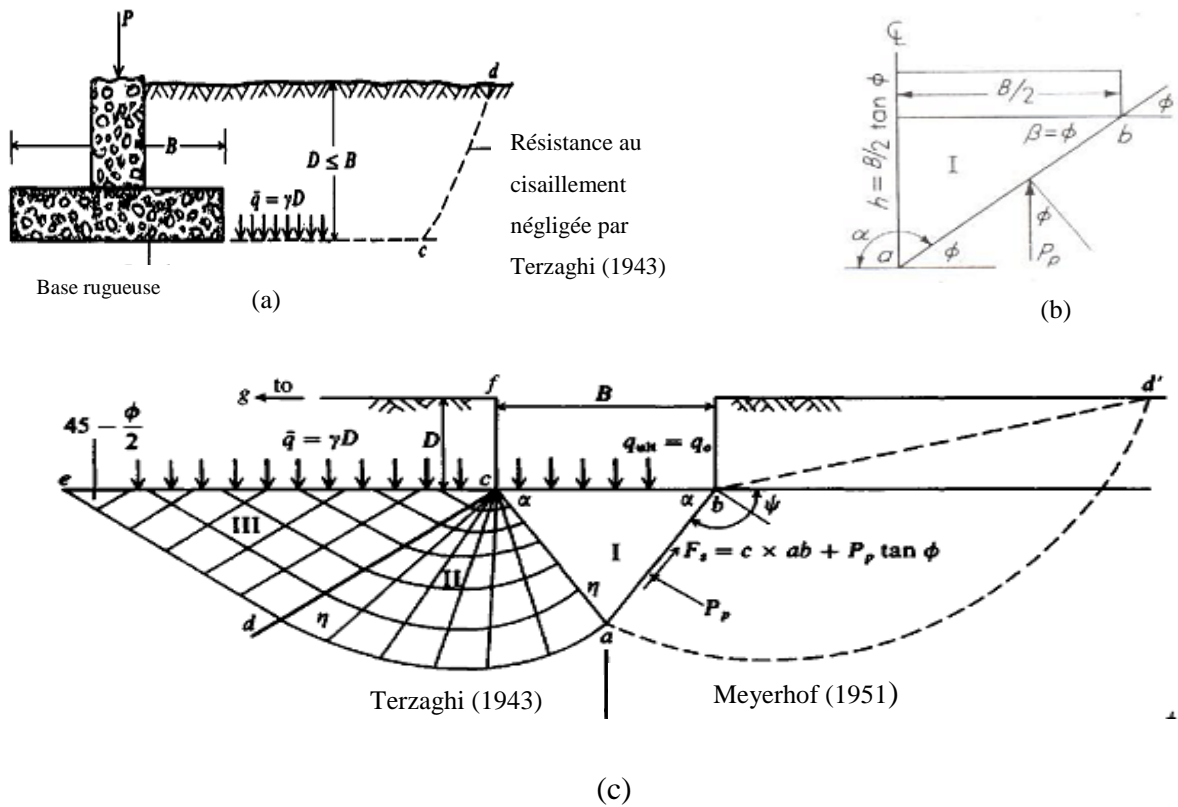


Figure 1.8– Comparaison entre les mécanismes de rupture de Terzaghi (1943) et Meyerhof (1951), d’après Bowles (1996) (a) fondation superficielle avec une base rugueuse. (b) forces appliquées sur la zone I (Terzaghi, 1943). (c) mécanismes de rupture de de Terzaghi (1943) et Meyerhof (1951).

#### 1.4.4 Equations de la capacité portante

De nombreux auteurs ont introduit des modifications sur l'équation Terzaghi (1943) pour calculer de la capacité portante d'une fondation superficielle en considérant l'effet de la forme et l'encastrement de la fondation, l'inclinaison de la charge ou de la fondation...etc. Toutes les équations ont une allure identique puisqu'elles suivent la superposition des trois termes introduite par Terzaghi (1943). Les Tableaux 1.1 et 1.2 récapitulent respectivement les équations de la capacité portante et les facteurs de portance proposés par Terzaghi (1943), Meyerhof (1963), Hansen (1970) et Vesic (1973, 1975b) Hansen (1970) et Vesic (1973-1975b) ont proposé des équations générales de la capacité portante des fondations superficielles, Dans ces équation les facteurs de forme, d'encastrement et d'autres facteurs sont ajoutés.

#### 1.4.5 Facteur de portance $N_c$ de Skempton (1951)

Pour les sols argileux saturés, Skempton (1951) a proposé l'équation suivante pour une fondation filante :

$$q_u = cN_c + \gamma D_f \quad [1.25]$$

ou bien :

$$q_{nu} = q_u - \gamma D_f = cN_c \quad [1.26]$$

$$q_{na} = \frac{q_{nu}}{F_s} = \frac{cN_c}{F_s} \quad [1.27]$$

Les limites supérieures et inférieures des valeurs de  $N_c$  pour une fondation filante et carrée peuvent être écrites comme indiqué dans le Tableau 1.3.

Tableau 1. 3– Limites supérieures et inférieures de  $N_c$  pour une fondation filante et carrée d'après Skempton (1951).

Type de la fondation	Rapport $D_f/B$	Valeurs de $N_c$
Filante	0	5,14
	$\geq 4$	7,5
carré	0	6,2
	$\geq 4$	9,0



Tableau 1. 1– Equations de la capacité portante proposées par différents auteurs  
(Bowles, 1996).

---

**Terzaghi (1943) :**

$$q_{ult} = cN_c s_c + \bar{q}N_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma s_\gamma \quad ; \quad \text{terme de profondeur : } N_q = \frac{\alpha_\theta^2}{2 \cos^2\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right)}$$

$$\alpha_\theta = e^{\eta \tan \phi}, \eta = \left(0.75\pi - \frac{\phi}{2}\right) \quad ; \quad N_c = \cot \phi (N_q - 1) \quad \text{terme de cohésion}$$

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \tan \phi \left( \frac{K_{p\gamma}}{\cos^2 \phi} - 1 \right) \quad \text{terme de surface}$$

Types de fondations: filante    circulaire    carrée

$s_c =$	1.0	1.3	1.3
$s_\gamma =$	1.0	0.6	0.8

---

**Meyerhof (1963) :**

Chargement vertical :  $q_{ult} = cN_c s_c d_c + \bar{q}N_q s_q d_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma s_\gamma d_\gamma$

Chargement incliné :  $q_{ult} = cN_c d_c i_c + \bar{q}N_q d_q i_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma d_\gamma i_\gamma$

$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right) \quad ; \quad N_c = \cot \phi (N_q - 1) \quad ; \quad N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1.4\phi)$$


---

**Hansen (1970) :**

Chargement général :  $q_{ult} = cN_c s_c d_c i_c g_c b_c + \bar{q}N_q s_q d_q i_q g_q b_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma s_\gamma d_\gamma i_\gamma g_\gamma b_\gamma$

Quand  $\phi = 0$ .

On utilise  $q_{ult} = 5.14c_u(1 + s'_c + d'_c - i'_c - b'_c - g'_c) + \bar{q}$

$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right) \quad ; \quad N_c = \cot \phi (N_q - 1) \quad ; \quad N_\gamma = 1.5(N_q - 1) \tan \phi$$


---

**Vesić (1973, 1975b) :**

Les mêmes équations de Hansen :

$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right)$$

$$N_c = \cot \phi (N_q - 1)$$

$$N_\gamma = 2(N_q + 1) \tan \phi$$


---

Tableau 1. 2– Facteurs de capacité portante (Mabrouki, 2010).

$\phi$ (°)	Terzaghi (1943)			Meyerhof (1963), Hansen (1970) et Vesic (1975)		$N_\gamma$		
	$N_c$	$N_q$	$N_\gamma$	$N_c$	$N_q$	Meyerhof (1963)	Hansen (1970)	Vesic (1975)
	0	5,7	1,0	0,0	5,14	1,0	0,0	0,0
5	7,3	1,6	0,5	6,49	1,6	0,1	0,1	0,4
10	9,6	2,7	1,2	8,34	2,5	0,4	0,4	1,2
15	12,9	4,4	2,5	10,97	3,9	1,1	1,2	2,6
20	17,7	7,4	5,0	14,83	6,4	2,9	2,9	5,4
25	25,1	12,7	9,7	20,71	10,7	6,8	6,8	10,9
30	37,2	22,5	19,7	30,13	18,4	15,7	15,1	22,4
34	52,6	36,5	36,0	42,14	29,4	31,1	28,7	41,0
35	57,8	41,4	42,4	46,12	33,30	37,15	33,92	48,03
40	95,7	81,3	100,4	75,25	64,1	93,6	79,4	109,3
45	172,3	173,3	297,5	133,73	134,7	262,3	200,5	271,3
48	258,3	287,9	780,1	199,26	222,31	526,44	/	/
50	347,5	415,1	1153,2	266,50	318,5	871,7	567,4	761,3

### 1.5 Répartition des contraintes sous les fondations superficielles

La face inférieure de la fondation exerce sur le sol une distribution de contraintes, appelée pression de contact. En pratique, on admet généralement que la pression de contact est distribuée uniformément sous les semelles de la fondation. Cette hypothèse simplificatrice rends très aisé le calcul des efforts dans la fondation ainsi que celui des tassements. Mais en réalité cette distribution n'est pas uniforme et elle dépend de la rigidité de la fondation, des propriétés de l'interface et de la nature du sol (Costet et Sanglerat, 1983).

Pour une plaque très souple qui peut suivre toutes les déformations du terrain, la pression de contact sera distribuée uniformément, mais le tassement sera inégalement réparti. Par contre, si la plaque est infiniment rigide le tassement sera uniforme, mais il ne sera pas de même pour la pression de contact. Dans le cas d'un sol idéal parfaitement élastique d'après la solution de Boussinesq, bornée par la résistance du sol, la contrainte verticale aux bords de la fondation est infinie.

Dans la réalité la fondation est plus ou moins flexible et on se trouve dans un cas intermédiaire : la distribution de la pression de contact n'est pas uniforme, mais elle n'a pas non plus une allure aussi marquée que dans le cas d'une fondation très rigide. La répartition observée s'adapte à la fois aux caractéristiques de la fondation et du terrain pour que les déformations verticales de l'une soient identiques aux tassements de l'autre.

Dans un milieu cohérent, la répartition est très voisine de la répartition théorique de Boussinesq ; sur le bord de la plaque, en effet, bien que le terrain ne soit pas chargé il peut supporter des contraintes élevées par suite de sa cohésion. Des zones plastiques se forment sur le bord de la plaque pour permettre l'ajustement de la répartition théorique et limiter la contrainte à la valeur maximale correspondant à l'apparition de l'équilibre limite. La distribution des contraintes sous la fondation dans un milieu cohérent est illustrée dans la Figure 1.9 (a). Par contre, dans un milieu pulvérulent, la situation est tout autre, sur le bord de la plaque, la pression de contact est forcément très faible puisque la contrainte sur une facette verticale est pratiquement nulle et que la résistance au cisaillement est due seulement au frottement interne. La distribution des contraintes sous la fondation dans un milieu pulvérulent est illustrée dans la Figure 1.9 (b). (Costet et Sanglerat, 1983).

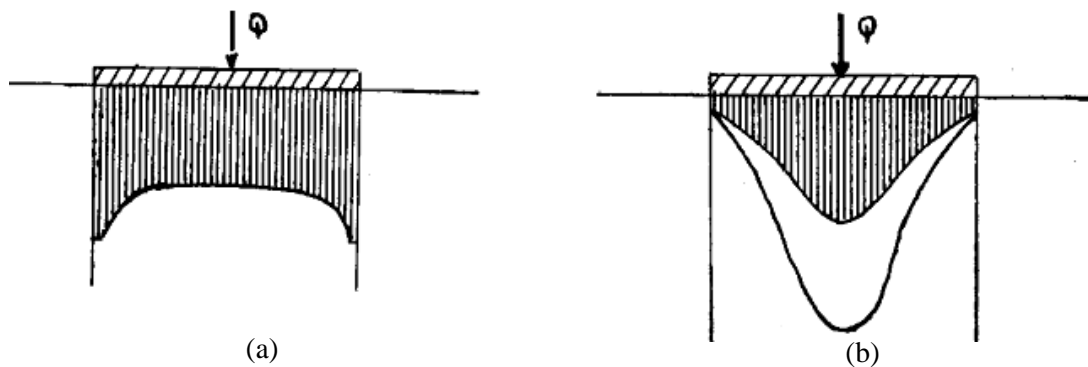


Figure 1. 9– Pression de contact. (a) milieu cohérent ; (b) milieu pulvérulent.

## 1.6 Fondations superficielles pour l'industrie offshore du pétrole et du gaz

Les fondations superficielles sont introduites dans la conception superficielles offshore qui pénètrent dans le fond marin pour résister à des forces de renversement élevées. Elles sont devenues une solution économique et parfois la seule solution pratique comme une alternative des pieux profonds.

Historiquement, les fondations superficielles offshore comprenaient de grandes bases gravitaires en béton, supportant de grandes sous-structures fixes, ou des planchers de stabilité (mud-mats) en acier utilisées comme support temporaire pour la plate-forme en treillis métalliques (jacket) traditionnelles avant l'installation des pieux. Ces derniers temps, les fondations superficielles sont devenues plus diversifiées et comprennent maintenant des fondations en béton ou en acier utilisées comme ancrages pour plates-formes flottantes ou comme supports permanents pour des structures de plate-forme en treillis métalliques (jacket) au lieu de pieux, ou comme fondations pour une variété de structures de fond de mer habituellement petites. Les fondation à base gravitaire s'appuient sur une surface résistante des fonds marins mais où des dépôts superficiels plus doux existent, les jupes (skirts) sont fournies pour confiner le sol de surface molle et transmettre les charges de la fondation à un sol plus profond et plus résistant. Les jupes sont fournies autour de la périphérie de la fondation pénètrent verticalement dans le fond marin en confinant le sol. Différentes applications des fondations superficielles offshore sont présentées sur la Figure 1.10.

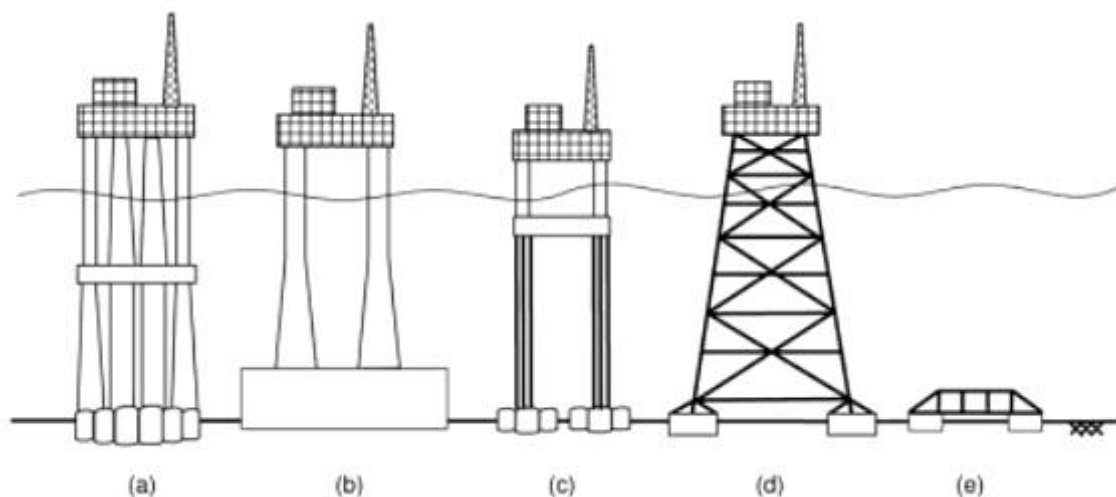


Figure 1. 10–Applications des fondations superficielles pour l'industrie offshore du pétrole et du gaz. (a) Plates-formes à base gravitaire (GBS), (b) GBS, (c) Plates-formes à câble tendu (TLP), (d) plate-forme en treillis métalliques (jacket), (e) Plate-forme submersible (flottante).

## **1.6.1 Types des fondations superficielles offshore**

### **1.6.1.1 Plates-formes à base gravitaire (GBS)**

Les plates-formes à base gravitaire (GBS) s'appuient principalement sur leur poids et la taille de leur fondation sur le fond marin pour résister aux charges de l'environnement, Bien que les jupes de la fondation aident à améliorer la résistance latérale et fournissent une certaine capacité de traction à court terme. Les plates-formes à base gravitaire (GBS) ont généralement équipés des jupes de 0,5 m de longueur dans un argile résistant et dans des sables denses à plus de 30 m dans les sédiments mous. Ces plates-formes ont un poids total de l'ordre de 800.000 à 1,2 millions de tonnes. Elles sont soumises à des charges de houle très sévères.

### **1.6.2 Plates-formes à câble tendu (TLP)**

Une progression à partir du développement de section de fondations à base gravitaire à jupes profondes en béton armé installée été l'utilisation de l'individu ou des grappes de petites cellules de béton ou fondation "bucket" (Figure 1.10(c)). elles sont des petites structures installées sur le fond, comme les têtes de puits et les systèmes d'embases de manifold et toutes ces petites structures sont fondées généralement sur des fondations superficielles. Si l'on descend à grande profondeur, actuellement vers 1000 à 1500 m d'eau, ce qui est un domaine en plein développement actuellement, on passe à des plates-formes flottantes, reliées à des ancrages en fond de mer. Elles se différencient par la façon dont elles sont ancrées. Cela peut aller de l'ancrage caténaire à l'ancrage semi-tendu et à l'ancrage directement tendu vertica

### **1.6.3 Plate-forme en treillis métalliques (jacket)**

Les plates-formes en treillis métallique (jacket) sur pieux métalliques battus (Figure 1.10(d)) c'est le type d'ouvrage le plus répandu dans l'offshore traditionnel. Il en existe plusieurs milliers dans le monde (probablement 10000). Construit de telles plates-formes sur le plateau continental, par 100 à 150 m de fond en général et, de façon exceptionnelle, jusqu'à 300m de profondeur. Les planchers de stabilité (mud-mats) sont utilisés en phase provisoire lors de la mise en place de la structure et avant la pose des pieux qui vont la fixer de manière définitive.

## 1.7 Conclusion

Le calcul de la capacité portante des fondations superficielles a fait l'objet de plusieurs travaux depuis des dizaines d'années. La solution de la capacité portante proposée par Prandtl (1920), est basée sur la théorie d'équilibre plastique avec le critère de Mohr-Coulomb pour la résistance au cisaillement du sol pour une fondation à base lisse. Terzaghi (1943) a adopté la même forme des zones de la surface de rupture proposée par Prandtl (1920) pour une fondation lisse, en prenant en considération le poids du sol contenu dans les zones de rupture, et en remplaçant le sol au-dessus de niveau de la base de la fondation par un chargement équivalent  $q=\gamma D$ .

Meyerhof (1951),) a proposé la même forme de surface de rupture de Terzaghi (1943) mais en prenant en considération la résistance au cisaillement du sol au-dessus du niveau de la base de la fondation négligée par Terzaghi. Aussi, Meyerhof a inclus les coefficients de forme, d'encastrement et d'inclinaison de la charge.

Les équations de Hansen (1970) et Vesic (1975) sont l'extension des travaux de Meyerhof (1951). Ces équations peuvent être utilisées pour des cas particuliers (base inclinée, charge inclinée ou excentrée, fondation encastree).

Dans ce chapitre l'application de fondations superficielles dans l'environnement offshore a été traité. Il est habituel de considérer une fondation superficielle comme ayant une profondeur d'encastrement à la ration de diamètre de fondation inférieur à 1. Après un bref aperçu de la fondation superficielle offshore, les types et les applications des fondations superficielles sont ensuite présentés.

## Chapitre II

### Méthodes de calcul de la charge limite

#### 2.1 Introduction

La détermination de la charge limite des ouvrages géotechniques a fait l'objet de très nombreuses études théoriques et expérimentales. Les solutions de ces problèmes sont obtenues souvent en utilisant la théorie de la plasticité. Si on ne s'intéresse qu'à la portance de l'ouvrage, une approche du type calcul à la rupture (Chen, 1975 ; Salençon 1983) peut être satisfaisante. Cependant, dans certains cas la connaissance des déformations est nécessaire pour l'étude de l'ouvrage et l'état ultime que représente la rupture du massif sollicité sera considéré comme le moment où de grandes déformations apparaissent.

Les méthodes de calcul qui permettent de déterminer les déformations, non seulement de l'ouvrage étudié, mais aussi du terrain et des structures situées à proximité, ne sont pas nombreuses, c'est l'un des avantages de la méthode des éléments finis et des différences finies, qui permettent, a priori, de traiter des configurations complexes (sur le plan de la géométrie et du phasage de construction) et de calculer les déplacements de l'ensemble du domaine pris en compte dans la discrétisation.

La détermination de la charge limite nécessite l'utilisation des méthodes de calcul appropriées à chaque type d'ouvrage géotechnique. Dans ce deuxième chapitre, on présente une synthèse bibliographique concernant les différentes méthodes utilisées, pour le calcul de la charge limite ou la capacité portante des fondations superficielles. Dans la littérature, on peut distinguer cinq grandes catégories : la méthode d'équilibre limite, la méthode des lignes de glissement, la méthode d'analyse limite, les essais expérimentaux et les méthodes numériques.

## 2.2 Méthode d'équilibre limite

La méthode de l'équilibre limite, est la méthode la plus couramment utilisée dans la pratique du génie géotechnique. La charge limite est déterminée en supposant une surface de rupture de diverses formes simples : plane, circulaire ou logarithmique spirale et en utilisant le critère de rupture de Coulomb (1773). Cette méthode est connue comme la méthode d'équilibre limite. Avec cette hypothèse, les problèmes de stabilité sont réduits en un seul problème, qui est de trouver la position la plus dangereuse de la rupture. Dans cette méthode, il est également nécessaire de faire des hypothèses suffisantes en ce qui concerne la répartition des contraintes le long de la surface de rupture de telle sorte que l'équation générale d'équilibre, en termes de résultantes des forces et de moments, peut être écrite pour un problème donné ( $\sum F_i=0$ ,  $\sum M_j=0$ ). La caractéristique la plus marquante de cette approche est que, peu importe la complexité de la géométrie d'un problème ou d'un état de chargement, il est toujours possible d'obtenir une solution approximative mais réaliste.

La première contribution de cette méthode a été faite en 1773 par Coulomb qui a proposé un critère de rupture du sol. Plus tard, en 1857, Rankine a étudié l'équilibre limitatif d'un corps infini et a développé la théorie de la pression du sol en mécanique des sols. Dans ce développement historique, l'introduction de la relation contrainte-déformation ou relations constitutives des sols a été évitée.

Les travaux de Fellenius (1926), Terzaghi (1943) et d'autres chercheurs, ont fait de la méthode d'équilibre limite un outil de calcul pour nombreux ingénieurs qui développent leurs propres solutions pratiques. La solution proposée par Terzaghi (1943), qui est la plus connue, est basée sur la méthode d'équilibre limite, celle-ci a été bien détaillée dans le premier chapitre de cette thèse. Kumbhojkar (1993) a présenté une solution numérique pour le facteur de portance  $N_\gamma$  et il a comparé ses résultats avec ceux de la méthode graphique présentée par Terzaghi. En se basant sur le mécanisme de Terzaghi (1943) présenté sur la figure 2.1 (a), il a trouvé la valeur minimale de la pression passive  $P_\gamma$  sur le coin *acdf* de la Figure 2.1 (c), en utilisant l'équation suivante :

$$\frac{\partial P_\gamma}{\partial \theta} = 0 \quad [2.1]$$



Les résultats numériques de  $N_\gamma$  sont en bon accord avec ceux de Terzaghi (1943) calculées par une méthode graphique. Il est intéressant de noter que Kumbhojkar (1993) a défini un log spiral qui limite la zone de cisaillement radial pour chaque angle de frottement interne du sol  $\phi$ .

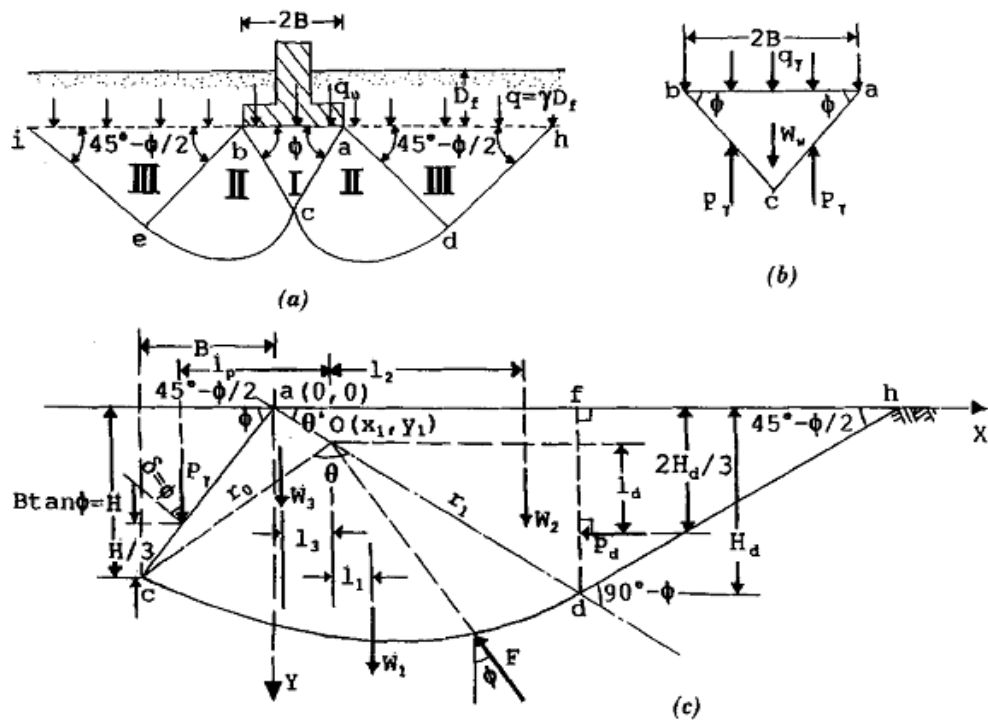


Figure 2.1– Détermination de  $P_\gamma$  et  $N_\gamma$  ( $\phi \neq 0$ ,  $\gamma \neq 0$ ,  $q=0$  et  $c=0$ ) (d’après Kumbhojkar, 1993):  
 (a) Schéma de rupture d’une fondation superficielle filante ; (b) forces appliquées sur le coin élastique au-dessous de la semelle ; (c) détails de mécanisme de rupture.

La méthode d’équilibre limite a été appliquée aussi par Silvestri (2003), pour déterminer la portance des fondations superficielles filantes. Le poids propre du sol est pris en compte à la fois dans le coin triangulaire rigide situé immédiatement au-dessous de la fondation et dans la région passive. L’angle de dilatance du sable est également considéré en faisant usage d’un angle de frottement modifié  $\phi^*$  défini par Davis (1968), Drescher et Detournay (1993) et Michalowski (1997) donnés par :

$$\tan \phi^* = \frac{\cos \psi \sin \phi}{1 - \sin \phi \sin \psi} \quad [2.2]$$

avec :  $\psi$  : angle de dilatance.

$\phi$  : angle de frottement apparent.

$\phi^*$  : angle de frottement modifié pour tenir compte de l'angle de dilataance du sable  $\psi$ .

Le système sol-fondation sur la Figure 2.2 montre un mécanisme de rupture symétrique (un mécanisme de type Prandtl). Le sable est homogène et isotrope avec un poids volumétrique  $\gamma$ , un angle de frottement  $\phi$  et un angle de dilataance  $\psi$ .

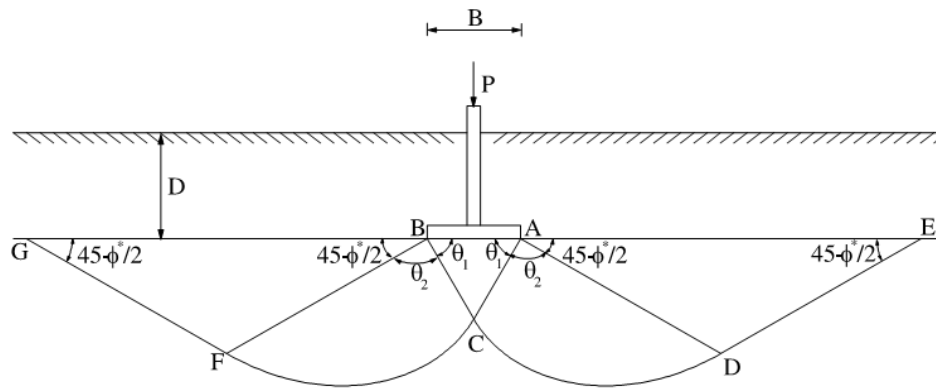


Figure 2.2– mécanisme de rupture proposé par Silvestri (2003).

Le mécanisme se compose de trois zones: (a) un coin triangulaire (ABC), ce coin se déplace vers le bas avec la fondation comme un corps rigide, (b) une zone de cisaillement log spiral (ACD), (c) une zone passive de Rankine (ADE). Le Tableau 2.1 présente les facteurs de la capacité portante  $N_q$  et  $N_\gamma$ , obtenus par Silvestri (2003), Terzaghi (1943) et Meyerhof (1951). Les résultats trouvés par Silvestri (2003) sont tout à fait d'accord avec ceux de Meyerhof (1951). Cependant, Terzaghi (1943) surestime les valeurs de  $N_q$ .

Tableau 2. 1– Les facteurs de la capacité portante d'après Silvestri (2003).

$\phi^*$ (°)	$N_q$			$N_\gamma$		
	Silvestri (2003)	Terzaghi (1943)	Meyerhof (1951)	Silvestri (2003)	Terzaghi (1943)	Meyerhof (1951)
25	10,91	12,7	10,7	9,25	9,7	6,8
30	18,89	22,5	18,4	19,74	19,7	15,7
35	34,29	41,4	33	44,27	42,4	36,0
40	66,31	81,3	64,1	107,63	100,4	93,6
45	139,74	173,3	134,7	294,37	297,5	262,3
50	331,65	415,1	318,5	944,99	1153,2	871,2

### 2.3 Méthode des lignes de glissement

Lors de la plastification, l'équilibre et les conditions d'écoulement sont satisfaites dans la région près de la fondation. La combinaison du critère de Colomb avec les équations d'équilibre donne un ensemble d'équations différentielles d'équilibre plastique dans cette région, en ajoutant les conditions aux limites en contraintes, cet ensemble d'équations différentielles peut être utilisé pour étudier la contrainte dans le sol sous la fondation en écoulement plastique. Dans le cas de la déformation plane, les deux équations d'équilibre et les conditions d'écoulement apparaît déterminisme statique dans le sens que le nombre des équations égal au nombre des inconnus.

Afin de résoudre des problèmes spécifiques, il est pratique de transformer cet ensemble d'équations à des coordonnées curvilignes dont les directions à chaque point dans la région plastifiée coïncident avec les directions de la rupture ou du plan de la rupture. Ces directions sont appelées les lignes de glissement et le réseau est appelé le champ des lignes de glissement. Cette méthode de solution évite l'hypothèse de surfaces de glissement arbitraires, et produit des zones à l'intérieur desquelles l'équilibre et la déformation plastique sont simultanément satisfaites pour des contraintes aux frontières données. (Chen, 1975)

Massau (1899) a utilisé la méthode des caractéristiques pour la détermination approximative des champs de contraintes dans les sols. Particulièrement, pour les problèmes en déformation plane dans des sols cohérents, Massau a établi la propriété géométrique de base du champ des lignes de glissement net, et a reconnu la possibilité de limitation des lignes de glissement et a donné une explication des discontinuités des contraintes.

Kötter (1903) était le premier qui a établi les équations des lignes de glissement pour le cas de la déformation plane, qui ont été résolus pour la première fois par Prandtl (1921) pour une fondation sur un sol non pesant. Dans l'analyse, il a développé la solution par un point singulier et a dessiné des lignes de glissement droites passant à travers ce point. Ces résultats ont ensuite été appliqués par Reissner (1924) et Novotortsev (1938) pour certains problèmes particuliers de la capacité portante des fondations sur un sol non pesant. Sokolovskii (1965) a adopté une procédure numérique basée sur la méthode des différences finies pour résoudre les équations des lignes de glissement. De Jong (1957) d'autre part a adopté une approche différente et a développé une procédure graphique pour les solutions de ces équations.

Caquot et Kérisel (1966) ont déterminé les valeurs de  $N_\gamma$  dans le cas des semelles lisses et rugueuses par la méthode des lignes de glissement. La Figure 2.3 montre les lignes de glissement pour une semelle lisse. Les résultats obtenus sont présentés dans les deux premières colonnes du Tableau 2.2 pour une interface lisse et rugueuse, respectivement. Caquot et Kérisel (1966) ont adopté les mêmes formules données par Prandtl-Reissner pour les facteurs  $N_c$  et  $N_q$ .

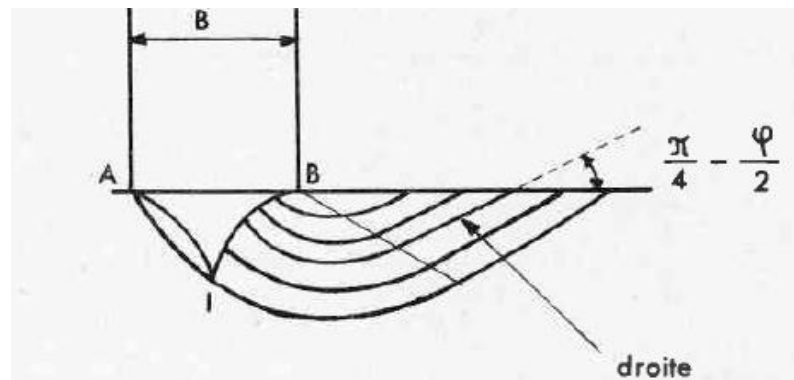


Figure 2. 3– Courbes théoriques de glissement pour une semelle lisse d’après Caquot et Kérisel (1966).

Tableau 2. 2– Valeurs des facteurs de capacité portante de Caquot et Kérisel (1966) (Mabrouki, 2011).

$\phi$ (degrés)	$N_\gamma$ semelle lisse	$N_\gamma$ semelle rugueuse	$N_\gamma$ coin ABC (Figure 2.3) semelle rugueuse	$N_q$	$N_c$
0	0	0	0	1	5,14
5	0,11	0,35	0,29	1,57	6,49
10	0,34	0,8	1,0	2,47	8,34
15	0,78	1,6	2,3	3,94	10,98
20	1,66	3,5	4,9	6,40	14,83
25	3,47	7,3	10,7	10,7	20,72
30	7,39	15	21,9	18,4	30,14
35	16,4	35	46	33,3	46,12
40	39,3	80	111	64,2	75,32

Pour étudier la capacité portante d’une fondation circulaire, Bolton et Lau (1993) ont utilisé la méthode des caractéristiques en considérant les conditions axisymétriques (Figure 2.4); les hypothèses suivantes ont été supposées:

- Le sol est un milieu rigide plastique.
- Le sol est régi par critère d’écoulement de Coulomb.

– La contrainte principale intermédiaire est considérée comme étant sans rapport avec le critère d’écoulement, mais elle entre dans les analyses axisymétriques.

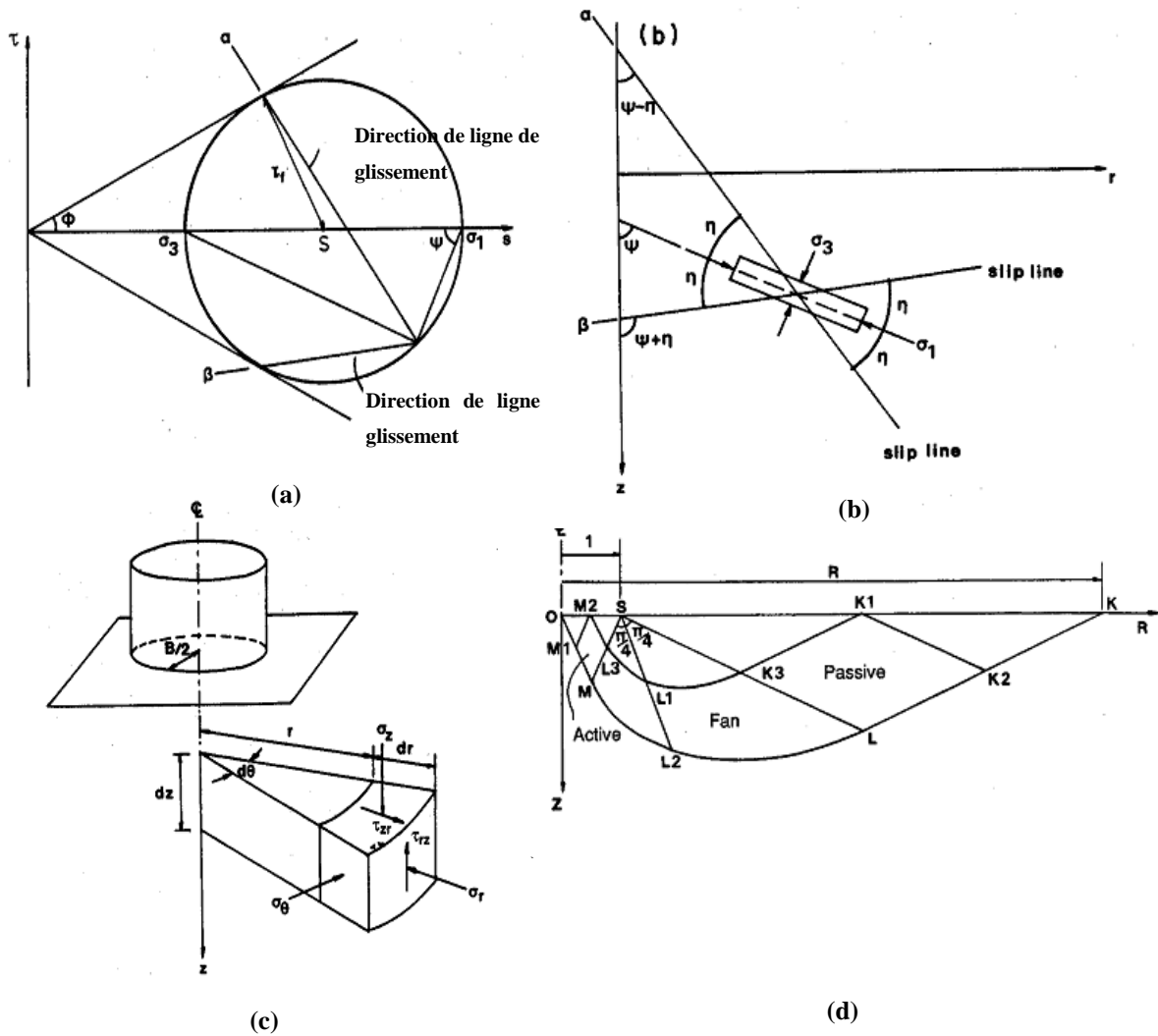


Figure 2. 4–(a) cercle de Mohr en rupture. (b) convention de signes et notations (c) le système des coordonnées cylindriques et les composantes des contraintes. (c) maillage typique des contraintes caractéristiques. (D’après Bolton et Lau, 1993)

Martin (2003) a utilisé la méthode des lignes de glissement et donne des exemples d’applications, ainsi que des tableaux de comparaison qui regroupent ses valeurs avec les résultats obtenus par d’autres auteurs. À titre d’exemple, on donne les tableaux 2.3 et 2.4 qui présentent les valeurs de  $N_\gamma$  des semelles filantes et circulaires, respectivement.

Tableau 2. 3– Facteur de portance  $N_\gamma$  pour une semelle filante, (Mabrouki, 2011)

$\phi^\circ$	Semelle rugueuse				Semelle lisse		
	Martin (2003)	Caquot et Kérisel (1953)	Salençon et Matar (1982)	Bolton et Lau (1993)	Martin (2003)	Sokolovskii (1965)	Bolton et Lau (1993)
5	0,113	-	-	0,62	0,084	0,085	0,09
10	0,433	1,604	0,434	1,71	0,281	0,28	0,29
15	1,181	2,98	-	3,17	0,699	0,70	0,71
20	2,839	5,69	2,84	5,97	1,579	1,58	1,60
25	6,491	11,22	6,491	11,6	3,461	3,46	3,51
30	14,75	22,69	14,75	23,6	7,653	7,65	7,74
35	34,48	49,1	34,46	51,0	17,58	17,6	17,8
40	85,57	114,0	85,51	121	43,19	43,25	44
45	234,2	300	234,01	324	117,6	-	120
50	742,9	-	-	1052	372,0	-	389

Tableau 2. 4– Facteur de portance  $N_\gamma$  pour une semelle circulaire, (Mabrouki, 2011)

$\phi^\circ$	Semelle rugueuse				Semelle lisse		
	Martin (2003)	Salençon et Matar (1982)	Bolton et Lau (1993)	Cassidy et Houlsby (2002)	Martin (2003)	Bolton et Lau (1993)	Cassidy et Houlsby (2002)
5	0,081	-	0,68	0,067	0,0597	0,06	0,062
10	0,322	0,33	1,37	0,266	0,2059	0,21	0,200
15	0,932	-	2,83	0,796	0,5346	0,60	0,553
20	2,416	2,4	6,04	2,160	1,271	1,30	1,219
25	6,073	6,0	13,5	5,270	2,971	3,00	2,865
30	15,52	15,2	31,9	14,13	7,111	7,10	6,935
35	41,88	41,4	82,4	42,56	18,03	18,2	17,88
40	123,7	121	238	129,4	50,16	51	50,46
45	417,7	388	803	505,0	159,8	160	165,1
50	$1,71 \times 10^3$	-	3403	2050,0	617,8	621	703,1

## 2.4 Méthode d'analyse limite

Contrairement à la méthode des lignes de glissement et à la méthode d'équilibre limite, la méthode d'analyse limite prend en considération de la cinématique des déformations dans l'analyse de rupture (la relation contrainte-déformation). Deux théorèmes limites ont été établis, qui définissent deux approches des charges limites par valeurs supérieures et par valeurs inférieures :

D'après Chen (1975), le théorème des bornes inférieures : si une distribution des contraintes statiquement admissible (satisfait les équations d'équilibre, les conditions des contraintes aux frontières et le critère d'écoulement) peut être trouvé, l'écoulement plastique non confiné ne se produira pas à une charge inférieure (les charges trouvées ne sont pas plus grandes que la charge limite). A partir de cette règle, cette approche consiste donc à chercher des champs de contraintes qui vérifient les conditions d'équilibre statique, les critères de résistance des matériaux et équilibrent la plus grande charge extérieure possible (approche statique).

Le théorème des bornes supérieures : si un champ de vitesses cinématiquement admissible (les conditions des vitesses aux frontières, la compatibilité des équations reliant les déformations et les vitesses) peut être trouvé, l'écoulement plastique doit être imminent ou a été réalisé auparavant (les charges trouvées ne sont pas plus petites que la charge limite). A partir de cette règle, cette approche consiste donc à chercher des champs de vitesses qui prennent en considération la cinématique du sol (approche cinématique).

Salençon et Pecker (1995a, b) ont étudié le problème des semelles filantes sous une charge inclinée et excentrée en tenant compte des champs de vitesse définis analytiquement à travers un nombre de paramètres géométriques. Récemment, le travail théorique de Corfdir (1996) a permis la construction de champs de vitesses pertinents pour les problèmes axisymétriques. Puzrin et Randolph (2003a, b) ont présenté une méthode théorique afin de traiter des champs de vitesse tridimensionnels pour les milieux purement cohérents, qui se base sur une transformation en coordonnées curvilignes et simplifie l'évaluation de la puissance résistante sur le domaine tridimensionnel.

Soubra et al. (2003) ont proposé d'évaluer la portance d'une fondation superficielle filante soumise à une charge inclinée. Deux mécanismes de rupture cinématiquement admissibles ont été considérés (Figure 2.5) dans le cadre de la méthode cinématique de la théorie de l'analyse limite (le théorème de la borne supérieure). Le sol considéré est un matériau de Coulomb caractérisé par un angle de frottement interne  $\phi$  et une cohésion  $c$ . La surface du sol est soumise à une éventuelle surcharge uniforme d'intensité  $q$ .

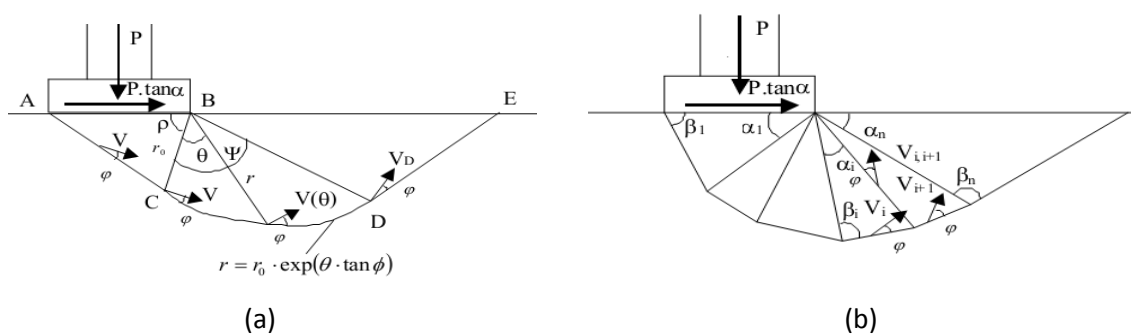


Figure 2. 5– Mécanismes proposés par Soubra et al. (2003) ; (a) Mécanisme de rupture en log-sandwich, (b) Mécanisme de rupture multibloc .

Dans le cadre de l'analyse limite, on trouve également, le développement de la méthode de l'analyse limite par l'application des éléments finis linéaires. Lyamin et Sloan (2002a, b) ont appliqué cette méthode pour déterminer la borne supérieure et la borne inférieure de la

capacité portante. Par la même méthode, Hjiatj et al. (2005) ont déterminé le facteur de portance  $N_\gamma$  des semelles filantes sur des sols frottants sans cohésion. Récemment, Lyamin et al. (2007) ont appliqué cette méthode au calcul de la capacité portante de semelles filantes, carrées, rectangulaires et circulaires sur un sol frottant.

## 2.5 Méthodes de calcul en déformation

Depuis une vingtaine d'années et vu l'augmentation exponentielle de la puissance de calcul des ordinateurs et une diminution identique des coûts d'accès et de mise en œuvre, la méthode des éléments finis et la méthode des différences finies ont connu un développement très important dans les bureaux d'études et les centres de recherches en géotechnique. Elles permettent de décrire, d'expliquer et de prédire le comportement d'un ouvrage en utilisant des lois physiques qui relient les variations des contraintes aux déformations. Le comportement non-linéaire du sol est pris en considération par l'application de la charge par une série des incréments ou de pas. Ces méthodes numériques offrent aussi des facilités pour l'analyse de résultats.

### 2.5.2 Méthode des éléments finis (MEF)

La méthode des éléments finis est une technique particulière d'approximation des fonctions solutions par sous domaines. Les inconnues notées  $\{U\}$  sont des valeurs de ces fonctions en certains points ou nœuds de chaque sous-domaine. La forme variationnelle définie sur le milieu continu est ainsi représentée par une forme variationnelle dite discrétisée qui fait intervenir les inconnues nodales  $\{U\}$  (Batoz et Dhatt, 1990).

En pratique, les logiciels de calcul par éléments finis sont devenus des outils pour l'ingénieur, au même titre que les méthodes de calcul traditionnelles de la mécanique des sols. L'utilisation d'un code de calcul a été rendue très facile par le développement de pré- et de post-processeurs conviviaux et simples d'emploi.

Griffiths (1982) a présenté des analyses élasto-plastiques par la méthode des éléments finis pour le cas d'une semelle filante et rigide, en considérant le critère de Mohr-Coulomb. L'auteur adopte le principe de superposition de Terzaghi afin de calculer les trois facteurs de portance  $N_c$ ,  $N_q$  et  $N_\gamma$ .



### 2.5.2 Méthode des différences finies (MDF)

La méthode des différences finies est parmi les plus anciennes techniques numériques utilisées pour résoudre des équations différentielles. Dans cette méthode, toute dérivée présente dans le système d'équation est remplacée directement par une expression algébrique. Comme la méthode des éléments finis, la méthode des différences finies passe par la discrétisation du domaine modélisé en éléments dont les sommets constituent les nœuds du maillage. Mais à la différence de la méthode des éléments finis, pour laquelle les variables d'espace (contraintes et déplacements) varient à travers chaque élément par moyen d'une force d'interpolation, dans la méthode des différences finies, ces variables ne sont définies qu'aux nœuds de maillage (Billaux et Cundall, 1993). Il est intéressant de noter que la méthode des différences finies ne construit pas une matrice globale de raideur du système.

Pour l'étude de la capacité portante d'une semelle filante Yin et al. (2001), ont utilisé des calculs élasto-plastique par le code FLAC en différences finies explicites ; le sol a été traité comme un matériau de Mohr-Coulomb. Par la même méthode, Erickson et Drescher (2002) ont étudié l'influence de la non-associativité et de la nature l'interface, sur les facteurs de portance d'une semelle circulaire.

## 2.6 Critiques des méthodes classiques de calcul à la rupture

Dans son ouvrage sur la méthode d'analyse limite en 1975, Chen a critiqué le non considération de la cinématique du sol et la satisfaction des conditions d'équilibre uniquement dans un sens limité par la méthode d'équilibre limite.

La solution par la méthode des lignes de glissement consiste à construire un champ des lignes de glissement dans la région, qui satisfait toutes les conditions aux limites en contraintes concernant directement la région, ainsi que l'équilibre et les conditions d'écoulement en tout point à l'intérieur de la région. Le champ de contraintes ainsi obtenu est appelé le champ partiel des contraintes. La distribution des contraintes en dehors de la région du champ partiel des contraintes n'est pas définie. Cependant, l'inclusion importante du poids volumique du sol complique considérablement la solution mathématique.

La méthode des lignes de glissement est limitée uniquement aux déformations planes ou axisymétriques. Ce serait juste de dire, d'après Martin (2005), que la méthode des caractéristiques a acquis quelques problèmes de crédibilité au cours des dernières années.

Ukritchon et al. (2003) et Hjiatj et al. (2005) ont observé que dans le cas d'une fondation à base rugueuse, la nature précise des conditions aux limites qui devraient être appliquées à la base de la fondation ne sont pas claires.

Bolton et Lau (1993) ont déclaré quelques doutes concernant la méthode des caractéristiques comme la difficulté d'assigner les conditions aux limites sous la fondation et la difficulté d'accepter l'affirmation que certaines zones sont pas en état limite juste parce que les caractéristiques ne sont pas étendues aussi loin.

D'après Chen (1975), par la méthode des lignes de glissement juste l'équilibre et les conditions d'écoulement sont pris en considération ce qui montre un point faible cumulé dans la négligence de la relation contrainte-déformation, car les conditions aux limites impliquent des contraintes et des rapports de déformation qui peuvent être calculées en utilisant cette relation.

Par la méthode d'analyse limite, la construction des champs statiques (cinématiques) qui sont statiquement (cinématiquement) et plastiquement admissibles pose un problème dans les deux méthodes. Cela offre l'avantage d'une description directe du champ de vitesse ou de contrainte appliquée. Cependant, la difficulté d'envisager un champ de contrainte ou de vitesse rend ce choix inenvisageable pour des configurations compliquées et une compréhension profonde du problème est en général exigée. La construction des champs par une procédure numérique, est nécessaire parfois grâce à la nature du problème examiné ou favorisée par les grandes capacités du calcul désormais disponibles.

## **2.7 Critiques des méthodes de calcul en déformation**

Les limitations de ces méthodes proviennent, pour l'essentiel, de la complexité de la traduction du problème physique étudié en un système d'équations. Les méthodes de calcul en déformation supposent généralement que le comportement du sol est linéaire et que les déplacements sont petits, qui implique que le comportement du sol est essentiellement linéaire élastique avec une rigidité constante. Cependant, le comportement du sol est non-linéaire et la rigidité du sol se change durant l'analyse.

Ainsi, par ces méthodes la totalité du volume du domaine doit être discrétisée, c'est à dire, de grands efforts de pré-traitement et de post-traitement sont nécessaires. Et en raison de grands systèmes d'équations, les temps d'exécution et les exigences de stockage sur disque peuvent

être excessifs. Et enfin, ces méthodes ne conviennent généralement pas pour les roches très articulées ou les sols très fissurés lorsque ces défauts sont distribués au hasard et dominant le comportement mécanique.

Billiaux et Cundall (1993) ont résumé que la formulation non-traductionnelle de la méthode des différences finies présente l'avantage de considérer tout type de maillage, ce qui rend cette méthode aussi souple que celle des éléments finis. Parce qu'elle est explicite et suit donc le comportement des matériaux au cours de leurs réponses à une sollicitation. Elle est particulièrement efficace pour l'étude des sols fortement non-linéaires avec de grandes déformations et des zones de plastification importantes. Cependant, elle présente des doutes au niveau de la formulation numérique. Le pas de calcul imposé très petit, il est peut être nécessaire d'effectuer un grand nombre de pas avant d'arriver à l'équilibre.

Durant un pas de temps les vitesses sont bloquées pour que les éléments voisins ne puissent pas s'influencer pendant une période de calcul, ce qui impose que la vitesse de « l'onde de calcul » est toujours supérieure à celle de propagation de l'information. Et finalement les mouvements doivent être amortis de manière à arriver à l'état stationnaire (équilibre ou écoulement permanent).

## **2.8 Comparaison entre les méthodes classiques de calcul à la rupture et les méthodes de calcul en déformation**

Les méthodes classiques de calcul à la rupture fournissent une information juste sur la stabilité du problème étudié, ces méthodes sont en général des méthodes approximatives. Potts (2003) a présenté dans le Tableau 2.5 une comparaison entre les méthodes classiques de calcul à la rupture et les méthodes numériques de calcul en déformation. Il a bien montré les conditions théoriques satisfaites par les différentes méthodes analytiques et numériques qui sont essentiellement quatre : l'équilibre, la compatibilité, la loi de comportement et les conditions aux limites. Tableau 2.5 présente une comparaison des différentes méthodes d'analyse. Cela permettra d'établir les mérites relatifs de l'analyse numérique par rapport aux méthodes classiques.

Face à l'exigence d'outils d'analyse plus appropriés, les pionniers du génie géotechnique ont fait des simplifications. Cela impliquait de négliger une ou plusieurs conditions de la solution, habituellement la condition de compatibilité, par les méthodes d'analyse classique (la méthode

d'équilibre limite, des lignes de glissement et d'analyse limite). L'analyse de limite implique des solutions de limite supérieure et de limite inférieure (Chen, 1975). Le premier néglige l'équilibre et le second la compatibilité.

Il est important de noter que toutes ces approches exigent essentiellement une hypothèse sur le mécanisme de rupture elles sont limitées à supposer que le sol se comporte non drainé ou drainé. Dans le premier cas, le critère d'écoulement Tresca en termes de résistance non drainée,  $c_u$ , est supposée. Dans ce dernier cas, on suppose un critère de d'écoulement de Mohr-Coulomb en termes de cohésion,  $c'$  et d'angle de frottement  $\phi$ . Pour les méthodes numériques, toutes les conditions d'une solution théorique sont considérées. La Figure 2.6 présente le facteur de portance  $N_\gamma$  obtenu par différentes méthodes pour une semelle parfaitement rugueuse et pour  $\phi = 30^\circ$ . La Figure montre l'écart de la valeur du facteur de portance  $N_\gamma$  entre les différentes méthodes, et présente aussi l'écart entre les chercheurs utilisant la même méthode.

Tableau 2. 5—Les conditions théoriques satisfaites par les différentes méthodes analytiques et numériques, d'après Potts (2003).

Méthode d'analyse		Conditions exigées				
		Equilibre	Compatibilité	loi de comportement	Les conditions aux limites	
					Forces	Déplacement
Equilibre limite		S	NS	Rigide avec critère de rupture	S	NS
Lignes de glissement		S	NS	Rigide avec critère de rupture	S	NS
Analyse limite	Borne inférieure	S	NS	Plasticité idéale avec une loi d'écoulement associée	S	NS
	Borne supérieure	NS	S		NS	S
Méthodes numériques		S	S	Tous	S	S

S : satisfaites

NS : non-satisfaites

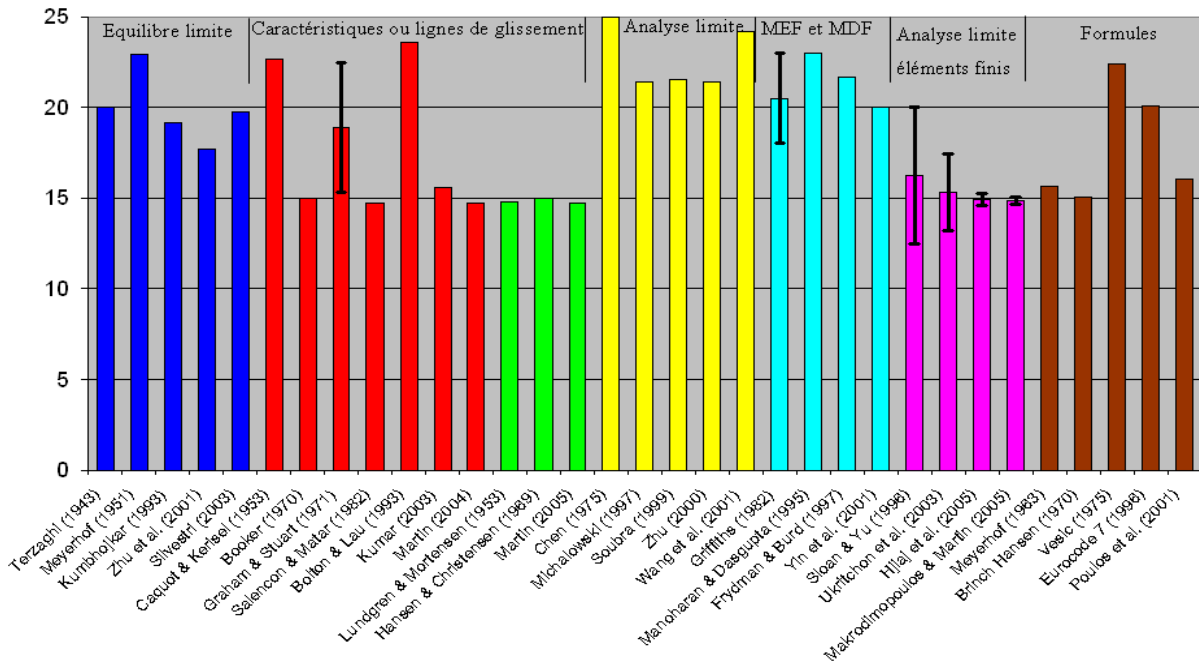


Figure 2. 6–Facteur de portance  $N_\gamma$  obtenu par différentes méthodes pour une semelle parfaitement rugueuse et  $\phi = 30^\circ$

## 2.9 Conclusion

Les différentes méthodes de calcul de la capacité portante des fondations superficielles sont présentées. Ce chapitre a permis de dégager les hypothèses principales de la validité du schéma rigide-plastique que l'on utilise en mécanique des sols pour l'étude des conditions de la rupture. Les calculs en déplacements et la connaissance de la loi de comportement élastoplastique du sol, permet d'étudier son évolution élastoplastique entière à partir d'un état d'autocontrainte initiale, jusqu'à sa ruine plastique en suivant un trajet de chargement spécifique. D'après Radenkovic et Salençon (1972), si les déformations de la structure élastoplastique restent petites jusqu'à l'apparition de l'écoulement libre et si l'écrouissage peut alors être considéré comme nul, la charge, correspondant à l'écoulement plastique libre commençant du sol élasto-plastique, est identique à la charge limite définie à partir du modèle rigide- plastique. Celle-ci présente alors un intérêt pour l'ingénieur puisqu'elle correspond pratiquement à la charge pour laquelle des déformations inadmissibles apparaissent. À partir de l'apparition de la formule de Terzaghi (1948), de nombreuses méthodes et approches ont été développées e dans le but de valider ou d'améliorer son domaine de validité. La modification la plus connue est celle proposée par Hansen (1961) qui visait à tenir compte des caractéristiques géométriques de la fondation et du chargement par l'introduction d'une série de facteurs correctifs.

## Chapitre III

### Influence du mode de chargement et d'encastrement des fondations superficielles sur la charge limite

#### 3.1 Introduction

Depuis la publication de la théorie de Terzaghi sur la capacité portante des fondations superficielles en 1943, de nombreuses études expérimentales et théoriques ont été faites par divers chercheurs. La plupart de ces études sont liées à une fondation soumise à une charge verticale et centrée. Meyerhof (1953) a élaboré des procédures empiriques pour l'estimation de la capacité portante limite des fondations soumises à des charges inclinées. De même, l'effet de la charge excentrée sur la fondation a été étudié par plusieurs chercheurs comme Meyerhof (1953) et Hansen (1970). Cependant, quelques travaux ont été réalisés par Meyerhof (1963), Saran et Agarwal (1991) et Loukidis et al. (2008) pour la capacité portante des fondations soumises à l'action combinée de la charge excentrée et inclinée.

Pour le cas  $D \leq B$  où  $B$  est la largeur de la fondation et  $D$  la profondeur d'encastrement, Terzaghi (1943) a proposé de remplacer le sol au-dessus de la base de la fondation par une surcharge équivalente ( $q_0 = \gamma D$ ). Plusieurs chercheurs ont discuté cette hypothèse. La capacité portante d'une semelle filante chargée verticalement placée à une profondeur  $D$  au-dessous du niveau de la surface libre du sol a été étudiée par Skempton (1951), Meyerhof (1963) et Hansen (1970).

Ce chapitre présente une synthèse bibliographique des travaux réalisés sur des paramètres qui influent la capacité portante d'une fondation superficielle. Ces paramètres traduisent l'influence du mode de chargement (vertical ou combiné) et l'encastrement de la fondation dans le cas d'un sol cohérent ou frottant.

### 3.2 Capacité portante d'une fondation sous un chargement centré incliné

La charge inclinée se produit quand la fondation est soumise à une charge composée de deux composantes verticale  $V$  et horizontale  $H$ . Ce type de chargement est commun entre plusieurs fondations des processus industriels, où la force horizontale du vent est combinée avec la force de la gravité. Généralement, l'inclinaison de la charge provoque une réduction de la capacité portante de la fondation par rapport à une fondation soumise à une charge purement verticale.

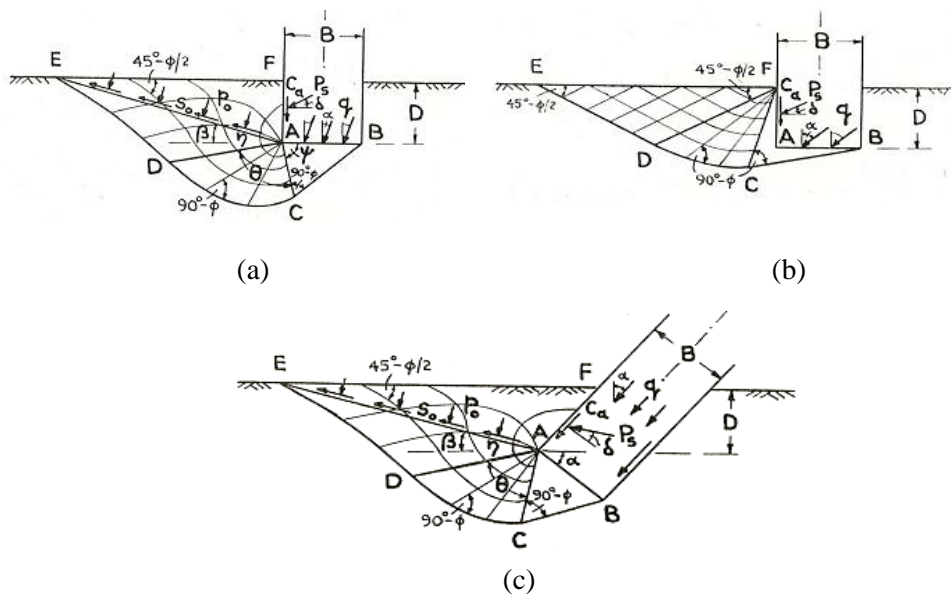


Figure 3.1– Les zones plastifiées sous une fondation rugueuse sous un chargement incliné.

- (a) base horizontale avec une petite inclinaison de la charge. (b) base horizontale avec une grande inclinaison de la charge. (c) une base inclinée avec une charge normale, d'après Meyerhof (1953).

Meyerhof (1953) a prolongé sa théorie de la capacité portante pour une fondation sous un chargement vertical au cas d'une fondation sous un chargement incliné. Dans ce cas la zone de plastification centrale est inclinée et les zones d'équilibre plastique correspondantes sont présentées sur la Figure 3.1. Il a considéré une fondation à base horizontale (Figure 3.1 (a) et (b)) et une fondation à base inclinée par un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontal comme montre la Figure 3.1 (c). Pour une fondation à base horizontale, la capacité portante est donnée par l'expression suivante :

$$q_v = q \cos \alpha \quad [3.1]$$

$$q_v = cN_{cq} + \gamma \frac{B}{2} N_{\gamma q} \quad [3.2]$$

Les facteurs de la capacité portante  $N_{cq}$  et  $N_{\gamma q}$  dépendent de l'angle de frottement du sol  $\phi$ , de la profondeur de la fondation  $D$  et de l'angle d'inclinaison  $\alpha$ . Par contre, pour une fondation inclinée avec une base normale à la charge (Figure 3.1 (c)) la capacité portante est donnée par l'expression suivante :

$$q = cN_{cq} + \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma q} \quad [3.3]$$

Meyerhof (1953) a présenté les facteurs de la capacité portante  $N_{cq}$  et  $N_{\gamma q}$  sous forme graphiques pour différentes valeurs de  $\alpha$  et de  $\phi$ . Il a trouvé aussi que pour une inclinaison donnée  $\alpha$ , la fondation inclinée montre une plus grande capacité portante en comparaison avec la fondation à base horizontale.

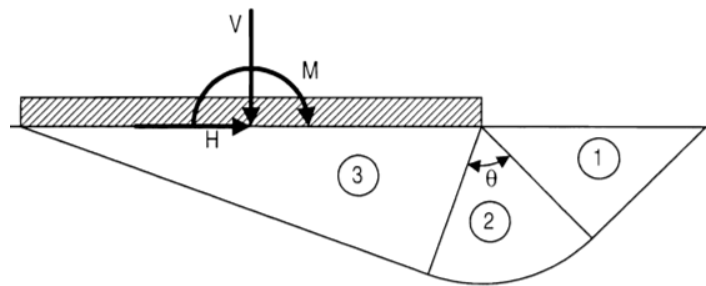


Figure 3.2– schéma de rupture de Green (1954) pour un chargement incliné.

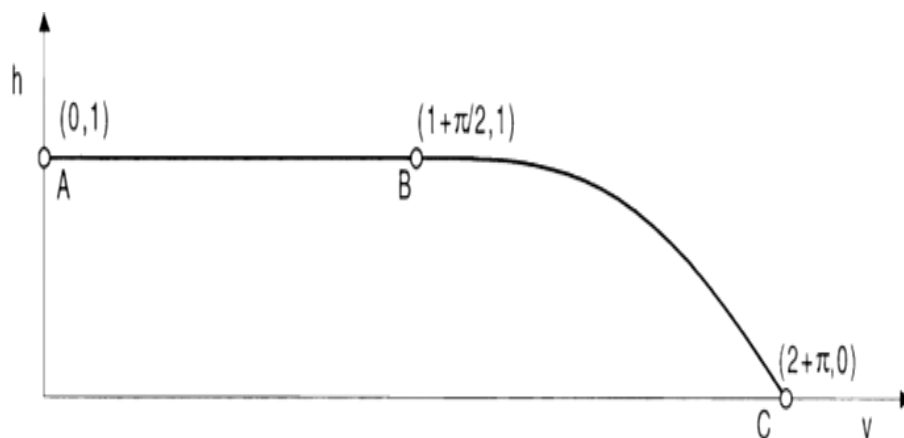


Figure 3. 3 Surface de charge donnée par Green (1954) pour un chargement combiné (V-H).

Le schéma de rupture de la borne inférieure proposé par Green (1954) pour une fondation sous un chargement combiné, vertical et horizontal, ( $M=0$ ) est présenté sur la Figure 3.2. Le



schéma de rupture est composé de trois zones. La surface de charge correspondante à sa solution est présentée sur la Figure 3.3.

En utilisant la théorie de la plasticité, Green (1954) a proposé l'expression suivante :

$$V = 1 + \frac{\pi}{2} + \cos^{-1} h + \sqrt{1 - h^2} \quad [3.4]$$

Pour une fondation sous un chargement incliné par un angle  $\alpha$  par rapport à la verticale (Figure 3.4). Meyerhof (1963) a proposé l'expression suivante :

$$q = cN_c i_c + \gamma DN_q i_q + \frac{1}{2} \gamma BN_\gamma i_\gamma \quad [3.5]$$

Où  $i_c$ ,  $i_q$  et  $i_\gamma$  sont les coefficients d'inclinaisons présentés dans le Tableau 3.1.

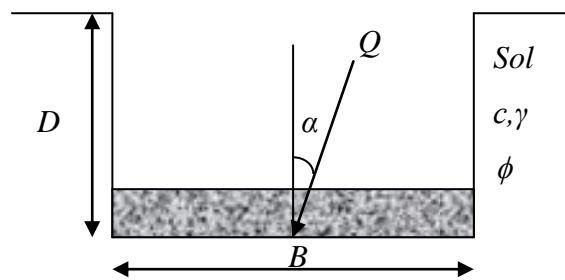


Figure 3. 4–La capacité portante en fonction d'angle d'inclinaison  $\alpha$ .

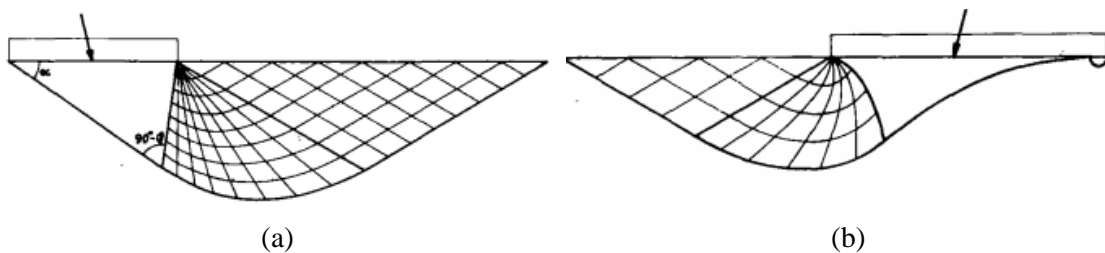


Figure 3.5– Schéma de rupture pour le calcul de  $i_c$  et  $i_q$ . (a) Sol non pesant avec un chargement surfacique vertical équivalent  $q$ . (a) sans chargement surfacique vertical équivalent. D'après Hansen (1970).

En 1970, Hansen a expliqué que l'inclinaison de la charge provoque toujours une réduction de la capacité portante et cette réduction est souvent considérable. En utilisant la méthode des lignes de glissements, il a proposé des expressions pour les coefficients d'inclinaison. Les schémas de rupture adoptés sont présentés sur la Figure (3.5). Les expressions proposées par Hansen (1970) sont présentées dans le Tableau 3.1.

Egalement, en utilisant la méthode des caractéristiques, Vesic (1975) a proposé des expressions pour les coefficients d'inclinaison  $i_c$ ,  $i_q$  et  $i_\gamma$  présentées dans le Tableau 3.1. Une solution exacte de la capacité portante d'une fondation rugueuse basée sur une argile homogène a été proposée par Bolton (1979). La charge horizontale maximale et le glissement de rupture correspondent à cette charge lorsque  $V/V_0 \leq 0,5$  est :

$$H_0 = A c_u = \left( \frac{1}{\pi + 2} \right) V_0 \quad [3.6]$$

Pour une charge verticale plus grande la courbe enveloppe est définie par :

$$\frac{V}{V_0} = \frac{\pi + 1 + \sqrt{1 - \left( \frac{H}{H_0} \right)^2} - \sin^{-1} \left( \frac{H}{H_0} \right)}{\pi + 2} \quad [3.7]$$

ù :

$H_0$  : est la charge horizontale maximale.

$V_0$  : est la charge verticale maximale.

$V$  : est la charge verticale appliquée.

Cette expression définit une forme de variation approximativement parabolique (Figure 3.6). En terme d'angle d'inclinaison, la rupture se produit pour  $\alpha < \alpha_s = 21.26^\circ$ . Les grandes valeurs de l'angle  $\alpha$  provoquent une rupture par glissement.

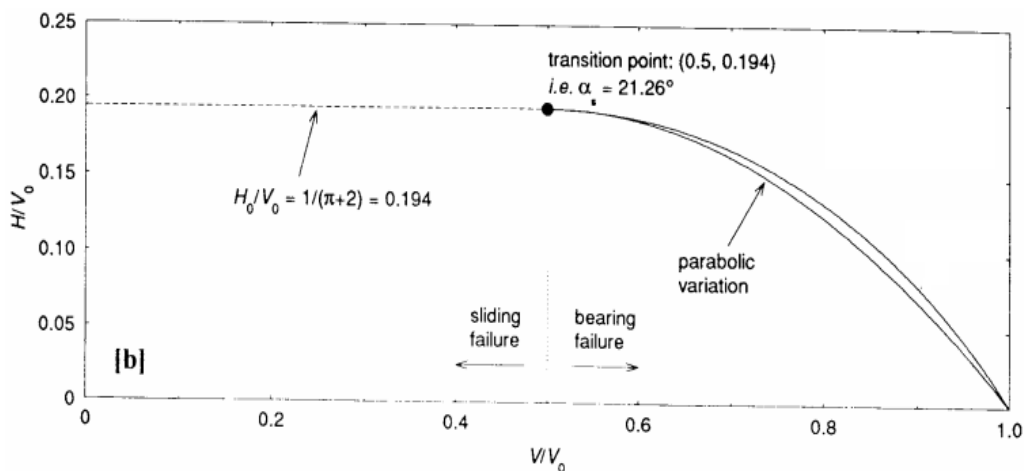


Figure 3.6 – Courbe enveloppe d'un chargement incliné, d'après Bolton (1979).

Tableau 3.1 – Coefficients d'inclinaison.

Référence	Coefficient d'inclinaison	Commentaire
Green (1954)	$i_c = 0.5 + \frac{1}{N_c} \left[ \cos^{-1} \left( \frac{H}{Bc_u} \right) + \sqrt{1 - \left( \frac{H}{Bc_u} \right)^2} \right]$	/
Meyerhof (1963)	$i_c = i_q = \left( 1 - \frac{\alpha}{90^\circ} \right)^2$ $i_\gamma = \left( 1 - \frac{\alpha}{\phi} \right)^2$	/
Hansen (1970)	$i_c = 0.5 - 0.5 \sqrt{1 - H/Bc_u}$ $i_q = \left( 1 - \frac{0.7H}{V + BLc \cot \phi} \right)^5$ $i_\gamma = \left( 1 - \frac{0.5H}{V + BLc \cot \phi} \right)^5$	$\phi = 0$ L : la longueur de la fondation. B : la largeur de la fondation.
Vesić (1975)	$i_c = 1 - \frac{mH}{BLcN_c}$	$\phi = 0$
	$i_c = i_q = \frac{1 - i_q}{N_q - 1}$	$\phi > 0$
	$i_q = \left( 1 - \frac{H}{V + cBL \cot \phi} \right)^m$ $i_\gamma = \left( 1 - \frac{H}{V + cBL \cot \phi} \right)^{m+1}$	$m = m_B = \frac{2 + B/L}{1 + B/L}$ $m = m_L = \frac{2 + L/B}{1 + L/B}$
Loukidis et al. (2008)	$i_\gamma = \left( 1 - 0.94 \frac{\tan \alpha}{\tan \phi} \right)^{(1.5 \tan \phi + 0.4)^2}$	/

La Figure 3.7 présente les courbes enveloppes dans le plan de chargement V-H, de Meyerhof (1956), Hansen (1970), Vesić (1975) et Bolton (1979). La Figure montre que les trois méthodes de Meyerhof (1956), Hansen (1970) et Bolton (1979) donnent une prédiction similaire pour la courbe normalisée  $V/V_0$  et  $H/V_0$ . La méthode de Vesić (1975) donne une courbe différente plus conservatrice. Les quatre méthodes diffèrent dans la prédiction de la valeur de la charge verticale où la rupture par glissement se produit. Meyerhof (1956) prédit une transition de rupture par glissement pour une grande valeur de la charge verticale. Par ailleurs, Hansen (1970) et Bolton (1979) prédisent une transition pour la plus petite valeur de la charge verticale  $V=V_0/2$ .

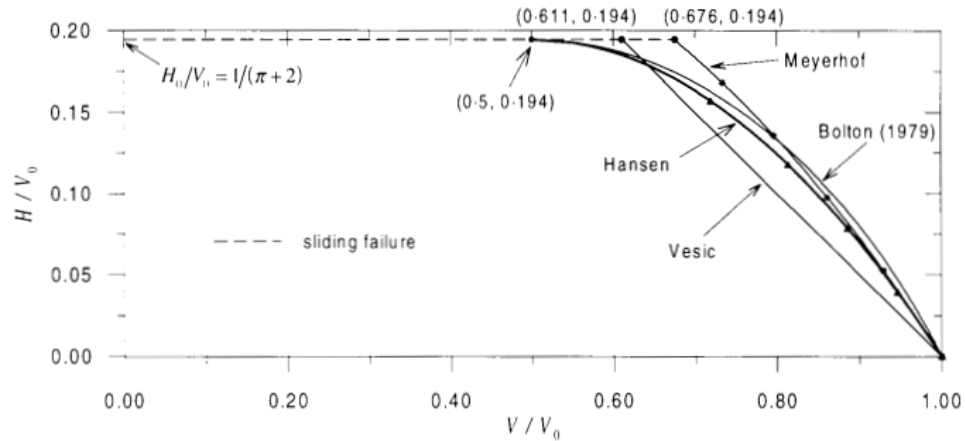


Figure 3.7 – Courbes enveloppes pour un chargement incliné, d’après Bolton (1979).

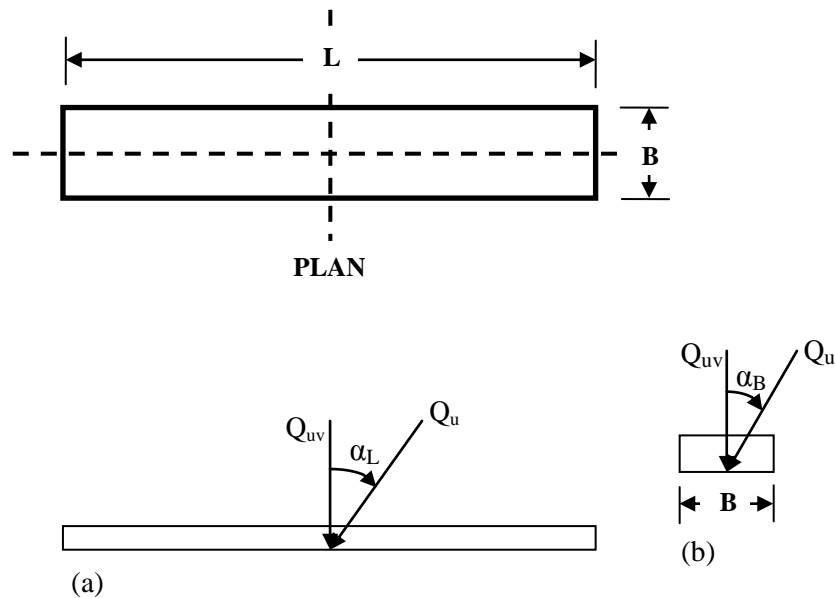


Figure 3. 8 –Fondation filante sous une charge inclinée le long de (a) la longueur et (b) la largeur, d’après Sastry et Meyerhof (1987).

Sastry et Meyerhof (1987) ont réalisé des essais sur un modèle réduit afin d’évaluer les coefficients d’inclinaison, pour une fondation superficielle dans un sol cohérent et soumise à une charge centrée et inclinée par un angle  $\alpha$ . La fondation filante en acier avec une largeur B de 25.4 mm, de longueur L de 127 mm ( $L/B=5$ ) et une épaisseur de 9.5 mm avec une base rugueuse. Les essais ont été réalisés en considérant les inclinaisons de la charge  $\alpha=0^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 30^\circ$  et  $45^\circ$ . La composante verticale de la capacité portante est donnée par :

$$q_{uv} = q_u \cos \alpha_B \tag{3.8}$$

$$q_{uv} = i_c c_u N_c \quad [3.9]$$

avec :  $i_c$  est le coefficient d'inclinaison

La relation entre l'inclinaison de la charge  $\alpha_L$  le long de la direction L de la fondation et le coefficient d'inclinaison  $i'_c$  peut être donnée par :

$$i'_c = \left(1 - \frac{\alpha_L}{90}\right)^2 \quad [3.10]$$

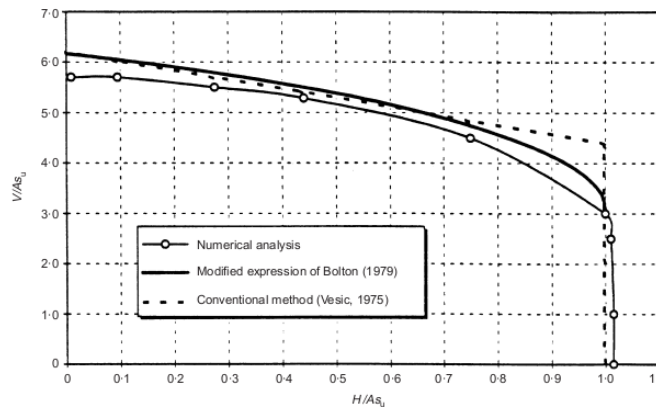


Figure 3. 9 – Courbes enveloppes d'une fondation circulaire sous une charge inclinée.  
D'après Taiebat et Carter (2000).

Taiebat et Carter (2000) ont présenté la courbe enveloppe dans le plan de chargement V- H, en se basant sur la méthode des éléments finis. Les résultats obtenus ont été comparés avec ceux de Bolton (1979) et Vesic (1975) (Figure 3.9). La comparaison montre que l'analyse numérique donne généralement une valeur plus conservatrice de la capacité portante dans le cas d'un chargement incliné. Les trois méthodes présentées indiquent qu'il existe un angle d'inclinaison critique au-delà duquel la résistance horizontale de la fondation est mobilisée. Récemment, Hjiatj et al. (2004) ont étudié le problème de la capacité portante d'une fondation filante rugueuse d'une largeur B encastree dans une couche profonde d'un sol cohérent-frottant et soumise à une charge centrée inclinée d'un angle  $\alpha$ . Le sol cohérent-frottant est supposé parfaitement rigide et modélisé par la loi d'écoulement de Mohr-Coulomb avec une cohésion  $c$  et un angle de frottement  $\phi$ .

Hjiatj et al. (2004) ont constaté que sous un chargement incliné la rupture peut se produire par glissement de la fondation le long de sa base ou par un cisaillement général du sol au-dessous de la fondation. Aussi, ils ont trouvé que la capacité portante diminue avec l'augmentation

d'angle d'inclinaison  $\alpha$ . La déformation du maillage et les champs de vitesse sont illustrés sur la Figure 3.10. Ils ont observé que la forme des zones de cisaillement change avec l'inclinaison de la charge (Figure 3.11).. Ils ont conclu que, les facteurs d'inclinaison proposés par Meyerhof (1963) sont faibles pour un chargement centré incliné.

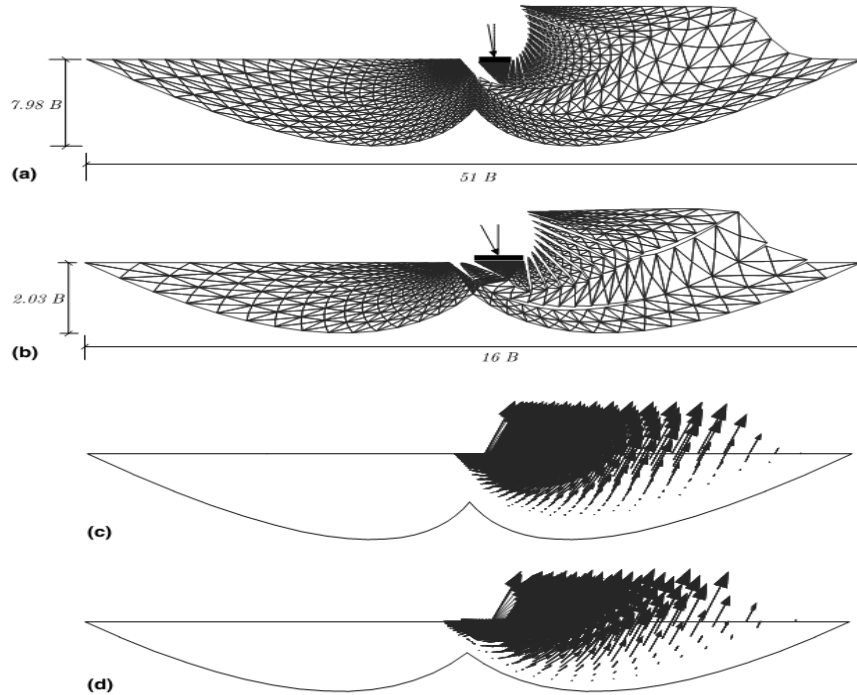


Figure 3. 10 – (a) déformation du maillage d'un sol non pesant avec  $\alpha=7.5^\circ$  et  $\phi=45^\circ$ .

(b) déformation du maillage d'un sol non pesant avec  $\alpha=22.5^\circ$  et  $\phi=45^\circ$

(c) champs de vitesse d'un sol non pesant avec  $\alpha=7.5^\circ$  et  $\phi=45^\circ$

(d) champs de vitesse d'un sol non pesant avec  $\alpha=22.5^\circ$  et  $\phi=45^\circ$  (Hjiaj et al. 2004).

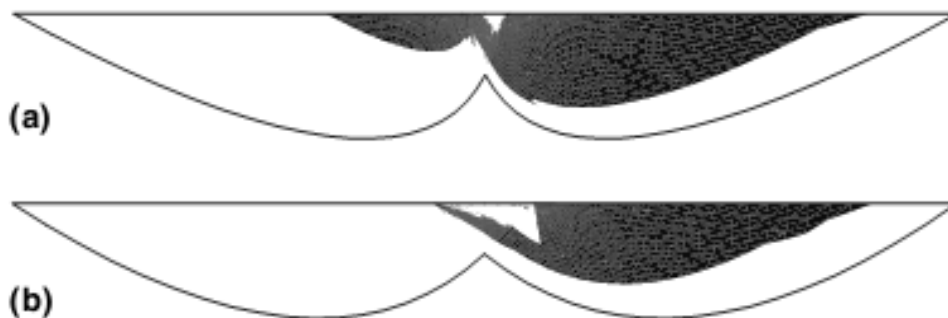


Figure 3. 11– (a) zones plastifiées pour  $\alpha=7.5^\circ$  et  $\phi=45^\circ$ . (b) zones plastifiées pour

$\alpha=22.5^\circ$  et  $\phi=45^\circ$ . D'après Hjiaj et al. (2004).

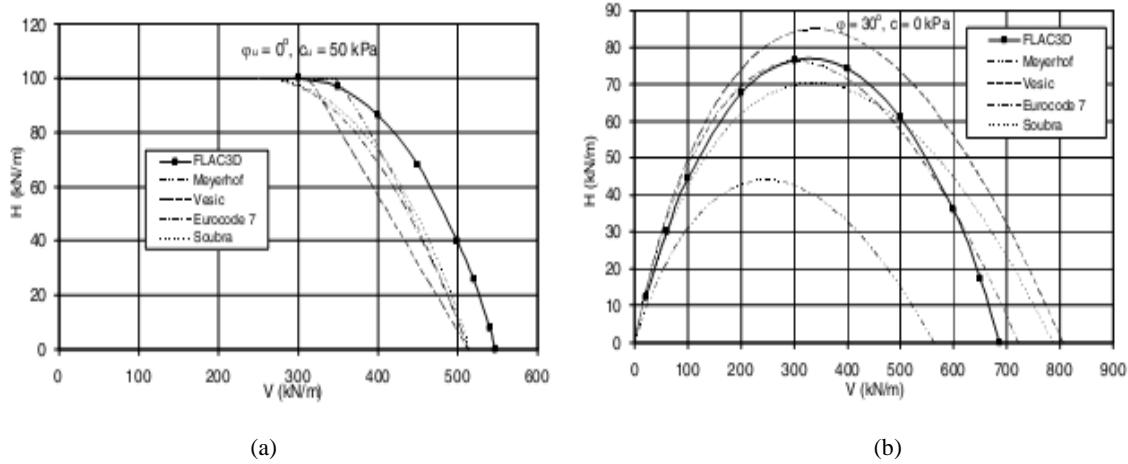


Figure 3.12– Courbes enveloppes de rupture dans le plan de chargement (H-V)

(a) Argile (b) Sable. D'après Youssef Abdel Massih et Soubra (2007).

Youssef Abdel Massih et Soubra (2007) ont estimé la charge de rupture d'une fondation filante rugueuse soumise à une charge inclinée en utilisant le code FLAC<sup>3D</sup> basé sur la méthode des différences finies. Les paramètres élastiques choisis pour la fondation sont supérieures à ceux du sol afin d'assurer la rigidité de la fondation. Il est important de noter que les paramètres élastiques du sol et de la fondation n'influence pas la charge ultime. Les calculs ont été faits pour deux types de sol (frottant et cohérent). Pour appliquer la charge inclinée sur la fondation, ils ont considéré premièrement une contrainte verticale uniforme (inférieure à la capacité portante) sur la base de la fondation, ensuite une vitesse horizontale est appliquée sur les nœuds de la fondation jusqu'à la mobilisation de la contrainte tangentielle au-dessous de la semelle. Les résultats des courbes enveloppes de rupture sont présentés sur la Figure 3.12 et comparées à celles données par Meyerhof (1963), Soubra et al. (2003a), Vesic (1973) et l'Eurocode 7. Ils ont conclu que les résultats trouvés sont en bonne concordance avec la solution de l'Eurocode 7.

En utilisant la méthode des éléments, Loukidis et al. (2008) ont déterminé la charge de rupture d'une fondation filante rigide placée sur une couche uniforme de sol purement frottant. La fondation est soumise à une charge excentrée et inclinée. Deux types d'analyse ont été réalisés, l'analyse probe et swipe. Le comportement mécanique du sol est modélisé par le critère de Mohr-Coulomb. Ils ont conclu que la capacité portante diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison  $\alpha$ . La charge horizontale de pic se produit pour une valeur déterminée par l'équation [3.11]. La Figure 3.13 présente les résultats de l'étude effectuée par les deux types d'analyses (probe et swipe). Loukidis et al. (2008) ont proposé

une expression pour déterminer  $i_\gamma$  (Tableau 3.1). Le contour de déformation plastique maximale présenté sur la Figure 3.14 montre que le chargement incliné implique un mécanisme de déformation composé d'un seul coin.

$$H = 0.69V \left[ 1 - \left( \frac{V}{V_{\max}} \right)^{0.5} \right] \tag{3.11}$$

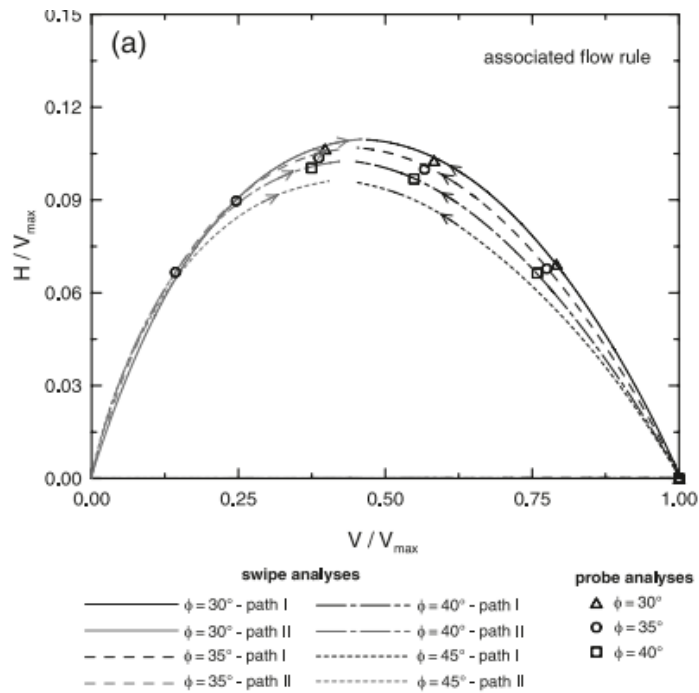


Figure 3.13– courbe enveloppe normalisée dans le plan V-H obtenue par les analyses swipe et probe, d’après Loukidis et al. (2008).

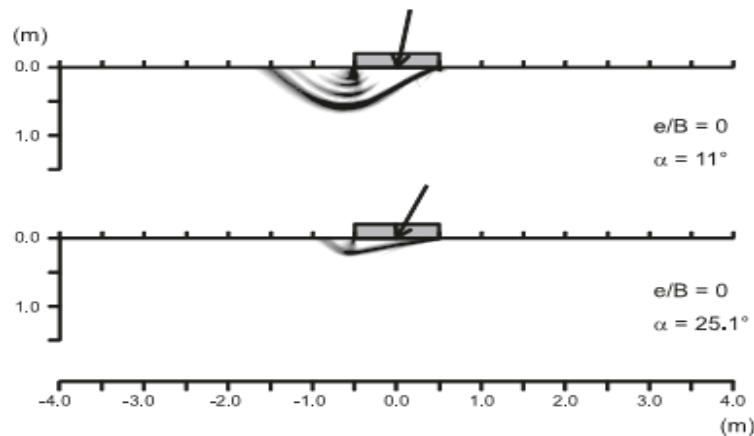


Figure 3. 14– Contour des zones plastifiées par cisaillement pour un chargement centré incliné. (Loukidis et al. 2008)



Georgiadis (2010) a déterminé les courbes enveloppes dans le plan de chargement V-H, d'une fondation filante reposant sur la surface d'un sol purement cohérent et située au voisinage d'une pente. La Figure 3.15 montre une comparaison de la surface de rupture obtenue par Georgiadis (2010) et d'autres approches. Les résultats d'analyse par éléments finis sont en excellent accord avec ceux de Green (1954) et légèrement plus grands à ceux de Hansen (1961). Les résultats de Meyerhof (1963) sont relativement en accord avec la solution exacte pour les petites valeurs d'inclinaison  $\alpha$ , cependant elles surestiment la charge de rupture pour les grandes valeurs d'inclinaison  $\alpha$ . L'équation de Vesic (1975) sous-estime la charge de rupture.

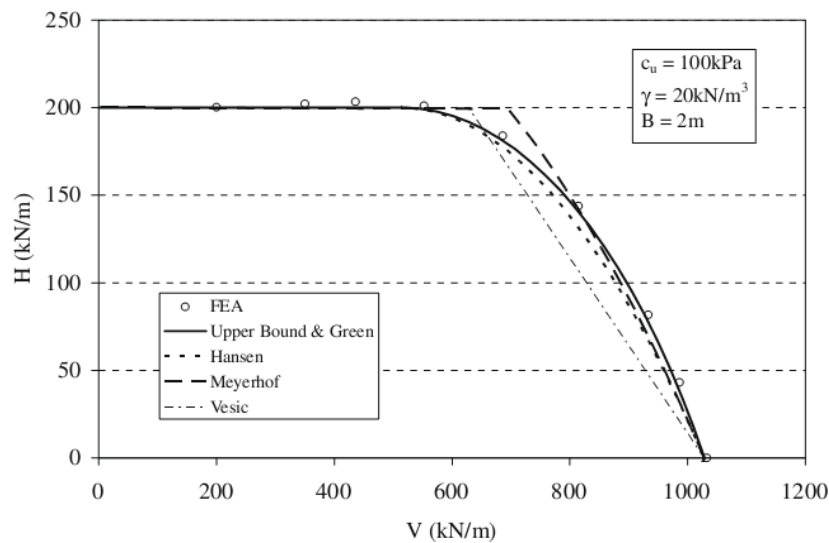


Figure 3.15 – Comparaison de la surface de rupture, d'après Georgiadis (2010).

Récemment, Krabbenhoft et al. (2013) ont étudié la capacité portante d'une fondation filante superficielle sous un chargement incliné et excentré en utilisant la borne inférieure de l'analyse limite basée sur des formulations numériques en éléments finis. Le sol considéré est purement frottant d'angle de frottement  $\phi$  égal à  $25^\circ$ ,  $30^\circ$  et  $35^\circ$ . En variant l'inclinaison de la charge, ils ont conclu que l'angle d'inclinaison réduit la capacité portante.

### 3.3 Capacité portante d'une fondation encastree à une profondeur « D »

Les fondations sont toujours placées à une certaine profondeur D au-dessous du niveau de la surface du sol. Dans ce cas on doit prendre en considération le poids du sol au-dessus de niveau de la fondation, aussi la résistance au cisaillement du sol situé au-dessus du niveau de la base de la fondation.

On peut distinguer trois cas d'encastrement, la Figure 3.16 (a) est une poutre encastrée, la fondation la plus commune pour ce type de structure est une semelle circulaire connue comme "spudcan footing" dans la littérature anglophone qui pénètre dans le sol durant le chargement où il n'existe aucun contact entre le côté latéral de la fondation et le sol. Le deuxième cas (la Figure 3.16 (b)) est d'une fondation couverte par le sol. Le troisième cas (la Figure 3.16 (c)) qui ressemble à une fondation de base de gravitaire, prend en considération le contact entre la fondation et le sol du côté latéral. Dans cette thèse on s'intéressera au troisième cas.

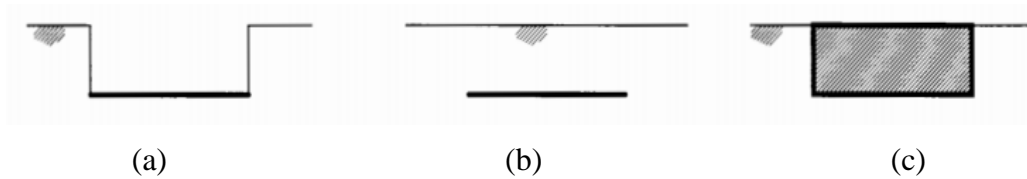


Figure 3. 16–Les cas d'encastrement. (a) poutre d'un tranchée (cas d'une fondation spudcan). (b) fondation couverte. (c) contacte parfait avec le sol latéral (cas d'une fondation à base gravitaire).

L'influence de l'encastrement est exprimé par des coefficients qui sont utilisés pour les fondations sous un chargement essentiellement vertical. Le Tableau 3.2 récapitule les coefficients empiriques et semi-empiriques de la profondeur proposés par différents chercheurs.

Skempton (1951) a proposé un coefficient de profondeur  $d_c$  pour les fondations filantes placées sur un sol argileux, qui montrent une amélioration de la capacité portante ; ce coefficient de la profondeur est limité à 1.5 pour un rapport  $D/B \geq 2.5$ .

Hansen (1970) a donné la valeur de 1 pour  $d_\gamma$ , en supposant que la cohésion  $c$  est nulle et la surcharge  $q$  du sol au-dessus de la base de la fondation est négligée. C'est-à-dire que le sol au-dessus du niveau de la fondation doit être considéré comme un sol non cohérent, non pesant et n'est pas chargé. Ainsi, il ne contribue pas dans la capacité portante.

Tableau 3.2– Coefficients de la profondeur.

Référence	Coefficient de la profondeur	Commentaires
Skempton (1951)	$d_c = 1 + 0.2 \frac{D}{B}$	Pour $D/B < 2.5$
	$d_c = 1.5$	Pour $D/B \geq 2.5$
Meyerhof (1963)	$d_c = 1 + 0.2 \sqrt{K_p} \frac{D}{B}$	quel que soit la valeur de $\phi$
	$d_q = d_\gamma = 1 + 0.1 \sqrt{K_p} \frac{D}{B}$	Ou : $K_p = \tan^2(45^\circ + \phi/2)$ $\phi > 10^\circ$
	$d_q = d_\gamma = 1$	$\phi = 0$
Hansen (1970)	$d_\gamma = 1$	
	$d_c = 1 + 0.4 \frac{D}{B}$	D/B ≤ 1
	$d_q = 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 \frac{D}{B}$	
	$d_c = 1 + 0.4 \tan^{-1} \frac{D}{B}$	D/B > 1
$d_q = 1 + 2 \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 \tan^{-1} \frac{D}{B}$		
Salgado et al. (2004)	$d_c = 1 + 0.27 \sqrt{\frac{D}{B}}$	/
Lyamin et al. (2007)	$d_\gamma = 1 + (8.404 - 0.151\phi) \frac{D}{B}$	$\phi$ en degré
	$d_q = 1 + (0.0036\phi + 0.393) \left(\frac{D}{B}\right)^{-0.27}$	$\phi = 25^\circ$ jusqu'à $45^\circ, 0 \leq D/B \leq 2$
Gourvenec (2008)	$d_c = 1 + 0.86 \left(\frac{D}{B}\right) - 0.16 \left(\frac{D}{B}\right)^2$	$0 \leq D/B \leq 1$
Bransby et Randolph (1999)	$d_c = 1 + 0.47 \left(\frac{D}{B}\right)$	/

Salgado et al. (2004) ont étudié la capacité portante en deux et en trois dimensions d'une fondation carrée, circulaire et rectangulaire dans une argile en utilisant la méthode d'analyse limite par éléments finis. Les résultats des analyses sont utilisés pour proposer des valeurs plus rigoureuses des coefficients de forme et de la profondeur pour les fondations sur une argile. Les coefficients de forme et de profondeur sont déterminés par le calcul de la capacité

portante des fondations de différentes géométries placées à différentes profondeurs d'encastrement  $D$  varie de 0 à 5 fois la largeur de la fondation. Salgado et al. (2004) ont utilisé des formulations numériques d'analyse limite basée sur les théorèmes de la limite inférieure et la limite supérieure de la plasticité (Hill (1951) et Drucker et al. (1951, 1952)) pour tous les problèmes en deux et en trois dimensions de la capacité portante. Pour les fondations filantes, seulement la moitié de la semelle est modélisée. Dans tous ces cas, les conditions aux limites peuvent être facilement satisfaites. L'interface entre la fondation et le sol est supposée rugueuse. Pour les problèmes d'une fondation filante, les calculs, effectués pour  $\gamma D/c_u = 1$  et pour le sol non pesant, montrent que la capacité portante des fondations filantes encadrées est représentée exactement par l'équation de la capacité portante de Terzaghi (1943). Il est clair depuis le champ de contrainte de la limite inférieure et le champ de vitesse de la limite supérieure pour des fondations superficielles et encadrées que les fondations encadrées mobilisent de plus grands volumes du sol. Salgado et al. (2004) ont également établi des coefficients de profondeur en divisant la moyenne des valeurs de la capacité portante  $q_{net}$  de la limite inférieure et supérieure aux différents ratios de  $D/B$  par celle d'une fondation sur la surface libre (Figure 3.18). D'après les résultats de l'analyse limite, Salgado et al. (2004) ont proposé une équation pour déterminer le facteur de profondeur  $d_c$  des fondations carrées, circulaires et rectangulaires (Tableau 3.2).

Edwards et al. (2005) ont appliqué la méthode des éléments finis pour déterminer sur les coefficients de profondeur de la capacité portante non drainée d'une fondation filante et circulaire, encadrée en utilisant "Imperial College Finite Element Program (de ICFEP) (Potts et Zdravkovic (1999))". Le rapport  $D/B$  a été varié de 0 à 4 avec un incrément de 0,25 pour  $D/B \leq 1$  et de 0,5 pour  $1 \leq D/B \leq 4$ . Ils ont considéré deux types d'interface sol-fondation (lisse et rugueuse). Le sol a été modélisé en utilisant le critère de Tresca, avec une cohésion non drainée constante avec la profondeur  $c_u = 50$  kPa, un module de Young  $E = 10^5$  kPa et un coefficient de Poisson  $\nu = 0.499$ . Pour une fondation filante posée en surface libre, ils ont trouvé  $N_c = 5.18$  qui est très proche à la solution exacte de Prandtl (1920)  $N_c = 2 + \pi$  (la Figure 3.19). Le résultat de  $s_c N_c = 6.09$  pour une fondation circulaire est également en bon accord avec la solution exacte 6,05 donnée par Eason et Shield (1960). Les résultats d'une fondation filante encadrée ont été comparés à ceux de la limite inférieure et supérieure de Salgado et al. (2004) et de Skempton (1951).

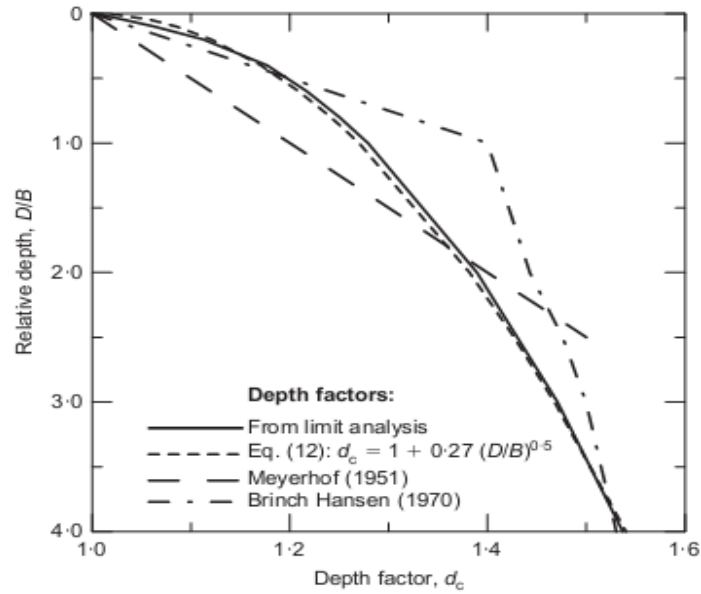


Figure 3. 17 – comparaison du coefficient de profondeur d'après Salgado et al. (2004)

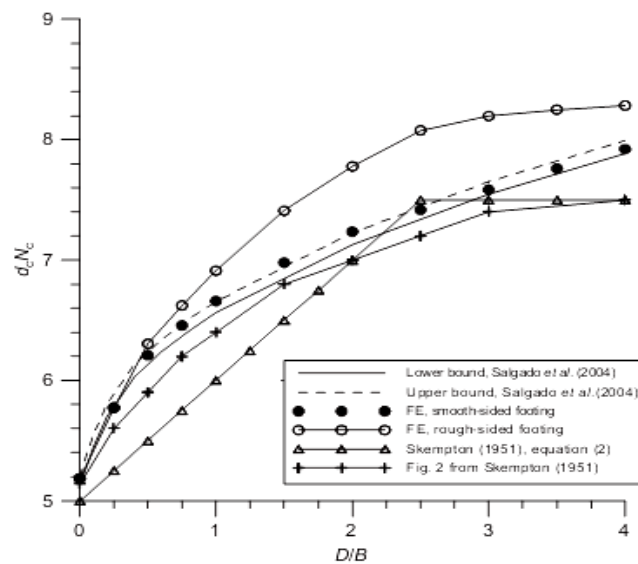


Figure 3. 18– Comparaison des coefficients de la profondeur d'une fondation filante d'après Edwards et al. (2005)

Les résultats de la fondation circulaire encastrée ont été comparés à ceux donnés par Salgado et al. (2004), Houlsby et Martin (2003), Martin (2001) et Skempton (1951). Les coefficients de profondeur de Edwards et al. (2005) ont été obtenus par la division des capacités portantes des fondations en profondeur par celles des fondations en surface libre. Aussi, ils ont prouvé que les paramètres élastiques du sol n'ont aucune influence sur la valeur finale de la capacité portante (Figure 3.19).

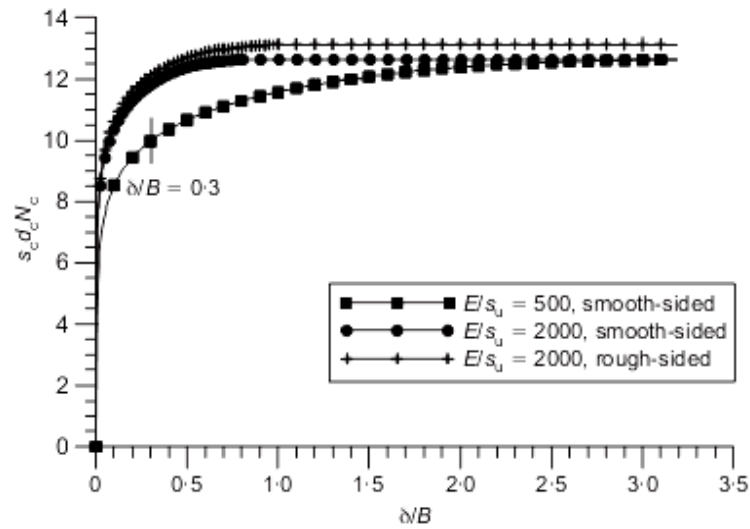


Figure 3. 19– Courbe charge-déplacement d'après Edwards et al. (2005).

Lyamin et al. (2007) ont déterminé les coefficients de forme et de profondeur d'une fondation sur un sol frottant. Les facteurs de forme et de profondeur ont calculés pour différentes géométries des fondations placées à des profondeurs  $D$  variées de 0 jusqu'à 2 fois la largeur ou le diamètre de la fondation, aussi pour un angle de frottement interne du sol varie de  $25^\circ$  à  $45^\circ$  par un incrément de  $5^\circ$ . L'interface entre la fondation et le sol est supposée rugueuse. L'expression proposée par Lyamin et al. (2007) est présenté dans le Tableau 3.2. Une forme très simplifiée de l'équation de la capacité portante a été proposé par Lyamin et al. (2007), l'analyse numérique permet de traiter le sol au-dessus du niveau de la fondation comme un sol. Cette technique a permis de calculer  $d_f$  comme indiqué sur la Figure 3.21. Il a été trouvé que les fondations superficielles encastrees mobilisent un plus grand volume de sol. En utilisant les calculs de la limite supérieure, Lyamin et al. (2007) ont prouvé que le taux du travail effectué par le déplacement du sol au-dessus du niveau d'une fondation encastree doit être supérieur au taux du travail effectué par une fondation avec une surcharge équivalente.

Gourvenec et Mana (2011) ont appliqué l'analyse élastoplastique par éléments finis et la méthode d'analyse limite en utilisant les éléments finis pour étudier la capacité portante d'une semelle filante et circulaire sur un sol cohérent hétérogène et en considérant une interface rugueuse et lisse. Le rapport d'encastrement de la fondation par rapport à sa largeur ou son diamètre ( $d/B$  où  $d/D$ ) est considéré égal à 0 (fondation superficielle), 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, et 1. L'étude porte éventuellement sur la définition de la charge verticale ultime. Ils ont remarqué

que la relation entre la capacité portante et la rugosité d'interface est linéaire et ont proposé aussi une expression linéaire en fonction de la rugosité et la profondeur d'encastrement.

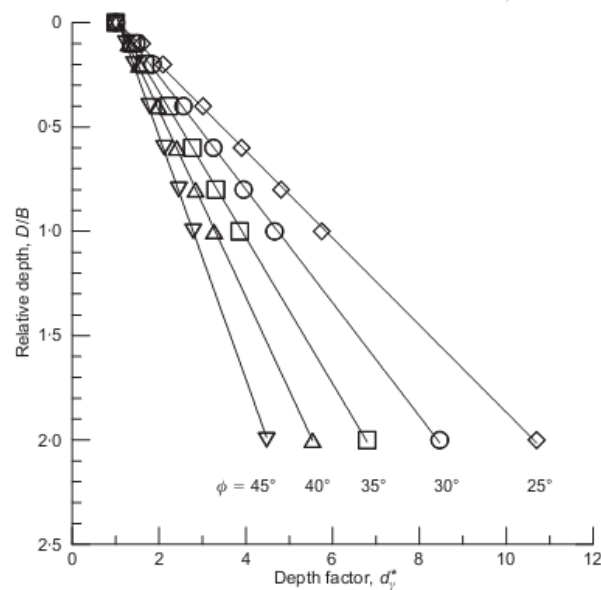


Figure 3. 20 – Coefficient de la profondeur  $d_r$  Lyamin et al. (2007).

### 3.4 Capacité portante d'une fondation encastree et soumise à un chargement incliné

La fondation encastree à une profondeur  $D$  peut être soumise à une combinaison de charge verticale  $V$  et horizontale  $H$ . Tan (1990) a étudié l'effet d'un chargement combiné (V-H) pour différentes fondations « spudcan » et coniques sur un sable, en effectuant des essais en centrifugeuse et une étude théorique par la méthode des caractéristiques. Tan (1990) a trouvé que pour les fondations spudcan, le champ des contraintes n'est pas symétrique pour  $V/V_0=0.5$ . La charge horizontale de pic se produit pour  $V/V_0=0.4$ . Dans son travail de thèse, Ross Wesley Bell (1991) a examiné le comportement élastique et la stabilité d'une fondation offshore sous un chargement combiné en utilisant les deux solutions existantes : analytique et la modélisation par éléments finis, pour les 3 cas d'encastrement présentés sur Figure 3.16. Tani et Craig (1995) ont traité des fondations filante et circulaire, des structures offshore comme des fondations superficielles encastrees à une profondeur  $D$ , en utilisant la théorie de la plasticité et par une série d'essais en centrifugeuse sur un modèle circulaire. Les résultats calculés sont présentés en termes de coefficient de profondeur d'encastrement  $d_c$ . Les résultats obtenus montrent que la profondeur d'encastrement de la fondation augmente significativement sa capacité portante, mais elle n'a aucun effet sur la taille de la courbe enveloppe.

Dans le contexte des fondations offshore, Bransby et Randolph (1998) ont supposé que le mécanisme de rupture d'une fondation sous un chargement combiné est basé sur deux composantes le mécanisme "scoop" et "wedge" comme illustré sur la Figure 3.21. En 1999 Bransby et Randolph ont étudié la réponse des fondations filantes sur un sol cohérent avec un gradient vertical de cohésion (sol non-homogène), soumises à un chargement combiné  $\{N, V$  et  $M\}$ . Ils ont simplifié le problème tridimensionnel par un problème plan traité par des analyses en éléments finis et par l'approche cinématique du calcul à la rupture (d'analyse limite). Les champs de vitesse virtuels utilisés sont inspirés des résultats des analyses en éléments finis, comme illustré sur la Figure 3.22. Ils ont conclu que la courbe enveloppe d'une fondation encastree est plus large que celui d'une fondation superficielle mais de même forme. Egalement, la capacité verticale et horizontale normalisées augmentent avec l'encastrement de la fondation pour la même valeur de la cohésion non drainée  $kD/s_{u0}$ . Afin de quantifier l'effet de la profondeur de l'encastrement, le coefficient de profondeur  $d_c$  est calculé pour  $kD/s_{u0}=D/d$  où  $D$  est la largeur de la fondation (Tableau 3.2). Les courbes enveloppes normalisées  $H/H_0$ ,  $V/V_0$  présentées sur la Figure 3.23 montrent que la profondeur d'encastrement de la fondation affecte sa capacité portante et la taille de la courbe enveloppe.

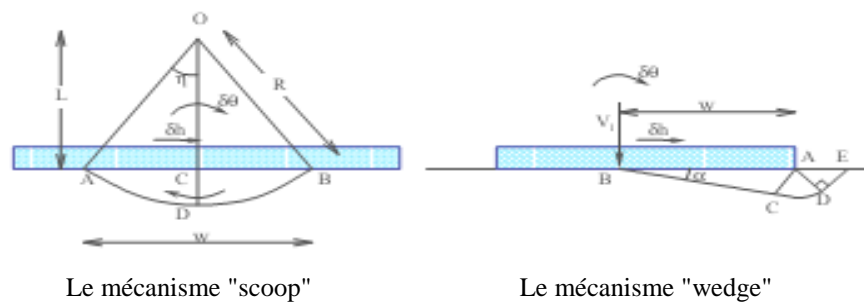


Figure 3.21 – Le mécanisme "scoop" et "wedge" d'après Bransby et Randolph (1998).

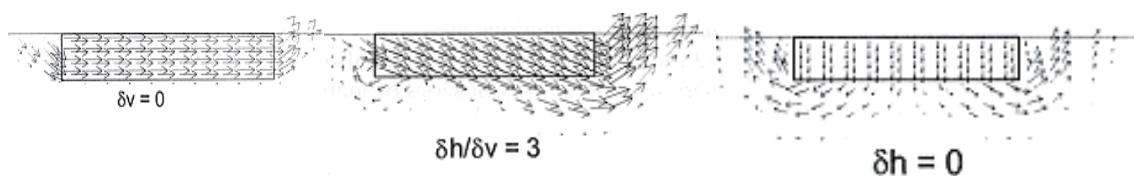


Figure 3. 22 – Champs de vitesse pour l'approche cinématique d'après Bransby et Randolph (1999).



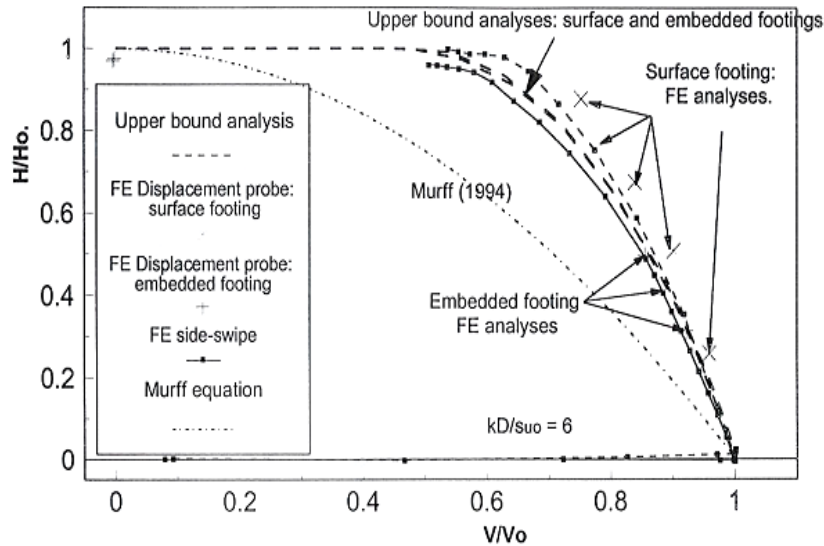


Figure 3. 23 – courbe enveloppe normalisée d’après Bransby et Randolph (1999).

Récemment, Gourvenec (2008) a effectué des analyses par éléments finis pour examiner l’effet de l’encastrement sur la capacité portante non drainée d’une fondation filante sous un chargement combiné. La courbe enveloppe de rupture est tracée pour le cas d’un chargement combiné. La Figure 3.24 présente la variation du facteur de la capacité portante verticale en fonction de la profondeur d’encastrement de la fondation. Gourvenec (2008) a proposé une expression pour le facteur d’encastrement vertical et horizontal  $d_c$ . La Figure 3.25 indique que la forme de la courbe enveloppe de rupture pour différentes valeurs du rapport  $D/B$  est la même mais sa taille se réduit par la croissance de  $D/B$ .

$$d_{cv} = 1 + 0.86 \frac{D}{B} - 0.16 \left( \frac{D}{B} \right)^2 \quad [3.12]$$

$$d_{ch} = 1 + 4.46 \frac{D}{B} - 1.52 \left( \frac{D}{B} \right)^2 \quad [3.13]$$

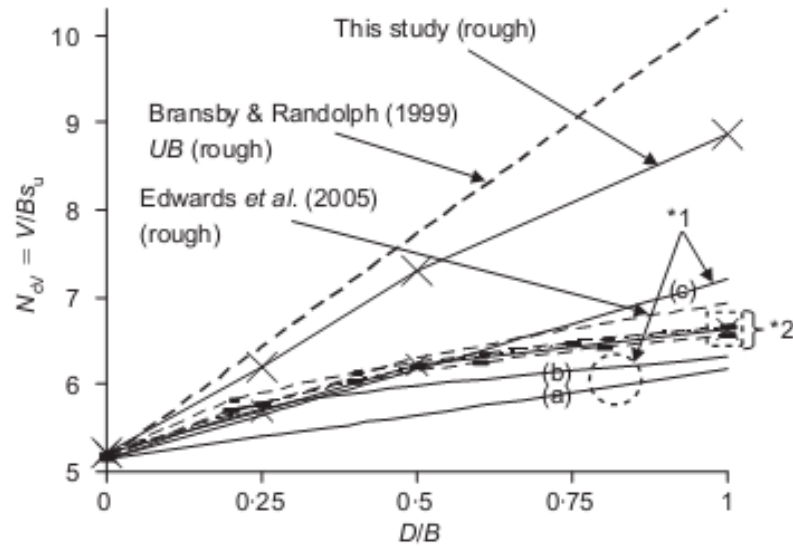


Figure 3.24– capacité portante verticale en fonction du rapport d'encastrement  $D/B$  d'après Gourvenec (2008).

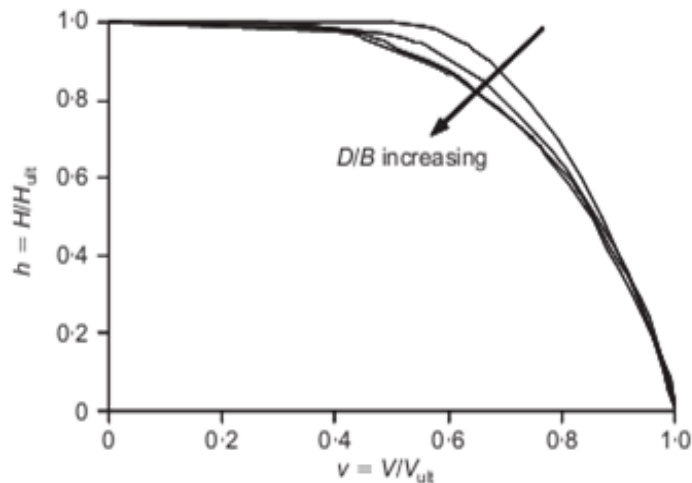


Figure 3. 25– courbe enveloppe de rupture normalisée pour un chargement vertical et horizontal.

### 3.5 Effet de la non-associativité du sol sur la capacité portante de la fondation

Le comportement non-associé du sol est un sujet incontournable durant l'étude de la capacité portante des fondations superficielles. Ce comportement est provoqué par la différence entre l'angle de frottement  $\phi$  et l'angle de dilataance  $\psi$ . Plusieurs lois empiriques ont été proposées pour donner des expressions à l'angle de dilataance  $\psi$  en fonction de l'angle de frottement  $\phi$ . Plusieurs chercheurs ont effectué des études numérique et expérimentales afin d'étudier l'effet

de ce comportement sur la portance des fondations. Yin et al. (2001) ont examiné l'influence de la non-associativité du sable dense sur la capacité portante d'une fondation filante superficielle en utilisant le code numérique FLAC basé sur la méthode de différences finies. L'angle de frottement varie de  $0^\circ$  à  $45^\circ$  par incrément de  $5^\circ$ , pour chaque valeur d'angle de frottement  $\phi$  l'angle de dilatance est égal à  $0, 1/3 \phi, 2/3 \phi$  et  $\phi$ .

La Figure 3.26 montre que pour une valeur de  $\phi = 35^\circ$  le rapport  $N_R = 2q/\gamma B$  augmente avec la croissance de l'angle de dilatance  $\psi$ . Pour une valeur de  $\psi = 0$ , la courbe de portance de vertical présente des oscillations qui peuvent être attribuées à l'aspect numérique du code FLAC. La valeur de la capacité portante adoptée est la moyenne entre les valeurs des oscillations.

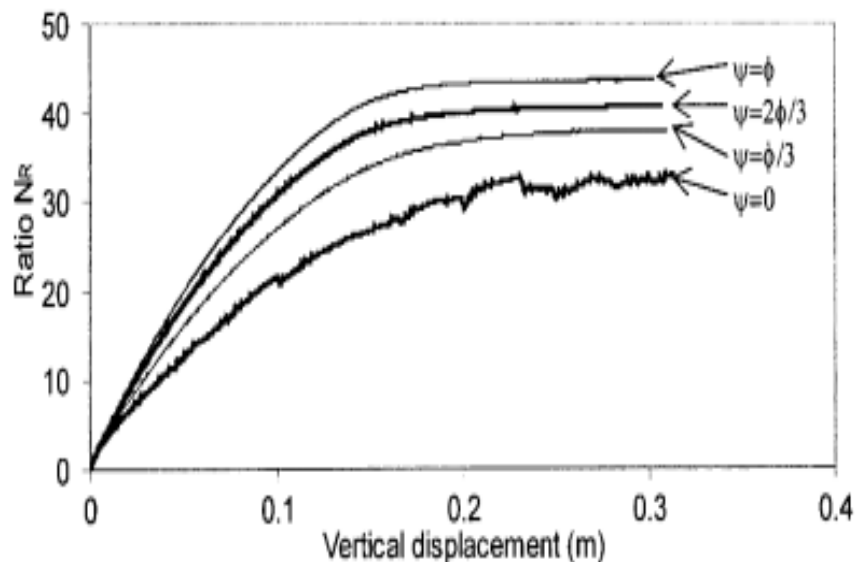


Figure 3.26– rapport  $N_R$  en fonction du déplacement vertical pour différentes valeurs de l'angle de dilatance  $\psi = 0, 1/3 \phi, 2/3 \phi$  et  $\phi$ .

Le champ des déplacements verticaux de la fondation pour différentes valeurs d'angle de dilatance présenté sur la Figure 3.27 montre que dans le cas d'un sol associé ( $\psi = \phi$ ), les déplacements verticaux sont supérieurs à ceux obtenus pour la cas d'un sol non-associé. Egalement, dans le cas associé le sol au-dessous de la semelle débouche vers le haut ; par ailleurs, le sol non-associé se déplace vers le bas.

L'effet de la non-associativité sur les courbes enveloppes de rupture a été étudié par Loukidis et al. (2008) pour le cas d'une fondation filante rigide placée sur une couche de sol purement frottant. La fondation est soumise à une charge verticale et inclinée. La Figure 3.28 présente

les résultats des courbes enveloppes de rupture dans le plan de chargement V-H. Il est clair que le comportement non-associé du sable provoque des oscillations numériques.

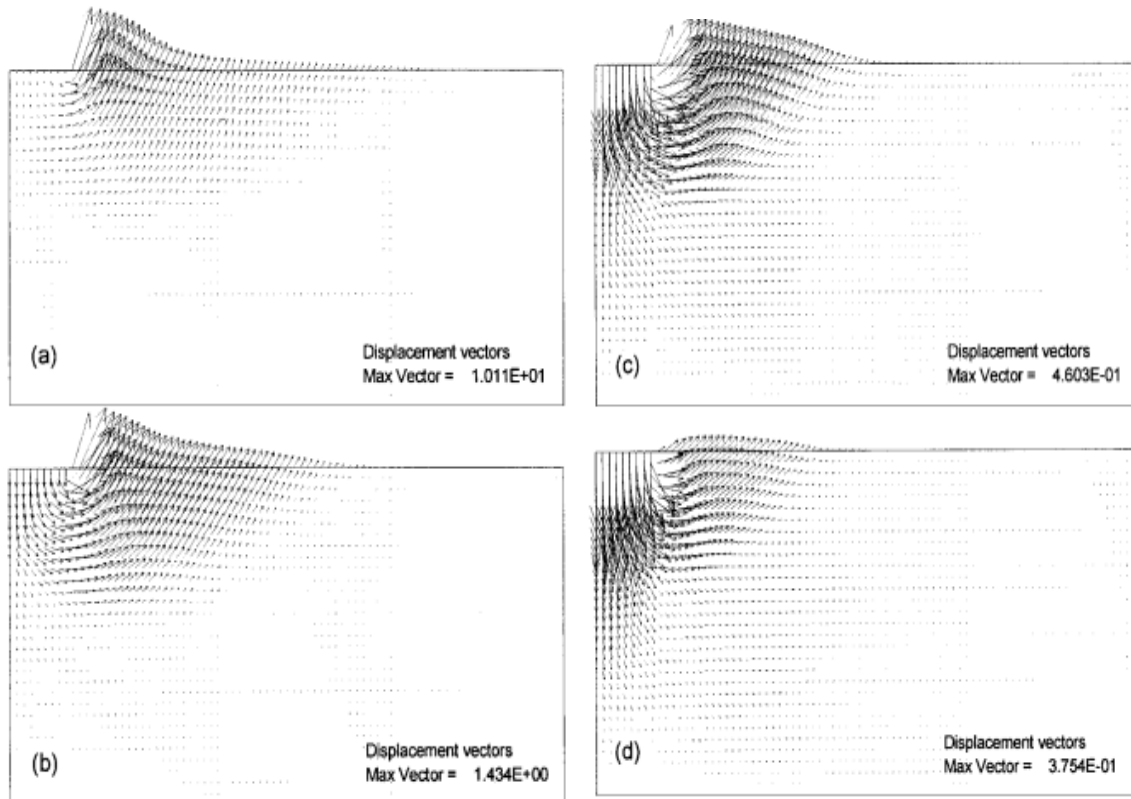


Figure 3.27– Vecteurs des déplacements pour : (a)  $\psi = \phi$ , (b)  $\psi = 2/3 \phi$ , (c)  $1/3 \phi$  et (d)  $\psi = 0$ .

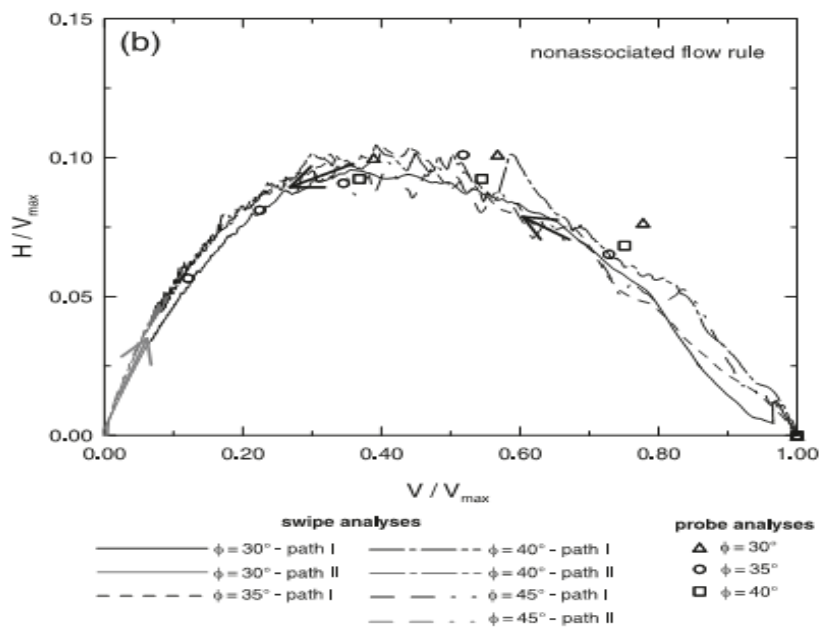


Figure 3.28– Courbes normalisées dans le plan V-H d'après Loukidis et al. (2008)

### 3.6 Conclusion

Les méthodes classiques tiennent en considération l'effet de l'encastrement de la fondation par des facteurs de correction nommés coefficients de profondeur ou d'encastrement ( $d$ ). L'hypothèse établie par Terzaghi (1943) considère que l'effet du sol situé au-dessus du niveau de la fondation peut être pris en compte en remplaçant ce dernier par une surcharge surfacique équivalente. Les travaux présentés dans ce chapitre montrent que la profondeur d'encastrement influe d'une manière considérable sur la capacité portante des fondations. Les résultats de Salgado et al. (2004) montrent que les fondations profondes mobilisent un plus grand volume de sol et dissipent plus d'énergie plastique.

L'effet de l'inclinaison de la charge a été bien étudié par plusieurs chercheurs. D'après les résultats trouvés, l'inclinaison de la charge provoque une diminution de la portance verticale de la fondation. Le mécanisme de rupture est différent de celui d'une fondation sous un chargement vertical. Les courbes enveloppes de rupture dans ce cas sont tracées pour un sol purement frottant ou cohérent. Dans le cas d'un sol purement cohérent Georgiadis (2010), indique une rupture de la fondation par glissement pour une valeur de  $H_0 = Bc_u$  et pour une charge verticale inférieure à la moitié de la valeur de la charge verticale ultime. Par ailleurs, pour le cas d'un sol purement frottant, Loukidis et al. (2008) montrent que la courbe enveloppe de rupture dépend l'angle de frottement interne du sol.

Le cas d'une fondation encastree à une profondeur  $D$  et soumise à un chargement incliné est moins étudié dans la littérature. Ce cas présente en réalité le comportement des fondations superficielles placées comme des plateformes des fondations offshore. Ce problème a été étudié par un nombre limité de chercheurs et pour le cas d'un sol cohérent. Bransby et Randolph (1999) ont conclu que la profondeur d'encastrement de la fondation affecte sa capacité portante, la taille de la courbe enveloppe de rupture et la forme du mécanisme de rupture.

Le comportement non-associé des sables denses provoque une diminution de la capacité portante des fondations superficielles. Cette diminution se traduit par un changement des mécanismes de rupture et les courbes enveloppes.

## Chapitre IV

# Modélisation des ouvrages géotechniques et lois de comportement

### 4.1 Introduction

Dans les méthodes de calcul des ouvrages, les matériaux du génie civil (sols, béton, roches, métaux...) sont assimilés le plus souvent à des milieux continus. Comme tout milieu continu, ces matériaux sont régis par les principes de la physique comme la conservation de l'énergie et la conservation de la quantité de mouvement... etc. Cependant, l'expérience quotidienne montre que, sous l'effet des mêmes actions extérieures, des volumes identiques d'acier, de sable et d'eau, par exemple, ne se comportent pas de la même manière.

Les lois générales de la physique ne permettent pas de distinguer le comportement de ces différents matériaux. Il convient donc de caractériser le comportement spécifique du milieu continu équivalent au matériau étudié et c'est l'objet de la loi de comportement, associé à un matériau, qui caractérise son évolution sous l'effet d'actions extérieures données.

La formulation de telle loi de comportement ressort du domaine de la rhéologie qui, au sens large, est la science de la déformation de la matière sous l'effet des sollicitations qui sont appliquées sur lui. A ce titre, les rhéologues étudient les propriétés de déformabilité des échantillons de matériau. La diversité et la complexité des comportements observés ont amené les rhéologues à distinguer un certain nombre de caractères de comportement tels que l'élasticité, la viscosité, la plasticité et leurs combinaisons (élasto-plasticité, visco-élasticité, viscoplasticité). Dans le cas des sols, la loi de comportement est particulièrement complexe.

## 4.2 Lois de comportement

Les sols sont constitués d'un mélange d'eau, de particules et de gaz dans des proportions variables selon les conditions extérieures (environnement, climat...etc.), on distingue ainsi les sols saturés, quasi saturés et les sols non saturés. Les sols saturés ou quasi saturés ont fait l'objet de très nombreuses études et aujourd'hui les lois de comportement et les modèles numériques permettent d'obtenir des résultats relativement satisfaisants par rapport aux mesures réalisées sur les ouvrages (Magnan et Mestat, 2011).

Les lois de comportement décrivent les relations entre les contraintes et les déformations dans un matériau. Elles traduisent le comportement constaté expérimentalement sous l'effet d'actions extérieures. Les sollicitations qui permettent d'obtenir une loi de comportement sont le plus souvent la traction ou la compression simple.

### 4.2.1 Etude expérimentale des lois de comportement des sols

Il est nécessaire de connaître les caractéristiques d'un sol avant toute construction, pour éviter tous les risques. Élaborer une loi de comportement pour un matériau consiste à construire une relation fonctionnelle permettant d'exprimer les efforts intérieurs (contraintes) en fonction des grandeurs cinématiques décrivant la déformation du milieu étudié. La courbe contraintes-déformations d'un sol a toujours l'allure représentée sur la Figure 4.1. La première courbe présente un pic. On admet que ce pic correspond à l'état de rupture, la déformation continue à décroître alors que la sollicitation appliquée diminue ou, au mieux, reste constante. La deuxième courbe avec une allure asymptotique, on définit arbitrairement la rupture à une valeur maximale de la déformation au-delà de laquelle le comportement de l'ouvrage est incompatible avec sa destination.

La forme de la courbe de déformation en fonction de la sollicitation appliquée n'est pas spécifique d'un mode de rupture : la diminution de la contrainte ou du couple appliqué au-delà d'un pic s'observe tant pour les ruptures sur surfaces de glissement que pour les ruptures par plastification de la masse du sol. Elle est, par contre, révélatrice de l'état du sol : les sables denses présentent un pic de résistance, comme les argiles à structure intacte, tandis que les sables lâches et les argiles remaniées ont habituellement un comportement de type asymptotique (Magnan, 1991).

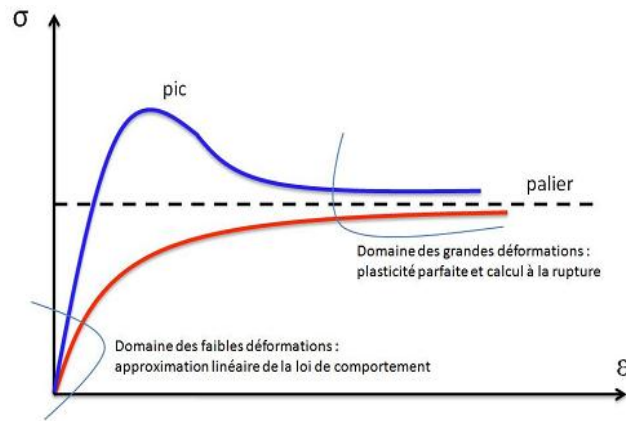


Figure 4. 1–Courbe contraintes-déformations type pour les sols. (Hassan Ali, 2010).

A l'heure actuelle, aucune représentation mathématique ou modèle théorique simple de ce comportement non linéaire ne fait l'unanimité des chercheurs. On se contente pour la pratique la plus courante donc de certaines approximations. Dans le domaine des petites déformations (0,001% à 1%) à très petites déformations (inférieures à 0,001 %), et de préférence sur un chemin de chargement monotone (bien qu'on puisse admettre approximativement la réversibilité), l'approximation linéaire est acceptable. On applique donc aux sols la théorie de l'élasticité linéaire. Dans le domaine des grandes déformations (supérieures à 1%), l'existence d'un palier sur la courbe ( $\sigma$ ,  $\epsilon$ ) permet d'utiliser la théorie de la plasticité parfaite (Hassan Ali (2010)). Le Tableau 4.1 résume le comportement des différents types de sol et le modèle de calcul convenable à chaque type. Un des essais les plus utilisés en laboratoire dans cette optique est l'essai triaxial. Le but étant de déterminer la résistance d'un échantillon de sol soumis au cisaillement.

Tableau 4. 1 – Comportement et modélisations des sols saturés (Magnan et Mestat, 2011).

Nature et état du sol	comportement	Modèle de calcul
Sols indurés et roches tendres (argiles raides, marnes, calcaires, craie, etc.).	Déformations faibles, linéaires, fonction du temps (perméabilité et viscosité). Rupture souvent fragile.	Milieu continu élastique linéaire ou non linéaire. Consolidation et fluage. Essais de laboratoire et en place.
Sols mous et sols organiques (argiles molles, vases, tourbes.)	Déformations importantes, fortement non linéaires, fonction du temps (perméabilité et viscosité).	Milieu continu élasto-plastique. Consolidation et fluage. Essais de laboratoire et en place.
Sols grenus (sables, graviers, etc.)	Déformations instantanées, dépendant de la densité initiale (dilatance ou contractance)	Milieu continu élasto-plastique (non associé). Essais de laboratoire et en place.



Pour bien comprendre le comportement du sol, il est intéressant de présenter le principe de l'essai triaxial. Une fois la consolidation isotrope est mise en place sous une pression de confinement  $\sigma_3$ , qui se présente dans la courbe  $q=f(p)$  par le point A (Figure 4.2). Lors du chargement la contrainte verticale  $\sigma_1$  augmente avec  $\sigma_3$  constante, ainsi une contrainte déviatorique  $q = \sigma_1 - \sigma_3$  est appliquée qui se croit linéairement avec la contrainte moyenne  $p$  selon une pente de 3.

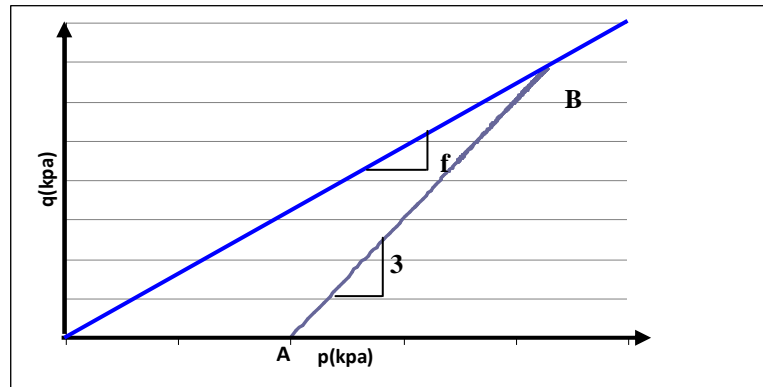


Figure 4. 2–Chemin de chargement.

La pression de confinement  $\sigma_3$  est isotrope cela veut dire :

$$\frac{\Delta q}{\Delta p} = \frac{\Delta(\sigma_1 - \sigma_3)}{\Delta\left(\frac{(2\sigma_3 + \sigma_1)}{3}\right)} = \frac{\Delta\sigma_1}{\frac{\Delta\sigma_1}{3}} = 3 \quad [4.1]$$

Cette droite s'arrête en interceptant au point B la droite du critère de rupture de Mohr-Coulomb  $q=f(p)$  avec :

$$f = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi} \quad [4.2]$$

Pour les sables (la cohésion est nulle) le critère de Mohr-Coulomb est illustré sur la Figure 4.3.

En considérant le triangle rectangle OCD sur la Figure 4.3:

$$\sin \phi = \frac{CD}{OD} = \frac{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}{\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \quad [4.3]$$

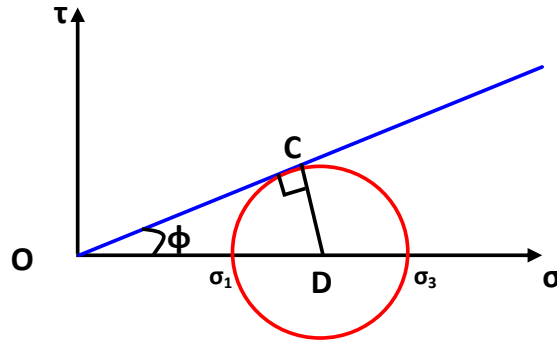


Figure 4. 3– Cercle de Mohr.

sachant que :

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad \text{Et} \quad p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3} \quad [4.4]$$

ce qui donne :

$$\frac{q}{p} = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi} = f \quad [4.5]$$

La courbe définissant la déformation du sol (déformation axiale de l'éprouvette triaxiale, déplacement de la boîte de cisaillement, expansion volumique du pressiomètre, rotation du scissomètre) en fonction de la sollicitation qui l'a produite (déviateur dans l'essai de compression à l'appareil triaxial, contrainte de cisaillement dans l'essai de cisaillement à la boîte, pression dans la sonde pressiométrique, couple appliqué au scissomètre) présente une déformation volumique qui traduit la diminution de volume ou *la contractance*. Lorsque la sollicitation agissant sur les grains devient suffisamment grande pour provoquer le désenchevêtrement rapide et le réarrangement de la structure granulaire, le taux de déformation  $\varepsilon_v$  tend à s'inverser et le matériau devient *dilatant* avant d'atteindre les grandes déformations. *La dilatance* ainsi produite est d'autant plus importante que le matériau est initialement dense et que la pression de confinement est faible (Luong, 1980). D'après Magnan (1991) le comportement dilatant des sables denses disparaissait à partir d'une certaine valeur de sollicitation appliquée : leur comportement devient alors identique à celui des sables lâches, qui sont toujours contractants (Figure 4.4).

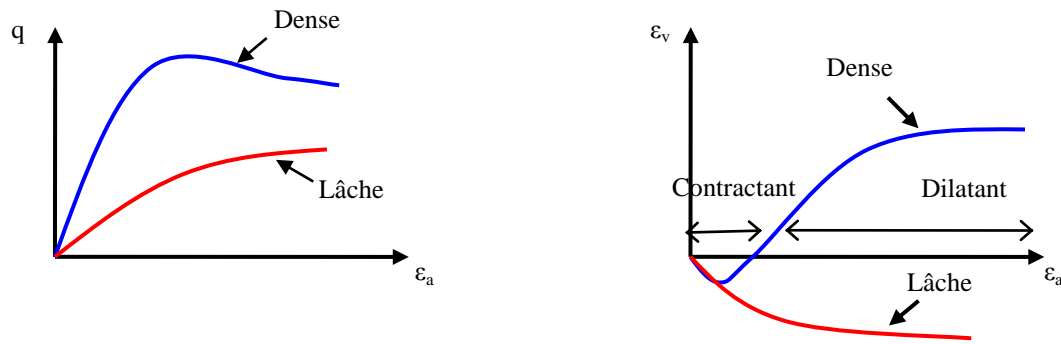


Figure 4. 4–Comportement du sol.

De cette explication on peut conclure les définitions suivantes :

**La contractance** : le serrage des grains traduit par une déformation volumique positive  $\varepsilon_v > 0$ .

**La dilatance** : le réarrangement des grains traduit par l'inversion du sens de variation de la déformation volumique  $\varepsilon_v$  Figure 4.5.

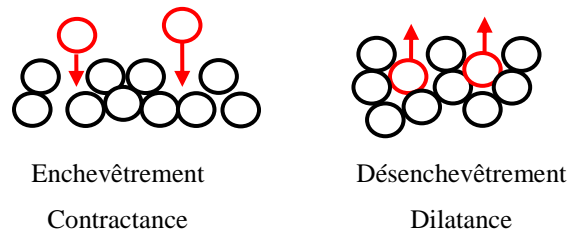


Figure 4.5–La contractance et la dilatance.

#### 4.2.2 Comportement élastique

Un milieu continu est dit élastique si l'état de contrainte est déterminé de manière unique par l'état de déformation actuel, mesuré à partir d'une configuration de référence fixe. L'histoire de la déformation n'intervient pas (Mestat, 2007). En élasticité, le milieu pesant est caractérisé par son poids volumique  $\gamma$ , son module d'élasticité  $E$ , son coefficient de Poisson  $\nu$  et sa limite d'élasticité. A partir de ces différents paramètres, la théorie de l'élasticité permet de déterminer les contraintes et les déformations en chaque point du massif pour des problèmes simples. Le Tableau 4.2 ci-dessous résume les valeurs proposées par différents auteurs pour le module de Young. Dans le cas de l'élasticité linéaire isotrope, l'expression la plus courante est donnée par la relation de Hooke qui adopte les formes établies dans les équations 4.6 et 4.7.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} \left[ (1+\nu) \sigma_{ij} - \nu \sigma_{pp} \delta_{ij} \right] \quad [4.6]$$

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_{pp} \delta_{ij} \quad [4.7]$$

où :  $\delta_{ij}$  : Indice de Kronecker.

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \text{ Constante de Lamé.}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \text{ Module de déformation transversal (de cisaillement).}$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \text{ Module de déformation volumique (de compressibilité).}$$

$$E = \frac{9KG}{3K+G} \text{ Module d'élasticité (de Young).}$$

$$\nu = \frac{3K-2G}{2(3K+G)} \text{ Coefficient de Poisson.}$$

Tableau 4.2 – Module d'Young pour quelques sols (Hassan Ali, 2010).

Matériau	Module d'Young (MPa)	Auteurs
Sable dense	50-80	(Bowles, 1988), (Cernica, 1995), (Hunt, 1986), (Hallam et al. 1978)
Sable limoneux	5-20	(Bowles, 1988)
Sable lâche	10-30	(Hunt, 1986)
	10-25	(Converse, 1962) et (Bowles, 1988)
	20-80	(Hallam et al. 1978)
	10-40	(Mestat, 1995)
Argile très molle	0,3-15	(Bowles, 1988)
Argile molle	2-25	
Argile raide	7-20	(Hunt, 1986)
Argile très raide	50-100	(Bowles, 1988)
Argile sableuse	25-250	
Limon	2-20	(Hallam et al. 1978), (Hunt, 1986) et (Bowles, 1988)
Limon mou	4-8	(Hallam et al. 1978)
Limon semi-ferme	5-200	

Dans beaucoup d'ouvrages réels de génie civil, les déformations du sol restent faibles. L'utilisation de la théorie de l'élasticité linéaire est justifiée et il est ainsi possible de calculer les déplacements verticaux sous une structure (tassements). Cependant, la théorie d'élasticité ne peut s'appliquer aux sols que moyennant certaines précautions. En effet, les principales différences entre la théorie de l'élasticité et le comportement des sols portent sur la non-linéarité de la courbe contrainte-déformation, la non réversibilité des déformations et l'influence de la vitesse d'application des sollicitations (Mestat, 1986 ; Philipponnat et Hubert, 1998). En définitif, le sol réel présente un comportement mécanique prévu par la théorie d'élasticité (la loi de Hooke) seulement quand l'intensité de la contrainte est suffisamment faible (par rapport à l'effort de rupture). La théorie de la plasticité permet, en revanche, de calculer les contraintes correspondant à l'apparition des grandes déformations dans un massif, c'est-à-dire à la rupture.

### 4.2.3 Comportement plastique

Le modèle élasto-plastique pour le comportement des matériaux a été initialement élaboré à partir des résultats expérimentaux relatifs au comportement des métaux. Les domaines d'application débordent maintenant ce cadre, puisque l'on résout des problèmes d'élasto-plasticité pour des applications tant en mécanique des sols qu'en calcul des structures. Ce schéma de comportement exclut tout effet de vieillissement et de viscosité du matériau.

Le schéma élasto-plastique est caractérisé par les concepts fondamentaux suivants :

- la partition des déformations, qui décompose le tenseur des déformations totales ( $\varepsilon_{ij}$ ) en la somme du tenseur des déformations élastiques ( $\varepsilon_{ij}^e$ ) et du tenseur des déformations plastiques ( $\varepsilon_{ij}^p$ ).

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad [4.8]$$

- la surface de charge, qui définit le seuil de contrainte au-delà duquel le comportement d'un matériau est irréversible (plastique).
- Le domaine d'élasticité, qui correspond à l'intérieur de la surface de charge et dans lequel les déformations sont réversibles.
- la règle d'écoulement plastique, qui décrit la manière dont évoluent les déformations plastiques.

- l'écroûissage, qui permet de faire évoluer la surface de charge dans l'espace des contraintes en fonction de l'intensité des sollicitations (et des déformations plastiques).
- Le critère de rupture ou critère de plasticité, qui caractérise la rupture du matériau, lorsque le seuil de contrainte n'évolue plus et que les déformations continuent de croître.

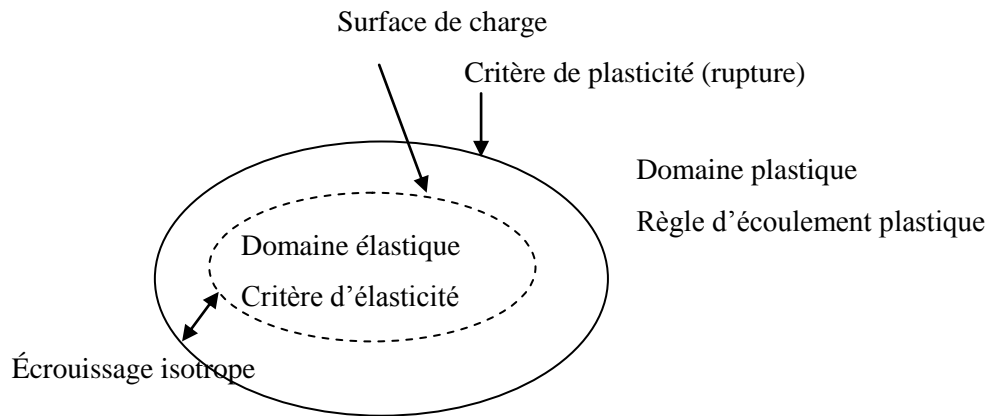


Figure 4.6– Le schéma élasto-plastique.

#### 4.2.3.1 Critères de plasticité pour les sols

Les lois de comportement utilisées couramment par les ingénieurs pour décrire les massifs de sol sont des lois élasto-plastiques parfaites (sans écroûissage), composées d'une élasticité linéaire isotrope ou anisotrope, d'un critère de plasticité et d'un potentiel plastique. L'application de ces modèles permet d'analyser le comportement à la rupture des fondations, des pentes, des tunnels, des ouvrages de soutènements... etc.

##### 4.2.3.1.1 Critères de Mohr-Coulomb

Cette loi élastique parfaitement plastique est utilisée pour décrire de manière approchée le comportement des sols pulvérulents (sable), des sols cohérents à long terme (argiles et limons) et de certaines roches. La loi de Tresca est considérée comme un cas particulier de la loi de Mohr-Coulomb lorsque  $\phi=0$  ; cette loi est utilisée pour l'étude des sols à court terme (Magnan et Mestat, 2011).

Un sol satisfait le critère de Mohr-Coulomb cela veut dire que ses états d'équilibre plastique sont conformes avec la droite de Mohr ; ainsi, ses états d'équilibre plastique sont compatibles avec une résistance linéaire agissant comme une tangente au cercle de Mohr des contraintes tracée pour les contraintes principales. Le critère de rupture de Mohr-Coulomb est

la loi caractérisant un état de plastification du sol en un point particulier du milieu (Figure 4.7). La contrainte de cisaillement  $\tau$  et la contrainte normale  $\sigma$  sont liées par la formule suivante :

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad [4.9]$$

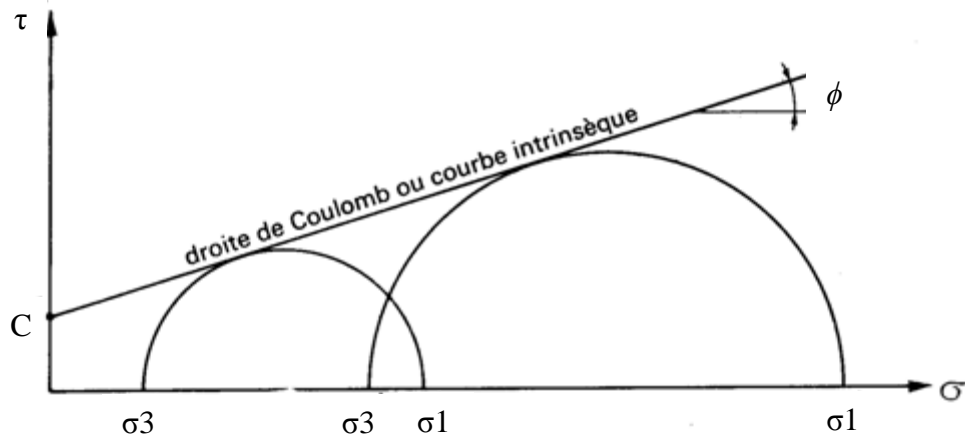


Figure 4.7–Surface de rupture de Mohr-Coulomb.

Cette formule est valable si les contraintes considérées pour l'établissement de la courbe intrinsèque sont les contraintes totales et en considérant implicitement que  $\sigma_2 = \sigma_3$ . Si les axes de la représentation de Mohr représentent les contraintes effectives pour lesquelles  $\tau' = \tau$  et  $\sigma' = \sigma - u$ , l'équation s'écrit alors comme suit :

$$\tau' = c' + \sigma' \tan \phi' \quad [4.10]$$

Dans l'espace des contraintes principales effectives  $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3)$  la surface définie par la fonction de charge  $F$  est une pyramide de section hexagonale ayant pour axe la droite d'équation :  $\sigma'_1 = \sigma'_2 = \sigma'_3$ . L'équation de la surface de charge est la suivante :

$$F(\sigma'_{ij}) = |\sigma'_1 - \sigma'_3| - (\sigma'_1 + \sigma'_3) \sin \phi' - 2c' \cos \phi' = 0 \quad [4.11]$$

Où  $\sigma'_1$  et  $\sigma'_3$  représentent les contraintes principales extrêmes ( $\sigma'_1 \geq \sigma'_2 \geq \sigma'_3$ , avec la convention de signe suivante : les compressions sont comptées positivement).

Le potentiel plastique de cisaillement s'écrit, en fonction des contraintes principales extrêmes:

$$G(\sigma'_{ij}) = |\sigma'_1 - \sigma'_3| - (\sigma'_1 + \sigma'_3) \sin \psi \quad [4.12]$$

Lorsque l'angle de frottement  $\phi$  et l'angle de dilatance  $\psi$  sont égaux, la règle d'écoulement est dite associée.

La partie élastique du comportement est définie par l'élasticité linéaire isotrope de Hooke. Au total, la loi de Mohr-Coulomb comprend cinq paramètres mécaniques :  $E'$  (module d'Young),  $\nu'$  (coefficient de Poisson),  $c'$  (cohésion),  $\phi'$  (angle de frottement) et  $\psi$  (angle de dilatance). Lorsque  $\phi' = 0^\circ$  et  $\psi = 0^\circ$ , la loi est appelée loi de Tresca.

Les paramètres de la loi de Mohr-Coulomb sont déterminés couramment à partir des résultats d'essais de laboratoire (essai triaxial). A cause de la particularité de l'essai triaxial en compression ( $\sigma'_2 = \sigma'_3$ ), deux surfaces de charge se trouvent simultanément activées : cet état est appelé régime d'arrêt. Un calcul simple montre que les déformations plastiques vérifient la relation suivante :

$$\frac{d\varepsilon_{vol}^p}{d\varepsilon_a^p} = \frac{-2 \sin \psi}{1 - \sin \psi} \quad [4.13]$$

La quantité  $\frac{-2 \sin \psi}{1 - \sin \psi}$  caractérise la variation de volume au cours de la phase plastique ; pour cette raison, l'angle  $\psi$  est appelé angle de dilatance.

La Figure 4.8 ci-dessous représente la modélisation d'un essai triaxial de compression par la loi de Mohr-Coulomb et indique les relations qui existent entre les paramètres  $E'$ ,  $\nu'$ ,  $c'$ ,  $\phi'$  et  $\psi$ . Cette Figure montre également qu'il y a cinq inconnues pour quatre équations. Il faut donc au moins deux essais triaxiaux pour déterminer tous les paramètres. En général, trois essais sont réalisés à différentes pressions de confinement.

En mécanique des sols, la cohésion  $c'$  et l'angle de frottement  $\phi'$  sont traditionnellement calculés dans le plan de Mohr ( $\sigma', \tau$ ) à partir des états de contraintes à la rupture, estimés pour chaque essai triaxial.



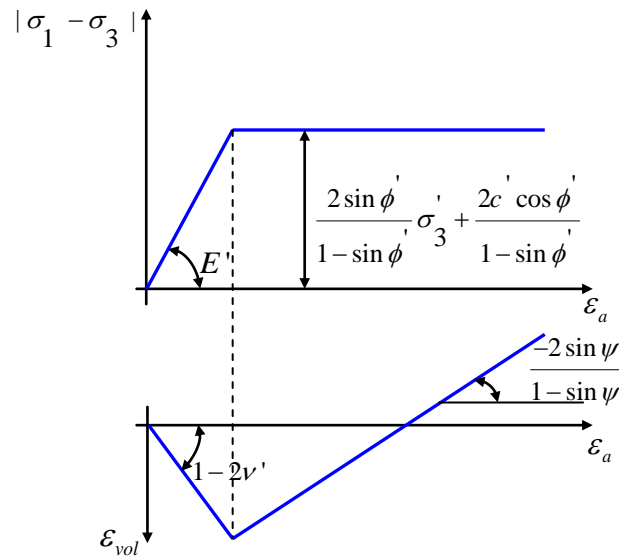


Figure 4.8– Modélisation d'un essai triaxial de compression par la loi de Mohr-Coulomb (Mestat, 2007).

### 4.3 Modélisation des fondations superficielles

Lorsque des problèmes d'interaction interviennent entre le sol et des structures ou lorsqu'une fondation doit être construite à proximité d'un ouvrage préexistant, une modélisation par éléments finis ou par différences finies peut apporter des informations utiles sur le fonctionnement de l'ouvrage, sur les champs de déplacement et de contrainte, et ainsi compléter une étude géotechnique classique. Ces études sont rendues possibles parce que, contrairement aux méthodes de dimensionnement classique, la méthode des éléments finis et la méthode de différences finies permettent de tenir compte de l'état des contraintes en place, des propriétés de l'interface, de la géométrie parfois complexe et de chargement quelconque. Ainsi, la modélisation des fondations superficielles peut être divisées en trois catégories :

- Modélisations en déformation plane (semelle filante, radiers de grandes dimensions...etc.).
- Modélisations en symétrie de révolution (fondation circulaire, réservoirs cylindrique...etc.).
- Modélisations tridimensionnelles lorsque aucune simplification géométrique n'est possible, par exemple, forte hétérogénéité des couches de sol, plates-formes pétrolières, fondations de centrale nucléaire, interaction tridimensionnelle avec d'autre ouvrage (Mestat et Prat, 1999).

#### **4.4 Présentation de l'outil de simulation numérique FLAC**

Le logiciel FLAC (**F**ast **L**agrangian **A**nalysis of **C**ontinua) est un code de calcul en différences finies explicites basé sur une formulation numérique appelée « méthode des éléments lagrangiens » (Billiaux et Cundall, 1993).

Le code de modélisation en deux dimensions FLAC (2005) permet la résolution de problèmes en contraintes-déformations dans un milieu continu. En tout point du massif, le tenseur des contraintes et des déformations est connu, ce qui permet de visualiser les phénomènes en jeu.

Le programme est basé sur la méthode des différences finies : les variables sont connues en des lieux discrets de l'espace et il n'est pas nécessaire de stocker une matrice de rigidité globale, seules les variables à la fin de chaque pas de temps sont stockées, le schéma de résolution est explicite.

##### **4.4.1 Description du code de calcul**

Le FLAC (2005) est basé sur la méthode des différences finies, dans la méthode proposée, les coordonnées des nœuds peuvent être facilement réactualisées à chaque pas de temps, et le maillage se déforme avec le matériau qu'il représente. La formulation est donc « Lagrangienne », par opposition à la formulation « Eulérienne », pour laquelle le matériau se déforme et se déplace par rapport à un maillage fixe. L'intérêt de la méthode Lagrangienne est qu'elle permet de traiter facilement des problèmes en grandes déformations.

##### **4.4.2 Schéma de résolution explicite**

La méthode des éléments Lagrangiens consiste en une application « non-traditionnelle » de la méthode des différences finies, où l'objectif est de trouver la solution d'un problème statique ou quasi-statique en introduisant les équations de dynamique de mouvement afin d'assurer sa stabilité lors des ruptures soudaines des matériaux non linéaires, au cours desquelles une partie de l'énergie est transformée en énergie cinétique qui se dissipe ensuite. Cette opération est assurée par l'inclusion des termes d'inertie dans la formulation numérique. Durant cette formulation, les déplacements incrémentaux sont ajoutés aux coordonnées et le maillage se déforme donc avec le matériau qu'il présente. L'intérêt de la méthode Lagrangienne est qu'elle permet de traiter les problèmes en grandes déformations de manière à la fois rigoureuse et aisée.

Le principe fondamental de la résolution explicite est que chaque boîte de la Figure 4.9 actualise toutes les variables qu'elle doit traiter à partir de valeurs connues et qui restent figées durant les calculs dans la boîte.

Pour détailler le principe, disons que la méthode des différences finies invoque l'équation de mouvement, pour calculer les vitesses et les déplacements à partir des contraintes et des forces. Et à partir des vitesses, le taux de déformation est calculé et de nouvelles contraintes et forces sont déduites. Cet ensemble d'opérations se fait sur un cycle (un pas), au cours duquel les grandeurs sont supposées constantes (une fois les vitesses calculées, elles restent constantes durant un cycle jusqu'à ce qu'elles soient calculées de nouveau). C'est pour valider l'hypothèse de constance que le pas de temps doit être choisi suffisamment petit pour que l'information ne puisse pas passer d'un élément à l'autre au cours de cet intervalle de temps.

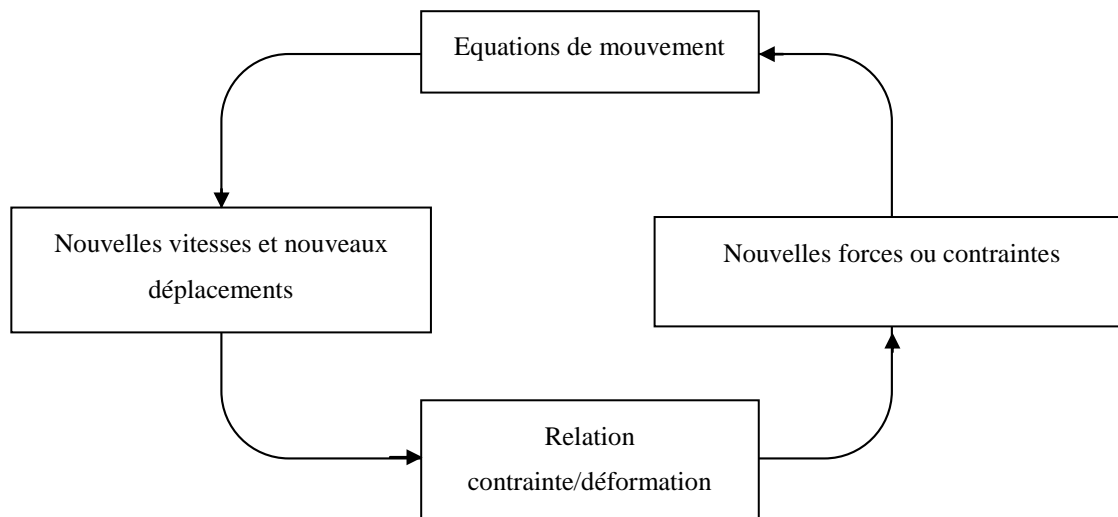


Figure 4.9– Cycle explicite de calcul de base par la méthode des différences finies, pour un pas de temps  $\Delta t$ , d'après Billaux et Cundall (1993).

Les équations du mouvement sont utilisées pour calculer de nouvelles vitesses et donc de solide déformable dans un référentiel lagrangien, l'équation du mouvement de 2<sup>ème</sup> loi de Newton est exprimée par l'équation [4.30].

$$\rho \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad [4.14]$$

avec :

$\rho$ : masse volumique

$t$ : temps

$\dot{u}$  : vecteur vitesse

$x$ : vecteur position

$g$ : accélération due aux forces de volume

Les taux de déformations  $\dot{\epsilon}_{ij}$  (Équation [4.31]) sont ensuite déduits et la loi de comportement du matériau (Équation [4.32]) est utilisée pour calculer de nouvelles contraintes. Chaque séquence de calcul forme un cycle de calcul.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad [4.15]$$

$$\sigma_n = f(\sigma_p, \epsilon, k) \quad [4.16]$$

avec :

$\sigma_n$ : nouvelles contraintes

$\sigma_p$ : contraintes du cycle de calcul précédent

$\epsilon$ : déformation

$k$ : paramètre d'écrouissage

La méthode de résolution implémentée dans FLAC (2005) présente des avantages et des inconvénients. Billiaux et Cundall (1993) ont présenté une comparaison de cette méthode avec la méthode implicite utilisée par les éléments finis, le Tableau 4.3 montre cette comparaison. On peut signaler que la qualité primordiale du FLAC (2005) c'est le fait que, aucune itération n'est nécessaire pour calculer les contraintes à partir des déformations, quel que soit le type de comportement envisagé pour le sol. Néanmoins un inconvénient subsiste lors de la résolution de problèmes linéaires en petites déformations, en effet, l'imposition d'un pas de temps trop

petit nécessite obligatoirement un nombre de cycles de calcul important pour obtenir la solution. Ainsi, il est recommandé d'utiliser la méthode explicite pour l'étude des systèmes non-linéaires en grandes déformations.

Tableau 4.3– Comparaison des méthodes explicite et implicite, d'après Billiaux et Cundall (1993).

Explicite	Implicite
Le pas de temps doit être inférieur à une valeur limite critique pour assurer la stabilité	Pas de restriction sur le pas de temps, au moins pour certains schémas de résolution
Peu de calculs par pas de temps	Calculs nombreux par pas de temps
Pas d'amortissement numérique significatif introduit pour les problèmes dynamiques	Amortissement numérique dépendant du temps pour les schémas inconditionnellement stables
Prise en compte de lois de comportement non-linéaires sans itérations supplémentaires	Nécessité d'une procédure itérative pour la prise en compte de comportements non-linéaires
Si le pas de temps est inférieur à sa valeur critique, une loi non-linéaire est toujours suivie d'une manière correcte	Il est toujours nécessaire de démontrer que la procédure est : (a) stable, et (b) physiquement correcte, c'est-à-dire qu'elle permet de suivre un chemin de contraintes physiquement correct
Aucune matrice n'est construite. La mémoire nécessaire est minimum	Une matrice de rigidité doit être stockée. La mémoire nécessaire est importante
Aucune matrice n'étant construite, des grandes déformations et de grands déplacements peuvent être pris en compte avec quasiment aucun calcul supplémentaire	Des calculs supplémentaires sont nécessaires pour suivre de grandes déformations et de grands déplacements.

#### 4.4.3 Formulation numérique en différences finies : passage du problème continu à la discrétisation

En deux dimensions, le milieu continu est discrétisé en quadrilatères, chacun d'eux étant divisé en deux paires d'éléments triangulaires (a, b) et (c, d) à déformation uniforme comme

indiqué sur la Figure 4.18. La force exercée sur un nœud est la moyenne des forces pour les deux paires de triangles, ce qui permet d'assurer une réponse symétrique à un chargement symétrique.

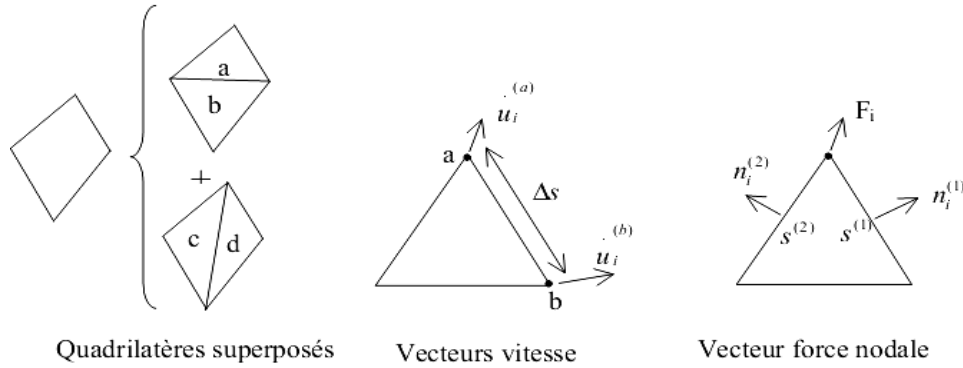


Figure 4.10– Discretisation mixte.

A chaque étape de la Figure 4.9 correspond une formulation numérique en différences finies. Les équations aux différences finies sont déduites du théorème de Gauss :

$$\int_s n_i f ds = \int_A \frac{\partial f}{\partial x_i} dA \quad [4.17]$$

Où :

$s$  : est le périmètre de l'élément A.

$n_i$  : est le vecteur unitaire normale à  $s$

$f$  : est un scalaire, vecteur ou tenseur défini sur A et son périmètre.

Le tenseur taux de déformation est donné par l'équation [4.15] et l'application du théorème de Gauss permet d'obtenir une relation en fonction des vitesses au nœud (a) et (b) (Figure 4.10):

$$\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} \cong \frac{1}{2A} \sum_s \left( \dot{u}_i^{(a)} + \dot{u}_i^{(b)} \right) n_j \Delta s \quad [4.18]$$

$\Delta s$ : distance du point a au point b,

A : aire de l'élément.

Résumant la démarche de calcul par FLAC (2005) :

- a) Les équations du mouvement sont utilisées pour calculer de nouvelles vitesses et donc de nouveaux déplacements à partir des contraintes et des forces en jeu.
- b) A partir du tenseur des déformations  $\dot{\epsilon}_{ij}$ , on utilise la loi de comportement (et l'ajustement de rotation pour les grandes déformations) pour en déduire un nouveau tenseur de contrainte (Équation [4.16]).
- c) De ces contraintes on déduit la force totale appliquée à chaque nœud en sommant toutes les forces à ce nœud dues à chaque élément dont il fait partie, en ajoutant le chargement éventuel et les forces de volume  $F_i^g = g_i m_g$  ( $m_g$  : masse gravitationnelle)
- d)  $\Sigma F_i$  est la force nette non équilibrée appliquée au nœud. On applique ensuite la loi de Newton (Équation [4.14]) dont la formulation en différences finies est :

$$\dot{u}_i^{(t+\Delta t/2)} = \dot{u}_i^{(t-\Delta t/2)} + \sum F_i^{(t)} \frac{\Delta t}{m} \quad [4.19]$$

On obtient les nouvelles vitesses de déplacement aux nœuds puis on effectue le pas de calcul suivant (retour en a). En grandes déformations, on calcule également les nouvelles coordonnées du nœud :

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} + \dot{u}_i^{(t+\Delta t/2)} \Delta t \quad [4.20]$$

Il est intéressant de noter que les mouvements doivent être amortis de manière à arriver à l'état stationnaire (équilibre ou écoulement permanent) en un minimum de cycles. Par simplification, le FLAC (2005) impose à chaque nœud une force d'amortissement dont le module est proportionnel au module de la force nette non-équilibrée, et dont la direction est telle qu'elle produit toujours un travail négatif.

Le critère de convergence pour contrôler la fin des cycles de calcul est basé sur l'état d'équilibre de l'ensemble des éléments. Le programme teste pour chacun des éléments le déséquilibre de force et retient la force maximale non équilibrée. L'utilisateur définit la force en delà de laquelle la convergence est supposée suffisante.

#### 4.4.4 Éléments d'interface

Le traitement analytique des problèmes comportant des interfaces (interaction sol-structure, par exemple) pose beaucoup de difficultés théoriques et mathématiques. Et, si ce traitement est envisageable pour quelques configurations idéales, les solutions correspondent rarement aux exigences pratiques. Ces dernières décennies, des méthodes numériques ont été développées pour apporter des solutions approchées à ce type de problème. Dans le cadre de ces méthodes, des éléments spéciaux dits « élément d'interface » ou « élément joint » ont été développées pour le traitement des problèmes de contact entre les milieux de même nature ou de nature différente.

Pour le calcul des fondations, le comportement à l'interface est décrit par une loi élastoplastique non associée du type Mohr-Coulomb. Le critère de Coulomb est adopté dans l'élément d'interface adopté par FLAC (Figure 4.11). La force de cisaillement sur un élément de longueur  $L$  est limitée par la relation :

$$F_{s \max} = cL + \tan \phi F_n \quad [4.21]$$

Les paramètres de l'interface sont :

- la raideur normale  $k_n$
- la raideur tangentielle  $k_s$
- la cohésion  $c$
- l'angle de dilatance  $\psi$
- l'angle de frottement  $\phi$
- la résistance à la traction  $T$



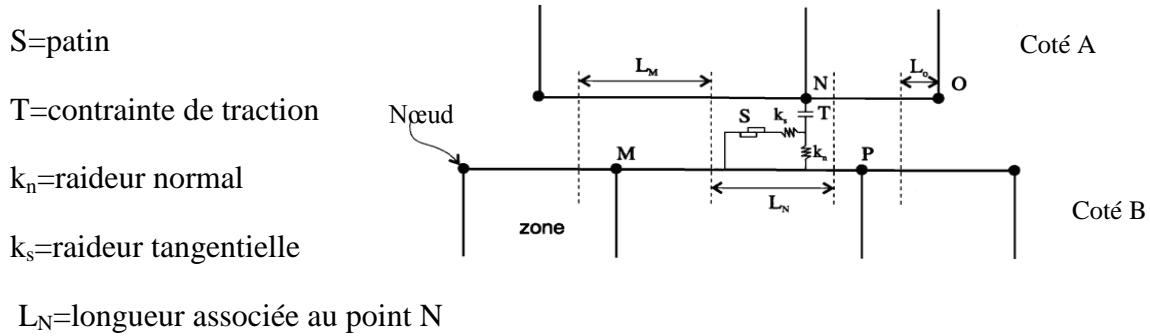


Figure 4.11– Élément d'interface.

Pour les caractéristiques de frottement, de cohésion, de dilatance et de traction limite, on prend généralement celles du matériau le moins résistant. Les raideurs  $k_n$  et  $k_s$  sont plus difficiles à estimer. Des tests préliminaires pour les cas étudiés dans cette thèse ont montré une faible sensibilité des résultats à ces deux paramètres. Afin de limiter les temps de calcul, FLAC propose la règle suivante : prendre des valeurs de raideurs  $k_n$  et  $k_s$  égales à dix fois la valeur de rigidité équivalente de la région voisine la plus rigide. La rigidité apparente d'une zone, exprimée en contrainte par unité de longueur est :

$$\max \left[ \frac{K + \frac{4}{3}G}{\Delta z_{\min}} \right] \quad [4.22]$$

Où  $K$  et  $G$  sont respectivement les modules volumiques et de cisaillement et  $\Delta z_{\min}$  est la plus petite dimension dans la direction normale des zones adjacentes.

#### 4.5 Conclusions

La loi de comportement élastique parfaitement plastique proposée par Mohr-Coulomb décrit d'une manière très efficace le comportement réel du sol et présente l'avantage de la facilité d'insertion par le code numérique. La plupart des logiciels de modélisation sont de type "boite noire", ce qui limite leur domaine d'application. Dans ce chapitre une explication judicieuse de schéma de résolution de formulation numérique a été faite, afin de mieux comprendre sa démarche de calcul. Le code FLAC (2005) est un outil très puissant et donne la possibilité d'étudier l'influence de plusieurs paramètres sur différents types d'ouvrages géotechniques grâce à la formulation numérique adoptée.

## Chapitre V

### Analyse numérique de la capacité portante non drainée d'une fondation filante encastrée

#### 5.1 Introduction

Dans ce chapitre une analyse numérique par la méthode des différences finies est proposée pour examiner l'effet de l'encastrement sur la portance non drainée d'une fondation superficielle filante. Les résultats sont comparés à ceux déterminés par les expressions données dans la littérature. L'objectif de cette étude est d'analyser la portance d'une fondation filante encastrée dans un sol purement cohérent à une profondeur  $D$ , en utilisant le code FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua) en différences finies explicites. Aussi, l'objectif de ce chapitre est de montrer les limites d'application de l'hypothèse de Terzaghi (1943) basée sur le remplacement du sol situé au-dessus de la base de la fondation par une surcharge équivalente. L'analyse numérique est effectuée en faisant varier plusieurs paramètres géométriques et mécaniques, afin d'évaluer l'effet de l'encastrement sur la portance et les mécanismes de rupture.

#### 5.2 Capacité portante non drainée d'une semelle filante encastrée sous un chargement vertical

La capacité portante non drainée d'une fondation filante est un problème important en mécanique des sols, elle est généralement calculée en utilisant la formule proposée par Terzaghi (1943) basée sur le principe de superposition :

$$q_{ult} = cN_c + \gamma DN_q \quad [5.1]$$

où:

$q_{ult}$ : est la capacité portante ultime.

D: la profondeur d'encastrement.

$\gamma$ : le poids volumique du sol.

c: la cohésion.

Dans le cas d'une fondation superficielle dans un sol purement cohérent, une forme très simplifiée de l'équation de la capacité portante est utilisée pour l'étude numérique en utilisant la méthode des différences finies (FLAC). L'analyse numérique permet le traitement du sol au-dessus de la base de la fondation comme un sol et non pas comme une surcharge. Dans ce cas, le terme de profondeur disparu, ainsi, l'équation 5.1 peut être remplacée par la relation suivante:

$$q_{ult} = c_u d_c N_c \quad [5.2]$$

où:

$d_c$ : le coefficient de profondeur.

Dans la présente étude, la capacité portante non drainée d'une semelle rigide encastrée est examinée en considérant l'effet de la profondeur de l'encastrement D. L'étude est faite pour une semelle lisse et rugueuse. Les résultats numériques sont comparés à ceux donnés par Skempton (1951), Salgado et al. (2004), Edwards et al. (2005), Gourvenec (2008) et Gourvenec et Mana (2011).

### 5.2.1 Définition du problème

La Figure 5.1 montre le problème bidimensionnel de la capacité portante examiné dans cette étude numérique. On considère une fondation rigide de largeur  $B$  placée à une profondeur  $D$  sous la surface d'un sol cohérent et soumise à une charge verticale centrée. Le sol purement cohérent est caractérisé par une cohésion non drainé  $c_u$  constante avec la profondeur. Le comportement du sol est régi par une loi élastique linéaire isotrope –parfaitement plastique– et le critère de Tresca a été adopté. Le comportement élastique de ce modèle est caractérisé par un module volumique  $K=2,33 \times 10^5$  kPa et un module de cisaillement  $G= 4.7 \times 10^3$  kPa (équivalant à  $E= 14$  MPa et  $\nu = 0,49$ ). La cohésion non drainée est prise égale à  $c_u = 20$  kPa et

le poids volumique  $\gamma=15\text{kN/m}^3$ . L'interface entre le sol et la base de la fondation est supposée rugueuse ou lisse.

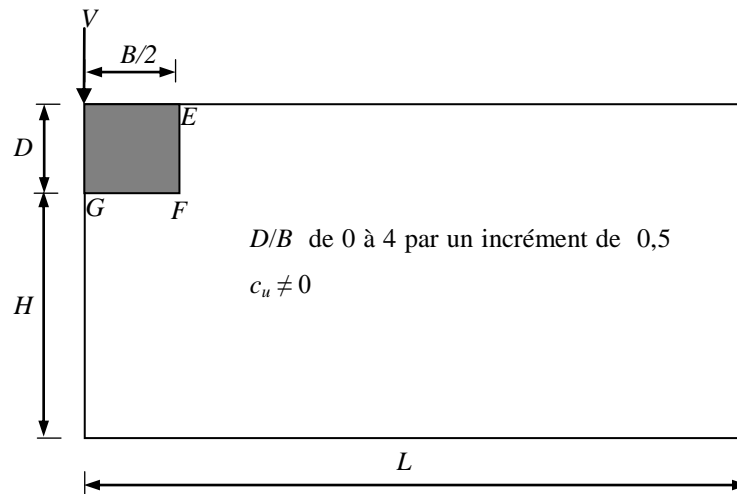


Figure 5. 1– Présentation du problème.

### 5.2.2 Modélisation numérique par le code FLAC

Le code FLAC a été utilisé pour estimer la capacité portante d'une fondation filante de largeur  $B=2$  m, soumise à un chargement vertical centré et encastrée à une profondeur  $D$  dans un sol argileux, le rapport  $D/B$  varie de 0 à 4 par un incrément de 0.5. La modélisation est effectuée en déformation plane. La symétrie du problème est considérée, ainsi seule la moitié du modèle est prise en compte. Le calcul par FLAC est basé sur la discrétisation du modèle adopté en plusieurs éléments, un exemple du maillage adopté est présenté sur la Figure 5.2. Les frontières adoptées sont suffisantes pour la mobilisation d'un mécanisme de rupture. Le maillage du massif du sol est relativement raffiné dans les zones de forts gradients de contraintes, c'est-à-dire au voisinage de la fondation et le sol, afin d'assurer la précision des résultats. Les conditions aux limites sont prises en compte en bloquant les déplacements horizontaux et verticaux pour la limite inférieure et pour la limite latérale droite, pour la limite latérale gauche, le déplacement est bloqué seulement dans la direction horizontale. La fondation rigide est connectée avec le sol par un élément d'interface régi par le critère de Mohr-Coulomb. Afin d'assimiler les différentes conditions d'interface entre le sol et la fondation (lisse ou rugueuse), un élément d'interface d'épaisseur nulle est placé le long des frontières EFG (la Figure 5.2). L'élément d'interface le long de la base FG de la fondation présente toujours une interface rugueuse en supposant une cohésion  $c = 20$  kPa pour l'interface, aussi une rigidité normale  $k_n = 10^9$  Pa/m et une rigidité tangentielle  $k_s = 10^9$  Pa/m. Pour modéliser l'interface rugueuse entre le sol et la fondation, l'élément d'interface le long

du côté EF a les mêmes propriétés de l'élément de la base FG. Cependant, pour modéliser l'interface lisse entre le sol et la fondation, l'élément d'interface le long du côté EF est caractérisé par la même rigidité normale et tangentielle et une valeur nulle de la cohésion.

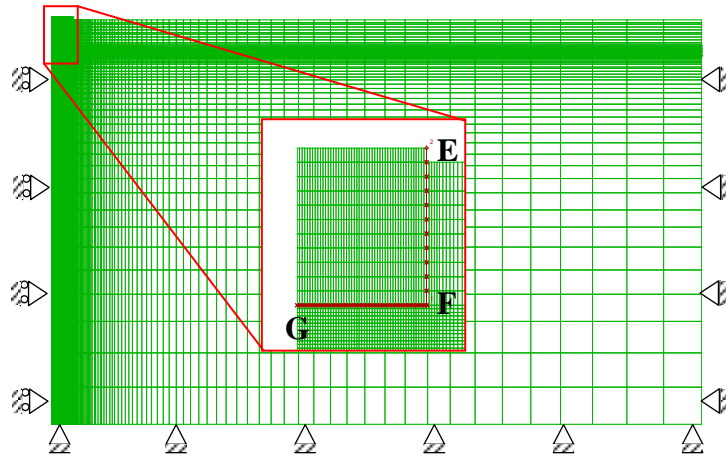


Figure 5. 2– Maillage et conditions aux limites pour l'analyse d'une semelle filante encastrée.

L'évaluation de la capacité portante est effectuée par l'application d'une vitesse verticale faible ( $2 \times 10^{-7}$  m/pas) sur tous les nœuds qui discrétisent la fondation. La contrainte de contact est calculée en utilisant un sous programme FISH. Le mouvement progressif de la fondation rigide induit par l'application de la vitesse verticale sur les nœuds est accompagné par une augmentation de la contrainte dans le sol. Finalement, cette contrainte se stabilise pour une valeur qui indique la charge limite ou bien la capacité portante de la fondation (Figure 5.3).

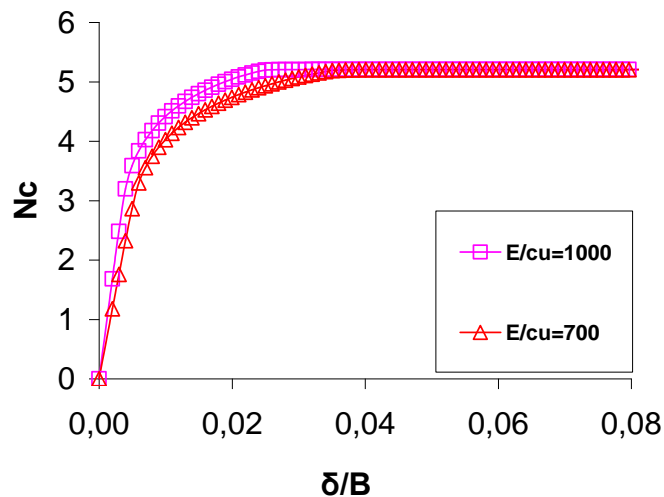


Figure 5. 3– Variation du facteur  $N_c$  en fonction du rapport  $\delta/B$  (déplacement du centre de la semelle/largeur de la semelle) pour différentes valeurs du rapport  $E/c_u$ .

Pour examiner l'influence des paramètres élastiques sur la portance du sol, deux valeurs ont été prises pour le module de Young ( $E = 14$  et  $20$  MPa). La Figure 5.3 présente une comparaison de la capacité portante non drainée obtenue pour un rapport  $E/c_u$  égal à 700 ( $E=14$  MPa,  $c_u=20$  kPa) et pour un rapport  $E/c_u$  égal à 1000 ( $E=20$  MPa,  $c_u=20$  kPa). Les résultats présentés sur la Figure 5.3 montrent que le sol atteint la même charge limite pour différentes valeurs du module de Young  $E$ , mais pour différentes valeurs de déplacements de la fondation. Ainsi, si les valeurs de  $E$  choisies sont élevées, la capacité portante est atteinte pour un déplacement plus petit). Cela veut dire que les caractéristiques élastiques influent sur la pente initiale de la courbe pression-tassement mais non pas sur la charge limite.

### 5.2.3 Résultats et discussions

#### 5.2.3.1. Validation des résultats

Le facteur de portance  $N_c$  est calculé par le code FLAC (2005) et comparé avec les résultats numériques publiés. Le Tableau 5.1 compare les résultats de la présente étude avec ceux de Prandtl (1921), Griffiths et al. (2002), Merifield et al. (1999) et Salgado et al. (2004). Il est intéressant de noter que la présente étude surestimation de la valeur du facteur de portance  $N_c$  d'environ 1,2% par rapport à la solution exacte de Prandtl (1921) ce qui présente une excellente concordance.

Tableau 5. 1–Comparaison du facteur de portance  $N_c$ .

	solution de Prandtl (1921)	FLAC Présente étude	Griffiths et al. (2002)	Merifield et al. (1999)			Salgado et al. (2004)	
				LB	UB	Moyenne	LB	UB
$N_c$	5,14	5,204	5,423	4,94	5,32	5,13	5,132	5,203
comparaison par rapport à la solution exacte de Prandtl (1921)	0	+1,24%	+5,51%	-3,89%	+3,50%	-0,20%	-0,16%	+1,20%

Remarque : le signe positif présente le cas où  $N_c > 5,14$ , et le signe négatif présente le cas où  $N_c < 5,14$ .

### 5.2.3.2. Facteur de portante pour une fondation encastrée

La Figure 5.4 montre l'influence de l'encastrement de la fondation sur la capacité portante ; cette figure présente la variation de la portance ( $N_c d_c = q_u / c_u$  où  $d_c$  est le coefficient de la profondeur) en fonction du rapport  $D/B$ . Les résultats numériques montrent qu'une fondation encastrée donne la plus grande valeur de la capacité portante. Pour comparer les résultats de la présente étude avec ceux de Skempton (1951), Salgado et al. (2004), Edwards et al. (2005) Gourvenec (2008) et Gourvenec et Mana (2011), la capacité portante est calculée comme la somme des réactions verticales des forces exercées sur la base de semelle, avec la prise en compte de la contrainte de cisaillement sur le coté vertical EF, aussi en négligeant cette contrainte. D'après Skempton (1951) le facteur de portance  $N_c^* = N_c d_c$  atteint une valeur maximale de 7,5 pour  $D/B \geq 2,5$ . Par ailleurs, les résultats de la présente étude, Salgado et al. (2004) et Edwards et al. (2005) indiquent que le facteur de portance  $N_c^*$  ne stabilise pas pour une valeur maximale. Pour  $D/B \leq 3$  les résultats de la présente étude sont en bonne concordance avec ceux de Edwards et al. (2005). D'autre part, la prise en compte de la contrainte de cisaillement sur le coté vertical EF, conduit à un excellent accord entre les présents résultats et ceux de Gourvenec (2008) et Gourvenec et Mana (2011) pour  $D/B \leq 0,5$ . Les résultats de Salgado et al. (2004) et Skempton (1951) sont inférieurs à ceux obtenus par les calculs élasto-plastiques de la présente étude.

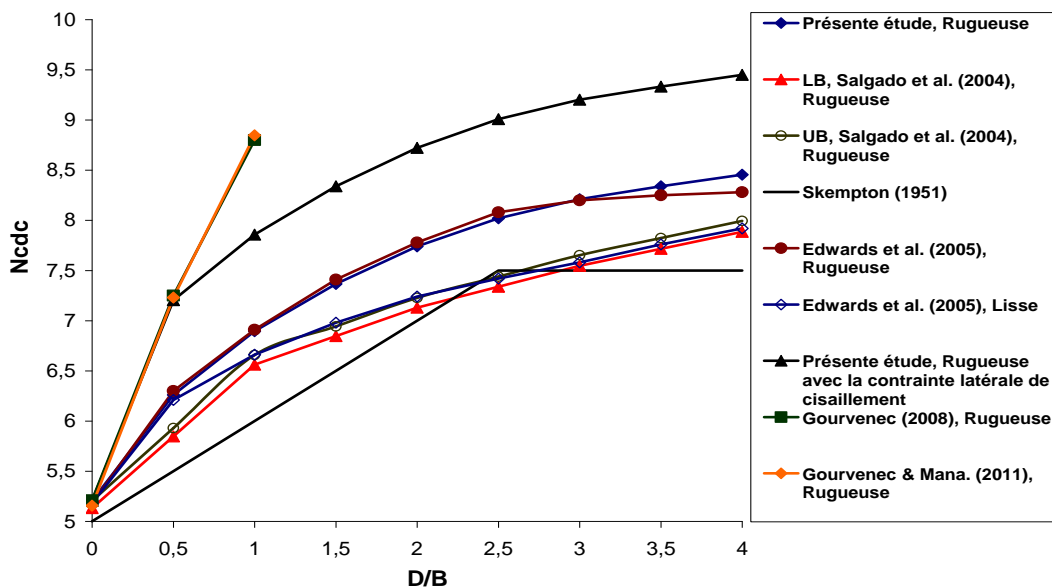


Figure 5. 4– Variation du facteur de portance  $N_c^* = N_c d_c$  en fonction du rapport  $D/B$ .

### 5.2.3.3. Coefficient de profondeur $d_c$

Les résultats numériques sont utilisés pour déduire le coefficient de profondeur  $d_c$ , déterminé par la division de la capacité portante calculée à une profondeur  $D$  par celle obtenue à la surface libre ( $d_c = q_{uD \neq 0} / q_{uD=0}$ ). La Figure 5.5 présente les résultats de coefficient  $d_c$  en fonction du rapport  $D/B$ . Les résultats de la présente étude sont comparés à ceux proposés par Skempton (1951), Hansen (1970), Meyerhof (1963), Salgado et al. (2004) et Edwards et al. (2005). La présente étude donne des résultats en bonne concordance à ceux obtenus par Edwards et al. (2005) pour le cas  $D/B \leq 3$ . Cependant, les présentes valeurs de coefficient de profondeur  $d_c$  sont légèrement supérieures à celles données par Edwards et al. (2005). Il est important de noter que les valeurs conventionnelles proposées par Skempton (1951), Meyerhof (1963) et Hansen (1970) sont obtenues pour le cas d'une fondation à base lisse. Aussi, il est clair que pour les faibles profondeurs d'encastrement ( $D/B < 0,5$ ) toutes les méthodes donnent des résultats en bon accord.

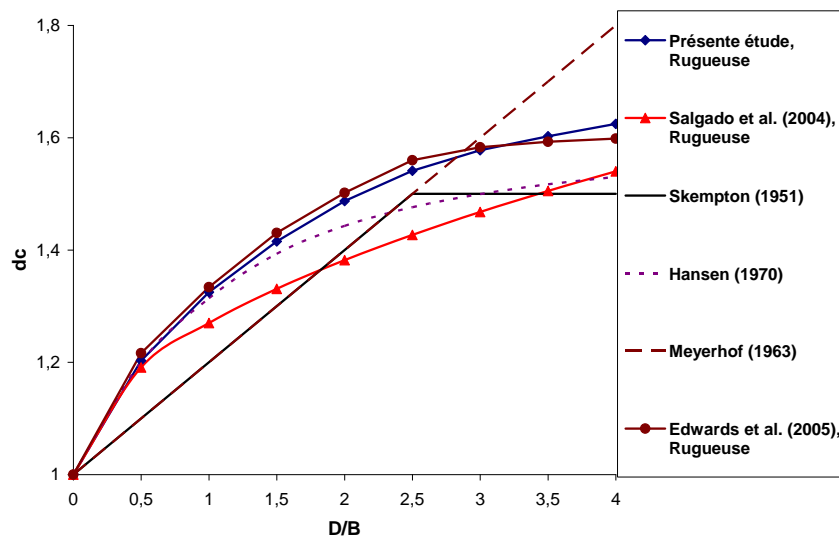


Figure 5. 5– Variation de  $d_c$  en fonction du rapport  $D/B$ .

D'après Loukidis et al. (2008), pour les fondations en béton, le glissement entre le sol et la fondation se produit directement dans le sol, dans ce cas il n'y a aucun élément d'interface sol-fondation ; ainsi, l'interface entre le sol et la fondation est parfaitement rugueuse. La Figure 5.6 présente les résultats du coefficient de profondeur  $d_c$  pour une interface lisse et rugueuse. La présente étude montre l'effet de l'interface sur le coefficient de profondeur  $d_c$ ; on peut noter une augmentation de 13% pour un rapport  $D/B=4$ , dans le cas d'une semelle rugueuse.



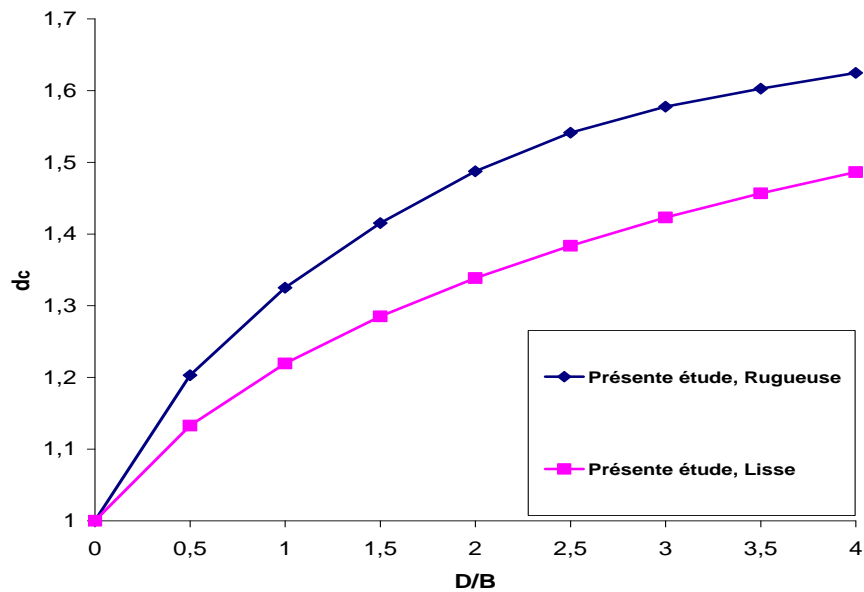


Figure 5. 6– Variation de  $d_c$  en fonction du rapport  $D/B$  pour une interface sol-fondation parfaitement lisse et rugueuse.

#### 5.2.3.4. Mécanisme de la rupture

La Figure 5.4 présente les contours de déformation de cisaillement maximale d'une fondation rugueuse. Dans le cas d'une semelle non encastrée ( $D/B=0$ ), le mode de rupture est décrit par une rupture par cisaillement généralisé. On peut remarquer l'augmentation de la taille du mécanisme de rupture pour les fondations encastrées; aussi, un coin élastique au-dessous de la semelle. Il est clair que le mécanisme de rupture est accompagné aussi par une mobilisation du frottement sur le côté vertical de la fondation encastrée.

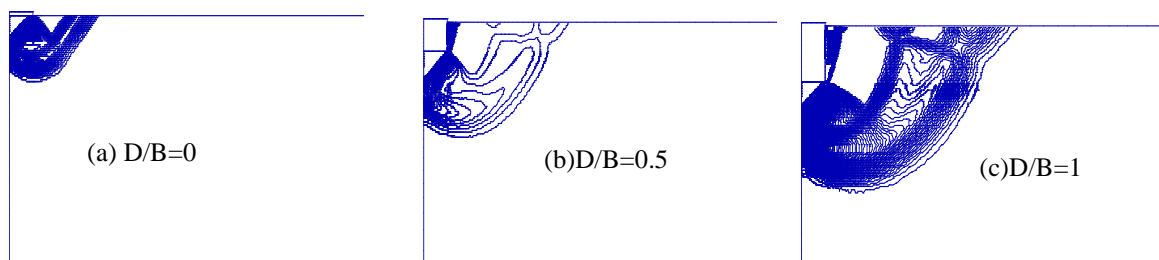


Figure 5. 7– Contours de déformation de cisaillement maximale d'une fondation rugueuse: (a)  $D/B=0$ ; (b)  $D/B=0.5$  et (c)  $D/B=1$ .

### 5.2.3.5. Vecteurs de déplacement

La Figure 5.8 montre une comparaison entre les vecteurs de déplacement obtenus pour une fondation encastrée ( $D=1\text{ m}$ ) et une fondation reposant à la surface du sol, en remplaçant le sol par une surcharge  $q=\gamma D$  (Hypothèse de Terzaghi, 1943). La valeur de déplacement maximal  $d_{\max}$  de la fondation encastrée est plus grande que celle trouvée en remplaçant le sol par une surcharge  $q$ . Il est clair que la fondation encastrée donne une plus grande capacité portante, parce qu'elle mobilise plus contrainte de cisaillement.

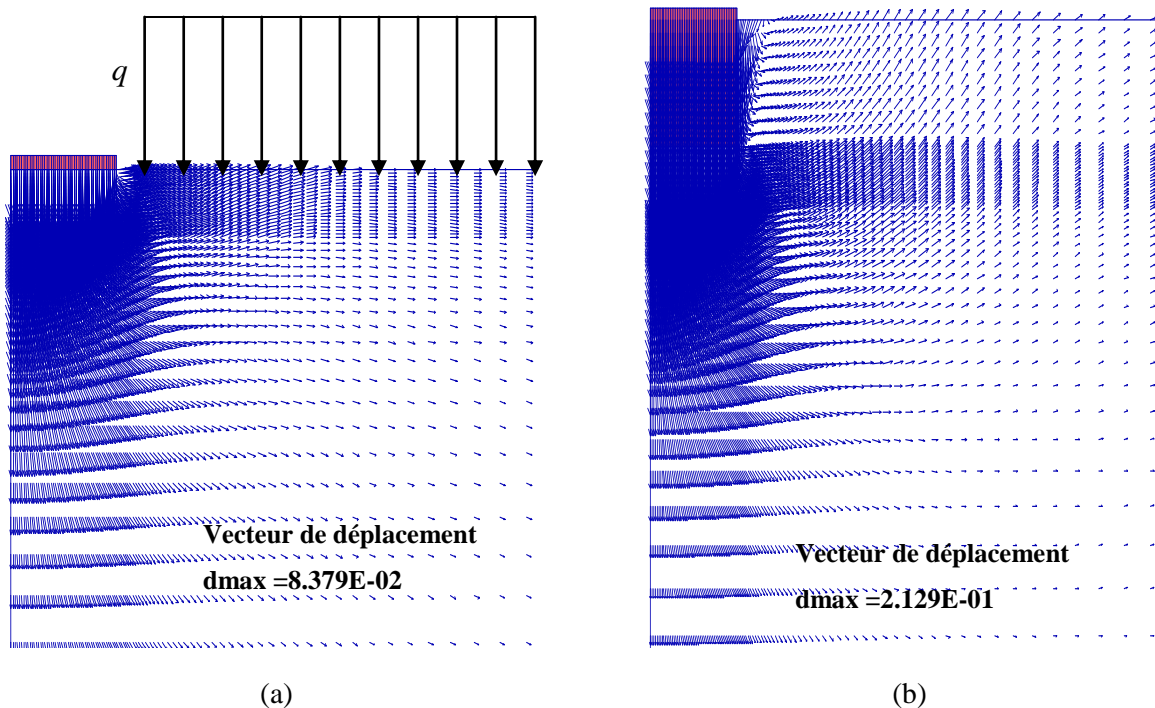


Figure 5. 8—Comparaison des vecteurs de déplacement  $d_{\max}$  . (a) cas de surcharge équivalente  $q$  (b) cas d'une fondation encastrée

### 5.2.3.6. Distribution des contraintes

La distribution des contraintes normales ( $\sigma$ ) sous la fondation pour chaque valeur du rapport  $D/B$  est présentée sur la Figure 5.9. On peut constater une distribution uniforme de la contrainte au centre de la semelle, puis elle croit légèrement vers les bords de la fondation. La distribution est perturbée au bord de la fondation qui est un point de singularité. Aussi, la valeur de la contrainte normale augmente pour les fondations encastrées. On peut remarquer que la distribution est similaire à celle d'un matériau élastique obtenue théoriquement.

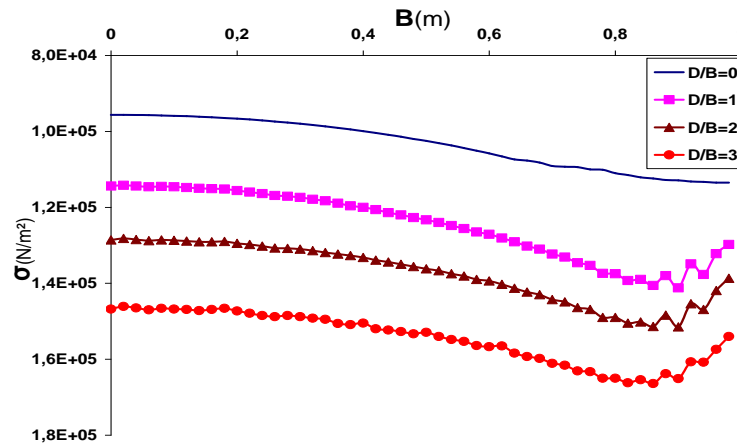


Figure 5. 9– Distribution des contraintes normales sous la fondation pour différentes valeurs du rapport D/B.

### 5.3 Capacité portante non drainée d'une semelle filante encastrée sous un chargement incliné

La capacité portante d'une fondation superficielle soumise à une charge verticale centrée a été examinée par plusieurs chercheurs. Cependant, le problème d'une fondation superficielle soumise à une charge inclinée est moins étudié. Pratiquement, les géotechniciens introduisent des coefficients empiriques de réduction de la capacité portante donnés par différents codes. Les recherches numériques concernant ce sujet ne sont pas nombreuses. Dans cette section une étude numérique en utilisant le code FLAC (2005) a été faite pour examiner l'effet d'un chargement incliné combiné d'une fondation encastrée dans un sol purement cohérent sur la capacité portante et les mécanismes de rupture.

Dans la présente étude l'interface sol-fondation est supposée parfaitement rugueuse durant toute cette section ce qui plus raisonnable pour le cas des fondations offshore. L'effet de l'encastrement de la fondation et de l'inclinaison de la charge est évalué respectivement par des coefficients d'encastrement  $d_c$  et d'inclinaison  $i_c$ . Dans ce cas l'équation 5.2 aura la forme :

$$q_{ult} = c_u d_c i_c N_c \quad [5.3]$$

où:

$i_c$ : le coefficient d'inclinaison de la charge ;  $d_c$  : coefficients d'encastrement.

### 5.3.1 Présentation du problème

Le code de différences finies FLAC (2005) est utilisé pour étudier la capacité portante non drainée d'une fondation filante encastrée et soumise à une charge inclinée définie par les deux composantes horizontale et verticale. La Figure 5.10 présente la fondation rigide de largeur  $B$  placée à une profondeur  $D$  sous la surface d'un sol argileux caractérisé par une cohésion non drainée  $c_u$ . Le comportement du sol est régi par une loi élastique linéaire isotrope – parfaitement plastique et le critère de Tresca est adopté. Le comportement élastique de ce modèle est caractérisé par un module volumique  $K=2.33 \times 10^5$  kPa et un module de cisaillement  $G=4.7 \times 10^3$  kPa (est équivalent à  $E=14$  MPa et  $\nu=0,49$ ). La cohésion non drainée  $c_u=20$  kPa et le poids volumique  $\gamma=15$  kN/m<sup>3</sup>.

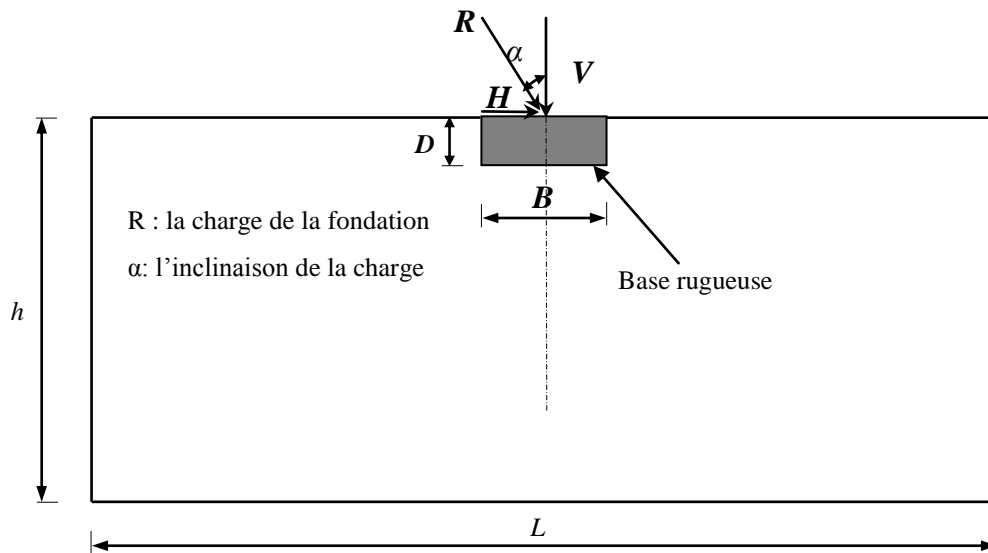


Figure 5. 10– Présentation du problème.

### 5.3.2 Modélisation numérique par le code FLAC (2005)

À cause de l'absence de la symétrie de la charge, tout le domaine du sol de dimensions  $(40B \times 20B)$  est considéré. La Figure 5.11 montre le maillage adopté pour l'étude numérique par le code FLAC (2005) de l'effet de l'encastrement d'une fondation de largeur  $B=2$  m encastrée à une profondeur  $D$  dans un sol argileux. Le rapport  $D/B$  est égal à 0 (fondation non encastrée), 0,25, 0,5 et 1. La modélisation est effectuée en déformation plane. Les déplacements horizontaux et verticaux de la base du modèle sont bloqués, les cotés verticaux (gauche et droite) sont bloqués seulement dans la direction horizontale comme illustré sur la Figure 5.11. La condition d'une semelle rigide est assurée en donnant les propriétés élastiques suivantes : un module volumique  $K=4.167 \times 10^7$  kPa et un module de cisaillement  $G=8.929 \times 10^6$  kPa (qui est équivalent à  $E=25$  MPa et  $\nu=0,4$ ) qui sont supérieures à celles du

sol. Il est à noter que les propriétés élastiques du sol et de la fondation ont un effet négligeable sur la charge limite. La fondation rigide est connectée avec le sol par un élément d'interface d'épaisseur nulle défini par le critère de Mohr-Coulomb et placé le long des frontières EFGH (la Figure 5.11).

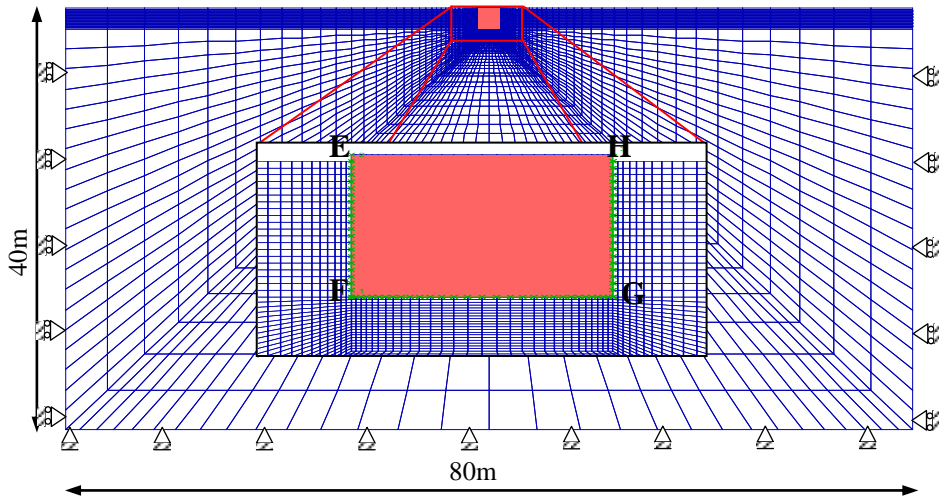


Figure 5.11– Maillage et conditions aux limites pour l'analyse d'une semelle filante encastrée.

### 5.3.3 Chargement de la fondation

Pour tracer les courbes enveloppes de rupture dans le plan V-H, le chargement de la fondation est effectué en utilisant deux techniques, « probe » et « swipe tests ». Lors de la première phase de la technique « probe », une contrainte verticale (de valeur inférieure à la charge limite) est appliquée sur la fondation par une contrainte uniforme. L'amortissement du système est introduit par l'exécution de plusieurs cycles jusqu'au développement d'un état d'équilibre statique dans le sol. Ensuite, une vitesse horizontale contrôlée est appliquée aux nœuds de la base de la fondation jusqu'à la mobilisation de la contrainte de cisaillement limite sous la fondation. Durant l'application de la charge horizontale par la vitesse dans le code FLAC (2005) il est impossible de définir une valeur prédéterminée du rapport H/V ( $\tan \alpha$ ). La deuxième technique « swipe tests » est expliquée sur la Figure 5.12, cette méthode est introduite par Tan (1990) pour l'étude d'une fondation sur un sable sous un chargement combiné vertical et horizontal. La technique « swipe tests » est basée sur l'application d'une vitesse verticale sur tous les nœuds représentant la fondation jusqu'au développement d'un état d'écoulement plastique dans le sol situé sous la fondation (capacité portante verticale). Ensuite, on applique une vitesse horizontale jusqu'à la rupture en bloquant le déplacement vertical de la fondation.

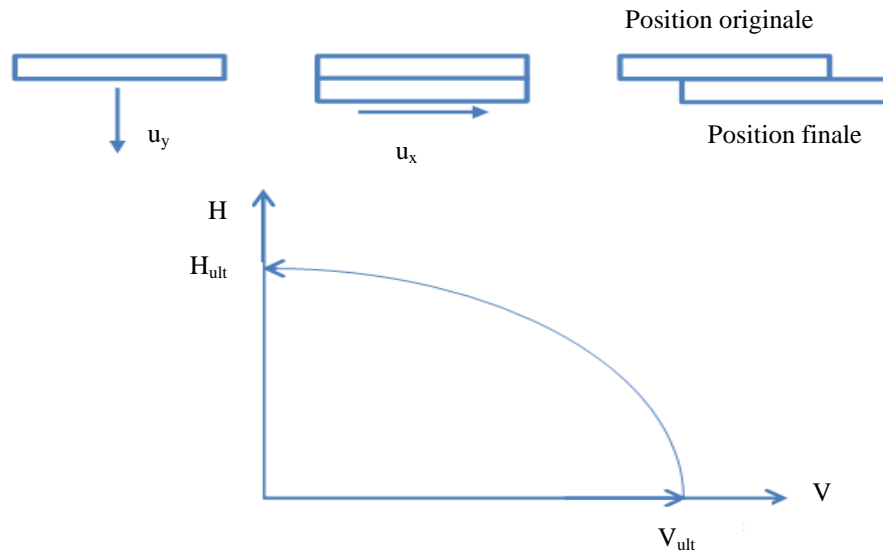


Figure 5.12– Technique de chargement « swipe tests ».

### 5.3.4 Résultats et discussions

#### 5.3.4.1 Coefficient d'inclinaison $i_c$

Le coefficient d'inclinaison  $i_c$ , par définition, c'est le rapport de la capacité portante sous charge inclinée  $V_{ult,\alpha \neq 0}$  à la capacité portante verticale  $V_{ult,\alpha = 0}$  de la même fondation, établie sur le même sol ; il correspond donc à l'expression  $i_c = V_{ult,\alpha \neq 0} / V_{ult,\alpha = 0}$ . La Figure 5.13 présente les résultats des coefficients d'inclinaison  $i_c$  obtenus par la présente pour un rapport  $D/B=0$  ; ces résultats sont comparés à ceux proposés par Meyerhof (1963), Hansen (1970), Vesić (1975) et Green (1954). Il est clair que le coefficient d'inclinaison décroît avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison  $\alpha$ . L'écart entre les résultats numériques et ceux obtenus par les expressions analytiques augmente pour les grandes valeurs de l'angle d'inclinaison.

On peut constater que les résultats de Hansen (1970) sont en bon concordance avec ceux de Green (1954). Aussi, les présents résultats sont en bon accord avec ceux de Meyerhof (1963). L'effet de l'encastrement de la fondation sur le coefficient d'inclinaison est montré sur la Figure 5.14 où  $i_c = V_{ult}(\alpha \neq 0, D/B=b) / V_{ult}(\alpha = 0, D/B=b)$  sachant que  $b=0, 0.25, 0.5$  et  $1$ . Il est clair que le coefficient d'inclinaison  $i_c$  décroît avec l'augmentation de l'encastrement  $D$  ; ainsi, le coefficient d'inclinaison de la charge  $i_c$  dépend de la profondeur d'encastrement de la fondation  $D$ . Par ailleurs, la capacité portante augmente à cause de l'encastrement traduit par les valeurs considérables des coefficients de profondeur  $d_c$ .

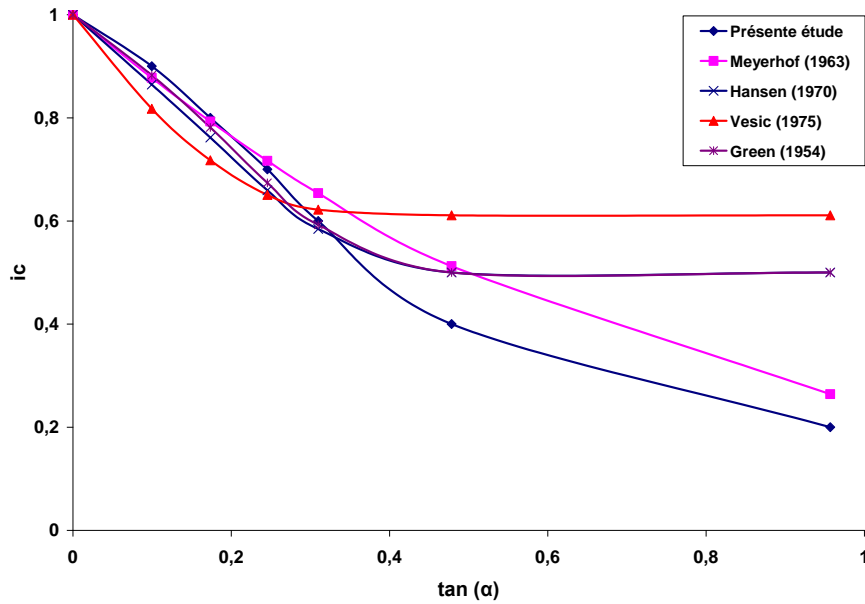


Figure 5.13– Comparaison des valeurs du coefficient d'inclinaison.

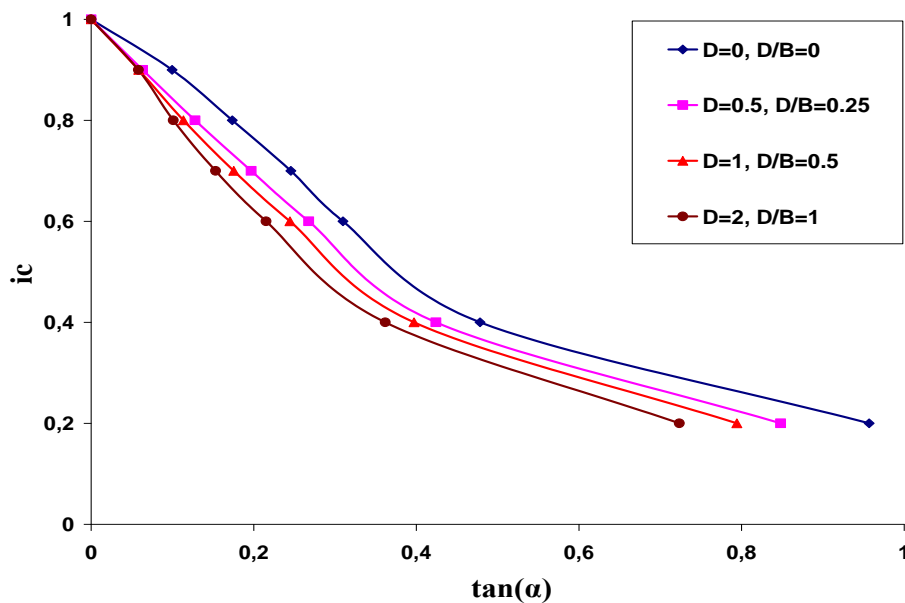


Figure 5. 14– Coefficient d'inclinaison en fonction du rapport d'encastrement D/B.

### 5.3.4.2 Distribution des contraintes

La distribution des contraintes normales et tangentielles correspondant aux différentes valeurs d'angle d'inclinaison de la charge ( $\alpha$ ) est présentée sur la Figure 5.15. On peut remarquer une distribution uniforme des contraintes normales, à l'exception des extrémités de la fondation qui sont des points de singularité. La diminution de la valeur de la contrainte normale avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison de la charge ( $\alpha$ ) est expliquée par la diminution de la

composante verticale appliquée sur la fondation. Pour le cas d'une charge verticale ( $\alpha=0$ ), on constate une distribution symétrique des contraintes tangentielles. Cependant, pour les petites valeurs de la charge verticale (grandes valeurs d'angle d'inclinaison  $\alpha$ ), la contrainte tangentielle se stabilise à une valeur constante égale à la cohésion  $c_u$ .

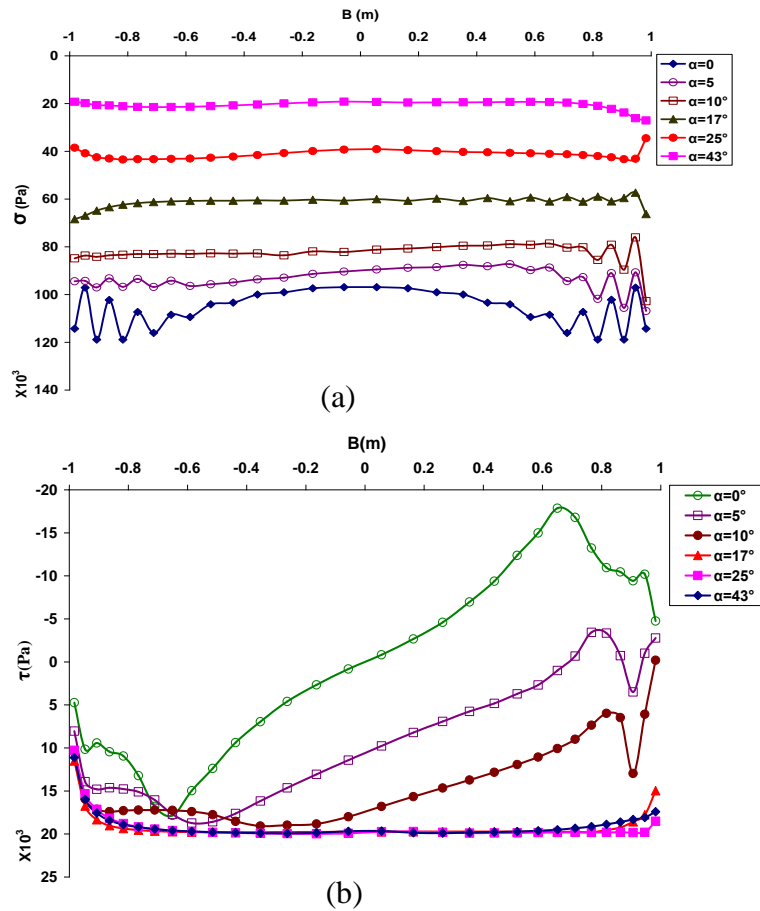


Figure 5. 15– Distribution des contraintes normales et tangentielles en fonction de l'angle d'inclinaison de la charge.

### 5.3.4.3 Mécanisme de rupture

La Figure 5.16 montre le contour des déformations de cisaillement maximales d'une fondation rugueuse, pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison de la charge ( $\alpha$ ), en considérant la fondation encastrée et reposant sur la surface. Dans le cas d'un chargement vertical ( $\alpha=0$ ), le mécanisme de rupture est symétrique et similaire à celui proposé par Terzaghi (1943). La Figure 5.16 présente clairement le coin triangulaire élastique sous la base de la fondation. La taille de la zone plastifiée diminue avec l'augmentation d'angle d'inclinaison. Aussi, il est clair dans le cas d'une fondation encastrée et pour les différentes



valeurs de  $\alpha$ , le mécanisme de rupture est plus large par rapport à celui d'une fondation reposant sur la surface. Il est à noter que le chargement par déplacement, ne permis pas de fixer la valeur de l'angle d'inclinaison de la charge  $\alpha$  ; ainsi, on considère des valeurs  $\alpha$  n'est pas éloigné, pour comparer les deux mécanismes d'une fondation encastrée et posée sur la surface du sol.

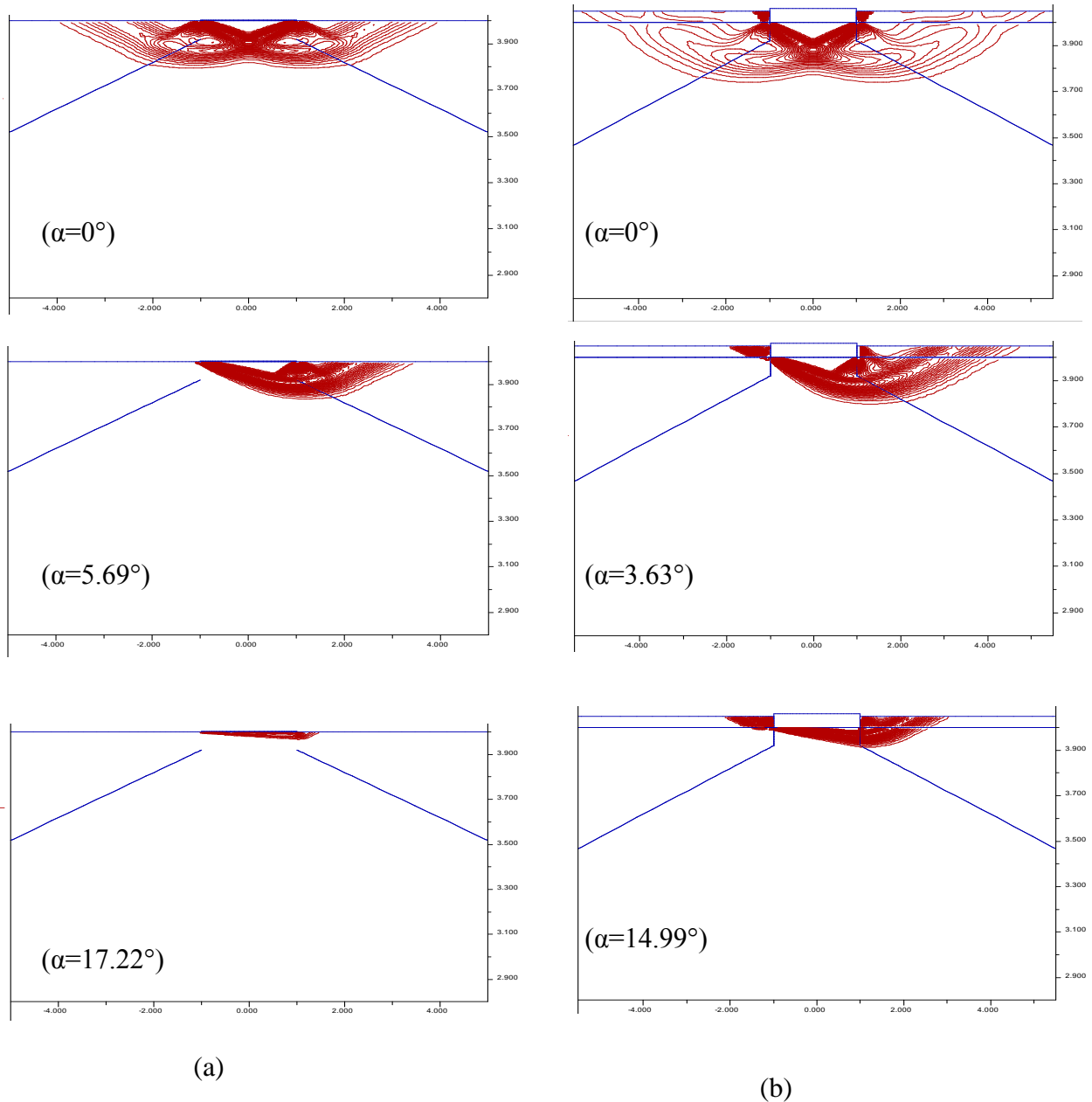


Figure 5. 16– Contours de déformation de cisaillement maximale pour différentes valeurs d'angle d'inclinaison  $\alpha$ . (a)  $D/B=0$ . (b)  $D/B=0.25$ .

### 5.3.4.4 Courbes enveloppes

La Figure 5.17 montre les courbes enveloppes dans le plan de chargement V-H, d'une fondation reposant sur la surface ( $D/B=0$ ), les résultats sont obtenus par la présente étude et les équations proposées par Meyerhof (1963), Hansen (1970), Vesic (1975) et Green (1954). On peut constater une valeur critique de l'angle  $\alpha$ , mesuré à partir de la direction verticale, au-dessus de cette valeur la résistance ultime horizontale est mobilisée, les calculs numériques ont permis de déterminer un angle critique  $\alpha_{cr}=17^\circ$ .

La comparaison des courbes enveloppes montre que la solution de Vesic (1975) sous-estime les charges normalisées pour les petites valeurs de la charge horizontale et les surestime pour les grandes valeurs de la charge horizontale. Les résultats de la présente étude sont en très bon accord avec ceux de Green (1954). Les solutions de Hansen (1970 et Vesic (1975) sont plus conservatrices. La Figure 5.17 montre aussi les vecteurs de déplacement du sol sous la fondation pour différents points dans la courbe enveloppe. Pour le cas d'un chargement purement horizontal ( $V=0$ ), on constate un glissement simple de la fondation sur le sol.

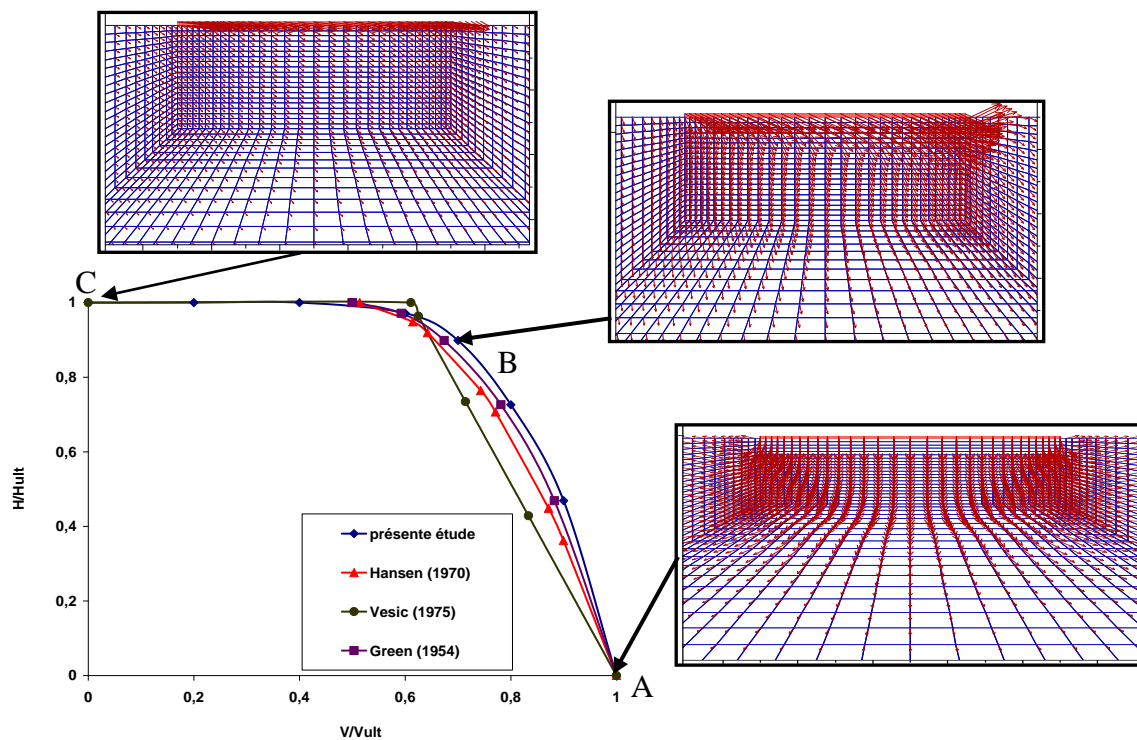


Figure 5. 17– Comparaison des courbes enveloppes V-H normalisée et les vecteurs de déplacement.

### 5.3.4.5 Effet de l'encastrement sur la courbe enveloppe

La Figure 5.18 montre les courbes enveloppes tracées dans le plan V-H, en utilisant les deux méthodes « swipe » et « probe », dans le cas d'une fondation filante pour différentes profondeurs d'encastrement. Il est clair que les résultats trouvés par les deux procédures de chargement, sont en excellent accord. La valeur de la charge horizontale qui provoque la rupture de la fondation se produit pour une valeur de la charge verticale inférieure de  $0,5V_{ult}$ , où un mécanisme de glissement pur est obtenu pour une charge horizontale  $H_{ult}$ . On constate que la taille de la courbe enveloppe normalisée diminue avec l'accroissement du rapport D/B.

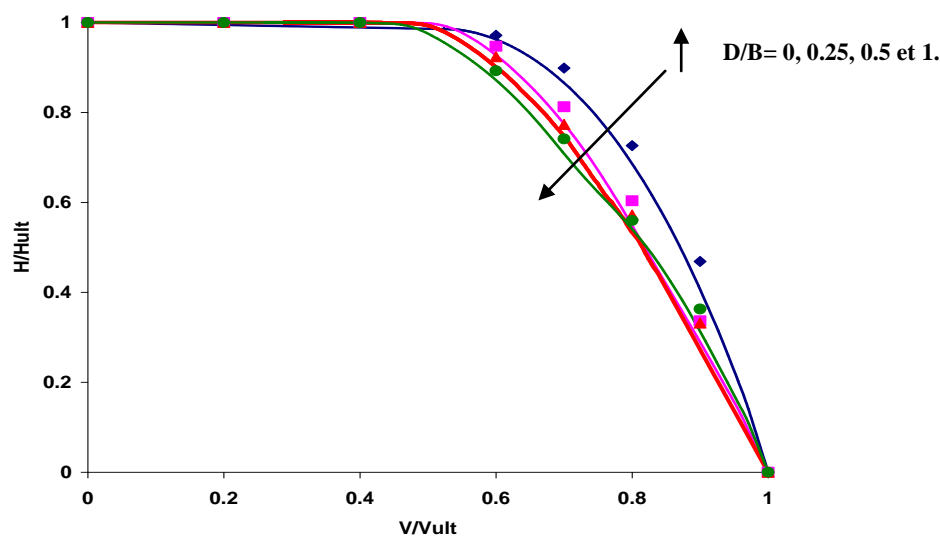


Figure 5.18– Comparaison de la courbe enveloppe normalisée V-H trouvée par les deux procédures probe et swipe, pour différentes valeurs du rapport D/B.

## 5.4 Conclusion

La capacité portante non-drainée d'une fondation filante encastrée a été étudiée par la méthode des différences finies. L'interaction entre le sol et la fondation est réalisée via un élément d'interface défini par le critère de Mohr-Coulomb. Le sol au-dessus de la base de la fondation est traité comme un sol et non pas comme une surcharge. La présente étude a permis de déterminer le facteur de portance  $N_c$ , le coefficient de profondeur  $d_c$  et coefficient d'inclinaison  $i_c$ . En général, les calculs élasto-plastiques de la présente étude permettent d'estimer la capacité portante non drainée d'une fondation encastrée et donnent des valeurs en bon accord avec celles de l'analyse limite. Par ailleurs, les résultats des différences finies sont supérieurs à ceux de Skempton (1951).

La capacité portante non drainée d'une fondation filante encastrée calculée par le code FLAC (2005) est supérieure à celle de la solution donnée par Salgado et al. (2004) en utilisant de la limite inférieure et supérieure. Pour le cas d'une semelle reposant sur la surface ( $D/B=0$ ), le mécanisme de rupture est similaire à celui d'une fondation superficielle proposé par Prandtl (1921). Cependant, pour des valeurs  $D/B>0$ , le mécanisme de rupture est plus large. Aussi, la capacité portante continue à augmenter pour des valeurs de  $D/B>2,5$  contrairement aux résultats de Skempton (1951) où le coefficient de la capacité portante se stabilise pour une valeur de  $D/B\geq 2,5$ .

La présente étude montre que le remplacement du sol situé au-dessus de la base de la fondation par une surcharge équivalente (Terzaghi, 1943) sous-estime la capacité portante du sol. Les résultats de cette étude montrent que la profondeur d'encastrement a un effet significatif sur la portance verticale, et aussi un effet plus important sur la portance horizontale. Cependant, la profondeur d'encastrement influe légèrement sur le coefficient d'inclinaison.

La répartition des contraintes normales sous une fondation soumise à une charge inclinée, montre une réduction des contraintes normales avec l'augmentation de la valeur de l'angle d'inclinaison de la charge  $\alpha$ , cette diminution est expliquée par la réduction de la composante verticale appliquée sur la fondation. Pour  $\alpha=0$ , le mécanisme de rupture est similaire à celui proposé par Terzaghi (1943). La taille de la zone plastifiée diminue avec l'augmentation d'angle d'inclinaison.

Les deux techniques de chargement « probe » et « swipe » sont utilisées pour explorer les enveloppes de rupture dans le plan V-H. Les résultats des deux méthodes sont en excellent accord et montrent que la forme de la courbe enveloppe normalisée n'est pas affectée par le rapport  $D/B$  ; cependant, la taille est légèrement influencée par l'augmentation du rapport  $D/B$ . La comparaison des présents résultats avec les formules de Meyerhof (1963), Hansen (1970) et Vesic (1975) montre que les formules de la capacité portante sont largement conservatrices dans la prédiction des courbes enveloppes dans le plan V-H. L'étude numérique a montré aussi que la charge horizontale ultime est obtenue pour une valeur de la charge verticale inférieure à  $0,5V_{ult}$ .

## Chapitre VI

### Analyse numérique de la capacité portante d'une fondation filante encastrée dans un sol frottant

#### 6.1 Introduction

Dans ce dernier chapitre, l'analyse numérique par le code FLAC (2005) a été faite pour examiner l'effet de la profondeur d'encastrement, sur la portance d'une fondation filante superficielle sous charge verticale et inclinée, dans un sol purement frottant. Les effets de la de l'encastrement et de l'inclinaison de la charge sont généralement pris en considération par des coefficients de correction, ce chapitre compare les valeurs de ces coefficients déterminés par les expressions trouvées dans la littérature et celles obtenues par les calculs élasto-plastiques de la présente étude. Aussi, les résultats sont présentés sous forme de surfaces dans le plan des paramètres de chargement, ainsi sous forme de diagrammes d'interaction entre deux paramètres (V-H).

#### 6.2 Capacité portante d'une semelle filante encastrée dans un sol purement frottant et soumise à un chargement vertical

L'équation de la capacité portante se base sur la superposition des effets du poids propre ( $\gamma$ ) et de la profondeur qui est qui est considérée comme une surcharge verticale latérale à la fondation ( $q=D.\gamma$ ). Smith (2005) a montré récemment que l'erreur introduite par la superposition des deux effets peut dépasser 25%. Dans cette étude le sol situé au-dessus du niveau de la base de la fondation est étudié comme un sol et non pas comme une surcharge équivalente. L'objectif de cette étude est de proposer un coefficient de profondeur pour la capacité portante d'une fondation filante encastrée dans un sol purement frottant. Aussi, de montrer l'erreur introduite par l'hypothèse de Terzaghi (1943). Les solutions numériques proposées dans cette étude sont basées toujours sur la méthode des différences finies.

### 6.3.1 Présentation du problème

Le problème bidimensionnel de la capacité portante étudié est illustré sur la Figure 6.1. On considère une fondation rigide de largeur  $B$  placée à une profondeur  $D$  de la surface d'un sol frottant et soumise à une charge verticale centrée. Le comportement du sol est régi par la loi d'écoulement élasto-plastique en utilisant le critère de Mohr-Coulomb. Le comportement élastique de ce modèle est caractérisé par un module volumique  $K=25 \times 10^3$  kPa et un module de cisaillement  $G=11,5 \times 10^3$  kPa (qui est équivalent à  $E=30$  MPa et  $\nu=0,3$ ). Deux types d'analyse ont été réalisées, la première en considérant une loi d'écoulement associée (l'angle de dilatance égale à l'angle de frottement du sol) et la deuxième en considérant une loi d'écoulement non-associée (l'angle de dilatance est inférieur à l'angle de frottement du sol).

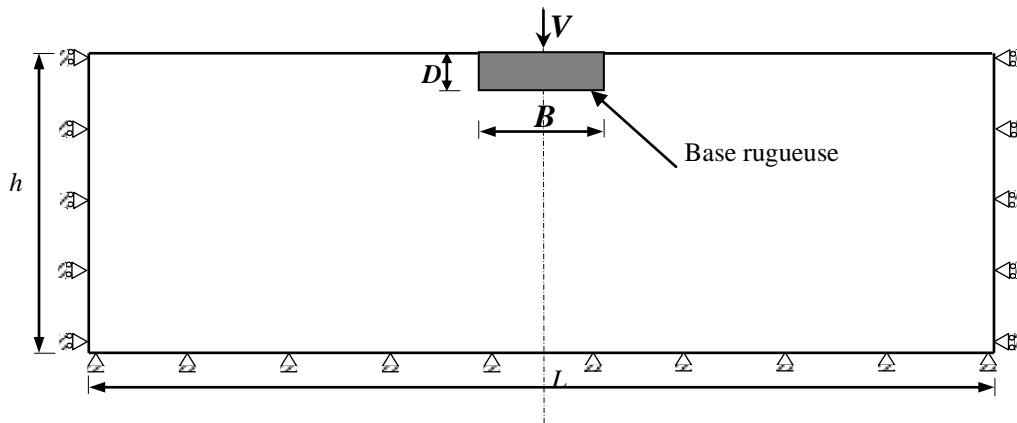


Figure 6.1– Présentation du problème.

### 6.3.2 Modélisation numérique par le code FLAC (2005)

La Figure 6.2 présente le maillage et les dimensions du modèle utilisés pour étudier l'effet de l'encastrement d'une fondation de largeur  $B=2$  m encastrée à une profondeur  $D$  dans un sol frottant. L'angle de frottement  $\phi$  varie durant l'étude en prenant les valeurs  $30^\circ$ ,  $35^\circ$  et  $40^\circ$ . Pour chaque valeur de  $\phi$ , les calculs sont faits pour un angle de dilatance  $\psi = \phi$ ,  $1/3 \phi$  et  $2/3 \phi$ . Le Tableau 6.1 présente les angles de frottement traités durant l'étude numérique et les angles de dilatance  $\psi$  correspondants à chaque angle de frottement  $\phi$ .

Les tests de l'influence du maillage sur la capacité portante montrent que pour un sol frottant, le maillage doit être raffiné sous la base de la fondation. Potts et Zdravkovic (2001) ont montré que la taille d'élément près des coins de la fondation a une influence importante sur la valeur de la charge limite, ainsi un raffinement du maillage est conseillé au voisinage des coins de la fondation. Aussi, Frydman et Burd (1997) ont étudié l'effet du maillage sur la

portance des fondations superficielles sur un sol frottant. La condition d'une semelle rigide est assurée en utilisant un module volumique  $K=4,167 \times 10^7$  kPa et un module de cisaillement  $G=8,929 \times 10^6$  kPa (qui est équivalent à  $E=25$  MPa et  $\nu=0,4$ ). Il est à noter aussi que les propriétés élastiques du sol ont un effet négligeable sur la valeur de la charge limite du sol. Le rapport  $D/B$  est égal à 0 (fondation superficielle) 0,25 ; 0,5 ; 0,75 et 1. La modélisation est effectuée en déformation plane. Les déplacements horizontaux et verticaux de la base du modèle sont bloqués ; les deux cotés verticaux sont bloqués seulement dans la direction horizontale comme illustré sur la Figure 6.2.

Tableau 6.1– Combinaison des angles de frottement et de dilatance étudiée.

Angle de frottement $\phi$ (°)	angles de dilatance correspondants $\psi$ (°)	
	$\psi=1/3 \phi$	$\psi=2/3 \phi$
30°	10°	20°
35°	11,67°	23,33°
40°	13,33°	26,67°

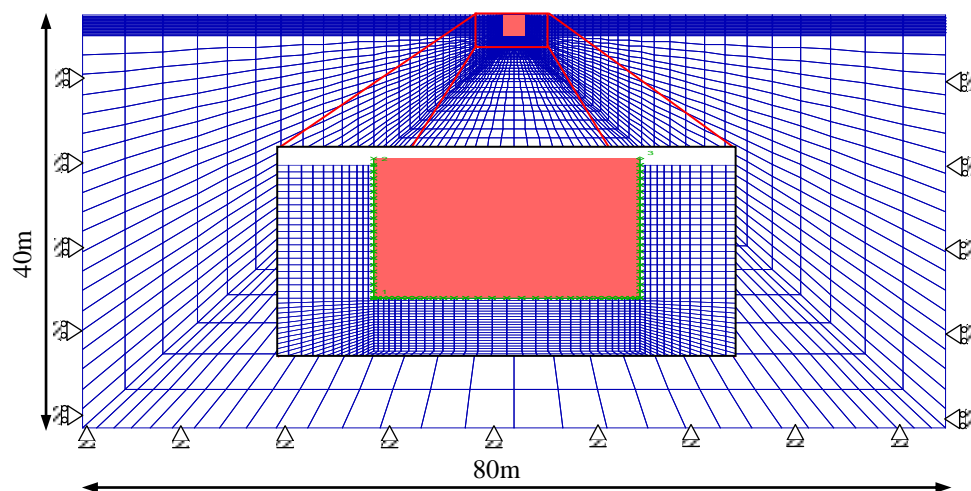


Figure 6.2– Maillage et conditions aux limites pour l'analyse d'une semelle filante encastrée.

La fondation rigide est connectée avec le sol via un élément d'interface d'épaisseur nulle caractérisé par le critère de Mohr-Coulomb. La fondation est supposée rugueuse ( $\delta=\phi$ ). Le chargement de la fondation est réalisée par l'application d'une vitesse verticale (vers le bas) sur tous les nœuds représentant la fondation. Il est important de noter que pour un sol flottant, la valeur de la vitesse influence l'évaluation de la capacité portante, Frydman et Burd (1997) ont conclu que pour trouver des bons résultats, il faut diminuer la vitesse du déplacement

appliquée, ce qui implique un temps d'exécution très considérable. La vitesse choisie dans la présente étude est  $2 \times 10^{-7}$  m/pas.

### 6.3.3 Résultats et discussions

Les résultats numériques des facteurs de portance présentés dans cette section, considèrent l'influence de l'encastrement de la fondation et de la non-associativité du sol. Les valeurs numériques obtenues ont été comparées aux formulations disponibles dans la littérature.

#### 6.2.3.1 Facteur de la capacité portante $N_\gamma$

La capacité portante d'une fondation filante superficielle est généralement calculée en utilisant la formule proposée par Terzaghi (1943). Les facteurs de la capacité portante  $N_c$ ,  $N_q$ , et  $N_\gamma$  sont en fonction de l'angle de frottement interne  $\phi$ . Les facteurs de la capacité portante  $N_c$  et  $N_q$  sont déterminés en utilisant la solution de Prandtl (1921). Par ailleurs, il y a une très grande divergence entre les résultats numériques du facteur de portance  $N_\gamma$ . Le Tableau 6.2 présente les valeurs du facteur de portance  $N_\gamma = 2q_{ult}/\gamma B$ , de la présente étude, pour  $\phi = 30^\circ$ ,  $35^\circ$  et  $40^\circ$ ; également, une comparaison avec les valeurs trouvées par d'autres études.

Tableau 6. 2– Comparaison des valeurs du facteur de portance  $N_\gamma$  avec des résultats théoriques et numériques

$\phi$ ( $^\circ$ )	$N_\gamma$					
	Présente étude	Vesić (1973)	Michalowski (1997)	Soubra (1999)	Ueno et al. (2001)	Kumar (2003)
30	17,93	22,402	21,39	21,51	17,7	15,57
35	42,90	48,028	58,6681	49	42,316	35,16
40	103,50	109,410	118,827	119,81	101	85,73

On peut noter que les valeurs de  $N_\gamma$  de notre étude sont supérieures d'environ 13% à celles proposées par Kumar (2003) en appliquant la méthode des caractéristiques. Aussi, les valeurs proposées par Vesić (1973) sont supérieures à celle obtenues par la présente étude. De même, les résultats de Michalowski (1997) qui sont basés sur l'approche cinématique d'analyse limite et Soubra (1999) basés sur la théorie de la borne supérieure de l'analyse limite présentent une différence d'environ 24%. Il est clair que les valeurs de la présente étude sont en très bon accord avec les valeurs d'Ueno et al. (2001) qui sont basées sur la méthode des caractéristiques.



### 6.2.3.2 Effet de la non-associativité

L'effet de la règle d'écoulement non associée ( $\psi < \phi$ ) est présenté sur la Figure 6.3 pour deux types du sol, associé ( $\psi = \phi$ ) et non-associé ( $\psi = 1/3 \phi$ ) en considérant  $\phi = 35^\circ$  et  $40^\circ$ . Dans le cas d'un comportement non associée, la courbe charge-déplacement présente des oscillations numériques. La détermination de la charge limite dans ce cas est difficile, ainsi, la valeur de  $N_\gamma$  est prise comme la moyenne des valeurs du palier. La Figure 6.3 indique que les valeurs du facteur  $N_\gamma$  pour un sol qui suit une règle d'écoulement non-associée sont plus petites par rapport au cas du comportement associée d'environ 20%. Cette différence augmente avec l'augmentation de l'angle de frottement interne du sol  $\phi$  ; ce résultat a été obtenu aussi par différents chercheurs (Griffiths, 1982 ; de Borst et Vermeer, 1984).

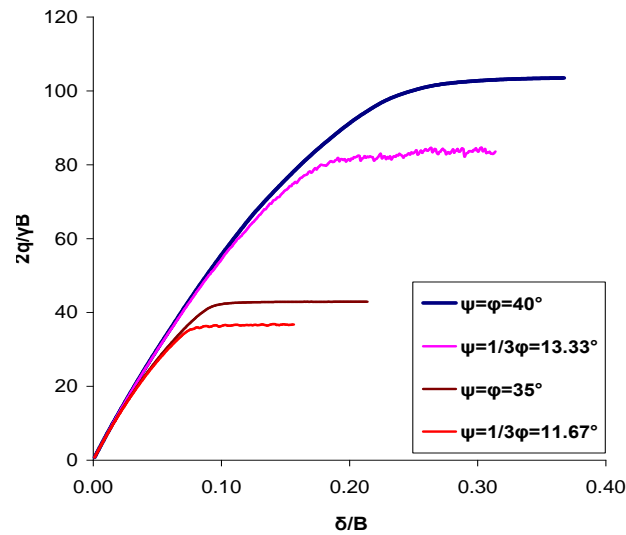


Figure 6.3– Variation du facteur  $N_\gamma = 2q_{ult}/\gamma B$  en fonction du rapport  $\delta/B$  (déplacement du centre de la semelle/largeur de la semelle) pour différentes valeurs de  $\phi$  et  $\psi$ .

La Figure 6.4 montre les vecteurs de déplacement dans le cas de  $\phi = 35^\circ$  et  $\psi = \phi, 2/3 \phi, 1/3 \phi$ . On peut noter que pour la valeur de  $\psi = \phi = 35^\circ$  le déplacement maximal  $d_{max} = 49,71m$ , alors que pour  $\psi = 1/3 \phi$ , le déplacement  $d_{max} = 2,193m$ . Ainsi, il est clair que la valeur maximale de déplacement augmente avec l'accroissement de l'angle de dilatance  $\psi$ . La Figure 6.4 (a) montre une concentration des déplacements dans les coins de la fondation dans le cas d'un sol associée. En revanche, la Figure 6.4 (b) et (c) montre que le volume du sol qui se déplace au-dessous de la semelle est plus important dans le cas d'un sol non-associée  $\psi < \phi$ . Ce comportement a été remarqué aussi par Yin et al. (2001) avec des valeurs maximales de déplacement plus petites.

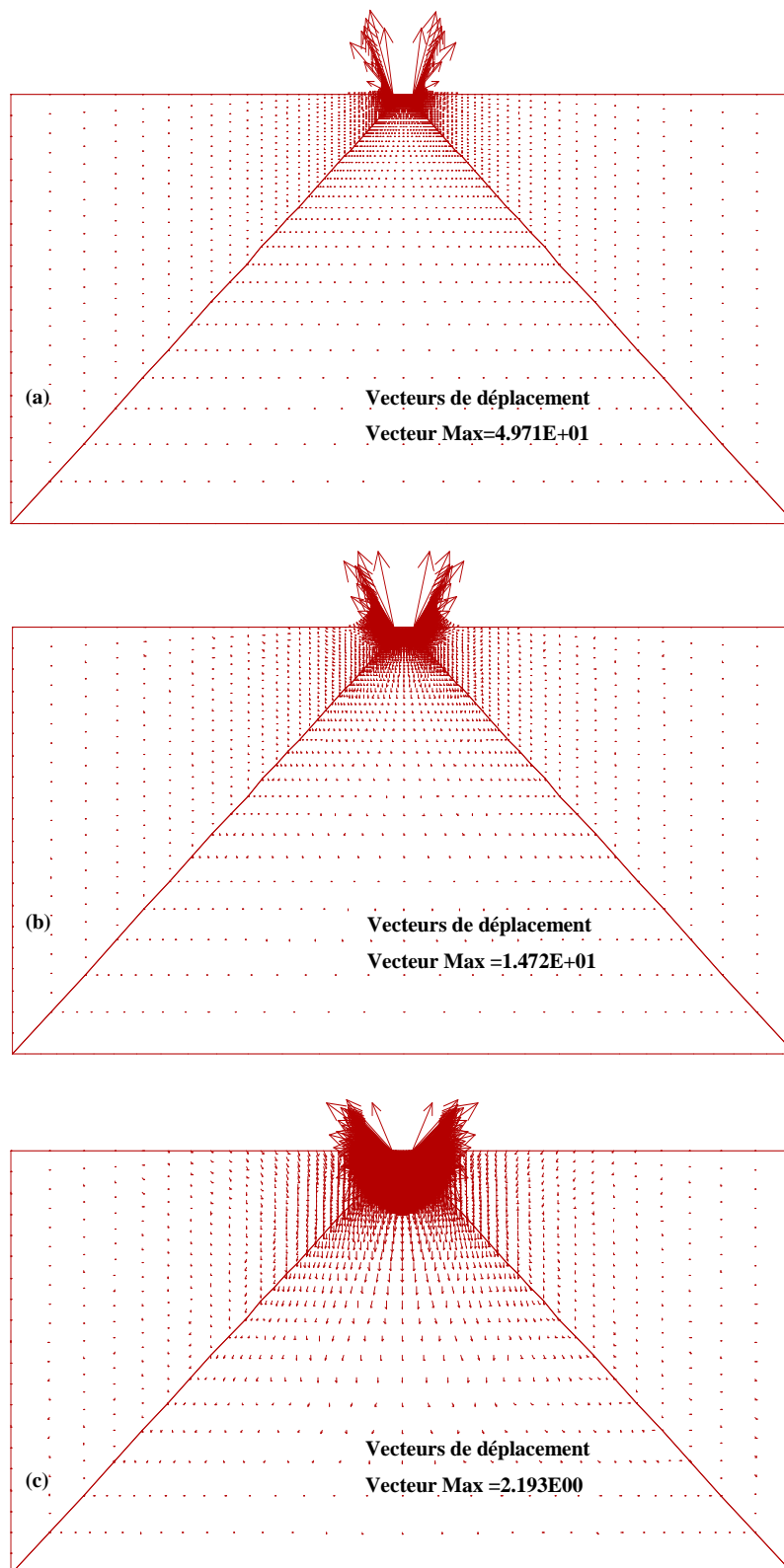


Figure 6.4– Vecteurs de déplacement du sol: (a)  $\psi = \phi$  ; (b)  $\psi = 2/3 \phi$  ; (c)  $\psi = 1/3 \phi$  .

### 6.2.3.3 Effet de la profondeur d'encastrement

La considération du sol au-dessus de la base de la fondation comme un sol et non pas comme une surcharge équivalente  $q$ , permet l'utilisation de l'expression (6.1). La valeur du coefficient de profondeur  $d_\gamma$  est défini comme le rapport de la capacité portante obtenue à une profondeur  $D$  sur la capacité portante d'une semelle reposant sur la surface libre d'un sol purement frottant ( $d_\gamma = q_{ultD \neq 0} / q_{ultD=0}$ ).

$$q_{ult} = \frac{1}{2} \gamma B d_\gamma N_\gamma \quad [6.1]$$

La Figure 6.5 présente les valeurs du coefficient  $d_\gamma$  obtenues par la présente étude et les formulations disponibles dans la littérature (Meyerhof, 1963 ; Hansen, 1970 ; Vesic, 1975) et Lyamin et al. 2007).

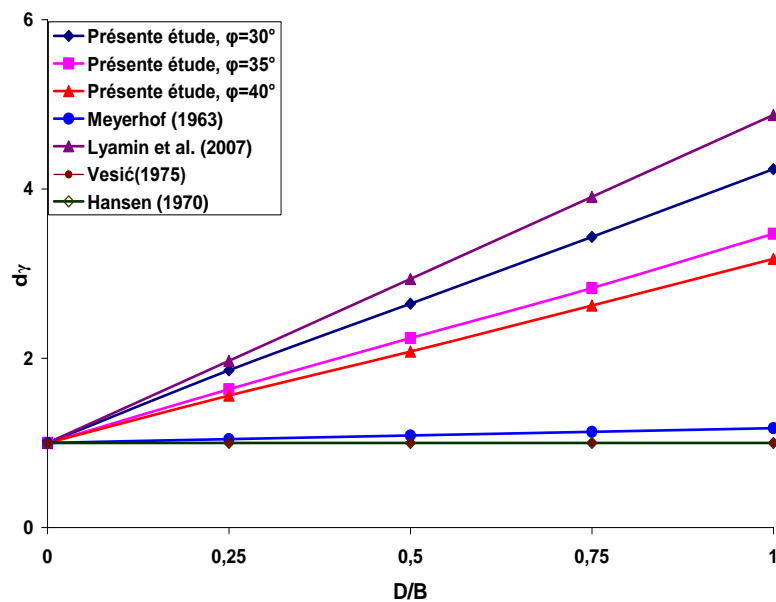


Figure 6. 5– Comparaison du coefficient  $d_\gamma$  avec les valeurs proposées dans la littérature.

On peut constater une relation linéaire entre  $d_\gamma$  et le rapport  $D/B$  pour les différentes valeurs de l'angle de frottement interne du sol  $\phi$ . Les valeurs de  $d_\gamma$  proposées par Hansen (1970) et Vesic (1975) sont toujours égales à 1 pour n'importe quelle valeur de l'angle de frottement  $\phi$ , cela signifie que l'effet de l'encastrement de la fondation est pris par le terme de profondeur ( $N_q$ ) comme surcharge et non pas comme coefficient de correction du terme de surface ( $N_\gamma$ ). En revanche, l'expression de Meyerhof (1963) montre une sous-estimation de l'influence de l'encastrement sur la portance de la fondation. Les résultats de la méthode d'analyse limite en

utilisant les éléments finis donnés par Lyamin et al. (2007) pour l'angle de frottement  $\phi = 30^\circ$ , sont très proches à ceux obtenus par la présente étude pour un rapport  $D/B \leq 0,5$  ; par ailleurs, pour un rapport  $D/B \geq 0,5$  les résultats de Lyamin et al. (2007) divergent linéairement. Il est important de noter que le coefficient de profondeur  $d_\gamma$  diminue avec l'augmentation de la valeur de l'angle de frottement  $\phi$ , cette variation a été remarquée aussi dans les travaux de Lyamin et al. (2007).

### **6.3 Capacité portante d'une semelle filante encastrée dans un sol purement frottant et soumise à un chargement incliné**

Dans cette section une analyse numérique par la méthode des différences finies a été faite, pour étudier l'influence de la profondeur d'encastrement sur la portance d'une fondation filante superficielle dans un sol purement frottant, sous un chargement incliné. Deux procédures de chargement de la fondation ont été utilisées « probe » et « swipe ». Les effets de la profondeur d'encastrement et de l'inclinaison de la charge sont pris en considération par des coefficients de profondeur et d'inclinaison. Les valeurs de ces coefficients sont comparées avec les expressions trouvées dans la littérature. Ces deux coefficients sont traités généralement d'une façon indépendante. Aussi, Dans cette étude l'influence de la profondeur de l'encastrement sur le coefficient d'inclinaison est étudiée.

#### **6.3.4 Définition du problème**

Le problème étudié dans cette section est le même que celui de la section 5.2.1. La différence réside dans le chargement de la fondation, ainsi dans ce cas le chargement est composé de deux composantes, verticale et horizontale. Le maillage et les paramètres adoptés sont aussi les mêmes présentés sur les Figures 6.1 et 6.2.

#### **6.3.1 Chargement de la fondation**

L'application de la charge par la méthode « probe » a été expliquée dans le chapitre 5. Cependant, le diagramme d'interaction V-H obtenu par la méthode « swipe » est composé de deux parties. La première partie est obtenue en appliquant la méthode présentée dans le chapitre 5. La deuxième partie consiste à appliquer directement un déplacement horizontal ( $V \approx 0$ ) sur les nœuds de la fondation jusqu'à atteindre la valeur ultime de la contrainte horizontale ( $H_{ult}$ ) comme illustré sur la Figure 6.6. L'application d'une vitesse horizontale, directement en absence d'une contrainte verticale ( $V \approx 0$ ), est impossible. C'est pour cette

raison, une valeur illimitée de la résistance à la traction de l'élément d'interface a été considérée, dans ce cas les deux segments de l'élément d'interface sont collés. Loukidis et al. (2008) ont expliqué que durant l'application de charge par la méthode swipe, il existe des erreurs numériques associées à l'accumulation des forces non équilibrées et à la discrétisation du maillage.

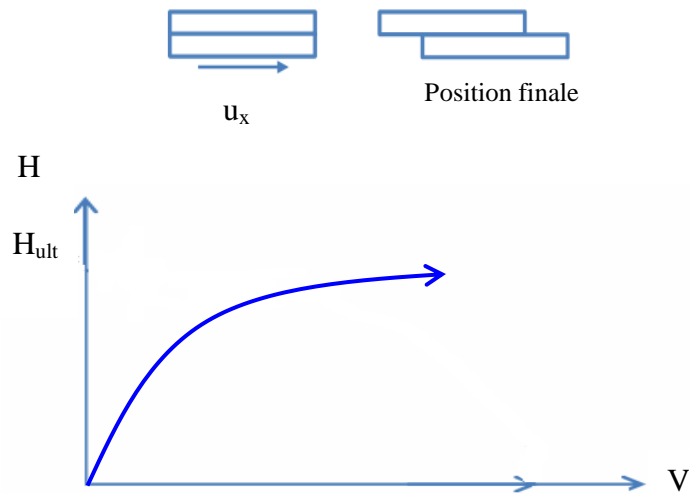


Figure 6.6– Procédure de chargement pour tracer la deuxième partie du diagramme d'interaction V-H par la méthode swipe.

## 6.3.2 Résultats et discussions

### 6.3.3.1 Coefficient d'inclinaison $i_\gamma$

Le coefficient d'inclinaison  $i_\gamma$  est défini comme le rapport de la charge limite verticale en considérant l'inclinaison ( $V_{ult, \alpha \neq 0}$ ) sur la charge limite verticale calculée pour une inclinaison nulle ( $V_{ult, \alpha = 0}$ ). La Figure 6.7 présente les résultats numériques du coefficient d'inclinaison  $i_\gamma$  de la présente étude en utilisant la méthode « probe » ; aussi, cette figure présente les valeurs de  $i_\gamma$  obtenues par les expressions proposées par Hansen (1970), Meyerhof (1963), Vesic (1975) et Loukidis et al. (2008). Il est clair que le facteur d'inclinaison  $i_\gamma$  diminue avec l'accroissement de l'angle d'inclinaison, ce qui implique une diminution de la capacité verticale de la fondation. Les valeurs de la présente étude sont en excellent accord avec celles proposées par Loukidis et al. (2008) qui ont utilisé la méthode des éléments finis. Pour toutes les valeurs de l'angle de frottement interne du sol, Meyerhof (1963), Hansen (1970) et Vesic (1975) ont indiqué que la valeur du coefficient d'inclinaison est indépendante de la direction

de l'inclinaison de la charge. La Figure 6.8 présente le coefficient d'inclinaison pour les angles de frottement interne du sol  $\phi = 30, 35$  et  $40^\circ$ . Il est à noter que le coefficient d'inclinaison dépend légèrement de l'angle de frottement du sol.

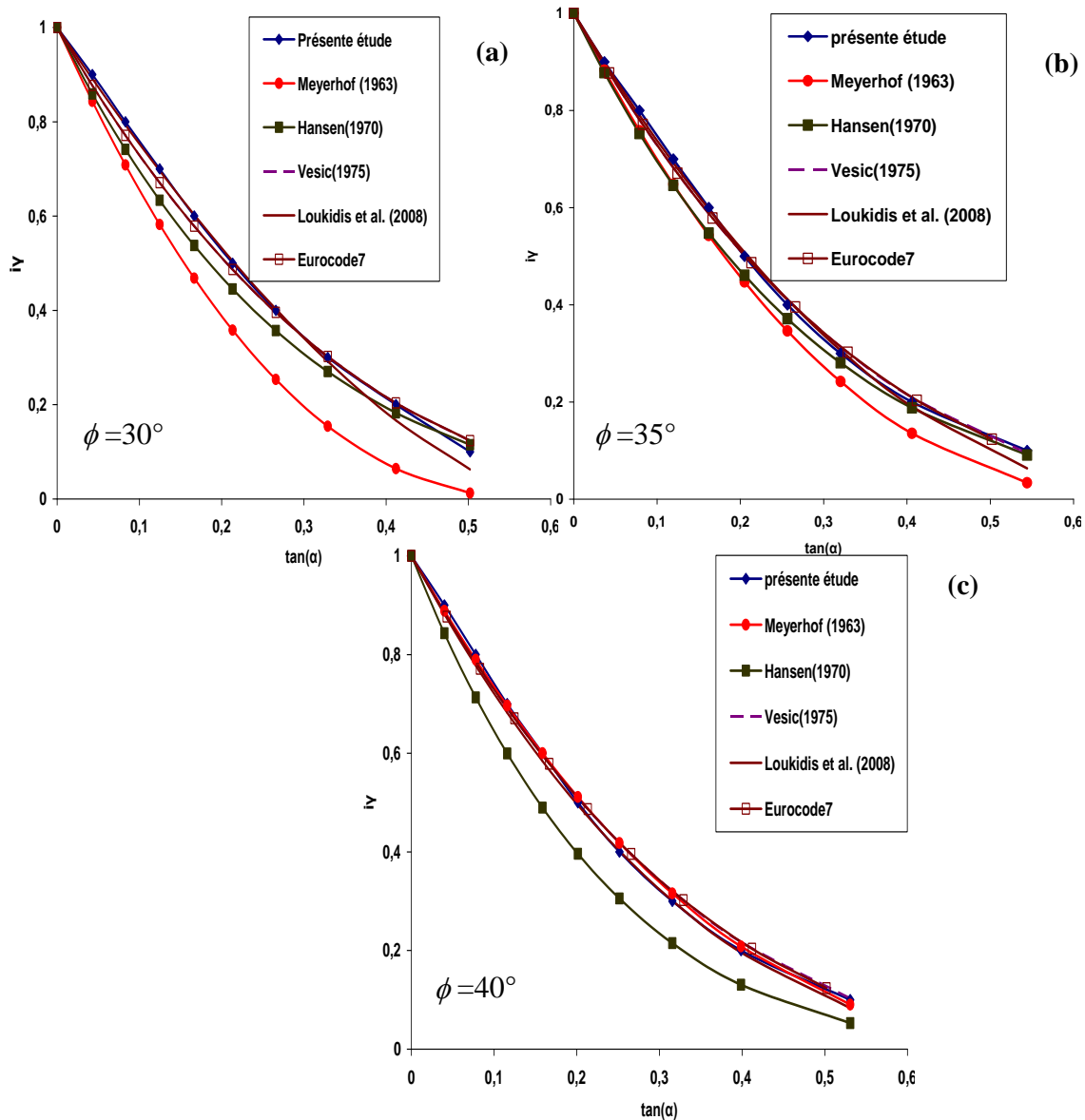


Figure 6.7– Facteurs d'inclinaison en fonction de l'angle d'inclinaison  $\alpha$

(a)  $\phi = 30^\circ$ , (b)  $\phi = 35^\circ$  et (c)  $\phi = 40^\circ$ .

La Figure 6.9 présente le coefficient  $i_\gamma$  en fonction de la profondeur d'encastrement où  $i_\gamma = V_{ult}(\alpha \neq 0, D/B=b) / V_{ult}(\alpha=0, D/B=b)$  avec  $b=0, 0,25 ; 0,5 ; 0,75$  et  $1$ . Pour une valeur faible du l'angle  $\alpha$ , l'encastrement de la fondation n'a pas d'effet important sur le coefficient  $i_\gamma$ . Par contre, la Figure 6.9 montre que pour des valeurs de  $\alpha \geq 8^\circ$  ( $\tan \alpha \geq 0,14$ ), la le coefficient  $i_\gamma$  dépend de

la profondeur d'encastrement de la fondation  $D$  ; ainsi, l'encastrement augmente la capacité portante d'une fondation sous chargement incliné, notamment pour les grandes valeurs de l'angle de frottement  $\phi$ .

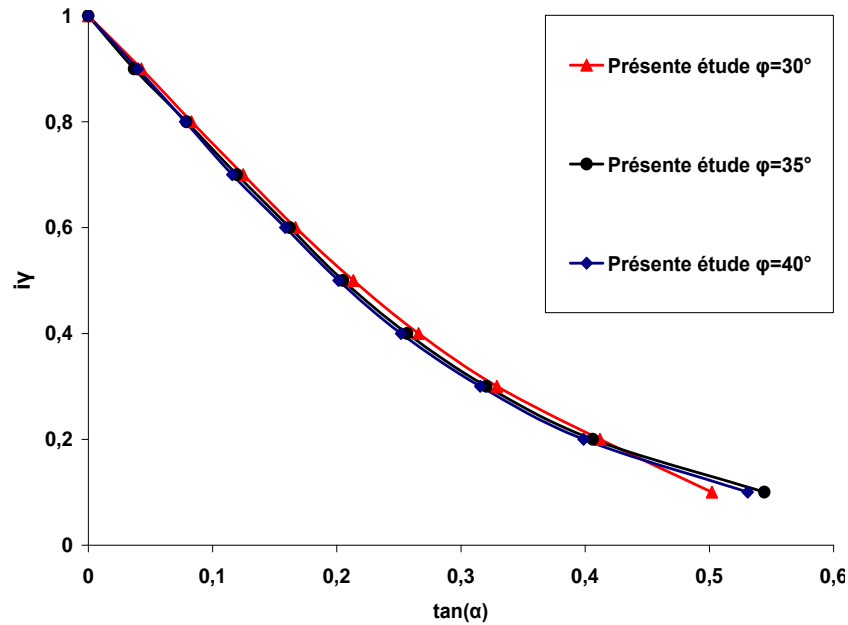


Figure 6.8– Coefficient d'inclinaison en fonction de l'angle de frottement  $\phi$ .

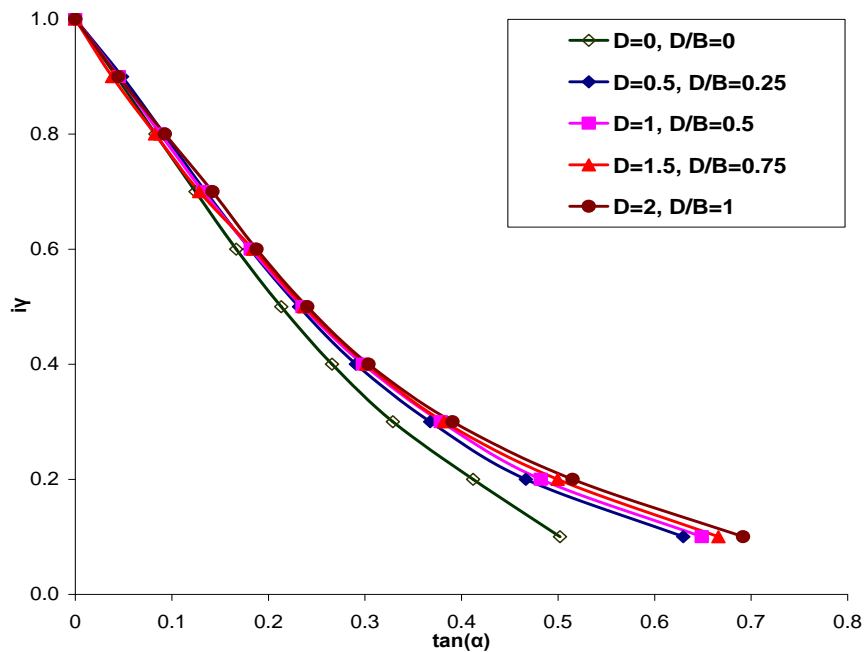


Figure 6.9– Coefficient d'inclinaison en fonction du rapport d'encastrement  $D/B$  pour  $\phi = 30^\circ$ .

### 6.3.3.2 Courbes enveloppes

La Figure 6.10 présente les surfaces ultimes de rupture (V-H) normalisées par rapport à la capacité portante ultime de la fondation sous charge verticale centrée  $V_{ult}$ , les résultats sont présentés pour les angles de frottement interne du sol  $\phi = 30, 35$  et  $40^\circ$  et le cas d'un écoulement associé ( $\phi = \psi$ ). Il est évident que la taille de la courbe normalisée dépend de la valeur de l'angle de frottement  $\phi$ . La valeur maximale normalisée  $H/V_{ult}$  est le point d'intersection des deux parties de la courbe enveloppe obtenue par la méthode de chargement « swipe ».

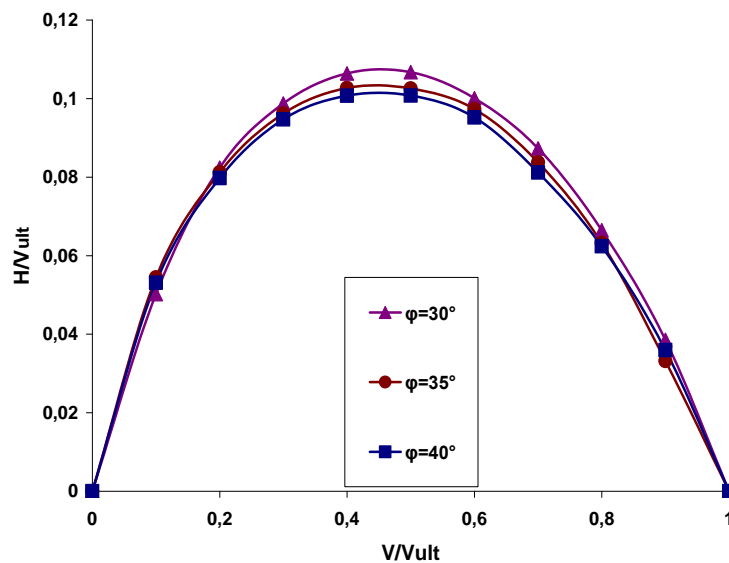


Figure 6. 10– Comparaison des courbes d'enveloppes H-V. (a)  $\phi = 30^\circ$ , (b)  $\phi = 35^\circ$  et (c)  $\phi = 40^\circ$ .

Les courbes enveloppes (diagrammes d'interaction ou surfaces ultimes) entre les paramètres de chargement V et H sont présentées adimensionnées et comparées sur la Figure 6.11 à celles tracées par les équations proposées par Hansen (1970), Vesic (1975) et Loukidis et al. (2008). Il est clair que les surfaces ultimes de Hansen (1970) et Vesic (1975) sont plus conservatives. Les résultats de Loukidis et al. (2008) sont très bon accord avec ceux obtenus par la présente étude. La valeur de la force horizontale ultime est obtenus sous une charge verticale d'environ  $0,45V_{ult}$ .



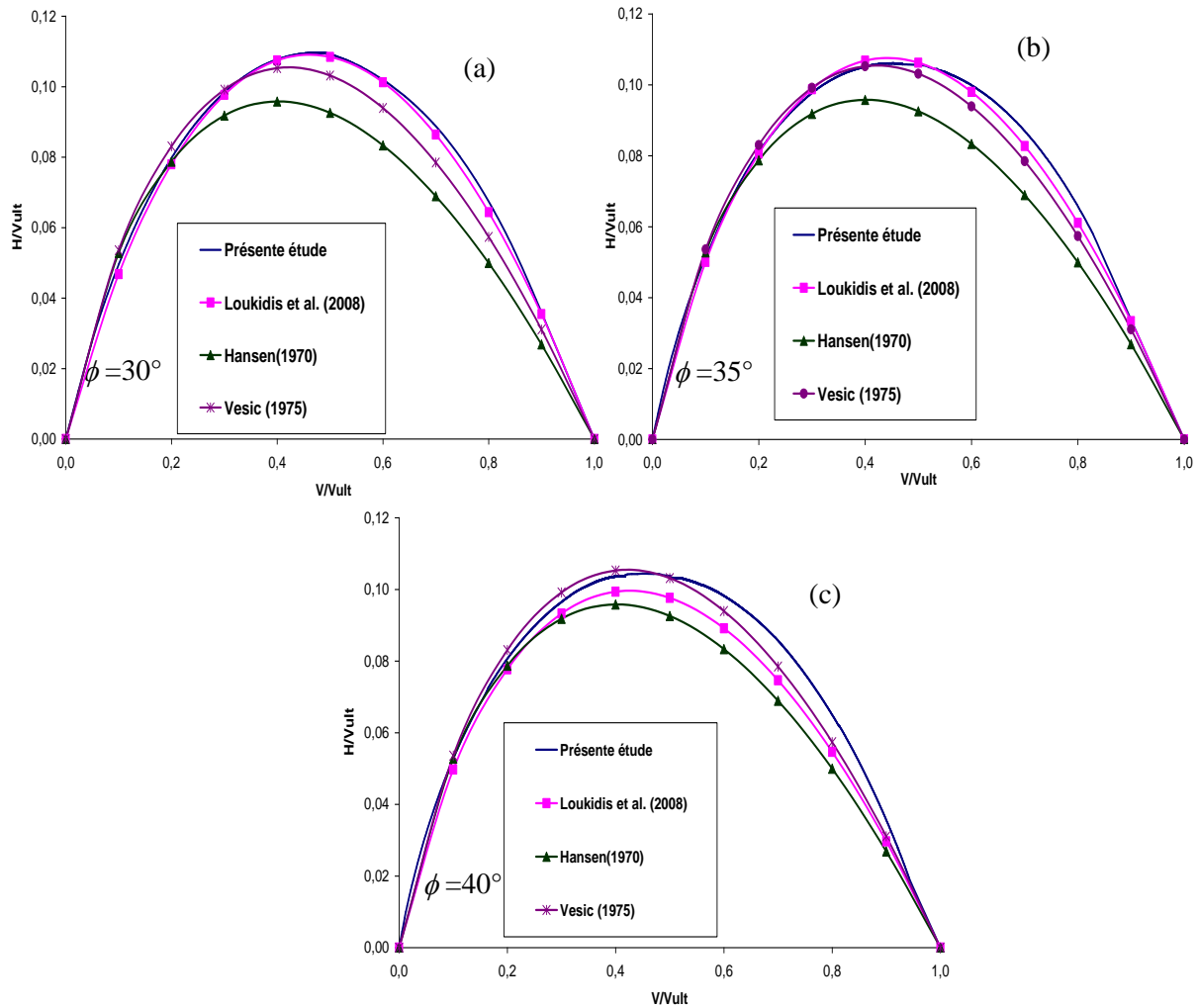


Figure 6.11– Surfaces ultimes dans le plan de chargement V-H pour différentes valeurs de  $\phi$ .

La Figure 6.12 présente l'effet de l'encastrement d'une fondation filante sous un chargement incliné sur les surfaces ultimes tracée par les deux procédures « probe » et « swipe ». Il est à noter que les deux procédures de chargement « probe » et « swipe » donnent des surfaces ultimes similaires, à l'exception du rapport  $D/B = 1$  (Figure 6.12 (a)). Les surfaces ultimes normalisées sont présentées sur la Figure 6.12 (b) qui indique la forme et la taille des courbes enveloppes pour les rapport  $D/B = 0 ; 0,25 ; 0,5 ; 0,75$  et 1. La forme de la courbe enveloppe normalisée est la même pour toutes les valeurs du rapport  $D/B$  ; par contre, la taille n'est pas la même ; ainsi, l'encastrement de la fondation réduit la taille de la surface ultime normalisée. Il est important de noter que la force horizontale a été calculée en négligeant la force de butée sur le coté latérale de la fondation.

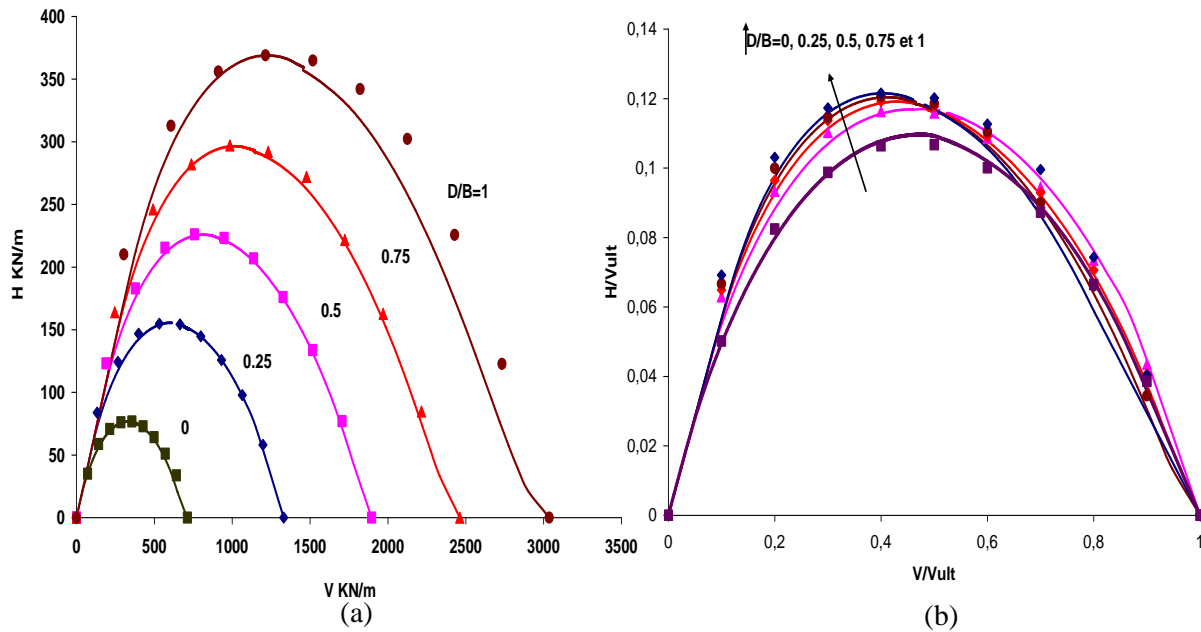


Figure 6. 12– Surfaces ultimes dans le plan des paramètres de chargement V-H, obtenues par les méthodes «probe» et «swipe», pour différentes valeurs du rapport  $D/B= 0 ; 0,25 ; 0,5 ; 0,75 ; 1$  et  $\phi = 30^\circ$  (a) courbe non-normalisée. (b) courbe normalisée.

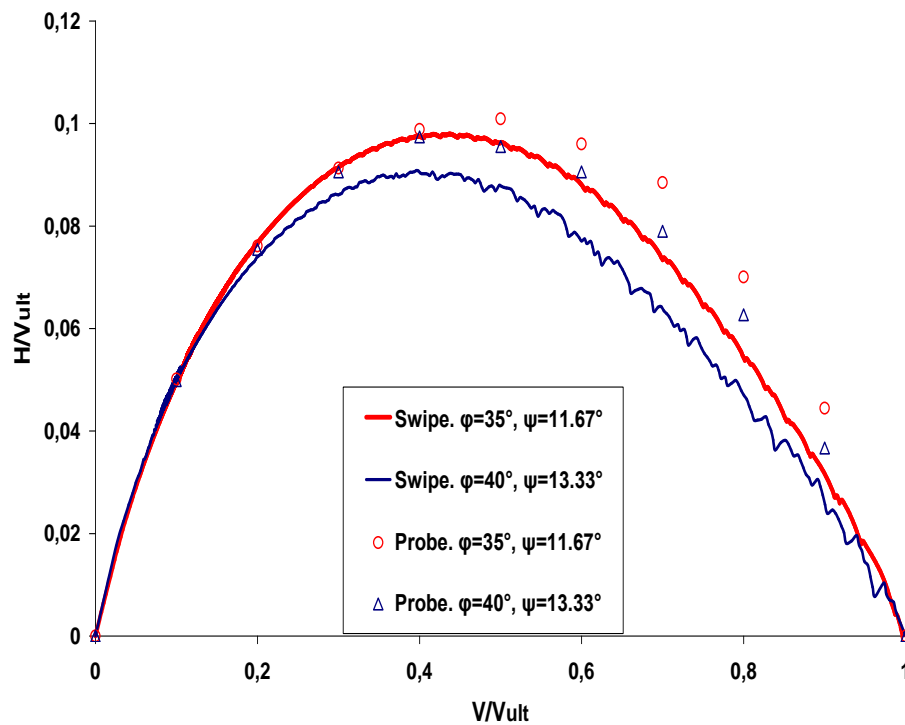


Figure 6.13– Surfaces ultimes dans le plan des paramètres de chargement (V- H) obtenues par les méthodes « probe » et « swipe », pour le cas d'une règle d'écoulement non-associée ( $\psi < \phi$ ).

La Figure 6.13 présente les surfaces ultimes obtenues par les deux méthodes de chargement « probe » et « swipe », pour le cas d'une semelle reposant sur la surface libre d'un sol frottant en considérant un comportement non-associé ( $\psi < \phi$ ). Il est clair que la divergence entre les deux méthodes de chargement augmente avec l'accroissement de la charge verticale ( $V/V_{ult} > 0,2$ ). On peut noter clairement des oscillations numériques observées à cause de la loi d'écoulement non-associée, cette remarque a été signalée aussi par Loukidis et al. (2008) pour une fondation filante qui repose à la surface d'un sol purement frottant.

### 6.3.3.3 Mécanisme de rupture

La Figure 6.14 montre le contour de déformation de cisaillement maximale pour une fondation qui repose à la surface et une fondation encastrée, en considérant différentes valeurs de l'inclinaison de la charge ( $\alpha$ ). Dans le cas d'un chargement vertical ( $\alpha=0$ ), le mécanisme de rupture est similaire à celui proposé par Terzaghi (1943). Ce mécanisme est symétrique et composé d'un coin triangulaire élastique au-dessous de la semelle. Cependant, la taille de la zone plastifiée diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison. Il est intéressant de noter qu'il est difficile de fixer l'angle d'inclinaison ( $\alpha$ ) durant l'application de la charge par déplacement, ainsi on considère des valeurs proches pour les angles d'inclinaison dans le cas  $D/B=0$  et  $0,25$ . La Figure 6.14 montre aussi que le mécanisme de rupture d'une fondation encastrée, pour différentes valeurs de  $\alpha$ , est plus large par rapport à celui d'une fondation qui repose à la surface. Dans le cas où la semelle est fondée directement à la surface du sol, il est clair que la résistance suffisante contre un mécanisme de rupture par glissement horizontal est moins que celle d'une fondation encastrée. Le mécanisme de rupture d'une fondation encastrée pour les grandes valeurs de l'angle  $\alpha$  est semblable à celui obtenu par l'action de la butée des terres.

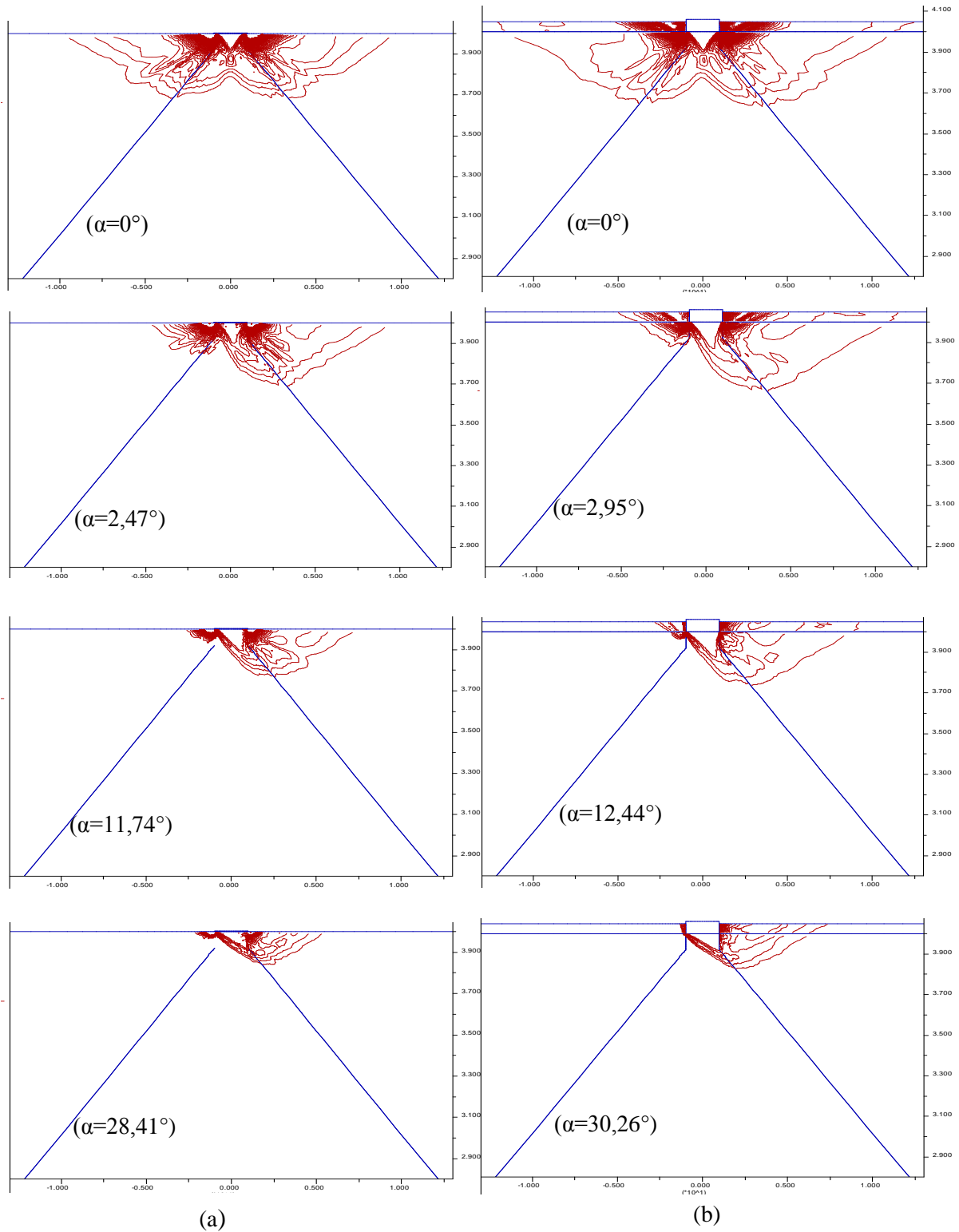


Figure 6.14– Contours de déformation de cisaillement maximale pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison  $\alpha$ . (a)  $D/B=0$  (b)  $D/B=0,25$ .

## 6.4 Conclusion

La capacité portante d'une fondation filante encastrée dans un sol purement frottant a été étudiée par la méthode des différences finies. L'interaction entre le sol et la fondation est réalisée via un élément d'interface défini par le critère de Mohr-Coulomb. Les calculs numériques élasto-plastiques par le code FLAC (2005), montrent la dépendance du facteur de la capacité portante  $N_\gamma$  de l'angle de dilatance. La règle d'écoulement non-associée conduit à la diminution de la valeur de  $N_\gamma$ . Les courbes charge-déplacement dans le cas d'une règle d'écoulement non-associé ( $\psi < \phi$ ) présentent des oscillations numériques qui compliquent la détermination de la valeur de  $N_\gamma$ . Aussi, le déplacement maximal du sol sous la base de la fondation est obtenu pour les grandes valeurs de l'angle de dilatance. La présente étude montre aussi que le coefficient de profondeur  $d_\gamma$  augmente linéairement avec le rapport  $D/B$  ; par ailleurs, il diminue avec l'augmentation de l'angle de frottement interne du sol  $\phi$ .

Les coefficients d'inclinaison déterminés par le code FLAC (2005) sont en excellent accord avec ceux proposés par Loukidis et al. (2008) en utilisant la méthode des éléments finis. L'étude numérique montre que le coefficient d'inclinaison dépend légèrement de l'angle de frottement du sol. La présente étude montre que le coefficient d'inclinaison  $i_\gamma$  n'est pas indépendant de la profondeur d'encastrement  $D$ .

Pour une fondation reposant sur la surface d'un sol frottant et soumise à l'action d'une charge verticale, le mécanisme de rupture est symétrique et similaire à celui proposé par Terzaghi (1943), cependant, plus l'angle d'inclinaison augmente, plus une asymétrie du mécanisme est apparait. La taille de la zone plastifiée diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison.

Les deux procédures de chargement « probe » et « swipe » ont été utilisées pour tracer les diagrammes d'interaction entre force verticale centrée et force horizontale (V-H). Les résultats des deux procédures sont en excellente accord, à l'exception des résultats obtenus pour un sol non-associé et  $V/V_{ult} > 0,2$ . Egalement, les résultats des courbes enveloppes pour le cas d'une règle d'écoulement non-associé ( $\psi < \phi$ ) présentent des oscillations numériques. La comparaison des surfaces ultimes obtenues par la présente étude avec celles des formulations de la capacité portante, montre que les formules de Hansen (1970) et Vesić (1975) sont largement conservative pour la prédiction des courbes d'interaction (V, H). D'après notre étude la taille de la courbe (V-H) normalisée dépend de la valeur de l'angle de frottement interne du sol  $\phi$  et du rapport  $D/B$ , par conséquent dans le cas d'une fondation qui repose sur

la surface libre ( $D/B=0$ ) la valeur de la force horizontale ultime  $H_{ult}$  est obtenue entre  $0,089V_{max}$  et  $0,11V_{max}$ , la rupture par glissement peut se produire à un rapport  $V/V_{ult} \approx 0,45$ . La Valeur de la force horizontale ultime  $H_{ult}$  est obtenue entre entre  $0,11V_{max}$  et  $0,12V_{max}$  pour le cas d'une fondation encastrée.

## **Conclusion générale et perspectives**

L'estimation de la capacité portante des fondations superficielles est très importante pour la conception et le dimensionnement de plusieurs ouvrages en génie civil. La plupart des coefficients correcteurs de la capacité portante adoptés pour la conception pratique sont basés sur des méthodes empiriques et semi empiriques. Les expressions de la capacité portante proposées par Prandtl (1920), Terzaghi (1943), Meyerhof (1951) et Vesić (1973) sont les plus adoptées par les règles de calcul pour l'étude de la portance des fondations superficielles.

Le développement des codes de modélisation numériques permettent la détermination des paramètres influençant la capacité portante des fondations superficielles, tels que la forme et l'encastrement de la fondation, aussi le mode de chargement. La capacité portante d'une fondation filante basée sur un sol purement cohérent (argileux) a été analysée en utilisant le code FLAC (2005) ; les résultats sont présentés en termes de facteur de capacité portante  $N_c$ . Aussi, l'effet combiné de la profondeur de l'encastrement dans le même type de sol et de l'inclinaison de la charge sur la capacité portante d'une fondation filante a été étudié. Les résultats obtenus sont présentés en termes des coefficients normalisés de profondeur  $d_c$  et de l'inclinaison de la charge  $i_c$ . Les résultats des calculs numériques élasto-plastiques de la capacité portante des fondations filantes encastrees dans un sol frottant sont présentés aussi dans cette thèse. Les résultats obtenus pour les deux types du sol montrent que la prise en compte du sol au-dessus de la base de la fondation a un effet significatif sur la portance de la fondation. Les calculs numériques élasto-plastiques montrent que les caractéristiques élastiques du sol ont une influence négligeable sur la charge limite de la fondation.

Les analyses numériques pour le cas d'un sol purement cohérent avec une cohésion constante avec la profondeur, confirment que le facteur de profondeur de la capacité portante dépend de la rugosité de l'interface. Le coefficient de profondeur  $d_c$  augmente continuellement avec l'augmentation de la profondeur d'encastrement. La fondation encastree mobilise un volume du sol plus grand que celui d'une fondation reposant sur la surface libre du sol. Les résultats de cette étude montrent que l'encastrement de la fondation a un effet significatif sur la capacité verticale et horizontale de la fondation. De plus, il a été montré que la profondeur de l'encastrement de la fondation influe sur le coefficient d'inclinaison de la charge  $i_c$ .

En ce qui concerne le problème de la capacité portante d'une semelle filante dans un sol

### *Conclusion générale et perspectives*

purement frottant, les calculs élasto-plastiques ont permis de constater l'influence importante de la non-associativité du sol, de l'encastrement de la fondation et de l'inclinaison de la charge sur la portance de la fondation. La règle d'écoulement non-associé sous-estime le facteur de portance  $N_\gamma$ , cette sous-estimation augmente avec l'accroissement de l'angle de frottement interne du sol  $\phi$ . Aussi, l'angle de dilatance influe sur la capacité sur la valeur du déplacement maximal, où la règle d'écoulement associée produit un déplacement plus grand que celui obtenu en considérant un sol non-associé. La valeur de l'angle de frottement influence sur le coefficient de profondeur  $d_\gamma$  et légèrement sur le coefficient d'inclinaison  $i_\gamma$ .

Les deux procédures de chargement « probe » et « swipe » sont utilisées pour explorer la surface de rupture dans le cas de chargement combiné (V-H). Les résultats des deux procédures sont en excellente concordance, ils montrent que la forme de la courbe enveloppe (V-H) normalisée est unique pour toutes les valeurs du rapport D/B mais la taille de la courbe change avec la variation de la profondeur de l'encastrement de la fondation. La comparaison des résultats des différences finies avec les autres formules de la capacité portante (Meyerhof, 1963 ; Hansen, 1970 ; Vesić, 1975) montre que les résultats des formules de la capacité portante sont largement conservatifs dans la prédiction de la charge de rupture dans le cas de chargement vertical où combiné.

#### **Travaux futurs :**

Dans ce travail la capacité portante de la fondation encastree dans le cas d'un sol purement cohérent et un sol purement frottant, en considérant une semelle filante. Dans les future travaux, les autres géométries de la fondation (rectangulaire, circulaire, carrée....) peuvent être étudiées de la même manière. Le sol dans la première partie de cette étude est une argile homogène avec une cohésion constante, la méthode des différences finies permis de résoudre des problèmes plus complexes avec une augmentation de la cohésion avec la profondeur ou du sol stratifié. La charge durant cette étude est supposée verticale centrée ou inclinée centrée, cependant, afin de mieux présenter le cas des fondations superficielles utilisées comme une plate-forme des fondations offshore la charge doit être combinée de trois composantes (verticale, horizontale et moment) car ces fondations sont souvent soumises à une force verticale due au poids propre de la structure et du système de la fondation, et une charge combinée horizontale et moment dus au vent et au mouvement des vagues de la mer agissant sur la structure, sans oublier la charge dynamique du séisme.



## NUMERICAL STUDY OF DEPTH FACTORS FOR UNDRAINED LIMIT LOAD OF STRIP FOOTINGS

H. YAHIA-CHERIF, A. MABROUKI, M. MELLAS; D. BENMEDDOUR

Department of Civil and Hydraulic Engineering, University of Biskra, Algeria

### ABSTRACT

Current studies of bearing capacity for shallow foundations tend to rely on the hypothesis of an isolated footing lying on the ground surface. In practice a footing never lies on the ground surface; it is mostly embedded at a depth  $D$  below the ground surface. This paper focuses on a numerical study using the finite-difference code Fast Lagrangian Analysis of Continua (FLAC), to evaluate the bearing capacity of embedded strip footings. The effect of the embedment is estimated through a depth factor, defined as a ratio of the bearing capacity of a strip footing at a depth  $D$  to that of a strip footing at the ground surface. The results presented in this paper show that the size and shape of the shear zone and displacement field defining the undrained capacity of shallow foundations under centred vertical loading are dependent on embedment ratio.

**KEY WORDS:** bearing capacity; depth factors; vertical loads; numerical modelling; strip footing

### 1 INTRODUCTION

The bearing capacity of a vertically loaded shallow, rough, rigid, foundation in plane strain conditions is generally evaluated using the superposition equation proposed by Terzaghi [1]. Since Terzaghi's founding work, numerous experimental and numerical studies aiming at estimating the ultimate bearing capacity of shallow foundations have been conducted. Analytical solutions to the bearing capacity problem can be classified into the following categories:

- limit equilibrium method (e.g., Terzaghi [1]; Meyerhof [2]);
- slip line method (e.g., Sokolovskii [3]; Hansen [4]);
- limit analysis method (e.g., Michalowski [5]; Salgado *et al.* [6]);
- finite element or finite difference analyses (e.g., Frydman & Burd [8]; Loukidis & Salgado [9]; Mabrouki *et al.* [10]; Gourvenec & Mana [7]; Zhang *et al.* [11]).
- The undrained bearing capacity equation of foundations embedded in clay has the following expression:

$$q_u = c_u N_c d_c + q \quad (1)$$

where  $N_c$  is a bearing capacity factor;  $c_u$  is a representative undrained shear strength;  $q = \gamma D$  is the surcharge at the footing base level;  $\gamma$  is the soil unit weight;  $D$  is the distance from the ground surface to the base of the foundation element;  $d_c$  is a depth factor. Undrained vertical bearing capacity of shallowly embedded foundations has been addressed extensively, through empirical, analytical and numerical studies for a range of foundation/soil interface conditions (Skempton [12]; Meyerhof [13]; Hansen [4]; Salgado *et al.* [6]; Edwards *et al.* [14]; Gourvenec [15], Gourvenec & Mana [7]). Table 1 summarises the expressions proposed by different authors to evaluate the depth factors for undrained bearing capacity.

In this paper, a series of numerical computations using the finite difference code FLAC are carried out to evaluate the influence of the depth of footing on the undrained bearing capacity. The depth factor was calculated for rigid rough and smooth strip footing, subjected to centred vertical load. The numerical results are compared with the available publications in the literature.

Table 1: Expressions for depth factor  $d_c$ 

Reference	Depth factor
Skempton [12]	$d_c = 1 + 0.2 \frac{D}{B}$
	$d_c = 1.5$ for $\frac{D}{B} \geq 2.5$
Meyerhof [13]	$d_c = 1 + 0.2 \frac{D}{B}$
Hansen [4]	$d_c = 1 + 0.4 \frac{D}{B}$ for $\frac{D}{B} < 1$
	$d_c = 1 + 0.4 \tan^{-1} \left( \frac{D}{B} \right)$ for $\frac{D}{B} \geq 1$
Salgado et al. [6]	$d_c = 1 + 0.27 \sqrt{\frac{D}{B}}$

## 2 FINITE DIFFERENCE MODEL

The finite-difference code FLAC was used to estimate the bearing capacity of a strip footing of width  $B=2\text{m}$  embedded at depth  $D$  in clay ( $D/B$  ratio was varied from 0 to 4) and subjected to a centred vertical load. The analyses were performed under plane strain conditions. Owing to the symmetry in geometry and loading conditions, only half of the domain was discretised. The boundary conditions are shown in Figure 1. The displacement of the left vertical side is constrained in the horizontal direction only. The base and right side of the model is constrained in all directions. Zero thickness interface elements were placed along the boundary EFG to simulate different interface conditions between the footing and the soil. The soil was considered to be a linearly elastic-perfectly plastic material, obeying Tresca criterion ( $c_u=20\text{ kPa}$ ,  $\nu=0.49$ ,  $E_u=14\text{ MPa}$  and  $\gamma=15\text{ kN/m}^3$ ). It is noted that the values of the elastic parameters had a small effect on the value of bearing capacity [10]

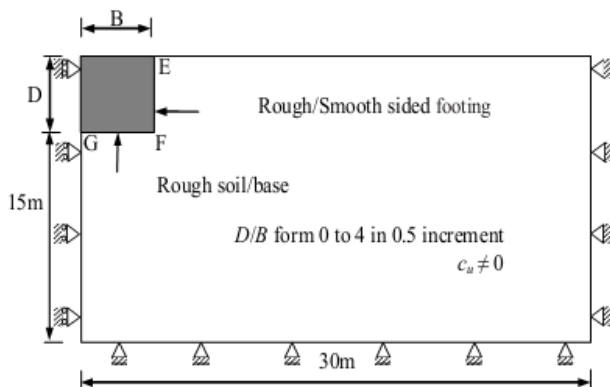
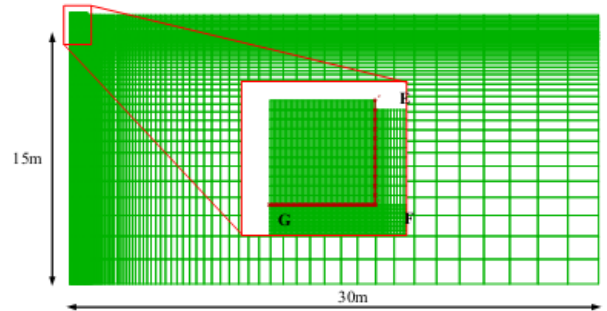


Figure 1: Problem geometry and boundary conditions

The numerical evaluation of the bearing capacity is based on subdividing the soil into a number of elements. The mesh adopted for all cases studied in this paper, has a depth of 15 m and extends 30 m beyond the line of symmetry, as shown in Figure 2. To simulate the rigid footing, the vertical and horizontal displacements of nodes which discretise the strip footing are constrained in the vertical and horizontal directions.

Figure 2: Example of finite difference mesh,  $D/B=0.5$ .

The loading of the rigid strip footing is simulated by imposing equal vertical velocities at all nodes representing the footing. The magnitude of chosen vertical velocity is  $2 \times 10^{-7} \text{ m/s}$ . The rigid footing is connected to the soil via interface elements defined by Coulomb shear-strength criterion. The interface elements along the base FG of foundation always represented a rough interface. They were assigned a cohesion  $c_u=20\text{ kPa}$ , a normal stiffness  $k_n=10^9\text{ Pa/m}$ , and a shear stiffness  $k_s=10^9\text{ Pa/m}$ . To model the rough interface between the side of the footing and the soil, interface elements along the boundary EF were assigned the same properties as along the base. In the case of a smooth interface, the interface elements along EF were assigned the same normal stiffness and shear stiffness but zero undrained strength.

The progressive movement of the rigid footing induced by the vertical velocity applied at all nodes is accompanied by the increase of the load in the soil. Finally, this load stabilizes for a value that indicates a limit load or bearing capacity. In first case the ultimate load on the footing was calculated as the sum of the vertical reaction forces along the base FG. In the second the resistance from shear stresses mobilised along the side of the footing was included.

## 3 RESULT AND DISCUSSION

A vertical bearing capacity  $q_u=5.204c_u$  was predicted in the present study for the surface footing, representing an overestimation of less than 2% from the analytical solution of  $q_u=5.14c_u$  (Prandtl [16]). It should be noted that several preliminary numerical tests have been carried out to study the effect of the mesh size, the refinement of the mesh produce a better results. It means that numerical prediction

obtained using FLAC, is in excellent agreement with Prandtl's solution.

Figure 3 shows the result obtained from the finite difference analysis of  $N_c d_c = (q_u - q) / c_u$  as a function of the ratio  $D/B$  compared with available numerical solutions (Salgado et al. [6]; Edwards et al. [14], Gourvenec [15]). The results increase substantially with increasing  $D/B$ . The values of  $d_c N_c$  obtained by the upper-bound approach increasingly diverges from the rough-sided foundations finite difference results predictions with increasing embedment ratio. For  $D/B \leq 3$ , the result obtained from the present study for rough-sided footing are in excellent agreement with the solutions reported by Edwards et al. [14] (using the finite elements analysis) but deviate for  $D/B > 3$ .

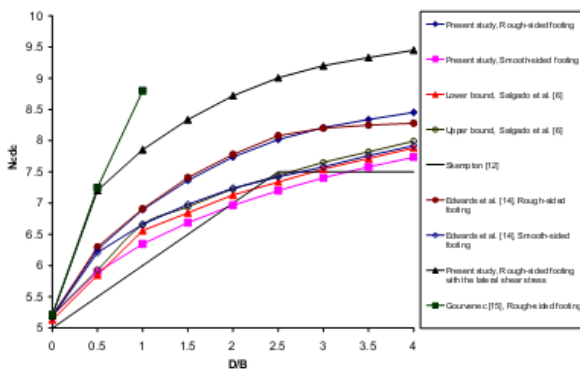


Figure 3: Comparison of present  $N_c d_c$  values with theoretical and numerical results. Comparison of present  $N_c d_c$  values with theoretical and numerical results.

The values of  $d_c N_c$ , obtained from the present study for smooth-sided footing solutions are close to the upper- and lower-bound solutions predicted by Salgado et al. [6]. Figure 3 also shows the empirical solutions of Skempton [12] for the bearing capacity factors of an embedded strip footing. In the case of a smooth-sided strip footing the present results for  $D/B \leq 1.5$  are in good agreement with those obtained by Skempton [12]. It is noted that the results of the bearing capacity obtained from the present study in the case of contribution of both the base of the foundation and its side, increases up to about 30% for  $D/B=4$ , when compared with the bearing capacity obtained by the contribution of the base only.

The finite difference results are also used to derive depth factors  $d_c$ . This is achieved by dividing the bearing capacities obtained for the footings at depth  $D$  by that obtained for the surface footing. The results are presented in Figure 4. The values of  $d_c$  proposed by Skempton [12], Meyerhof [13], Hansen [4] and Salgado et al. [6] are also presented. The values of  $d_c$  obtained from the present study for  $D/B \leq 3$  and rough-sided foundations are in good agreement with the results of Edwards et al. [14]. For  $D/B > 3$ , the depth factor obtained with finite difference analyses are slightly greater than those obtained by Edwards et al. [14]. The present results of  $d_c$  for rough-

sided foundations are greater than those obtained by the expressions available in the literature.

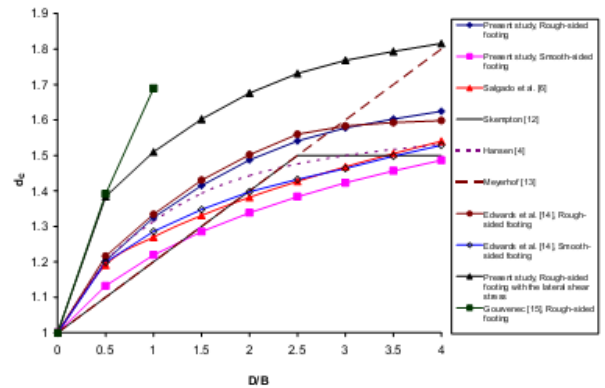


Figure 4: Comparison of present  $d_c$  values with those obtained from the expressions available in the literature. Comparison of present  $d_c$  values with those obtained from the expressions available in the literature.

Figure 5 shows the contours of maximum shear strain for different embedded footings in the case of a cohesive soil. The plots clearly demonstrate the improved bearing capacity that results from increasing depth. The size of the shear zone increases with increasing value of the depth and a large strain concentration is observed near the corner of the footing with high values of  $D/B$ . This behaviour is due to the blocking effect, caused by the weight of the soil situated over the base of the footing. As seen from Figure 5, there is a triangular elastic wedge immediately underneath the rough footing.

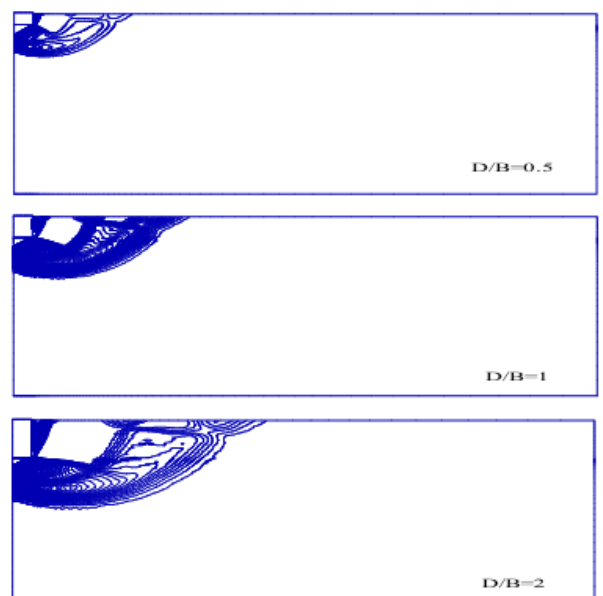


Figure 5: Contours of maximum shear strain for rough strip footing: (a)  $D/B=0.5$ ; (b)  $D/B=1$  and (c)  $D/B=2$ .

Figure 6 shows a comparison of the displacement vector field for footing embedded in soil ( $D=1m$ ), with footing assumed resting on the soil surface, and the effect of the self-weight of the soil located above the footing base is replaced with a surcharge  $q=\gamma D$ . It is noted that the value of the maximum magnitude  $d_{max}$  of the displacement vector of the embedded footing higher than  $d_{max}$  found by replacing the self-weight of the soil located above the footing base by a surcharge  $q$ . Also, it is clear from the figure that embedded foundations mobilize a volume of soil larger than mobilize by replacing the self-weight of the soil located above the footing base by a surcharge  $q$ .

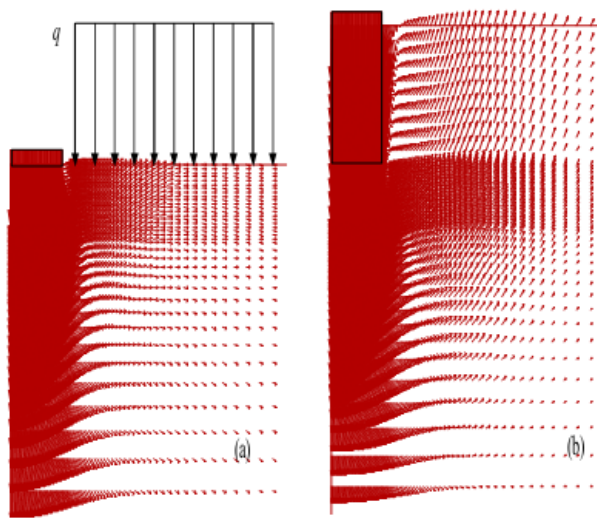


Figure 6: Illustration of difference in displacement vector in two cases: (a) equivalent surcharge use to replace soil above base of footing; (b) footing modelled as an embedded footing

#### 4 CONCLUSIONS

Two-dimensional finite difference analyses of embedded rough and smooth strip footings in clay were performed to study the depth factor. The footings have been considered under centred vertical load. The results of depth factor were compared with existing solutions published in the literature, using the finite elements analysis method and approximations that are commonly used in practice. The results from the finite difference study of the undrained bearing capacity of strip footings embedded in clay have confirmed that the bearing capacity of embedded footing depend on the ratio  $D/B$ , demonstrating that the depth factor depends on the roughness of the vertical sides of the footing.

#### REFERENCES

- [1] Terzaghi, K. Theoretical soil mechanics. New York: Wiley; 1943.
- [2] Meyerhof, G. G. The ultimate bearing capacity of foundations. *Géotechnique* 1951; 1 (2): 301–332.
- [3] Sokolovskii, V.V. Statics of soil media (translated from the 1942 Russian edition). London: Butterworths; 1960.
- [4] Hansen J. B. A revised and extended formula for bearing capacity. *Danish Geotech Inst Bull* 1970; 28: 5–11.
- [5] Michalowski, R.L. An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis. *Soils and Foundations* 37(4): 57–64.
- [6] Salgado, R., Lyamin, A. V., Sloan, S. W. & Yu, H. S. Two- and three-dimensional bearing capacity of foundations in clay. *Géotechnique* 2004; 54 (5): 297–306.
- [7] Gourvenec, S.M & Mana, D. S. K. Undrained vertical bearing capacity factors for shallow foundations. *Géotechnique Letters* 2011; 1: 101–108.
- [8] Frydman, S. & Burd, H.J. Numerical studies of bearing capacity factor  $N_c$ . *J. Geotech Geoenviron Eng ASCE* 1997 123 (1): 20–29.
- [9] Loukidis, D., & Salgado, R. Bearing capacity of strip and circular footings in sand using finite elements. *Computers and Geotechnics* 2009; 36 (5): 871–879.
- [10] Mabrouki, A., Benmeddour, D., Frank, R., & Mellas, M. Numerical study of the bearing capacity for two interfering strip footings on sands. *Computers and Geotechnics* 2010; 37(4): 431–439.
- [11] Zhang, Y., Bienen, B., Cassidy, M. J., & Gourvenec, S. Undrained bearing capacity of deeply buried flat circular footings under general loading. *J. Geotech Geoenviron Eng* 2012; 138 (3): 385–397.
- [12] Skempton, A. W. The bearing capacity of clays. *Proc.*
- [13] Meyerhof, G. G. Some recent research on the bearing capacity of foundations. *Can Geotech J* 1963; 1 (1): 16–26.
- [14] Edwards, D. H., Zdravkovic, L. & Potts, D. M. Depth factors for undrained bearing capacity. *Géotechnique* 2005; 55(10): 755–758.
- [15] Gourvenec, S. Effect of embedment on the undrained capacity of shallow foundations under general loading. *Géotechnique* 2008; 58 (3): 177–185.
- [16] Prandtl L. Über die Härte plastischer Körper. *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften, Göttingen, Math.-phys. Klasse*; 1920. p. 74–85.
- [17] Salgado, R. The engineering of foundations. McGraw-Hill; 2008

## UNDRAINED BEARING CAPACITY OF EMBEDDED STRIP FOOTINGS UNDER VERTICAL AND HORIZONTAL LOADS

**D. BENMEDDOUR, H. YAHIA-CHERIF, M. MELLAS**

Department of Civil and Hydraulic Engineering, University of Biskra, BP 145 Biskra 07000, Algeria

### ABSTRACT

This paper is concerned with the undrained bearing capacity of embedded strip footing under inclined loading (i.e. combined vertical and horizontal). A series of numerical computations using the finite-difference code Fast Lagrangian Analysis of Continua (FLAC) was carried out to evaluate the failure envelopes in vertical force – horizontal force (V-H) plane, using both probe and swipe analyses. The adopted approach involves a numerical solution of the equations governing elasto-plastic soils. The soil is modeled by an elasto-plastic model with a Tresca criterion. The results are presented in terms of the failure envelope in vertical and horizontal loading plane.

**KEYWORDS:** bearing capacity, inclined loads, failure envelope, numerical modeling, embedded foundation.

### 1 INTRODUCTION

The bearing capacity of foundations has been extensively studied by several methods; these methods may be classified into the following four categories: (1) the limit equilibrium method (e.g., [1-3]); (2) the method of characteristics, (e.g., [4-5]), (3) the limit analysis method, which includes upper bound and lower bound theorems (e.g., [6-8]), and (4) numerical methods that are based on either the finite-element or the finite-difference approaches [9-10].

In practice, the bearing capacity of a strip footing is generally evaluated using the superposition equation proposed by Terzaghi [1]; this equation is valid for a situation where the shallow strip footing is subjected to centered vertical loads, which involves a symmetric failure mechanism.

for a surface strip footing on idealized plastic material is well established. Expressed in terms of bearing capacity factor  $N_c = q_u / c_u$ , where  $q_u$  is the limiting vertical stress and  $c_u$  the representative undrained shear strength,  $N_c$  for strip footing is equal to 5.14 (Prandtl [11]). A closed-form exact solution defining ultimate limit states under combined VH loading for a surface foundation on a Tresca material was obtained by Green [12]. However, no exact solution is available for the vertical bearing capacity of an embedded strip.

Undrained vertical bearing capacity of shallowly embedded foundations has been addressed extensively through

empirical, analytical and numerical studies for a range of foundation/soil interface condition (e.g., Skempton, [13]; Meyerhof, [14]; Hansen, [15]; Houlsby and Martin, [16]; Salgado et al., [17]; Edwards et al., [18]). However, very little work has addressed inclined bearing capacity of embedded strip footing and no exact solution has been identified. For a strip surface footing under inclined loading, the undrained bearing capacity is calculated as follows:

$$q_u = c_u N_c i_c \quad (1)$$

Where  $c_u$  is the undrained shear strength,  $N_c$  is the bearing capacity factor and  $i_c$  is the load inclination factor. For vertical loading the inclination factor has a value of 1 and the solution is identical to Prandtl's solution. In the literature, there are expressions for the undrained inclination factor, Table 1 summarises the expressions factor for undrained bearing capacity

Capacity under the interaction of vertical and horizontal loads is conveniently represented by a failure envelope V, H load space. Recently, Gourvenec [19]; Gourvenec and Barnett [20]; Bransby and Randolph [21], investigated the failure surfaces in (H, V, and M) load space through analytical and numerical studies of embedded strip footing. Their results show that the size and shape of failure envelopes defining the undrained capacity of shallow foundations under general loading are dependent on embedment ratio.

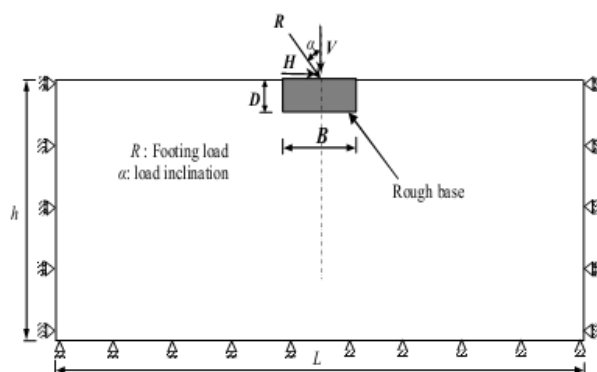
In this paper, a series of numerical computations using the finite-difference code FLAC [22] are carried out to determine the shape of the failure envelopes in vertical force – horizontal force (V-H) plane of an emended strip footing on an undrained soil. The numerical results are compared with the available results in the literature

**Table1: Expressions of inclination factor.**

Author	$i_c$
Meyerhof [2]	$\left(1 - \frac{\alpha^\circ}{90^\circ}\right)^2$
Hansen [4]	$0.5 - 0.5 \sqrt{1 - \frac{H}{Bc_u}}$
Vesic [3]	$1 - \frac{2H}{Bc_u N_c}$
Green [4]	$0.5 + \frac{1}{N_c} \left[ \cos^{-1} \left( \frac{H}{Bc_u} \right) + \sqrt{1 - \left( \frac{H}{Bc_u} \right)^2} \right]$

## 2 NUMERICAL MODELING PROCEDURE

In this paper, the finite-difference code FLAC was used to reach the undrained bearing capacity for embedded strip footings under vertical and horizontal loads. The embedment ratio  $D/B$  of 0 (surface), 0.25, 0.5 and 1 were considered, where  $D$  is the depth of embedment and  $B$  is the footing width. In the current modeling study the width  $B$  of the footing is 2 m. Because of the absence of loading symmetry, the entire soil domain of width  $40B$  and depth  $20B$  is considered. The boundary conditions are shown in Figure 1. The base of the model is constrained in all directions. The right and the left vertical sides are constrained in the horizontal direction only.

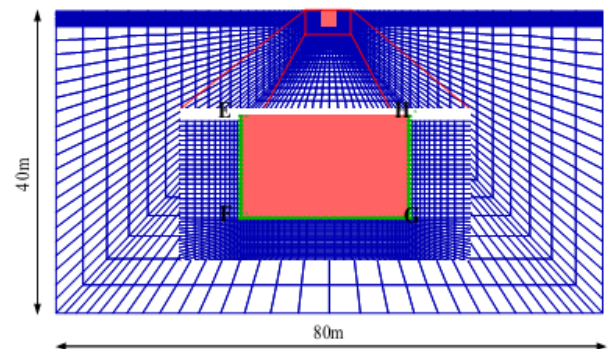


**Figure 1: Problem geometry and boundary conditions**

The evaluation of the undrained bearing capacity for the embedded strip rigid footing under vertical and horizontal loads is based on subdividing the soil into a number of zones, and specifying equal vertical or horizontal velocities to the zone representing the footing. To simulate the rigid footing, the vertical and horizontal displacements of nodes which discretize the strip footing are constrained in the vertical and horizontal directions.

It is worthwhile noting that refinement of the mesh and the choice of a small velocity does produce slightly better results, and the importance of the mesh size in bearing capacity computations was demonstrated earlier by Frydman and Burd [9]. A series of numerical computations have been carried out to test the influence of the mesh size and the magnitude of the velocity applied at the footing nodes. Figure 2 shows a typical finite-difference mesh used in the analysis of strip footing with embedment ratios  $D/B=0.5$ . In all cases, the mesh in the footing neighborhood is refined to capture significant displacement gradients.

The boundary EFGH of the rigid footing is connected to the soil via interface elements defined by Coulomb shear-strength criterion. The soil was modelled as a Tresca material ( $c_u=20$  kPa,  $\nu=0.49$ ,  $E_u=14$  MPa and  $\gamma=15$  kN/m<sup>3</sup>). It should be noted that the values of the elastic parameters had a very small effect on the bearing capacity (Mabrouki et al. [10]).



**Figure 2: Finite-difference mesh for the case of  $D/B=0.5$ .**

Both swipe and probe analyses were carried out to identify the (H-V) failure envelope (where  $H$  and  $V$  are respectively the horizontal and vertical ultimate footing loads). Swipe tests, introduced by Tan [23], are convenient, as a complete failure envelope in a two-dimensional loading plane can be determined in a single test. The swipe tests involve first bringing the foundation to vertical bearing failure, and subsequently applying horizontal velocity while not allowing the footing to move vertically. In the probe analyses, after applying a vertical uniform stresses (smaller than  $q_u$ ) at the base of the footing; damping of the system is introduced by running several cycles until a steady state of static equilibrium is developed in the soil. Then a controlled horizontal velocity is applied to the nodes situated at the footing. Displacement is increased until failure is reached

### 3 NUMERICAL RESULTS

#### 3.1 Inclusion factor $i_c$

The load inclination factor defined by normalization of  $V_{ult}$  with respect to the limit load for the corresponding vertically loaded footing case  $V_{ult,\alpha=0}$ . Figure 3(a) presents the inclination factors found in present study for surface footing by probe analyses and those proposed by Meyerhof [2], Hansen [15], Vesic [3] and Green [12]. It shows that  $i_c$  decreases as the load inclination  $\alpha$  increase. The values of  $i_c$  obtained by analytical expressions of Hansen [15], Vesic [3] and Green [12] diverges from the finite difference predictions with increasing load inclination  $\alpha$ , where the value of  $i_c$  proposed by Green [12] are in excellent agreement with Hansen's expression. The numerical prediction obtained using the finite difference code FLAC is in good agreement with the inclination factor proposed by Meyerhof [2]. Figure 3(b) presents the inclination factors found by the present study using probe analyses for different values of  $D/B$  ratio. The figure shows that  $i_c$  decreases as the embedment ratio  $D/B$  increase.

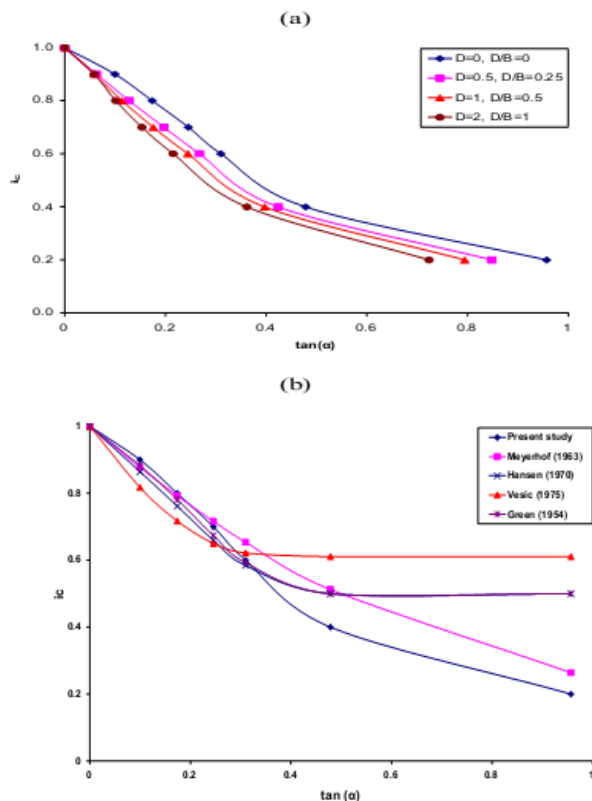


Figure 3: Inclusion factor as a function of the load inclination  $\alpha$  from probe analyses (a) Comparison with existing expressions (b) Inclusion factor as a function of  $D/B$

#### 3.2 Failure envelope

The dots in Fig. 4(a) represent pairs of failure horizontal ( $H$ ) and vertical ( $V$ ) loads obtained from the finite

difference analyses for surface footing ( $D/B=0$ ) and Hansen's, Vesic's and Green's equations for different load inclinations  $\alpha$ . The failure loads define a failure surface in the  $H-V$  plane. The study indicates that there is a critical angle of inclination, measured from the vertical direction, above which the ultimate horizontal resistance of the foundation dictates the failure of the foundation. When the inclination angle is more than the critical value, the vertical force does not have any influence on the horizontal capacity of the foundation; the critical angle is predicted to be  $17^\circ$ . The non-dimensional failure envelope predicted by the present numerical analyses is compared in Fig. 4(b), with those of Hansen [15], Vesic [3] and Green [12]. It is noted that for vertical loads less than half the ultimate vertical load  $V_{ult}$  the footing fails when the shear strength along the soil-footing interface is fully mobilized, giving sliding failure at the ultimate horizontal failure load of  $H_{ult}$ . The Vesic's solution underestimates the normalized loads at low  $H$  values and overestimates them at higher horizontal loads.

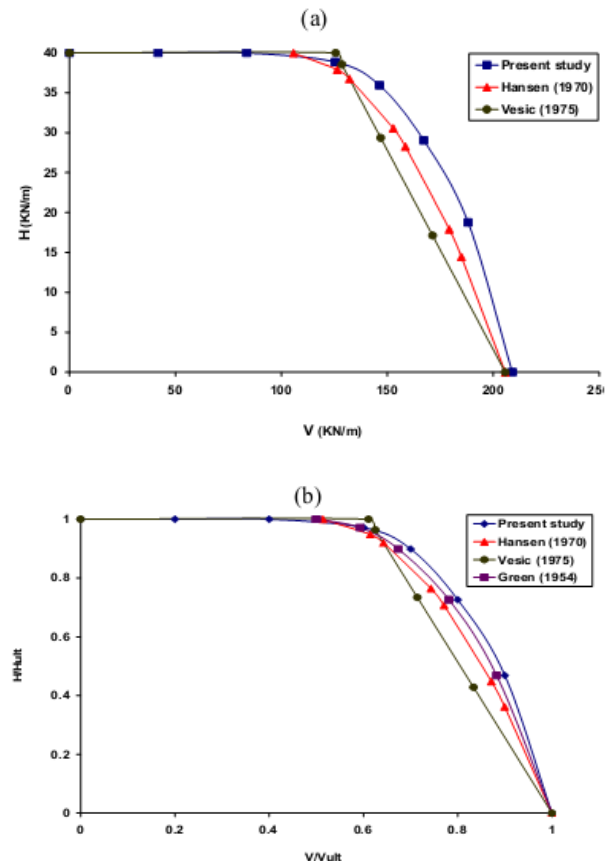


Figure 4: Comparisons of (V-H) failure envelopes for surface footing ( $D/B=0$ ): (a) comparison with Hansen's, Vesic's and Green's expression. (b) Normalized failure envelopes

Figure 5 represents the ultimate limit states normalized by the ultimate limit loads,  $V/V_{ult}$  and  $H/H_{ult}$ , indicating the shape and relative size of the failure envelopes from probe and swipe analyses for range of  $D/B$  ratio of 0 (surface),

0.25, 0.5 and 1. The size of the normalized envelope reduces with increasing embedment ratio. From the figure probe analyses results are in good agreement with the swipe analyses. These results prove that the shape of the failure envelopes are similar and not unique dependent on embedment ratio  $D/B$ . Horizontal load governs failure of the foundation for values of  $V$  less than about  $0.5V/V_{ult}$ . A pure sliding mechanism is observed in this region, with  $H=H_{ult}$ .

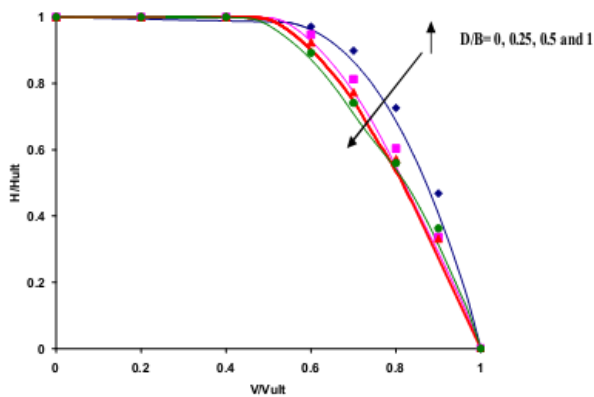


Figure 5: Comparison between the present V-H failure envelope from probe and swipe analyses

### 3.3 Soil deformation mechanisms

Figure 6(a) shows the contours of maximum shear strain for different load inclination. The plots clearly show the triangular elastic wedge underneath the footing base and demonstrate that there are different mechanisms for different load inclination. Under pure vertical ( $\alpha=0$ ) loading failure path is symmetrical and similar to the mechanism proposed by Terzaghi [1]. An elastic wedge zone is located immediately below the bottom of the footing pushed the soil in tow symmetrical zone.

However, more  $\alpha > 0$ , more an asymmetrical double-wedge mechanism prevails, with the footing moving with the soil in the larger wedge zone. The size of the shear zone decreases with increasing values of the load inclination ( $\alpha$ ). Form figures 6, it is noted that the mechanism of deformation for the embedded foundation is larger than that for the surface foundation. It is worthwhile noting that the value of the maximum magnitude of the displacement vectors varies with the embedment for larger embedment the maximum displacement is higher.

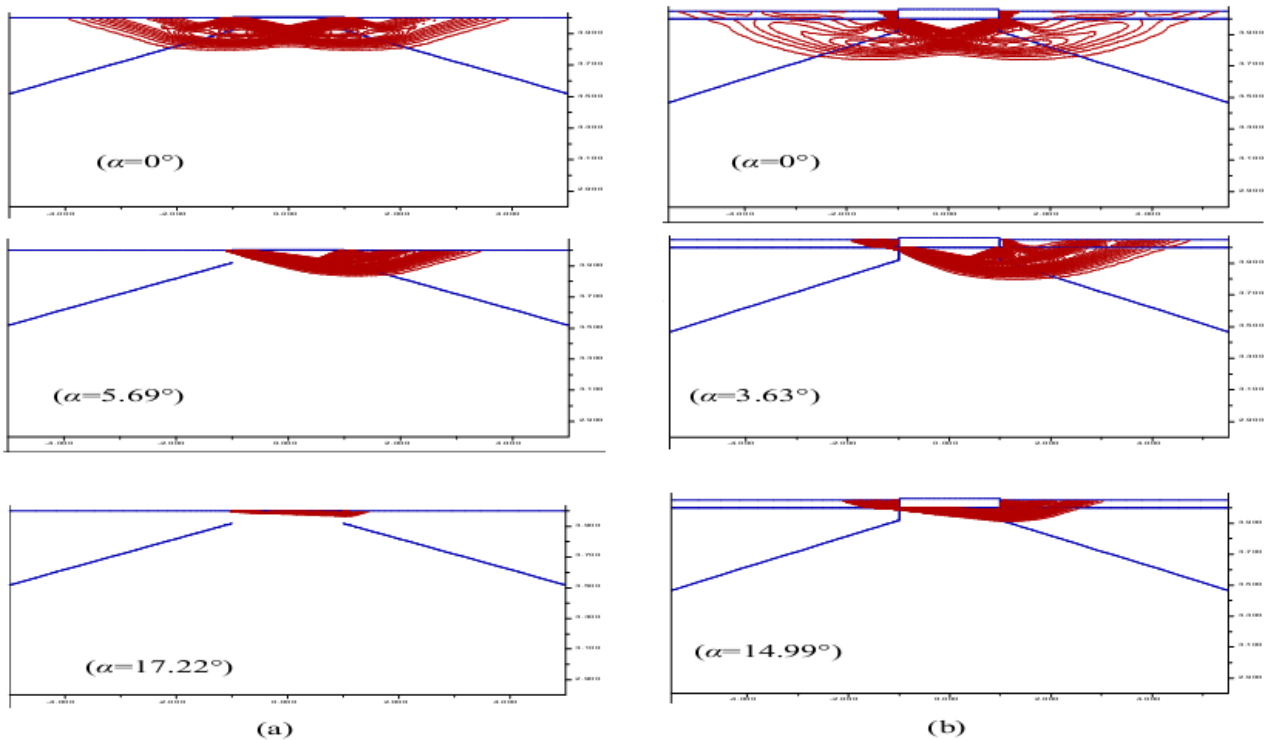


Figure 6: Contours of maximum shear strain for different load inclination  
(a)  $D/B=0$ , (b)  $D/B=0.25$ .



#### 4 CONCLUSIONS

The undrained bearing capacity under inclined loading of embedded strip footing has been investigated. The study proves that the embedment affect the values of inclination factors  $i_c$ . The calculations of combined vertical and horizontal loading are summarized in the form of failure envelopes for different values of  $D/B$ . Under inclined loading, the shape of the failure envelope is slightly dependent of embedment ratio. The results clarify the reducing of the size of the failure envelope with the increasing of embedment. The contours of maximum shear strain for different load inclination and for different values of  $D/B$  proved that the size of the shear zone increases with increasing value of the depth.

#### REFERENCES

- [1] Terzaghi, K. Theoretical soil mechanics. New York: Wiley, 1943.
- [2] Meyerhof, G.G. Some recent research on the bearing capacity of foundations. *Can Geotech J* 1963; 1, 16–26.
- [3] Vesić A.S. Bearing capacity of shallow foundations. In: Winterkorn HF, Fang HY, editors. Foundation engineering handbook. Van Nostrand Reinhold, 1975.
- [4] Hansen J. B. A general formula for bearing capacity. *Dan Geotech Inst* 1961; 11, 38–46.
- [5] Sokolovskii, V.V. Statics of soil media (translated from the 1942 Russian edition). London: Butterworths, 1960.
- [6] Shield, R.T. Stress and velocity fields in soil mechanics. *Journal of Mathematical Physics* 1954; 33(2), 144–156.
- [7] Chen, W.-F. Limit analysis and soil plasticity. Elsevier, Amsterdam, 1975.
- [8] Michalowski, R.L., and Shi, L. Bearing capacity of footings over two-layer foundation soils. *Journal of Geotechnical Engineering* 1995; 121(5), 421–428.
- [9] Frydman, S. & Burd, H.J. Numerical studies of bearing capacity factor  $N_c$ . *J. Geotech. Geoenviron. Engng ASCE* 1997; 123 (1), 20–29.
- [10] [Mabrouki, A., Benmeddour, D., Frank, R., Mellas, M. Numerical study of the bearing capacity for two interfering strip footings on sands. *Computers and Geotechnics* 2010; 37, (4), 431–439.
- [11] Prandtl L. Uber die Harte Plastischer Korper. *Nachr. Ges. Wiss. Goettingen Math. Phys* 1920; Kl.,74–85.
- [12] Green, A. P. The plastic yielding of metal junctions due to combined shear and pressure. *J Mech. Phys. Solids* 1954; 2 (3), 197–211.
- [13] [Skempton, A. W. The bearing capacity of clays. *Proc. Building Research Cong. London*, 1951; 1, 180–189.
- [14] Meyerhof, G.G. The bearing capacity of foundations under eccentric and inclined loads. *Proc 3rd Int. Conf. Soil Mech. Found. Engng*, Zurich, 1953; 1, 440–445.
- [15] Hansen J. B. A revised and extended formula for bearing capacity. *Danish Geotech Inst Bull.* 1970; 28, 5–11.
- [16] Houlsby, G. T., and Martin, C. M. (2003). Undrained bearing capacity factors for conical footings on clay. *Geotechnique* 2003; 53 (5), 513–520
- [17] Salgado, R., Lyamin, A.V., Sloan, S.W., Yu, H.S. Two- and three-dimensional bearing capacity of foundations in clay. *Geotechnique* 2004; 54(5), 297–306.
- [18] Edwards, D.H., Zdravkovic, L., Potts, D.M. Depth factors for undrained bearing capacity. *Geotechnique* 2005; 55 (10), 755–758.
- [19] Gourvenec, S. Effect of embedment on the undrained capacity of shallow foundations under general loading. *Geotechnique* 2008; 58(3), 177–185.
- [20] Gourvenec, S.M. Barnett, S. Undrained failure envelope for skirted foundations under general loading. *Geotechnique* 2011; 61 (3), 263–270.
- [21] Bransby, M.F., Randolph, M.F. Combined loading of skirted foundations. *Geotechnique* 1998 48 (5), 637–655.
- [22] FLAC – Fast Lagrangian Analysis of Continua, version 5.0. ITASCA Consulting Group, Inc., Minneapolis; 2005.
- [23] Tan, F.S.C. Centrifuge and theoretical modelling of conical footings on sand. PhD thesis, University of Cambridge, 1990.
- [24] Bransby, M.F., Randolph, M. F. (1999). The effect of embedment depth on the undrained response of skirted foundations to combined loading. *Soils Found* 1999; 39(4), 19–33.