

Université Mohamed Khider- Biskra
Faculté des sciences et de la technologie
Département: Génie mécanique
Réf:.....



جامعة محمد خيضر بسكرة

جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم: الهندسة الميكانيكية
المرجع:.....

Mémoire présenté en vue de l'obtention
du diplôme de

Magister GENIE MECANIQUE

Spécialité: Dynamique et contrôle des structures et des systèmes

Contrôle de la dynamique d'un manipulateur à deux bras flexibles

Présenté par:

NASSI Farouk

Soutenu publiquement le

Devant le jury composé de:

Mr. BOUMERZOUG Zakaria	Pr.	Président	Université de Biskra
Mr. SEDIRA Lakhdar	M. C. A.	Examineur	Université de Biskra
Mr. BELHI Guerira	M. C. A.	Examineur	Université de Biskra
Mr. AMRANE Mohamed Nadir	Pr.	Rapporteur	Université de Biskra

A mes parents

A mes sœurs et mes frères

A mon cousin SABER BOUTEMEDJET et à toute ma famille.

Mes amis tous

Remerciements

Je remercie en premier lieu **ALLAH** qui m'a donné le courage et la volonté afin de poursuivre des études en post-graduation.

J'adresse ici mes sincères remerciements et ma profonde reconnaissance à mon encadreur Professeur **AMRANE Mohamed Nadir** qui m'a permis d'entreprendre cette recherche, ses conseils, pour ses encouragements ainsi que son soutien effectif qu'il n'a cessé de m'apporter tout au long de ce travail.

J'exprime ma vive reconnaissance au Professeur **BOUMERZOUG Zakaria** pour m'avoir fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

Je remercie également le Docteur **SEDIRA Lakhdar** et Docteur **BELHI Gueria** pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu manifester à l'égard de ce travail, en acceptant d'examiner ce mémoire et de faire partie du jury.

ملخص

في هذا البحث درسنا نوعين من التحكم في الروبوتات ذات الاذرع المرنة منمنجه بطريقة العناصر المنتهية:

1. السيطرة الخاملة والمتمثلة في المعالجة اللزجة لسطح الذراع باستخدام عنصر منته متعدد الطبقات في النمذجة العددية. ما مكنتنا من تحسين صلابة الهيكل والاستفادة من تخفيض الوزن بطريقة معتبرة.
2. قمنا بعرض قانون التحكم بتقنية *P. D.* من اجل تتبع مسار دائري في الفضاء العملي معد مسبقا. ان حساب العزوم اللازمة للتدوير يتم عن طريق استعمال النموذج الهندسي والكينماتيكي والديناميكي لروبوت صلب مماثل ويتم ادراج قيمة زاوية التشوه للهيكل المرن الموافق. نقوم بعدها بحساب احداثيات العقد من اجل تتبع مسار الحافة الحرة للروبوت.

ان تقنية *P. D.* اثبتت كفاءتها فيما يخص التحكم في الروبوتات المرنة كما في الروبوتات الصلبة مع مراعات الاختيار الأمثل لمعاملات التحكم.

كلمات مفتاحية: ديناميك، السيطرة، ذراع مرن، العناصر المنتهية.

Résumé

Dans ce travail, nous avons adopté deux types du contrôle du manipulateur à deux bras flexibles avec une modélisation par la méthode des éléments finis:

1-Le traitement viscoélastique, par l'utilisation de l'élément fini poutre générique multicouche, cette méthode nous a permis un bon contrôle des vibrations et l'allègement de la structure.

2- Nous avons proposé un contrôleur P.D. pour le suivi de la trajectoire circulaire dans l'espace opérationnel planifiée d'avance. Le calcul de la commande des articulations rotoïde dans la configuration flexible doit être calculé à partir des modèles géométriques et cinématique d'un robot similaire rigide, en utilisant la valeur des rotations de la structure flexible correspondante. Les positions cartésiennes des nœuds sont calculées pour le suivi de la trajectoire de l'extrémité libre du manipulateur.

Comparativement au cas des robots rigides, la commande P.D. des robots à liens flexibles reste performante en adoptant cette stratégie; il suffit de mieux choisir les gains de la commande.

Mots clés: dynamique, contrôle, bras flexible, élément finis.

Abstract

In this work, we adopted two types of control of the two-flexible arms (flexible manipulator) modeled by finite element method:

1-The viscoelastic treatment, by the use of the multi-layered generic beam, this method allowed us the control of vibrations and the lightening of structure.

2- P.D. controller is used to control the monitoring of the circle-trajectory plan beforehand in the operational space. The command values of the rotoïde joints in flexible case must be calculated from geometric and kinematics models of a rigid similar robot, by using the value of the rotations of corresponding flexible structure. The Cartesian positions of nodes are calculated for monitoring the trajectory of the free end point of the manipulator.

Compared with the rigid robots, the P.D. controller of robots with flexible links remains competitive by adopting this strategy; it is sufficient to choose better the gains of control.

Key words: dynamics, control, flexible arms, finite element.

Tables de matières

Remerciements	II
ملخص.....	II
Résumé.....	III
Abstract	IV
Tables de matières.....	V
Liste des figures	VIII
Notations et abréviations.....	XII
Objectif du travail	2
Introduction générale	3

Chapitre 1

Généralités sur la robotique et introduction aux structures rigides et flexibles

1.1 INTRODUCTION.....	5
1.2 DOMAINES D'APPLICATION.....	5
1.3 NOTIONS DE BASE.....	6
1.3.1 CONSTITUANT TECHNOLOGIQUE D'UN ROBOT	6
1.3.2 ESPACE ARTICULAIRE (ESPACE DE COMMANDE)	6
1.3.3 ESPACE OPERATIONNEL (ESPACE DES TACHES).....	7
1.3.4 LA STRUCTURE MECANIQUE D'UN ROBOT	7
1.3.5 LES ARTICULATIONS	7
1.3.6 ARCHITECTURE ET CLASSIFICATION DES ROBOTS MANIPULATEURS.....	8
1.4 AXES DE RECHERCHES.....	9
1.4.1 CONTROLE DE LA DYNAMIQUE DES ROBOTS MANIPULATEURS RIGIDE	9
1.4.2 CONTROLE DE LA DYNAMIQUE DES ROBOTS MANIPULATEURS FLEXIBLES	11
1.5 CONCLUSION	13

Chapitre 2

Commande des robots manipulateurs

2.1 INTRODUCTION.....	14
2.2 HYPOTHESES	15
2.2.1 MODELE DYNAMIQUE D'UN ROBOT MANIPULATEUR RIGIDE	15
2.3 COMMANDE DYNAMIQUE IDEALE DANS L'ESPACE ARTICULAIRE	15

2.4	MODELISATION GEOMETRIQUE D'UN MANIPULATEUR A DEUX BRAS RIGIDES	17
2.4.1	MODELE GEOMETRIQUE DIRECT	17
2.4.2	LE MODELE GEOMETRIQUE INVERSE	18
2.5	MODELISATION CINEMATIQUE.....	18
2.5.1	MODELE CINEMATIQUE DIRECTE	18
2.5.2	LE MODELE CINEMATIQUE INVERSE	19
2.6	LE MODELE CINEMATIQUE DIRECT DU SECOND ORDRE	19
2.6.1	MODELE CINEMATIQUE INVERSE DU SECOND ORDRE	20
2.7	CONCLUSION	20

Chapitre 3

Traitement viscoélastique du manipulateur à deux bras flexibles basé sur la M.E.F.

3.1	INTRODUCTION.....	22
3.2	RAPPEL DE NOTATIONS.....	22
3.3	RESOLUTION DU PROBLEME AUX VALEURS PROPRES	25
3.4	TRAITEMENT VISCOELASTIQUE DE LA STRUCTURE	26
3.5	METHODE DE MELANGE.....	28
3.6	METHODOLOGIE DE CALCUL DU TRAITEMENT VISCOELASTIQUE	28
3.7	RESULTATS DU CONTROLE PASSIF	30
3.7.1	STRUCTURE ISOTROPE DE FAIBLE INERTIE $H = 0.0016$ M.....	30
3.7.2	STRUCTURE ISOTROPE DE FORTE INERTIE $H = 0.0093$ M.....	32
3.7.3	TRAITEMENT VISCOELASTIQUE.....	33
3.7.3.1	Traitement de la S.B.I. par une couche viscoélastique mince	33
3.7.3.2	Traitement de la structure bicouche S.B.I. par une peau isotrope	34
3.7.3.3	Traitement de la S.B.C. par une mince couche viscoélastique.....	36
3.7.3.4	Traitement de la structure bicouche (S.B.C.) par une peau en (S.B.C.).....	38
3.7.4	MODES PROPRES DES DIFFERENTES STRUCTURES, (S.B.I.).....	39
3.7.5	GAINS DE POIDS, CAS (S.B.I.)	39
3.7.6	MODES PROPRES DES DIFFERENTES STRUCTURES, (S.B.C.)	40
3.7.7	GAINS DE POIDS, CAS (S.B.C).....	40
3.8	CONCLUSION	41

Chapitre 4

Commande P.D. du manipulateur à deux bras flexibles basée sur la M.E.F

4.1	INTRODUCTION.....	43
4.1.1	PLANIFICATION DE LA TRAJECTOIRE.....	43
4.1.2	CALCUL DU COUPLE DESIRE.....	43
4.2	METHODOLOGIE DE CALCUL DE LA COMMANDE P.D.....	45
4.3	EXEMPLE D'APPLICATION.....	46
4.3.1	BOUCLE OUVERTE	46
4.3.2	BOUCLE FERMEE.....	48
4.3.2.1	$K_p = 10$	48
4.3.2.2	$K_{p1} = 700, K_{p2} = 500$	51
4.3.2.3	Réduction de l'influence des d.d.l. flexibles sur la commande	58
4.3.3	VALIDATION.....	65
4.4	CONCLUSION	66
	Conclusion générale	68
	Perspectives.....	68
	Bibliographie.....	69
	Annexe	71

Liste des figures

Chapitre 1

FIG-1. 1. Structure fonctionnelle d'un robot et son communication	6
FIG-1. 2. Structure série et structure parallèle	7
FIG-1. 3. Architecture des robots de type série.....	8

Chapitre 2

FIG-2.1 Représentation schématique de l'équation 2.1	16
FIG-2.2 Représentation schématique de l'équation 2.2	16
FIG-2.3 Représentation schématique de l'équation 2.3	17
FIG-2. 4 Modèle géométrique du robot RR	17

Chapitre 3

FIG-3. 1. Élément poutre en flexion à six degrés de liberté.....	22
FIG-3. 2. Robot manipulateur à deux bras flexibles.	24
FIG-3. 3. La couche générique de l'élément fini de la poutre multicouche	27
FIG-3. 4. Unité de volume.....	28
FIG-3. 5. Isotrope faible inertie, $\theta_1 \in \mathbf{0}; \mathbf{360}, \theta_2 \in \mathbf{0}; \mathbf{90}$	31
FIG-3. 6. Comparaison entre géométrique et isotrope faible inertie, $\theta_1 \in \mathbf{0}; \mathbf{360}, \theta_2 = \mathbf{0}$	31
FIG-3. 7. Isotrope forte inertie, $\theta_1 \in \mathbf{0}; \mathbf{360}, \theta_2 \in \mathbf{0}; \mathbf{90}$	32
FIG-3. 8. Comparaison entre géométrique et isotrope faible inertie, $\theta_1 \in \mathbf{0}; \mathbf{360}, \theta_2 = \mathbf{0}$	32
FIG-3. 9. Traitement viscoélastique.....	33
FIG-3. 10. S.B.I. bicouche, $\theta_1 \in \mathbf{0}; \mathbf{360}, \theta_2 \in \mathbf{0}; \mathbf{90}$	33
FIG-3. 11. Comparaison entre bicouche en S.B.I. et isotrope faible inertie; $\theta_1 \in \mathbf{0}; \mathbf{360}, \theta_2 = \mathbf{0}$	34
FIG-3. 12. Sandwich à cœur viscoélastique.....	34
FIG-3. 13. Sandwich à cœur viscoélastique en S.B.I. $\theta_1 \in \mathbf{0}; \mathbf{360}, \theta_2 \in \mathbf{0}; \mathbf{90}$	35
FIG-3. 14. Comparaison entre bicouche en S.B.I. et sandwich en S.B.I. $\theta_1 \in \mathbf{0}; \mathbf{360}, \theta_2 = \mathbf{0}$	35
FIG-3. 15. Composite à faible inertie, $\theta_1 \in \mathbf{0}; \mathbf{360}, \theta_2 \in \mathbf{0}; \mathbf{90}$	36
FIG-3. 16. Comparaison entre composite faible inertie et géométrique, $\theta_1 \in \mathbf{0}; \mathbf{360}, \theta_2 = \mathbf{0}$	36
FIG-3. 17. Bicouche en S.B.C. $\theta_1 \in \mathbf{0}; \mathbf{360}, \theta_2 \in \mathbf{0}; \mathbf{90}$	37
FIG-3. 18. Comparaison entre bicouche en S.B.C. et composite faible inertie; $\theta_1 \in \mathbf{0}; \mathbf{360}, \theta_2 = \mathbf{0}$	37
FIG-3. 19. Sandwich à cœur viscoélastique en S.B.C. $\theta_1 \in \mathbf{0}; \mathbf{360}, \theta_2 \in \mathbf{0}; \mathbf{90}$	38
FIG-3. 20. Comparaison entre bicouche en S.B.C. et sandwich en S.B.C. $\theta_1 \in \mathbf{0}; \mathbf{360}, \theta_2 = \mathbf{0}$	38

Chapitre 4

FIG-4. 1. Suivi de la trajectoire de l'extrémité du bras boucle ouverte	47
FIG-4. 2. Erreur de suivi de la trajectoire de l'extrémité du bras boucle ouverte	47

FIG-4. 3. Suivi de la trajectoire de l'extrémité du bras, $Kp=10$	48
FIG-4. 4. Erreurs dans l'espace cartésien, $Kp=10$	49
FIG-4. 5. Suivi de la trajectoire du 1er angle, $Kp=10$	49
FIG-4. 6. Suivi de la trajectoire du 2nd angle, $Kp=10$	50
FIG-4. 7. Erreur dans l'espace articulaire, $Kp=10$	50
FIG-4. 8. Couple de commande, $Kp=10$	51
FIG-4. 9. Suivi de la trajectoire de l'extrémité du bras, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	51
FIG-4. 10. Suivi de la trajectoire du 1er angle, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	52
FIG-4. 11. Suivi de la trajectoire du 2d angle, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	52
FIG-4. 12. Erreurs dans l'espace cartésien, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	53
FIG-4. 13. Erreur dans l'espace articulaire, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	53
FIG-4. 14. Déformations de l'extrémité 1, direction X, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	54
FIG-4. 15. Déformations de l'extrémité 2, direction X, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	54
FIG-4. 16. Déformations de l'extrémité 1, direction Y, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	55
FIG-4. 17. Déformations de l'extrémité 2, direction Y, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	55
FIG-4. 18. Déformations de l'extrémité 1, axe de rotation Z, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	56
FIG-4. 19. Déformations de l'extrémité 2, axe de rotation Z, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	56
FIG-4. 20. Déformé instantané de la structure, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	57
FIG-4. 21. Couples de commande, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	57
FIG-4. 22. Suivi de la trajectoire de l'extrémité du bras, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	58
FIG-4. 23. Suivi de la trajectoire du 1er angle, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	59
FIG-4. 24. Suivi de la trajectoire du 2ed angle, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	60
FIG-4. 25. Erreur dans l'espace articulaire, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	60
FIG-4. 26. Erreurs dans l'espace cartésien, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	60
FIG-4. 27. Déformations de l'extrémité 1, direction X, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	61
FIG-4. 28. Déformations de l'extrémité 2, direction X, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	61
FIG-4. 29. Déformations de l'extrémité 1, direction Y, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	62
FIG-4. 30. Déformations de l'extrémité 2, direction Y, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	62
FIG-4. 31. Déformations de l'extrémité 1, axe de rotation, Z, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	63
FIG-4. 32. Déformations de l'extrémité 2, axe de rotation, Z, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	63
FIG-4. 33. Déformé instantané de la structure, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	64
FIG-4. 34. Couple de la commande, $Kp1 = 700$ et $Kp2 = 500$	64
FIG-4. 35. Suivi de la trajectoire dans l'espace opérationnel.....	65
FIG-4. 36. Suivi de la trajectoire dans l'espace d'angles.....	65
FIG-4. 37. Erreur dans l'espace opérationnel de l'extrémité du bras.....	66
FIG-4. 38. Déflexion de l'extrémité de chaque bras.....	66

Liste des tableaux

Chapitre 3

TAB-3. 1. Propriétés mécaniques du composite	28
TAB-3. 2. Les propriétés mécaniques du manipulateur	30
TAB-3. 3. Mode n°1. S.B.I. $\theta_1 \in 0: 90, \theta_2 = 0$	39
TAB-3. 4. Les dix premiers modes propres, S.B.I. $\theta_1 = 45, \theta_2 = 0$	39
TAB-3. 5. Gain de poids, (S.B.I)	39
TAB-3. 6. Mode n°1. S.B.C., $\theta_1 \in 0: 90, \theta_2 = 0$	40
TAB-3. 7. Les dix premiers modes propres, S.B.C., $\theta_1 = 45, \theta_2 = 0$	40
TAB-3. 8. Gain de poids, (S.B.C)	40

Chapitre 4

TAB-4. 1 Propriétés mécaniques et géométriques	46
--	----

Notations et abréviations

iT_j	Matrice de passage du repère R_i au repère R_j .
iP_j	Vecteur exprimant l'origine du repère R_j dans le repère R_i
iri	Position d'un point se trouvant sur le bras par rapport à l'articulation i
Rot	Rotation
q_i	i ème variable articulaire.
q_d	Position articulaire désiré
q_r	Position articulaire rigide
q_e	Position articulaire élastique
Rot (x, θ)	Matrice de rotation d'angle θ autour de l'axe x .
MGD	Modèle géométrique direct.
MGI	Modèle géométrique inverse.
MCD	Modèle cinématique direct.
MCI	Modèle cinématique inverse.
MCI^{2d}	Modèle cinématique inverse du second ordre
J	Matrice jacobéenne.
V_i	Vitesse d'un point i .
d.d.l..	Degrés de libertés.
w	Pulsation propre.
K	Matrice de rigidité
M	Matrice masse.
K_p	Gain proportionnel de la commande P.D.
K_d	Gain dérivé de la commande P.D.
K_j	Matrice de rigidité générique
M_j	Matrice de masse générique
H_k	Hauteur d'un pli k de la poutre multicouche
V. E. M	Matériau Viscoélastique
T. V. E	Traitement viscoélastique
S.B.I.	Structure de base isotrope
S.B.C.	Structure de base en composite
P.D.	Commande proportionnelle et dérivée

Objectif du travail

L'objectif de ce travail est de développer deux stratégies du contrôle d'un manipulateur à deux bras flexibles, en se basant dans les deux cas sur une modélisation structurale éléments finis.

Dans la première stratégie nous avons opté pour un contrôle passif du manipulateur par un traitement viscoélastique d'une structure de base isotrope (S.B.I.) dans un premier cas et d'une structure de base en matériau composite (S.B.C.) dans l'autre.

Pour le contrôle actif, nous avons étudié l'efficacité de la commande P.D. initialement conçue pour les bras manipulateurs rigides qu'on a adapté au cas des manipulateurs flexibles moyennant une élaboration adéquate proposée.

Introduction générale

Deux types de systèmes ont motivé la modélisation et la commande des robots manipulateurs flexibles. Le premier est relatif à l'industrie de production, ce sont les manipulateurs dont on cherche à augmenter les bandes passantes afin d'accélérer les cadence de travail, ajouter à cela que les progrès dans les domaines des matériaux et de la construction mécanique permettent à présent d'alléger considérablement la structures, on conçoit aisément qu'une future génération de robots industriels ultra rapides passe nécessairement par le contrôle de leurs déformations structurelles. Néanmoins, l'allègement et la flexibilité qui lui associer sont sur terre intrinsèquement limités par la gravité, ce qui n'est pas le cas du second types de système : Les bras manipulateurs travaillant en orbite, ils sont par nature des systèmes très flexibles en raison de leurs extrêmes longueurs et finesse par rapport aux charges qu'ils manipulent, elles peuvent aller jusqu'à plusieurs tonnes

Dans le premier chapitre, nous débuterons par donner des notions générales sur la robotique et l'analyse des publications trouvées dans la littérature. Les principaux axes de recherche dans le domaine des bras manipulateurs flexibles et qui sont l'identification, la modélisation et la commande des robots manipulateurs flexibles.

Dans le deuxième chapitre, on a établi la modélisation et la commande des manipulateurs à deux bras rigide. Pour commander un robot ou simuler son comportement, on doit disposer de certains modèles mathématiques, qui doivent montrer le comportement géométrique, cinématique et dynamique du système à deux bras, et on a traité la commande proportionnelle et dérivé « P.D. » d'un manipulateur à deux bras rigides.

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté les résultats du contrôle passif des manipulateurs à deux bras flexibles par le traitement viscoélastique de la structure, d'une part avec une structure de base isotrope et d'autre part avec celle en composite fibre époxyde. L'atténuation des vibrations est obtenue avec un gain de poids très important à partir de la structure sandwich à cœur viscoélastique.

Dans le dernier chapitre nous avons étudié le développement d'un contrôleur P. D dans le cadre d'un manipulateur à deux bras flexibles, un suivi de trajectoire dans l'espace articulaire et opérationnel en boucle ouverte et en boucle fermée est réalisé, l'étude de la variation des déflexions aux nœuds au cours du temps est calculée ainsi que les modes propres de la structure.

La simulation sous le logiciel Matlab est réalisée, et les résultats sont validés par la comparaison avec le travail du Tian, Q. et Zhang, Y [1].

Chapitre 1

Généralités sur la robotique et introduction aux structures rigides et flexibles

Chapitre 1

Généralités sur la robotique et introduction aux structures rigides et flexibles

1.1 Introduction

On peut définir assez simplement la robotique comme étant la branche des sciences et techniques étudiant les robots. Coiffet [2], définit le robot comme étant une machine physique:

- Qui modifie physiquement son environnement pour atteindre le but qui lui est fixé
- Qui est dotée de flexibilité (versatilité) c'est-à-dire qu'elle peut exécuter une tâche donnée de plusieurs manières et / ou des tâches variées
- Qui peut s'adapter seule aux variations de son environnement, de telle sorte que la tâche soit correctement exécutée en dépit de ces variations.

Deux notions importantes dans cette définition [2]: Premièrement la notion de programmabilité: Ceci est important pour différencier la robotisation à l'automatisation rigide (Exemple: les systèmes à cames et vérins sur les chaînes de montage). Egalement, la notion du robot au service de l'humain, c'est-à-dire que le but du mécanisme est de remplacer l'opérateur dans les tâches pénibles, ou d'aider l'opérateur à faire une tâche avec une précision ou une cadence élevée.

Un des principaux intérêts de la robotique est d'être un domaine multidisciplinaire. En effet, la conception, ou même l'utilisation d'un robot doit faire intervenir des notions de plusieurs domaines du génie, entre autres:

- Mécanique
- Electrique
- Electronique
- Informatique
- Intelligence artificielle...etc.

1.2 Domaines d'application

Les applications de la robotique pourront également être très variées. En voici quelques-unes [2]:

- Manipulation des pièces et/ou d'outils, la manutention et l'assemblage (47.6%);
- Manutention et assemblage (47. 6%)
- Soudage à l'arc ou par points (35, 5%)
- Peinture et pulvérisation (4, 8%)
- Emballage et conditionnement (4, 7%)

- Découpe, polissage et finition (3, 0%).

Seuls 4, 4% du parc de robots sont utilisés dans les applications spécifiques, qui échappent à la classification ci-dessus. Signalons enfin, qu'outre les secteurs de type manufacturier évoqué ici, la robotique pénètre maintenant des domaines bien particuliers, tel que le nucléaire, la médecine et la chirurgie, la microélectronique.

La notion de la robotique s'applique à la conception de robots, l'utilisation, l'achat et aussi l'entretien. Dans le cadre de notre étude sur la robotique on aura besoin d'avoir certaines notions du domaine.

1.3 Notions de base

1.3.1 Constituant technologique d'un robot

Un robot est un ensemble de bras mécaniques, reliés par des liaisons (joints ou articulations). Chacune de ces liaisons est articulée par un actionneur qui sera soit électrique, hydraulique ou pneumatique. L'énergie nécessaire aux actionneurs est fournie par une unité de puissance et le tout est contrôlé par une console de commande. A l'extrémité du robot, on a en général un outil (pince, torche à souder, etc...) servant à faire une opération particulière.

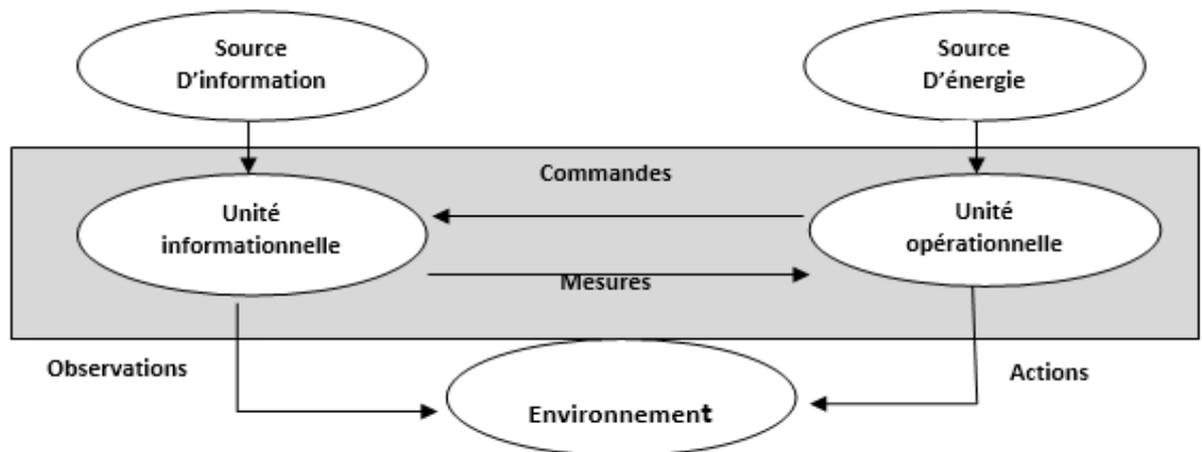


FIG-1. 1. Structure fonctionnelle d'un robot et son communication [2]

1.3.2 Espace articulaire (espace de commande)

L'espace articulaire ou de configuration est l'espace qui permet de donner l'état de la configuration d'un bras manipulateur à un instant donné. Sa dimension n est égale au nombre de variables articulaires indépendantes et correspond au nombre de degrés de liberté de la structure mécanique (nombre des articulations pour une structure à chaîne continue ouverte).

1.3.3 Espace opérationnel (Espace des Taches)

L'espace opérationnel est celui dans lequel est représentée la situation de l'organe terminal relativement à un référentiel $\{R0\}$, il représente tout simplement l'espace d'exécution de la tâche.

1.3.4 La structure mécanique d'un robot

La structure mécanique d'un robot est composée de plusieurs corps (appelés aussi segment ou bras) connectés les uns aux autres par des liaisons appelées articulations ou joints, à un seul degré de libertés de translation ou de rotation. Cette structure mécanique peut constituer une chaîne cinématique continue ouverte simple, une chaîne arborescente ou une chaîne complexe.

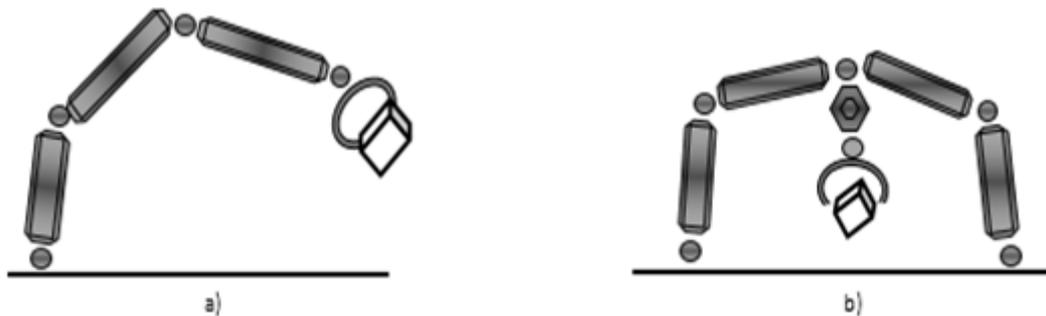


FIG-1. 2. Structure série et structure parallèle.

Les bras manipulateurs à chaîne continue ouverte et à chaîne arborescente sont les plus nombreux. Ces bras manipulateurs sont simples sur le plan conception car sans risques d'hyperstatisme, largement exploitées. Ces structures ont donné naissance à plusieurs générations de robots pratiquement chez tous les constructeurs.

Les bras manipulateurs conçus sur la base d'une structure mécanique du type chaîne complexe ont pour avantage essentiel d'augmenter la rigidité et par conséquent la précision en mode programmé. Ces chaînes permettent en outre un meilleur équilibrage statique. Leur exploitation industrielle, bien que nécessaire dans certains cas, revient trop chère.

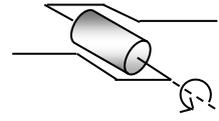
1.3.5 Les articulations

Une articulation lie deux corps successifs, on distingue deux types l'articulation simple ou rotoïde et l'articulation prismatique.

a) Articulation rotoïde (notée R)

Il s'agit d'une articulation de type pivot, réduisant le mouvement entre deux corps à une rotation autour d'un axe qui leur est commun. La situation relative entre les deux corps est donnée par l'angle autour de cet axe.

L'articulation rotoïde est représentée par le symbole:



b) Articulation prismatique (notée P)

Il s'agit d'une articulation de type glissière (prismatique), réduisant le mouvement entre deux corps à une translation le long d'un axe commun. La situation relative entre les deux corps est mesurée par la distance le long de cet axe.

L'articulation prismatique est représentée par le symbole:



1.3.6 Architecture et classification des robots manipulateurs

Les seules liaisons utilisées en robotique sont les liaisons rotoïde (ou pivot) et la liaison prismatique (p), réduisant le mouvement entre deux corps respectivement à une rotation autour et à une translation le long d'un axe commun. Parmi toutes les combinaisons d'empilement de rotation et translation possible, seules quelques-unes ont émergé pour les applications industrielles. Il y a différentes façons de classer les robots.

On peut, par exemple, différencier les robots par leur source d'énergie. On parlera de robots hydrauliques, électriques ou pneumatiques. D'autre fois, on distinguera des robots fixes et des robots mobiles. Mais souvent on les classe par configuration cinématique on parlera de [2]:

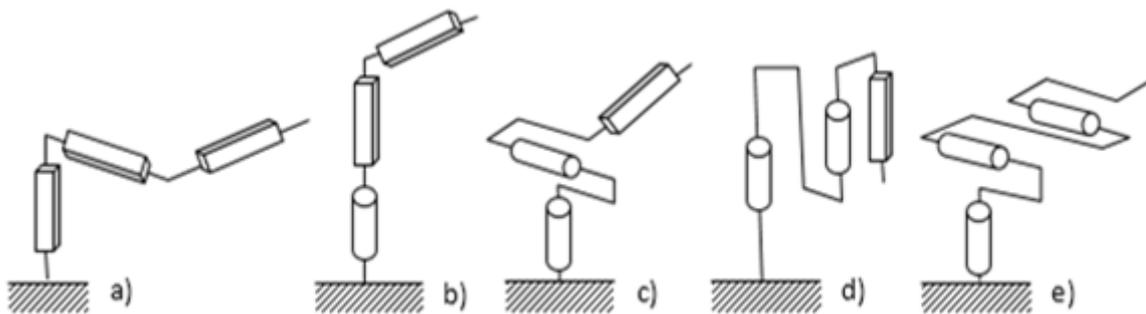


FIG-1. 3. Architecture des robots de type série [2]

- Structure cartésienne (figure 1. 3a) PPP
- Structure cylindrique (1. 3b) RPP
- Structure sphérique ou polaire (figure 1. 4c)
- Structure SKARA (selective compliance adaptive robot Arm (figure 1. 3d)
- La structure 3R, porteur « généraliste » par excellence (figure 1. 3e)

1.4 Axes de recherches

La plupart des robots qui existent sont dessinés et construits de manière à maximiser leur rigidité, pour vue de minimiser la vibration de poignet afin d'avoir une bonne précision. Alors, la grande rigidité implique l'alourdissement de la structure, cela fait que les robots manipulateurs ont une grande consommation d'énergie avec limitation des vitesses de mouvement lors de la manipulation d'une charge utile.

1.4.1 Contrôle de la dynamique des robots manipulateurs rigide

Le positionnement réel d'un bras manipulateur, s'écarte inévitablement, de sa position désirée et pour des différentes causes. De même, un bras manipulateur ne se positionne jamais au même endroit lorsque la même trajectoire est répétée plusieurs fois. Ces erreurs de positionnement sont classées grossièrement en deux classes: Certaines sont de nature purement aléatoires et ne peuvent être réduites que par une technologie appropriée. Les autres, de nature systématique, peuvent être corrigées, en utilisant un modèle de compensation. Les erreurs de positionnement d'un bras manipulateur sont aussi de deux natures: les erreurs géométriques, qui regroupent les imprécisions de fabrication dans les corps et les liaisons et les erreurs d'initialisation des offsets codeurs (les valeurs des offsets codeurs correspondants à la configuration initiale géométrique dans laquelle les variables articulaires sont nulles, et Les erreurs non géométriques, qui regroupent les déformations, les jeux dans les chaînes cinématiques, les erreurs liées à la résolution des capteurs et aux performances des asservissements. Elles ne sont pas accessibles à la calibration géométrique. La procédure d'identification géométrique distingue trois niveaux de complexité:

- Niveau 1 ou calibration des articulations, l'objectif est d'établir la relation la plus exacte entre le signal produit par les capteurs de position et les déplacements articulaires. Ceci, implique généralement la calibration de la cinématique des organes d'entraînement (réducteurs, ..., etc.), les mécanismes des codeurs et les valeurs d'offsets codeurs.

- Niveau 2 ou calibration géométrique globale, dans ce niveau, on doit identifier tous les paramètres géométriques de description du bras manipulateur. L'objectif de ce niveau est de déterminer le modèle géométrique de base, qui lie les coordonnées opérationnelles aux coordonnées articulaires (ou valeurs de commande des actionneurs).

- Niveau 3 ou calibration non géométrique, elle porte sur les possibilités de compenser les erreurs d'ordre non géométriques à savoir les déformations des articulations et des segments et les frottements.

Plusieurs articles ont été publiés dans le contexte de la modélisation et de la commande des robots à savoir:

Arai et Tachi [3], ont étudié le système du contrôle de position à deux degrés de liberté pour un robot manipulateur avec articulation passive, ils proposent une méthode permettant de contrôler la position d'un manipulateur avec des articulations passifs (non-motorisées) qui ont des freins au lieu d'actionneurs, ils utilisent la formulation de Lagrange-Euler pour l'obtention des équations de mouvement du robot manipulateur et traitent trois objectifs du contrôle de la dynamique:

1. Le contrôle Feed back qui commande l'angle et la vitesse angulaire de l'articulation passive à suivre les valeurs désirées quand le freinage est engagé.

2. La trajectoire désirée et le contrôle de la trajectoire pour l'articulation passive quand le freinage est engagé.

3. Le contrôle point par point du robot manipulateur en se basant sur l'arrêt du frein et le contrôle de l'articulation active.

Arai [4] utilise le couplage dynamique pour le contrôle de position du robot manipulateur avec des articulations passives qui ont des freins au lieu des actionneurs, quand les freins sont desserrés, les articulations passives sont indirectement contrôlées par le mouvement des articulations actives en utilisant les caractéristiques de couplage dynamique du manipulateur. Si les freins sont engagés, les articulations passives sont fixes et les articulations actives sont contrôlées. La position du manipulateur est contrôlée par la combinaison de ces deux modes.

Concernant la modélisation dynamique d'un robot parallèle, N. Leroy, A. M. Kokosy et W. Perruquetti [5] proposent une méthode de calcul simplifiée pour calculer les équations dynamiques qui sont obtenues en utilisant la formulation de Lagrange-Euler appliquée au robot parallèle à usage médicale. Les robots chirurgicaux nécessitent une bonne précision et un rapport de vitesse élevé, ces structures parallèles répondent aux besoins mais l'étude de ce genre de système est très coûteuse.

Yu, Takahashi et Inooka [6] utilisent la formulation de Lagrange-Euler pour l'obtention des équations de mouvement du robot manipulateur à deux bras avec articulation passive. Ils établissent un algorithme de contrôle simple, théoriquement basé sur les caractéristiques dynamiques du robot analysé.

Chen [7] a établi le modèle dynamique généralisé pour un manipulateur à n bras flexibles en tenant en compte de la rigidité des bras. La méthode des modes propres est adoptée pour le calcul de déformation élastique de chaque bras. La formulation de Lagrange-Euler est établie pour la détermination des équations de mouvements.

Khalil [2] Propose une démarche complète pour l'analyse et la modélisation des robots manipulateur de type série et parallèle ou sont ouvrage donne une meilleur bibliographie au chercheurs et au étudiant du domaine de la robotique.

Dombre et Khalil [8] proposent un modèle dynamique des manipulateurs flexibles à « n » degrés de liberté basé sur l'approche du repère flottant par le formalisme de newton-Euler, ce modèle est dédié à la commande, les auteurs sépare les dynamiques élastiques de celles rigides parce que la partie rigide est commandable et la partie élastique reste non commandable mais elle impliqué au calcul s. Plusieurs méthodes ont été proposées dans ce traité à savoir, la régulation par P.D. et le suivi de trajectoire dans l'espace articulaire et opérationnelle d'un manipulateur à deux bras flexibles par la méthode dite découplage non linéaire qui est basé sur l'inversion du modèle dynamique, les consignes articulaire ont été calculé par le modèle dite géométrique « virtuel ».

1.4.2 Contrôle de la dynamique des robots manipulateurs flexibles

Les structures légères et de hautes-mobilités dans les robots manipulateurs causent l'élasticité aux liaisons et aux articulations. Pour commander le point final (terminal du bras) de tels genres de manipulateurs, la déformation doit être compensée. La plupart des manipulateurs courants ont un effecteur terminal ou une pince au bout. Cependant, dans la commande de point final des manipulateurs flexibles, le problème de la stabilité surgit. Pour contrôler le point final rapidement et avec précision, la dynamique du manipulateur devrait être prise en compte.

- Zohoor et all. [9] ont étudié le modèle dynamique d'un manipulateur volant avec haute flexibilité des bras: lorsqu'on veut concevoir un manipulateur volant avec un poids léger, charge utile grande, faible consommation d'énergie, plus de degrés de manœuvrabilité, actionneurs de taille réduit et un espace de travail grand, la flexibilité des bras ne peut pas être ignorée. En retournant à ces avantages cités ci-dessus, la modélisation dynamique du manipulateur volant devient très compliquée.

Zohoor et Sayyid [10], ont proposé un modèle dynamique basé sur la méthode des éléments finis d'un manipulateur a un bras ultra flexible tans par méthode des matrice et d'autre par la méthode de l'espace d'état afin de faciliter la commande, il ont étudier l'effet du poids sur l'extrémité ainsi l'influence de conditions au limites sur la dynamique.

-Mehrdad et Stanislaw [11] ont étudié la modélisation dynamique des manipulateurs spatial avec flexibilité des bras et des articulations: En se basant sur l'efficacité de la méthode des éléments finis et la formulation de Lagrange –Euler pour l'obtention des équations de

mouvement ou ils ont montré l'interaction entre de nombreuses flexibilités et leurs rôle important dans le comportement dynamique du système.

-Amer et all. [12] ont étudié la modélisation et le contrôle de deux robots manipulateurs portant un objet flexible: Cette étude expose le problème de manipulation du modèle mathématique qui décrit le système, ainsi les lois du contrôle pour manier une poutre flexible suivant une trajectoire en supprimant toute vibration qui excite le système durant son mouvement.

-Vakil et all. [13] ont étudié le contrôle des manœuvres des robots manipulateurs flexibles multi-bras: L'énorme consommation de l'énergie et le poids élevé des bras manipulateurs réduisent leurs mobilités et leurs efficacités. Pour remédier à ce problème on utilise de léger bras qui diminue leurs masses et augmente leurs mobilités. Cependant, ces bras légers vibrent et se plient pendant, ou après ou à la fin du manœuvre, pour cela on a conçu un nouveau contrôleur.

-Piras et all. [14] ont étudié l'analyse dynamique en utilisant la méthode des éléments finis pour un robot manipulateur avec des bras flexibles, planaire avec une vitesse élevée et une grande précision: l'étude montre, pour avoir un mouvement rapide, la configuration du mécanisme a une influence significative sur la nature des résultats concernant la vibration.

-Subudhi et Morris [15] ont étudié la modélisation dynamique, la simulation et le contrôle pour robot manipulateur avec des bras et articulations flexibles: Ils utilisent la formulation de Lagrange-Euler et la méthode des modes propres pour leur étude.

- Tokhi et all. [16] ont étudié le contrôle de vibration d'un robot manipulateur possédant une grande flexibilité: Cette étude présente les recherches expérimentales pour le développement des schémas du contrôle (feedback et feedforward) pour le contrôle de vibration.

-Karagulle et all. [17] ont étudié l'analyse de vibration pour le point terminal pour un robot manipulateur à deux bras en utilisant CAD/CAE: L'analyse de vibration est fait par un logiciel (I-DEAS), en supposant que la trajectoire est circulaire dans leur exemple et en prenant plusieurs valeurs d'accélération, on détermine la trajectoire de la structure ainsi le point terminal.

-Wapenhans et all. [18] ont basé sur le procédé d'optimisation du modèle dynamique complet du manipulateur contraint avec des articulations élastiques et la conformité de point final. Des paramètres de commande de force sont alors déterminés par la demande de la réaction rapide du contrôleur, ceci est réalisé par le critère de stabilisation minimum à une étape de force à l'entrée et mène à une conception robuste du contrôleur.

1.5 Conclusion

Nous avons donné dans ce chapitre quelques définitions de termes concernant la robotique, les différents types d'architectures, les actionneurs et le principe de fonctionnement, ainsi les caractéristiques d'un robot manipulateur. Une analyse de publications concernant les axes principaux de recherches liées aux robots manipulateurs rigides et robots manipulateurs flexibles. La commande des robots est l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 2

Commande des robots manipulateurs

Chapitre 2

Commande des robots manipulateurs

2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons donner une démarche complète pour la modélisation et la commande des robots à chaînes ouverte simple. Ce n'est évidemment pas en un chapitre que nous pourrions donner tous les détails en faire part de toutes les subtilités de la commande de ce genre de systèmes très compliqué. Une étude bien détaillée, est présentée dans les ouvrages [2] et [8]. Nous nous intéressons au cas du robot à deux degrés de liberté évoluant en espace libre,

c'est à dire sans contact avec son environnement. Nous profiterons de cette partie pour préciser les hypothèses retenues tout au long de ce chapitre et de détailler les différents modules des modèles mathématique nécessaires à cette étude. Nous présenterons dans ce cadre la loi de commande la plus couramment utilisée en robotique.

2.2 Hypothèses

Nous considérons dans ce chapitre que notre système est continu, et nous présentons et utilisons des équations à temps continu [8].

D'autre part, le robot est considéré comme un système automatique, aura comme variable d'entrée le vecteur des couples τ appliqué aux articulations, et comme variable de sortie le vecteur q des positions articulaires.

2.2.1 Modèle dynamique d'un robot manipulateur rigide

L'équation dynamique d'un manipulateur à deux bras rigide est donnée par [19]:

$$\begin{aligned} \tau(t) &= M(q)\ddot{q}(t) + h(q, \dot{q}) \\ \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{3}m_1 + \frac{4}{3}m_2l^2 + m_2c_2l^2 & \frac{1}{3}m_2l^2 + \frac{1}{2}m_2l^2c_2 \\ \frac{1}{3}m_2l^2 + \frac{1}{2}m_2l^2c_2 & \frac{1}{3}m_2l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}m_2s_2l^2\dot{q}_2^2 - m_2s_2l^2\dot{q}_1\dot{q}_2 \\ \frac{1}{2}m_2s_2l^2\dot{q}_2^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Avec

M Matrice d'inertie ($n \times n$) du robot,

h Matrice regroupe, le vecteur des couples-forces de Coriolis, des forces centrifuges, et le vecteur des couple-force de gravité.

$$s_1 = \sin(q_1), \text{ et } c_1 = \cos(q_1)$$

Le but de la commande est de calcul des couples τ des articulations qui permettent d'obtenir les positions q .

2.3 Commande dynamique idéale dans l'espace articulaire

Nous présentons une solution de commande dynamique idéale, reposant sur la connaissance parfaite des paramètres dynamiques de l'équation (2.1). Nous allons mettre en œuvre une loi de commande qui calcul le vecteur τ des couples à appliquer au robot.

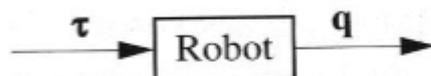


FIG-2. 1 Représentation schématique de l'équation 2.1 [8].

On connaît donc l'équation dynamique non linéaire couplé (2.1). On écrit alors

$\tau = \alpha\tau' + \beta$, puis on choisit $\alpha = M$ et $\beta = H$. On obtient ainsi:

$$\tau' = \ddot{q} \quad (2.2)$$

Soient n équations linéaires découplées correspondant à n « doubles intégrateurs », si n est le nombre d'actionneurs du robot, ce découplage non linéaire a transformé le système non linéaire couplé de la figure 2.1 en celui linéaire découplé de la figure 2.2.

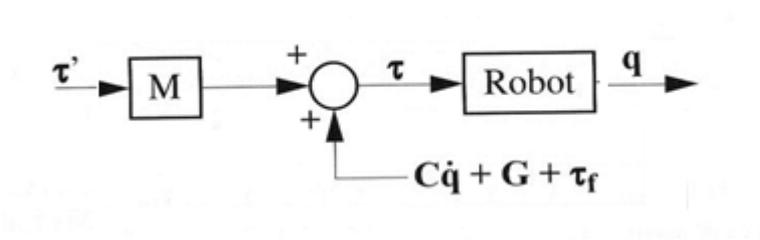


FIG-2. 2 Représentation schématique de l'équation 2.2 [8].

Le nouveau système physique étant maintenant constitué en n doubles intégrateurs, on peut le commander par n lois de commande appropriées et indépendantes, et en l'occurrence n fois de même type. Une solution pour une telle commande est donnée par l'équation (2.3):

$$\tau' = \ddot{q}_d + K_d \dot{e} + K_p e \quad (2.3)$$

Où

q_d Vecteur des positions articulaire désirées,

$e = q_d - q$

K_d Matrice diagonale des gains en vitesse (ou dérivés),

K_p Matrice diagonale des gains en position (ou proportionnels).

Ces gains K_p et K_d sont des nombres réels définis positifs.

Ainsi, nous avons d'une part un système physique modifié représenté par la figure 2.1 et d'autre part un calcul de τ' représenté par la figure 2.2

Quand nous utilisons la sortie de la figure 2.2 [8] pour calculer le vecteur e en entrée de la figure 2.3 (rebouclage) et quand nous « fermons l'interrupteur » à la sortie de la figure 2.3 [8] sur l'entrée de la figure 2.2, le système bouclé est alors régi par l'équation (2.4):

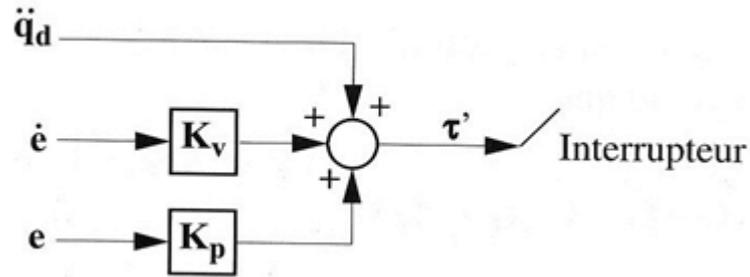


FIG-2. 3 Représentation schématique de l'équation 2.3.

$$\ddot{q} = \ddot{q}_d + K_d \dot{e} + K_p e$$

Soit

$$\ddot{e} + K_d \dot{e} + K_p e = 0 \quad (2.5)$$

Nous avons ainsi obtenu un système qui, plutôt que d'être représenté par une équation différentielle reliant son entrée avec son sortie, peut être représenté par une équation différentielle sur l'erreur sur la variable à commander. Nous pouvons ainsi choisir les gains K_d et K_p par exemple. [8], le choix:

$$K_d = 2\sqrt{K_p} \quad (2.6)$$

En réalité la trajectoire désirée est décrite dans l'espace opérationnel, de ce fait, il est indispensable de calculer la trajectoire articulaire désirée qui le correspond, c'est le cas du modèle géométrique inverse.

2.4 Modélisation géométrique d'un manipulateur à deux bras rigides

2.4.1 Modèle géométrique direct

Le MGD est l'ensemble des relations qui permettent d'exprimer la situation de l'organe terminal, c à d les coordonnées opérationnelles du robot, on fonction de ses coordonnées articulaires.

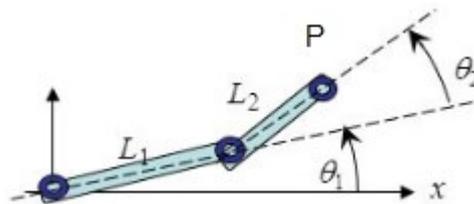


FIG-2. 4 Modèle géométrique du robot RR.

La position de P relativement à l'origine est déterminée par la relation:

$$\begin{cases} {}^0P_x = L_1 \cdot C_1 + L_2 \cdot C_{12} \\ {}^0P_y = L_1 \cdot S_1 + L_2 \cdot S_{12} \end{cases} \quad (2.7)$$

2.4.2 Le modèle géométrique inverse

Le MGI consiste à calculer les coordonnées articulaires correspondant à une situation donnée de l'organe terminal. Donc le problème est de trouver q_1 et q_2 connaissant P_x , P_y . La résolution de ce problème revient à résoudre le système d'équations suivant [20]:

$$\begin{cases} {}^0P_x = L_1 \cdot C_1 + L_2 \cdot C_{12} \\ {}^0P_y = L_1 \cdot S_1 + L_2 \cdot S_{12} \end{cases} \quad (2.7)$$

En élevant les deux équations au carré et en les additionnant. On en déduit que:

$$C_2 = \frac{P_x^2 + P_y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2 \cdot L_1 \cdot L_2} \quad (2.8)$$

Pour trouver θ_1 , on doit décomposer chacun des termes

$$\begin{cases} {}^0P_x = C_1(L_1 + L_2 \cdot C_2) - S_1(L_2 \cdot S_2) \\ {}^0P_y = C_1(L_2 \cdot S_2) + S_1(L_1 + L_2 \cdot C_2) \end{cases} \quad (2.9)$$

On peut isoler S_1 , C_1 . On trouve:

$$\left\{ \begin{aligned} S_1 &= \frac{P_y \cdot (L_1 + L_2 \cdot C_2) - P_x \cdot L_2 \cdot S_2}{(L_1 + L_2 \cdot C_2)^2 + (L_2 \cdot S_2)^2} \end{aligned} \right. \quad (2.10)$$

$$\left\{ \begin{aligned} C_1 &= \frac{P_x \cdot (L_1 + L_2 \cdot C_2) - P_y \cdot L_2 \cdot S_2}{(L_1 + L_2 \cdot C_2)^2 + (L_2 \cdot S_2)^2} \end{aligned} \right. \quad (2.11)$$

D'où finalement:

$$q_2 = \tan^{-1}(\pm \sqrt{1 - (C_2)^2}, C_2) \quad (2.12)$$

$$q_1 = \tan^{-1}(S_1, C_1) \quad (2.13)$$

Pour le calcul de la vitesse angulaire au niveau des articulations on fait appel au modèle cinématique inverse.

2.5 Modélisation cinématique

2.5.1 Modèle cinématique directe

Le modèle cinématique direct d'un robot manipulateur décrit les vitesses des coordonnées opérationnelles en fonction des vitesses articulaires, il est noté [21]:

Une première méthode consiste à calculer les éléments du vecteur vitesse opérationnel \dot{X} , par dérivation par rapport au temps des éléments du vecteur des coordonnées opérationnelles X , obtenus par le modèle géométrique direct :

$$X = F(q) \quad (2.14)$$

$$\text{Avec } F(q) = [F_1(q) \quad F_2(q) \quad \dots \quad F_m(q)]$$

$$\Rightarrow \frac{dX}{dt} = \left[\begin{array}{c} \frac{\partial F_1(q)}{\partial q_1} \cdot \frac{dq_1}{dt} + \frac{\partial F_1(q)}{\partial q_2} \cdot \frac{dq_2}{dt} + \dots + \frac{\partial F_1(q)}{\partial q_n} \cdot \frac{dq_n}{dt}; \dots\dots\dots \\ \frac{\partial F_m(q)}{\partial q_1} \cdot \frac{dq_1}{dt} + \frac{\partial F_m(q)}{\partial q_2} \cdot \frac{dq_2}{dt} + \dots + \frac{\partial F_m(q)}{\partial q_n} \cdot \frac{dq_n}{dt} \end{array} \right]$$

En mettant ce système sous forme matricielle et en l'identifiant à la relation (5.1) on obtient l'expression suivante :

$$\frac{dX}{dt} = \dot{X} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1(q)}{\partial q_1} & \frac{\partial F_1(q)}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial F_1(q)}{\partial q_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial F_m(q)}{\partial q_1} & \frac{\partial F_m(q)}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial F_m(q)}{\partial q_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\Rightarrow \dot{X} = [\tilde{J}_n] \cdot [\dot{q}] \quad \text{avec} \quad J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial q_j} \quad \left| \begin{array}{l} i = 1 \dots m \\ j = 1 \dots n \end{array} \right.$$

2.5.2 Le modèle cinématique inverse

Le modèle cinématique inverse d'un bras manipulateur est celui qui permet de déterminer les vitesses articulaires \dot{q} qui assurent au repère terminal une vitesse opérationnelle \dot{X} désirée à partir d'une configuration q donnée. Il s'écrit [20]:

$$\dot{q} = J^{-1}(q) \cdot \dot{X} \quad (2.16)$$

2.6 Le modèle cinématique direct du second ordre

Le modèle cinématique direct du second ordre permet de calculer l'accélération \ddot{X} de l'organe terminale dans l'espace opérationnel en fonction des accélérations articulaires \ddot{q} . La plus simple parmi les méthodes qui permettent de construire le modèle cinématique direct du second ordre est celles qui procèdent par dérivation du modèle cinématique direct. Pour des coordonnées et des vitesses généralisées désirées. Il est noté [21]:

$$\ddot{X} = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q, \dot{q})\dot{q} \quad (2.17)$$

Avec

$$\dot{J}(q, \dot{q}) = \frac{d}{dt}J(q) \quad (2.18)$$

2.6.1 Modèle cinématique inverse du second ordre

Le modèle cinématique inverse du second ordre, traite le problème inverse au précédent. Il permet de calculer le vecteur des accélérations articulaires \ddot{q} en fonction des accélérations opérationnelles \ddot{X} , pour des coordonnées et des vitesses généralisées désirées. Il s'écrit [21]:

$$\ddot{q} = -\dot{J}^{-1} \dot{J} \dot{q} + \dot{J}^{-1} \ddot{X} \quad (2.19)$$

2.7 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre la méthode de commande la plus couramment utilisée en robotique, c'est la commande P.D.. Pour cette raison on a fait appel aux différents modèles (dynamique, géométrique et cinématique) et leurs inverses. Ceci nous a permis de calculer la commande τ qui actionne les articulations pour que l'organe terminal arrive à sa position souhaitée. Les résultats de cette méthode sont exposés dans le chapitre 4 sur un modèle flexible.

Chapitre 3

Traitement viscoélastique du manipulateur à deux bras flexibles basé sur la M.E.F

Chapitre 3

Traitement viscoélastique du manipulateur à deux bras flexibles basé sur la M.E.F

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons étudier le contrôle passif par traitement viscoélastique de la structure d'un manipulateur à deux bras flexible basé sur la méthode des éléments finis.

D. Sousa [21] a décrit les matrices de masse et de rigidité de l'élément poutre générique multicouches K_j et M_j , qui combine plusieurs plis j dans un seul élément nommé « générique multilayer beam ». Par ailleurs une démarche de modélisation a été détaillée dans Bensahal [19], pour décrire le modèle dynamique d'un manipulateur à deux bras flexibles basé sur la théorie des poutres isotropes discrétisées par la méthode des éléments finis. Les matrices élémentaires de masse et de rigidité ont été assemblées par l'utilisation de la matrice passage. On a calculé les déformations aux nœuds, les fréquences propres de la structure et le vecteur des positions cartésiennes des nœuds d'une succession de configurations, où θ_1 et θ_2 varient de manière planifiée, en traçant un cercle (nœud extrême). A ces fins l'élément poutre générique de D. Sousa [21], remplace l'isotrope dans le but de contrôler de manière passive la structure du manipulateur. En adaptant les propriétés mécaniques et les paramètres inertiels de chacun des plis. Avant de présenter les résultats du contrôle, Nous commençons par un rappel de notations.

3.2 Rappel de notations

Rappelons ci-dessous l'équation du modèle dynamique d'un robot souple [19]

$$M(q)\ddot{q} + K(q)q = \tau \quad (3.1)$$



FIG-3. 1. Élément poutre en flexion à six degrés de liberté.

Où M Matrice d'inertie et K matrice de raideur. Le calcul des matrices de masse de rigidité de l'élément poutre se fait tout d'abord dans son repère local (figure1), on limite notre étude à trois degrés de libertés par nœuds (deux déplacements: l'une axial U suivant l'axe X et l'autre vertical V suivant l'axe Y, et une rotation ψ suivant l'axe Z).

Si on pose:

$$a = \frac{EI}{L^3} \quad (3.2)$$

$$b = \frac{ES}{L} \quad (3.3)$$

Où

-E: module d'élasticité (ou de Young).

-I: moment d'inertie de la poutre.

-L: longueur de l'élément poutre.

-S: section de la poutre.

- ρ : masse volumique.

$$K_e = \begin{bmatrix} b & 0 & 0 & -b & 0 & 0 \\ 0 & 12a & 6aL & 0 & -12a & 6aL \\ 0 & 6La & 4aL^2 & 0 & -6aL & 2aL^2 \\ -b & 0 & 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & -12a & -6aL & 0 & 12a & -6aL \\ 0 & 6aL & 2aL^2 & 0 & -6aL & 4aL^2 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$M_e = \frac{\rho SL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Les matrices de masse et de rigidité globales sont obtenues en utilisant une technique dite assemblage par méthode de matrice de passage:

$$K_G = B^T K_{des} B \quad (3.6)$$

$$M_G = B^T M_{des} B \quad (3.7)$$

Où

B Matrice de passage, cette matrice ne contient que des coefficients nuls ou des coefficients unités.

K_{des} Matrice désassemblée, elle contient uniquement les matrices élémentaires:

$$K_{des} = \begin{bmatrix} [K_e^1] & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & [K_e^N] \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$M_{des} = \begin{bmatrix} [M_e^1] & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & [M_e^N] \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

La figure (3.2) montre un système à deux bras flexibles dans son état de configuration initial et déformé. La modélisation de chaque bras est basée sur la théorie des poutres de Timoshenko. Dans ce cas, OXY indique le système fixe des coordonnées originales.

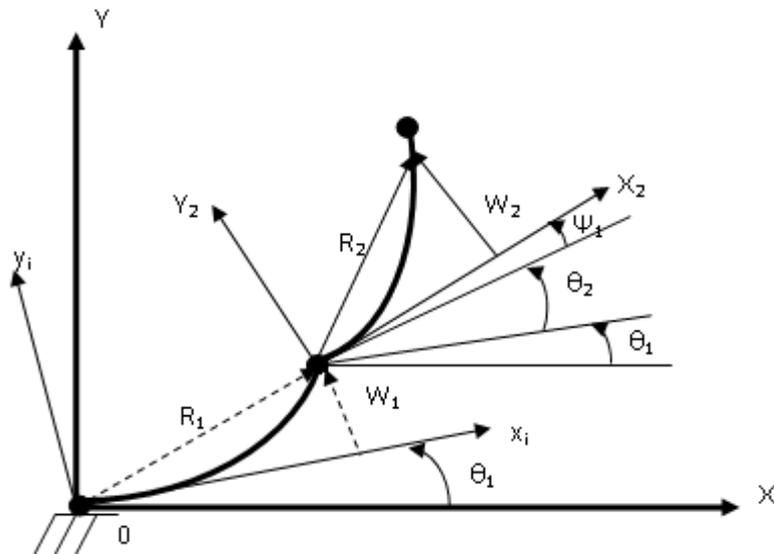


FIG-3. 2. Robot manipulateur à deux bras flexibles.

L'angle relatif à chaque bras est dénoté par θ_i . La déflexion et l'angle de rotation de la normale avec l'axe neutre, représentés dans les coordonnées locales, sont donnés respectivement par w_i et ψ_i .

Le vecteur r_{oi} indique la position de n'importe quel point sur le bras i par rapport à l'origine du système fixe.

$$r_{oi} = r_i + T_i R_i \quad (3.10)$$

Où le vecteur r_i représente la position par rapport à l'origine des coordonnées du bras i et R représente la déformation élastique du bras i dans les coordonnées locales du système. En outre, T_i est la matrice de transformation qui relie les coordonnées locales du système au système fixe:

$$R_i = \begin{Bmatrix} x_i + u_i \\ y_i + w_i \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

$$T_i = \begin{bmatrix} \cos(\beta_i) & \sin(\beta_i) & 0 \\ -\sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Dans ces équations, u_i est le déplacement dans la direction locale x_i , w_i est le déplacement dans la direction y_i et β_i est la rotation du joint i par rapport à l'origine des coordonnées du système fixe [19]:

$$\beta_i = \begin{cases} \theta_i \rightarrow i = 1 \\ \sum_{j=1}^i \theta_j + \sum_{j=1}^{i-1} (\psi_j)_{1j} \rightarrow i = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (3.13)$$

3.3 Résolution du problème aux valeurs propres

Soit l'équation (3.3) écrite sous forme matricielle:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = 0 \quad (3.14)$$

Avec q : le vecteur des degrés de liberté.

$$\text{La solution générale de l'équation (3.14) est: } \{q\} = \{q_0\}e^{i\omega t} \quad (3.15)$$

En injectant l'équation (3.14) dans l'équation (3.15), on montre que ω est la solution du problème de valeurs propres suivant:

$$[K]\{q_0\} = \omega^2 [M]\{q_0\} \quad (3.16)$$

Le déterminant de l'équation (3.28) doit être nul:

$$\det([K] - \omega^2 [M]) = 0 \quad (3.17)$$

On obtient ainsi les N valeurs propres ω^2 ($\omega_i, i = 1, 2, \dots, N$) pour une dimension N des matrices $[K]$ et $[M]$

Des méthodes permettant de trouver les premiers zéros d'un polynôme de degré N ont donc été mises au point. Du point de vue numérique, il existe un grand nombre de programmes disponibles permettant d'évaluer ces valeurs.

La plupart de ces méthodes décrivent la relation (3.17) sous la forme suivante:

$$[H]\{X\} = \lambda\{X\} \quad (3.18)$$

Où $[H]$ est une matrice symétrique définie positive. Il est clair que si on écrit directement l'équation (3.18) sous la forme:

$$[K]^{-1}[M]\{q_0\} = \frac{1}{\omega^2}\{q_0\} \quad (3.19)$$

Où $[K]^{-1}$ est l'inverse de la matrice $[K]$, la propriété de symétrie n'est pas toujours conservée. Par conséquent, il est nécessaire d'écrire la matrice en utilisant la décomposition de Choles:

$$[K] = [L]^T [L] \quad (3.20)$$

Où l'exposant T désigne la transposée de la matrice $[L]$ qui est une matrice triangulaire inférieure. Grâce à cette décomposition, l'équation (3.16) s'écrit:

$$[L]^T [M] [L]^{-1} [L]\{q_0\} = \frac{1}{\omega^2} [L]\{q_0\} \quad (3.21)$$

En posant:

$$[H] = [L]^T [M] [L]^{-1} \quad (3.22)$$

$$\{X\} = [L]\{q_0\} \quad (3.23)$$

$$\lambda = \frac{1}{\omega^2} \quad (3.24)$$

Ceci nous ramène à un problème de la forme de l'équation (3.22), où $[H]$ est symétrique. Après avoir déterminé les λ , on déduit le vecteur q_0 par la relation suivante:

$$\{q_0\} = [L]^{-1} \{X\} \quad (3.25)$$

Remarque:

- $[M]$ et $[K]$ sont définies positives.

-Si la matrice $[K]$ est singulière, elle ne possède pas d'inverse. Afin de pouvoir utiliser les méthodes générales précédentes, on utilise un artifice qui consiste à introduire un paramètre $\alpha \in R^*$ du même ordre de grandeur que ω^2 . Ainsi On a le problème suivant à résoudre:

$$([K] + \alpha [M])\{q_0\} = (\omega^2 + \alpha)[M]\{q_0\} \quad (3.26)$$

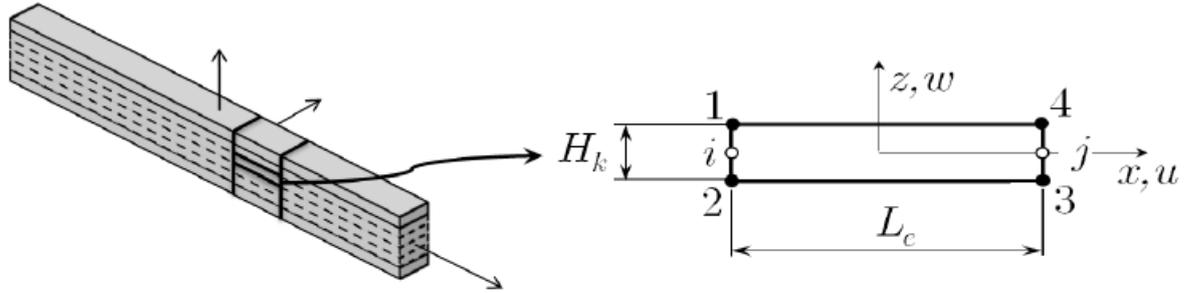
La nouvelle matrice $[K] + \alpha [M]$ est alors inversible et la solution cherchée est $\omega^2 + \alpha$.

Cette démarche concerne la modèle élément fini d'un manipulateur à deux bras flexibles. L'objet du chapitre suivant est le contrôle passif de la structure par traitement viscoélastique.

3.4 Traitement viscoélastique de la structure

Dans ce chapitre l'élément fini de poutre en couche basé sur la M.E.F. est utilisé pour modéliser les traitements viscoélastiques du manipulateur (figure 3.3a).

La figure (3.3. b) présente la configuration de la couche générique de l'élément poutre figuré par quatre nœuds aux coins (1-4) qui représente le champ de déplacement dans le plan $u(x, y)$ et les deux nœuds intermédiaire (i -j) pour interpoler le champ des déplacement hors plan $w(x)$, supposés uniforme le long de la direction Z , plus de détails sur la formulation dynamique peuvent être trouvés dans la référence [21].



a) Poutre multicouche

b) Couche générique

FIG-3. 3. La couche générique de l'élément fini de la poutre multicouche [21].

Les matrices élémentaires de rigidité K_k et de masse M_k de l'élément générique sont assemblées par la matrice de passage (section 3.2) [19].

$$K_k = B. \begin{bmatrix} \frac{G H_k}{L_e}, \frac{-G}{2}, \frac{G}{2}, \frac{-E H_k}{3 L_e}, \frac{-G}{2}, \frac{G}{2} \\ \frac{G}{2}, \frac{E H_k}{3 L_e} + \frac{G L_e}{4 H_k}, \frac{E H_k}{6 L_e} + \frac{G L_e}{4 H_k}, \frac{G}{2}, \frac{-E H_k}{3 L_e}, \frac{-G L_e + E H_k}{4 H_k}, \frac{-G L_e}{4 H_k} \\ \frac{G}{2}, \frac{-E H_k}{6 L_e} - \frac{G L_e}{4 H_k}, \frac{-E H_k}{3 L_e} + \frac{G L_e}{4 H_k}, \frac{-G}{2}, \frac{-E H_k}{6 L_e} + \frac{G L_e}{4 H_k}, \frac{-E H_k}{3 L_e} + \frac{G L_e}{4 H_k} \\ \frac{-G H_k}{L_e}, \frac{G}{2}, \frac{-G}{2}, \frac{E H_k}{3 L_e}, \frac{G}{2}, \frac{-G}{2} \\ \frac{G}{2}, \frac{-E H_k}{3 L_e} - \frac{G L_e}{4 H_k}, \frac{-E H_k}{6 L_e} + \frac{G L_e}{4 H_k}, \frac{G}{2}, \frac{E H_k}{3 L_e} + \frac{G L_e}{4 H_k}, \frac{E H_k}{6 L_e} - \frac{G L_e}{4 H_k} \\ \frac{G}{2}, \frac{-E H_k}{6 L_e} - \frac{G L_e}{4 H_k}, \frac{-E H_k}{3 L_e} + \frac{G L_e}{4 H_k}, \frac{-G}{2}, \frac{E H_k}{6 L_e} - \frac{G L_e}{4 H_k}, \frac{E H_k}{3 L_e} + \frac{G L_e}{4 H_k} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$M_k = \frac{\rho b H_k L_e}{4} \begin{bmatrix} 2 & & & & & & & & 0 \\ & 1 & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & \\ & & & 2 & & & & & \\ & & & & 1 & & & & \\ 0 & & & & & 1 & & & \\ & & & & & & 1 & & \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

De la même manière nous pouvons utiliser des plis en composite au lieu des plis isotropes, c'est-à-dire une couche de fibres prises dans une matrice.

3.5 Méthode de mélange

Pour modéliser une couche homogénéisée, on s'appuie sur la théorie du mélange de Berthelot [22] dans le calcul du module de Young transversal E_T , module de Young longitudinal E_L et la densité équivalente ρ d'un pli composite. La figure 3.4 montre une unité de volume d'un composite à fibres.

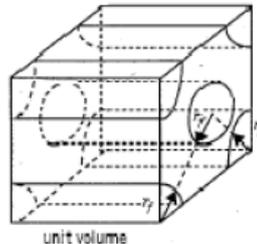


FIG-3. 4. Unité de volume.

$$V_f = \frac{A_f}{A} \quad (3.29)$$

$$\frac{1}{E_T} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \quad (3.30)$$

Or,

$$E_T = \frac{E_f \cdot E_m}{V_f \cdot E_m + (1 - V_f) \cdot E_f} \quad (3.31)$$

$$E_L = V_f \cdot E_f + (1 - V_f) \cdot E_m \quad (3.32)$$

$$\rho = V_f \cdot \rho_f + (1 - V_f) \cdot \rho_m \quad (3.33)$$

Avec

- A_f Section des fibres (Total)
- A Section de l'unité de volume
- r_f Rayon de la fibre de verre
- ρ_f Densité fibre
- V_f Fraction volumique
- E_f Module de Young fibre
- E_m Module de young matrice
- ρ_m Densité matrice

Exemple 1

Le tableau 3.1 montre les propriétés mécaniques les résultats de l'homogénéisation:

fibre	Matrice	Propriétés équivalentes
$E_f = 7.6 \cdot 10^{10}$ (Pa)	$E_m = 4. \cdot 10^9$ (Pa)	$E_L = 4.97. 10^9$ (Pa)
$\rho_f = 2500$ (kg.m ⁻³)	$\rho_m = 1300$ (kg.m ⁻³)	$\rho_{eq} = 2.06. 10^3$
$r_f = 0.3178$ (m)		$E_T = 10^{10}$ (Pa)

TAB-3. 1. Propriétés mécaniques du composite

3.6 Méthodologie de calcul du traitement viscoélastique

L'illustration ci-dessous montre la méthodologie de calcul réalisé sous Matlab.

Générique multi-layer beam élément
 K_k, M_k

Bicouche k=2

Sandwich k=3

Forme 1 ndof=(4k)+2
 Pour i=1:k
 $a_1 = \{i, k+1+i, k+i, 2k+1+i, 3k+1+i, 3k+2+i\}$ i=1:n

Forme 2 ndof= (2k) +4
 Pour i=1: k
 $a_2 = \{1, 1+i, 2+i, k+3, k+3+i, k+4+i\}$

Forme 1 a=a₁
 Forme 2 a=a₂
 $K^e = K^e(a, a)$
 $M^e = M^e(a, a)$

$K_{des} = \begin{bmatrix} K_e^1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & K_e^n \end{bmatrix}$ Assemblage $M_{des} = \begin{bmatrix} M_e^1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & M_e^n \end{bmatrix}$

$GK_1 = T_1^T \cdot K_{des1} \cdot T_1$

Transformation

$GK2 = T2^T \cdot K_{des2} \cdot T2$

$KG_1 = B_1 \cdot GK_1 \cdot B^T$

Passage

$KG2 = B \cdot GK2 \cdot B^T$

Conditions aux limites, v est le vecteur des conditions aux limites

Bicouche
 $v = \{1,2,3,4\}^T$
 n = 4

Encastré-libre

Sandwich
 $v = \{1,2,3,4,5\}^T$
 n = 5

n Nombre des degrés de liberté à limites
 i=1:n
 $c = v(i)$
 j=1:sdof (sdof nombre des ddl du système)
 $KG(c, j)=0$ $KG(j, c)=0$
 $MG(c,j)=0$ $MG(j,c)=0$
 $MG(c,c)=1$ $M(c,c)=1$

$[V, D] = \text{eig}(KG, MG)$

Extraction des vecteurs propres

i=1:ndof
 $u(i) = V(j), j = i: \text{ndof}: \text{end}$

Coordonnées des nœuds

$X = \begin{cases} x_i = x_{i-1} + l_j \cos(\psi_{i-1} + \theta_{i-1}) + u_i \\ y_i = y_{i-1} + l_j \sin(\psi_{i-1} + \theta_{i-1}) + v_i \end{cases}$

3.7 Résultats du contrôle passif

Le tableau 3. 1 montre les propriétés mécaniques utilisées dans notre analyse:

Structure	Hauteur (m)	Module de young (Pa)	Densité (Kg/m ³)	Largeur (m)
•Isotrope de grande inertie	$h = 0.0093$	$E = 3.10^{10}$	$\rho = 6000$	0.04
•Isotrope de faible inertie	$h = 0.0016$	$E = 3.10^{10}$	$\rho = 6000$	0.04
Deux plis: •isotrope de faible inertie •couche viscoélastique	$h_1 = 0.0016$ $h_2 = 0.0004$	$E_1 = 3.10^{10}$ $E_2 = 10^8$	$\rho_1 = 6000$ $\rho_2 = 1105$	0.04 0.04
Trois plis: •isotrope de faible inertie •couche viscoélastique •couche isotrope	$h_1 = 0.0016$ $h_2 = 0.0004$ $h_3 = 0.0016$	$E_1 = 3.10^{10}$ $E_2 = 10^8$ $E_3 = E_1$	$\rho_1 = 6000$ $\rho_2 = 1105$ $\rho_3 = 6000$	0.04 0.04 0.04
Un pli composite: •composite de faible inertie	$h = 0.0016$	$E = 2.06.10^3$	$\rho = 2.06.10^3$	0.04
Deux plis: •composite de faible inertie •couche viscoélastique	$h_1 = 0.0016$ $h_2 = 0.0004$	$E_{c1} = 2.06.10^3$ $E_{c2} = 0.0004$	$\rho_{c1} = 2.06.10^3$ $\rho_{c2} = 1105$	0.04 0.04
Trois plis: •composite de faible inertie •couche viscoélastique •couche isotrope	$h_1 = 0.0016$ $h_2 = 0.0004$ $h_3 = 0.0016$	$E_{c1} = 2.06.10^3$ $E_{c2} = 0.0004$ $E_{c3} = E_{c1}$	$\rho_{c1} = 2.06.10^3$ $\rho_{c2} = 1105$ $\rho_{c3} = \rho_{c1}$	0.04 0.04 0.04

TAB-3. 2. Les propriétés mécaniques du manipulateur

Nous présentons dans ce qui suit quelques résultats du contrôle passif qui nous ont permis d'étudier l'effet du traitement viscoélastique sur le comportement dynamique du manipulateur flexibles, plusieurs cas sont à discuter. Dans chacun, on trace les positions successives du nœud de l'extrémité dans lequel $\theta_2 = 0^\circ$ et $\theta_1 \in [0: 360]$ avec un pas de 10° . Aussi pour étudier l'influence de θ_2 , on change sa valeur à chaque fois que θ_1 fait un tour posant $\theta_2 \in [0: 90^\circ]$ avec un pas de 10° .

3.7.1 Structure isotrope de faible inertie $h = 0.0016$ m

Le modèle est basé sur l'élément poutre de faible inertie, c'est-à-dire. $h=0.0016$, un important déplacement aux nœuds en résulte. Cela exige une action du contrôle, dans notre cas un contrôle passif par traitement viscoélastique.

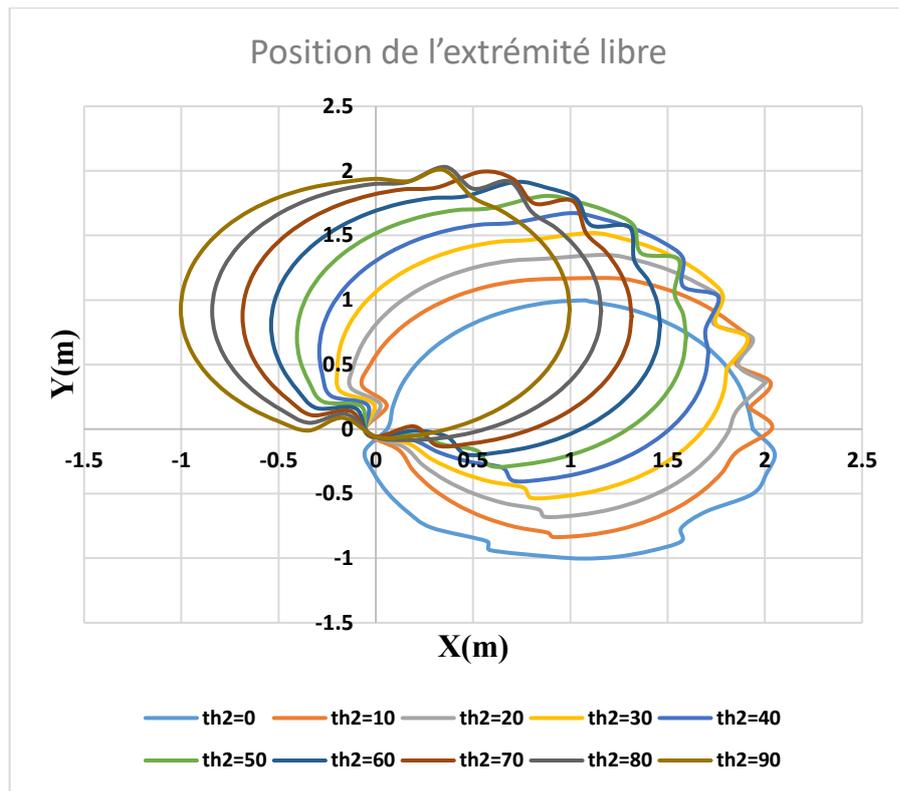


FIG-3. 5. Isotrope faible inertie, $\theta_1 \in [0: 360], \theta_2 \in [0: 90^\circ]$.

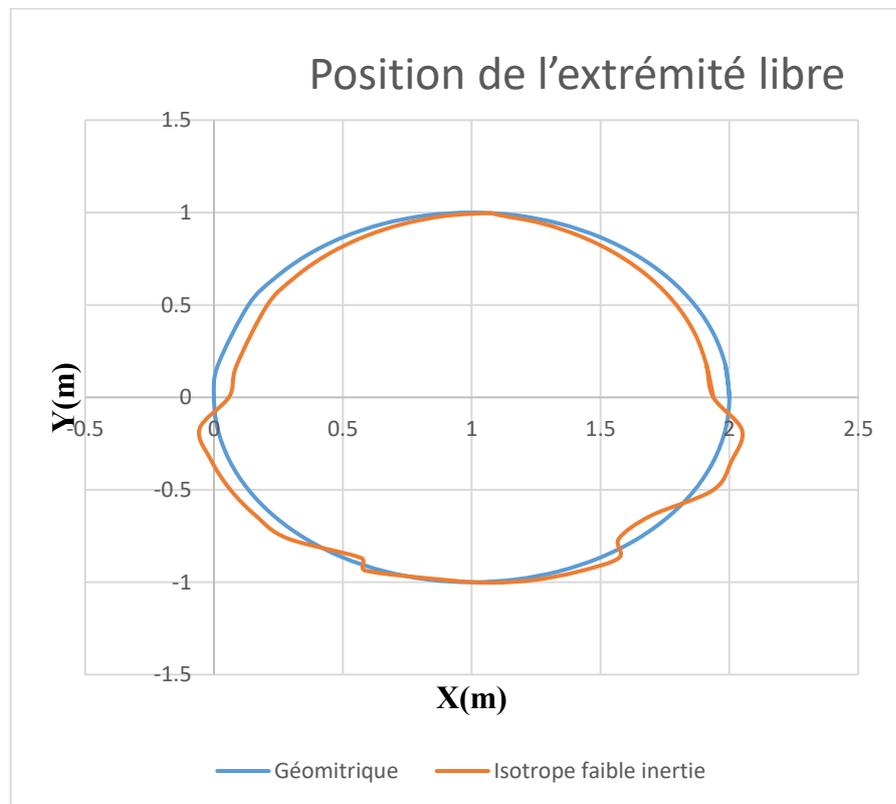


FIG-3. 6. Comparaison entre géométrique et isotrope faible inertie, $\theta_1 \in [0: 360], \theta_2 = 0$.

3.7.2 Structure isotrope de forte inertie $h = 0.0093 \text{ m}$

Pour minimiser les vibrations dans le cas précédent, on a procédé à l'épaississement de la section de la poutre, ce qui alourdit de façon assez importante notre système et cela rend ce type de control très coûteux. La figure 3.9 représente le comportement dynamique de la structure de forte inertie, ce cas nous servir de référence.

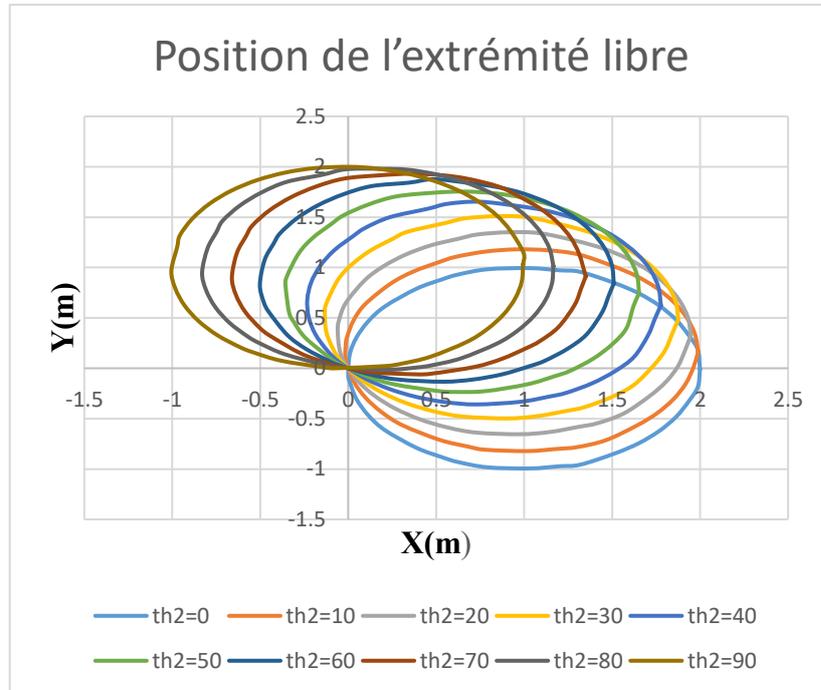


FIG-3. 7. Isotrope forte inertie, $\theta_1 \in [0: 360]$, $\theta_2 \in [0: 90^\circ]$.

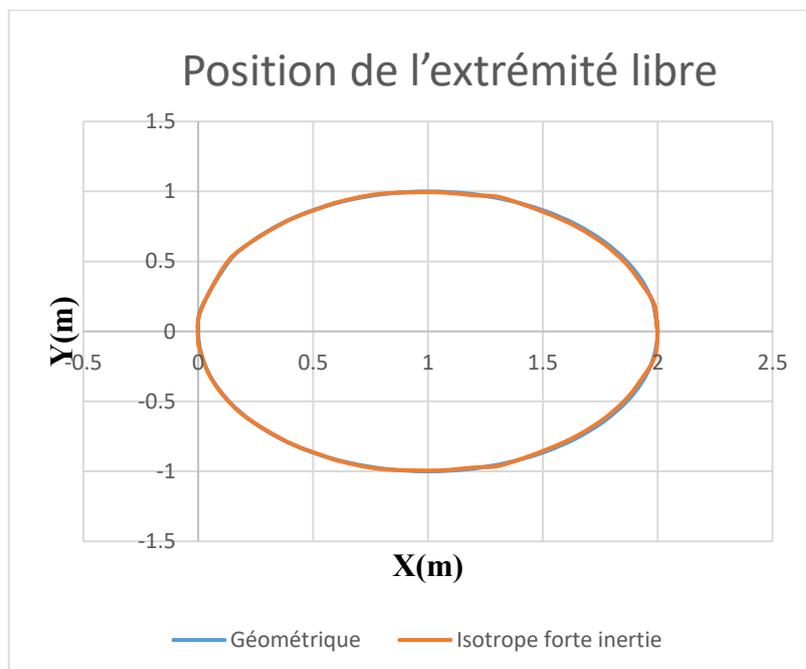


FIG-3. 8. Comparaison entre géométrique et isotrope faible inertie, $\theta_1 \in [0: 360]$, $\theta_2 = 0$.

Pour minimiser les vibrations sans alourdir la structure, le traitement viscoélastique est une solution meilleure, car le matériau viscoélastique est très léger.

3.7.3 Traitement viscoélastique

Nous avons étudié le traitement viscoélastique de la structure du manipulateur, deux cas traités:

- Avec structure de base isotrope (S.B.I.)
- Avec structure de base composite (S.B.C.)

3.7.3.1 Traitement de la S.B.I. par une couche viscoélastique mince

La figure 3.11. Montre le traitement de la surface de l'élément poutre par une couche viscoélastique mince.



FIG-3. 9. Traitement viscoélastique.

La figure 3. 12 montre l'effet du traitement viscoélastique de la structure à faible inertie sur le positionnement de l'organe terminal.

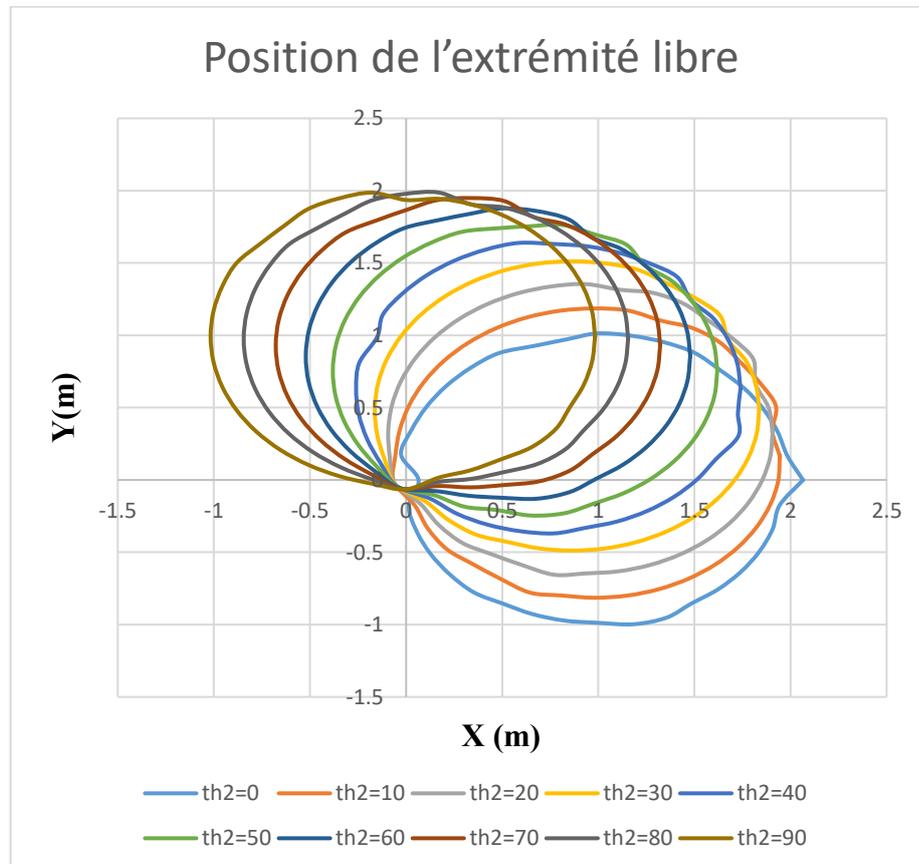


FIG-3. 10. S.B.I. bicouche, $\theta_1 \in [0: 360]$, $\theta_2 \in [0: 90]$.

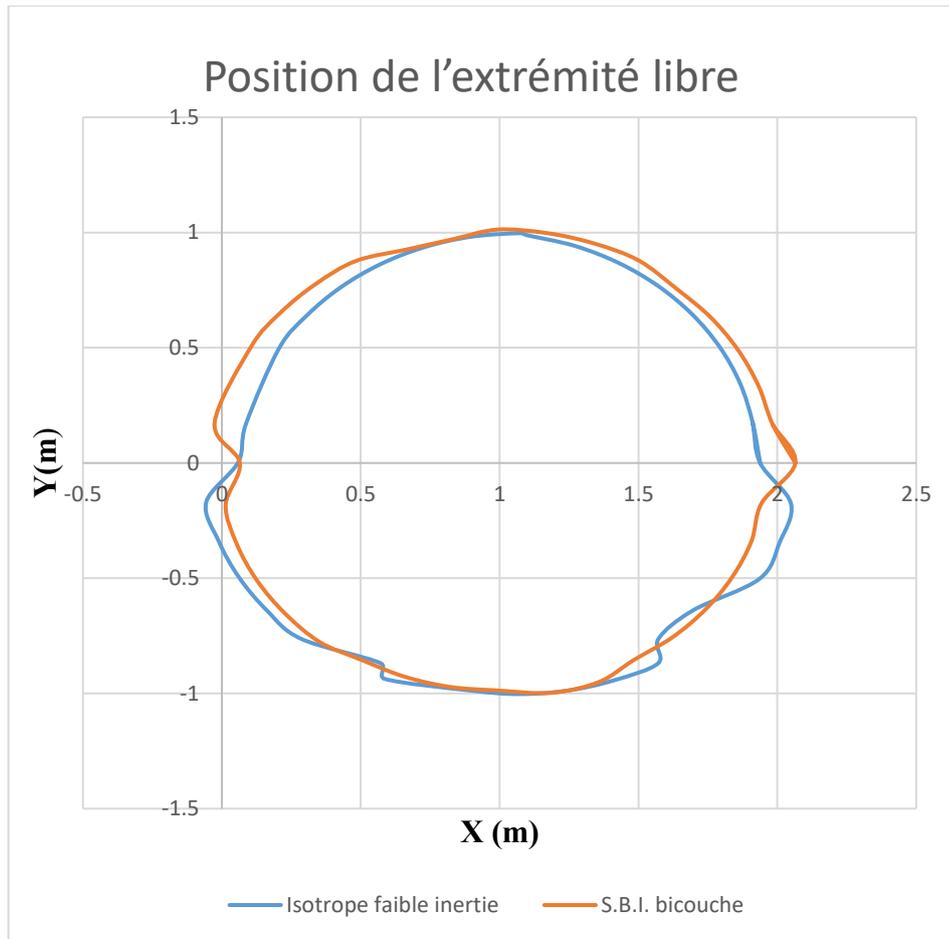


FIG-3. 11. Comparaison entre bicouche en S.B.I. et isotrope faible inertie; $\theta_1 \in [0: 360]$, $\theta_2 = 0$

L'influence du traitement sur le comportement n'est qu'une amélioration.

3.7.3.2 Traitement de la structure bicouche S.B.I. par une peau isotrope

Dans ce cas nous étudions l'influence de la peau (figure 3. 14). Sur le comportement dynamique de la structure bicouche.

La structure sandwich à cœur viscoélastique élimine presque totalement les déplacements élastiques aux nœuds.



FIG-3. 12. Sandwich à cœur viscoélastique.

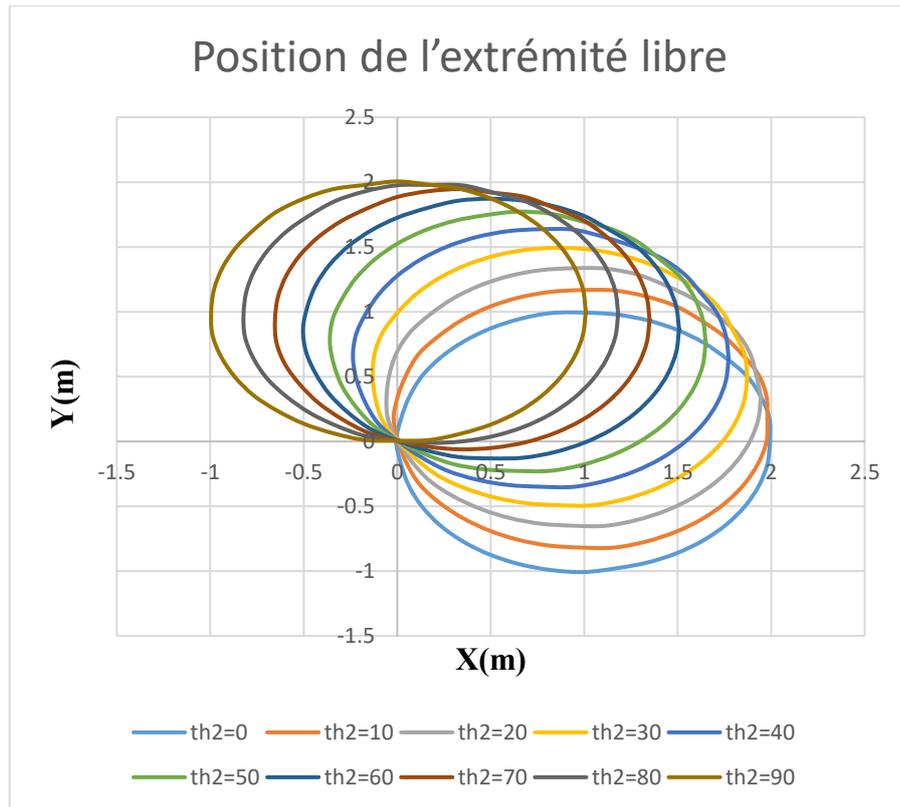


FIG-3. 13. Sandwich à cœur viscoélastique en S.B.I. $\theta_1 \in [0: 360], \theta_2 \in [0: 90]$.

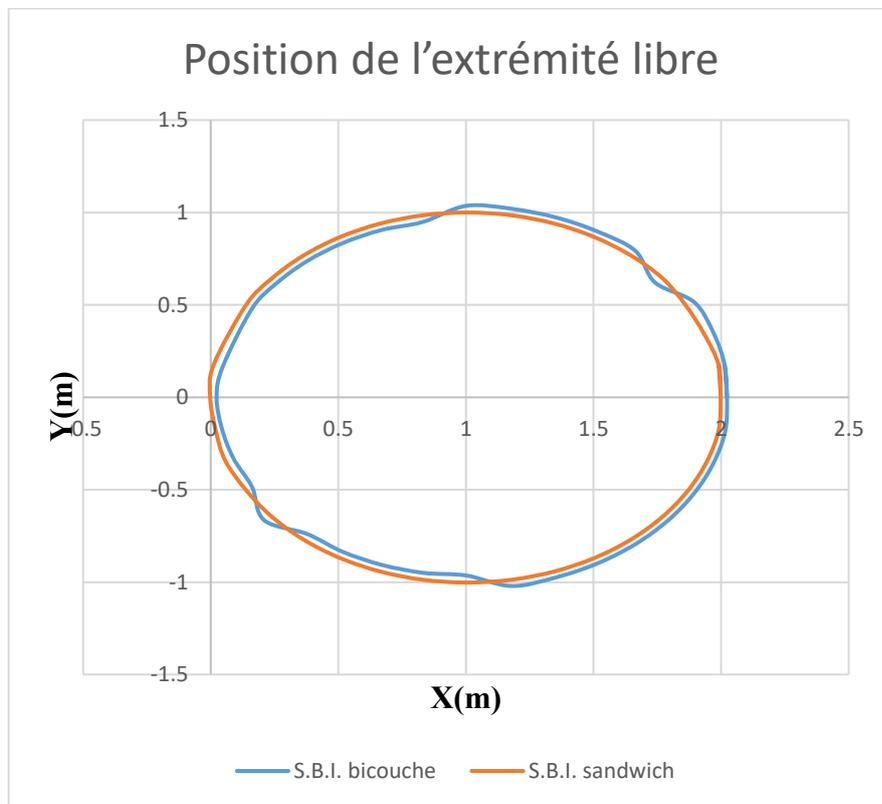


FIG-3. 14. Comparaison entre bicouche en S.B.I. et sandwich en S.B.I. $\theta_1 \in [0: 360], \theta_2 = 0$.

3.7.3.3 Traitement de la S.B.C. par une mince couche viscoélastique

La figure 3.17 montre le positionnement de l'extrémité du bras manipulateur à structure de base en composite (S.B.C.) de faible inertie (identique à l'isotrope faible inertie).

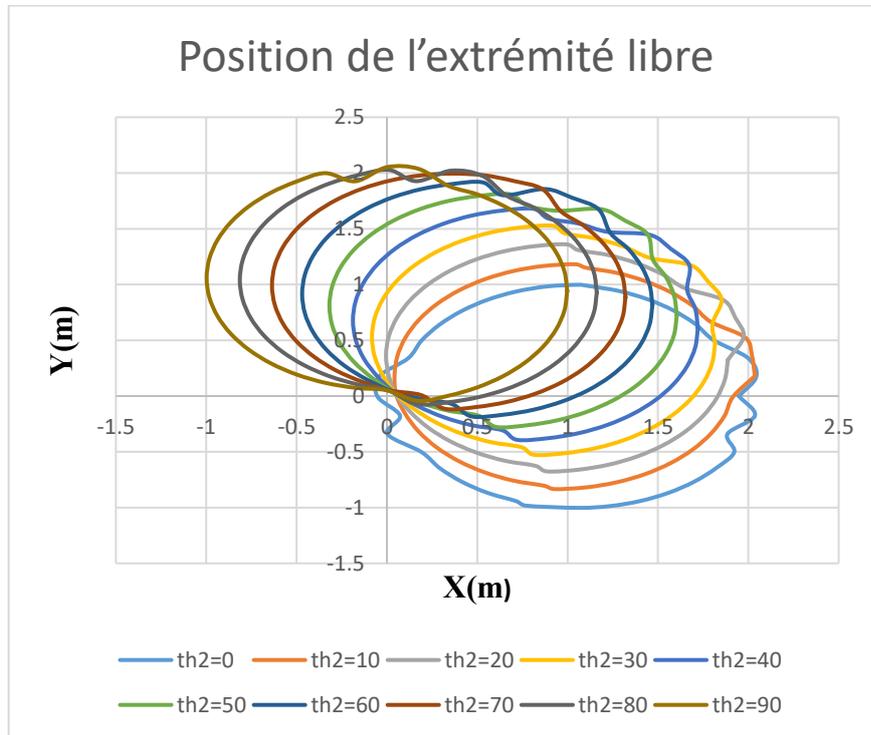


FIG-3. 15. Composite à faible inertie, $\theta_1 \in [0: 360]$, $\theta_2 \in [0: 90]$.

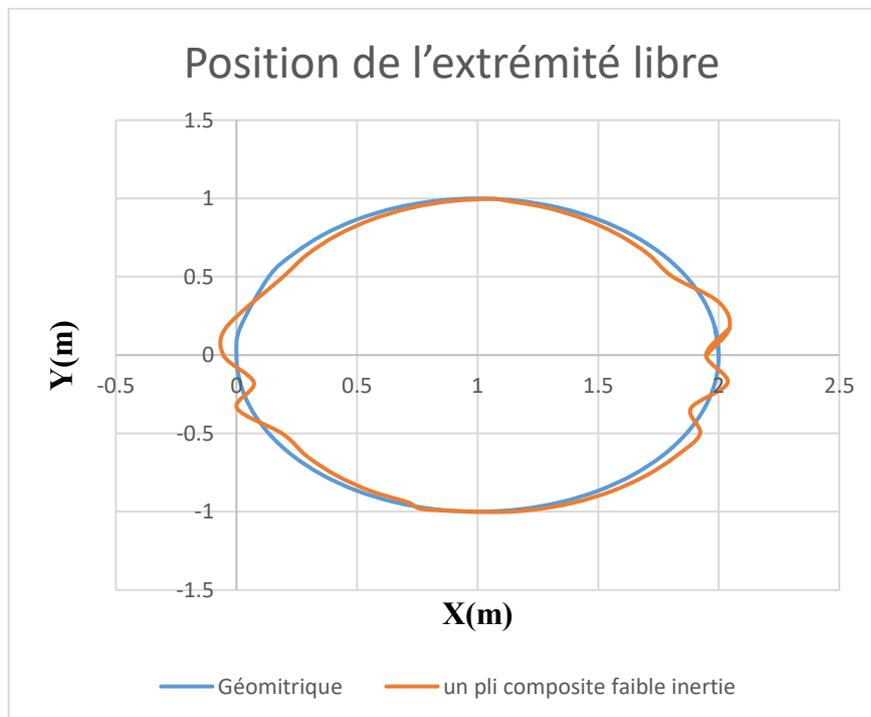


FIG-3. 16. Comparaison entre composite faible inertie et géométrique, $\theta_1 \in [0: 360]$, $\theta_2 = 0$.

La figure 3.19 montre le comportement de l'extrémité du bras manipulateur traité par couche viscoélastique mince avec $\theta_2 \in [0: 90]$.

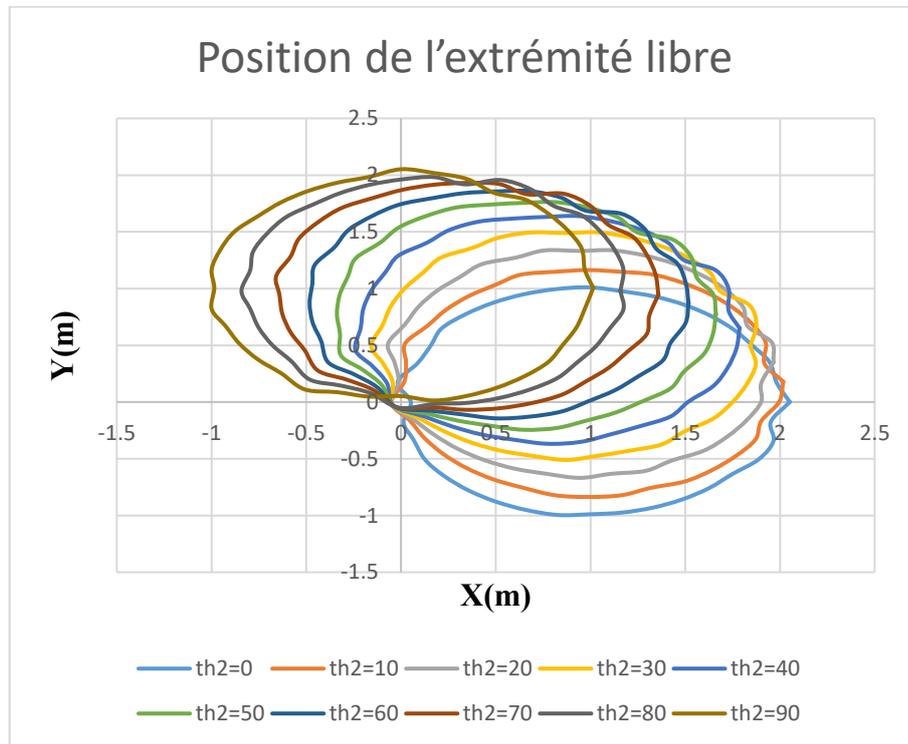


FIG-3. 17. Bicouche en S.B.C. $\theta_1 \in [0: 360]$, $\theta_2 \in [0: 90]$.

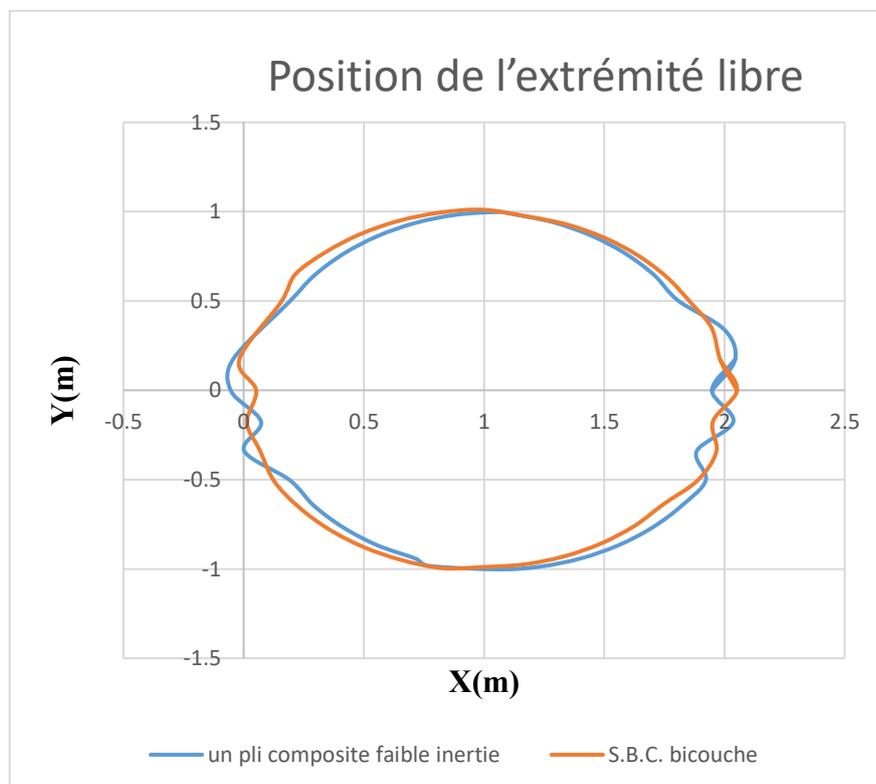


FIG-3. 18. Comparaison entre bicouche en S.B.C. et composite faible inertie; $\theta_1 \in [0: 360]$, $\theta_2 = 0$.

3.7.3.4 Traitement de la structure bicouche (S.B.C.) par une peau en (S.B.C.)

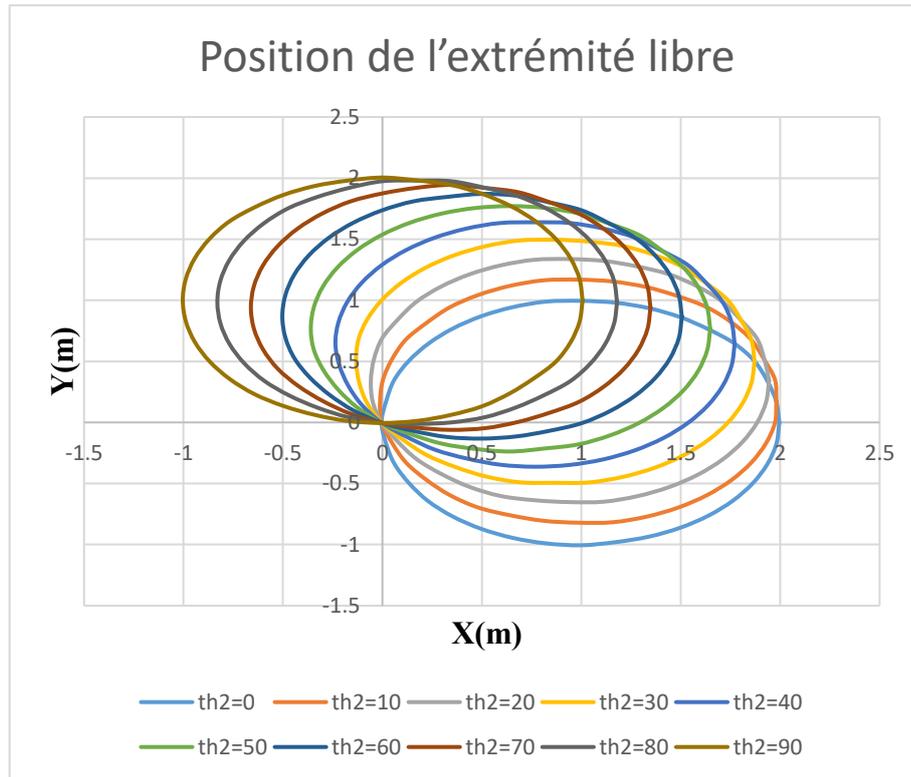


FIG-3. 19. Sandwich à cœur viscoélastique en S.B.C. $\theta_1 \in [0: 360]$, $\theta_2 \in [0: 90]$.

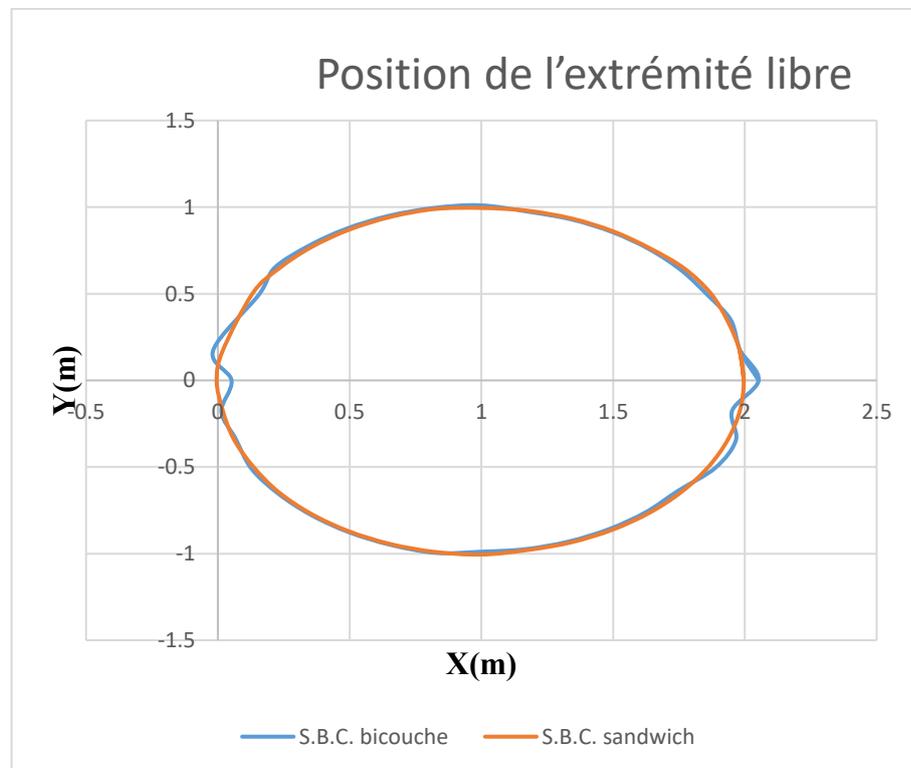


FIG-3. 20. Comparaison entre bicouche en S.B.C. et sandwich en S.B.C. $\theta_1 \in [0: 360]$, $\theta_2 = 0$.

3.7.4 Modes propres des différentes structures, (S.B.I.)

Pour les structures à S.B.I. le tableau 3. 3, montre le mode propre n° 1 avec θ_1 varie entre 0 et 90°. Le tableau 3. 4, montre les dix premiers modes propres de la configuration 45° pour θ_1 et zéro pour θ_2 .

Structure de base isotrope (S.B.I.)						
Mode rad/sec	θ_1	θ_2	Isotrope faible inertie	Isotrope forte inertie	Bicouche	Sandwich
1	0	0	15, 51899316	16, 3646563	15, 51790534	15, 58145553
1	10	0	15, 49196222	16, 3703374	15, 49726892	16, 09243501
1	20	0	15, 49194061	16, 38765284	15, 49677224	16, 0644413
1	30	0	15, 49193673	16, 41744372	15, 49635651	16, 03899516
1	40	0	15, 4919354	16, 46119733	15, 49599012	16, 01208999
1	50	0	15, 4919348	16, 52118665	15, 49569084	15, 9831539
1	60	0	15, 49193449	16, 60068963	15, 49546843	15, 95191079
1	70	0	15, 49193432	16, 70431381	15, 49532488	15, 91803327
1	80	0	15, 49193424	16, 83845958	15, 49525893	15, 8811315
1	90	0	15, 49193421	17, 01195344	15, 49526909	15, 84080527

TAB-3. 3. Mode n°1. S.B.I. $\theta_1 \in [0; 90]$, $\theta_2 = 0$

Mode	θ_1	θ_2	Isotrope	Bicouche	Sandwich	Grande inertie
1	45	0	15, 49193505	15, 49583125	15, 99789278	16, 48898442
2	45	0	22, 21536411	21, 98990641	33, 12470993	30, 56966819
3	45	0	22, 59888306	22, 94192822	43, 27806396	93, 86961142
4	45	0	54, 16565983	53, 18382631	97, 00641268	154, 3845319
5	45	0	57, 18847402	56, 84253523	117, 0178584	300, 5073975
6	45	0	112, 1381518	109, 9513736	205, 4783744	394, 5533725
7	45	0	122, 2986087	120, 5703744	240, 4695953	626, 8456657
8	45	0	201, 588844	197, 585448	368, 9256443	750, 8725259
9	45	0	227, 7854503	223, 8827292	433, 023507	1074, 7362
10	45	0	343, 0945232	336, 2397534	618, 7593944	1223, 839807

TAB-3. 4. Les dix premiers modes propres, S.B.I. $\theta_1 = 45$, $\theta_2 = 0$

3.7.5 Gains de poids, cas (S.B.I.)

On calcul la masse de chaque structure pour quantifier notre gain en poids, en comparaison avec la structure isotrope de grande inertie. Le tableau 3. 7 montres les gains en poids pour le cas S.B.I.

Cas	Masse Kg	Réduction de poids %
Isotrope de grande inertie	4. 46	Référence
Isotrope de faible inertie	0. 7758	82. 60
Deux plis (isotrope- V. E. M.)	0. 8115	81. 8080
Trois plis (isotrope- V. E. M. -isotrope)	1. 1994	73. 1123

TAB-3. 5. Gain de poids, (S.B.I)

3.7.6 Modes propres des différentes structures, (S.B.C.)

Le tableau 3. 6, montre le mode propre n° 1 avec θ_1 varie entre 0 et 90°. Le tableau 3. 7, montre les dix premiers modes propres de la configuration 45° pour θ_1 et zéro pour θ_2 , pour les structures a base composites.

Structure de base en composite (S.B.C)					
Mode rad/sec	θ_1	θ_2	Un pli	Bicouche	Sandwich
1	0	0	15, 51899316	15, 60693315	15, 89616182
1	10	0	15, 49196222	15, 50667903	18, 06357243
1	20	0	15, 49194061	15, 50559031	17, 94931443
1	30	0	15, 49193673	15, 5047595	17, 84398792
1	40	0	15, 4919354	15, 5040176	17, 73183516
1	50	0	15, 4919348	15, 50339156	17, 61036045
1	60	0	15, 49193449	15, 50291192	17, 47833366
1	70	0	15, 49193432	15, 50259617	17, 33432691
1	80	0	15, 49193424	15, 50245148	17, 17666572
1	90	0	15, 49193421	15, 5024789	17, 00367601

TAB-3. 6. Mode n°1. S.B.C., $\theta_1 \in [0: 90]$, $\theta_2 = 0$

Mode rad/sec	θ_1	θ_2	Un pli	Bicouche	Sandwich
1	45	0	15, 4919414	15, 5036879	17, 67233939
2	45	0	38, 2405892	36, 35153838	64, 37635417
3	45	0	39, 30915157	38, 31978671	87, 39004378
4	45	0	115, 0154913	108, 310867	204, 6170126
5	45	0	121, 866621	115, 5981874	246, 7296494
6	45	0	244, 3609522	229, 8745515	435, 4640107
7	45	0	266, 827411	251, 6169585	507, 2132867
8	45	0	441, 6070308	415, 3163091	778, 4191344
9	45	0	499, 2484649	469, 8444796	906, 0528959
10	45	0	752, 750255	707, 8640655	1290, 699795

TAB-3. 7. Les dix premiers modes propres, S.B.C., $\theta_1 = 45$, $\theta_2 = 0$

3.7.7 Gains de poids, cas (S.B.C)

Le tableau 3. 8 montre les gains de poids pour le cas (S.B.C), en comparaison avec la même structure de référence (Isotrope de grande inertie).

Cas	Masse Kg	Réduction de poids %
Isotrope de grande inertie	4. 46	Référence
Un pli composite	0. 2666	94. 0241
Deux plis (composite -VEM)	0. 3023	93. 2233
Trois plis (composite –VEM-composite)	0. 4356	90. 2354

TAB-3. 8. Gain de poids, (S.B.C)

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons traité l'application de la méthode des éléments finis dans la modélisation des traitements viscoélastiques. C'est la méthode la plus utilisée en raison de son applicabilité énorme dans l'ingénierie structurale. Cette méthode est capable de simuler le comportement des structures traitées par un matériau viscoélastique de manière assez efficace. En effet, le traitement de la structure flexible du manipulateur à deux bras donne satisfaction: Une mince couche viscoélastique sur la structure isotrope minimise de façon assez importante les vibrations, pour ce qui est de l'élément sandwich l'atténuation des vibrations est efficace, avec un important gain de poids (Tableau 3. 8.).

Chapitre 4

Commande P.D. du manipulateur à deux bras flexibles basée sur la M.E.F

Chapitre 4

Commande P.D. du manipulateur à deux bras flexibles basée sur la M.E.F

4.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons appliquer la commande P.D. [19], initialement conçue pour les bras manipulateurs rigides au cas des manipulateurs flexibles basé sur la méthode des éléments finis. Les résultats ont été validés par le travail de l'article de Tian, Q. et al [1], où l'auteur utilise la commande P.D. d'un manipulateur flexible basé sur « absolute nodal coordinate method ».

4.1.1 Planification de la trajectoire

Pour commander un manipulateur il est indispensable d'élaborer tout d'abord une loi horaire qui définit la trajectoire cartésienne de référence en fonction des coordonnées articulaires.

La trajectoire choisie pour notre cas est l'équation d'un cercle.

$$X = \begin{cases} x_t = r \cos(\omega.t) \\ y_t = r \sin(\omega.t) \end{cases} \quad (4.1)$$

x_t Abscisse du cercle (m)

y_t Ordonnée du cercle (m)

r Rayon du cercle (m)

ω vitesse angulaire du mouvement (rad/sec),

t Temps de mouvement en (sec).

Les équations cinématiques inverses (MGI, MCI, et MCI²) du robot rigide à deux liaisons sont utilisées pour calculer les valeurs de référence des trajectoires articulaires $\theta_d, \dot{\theta}_d$ et $\ddot{\theta}_d$, (chapitre 2).

4.1.2 Calcul du couple désiré

Le but de la commande est le calcul des couples désirés qui conduisent les actionneurs à mener les positions articulaires désirées, en corrigeant chaque instant l'écart entre les positions articulaires désirées et simulées.

L'équation du couple de commande est donnée par:

$$\tau_d = M \{ \ddot{q}_d + K_p e + K_d \dot{e} \} + h \quad (4.2)$$

M Et h sont en fonction de des positions articulaires désirées q_d .

$$e = (q - q_d), \dot{e} = (\dot{q} - \dot{q}_d). \quad (4.3)$$

Considérant l'équation originale du couple,

$$\tau(t) = M(q)\ddot{q}(t) + h(q, \dot{q}) \quad (4.4)$$

Supposant M et h égaux dans les deux cas, cette équation se simplifier a:

$$\ddot{q} = \ddot{q}_d + K_d \dot{e} + K_p e \quad (4.5)$$

Finalement,

$$\ddot{e} + K_d \dot{e} + K_p e = 0 \quad (4.6)$$

$$\text{Avec } \ddot{e} = \ddot{q} - \ddot{q}_d$$

Cette dernière à une convergence exponentielle qui peut être modifiée selon les besoins en ajustant les valeurs de K_p et K_d .

Le calcul du couple nous donne possibilité de calculer l'accélération:

$$\ddot{q} = M(q)^{-1} \{ \tau_d - h(q, \dot{q}) \} \quad (4.7)$$

La commande du système flexible est dépendante de la sortie du système rigide, mais le système rigide est indépendant, pour cela il est important d'impliquer le déplacement élastique dans le calcul de la commande. La technique s'appuie sur le fait d'introduire les degrés de liberté flexibles dans le calcul des coordonnées articulaires désirées.

$$\theta_d = \theta_r + \psi_i \quad (4.8)$$

Avec

θ_d L'angle désiré actuel.

θ_r L'angle désiré rigide.

ψ_i La déformation dans l'axe des rotations z aux nœuds (i) de chaque articulation.

Le calcul des déformations aux nœuds nécessite la résolution du problème aux valeurs propres du système dynamique à deux bras flexibles, (chapitre Précédent). On trace enfin la trajectoire simulée à l'aide de l'équation suivante:

$$\begin{cases} x_i = x_{i-1} + l_{i-1} \cos(\psi_{i-1} + \theta_{i-1}) + u_i \\ y_i = y_{i-1} + l_{i-1} \sin(\psi_{i-1} + \theta_{i-1}) + v_i \end{cases} \quad (4.9)$$

$$\text{Avec } \theta_i = \begin{cases} \theta_1 & \text{si } i \leq n \\ \theta_2 & \text{si } i > n \end{cases} \quad (4.10)$$

n Nœud de l'articulation n°2;

l_i Longueur de l'élément i

x_i Abscisse du nœud i ,

u_i Déformation dans la direction « x » nœud i ,

y_i Ordonné du nœud i ,

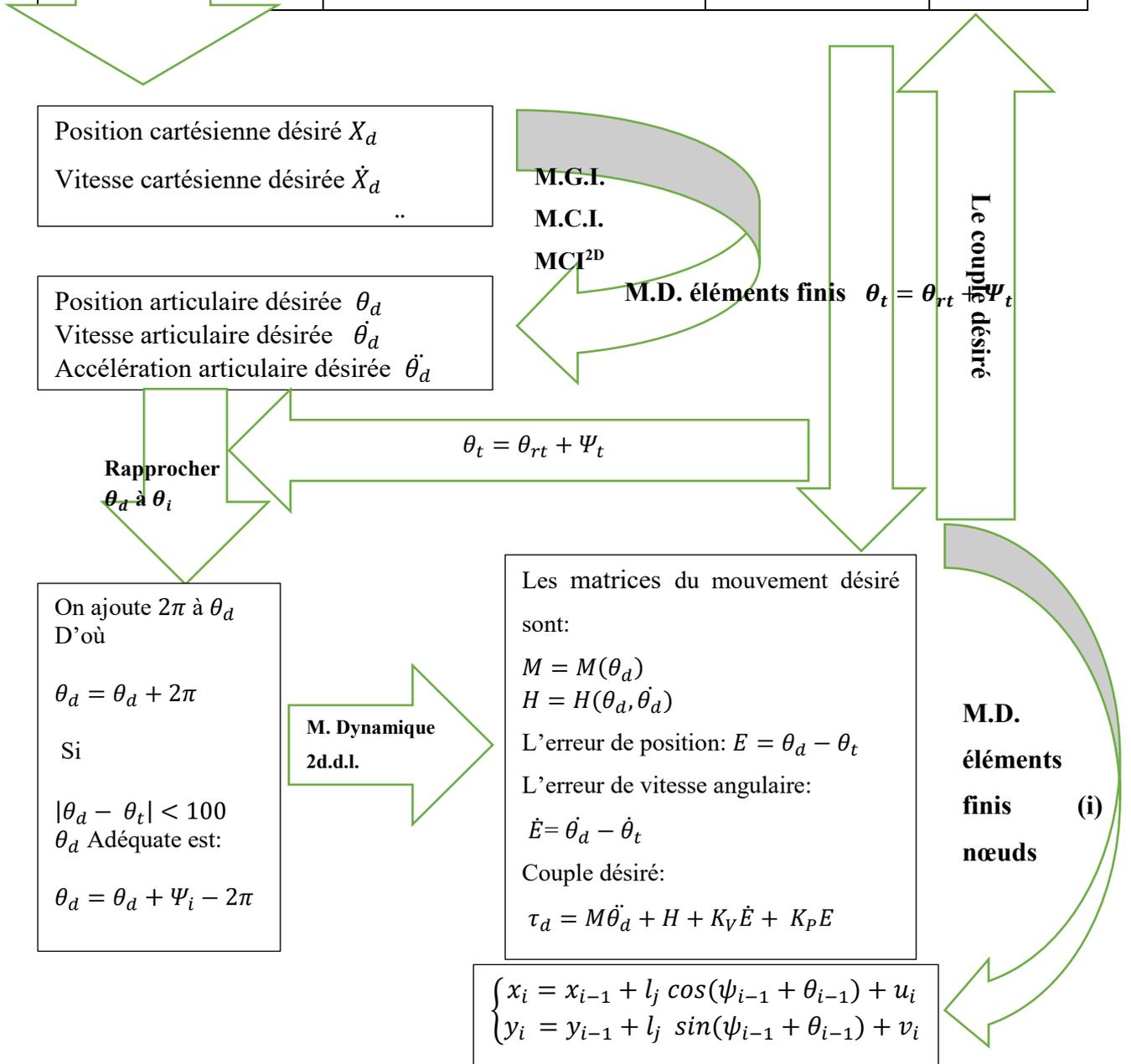
v_i Déformation dans la direction « y » nœud i ,

Dans ce qui suit, nous présentons la méthodologie suivie pour le calcul de la commande P.D. sous MATLAB.

4.2 Méthodologie de calcul de la commande P.D.

Il est indispensable que la position cartésienne de l'extrémité du manipulateur au repos appartienne à la trajectoire planifiée. A partir de cette position, on calcul les positions et les vitesses articulaire initiales à l'aide la cinématique inverse (M.G.I., M.C.I.).

	$\tau(t) = M(\theta)\ddot{\theta}(t) + h(\theta, \dot{\theta})$	Mouvement du manipulateur	
Mouvement désiré	Position initiale	$\theta = \theta_I$	$H = h(\theta_I, \dot{\theta}_I)$
	Vitesse initiale	$\dot{\theta} = \dot{\theta}_I$	$M = M(\theta_I)$
Pour $t = [0: T_f]$		$\theta = \theta_t, \dot{\theta} = \dot{\theta}_t$	
Temps		$\ddot{\theta} = M^{-1}(\tau_d - H)$	$\tau_d = ?$



4.3 Exemple d'application

Le tableau 4. 1 montre les propriétés géométriques et mécaniques de notre manipulateur, les gains de la commande et les grandeurs utilisés dans la planification de la trajectoire et dans la simulation:

Propriété	Abréviation	Valeur	Unité
Module de young 1 ^{er} bras	E_1	3E10	Pa
Module de young 2 ^{ed} bras	E_2	8E10	Pa
Densité du matériau 1 ^{er} bras	ρ_1	6000	Kg. m ⁻³
Densité du matériau 2 ^{ed} bras	ρ_2	3500	Kg. m ⁻³
Moment d'inertie de l'axe 1	J_1	2. 9167	Kg. m ²
Moment d'inertie de l'axe 2	J_2	5. 0000	Kg. m ²
Nombre d'élément bras 1	n_e	10	
Nombre d'élément bras 2	n_e	20	
longueur premier bras	L_1	1	m
Longueur second bras	L_2	1	m
Rayon du cercle	r	0. 1	m
Temps de la simulation	T	10	Sec
Nombre de points à simuler	n	360	
Temps d'échantillonnage	Δt	T/n	Sec
La gravité	g	9. 81	m. s ⁻²
Vitesse angulaire	η	$1. n. (\pi /180)/T$	rad/s

TAB-4. 1 Propriétés mécaniques et géométriques

4.3.1 Boucle ouverte

Dans cette étude, les couples désirés sont calculés seulement en fonction des positions, vitesses et accélérations articulaires désirées. C'est-à-dire nous conduisons directement le manipulateur par ces couples, sans régulation, dans ce cas l'effet des gains de commande K_p et K_d est retiré de l'équation du couple, l'équation 4. 2, devient:

$$\tau_d = M(q_d) \ddot{q}_d + h(q_d, \dot{q}_d) \dot{q}_d \quad (4.11)$$

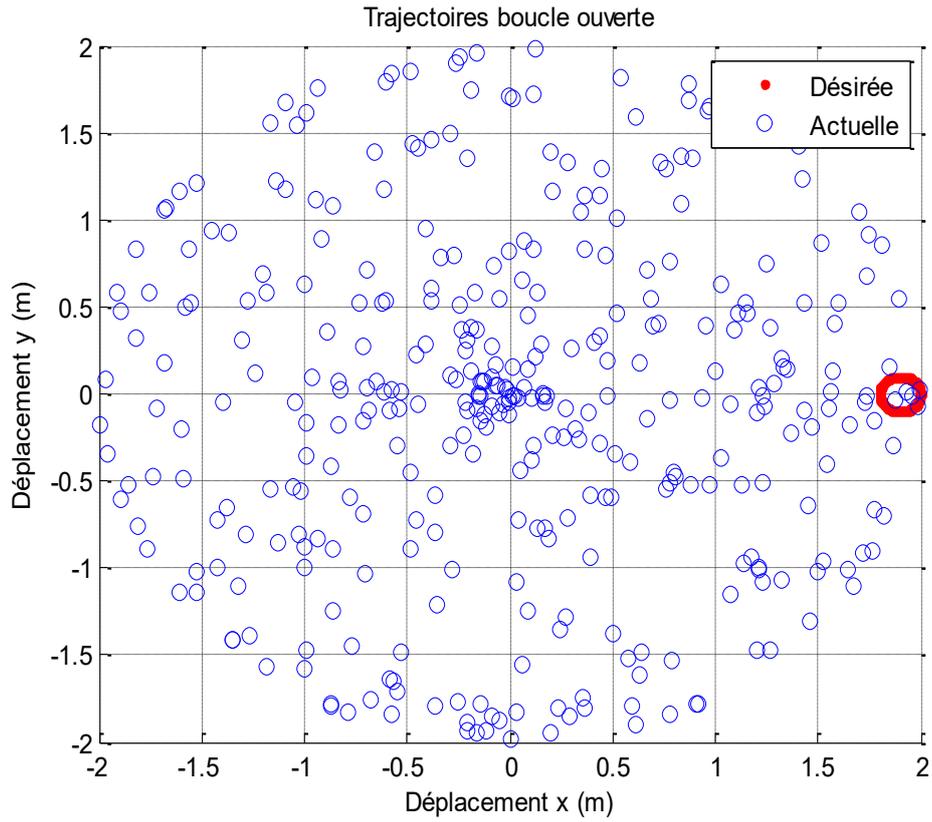


FIG-4. 1. Suivi de la trajectoire de l'extrémité du bras boucle ouverte.

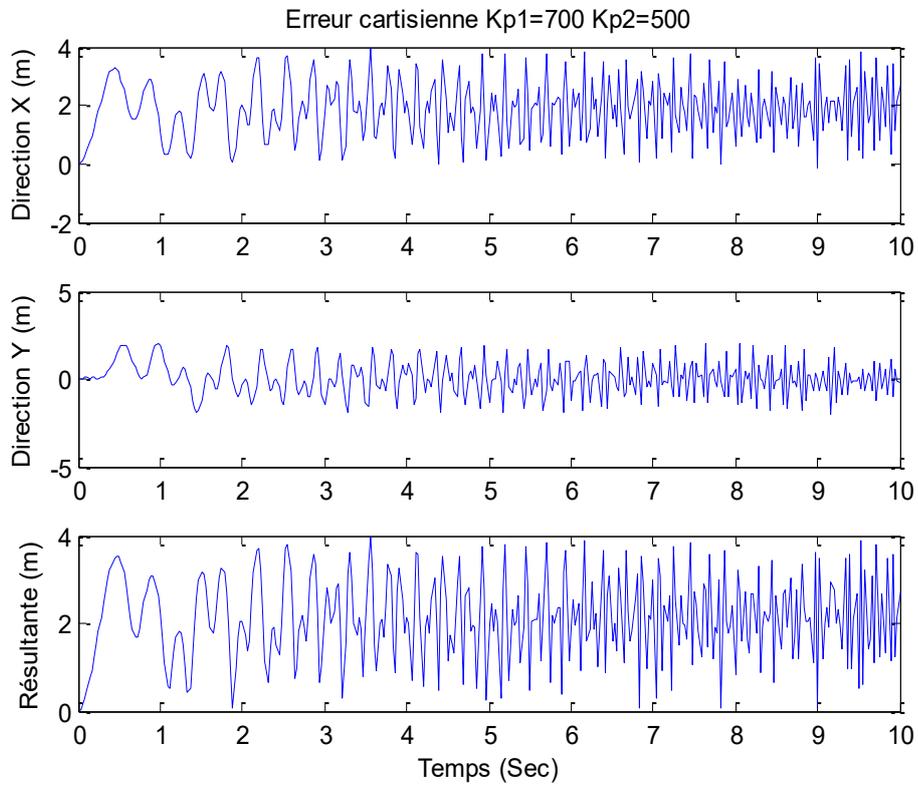


FIG-4. 2. Erreur de suivi de la trajectoire de l'extrémité du bras boucle ouverte.

4.3.2 Boule fermée

Dans ce cas, nous étudions l'effet des gains de commande, où l'erreur devient alors une simple équation du second degré dont le coefficient d'amortissement et la fréquence propre sont des fonctions des gains du système, (équation 4. 3.).

$$\tau_d = M \{ \ddot{q}_d + K_p e + K_d \dot{e} \} + h(q_d, \dot{q}_d) \quad (4.12)$$

$$\ddot{q} = \ddot{q}_d + K_d \dot{e} + K_p e \quad (4.13)$$

Finalement,

$$\ddot{e} + K_d \dot{e} + K_p e = 0 \quad (4.14)$$

Cette dernière a une convergence exponentielle qui peut être modifiée selon les besoins en ajustant les valeurs de K_p et K_d .

4.3.2.1 $K_p = 10$

Pour $K_p = 10, K_d = 6.32$ le suivi de la trajectoire est mieux que dans le cas en boucle ouverte, mais seulement au départ, mais après quelque secondes la régulation perd l'efficacité. La solution pour un tel problème est la régulation à deux étapes. C'est à dire on divise la tâche à deux temps, et pour chaque tache on utilise un gain de commande différent.

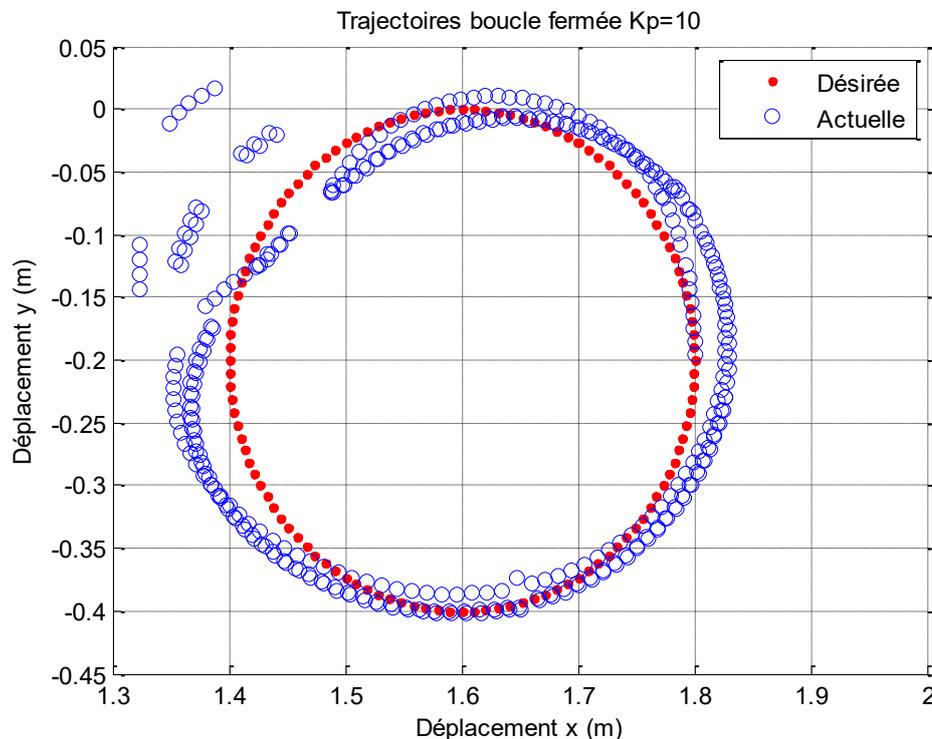


FIG-4. 3. Suivi de la trajectoire de l'extrémité du bras, $K_p=10$.

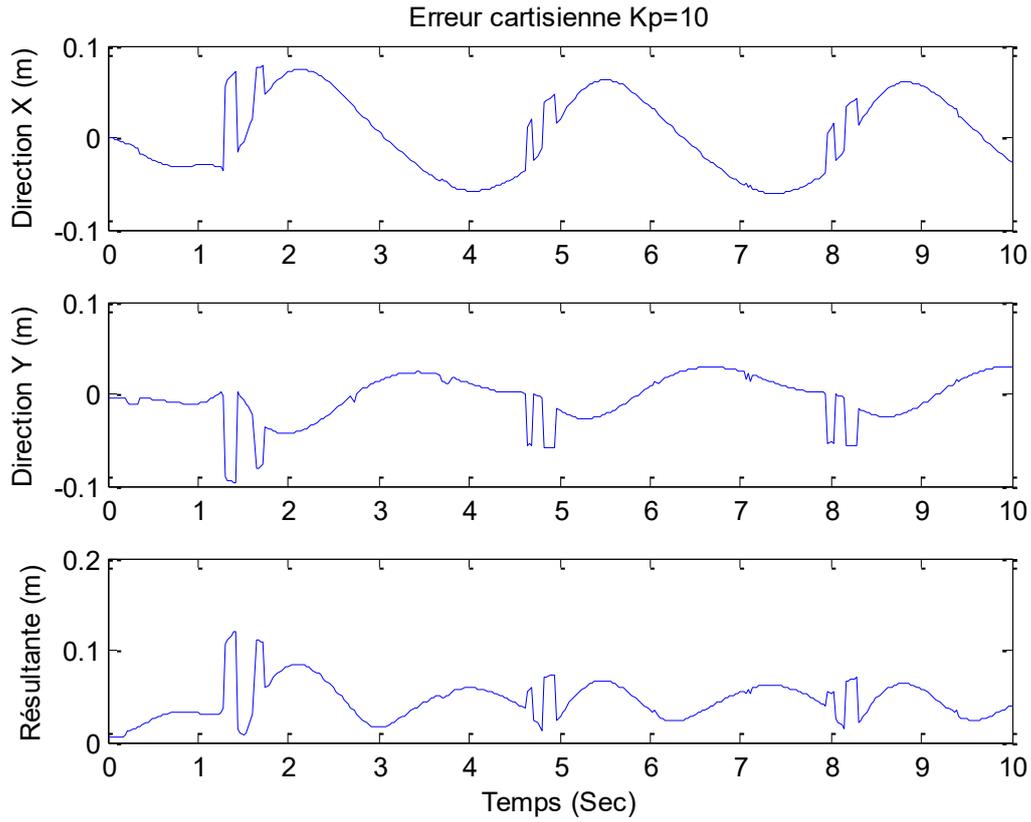


FIG-4. 4. Erreurs dans l'espace cartésien, $K_p=10$.

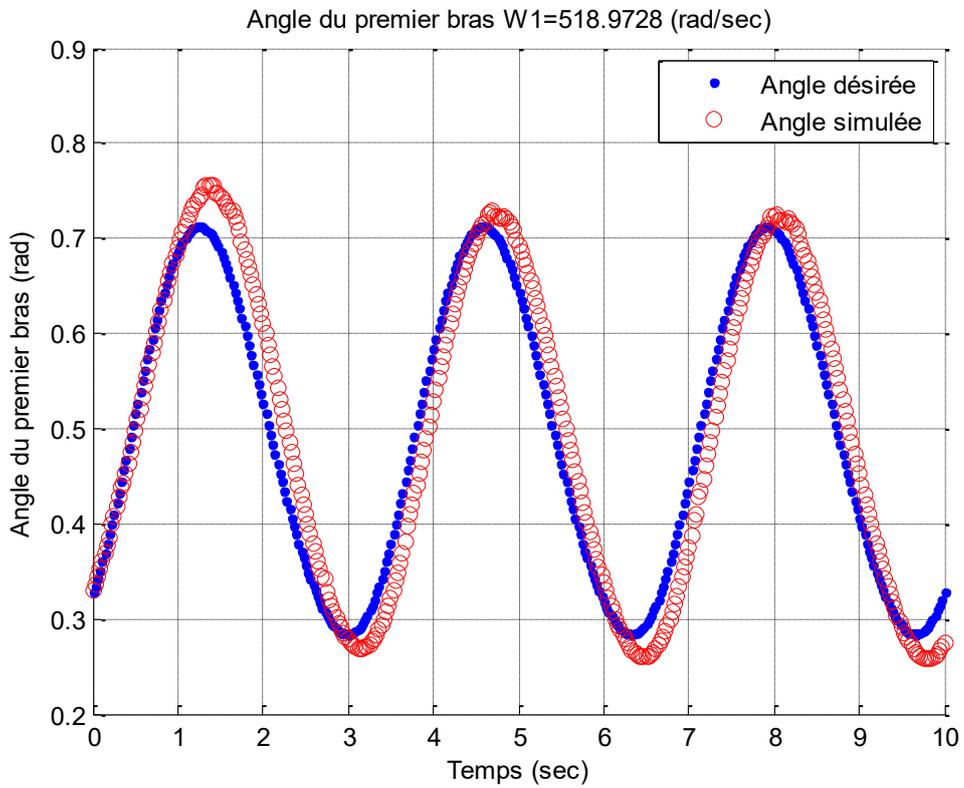


FIG-4. 5. Suivi de la trajectoire du 1^{er} angle, $K_p=10$.

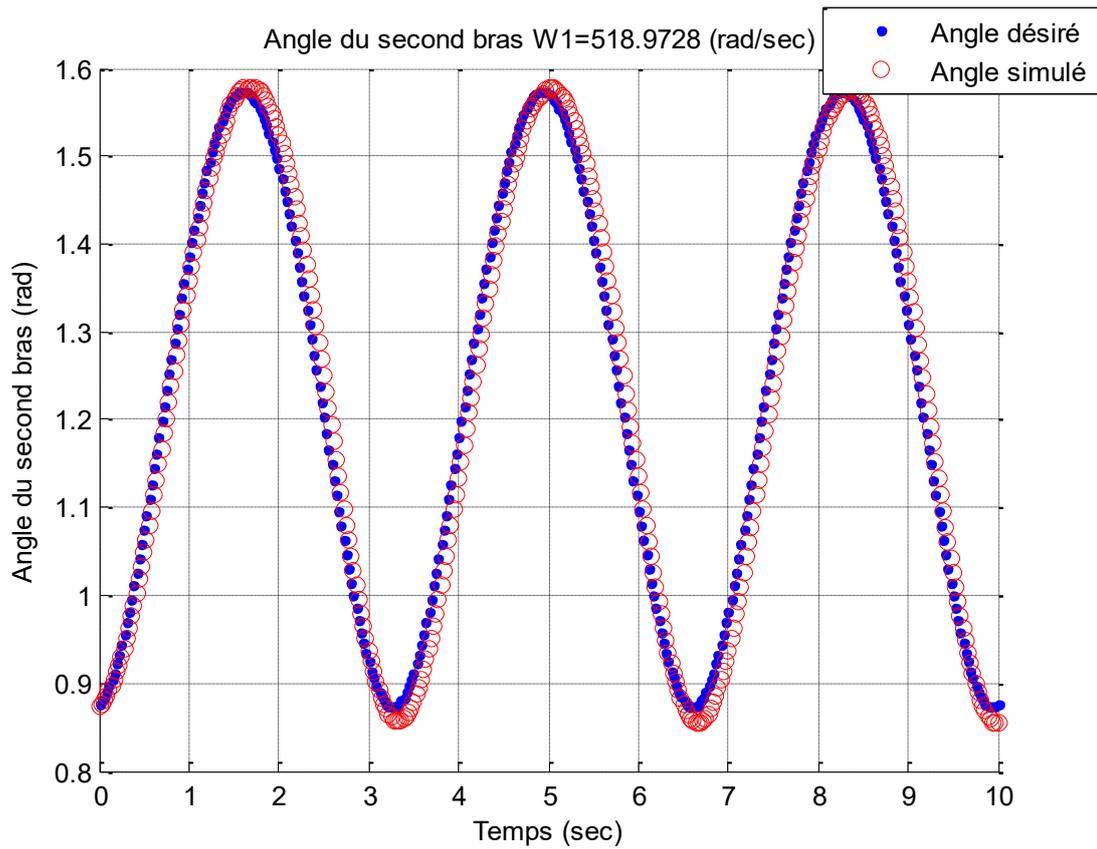


FIG-4. 6. Suivi de la trajectoire du 2nd angle, $K_p=10$.

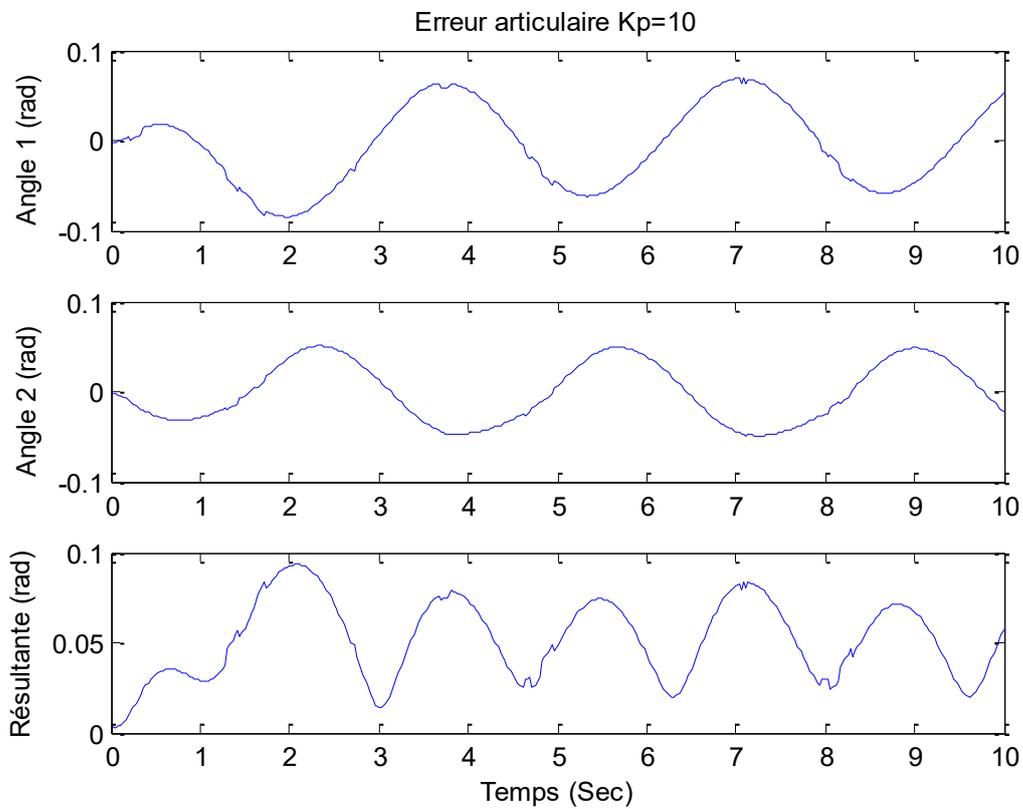
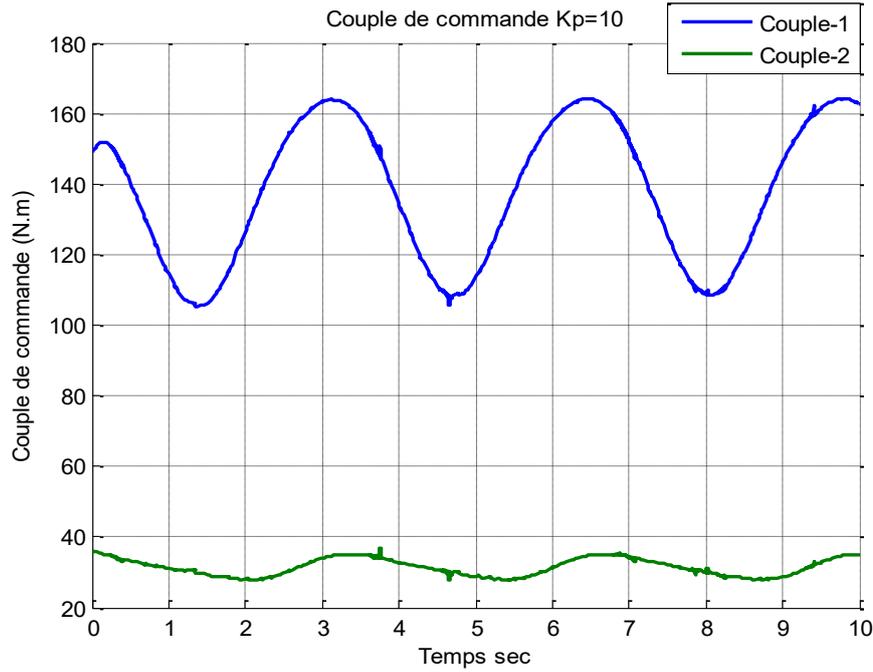
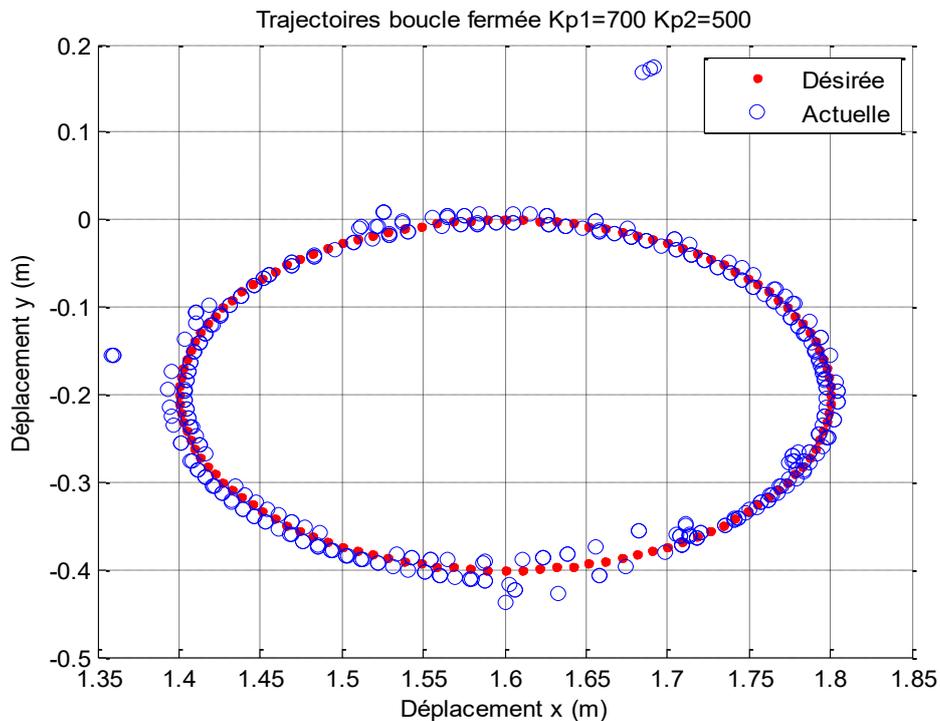


FIG-4. 7. Erreur dans l'espace articulaire, $K_p=10$.

FIG-4. 8. Couple de commande, $K_p=10$.

4.3.2.2 $K_{p1} = 700$, $K_{p2} = 500$

Dans cette étape nous avons choisi comme gains de commande, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$, le suivi de la trajectoire dans l'espace articulaire est maîtrisé, l'erreur dans l'espace opérationnel nécessite compensation.

FIG-4. 9. Suivi de la trajectoire de l'extrémité du bras, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

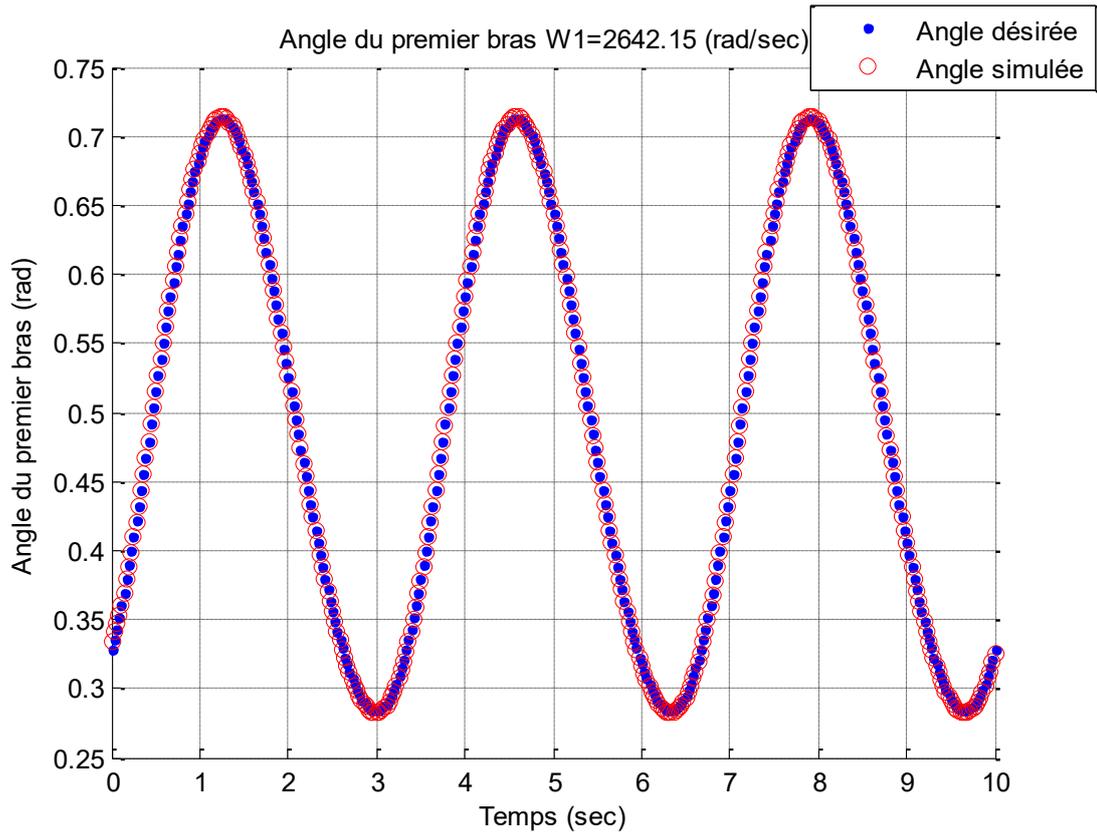


FIG-4. 10. Suivi de la trajectoire du 1er angle, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

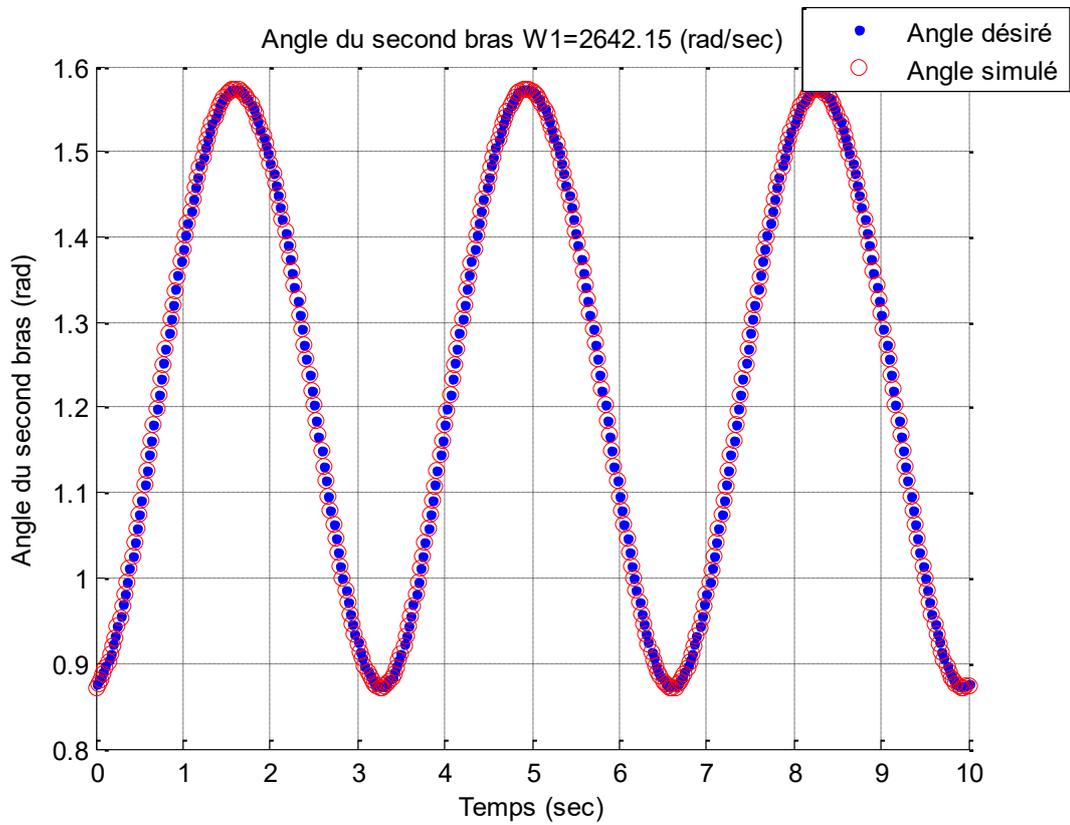
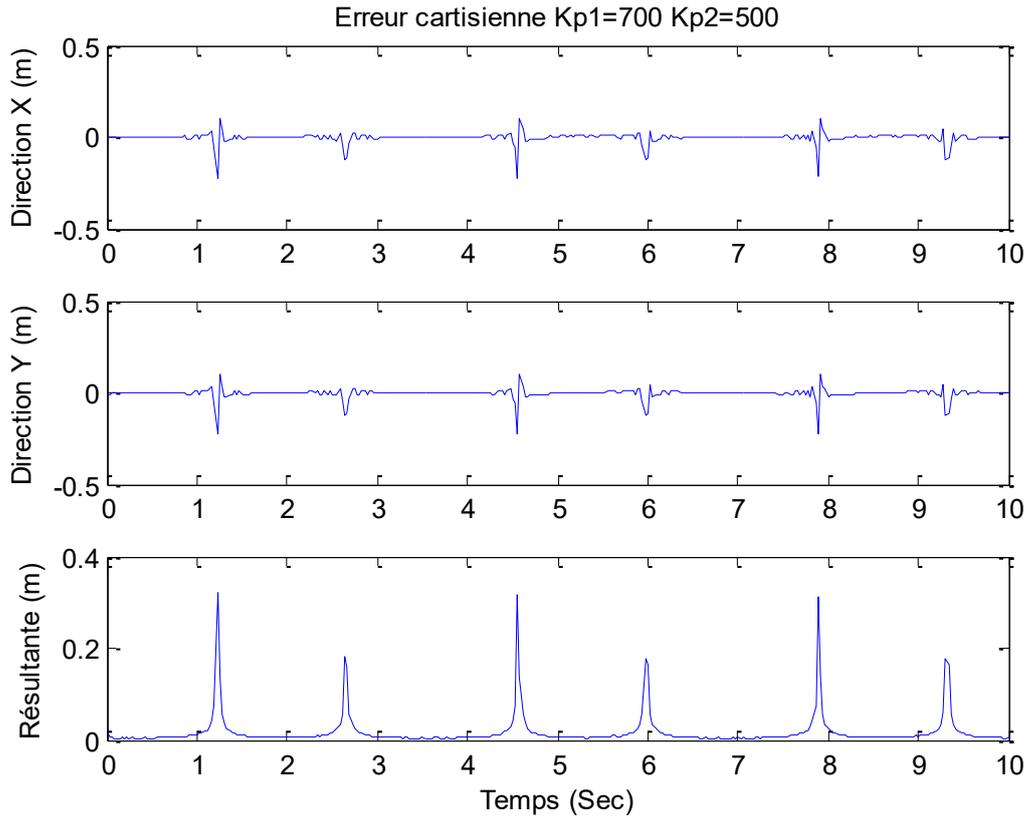
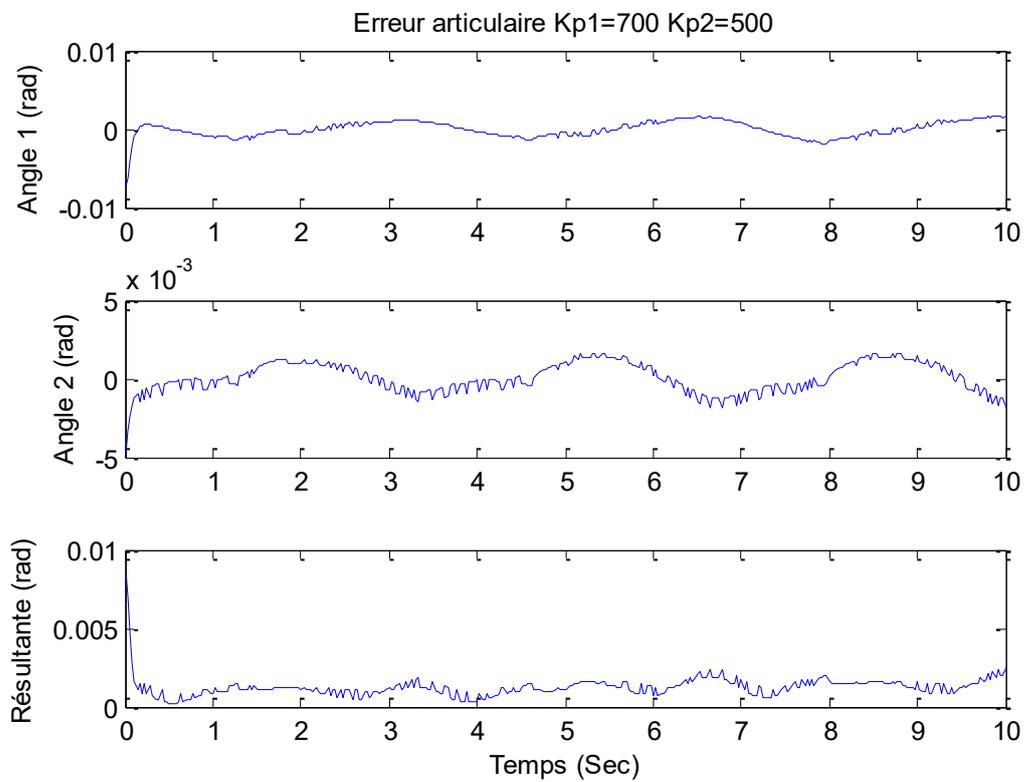


FIG-4. 11. Suivi de la trajectoire du 2d angle, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

FIG-4. 12. Erreurs dans l'espace cartésien, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.FIG-4. 13. Erreur dans l'espace articulaire, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

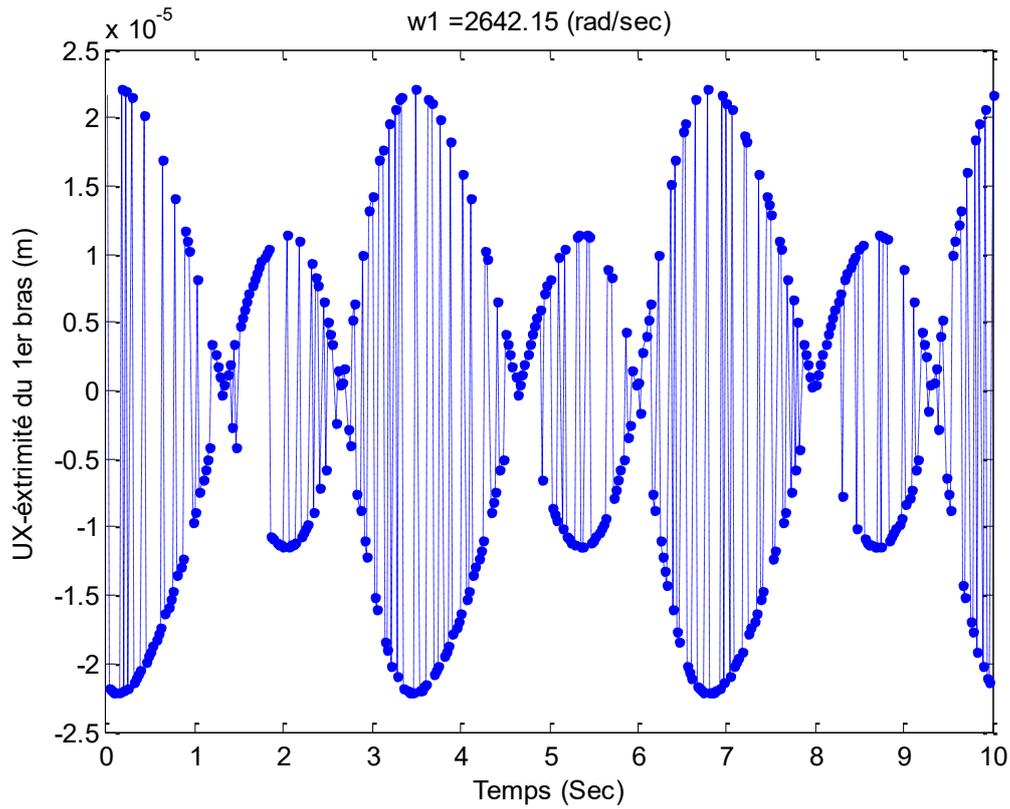


FIG-4. 14. Déformations de l'extrémité 1, direction X, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

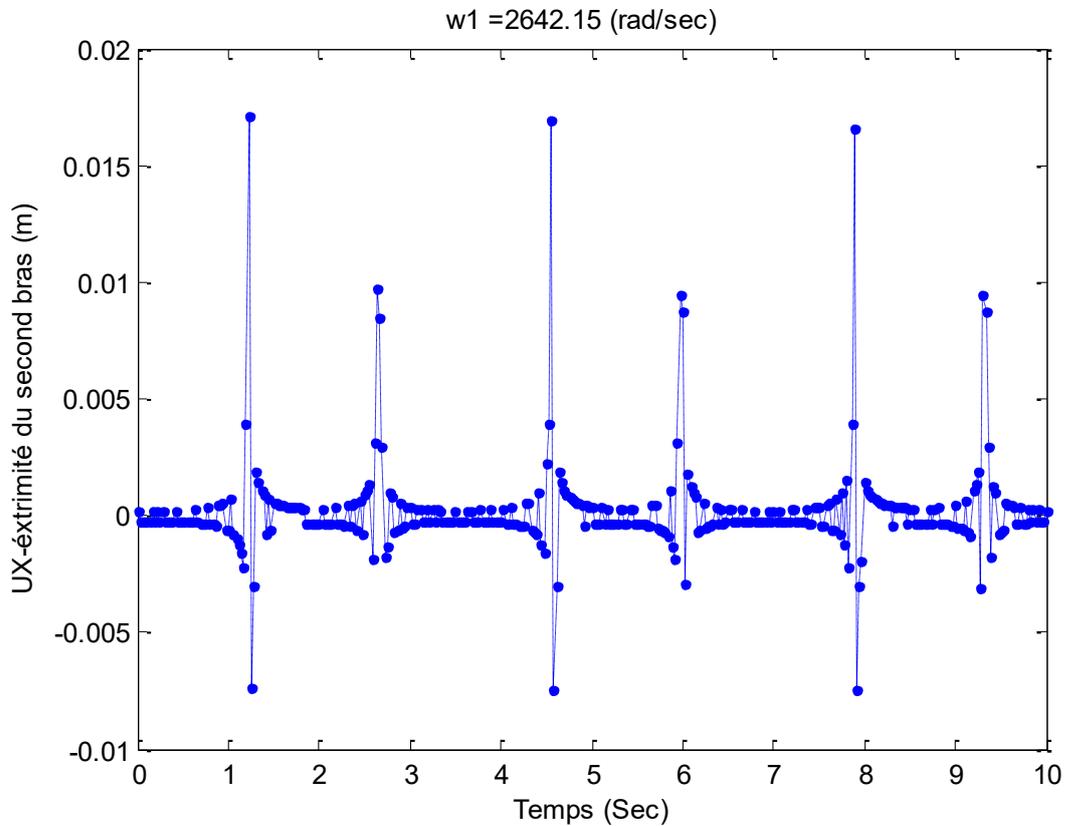
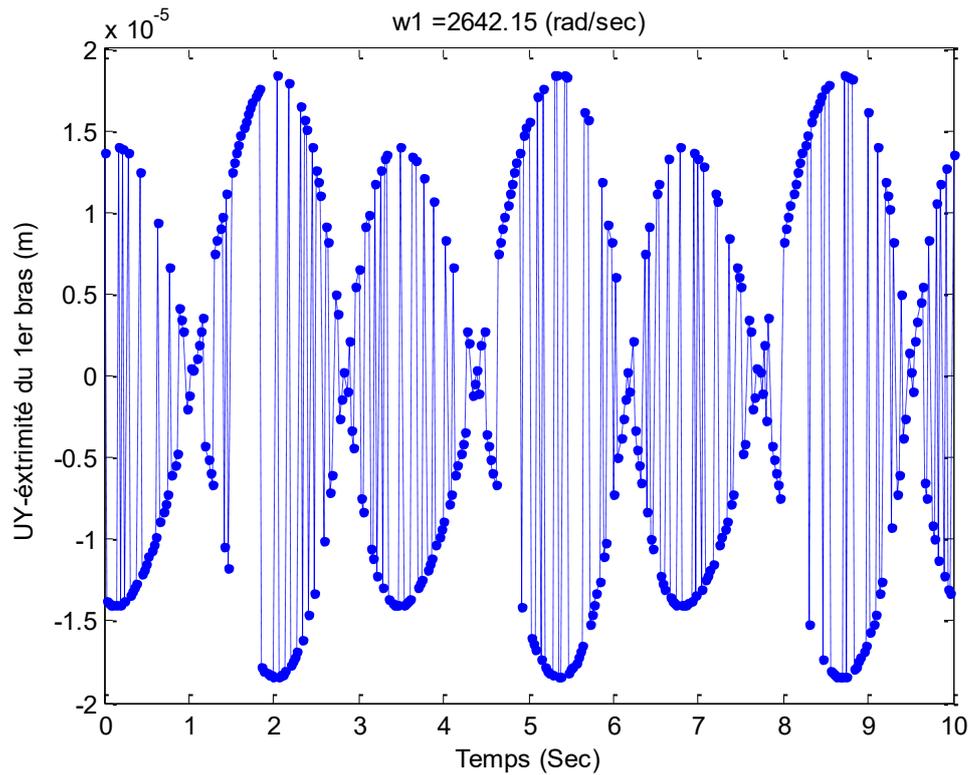
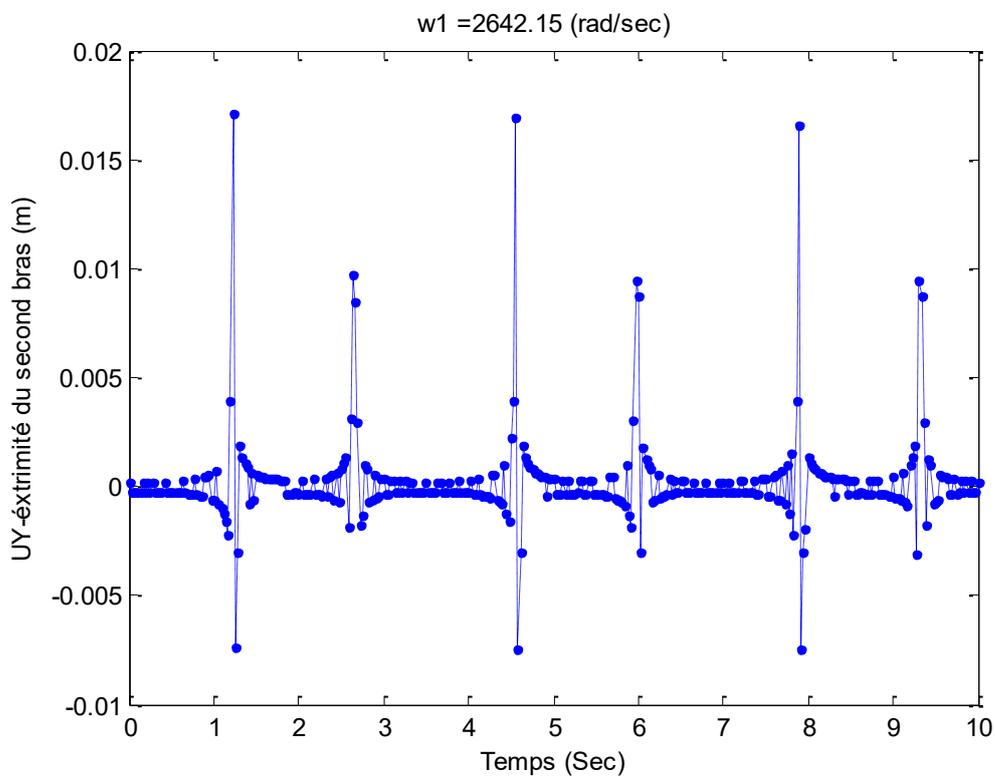
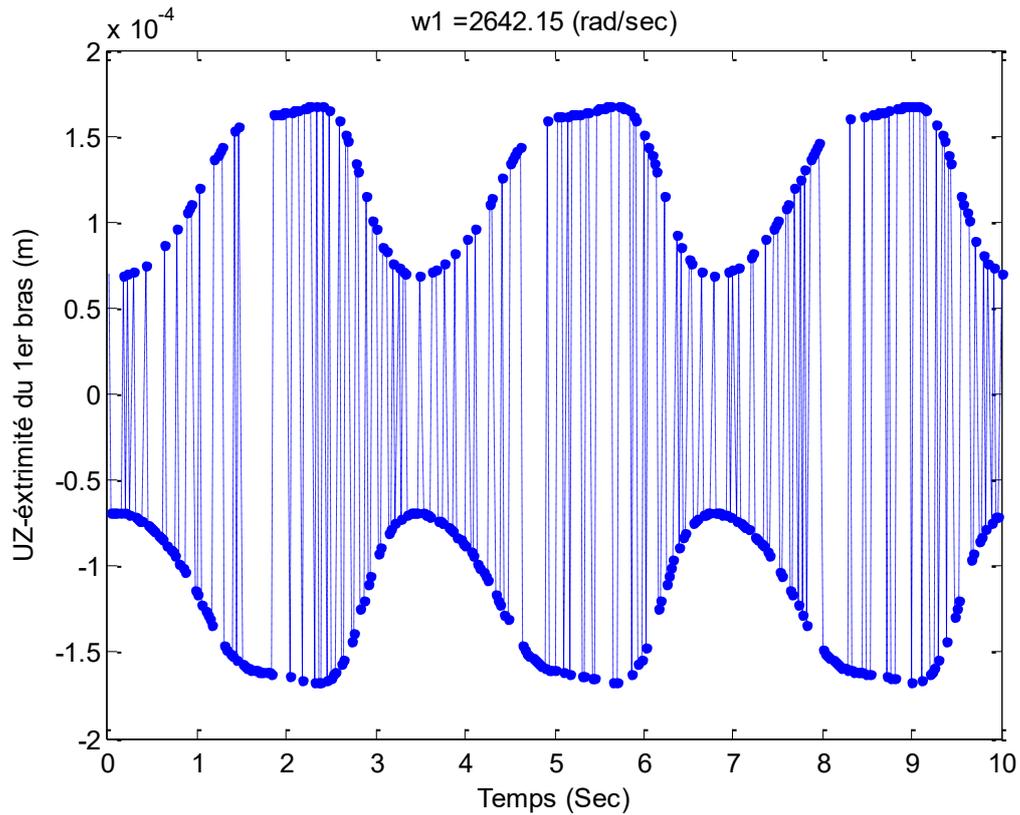
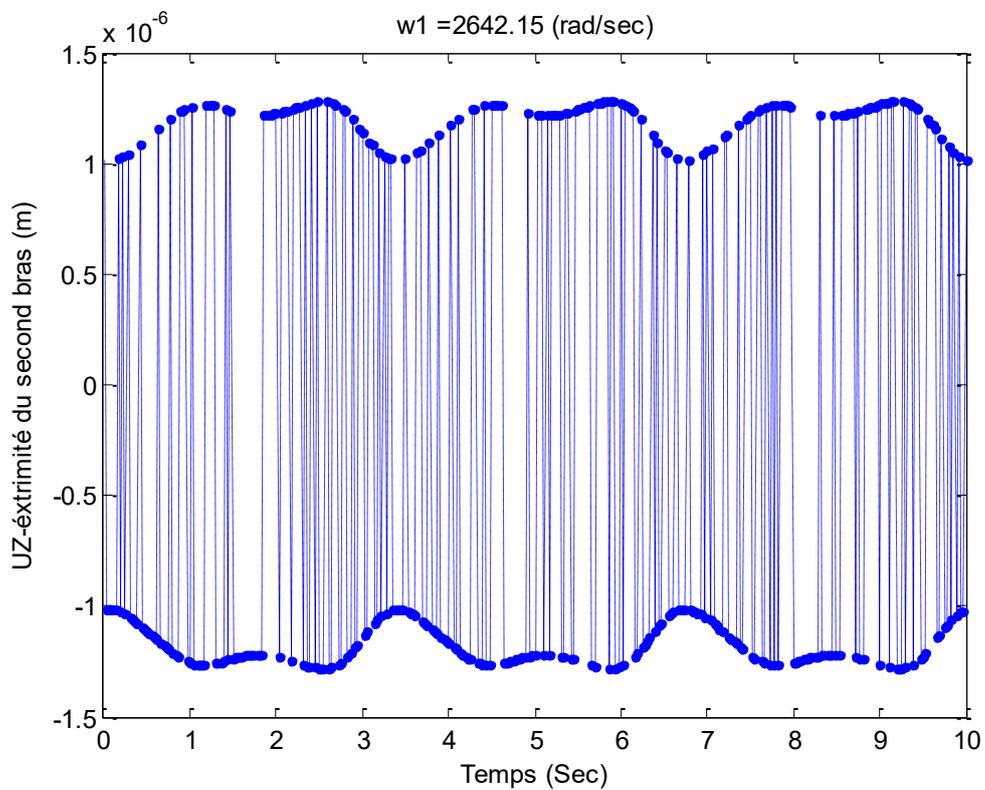


FIG-4. 15. Déformations de l'extrémité 2, direction X, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

FIG-4. 16. Déformations de l'extrémité 1, direction Y, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.FIG-4. 17. Déformations de l'extrémité 2, direction Y, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

FIG-4. 18. Déformations de l'extrémité 1, axe de rotation Z, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.FIG-4. 19. Déformations de l'extrémité 2, axe de rotation Z, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

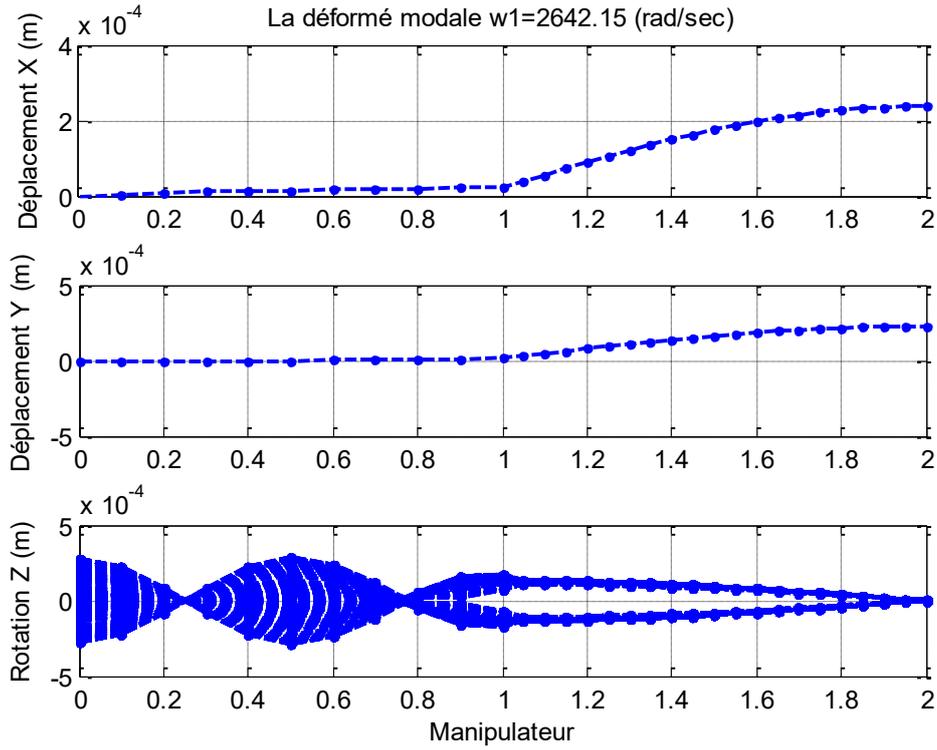


FIG-4. 20. Déformé instantané de la structure, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

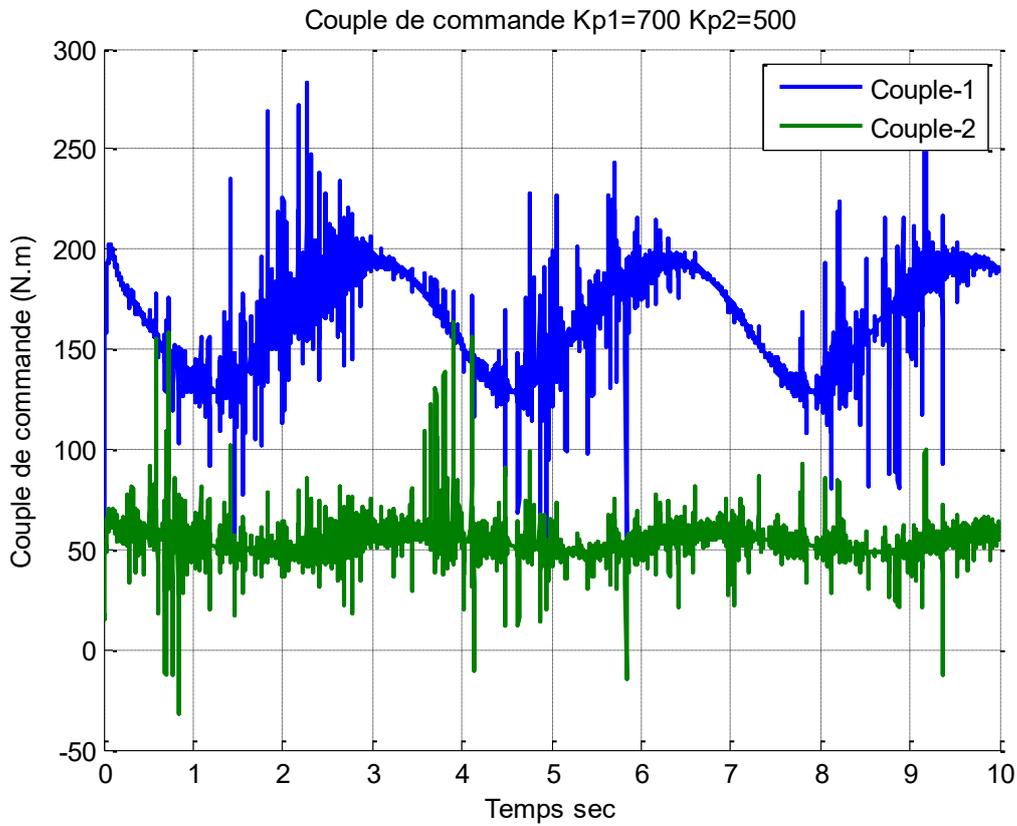


FIG-4. 21. Couples de commande, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

4.3.2.3 Réduction de l'influence des d.d.l. flexibles sur la commande

Maintenant l'influence du système flexible sur la régulation du système rigide est réduit, on applique dans ce cas les conditions au limite « encastrement », le nombre d'éléments finis dans ce cas est 2 pour le premier bras et 4 pour le second, avec une trajectoire circulaire de vitesse angulaire $W = 360 \cdot \pi / \Delta t \cdot 180 \text{ rad/s}$, c'est la vitesse nécessaire pour parcourir un chemin de (360 points) dans 25 secondes, le rayon de ce cercle est 0.2 m . Le but est ici de tester l'influence des d.d.l. flexibles de l'articulation 1 sur le système de commande et d'adapter notre manipulateur avec l'article de Tian [1] en vue de comparer au même temps les résultats des deux analyses.

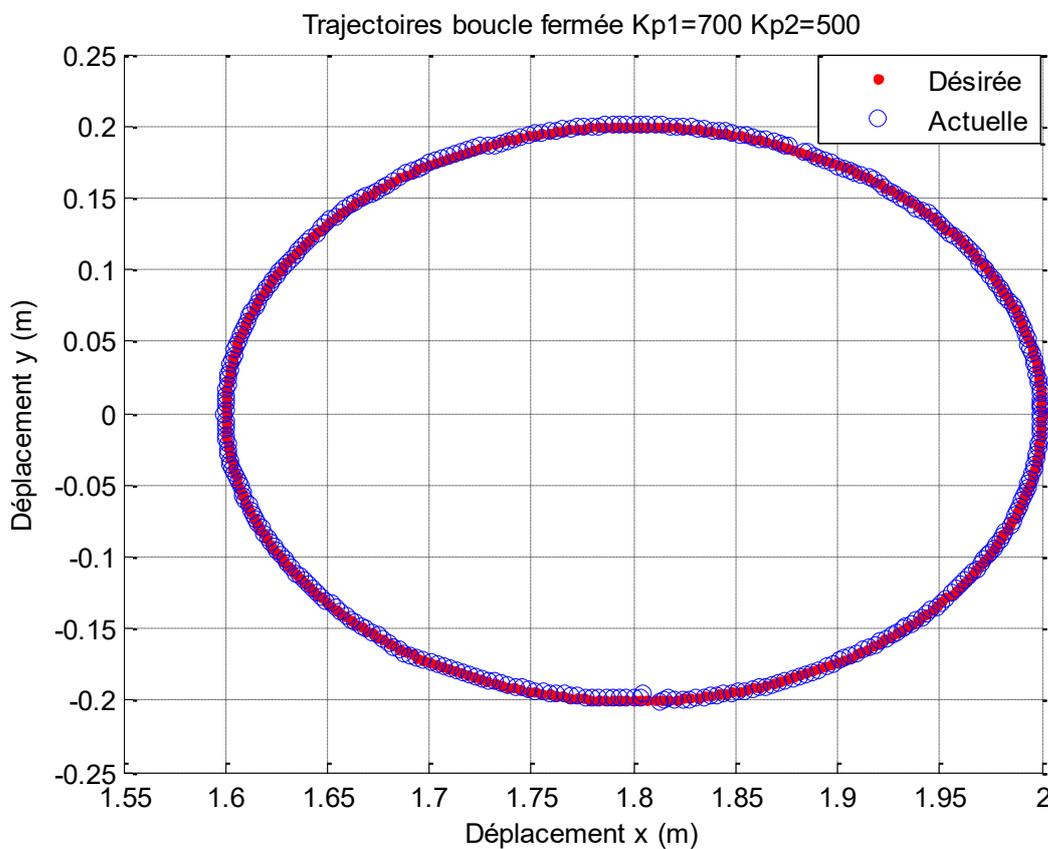
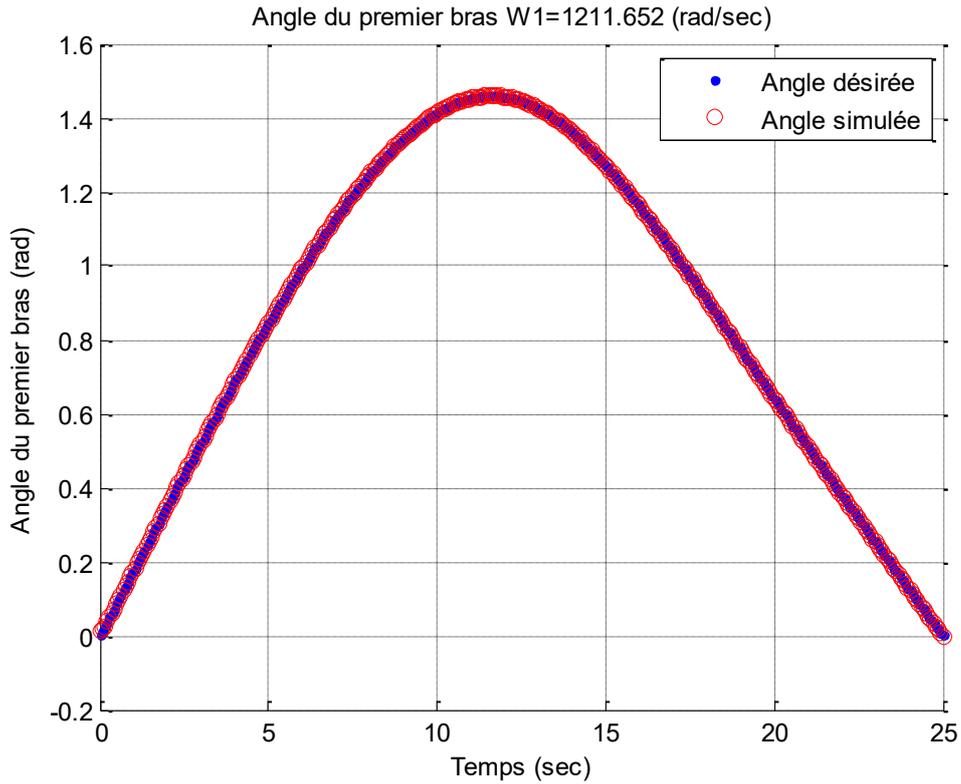
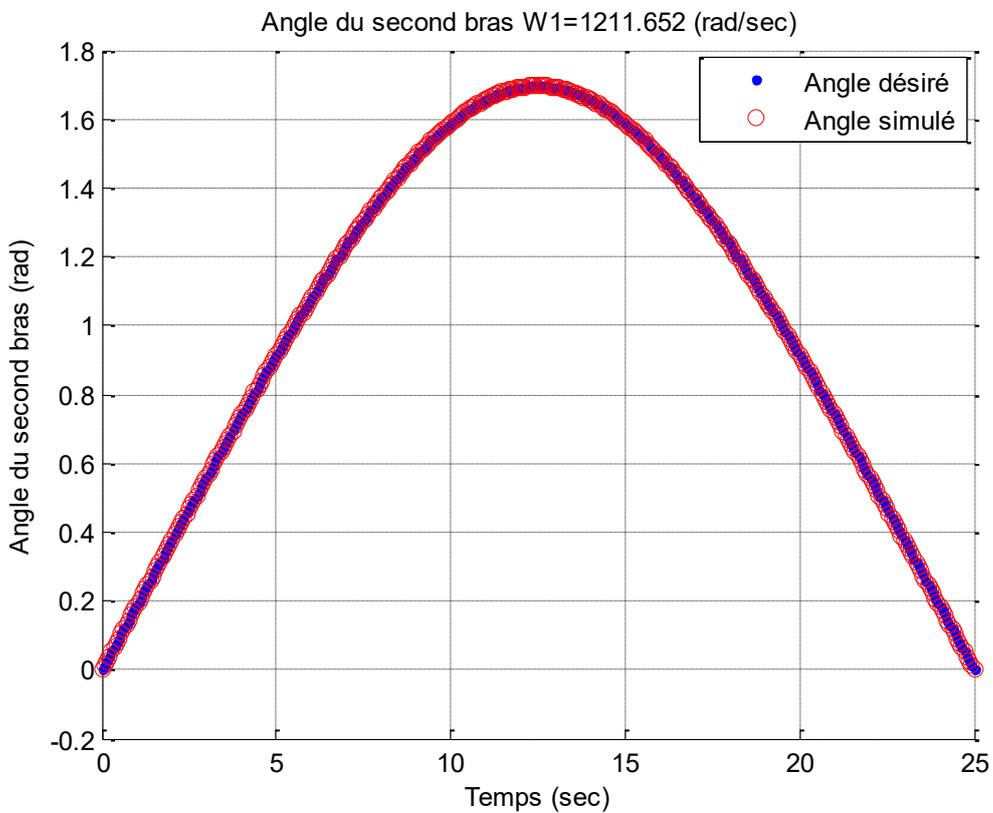


FIG-4. 22. Suivi de la trajectoire de l'extrémité du bras, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

FIG-4. 23. Suivi de la trajectoire du 1er angle, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.FIG-4. 24. Suivi de la trajectoire du 2^{ed} angle, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

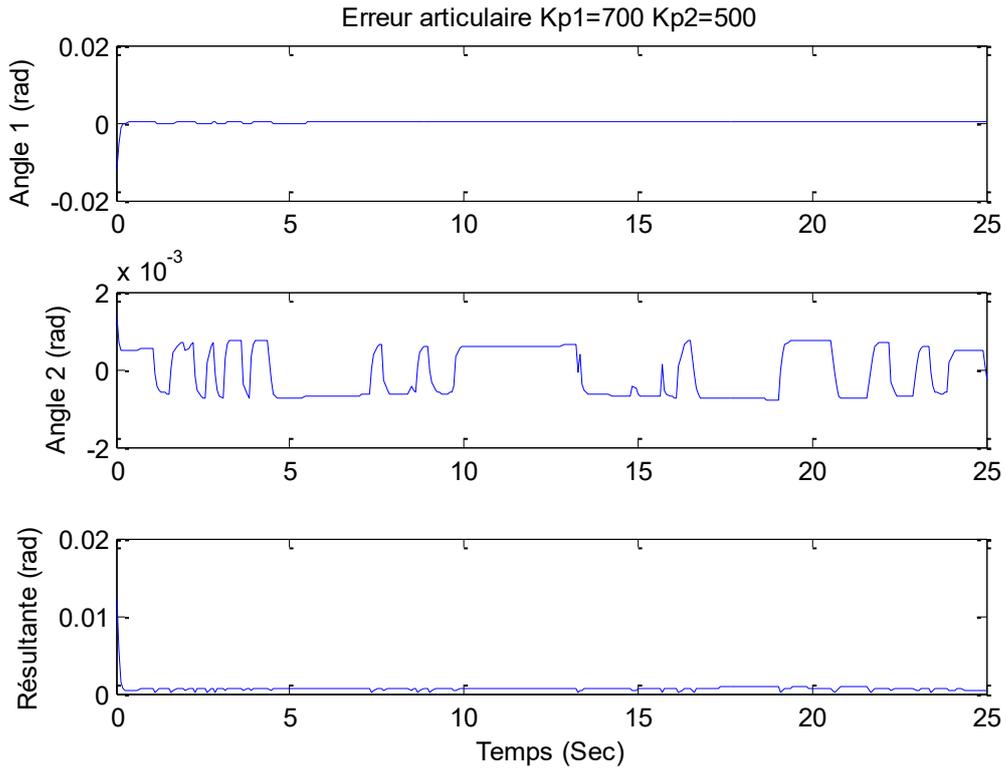


FIG-4. 25. Erreur dans l'espace articulaire, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

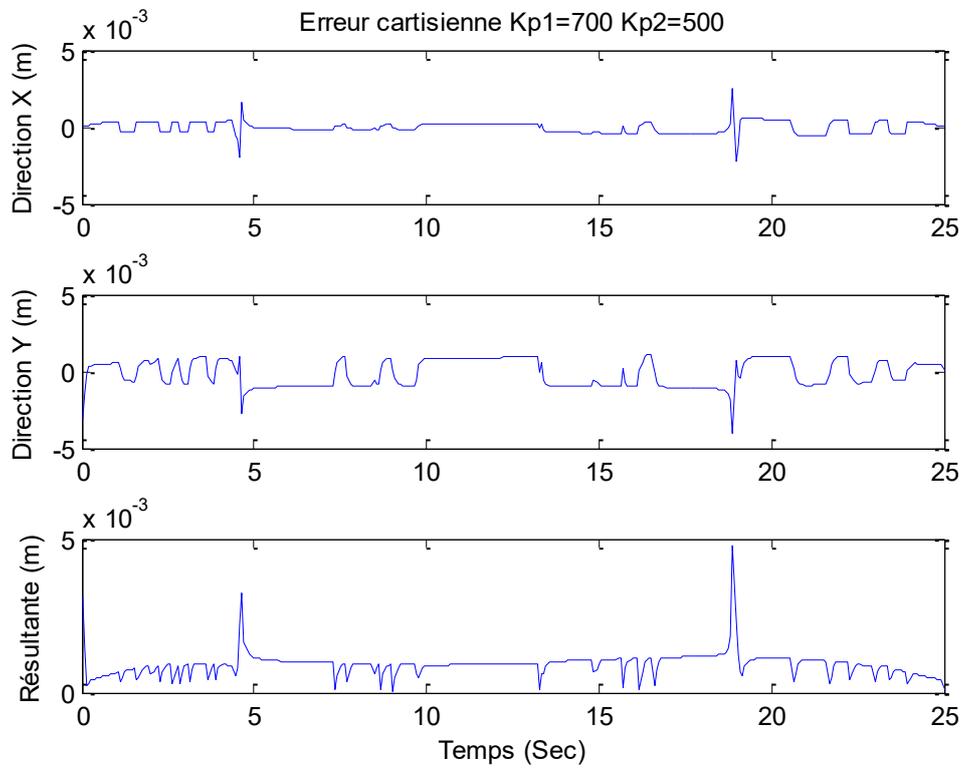


FIG-4. 26. Erreurs dans l'espace cartésien, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

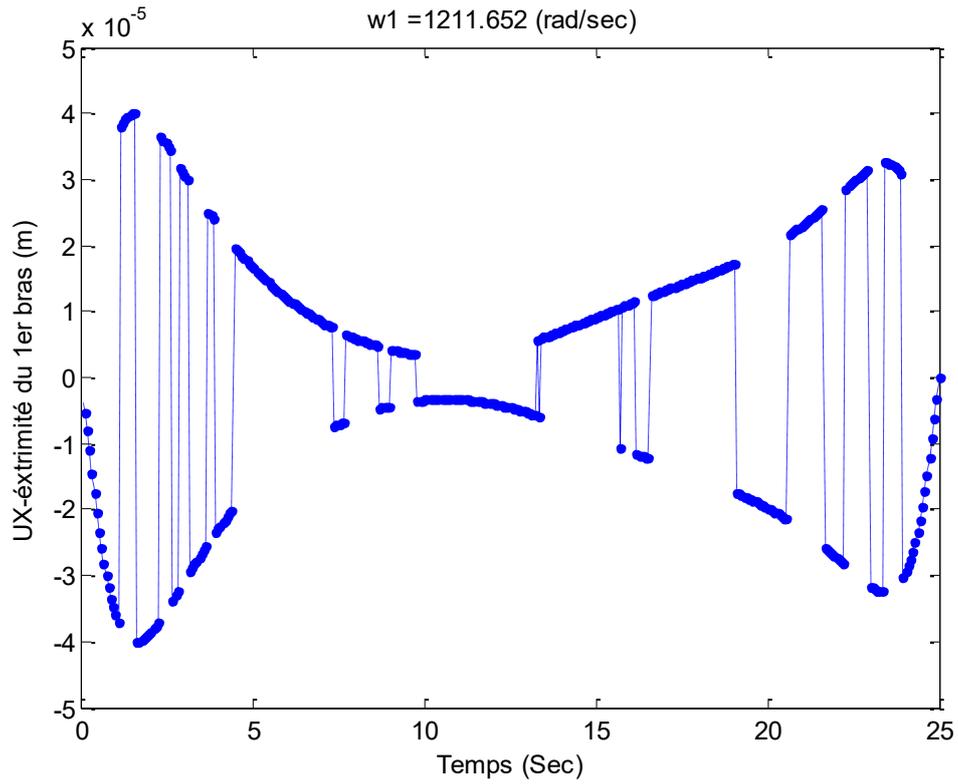


FIG-4. 27. Déformations de l'extrémité 1, direction X, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

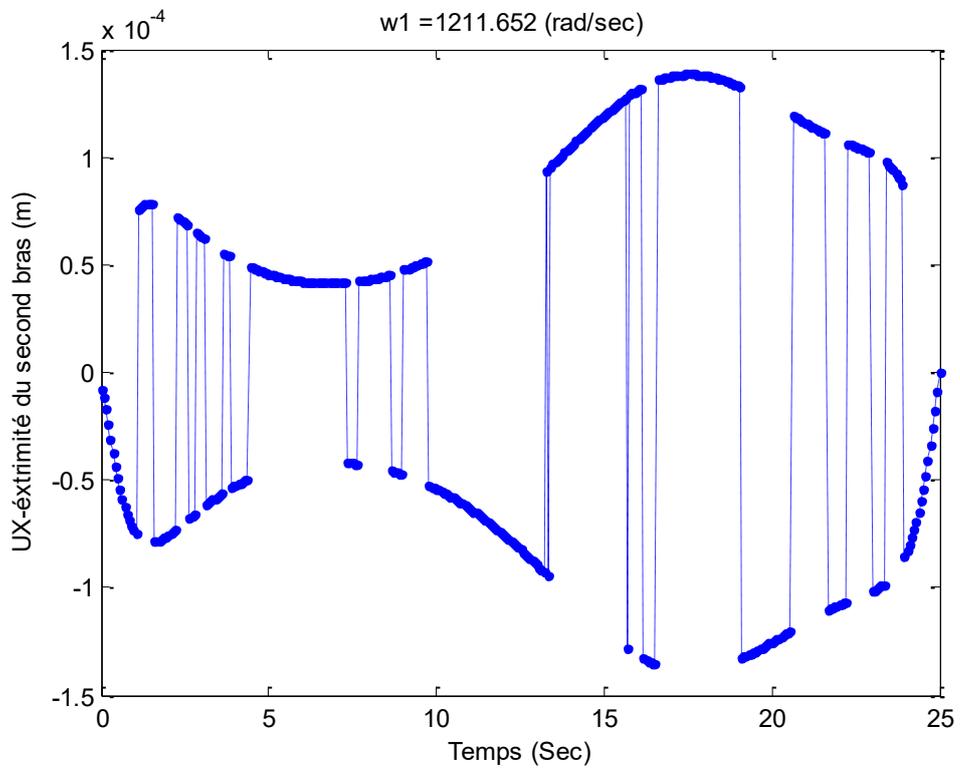


FIG-4. 28. Déformations de l'extrémité 2, direction X, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

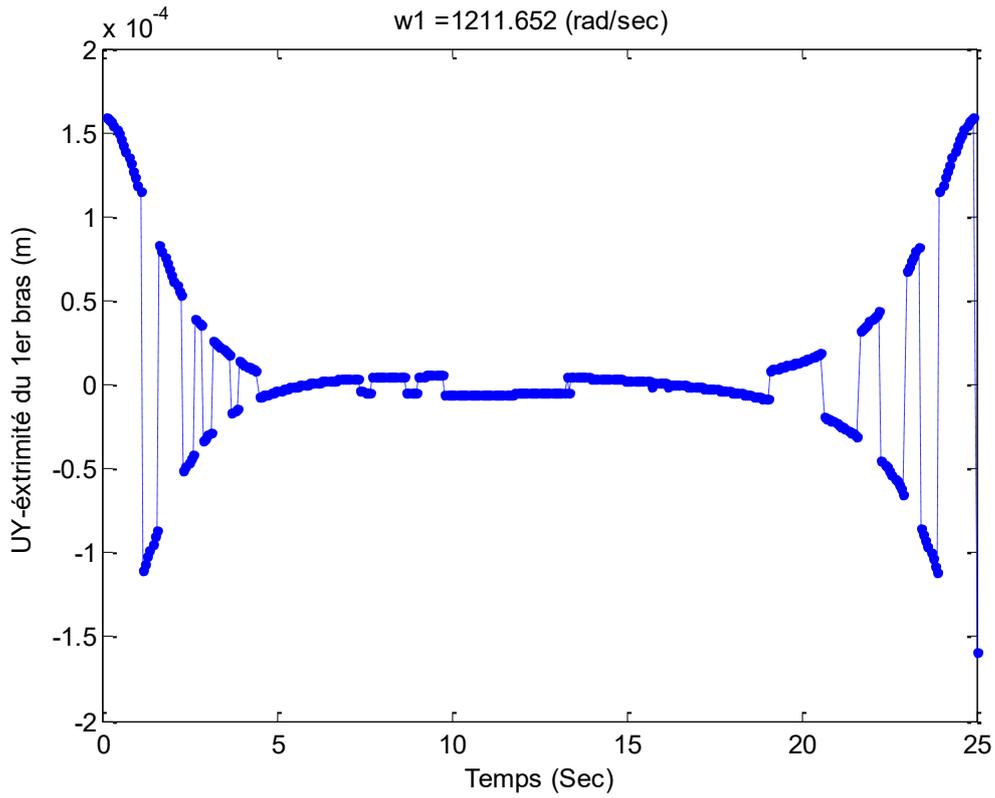


FIG-4. 29. Déformations de l'extrémité 1, direction Y, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

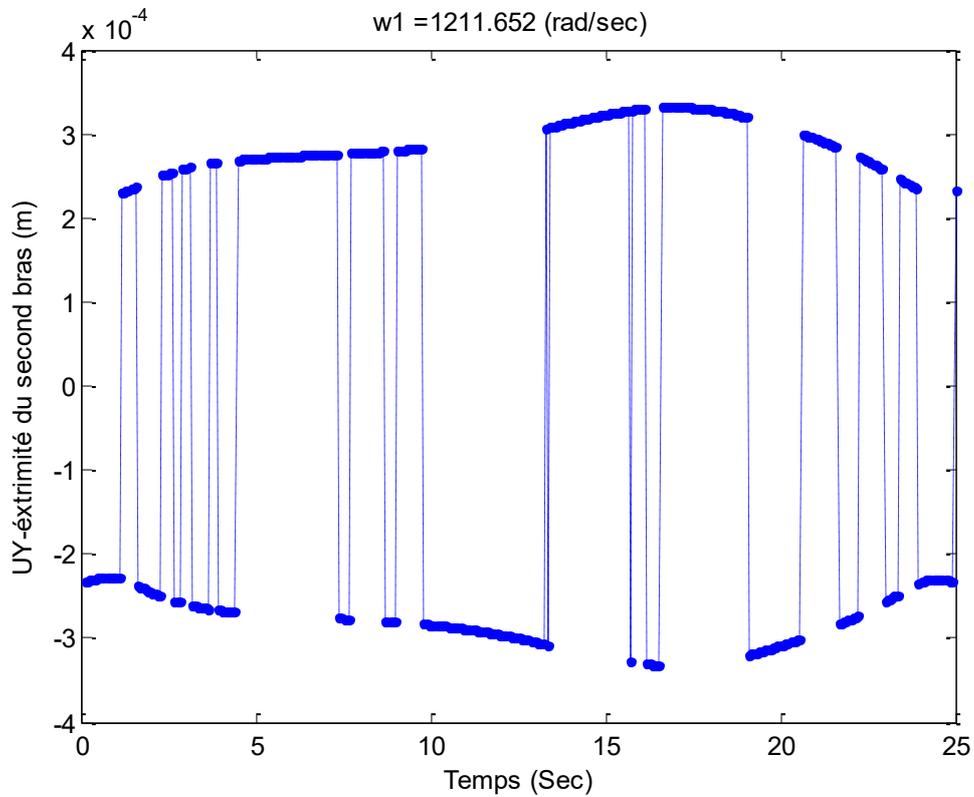
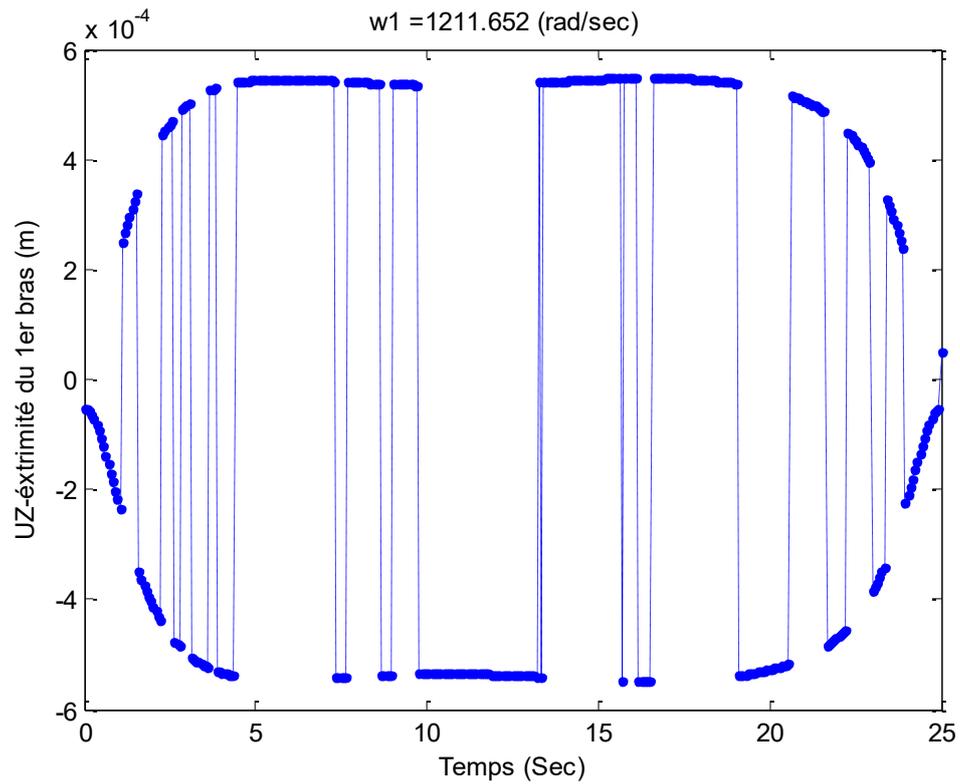
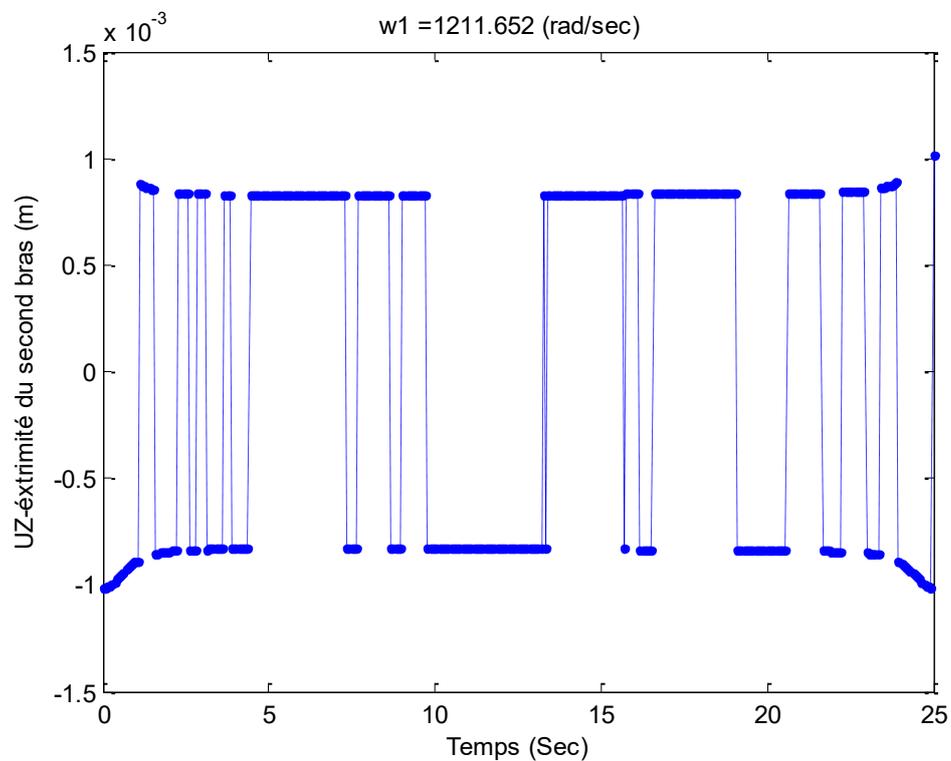


FIG-4. 30. Déformations de l'extrémité 2, direction Y, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

FIG-4. 31. Déformations de l'extrémité 1, axe de rotation, Z, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.FIG-4. 32. Déformations de l'extrémité 2, axe de rotation, Z, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

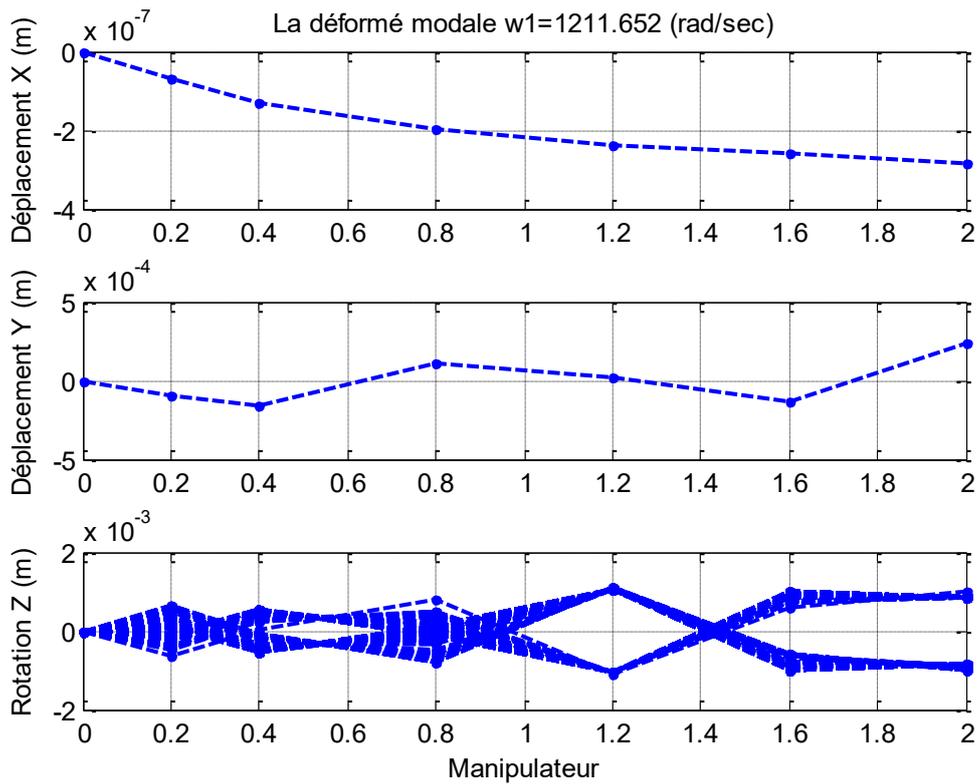


FIG-4. 33. Déformé instantané de la structure, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

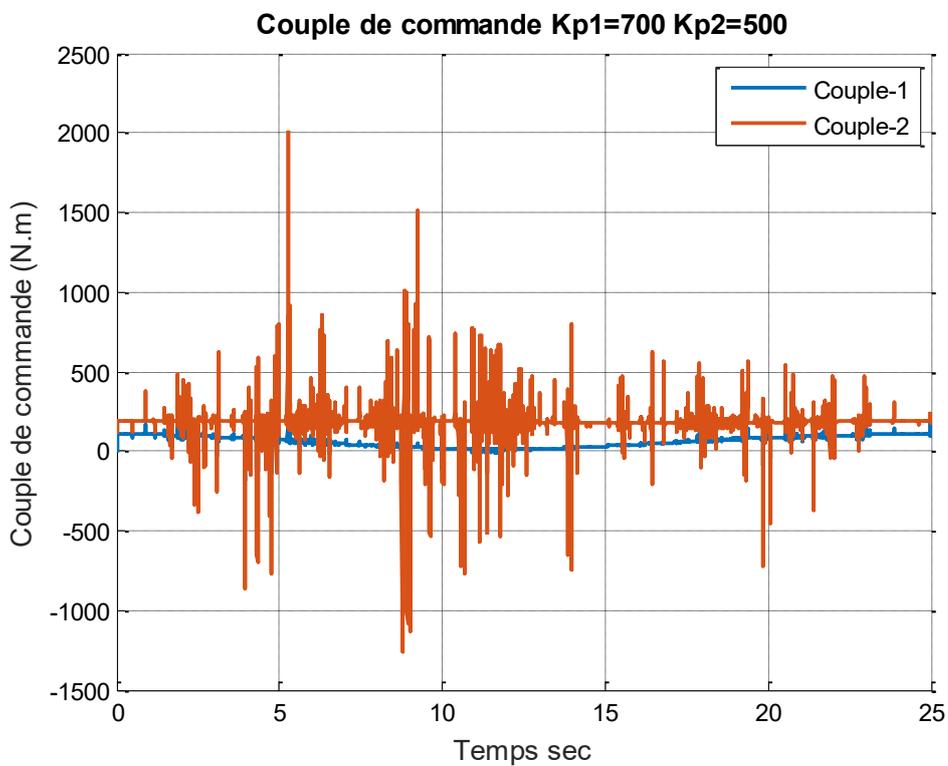


FIG-4. 34. Couple de la commande, $K_{p1} = 700$ et $K_{p2} = 500$.

4.3.3 Validation

Afin de valider nos résultats, on a choisi la feuille du Tian, Q. et Zhang, Y [1] comme référence, ses résultats sont exposés dans les figures suivants:

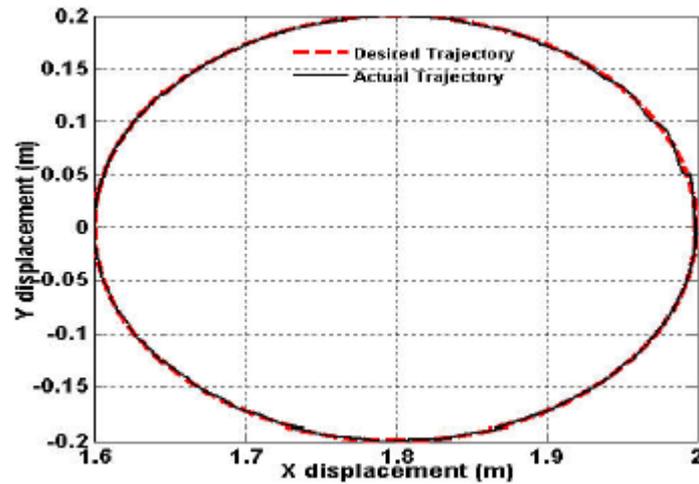


FIG-4. 35. Suivi de la trajectoire dans l'espace opérationnel [1].

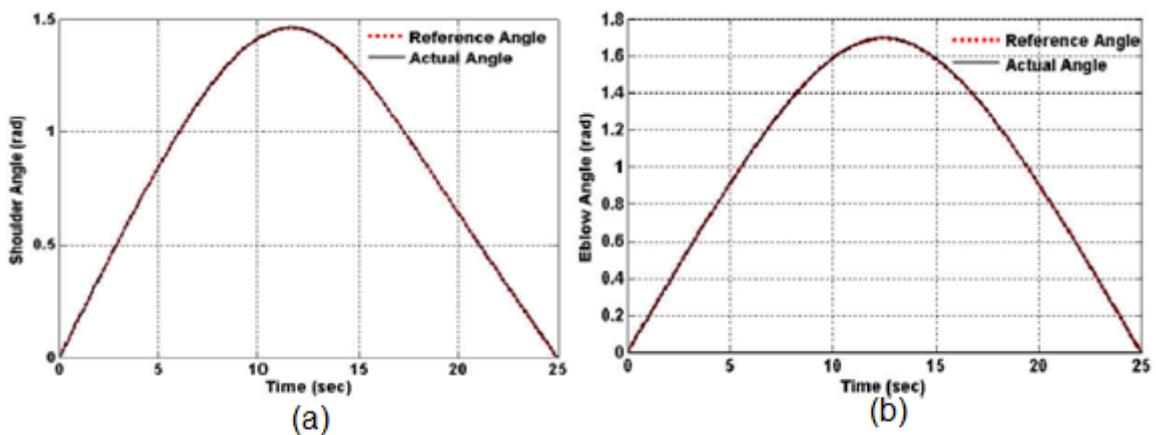


FIG-4. 36. Suivi de la trajectoire dans l'espace d'angles [1].

Si on confronte la figure 4. 22 par la figure 4. 35, et les figures 4. 23, 4. 24, par 4. 36a et 4. 36b respectivement, il est clair que nos deux manipulateurs réagissent de la même façon, et notre analyse est similaire dans le cadre général de suivi de la trajectoire dans les deux espaces.

Dans le but de valider la performance de l'analyse, on compare l'erreur représenté dans les deux figures 4. 25 et 4. 26 par celui de la figure 4. 38a et 4. 38b, l'erreur nominale dans notre analyse est de l'ordre de $\pm 2.5 \cdot 10^{-5}$ dans la direction des X , et de ± 0.005 pour les Y , et son travail donne $3 \cdot 10^{-4}$ et de 0.0016.

Pour l'évolution de la déformation élastique au cours du temps, la figure 4. 15 représente la déflexion du point terminal du premier et second bras respectivement, les valeurs maximales

sont, $\pm 6 \cdot 10^{-4}$, et de $\pm 2 \cdot 10^{-3}$ respectivement. Pour son travail les valeurs sont, $2 \cdot 10^{-4}$ et $2.2 \cdot 10^{-3}$, (figure 4. 39)

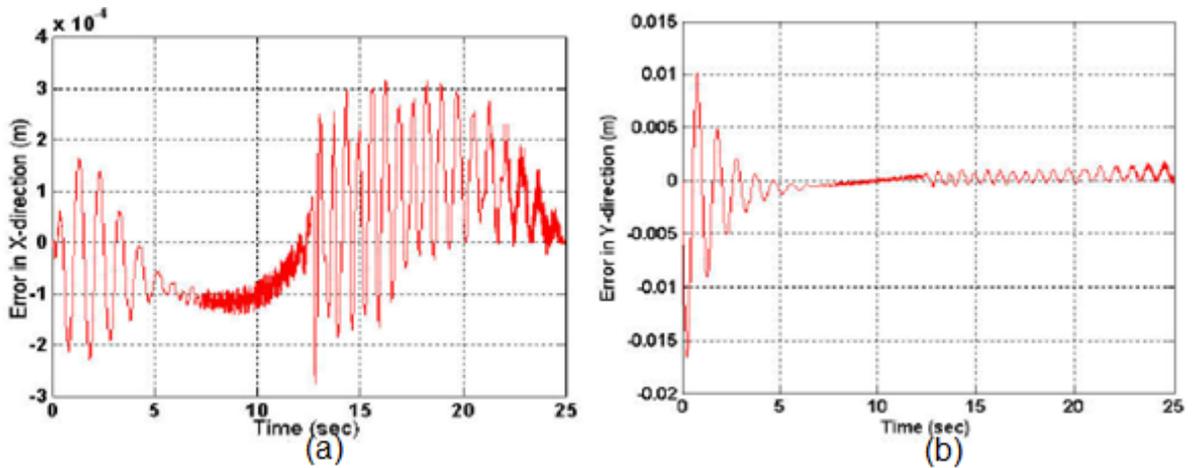


FIG-4. 37. Erreur dans l'espace opérationnel de l'extrémité du bras [1].

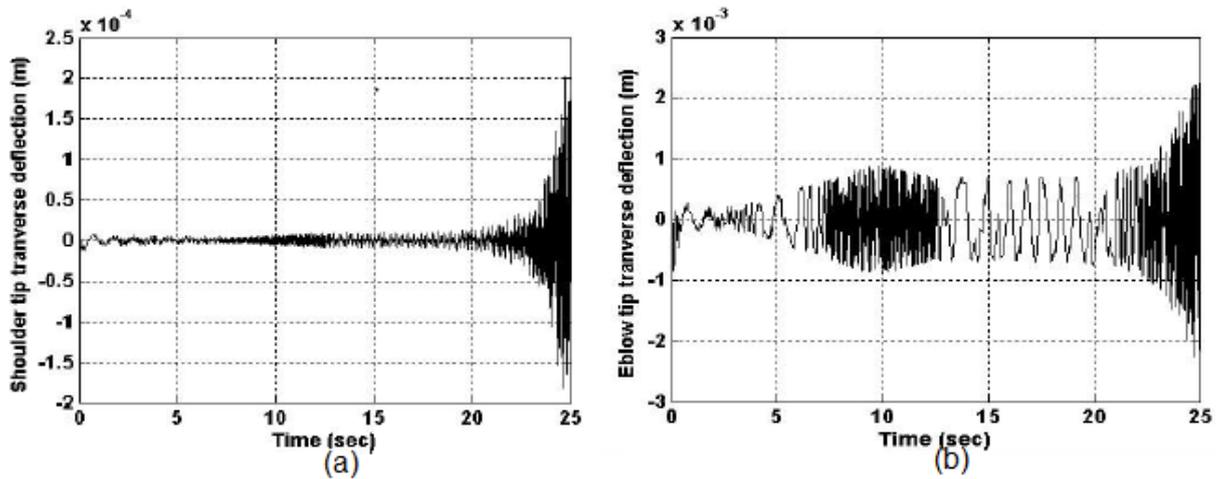


FIG-4. 38. Déflexion de l'extrémité de chaque bras [1].

Nous pouvons conclure que les résultats sont comparables.

4.4 Conclusion

Nous avons examiné l'efficacité d'une variété de cas pour l'analyse dynamique du manipulateur à deux bras flexibles, chaque cas est lié au précédent afin de prouver les performances de la méthode P. D:

- Analyse en boucle ouverte: le couple de commande dépend seulement des variables désirées, on voit que l'extrémité du bras ne suit pas la trajectoire désirée.
- Analyse en boucle fermée avec $k_p = 10$ (faible): le système est temporairement performant, la réponse est améliorée dans les deux espaces du mouvement (articulaire et opérationnel), mais l'erreur nécessite compensation.

- Analyse en boucle fermés, avec des gains $k_{p1} = 700$ dans la mi-temps du mouvement et $k_{p2} = 500$ dans le reste: l'effet de la commande à deux étapes donne de bons résultats, mais les degrés de libertés élastiques restent non commandable malgré les tentatives d'adaptation des gains, ceci influe négativement sur le positionnement de l'extrémité du bras.
- Nous avons procédé à la minimisation de l'influence des degrés de liberté élastiques de l'appui (articulation 1), car les variables élastiques à l'appui 1 jouent un rôle important sur le comportement du système. On a appliqué les conditions aux limites « encastré-libre », dans ce cas la compensation de l'erreur est efficace.
- les déformées modales instantanées du mode 1 de la structure, les déplacements élastiques instantanés de l'extrémité de chaque bras ont été évalués.

On peut conclure que les déplacements élastiques au niveau de l'articulation 1 jouent un rôle important dans la perturbation du système de commande; quand on applique les conditions aux limites (encastré-libre), on élimine l'influence de ces déplacements élastiques sur le système.

- Les couples désirés au cours du temps des articulations ont été évalué:

-Pour $K_p=10$ avec discrétisation de 30 éléments (10 pour le premier bras):

L'amplitude du couple de l'articulation 1 varie entre 140 ± 25 N.m.

L'amplitude du couple de l'articulation 2 varie entre 30 ± 5 N.m.

-Pour $K_{p1}=700, K_{p2}=700$, avec discrétisation de 30 éléments (10 pour le premier bras)

et de conditions aux limites (encastré-libre):

L'amplitude du couple de l'articulation 1 varie entre 175 ± 25 N.m.

L'amplitude du couple de l'articulation 2 varie entre 50 ± 25 N.m.

-Pour $K_{p1}=700, K_{p2}=700$, avec discrétisation de 6 éléments (2 pour le premier bras):

L'amplitude du couple de l'articulation 1 varie entre 100 ± 25 N.m.

L'amplitude du couple de l'articulation 2 varie entre 50 ± 25 N.m.

On remarque que l'amplitude du couple de l'articulation n°1 est toujours supérieur de la valeur du second couple, car le moyeu n°1 supporte le poids de la structure entière, mais le second supporte seulement le second bras.

Conclusion générale

Nous avons présenté dans ce travail une démarche cohérente de modélisation (géométrique, cinématique et dynamique) et du contrôle des robots manipulateurs flexibles avec deux manières.

La première est le contrôle passif où nous avons procédé au traitement viscoélastique de deux genres de structures, une fois à structure de base isotrope et la seconde à plis en composite, deux cas d'analyse ont été établis, la bicouche « revêtement par une couche mince de matériau viscoélastique » et le sandwich à cœurs viscoélastique. Cette analyse nous a permis d'atténuer les déplacements élastiques aux nœuds des deux structures et de constater un gain de poids très important. La plus performante est la structure sandwich à cœur viscoélastique.

La seconde est la commande du mouvement du manipulateur à deux bras flexibles, où le but est d'atteindre le suivi exacte de la trajectoire planifiée dans l'espace articulaire et opérationnel, la commande P.D. à gains constants est appliquée pour contrôler le mouvement de l'extrémité du bras flexible. L'influence des déplacements élastique de l'appui du manipulateur influent négativement sur la performance de la commande, il est indispensable d'appliquer un encastrement à cet endroit. Un bon choix des gains k_p et k_d nous a permis de maîtriser l'écart entre la position souhaitée et simulée, Les résultats ont été validés en comparaison avec le travail de Tian. [1].

Perspectives

Le contrôle de la dynamique des manipulateurs flexibles reste un domaine porteur et prometteur comme problématique méritant les recherches futures.

Bibliographie

- [1] Tian, Q., Zhang, Y., Chen, L. P., & Yang, J. (2009). Two-link flexible manipulator modelling and tip trajectory tracking based on the absolute nodal coordinate method. *International Journal of Robotics & Automation*, 24(2), 103.
- [2] Dombre, E., & Khalil, W. (2001). *Analyse et modélisation des robots manipulateurs*. Collection: *Traité ic2, systèmes automatisés*. Lavoisier.
- [3] Arai, H., & Tachi, S. (1991). Position control system of a two degree of freedom manipulator with a passive joint. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 38(1), 15-20.
- [4] Arai, H., & Tachi, S. (1991). Position control of manipulator with passive joints using dynamic coupling. *IEEE transactions on Robotics and Automation*, 7(4), 528-534.
- [5] Leroy, N., Kokosy, A. M., & Perruquetti, W. (2003, September). Dynamic modeling of a parallel robot. Application to a surgical simulator. In *Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA'03. IEEE International Conference on* (Vol. 3, pp. 4330-4335). IEEE.
- [6] Yu, K. H., Takahashi, T., & Inooka, H. (1995, August). Dynamics and motion control of a two-link robot manipulator with a passive joint. In *Intelligent Robots and Systems 95.'Human Robot Interaction and Cooperative Robots'*, Proceedings. 1995 IEEE/RSJ International Conference on (Vol. 2, pp. 311-316). IEEE.
- [7] Chen, W. (2001). Dynamic modeling of multi-link flexible robotic manipulators. *Computers & Structures*, 79(2), 183-195.
- [8] Khalil, W. (2002). *Commande des robots manipulateurs*. Hermes Science-Lavoisier.
- [9] Zohoor, H., & Khorsandijou, S. M. (2008). Dynamic model of a flying manipulator with two highly flexible links. *Applied Mathematical Modelling*, 32(10), 2117-2132.
- [10] M. Hussein, M. Robaiy and M. Shjary, "Mathematical Modeling of Flexible Robot Arm Using Finite Element Method," *College of Engineering*, vol. 18, no. 2, pp. 704-712, 2010.
- [11] Farid, M., & Lukasiewicz, S. A. (2000). Dynamic modeling of spatial manipulators with flexible links and joints. *Computers & Structures*, 75(4), 419-437.
- [12] Al-Yahmadi, A. S., Abdo, J., & Hsia, T. C. (2007). Modeling and control of two manipulators handling a flexible object. *Journal of the Franklin Institute*, 344(5), 349-361.
- [13] Vakil, M., Fotouhi, R., & Nikiforuk, P. N. (2009). Maneuver control of the multilink flexible manipulators. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 44(8), 831-844.

- [14] Piras, G., Cleghorn, W. L., & Mills, J. K. (2005). Dynamic finite-element analysis of a planar high-speed, high-precision parallel manipulator with flexible links. *Mechanism and machine theory*, 40(7), 849-862.
- [15] Subudhi, B., & Morris, A. S. (2002). Dynamic modelling, simulation and control of a manipulator with flexible links and joints. *Robotics and Autonomous Systems*, 41(4), 257-270.
- [16] Mohamed, Z., Martins, J. M., Tokhi, M. O., Da Costa, J. S., & Botto, M. A. (2005). Vibration control of a very flexible manipulator system. *Control Engineering Practice*, 13(3), 267-277.
- [17] Karagülle, H., & Malgaca, L. (2004). Analysis of end point vibrations of a two-link manipulator by integrated CAD/CAE procedures. *Finite Elements in Analysis and Design*, 40(15), 2049-2061.
- [18] Wapenhans, H., Seyfferth, W., & Pfeiffer, F. (1993, May). Robotic force control for flexible assembly. In *Robotics and Automation, 1993. Proceedings., 1993 IEEE International Conference on* (pp. 225-231). IEEE.
- [19] Bensahal, D. (2011). *Modélisation de la dynamique d'un manipulateur à deux bras flexibles* (Doctoral dissertation, Université Mohamed Khider-Biskra).
- [20] Khalil, W., & Dombre, E. (1999). *Modélisation, identification et commande des robots*. Hermès science publ..
- [21] F. Caccavale, B. siciliano and S. Chiaverini, "Second-order kinematic control of robot manipulators with Jacobian damped least-squares inverse: Theory and experiments," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 2, no. 3, pp. 188-194, september 1997.
- [22] de Sousa, B. R. R. L. (2013). *Optimisation of viscoelastic treatments using genetic algorithms*(Doctoral dissertation, Universidade de Aveiro (Portugal)).
- [23] Berthelot, J. M. (1999). *Matériaux composites: comportement mécanique et analyse des structures*. &, 245, 172.
- [24] H. Shah and C. Sourish, "Kinematic/Dynamic Control of a Two Link Manipulator," 16 feb 2010. [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/23963-kinematic-dynamic-control-of-a-two-link-manipulator>. [Accessed 22 avril 2016].

Annexe

Code de calcul sous MATLAB modélisation et commande P.D. du manipulateur à deux bras flexible, ce code représente une combinaison entre deux modèles, le premier est rigide à deux (2) d.d.l. [24] et le second est flexible à 21 d.d.l.:

MAIN PROGRAM: PROGRAMME PRINCIPALE

```
clear All ;clc
```

Constante de la simulation

;

```
global T a1 a2 a3 itr t1 Tau ;
% T: temps global de la simulation ;
% n: nombre de points a simuler ;
% a1: kp1 gain proportionnel pour met temps 1 ;
% a2: kp2 gain proportionnel pour met temps 2 ;
% a3: ki gain integral (where PID controller) ;
% itr: grandeur pour definir les itiration ;
% t1 : temps 1 pour CL analysis ;
% tau: couple de commande pour cl ;
% -----;
% Constantes de la trajectoire ;
% -----;
global rx ry w inc ;
% rx : rayon1 de l'elipse ;
% ry : rayon2 de l'elipse,= rx pour tracer un circle ;
% w : vitesse/pulsation du mouvement du circle ;
% inc: angle d'inclinisant de l'eclipse ;
% -----;
% Propriétés géométriques et mécaniques ;
% -----;
global L1 L2 b1 b2 s1 s2 I1 I2 h1 h2 lc1 lc2 dc1 dc2 t1 l1 l2 ;
global ro1 ro2 E1 E2 m1 m2 m11 m22 j1 j2 g d2r ;
% -----;
% dc1:glissement de la trajectoire sur x ;
% dc2:glissement de la trajectoire sur y ;
% L1:longeur bras 1 ;
% L2:longeur bras 2 ;
% t1:longeur totale des deux bras ;
% h1:hauteur de la section de la poutre=h2 ;
% I1:Inertie premier bras ;
% I2:Inertie second bras ;
% s1: section premier bras ;
% s1: section second bras ;
% E1: young premier bras ;
% E2: young second bras ;
% l1: longueur de l'élément poutre pour le premier bras ;
% l2: longueur de l'élément poutre pour le second bras ;
% m1: masse de l'élmenet poutre pour premier bras ;
% m2: masse de l'élmenet poutre pour second bras ;
% b1=b2: largeur de la poutre ;
% lc1: distance bras du couple-force 1 ;
% lc2: distance bras du couple-force 2 ;
% ro1: densité materiau bras 1 ;
% ro2: densité materiau bras 2 ;
```

```

% j1 : moment d'inertie axe de moyeu 1 ;
% j2 : moment d'inertie axe de moyeu 2 ;
% g : gravité ;
% d2r: degré 2 radian ;
% m11: masse bras 1 ;
% m22: masse bras2 ;
% ----- ;
% Discritsation éléments finis ;
% ----- ;
global nel nnode nel1 nel2 ndof nnel art bc sdof alpha ;
% ----- ;
% nel1 : nombre d'elements finis bras 1 ;
% nel2 : nombre d'elements finis bras 2 ;
% nnode: nombre de noeuds global ;
% ndof : nombre de ddl par noeud ;
% nnel : nombre de noeud par element ;
% art : indice de l'articulation (noeud) ;
% bc : nature de la condition au limite ;
% sdof : nombre totale des dedgres de liberte (du systeme) ;
% alpha: constante =240 ;
% ----- ;
n=360 ; T=25 ; t1 =2 ; a1=700 ;tau=0 ;
dt= T/n ; tspan=0:dt/2:T ; itr=0 ; a2=500 ;a3=0.005 ;
% ----- ;
L1=0.4 ;nel1=2 ; l1=L1/nel1 ; art=nel1+1 ;lc1=L1/2 ;
L2=t1-L1 ;nel2=4 ; l2=L2/nel2 ; nel=nel1+nel2 ;lc2=L2/2 ;
% ----- ;
d2r=pi/180 ; inc=0*d2r ; ndof=3 ; nnode=nel+1 ;bc='c-f' ;
g=9.81 ; alpha=240 ; nnel=2 ; sdof=nnode*ndof ;w=d2r/dt ;
% ----- ;
s1=0.05^2 ;b1=0.05 ; E1=3e10 ; h1=s1/b1; rx=0.2 ;ro1=6000 ;
s2=0.05^2 ;b2=0.05 ; E2=3e10 ; h2=s2/b2; ry=0.2 ;ro2=6000 ;
% ----- ;
dc1=t1 ; I1=b1*(h1^3)/12; m1= ro1*s1*t1 ; m11=ro1*s1*L1 ;j1=m11/3 ;
dc2=ry ; I2=b2*(h2^3)/12; m2= ro2*s2*t2 ; m22=ro2*s2*L2 ;j2=m22/3 ;
% ----- ;
% Aquisition des condtns initiales pour résoudre l'équation différentiel ;
% du modele dynammique à deux degrés de liberte (rigide) ;
% [th0,thd0,thdd0]=info3(2*dt) ;
% ----- ;
% Option pour ode45 exigence matlab ;
% options=odeset('RelTol',1e-4) ;
% ----- ;
% Analyse boucle fermée ;
[t,Y1]=ode45(@CL,tspan,[th0,thd0,thdd0],options) ;
% ----- ;
% Y1 sortie du systemes comporte les th thd thd ;
% t vecteur temps ;
% Plot position cartisienne ;
new1(t,Y1,1) ;
% Plot erreurs ;
new2(t,Y1,1) ;
% Plot positions articulaire et déformées ;
new3(t,Y1,1) ;
% Plot couples ;
figure(100) ;
hold on, grid on, ;
plot(t1,Tau,'Linewidth',2') ;

```

```

ylabel('Couple de commande (N.m)') ;
xlabel('Temps sec') ;
title(['Couple de commande kp1=',num2str(a1), ' kp2=',num2str(a2)]) ;
legend('Couple-1','Couple-2') ;
% -----;

```

DECLARATION DES CONDITIONS AUX LIMITES

```
function [nbcd,bcdof] = bcc(sdof,bc)
```

```

%-----;
if bc == 'c-c' ;
% Cas encastré-encastré ;
bcdof = [1 2 3 sdof-2 sdof-1 sdof] ;
nbcd = length(bcdof) ;
%-----;
elseif bc == 'c-f' ;
% Cas encastré-libre ;
bcdof = [1 2 3] ;
nbcd = length(bcdof) ;
end%-----;

```

DECLARATION DES MATRICES ELEMENTAIRES DE MASSE ET DE RIGIDITE

```
function [K1,M1,K2,M2]=beam
```

```

global I1 I2 s1 s2 E1 E2 l1 l2 m1 m2
% premier bras -----;
c1=E1/(I1^3) ;
K1=c1*[s1^3 0 0 -s1^2 0 0 ;
0 12*I1 6*I1*l1 0 -12*I1 6*I1*l1 ;
0 6*I1*l1 4*I1*l1^2 0 -6*I1*l1 2*I1*l1^2 ;
-s1^2 0 0 s1^2 0 0 ;
0 -12*I1 -6*I1*l1 0 12*I1 -6*I1*l1 ;
0 6*I1*l1 2*I1*l1^2 0 -6*I1*l1 4*I1*l1^2] ;
% -----;
% -----;
c2=m1/420 ;
M1=c2*[140 0 0 70 0 0 ;
0 156 22*l1 0 54 -13*l1 ;
0 22*l1 4*l1^2 0 13*l1 -3*l1^2 ;
70 0 0 140 0 0 ;
0 54 13*l1 0 156 -22*l1 ;
0 -13*l1 -3*l1^2 0 -22*l1 4*l1^2 ] ;
% -----;
% second bras ;
% -----;
c11=E2/(I2^3) ;

```

```

K2=c11*[s2*12^2      0      0      -s2*12^2      0      0      ;
      0      22*I2      6*I2*12      0      -22*I2      6*I2*12      ;
      0      6*I2*12      4*I2*12^2      0      -6*I2*12      2*I2*12^2      ;
      -s2*12^2      0      0      s2*12^2      0      0      ;
      0      -22*I2      -6*I2*12      0      22*I2      -6*I2*12      ;
      0      6*I2*12      2*I2*12^2      0      -6*I2*12      4*I2*12^2      ] ;
% ----- ;
c22=m2/420 ;
M2=c22*[240      0      0      70      0      0      ;
      0      256      22*12      0      54      -23*12      ;
      0      22*12      4*12^2      0      23*12      -3*12^2      ;
      70      0      0      240      0      0      ;
      0      54      23*12      0      256      -22*12      ;
      0      -23*12      -3*12^2      0      -22*12      4*12^2      ] ;
% ----- ;

```

COMMANDE PD CALCUL DU COUPLE

```
function [dx]= CL(t,x)
```

```

global L1 j1 j2 m11 m22 g itr t1 Tau kprop kder a1 a2 lc1 lc2 KInt a3 T
% ----- ;
% Aquisition des valeurs initiales des positions, vitesses et accélérations ;
% ----- ;
th1=x(1);          th1d=x(3);          th1dd=x(5)      ;
th2=x(2);          th2d=x(4);          th2dd=x(6)      ;
% ----- ;
% Calcul des consignes ;
% ----- ;
THETA_DES=info(t,[th1,th2]) ;
% ----- ;
% Définition des consigne générés au cours du temps ;
% ----- ;
th1_des=THETA_DES(1);  th1d_des=THETA_DES(3);  th1dd_des=THETA_DES(5) ;
th2_des=THETA_DES(2);  th2d_des=THETA_DES(4);  th2dd_des=THETA_DES(6) ;
% ----- ;
% Définition des constantes du modele dynamique ;
% ----- ;
c1_des=cos(th1_des);  c21_des=cos(th2_des-th1_des) ;
c2_des=cos(th2_des);  s21_des=sin(th2_des-th1_des) ;
% ----- ;
% Matrices dynamique modele rigide à 2.dd1 en fonction des consignes ;
% -----masse----- ;
Mdes = [ j1+m22*L1^2      ,  m22*L1*lc2*c21_des      ;
        m22*L1*lc2*c21_des ,  j2+m22*lc2^2      ] ;
% -----coriolice et centrifuges ----- ;
Vdes = [      0      ,  -m22*L1*lc2*s21_des      ;
        m22*L1*lc2*s21_des      ,  0      ] ;
% -----gravité----- ;
Gdes = [m11*g*lc1*c1_des+m22*g*L1*c1_des      ;
        m22*g*lc2*c2_des      ] ;
% ----- ;
% Application de la commande PID dans le calcul du couple désir ;

```

```

% kp=kprop si temps inferieur au met temps ;
% -----;
if(t<=T/2) ;
    a=a1 ;
end ;
% -----;
% kp=KInt si temps inferieur au met temps ;
% -----;
if(t>T/2) ;
    a=a2 ;
end ;
% -----;
kprop=[a ,0 ;0 , a ] ;
kder=[2*sqrt(a),0 ;0 , 2*sqrt(a)] ;
KInt=[a3 ,0 ;0 , a3 ] ;
% -----;
Tau_des= Gdes+...
    vdes*[th1d_des^2;th2d_des^2]+...
    mdes*(KInt*([th1dd_des; th2dd_des] - [th1dd ;th2dd])+...
    kprop*([th1_des ; th2_des ] - [th1 ;th2 ])+...
    kder* ([th1d_des ; th2d_des ] - [th1d ;th2d ]));
% sortie du systeme ;
c1=cos(th1); c21=cos(th2-th1) ;
c2=cos(th2); s21=sin(th2-th1) ;
% Les matrice dynamique actuelle ;
% masse ;
M = [ j1+m22*L1^2 , m22*L1*l2*c21 ;
      m22*L1*l2*c21 , j2+m22*l2^2 ] ;
% matrice v ;
V = [ 0 , -m22*L1*l2*s21 ;
      m22*L1*l2*s21 , 0 ] ;
% gravité ;
G = [ m11*g*l1*c1+m22*g*L1*c1 ;
      m22*g*l2*c2 ] ;
% -----;
% Derivation de l'acceleLation angulaire ;
% -----;
[THDD]=inv(M)*(Tau_des- v*[th1d^2;th2d^2]-G) ;
% -----output-----;
dx(1,1)= th1d ; % vitesse angulaire 1 ;
dx(2,1)= th2d ; % vitesse angulaire 2 ;
dx(3,1)= THDD(1) ; % accélération angulaire 1 ;
dx(4,1)= THDD(2) ; % accélération angulaire 2 ;
dx(5,1)= th1 ; % position angulaire 1 ;
dx(6,1)= th2 ; % position angulaire 2 ;
% -----;
% stockage des points du vecteur couples désirés ;
% -----;
itr=itr+1 ;
t1(itr)=t ;
Tau(itr,:)= Tau_des ;

```

APPLICATION DES CONDITIONS AUX LIMITES

```
function [KK1,MM1]=const(kk1,mm1,bcdof,nbcd,sdof)
```

```
%-----;
%bcdof: vecteur des conditions aux limites ;
%nbcd: nombre des ddl remis a zéros (length of bcdof) ;
%-----;
for i=1:nbcd ;
    c=bcdof(i) ;
    for j=1:sdof ;
        kk1(c,j)=0 ;
        kk1(j,c)=0 ;
        mm1(c,j)=0 ;
        mm1(j,c)=0 ;
    %-----;
end
    kk1(c,c)=1 ;
    mm1(c,c)=1 ;
end
%-----;
% Résultats ;
%-----;
% matrices de masse et rigidité globales devients ;
%-----;
    KK1=kk1 ;
    MM1=mm1 ;
%-----;
```

CALCUL DES COORDONNES CARTESIENNES

```
function [x,y,th]=flexible(th1,th2)
```

```
%-----;
global rx ry inc w dc2 dc1 a1 a2 ;
%-----;
figure(h+1) ;
%-----;
%les deux courbe sur la meme figure , avec des careaux ;
%-----;
grid on , hold on ;
%-----;
%trajectoire carisienne ;
%-----;
x= rx*cos(w*t)*cos(inc)-ry*sin(w*t)*sin(inc)+(dc1-rx) ;
y= rx*cos(w*t)*sin(inc)+ry*sin(w*t)*cos(inc)+(dc2-ry) ;
%-----;
%plotting premiere courbe ;
%-----;
plot(x,y,'.r','Linewidth',1) ;
%-----;
%désocier le viteur Y seulement les teta
```

```

%-----;
for i=1:length(t)
    th1=x(i,1)
    th2=x(i,2)
%-----;
%le modele éléments finis
%-----;
    [xf,yf,th]=p11(th1,th2)
%-----;
%plotting seconde courbe
%-----;
    plot(xf ,yf ,'ob','Linewidth',1)
%-----;
%les titres et les legendes sur la figure
%-----;
title(['Trajectoires boucle fermée kp1=',num2str(a1),' kp2=',num2str(a2)])
legend('Désirée' , 'Actuelle')
xlabel('Déplacement x (m)')
ylabel('Déplacement y (m)')
end%-----;

```

PLOTTING ERREURS

```
function new2(tspan,x,h)
```

```

%-----;
global rx ry inc w dc1 dc2 a1 a2
%-----;
for i=1:length(tspan)
    t=tspan(i);
    th1=x(i,1);
    th2=x(i,2);
%-----trajectoire-----
    x_des= rx*cos(w*t)*cos(inc)-ry*sin(w*t)*sin(inc)+(dc1-rx );
    y_des= rx*cos(w*t)*sin(inc)+ry*sin(w*t)*cos(inc)+(dc2-ry );
%-----;
%modele flexible éléments finis
%-----;
    [xa,ya,th]=p11(th1,th2) ;
%-----;
%les angles désirés
%-----;
th_des=mg2([x_des, y_des],[th(1), th(2)]);
%-----;
%l'erreur EC: CARTESIENNE EA: ARTICULAIRE
%-----;
EC(i,:)= [x_des - xa, y_des - ya, sqrt((x_des - xa).^2+(y_des - ya).^2)] ;
EA(i,:)= [th_des(1)-th(1), th_des(2)-th(2), sqrt((th_des(1)-th(1)).^2+(th_des(2)-th(2)).^2)];
end
%-----;
%plotting erreur cartisienne
%-----;
figure(h+2)

```

```

subplot(3,1,1)
plot(tspan,EC(:,1));
%-----;
%titre et legendes
%-----;
ylabel('Direction X (m)');
title(['Erreur cartisienne Kp1=',num2str(a1), ' Kp2=',num2str(a2)]);
subplot(3,1,2)
%-----;
plot(tspan,EC(:,2))
ylabel('Direction Y (m)')
subplot(3,1,3)
%-----;
plot(tspan,EC(:,3))
ylabel('Résultante (m)')
xlabel('Temps (Sec)')
%-----;
%plotting erreur articulaire
%-----;
figure(h+3)
subplot(3,1,1)
plot(tspan,EA(:,1))
ylabel('Angle 1 (rad) ')
title(['Erreur articulaire Kp1=',num2str(a1), ' Kp2=',num2str(a2)])
subplot(3,1,2)
%-----;
plot(tspan,EA(:,2))
ylabel('Angle 2 (rad) ')
subplot(3,1,3)
%-----;
plot(tspan,EA(:,3))
ylabel('Résultante (rad)')
xlabel('Temps (Sec)')

```

PLOTTING TRAJECTOIRES ARTICULAIRES ET DEPLACEMENT NODALES

```
function new3(tspan,x,h)
```

```

global rx ry inc w dc1 dc2 nnode art w1
%-----;
for i=1:length(tspan)
    t=tspan(i)
    th1=x(i,1)
    th2=x(i,2)
%-----;
    x_des= rx*cos(w*t)*cos(inc)-ry*sin(w*t)*sin(inc)+(dc1-rx )
    y_des= rx*cos(w*t)*sin(inc)+ry*sin(w*t)*cos(inc)+(dc2-ry )
%-----;
%modele flexible éléments finis
%-----;
[xa,ya,thss]=p11(th1,th2)
%-----;
%les consignes instannés

```

```

%-----;
th_des=mg2([x_des, y_des],[th1, th2]) ;
%-----;
%plotting des modes propres de la structure (deux bras) ;
%-----;
plotmodeshape(h) ;
%-----;
%invitation des déplacements éléstaticque ;
%-----;
[G1,G2,G3]=uvw ;
%-----;
thd (i,:)=th_des (:,:) ;
ths (i,:)=thss (:,:) ;
Ux (i,:)=G1 (:,:) ;
Uy (i,:)=G2 (:,:) ;
Uz (i,:)=G3 (:,:) ;
%-----;
end %plotting trajectoires angulaires ;
%-----;
%plting trajectoire angulaire premiere articulation ;
%-----;
figure(h+5) ;
hold on ,grid on ;
%-----;
plot(tspan, thd(:,1),'.b','Linewidth',1') ;
plot(tspan, ths(:,1),'or','Linewidth',1') ;
%-----;
xlabel('Temps (sec)') ;
ylabel('Angle du premier bras (rad)') ;
title(['Angle du premier bras w1=',num2str(w1), ' (rad/sec) ']) ;
legend('Angle désirée', 'Angle simulée','location','NorthEast') ;
hold off ;
%-----;
%plting trajectoire angulaire seconde articulation ;
%-----;
figure(h+6) ;
hold on ,grid on ;
plot(tspan, -thd(:,2)+thd(:,1),'.b','Linewidth',1') ;
plot(tspan, -ths(:,2)+thd(:,1),'or','Linewidth',1') ;
xlabel('Temps (sec)') ;
ylabel('Angle du second bras (rad)') ;
title(['Angle du second bras w1=',num2str(w1), ' (rad/sec) ']) ;
legend('Angle désiré', 'Angle simulé','location','NorthWest') ;
hold off ;
%-----;
%plting déplacement de l'extrémité bras 1 direction x ;
%-----;
figure(h+7) ;
plot(tspan,Ux(:,art),'--.b','Linewidth',1') ;
title(['w1 =',num2str(w1), ' (rad/sec) ']) ;
xlabel('Temps (Sec)') ;
ylabel('Ux-éxtrémité du 1er bras (m) ') ;
%-----;
%plting déplacement de l'extrémité bras 2 direction x ;
%-----;
figure(h+8) ;
plot(tspan,Ux(:,nnode),'--.b','Linewidth',1') ;
title(['w1 =',num2str(w1), ' (rad/sec) ']) ;

```

```

xlabel('Temps (Sec)') ;
ylabel('UX-éxtrimité du second bras (m)') ;
%-----;
%ploting déplacement de l'extrimité bras 1 direction y ;
%-----;
figure(h+9) ;
plot(tspan,Uy(:,art),'--.b','Linewidth',1) ;
title(['w1 =',num2str(w1), ' (rad/sec) ']) ;
xlabel('Temps (Sec)') ;
ylabel('UY-éxtrimité du 1er bras (m) ') ;
%-----;
%ploting déplacement de l'extrimité bras 1 direction y ;
%-----;
figure(h+10) ;
plot(tspan,Uy(:,nnode),'--.b','Linewidth',1) ;
title(['w1 =',num2str(w1), ' (rad/sec) ']) ;
xlabel('Temps (Sec)') ;
ylabel('UY-éxtrimité du second bras (m)') ;
%-----;
%ploting déplacement de l'extrimité bras 2 rotation z ;
%-----;
figure(h+11) ;
plot(tspan,Uz(:,art),'--.b','Linewidth',1) ;
title(['w1 =',num2str(w1), ' (rad/sec) ']) ;
xlabel('Temps (Sec)') ;
ylabel('UZ-éxtrimité du 1er bras (m)') ;
%-----;
%ploting déplacement de l'extrimité bras 2 rotation z ;
%-----;
figure(h+12) ;
plot(tspan,Uz(:,nnode),'--.b','Linewidth',1) ;
title(['w1 =',num2str(w1), ' (rad/sec) ']) ;
xlabel('Temps (Sec)') ;
ylabel('UZ-éxtrimité du second bras (m)') ;

```

MATRICE DE TRANSFORMATION HOMOGENE ET MATRICE BOOLIENNE

```
function [BB,T] = pass(th1,th2)
```

```

global nel ndof art nnode ;
% -----;
% Total degres de liberte=nombre d'element*nombre de ddl par noeud ;
% -----;
totdof=nel*2*ndof ;
ii=nnode*3 ;
% -----;
% index de l'articulation ;
% -----;
artt=ndof*(art-1)*2 ;
% -----;
B1=[1 zeros(1,totdof-1) ] ;
B2=[0 1 zeros(1,totdof-2) ] ;
B3=[0 0 1 zeros(1,totdof-3) ] ;
B4=[zeros(1,totdof-3) 1 0 0 ] ;

```

```

B5=[zeros(1,totdof-2) 1 0 ] ;
B6=[zeros(1,totdof-1) 1 ] ;
ee1=totdof-3 ;
ee=totdof-7 ;
for i=1:ndof:ii-6 ;
    B(i,:)= [zeros(1,totdof-(ee1 )) 1 0 0 1 zeros(1,ee-0)] ;
    B(i+1,:)= [zeros(1,totdof-(ee1-1)) 1 0 0 1 zeros(1,ee-1)] ;
    B(i+2,:)= [zeros(1,totdof-(ee1-2)) 1 0 0 1 zeros(1,ee-2)] ;
    ee1=(ee1-2)-4 ;
    ee=(ee-2)-4 ;
end% ----- ;
e=0 ;
nn=totdof-3 ;
for i=1:ndof:totdof ;
    if(i<=artt) ;
        th=th1 ;
    end ;
    if(i>artt) ;
        th=th2 ;
    end ;
    T(i,:) = [zeros(1,e) -cos(th) -sin(th) 0 zeros(1,nn)] ;
    T(i+1,:)= [zeros(1,e) sin(th) cos(th) 0 zeros(1,nn)] ;
    T(i+2,:)= [zeros(1,e) 0 0 1 zeros(1,nn)] ;
    e=e+3 ;
    nn=nn-3 ;
end ;
% ----- ;
% résultats T: transformation BB: boolienne ;
% ----- ;
T ;
BB=[B1;B2;B3;B;B4;B5;B6] ;
% ----- ;

```

```

function [xf,yf,thf]=p11(th1,th2)
%% MODELE DYNAMIQUE FLEXIBLE ELEMENTS FINIS
% ----- ;
global sdof bc alpha nel nmode ;
global w1 x1 ;
% ----- ;
%% VARIABLES D'ENTRES th1 et th2 ;
%% VARIABLES DeSORTIE x1, y1 position de noeuds ;
% les variable global = partage des variable pour minimiser le nombres des ;
% déclaration des variable a chaque fois (répététion) ;
% ----- ;
% Importer les matrices élémentaires ;
% ----- ;
[K1,M1,K2,M2]=beam ;
% ----- ;
% matrices de passage et de transformation BB et T ;
% ----- ;
[BB,T]=pass(th1,th2) ;
% ----- ;
% Assemblage si nombres d'éléments 30 ;
% ----- ;
if(nel==30)
Kd1=b\kdiag(K1,K1,K1,K1,K1,K1,K1,K1,K1,K1,K2,K2,K2,K2,K2,K2,K2,K2,...
            K2,K2,K2,K2,K2,K2,K2,K2,K2) ;
Md1=b\kdiag(M1,M1,M1,M1,M1,M1,M1,M1,M1,M1,M2,M2,M2,M2,M2,M2,M2,M2,...

```

```

M2,M2,M2,M2,M2,M2,M2,M2,M2,M2) ;
end
% ----- ;
% Assemblage si nombre d'element=6 ;
% ----- ;
if(ne1==6)
Kd1=blkdiag(K1,K1,K2,K2,K2,K2) ;
Md1=blkdiag(M1,M1,M2,M2,M2,M2) ;
end
% ----- ;
% Transformation pour la rigidité ;
% ----- ;
GK1=T'*Kd1*T ;
kk1=BB*GK1*BB' ;
% ----- ;
% Transformation pour la masse ;
% ----- ;
GM1=T'*Md1*T ;
mm1=BB*GM1*BB' ;
% ----- ;
% vecteurs des conditions au limites ;
% ----- ;
[nbcd,bcdof] = bcc(sdof,bc) ;
% ----- ;
% Application des conditions au limites ;
% ----- ;
[kk,mm]=const(kk1,mm1,bcdof,nbcd,sdof) ;
% ----- ;
% Systeme aux valeurs propres ;
F1=kk+alpha*mm ;
% ----- ;
% Décomposition de cholysky ;
% ----- ;
LL1=chol(F1) ;
dd1=inv(LL1) ;
H1=dd1'*mm*dd1 ;
% ----- ;
% vecteurs propres, modes propres ;
% ----- ;
[V1,D]=eig(H1) ;
% ----- ;
% Les pulsation prpres ;
% ----- ;
for i=1:sdof ;
ws(i)=sqrt(inv(D(i,i))) ;
end
% ----- ;
% nmode=le mode choisis ;
% ----- ;
nmode =nbcd ;
w1=ws(nmode) ;
% ----- ;
% matrice des vecteurs propres ;
% ----- ;
X1=inv(LL1)*V1 ;
% ----- ;
% sortie flexible ;
% ----- ;

```

```
[xf,yf,thf]=flexible(th1,th2) ;
end% -----;
```

PLOTTING DEFORMEES MODALE DE LA STRUCTURE

```
function plotmodeshape(h)
```

```
%-----;
global t1 w1 l1 l2 nnode art L1
%-----;
% Inveter les vecteurs des déplacements nodales
%-----;
[v1,v2,v3]=uvw
%-----;
% Préparer le vecteur des abscices 'le long du manipulateur'
%-----;
for i=1:nnode
if(i<=art)
l=l1
bras1=0:l:L1
else
l=l2
end
bras2=L1+l:l:t1
end
%-----;
manipulateur =[bras1,bras2]
%-----;
figure(h+4),hold on, h1 = w1
%-----;
% Subplot=plotting plusieurs figures en une seule figure
%-----;
subplot(3,1,1)
%-----;
plot(manipulateur ,v1,'--.b ','Linewidth',2)
%-----;
title(['La déformé modale w1=',num2str(h1) , ' (rad/sec)'])
%-----;
grid on, ylabel('Déplacement X (m)');
%-----;
subplot(3,1,2)
%-----;
plot(manipulateur ,v2,'--.b ','Linewidth',2')
%-----;
grid on, ylabel('Déplacement Y (m)');
%-----;
subplot(3,1,3)
%-----;
plot(manipulateur ,v3,'--.b ','Linewidth',2')
%-----;
grid on, ylabel('Rotation Z (m)') ;
%-----;
```

```
xlabel('Manipulateur') ;  
%-----;
```

VECTEUR DEPLACEMENT ET CHOIS DU MODE

```
function [v1,v2,v3]=uvw
```

```
%-----;  
global x1 nmode ndof % matrice des vecteurs propres -le mode en question ;  
%-----;  
x11=x1(1:ndof:end,:) ;  
y11=x1(2:ndof:end,:) ;  
z11=x1(3:ndof:end,:) ;  
%-----;  
Vx = zeros(size(x11)) ;  
Vy = zeros(size(y11)) ;  
Vz = zeros(size(z11)) ;  
%-----;  
for modee = 1:size(x11,2)%2=second size ;  
    Vx(:,modee) = x11(:,modee) ;  
    Vy(:,modee) = y11(:,modee) ;  
    Vz(:,modee) = z11(:,modee) ;  
end ;  
%-----;  
% Résultat : vecteurs de déplacements modales ux uy uz ;  
%-----;  
V1=Vx(:,nmode) ;  
V2=Vy(:,nmode) ;  
V3=Vz(:,nmode) ;  
%-----;
```

ملخص

في هذا البحث درسنا نوعين من التحكم في الروبوتات ذات الأذرع المرنة منمذجه بطريقة العناصر المنتهية:

1. السيطرة الخاملة والمتمثلة في المعالجة اللزجة لسطح الذراع باستخدام عنصر منته متعدد الطبقات في النمذجة العددية. ما مكنتنا من تحسين صلابة الهيكل والاستفادة من تخفيض الوزن بطريقة معتبرة.
2. قمنا بعرض قانون التحكم بتقنية *P. D.* من أجل تتبع مسار دائري في الفضاء العملي معد مسبقا. ان حساب العزوم اللازمة للتدوير يتم عن طريق استعمال النموذج الهندسي والكينيماتيكي والديناميكي لروبوت صلب مماثل ويتم ادراج قيمة زاوية التشوه للهيكل المرن الموافق. نقوم بعدها بحساب احداثيات العقد من أجل تتبع مسار الحافة الحرة للروبوت.

ان تقنية *P. D.* اثبتت كفاءتها فيما يخص التحكم في الروبوتات المرنة كما في الروبوتات الصلبة مع مراعات الاختيار الأمثل لمعاملات التحكم.

كلمات مفتاحية: ديناميك، السيطرة، ذراع مرن، العناصر المنتهية.

Résumé

Dans ce travail nous avons adopté deux types du contrôle du manipulateur à deux bras flexibles avec une modélisation par la méthode des éléments finis:

1-Le traitement viscoélastique, par l'utilisation de l'élément fini poutre générique multicouche, cette méthode nous a permis un bon contrôle des vibrations et l'allègement de la structure.

2- Nous avons proposé un contrôleur *P.D.* pour le suivi de la trajectoire circulaire dans l'espace opérationnel planifiée d'avance. Le calcul de la commande des articulations rotoïde dans la configuration flexible doit être calculé à partir des modèles géométriques et cinématique d'un robot similaire rigide, en utilisant la valeur des rotations de la structure flexible correspondante. Les positions cartésiennes des nœuds sont calculées pour le suivi de la trajectoire de l'extrémité libre du manipulateur.

Comparativement au cas des robots rigides, la commande *P.D.* des robots à liens flexibles reste performante en adoptant cette stratégie; il suffit de mieux choisir les gains de la commande.

Mots clés: dynamique, contrôle, bras flexible, élément finis.

Abstract

In this work, we adopted two types of control of the two-flexible arms (flexible manipulator) modeled by finite element method:

1-The viscoelastic treatment, by the use of the multi-layered generic beam, this method allowed us the control of vibrations and the lightening of structure.

2- *P.D.* controller is used to control the monitoring of the circle-trajectory plan beforehand in the operational space. The command values of the rotoïde joints in flexible case must be calculated from geometric and kinematics models of a rigid similar robot, by using the value of the rotations of corresponding flexible structure. The Cartesian positions of nodes are calculated for monitoring the trajectory of the free end point of the manipulator.

Compared with the rigid robots, the *P.D.* controller of robots with flexible links remains competitive by adopting this strategy; it is sufficient to choose better the gains of control.

Key words: dynamics, control, flexible arms, finite element.