



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE MOHAMED KHIDER DE BISKRA
FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MAGISTERE

Spécialité : Construction mécanique

Présenté et soutenu publiquement

Par

HAOUES NOUREDDINE

CONTRIBUTION A LA MODELISATION DES STRUCTURES SANDWICH DE TYPE CARTON ONDULE

Soutenu le 25/05/2009, Devant la commission de jury :

HADID Mohamed	Maître de conférences	Université de Biskra	Président
HECINI Mabrouk	Maître de conférences	Université de Biskra	Rapporteur
AMRNE Med/ Nadhir	Maître de conférences	Université de Biskra	Examineur
BELOUNAR Lamine	Maître de conférences	Université de Biskra	Examineur
BENMOHAMMED Brahim	Maître de conférences	Université de Batna	Examineur

2009

« Sans imagination, il ne pourrait y avoir création »

Albert Jacquard

Dédicace

*Je dédie ce modeste travail de mes années d'études
en signe de respect et de reconnaissance :*

*A mes très chers parents qui ont tant fait pour
l'épanouissement de leurs enfants.*

*A mes frères et sœurs, qui n'ont jamais cessé de
m'encourager et de me gratifier leur respect et leur
amour.*

A mes amis, et plus particulièrement :

REBIAI Cherif, GUERAICHE Khelifa

SACI Rebai, AMADAH Hacem

et HADDAD Djamel

A tous les gens qui m'aiment

Remerciements

C'est à l'Institut de Génie-Mécanique de l'Université de Biskra, que le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé. J'aimerais remercier tout particulièrement mon directeur de mémoire monsieur **Hecini Mabrouk**, Maître de Conférences à l'Université de Biskra, et chef de département de l'institut de mécanique pour avoir brillamment dirigé cette étude et m'avoir fait partager son savoir faire et sa rigueur scientifique, ainsi que ses multiples compétences. Sans lui ce travail ne verra pas le jour. Qu'il soit assuré de toute ma gratitude et de ma reconnaissance.

J'exprime également ma reconnaissance à tous les membres de jury pour l'intérêt et le soin qu'ils ont portés à l'analyse de mon travail.

Monsieur **Hadid Mohamed**, Maître de Conférences à l'Université de Biskra pour m'avoir fait l'honneur d'être président du jury de mon travail. Qu'il trouve ici l'expression de mon respect et ma profonde reconnaissance.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur **Belounar Lamine**, Maître de Conférences à l'Université de Biskra pour avoir accepté de faire partie de ce jury et pour tous les moments de discussion et d'échange que l'on a passé sur la méthode des éléments finis.

Je suis également extrêmement reconnaissant à monsieur **Amrane Mohamed Nadhir**, maître de conférences à l'Université de Biskra, pour avoir accepté d'être membre de jury de ce mémoire et pour ses judicieuses remarques tant sur le fond que sur la forme.

J'adresse aussi mes profonds remerciements à monsieur **Benmohammed Brahim**, Maîtres de Conférences à l'Université de Batna, qui a accepté d'examiner ce travail.

Enfin, J'associe tous ces remerciements aux personnes qui m'ont apporté leur aide et qui ont contribué à l'élaboration de ce mémoire en particulier mes camarades doctorants **Rebiai Cherif**, **Gueraiche Khelifa** et **Haddad Djamel**.

Tables des matières

Introduction générale.....1

Chapitre I **Généralités sur les matériaux composites**

I.1. Introduction.....3

- I.1.1. Caractéristiques générales des composites.....4
- I.1.2. Types de matériaux composites.....4
- I.1.3. Avantages des matériaux composites.....5
- I.1.4. Inconvénients des matériaux composites.....5

I.2. Renforts et tissus.....6

- I.2.1. Forme de renfort.....6
 - I.2.1.1. Formes linéiques.....7
 - I.2.1.2. Formes surfaciques.....7
 - I.2.1.3. Structures tissées multidirectionnelles.....9
- I.2.2. Principales fibres.....9
 - I.2.2.1. Fibres de verre, propriétés et élaboration.....9
 - I.2.2.2. Fibres de carbone, propriétés et élaboration.....10
 - I.2.2.3. Fibres aramides à caractéristiques élevées.....10
 - I.2.2.4. Fibres céramiques.....11
 - I.2.2.5. Fibres synthétiques thermostables.....11
 - I.2.2.6. Autres fibres.....11

I.3. Matrices.....13

- I.3.1. Matrice organique.....13
- I.3.2. Matrice métallique.....13
- I.3.3. Matrice en céramique.....13

I.4. Applications commerciales et industrielles des matériaux	
Composites	14
I.4.1. Transport aérien.....	14
I.4.2. Transport ferroviaire.....	15
I.4.3. Transport routier.....	15
I.5. Matériaux composites structuraux	16
I.5.1. Monocouches.....	16
I.5.2. Stratifiés.....	16
I.6. Sandwiches	18
I.6.1. Généralités.....	18
I.6.2. Avantages des Sandwiches.....	18
I.6.3. Inconvénients des Sandwiches.....	18
I.6.4. Matériaux constitutifs.....	19
I.6.5. Composites sandwiches.....	19
I.7. Carton ondulé	21
I.7.1. Historique.....	21
I.7.2. Généralités.....	21
I.7.3. Constitution de papier- carton	22
I.7.3.1. Adhésif.....	22
I.7.4. Procédés de fabrication.....	23
I.7.4.1. Collage.....	24
I.7.5. Types de carton ondulé.....	25
I.7.6. Caractéristiques géométriques.....	25
I.7.6.1. Importance de l'épaisseur du carton ondulé.....	26
I.7.6.2. Mesure de l'épaisseur.....	26
I.7.7. Essais du carton ondulé.....	27
I.7.7.1. Résistance à l'éclatement.....	27
I.7.7.2. Résistance à la perforation.....	28
I.7.7.3. Compression à plat.....	28
I.7.7.4. Choc par chute par basculement.....	29

I.7.8. Avantages du carton ondulé.....	29
I.7.8.1. le Recyclage.....	29
I.7.8.2. la Biodégradabilité.....	30
I.7.9. Inconvénients du carton ondulé.....	30
I.7.9.1. Humidité.....	31
I.7.9.1.1. Mouille.....	31
I.7.9.1.2. Humidité vapeur.....	31
I.7.10. Utilisation.....	31
I.7.11. Statistiques.....	32
I.7.12. Conclusion.....	34

Chapitre II Etude bibliographique

Chapitre III Homogénéisation analytique

III.1.Introduction.....	44
III.2. Lois de comportement de stratifiée.....	45
III.2.1. Hypothèse de Love.....	45
III.3.Formulation du modèle analytique d'homogénéisation.....	50
III.3.1. Matériel	50
III.3.2. Paramètres géométriques.....	50
III.3.3. Homogénéisation par l'épaisseur.....	51
III.3.3.1. Transformation de la loi constitutive de la cannelure.....	53
III.3.4. Homogénéisation le long de la direction MD-x.....	55
III.4. Programmation du modèle analytique	56
III.4.1. Donnés et résultats du programme	57
III.4.2. Organigramme	57
III.5.Validation du modèle.....	61

III.5.1. Premier cas.....	61
III.5.1. Deuxième cas.....	62
III.6. Etude paramétrique.....	64
III.6.1. Influence des paramètres géométriques.....	64
a) Influence du pas de l'ondulation (P).....	64
b) Influence de l'épaisseur du carton ondulé (H).....	65
III.6.2. Influence combiné de l'épaisseur (H) et du pas (P).....	67
a) Influence sur (E_x)	67
b) Influence sur (E_y)	68
c) Influence sur (G_{xy}).....	69
III.6.3. Résultats et discussions.....	69
a) Influence de l'épaisseur du carton ondulé (H)	70
b) Influence du pas de l'ondulation (P)	70

Chapitre IV

Modélisation par la méthode des éléments finis

IV.1. Introduction.....	71
IV.2. Analyse par la méthode des éléments finis	71
IV.2.1. Caractéristiques géométriques.....	72
IV.2.2. Propriétés mécaniques.....	72
IV.3. Eléments d'ABAQUS utilisés.....	73
IV.3.1. Eléments Mindlin.....	73
IV.3.2. Eléments Kirchhoff.....	73
IV.3.3. Discussion	80
Conclusion et perspectives.....	81
Références Bibliographiques.....	83
Annexe.....	86

Liste des figures

Fig.I.1 Constituants d'un composite.....	3
Fig.I.2 Classifications des composites artificielles.....	6
Fig.I.3 Forme de renfort.....	7
Fig.I.4 Chaîne et trame d'un tissu.....	8
Fig.I.5 Taffetas.....	8
Fig.I.6 Sergé.....	8
Fig.I.7 Tresse.....	8
Fig.I.8 Satin.....	8
Fig.I.9 Tissages cylindrique et conique.....	9
Fig.I.10 Tissage 4D.....	9
Fig.I.11 Tissage 3D orthogonal.....	9
Fig.I.12 Bobines de fibre de verre, roving et silionne.....	10
Fig.I.13 Principaux matériaux de renfort.....	12
Fig.I.14 Les différentes familles de matrice.....	14
Fig.I.15 Pièce aménagement intérieur d'avion en composite.....	14
Fig.I.16 Utilisation des composites en transport routier.....	15
Fig.I.17 Pli unidirectionnel.....	16
Fig.I.18 Nomenclature des stratifiés composites.....	16
Fig.I.19 Structure d'un stratifié.....	17
Fig.I.20 Convention de signe pour la désignation des stratifiés.....	17
Fig.I.21 Notation d'une plaque composite.....	18
Fig.I.22 Plaque sandwich.....	19
Fig.I.23 Matériaux sandwiches à âmes pleines.....	20
Fig.I.24 Matériaux sandwiches à âmes creuses.....	20
Fig.I.25 Structure carton ondulé (double face).....	22
Fig.I.26 Fibres cellulosiques dans la pâte du papier.....	23
Fig.I.27 Onduleuse.....	23
Fig.I.28 Collage du carton simple face.....	24
Fig.I.29 Collage du carton double face.....	24

Fig.I.30 produit final du carton double face.....	25
Fig.I.31 formes du carton ondulé.....	25
Fig.I.32 Eclatomètre.....	27
Fig.I.33 Perforametre.....	28
Fig.I.34 Compressomètre.....	28
Fig.I.35 Production des groupes de payés (2008).....	33
Fig.I.36 Evolutions de production mondiale du carton ondulé (2000-2007).....	33
Fig.III.1 Approche d'homogénéisation.....	45
Fig.III.2 Hypothèse de love.....	45
Fig.III.3 Matériau orthotrope à n couches.....	46
Fig.III.4 Directions principales d'un carton ondulé.....	50
Fig.III.5 La géométrie de panneau d carton.....	50
Fig.III.6 Volume Élémentaire Représentatif du carton ondulé.....	51
Fig.III.7 Fonction sinusoïdale $H_t(x)$	53
Fig.III.8 Unité de cellule du carton ondulé.....	54
Fig.III.9 Essai de traction.....	61
Fig.III.10 Variation des propriétés élastiques en fonction du pas.....	65
Fig.III.11 Variation des propriétés élastiques en fonction de l'épaisseur.....	67
Fig.III.12 Evolution de E_x en fonction de l'épaisseur et du pas de l'ondulation.....	68
Fig.III.113 Evolution de E_y en fonction de l'épaisseur et du pas de l'ondulation.....	68
Fig.III.14 Evolution de G_{xy} en fonction de l'épaisseur et du pas de l'ondulation.....	69
Fig.IV.1 Machine de flexion 3 points.....	71
Fig.IV.2 Flexion à trois point de la plaque homogène.....	72

Liste des tables

Tableau.I.1 Type des cannelures et épaisseur du carton ondulé.....	26
Tableau.III.1 Paramètres géométriques du matériel.....	51
Tableau.III.2 Paramètres géométriques de volume élémentaire représentatif.....	61

Tableau.III.3 Propriétés mécaniques des peaux et du carton ondulé.....	62
Tableau.III.4 Comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux.....	62
Tableau.III.5 Paramètres géométriques du matériel.....	63
Tableau.III.6 Propriétés mécaniques des peaux et du carton ondulé.....	63
Tableau.III.7 Comparaison entre les deux modèles d'homogénéisation.....	63
Tableau.III.8 Variation des propriétés élastiques en fonction du pas.....	64
Tableau.III.9 Variation des propriétés élastiques (%) en fonction du pas (%).....	64
Tableau.III.10 Variation des propriétés élastiques en fonction de l'épaisseur.....	66
Tableau.III.11 Variation des propriétés élastiques (%) en fonction de l'épaisseur (%).....	66
Tableau.III.12 Evolution de E_x en fonction de l'épaisseur et du pas de l'ondulation.....	67
Tableau.III.13 Evolution de E_y en fonction de l'épaisseur et du pas de l'ondulation.....	68
Tableau.III.14 Evolution de G_{xy} en fonction de l'épaisseur et du pas de l'ondulation.....	69
Tableau.IV.1 Propriétés mécaniques de la plaque.....	73
Tableau.IV.2 Comparaison entre les éléments d'ABAQUS et l'élément (DKT).....	73

Abréviations et symboles

Symboles	Désignation
GD	Composites grandes diffusions
HP	Composites hautes performances
SF	Simple face
DF	Double face
DD	Double cannelure
TC	Triple cannelure
HR	Humidité Relative
CT	Cisaillement transversal
F	Force (N)
N	Effort normal (N)
M	Moment de flexion (N.mm)
MD-x	Machine direction
CD-y	Cross direction
H	Épaisseur du carton ondulé (mm)
hc	Épaisseur de l'âme (mm)
e_s	Épaisseur de la peau supérieure (mm)
e_i	Épaisseur de la peau inférieure (mm)
e_c	Épaisseur de la cannelure (mm)
e_{cv}	Épaisseur de la cannelure (mm)
H_p	Épaisseur de la plaque homogénéisée (mm)
a	Longueur de la plaque (mm)
b	Largeur de la poutre (mm)
L	Distance entre les axes des appuis (mm)
P	Pas (mm)
VER	Volume Élémentaire Représentatif
ε_j	Déformation

K_j	Courbure (mm)
$\theta(x)$	Fonction de l'angle de l'orientation de l'ondulation
nc	Nombre des couches
$H_t(x)$	Fonction de la fibre moyenne de l'ondulation
n	Nombre des intervalles (dx)
E	Module de young (Mpa)
G	Module de cisaillement (Mpa)
ν	Coefficient de poisson
L/H	Elancement
UD	Unidirectionnelles
ρ	Masse volumique (kg/m^3)
m	$\text{Cos}(\theta)$
f	$\text{Sin}(\theta)$
z_s	Position de la peau supérieure à la fibre moyenne (mm)
z_i	Position de la peau inférieure à la fibre moyenne (mm)
z_c	Position de la cannelure à la fibre moyenne (mm)
[Q]	Matrice d'élasticité (N/mm^2)
[A]	Matrice de rigidité locale de membrane (N/mm)
[B]	Matrice de rigidité locale de couplage (N)
[D]	Matrice de rigidité de locale flexion (N.mm)
$[A]_{global}$	Matrice de rigidité globale de membrane (N/mm)
$[B]_{global}$	Matrice de rigidité globale de couplage (N)
$[D]_{global}$	Matrice de rigidité globale de flexion (N.mm)

Introduction générale

Introduction générale

Le carton ondulé, essentiellement utilisé pour l'emballage, est un matériau complexe composé de plus de deux feuilles. Les feuilles planes extérieures sont appelées couvertures ou peaux et les feuilles cannelées appelées cannelures ou âmes.

Sa recyclabilité et sa biodégradation font que c'est l'un des emballages les plus utilisés. Il est mis en œuvre sous forme de structure sandwich avant de réaliser le produit final. Son utilisation d'une façon optimale exige la connaissance de son comportement mécanique.

Le problème de l'analyse du comportement mécanique de ce matériau peut être abordé dans un premier temps, en considérant le carton ondulé en tant que structure et en le caractérisant par des normes s'apparentant aux normes relatives aux structures sandwich composites ou métalliques. Cette démarche mène à un maillage total de la structure (peaux et cannelures) afin de modéliser le comportement de l'emballage dans son ensemble. Cette approche rend les études onéreuses et lourdes en temps de calcul. Une seconde approche, proposée par **Aboura** et al. [14], considère le sandwich carton ondulé comme un matériau monolithique. Cette démarche nécessite le développement d'un modèle analytique permettant d'obtenir les paramètres élastiques homogénéisés du matériau et ainsi de simplifier les calculs numériques.

L'objectif du présent travail est de modéliser le comportement mécanique du carton ondulé en le considérant comme une structure sandwich formée de peaux et de cannelures. Ce modèle tient compte des propriétés géométriques et mécaniques des constituants du carton ondulé.

Le principe du modèle proposé repose sur l'application de la théorie de stratification classique à chaque partie infinitésimale de la structure du carton ondulé.

Après la validation du modèle par une comparaison avec les résultats d'expérience, une étude paramétrique est utilisée pour étudier l'effet des paramètres géométriques sur les propriétés élastiques.

Afin, d'évaluer la pertinence de la méthode d'homogénéisation, une analyse de l'essai de flexion à trois points pour la modélisation par la méthode des éléments finis est étudié.

Le présent mémoire sera organisé en quatre chapitres, à savoir :

-**Le premier chapitre**, sera consacré à des généralités sur les matériaux composites, notamment les structures sandwich de type carton ondulé.

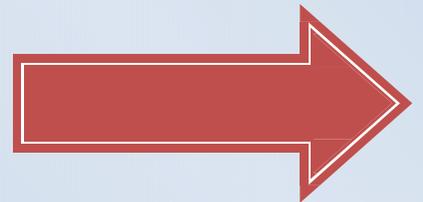
-**le deuxième chapitre**, il sera question d'une étude bibliographique.

- la Formulation du modèle analytique d'homogénéisation et l'analyse de comportement mécanique du carton ondulé seront bien détaillées dans **le troisième chapitre**.

-**Le dernier chapitre** sera consacré à la modélisation par la méthode des éléments finis des comportements mécaniques de la structure du carton ondulé soumise à l'essai de flexion à trois points.

Chapitre I

Généralités sur les matériaux composites



I.1.Introduction

La méthode utilisée pour l'homogénéisation analytique du carton ondulé considère cette structure comme un matériau multicouche. La théorie de stratification couramment utilisée pour les matériaux composites stratifiés sera considérée dans cette étude. Ainsi des notions générales sur les matériaux composites sont nécessaires pour introduire ce travail.

Qu'est-ce qu'un composite?

Composite: formé d'éléments très différents, souvent disparates, dans le **domaine des matériaux**, un matériau composite peut être défini comme étant une combinaison de deux ou plusieurs matériaux distincts ayant des interfaces reconnaissables.

Les matériaux composites ne sont pas une nouveauté. En effet, dès l'antiquité, ils ont été utilisés par l'homme. Le bois et le torchis sont des composites de la vie quotidienne.

Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément. Il est constitué d'une **matrice** et d'un **renfort**, constitué de fibres.

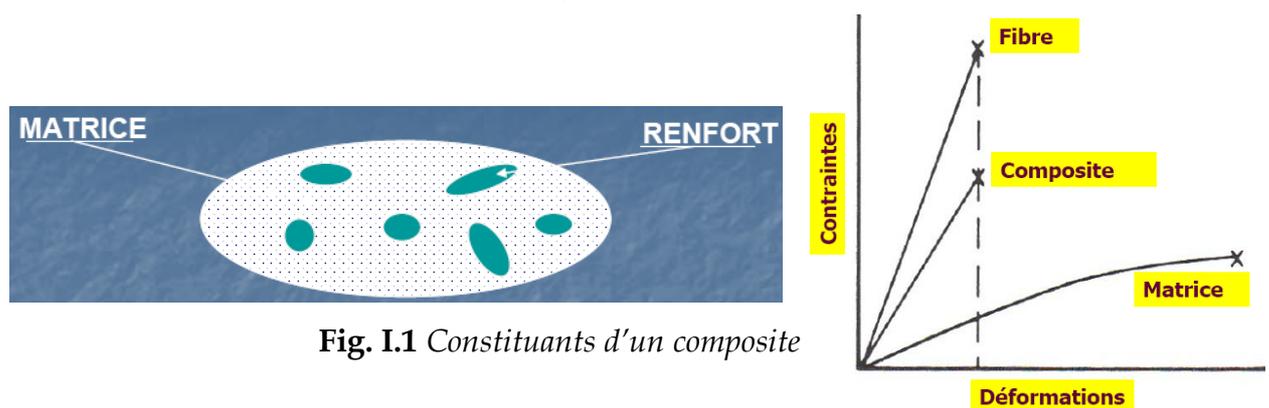


Fig. I.1 Constituants d'un composite

Les matériaux composites disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels.

-Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, liberté de formes.

-Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques.

-Ils contribuent au renforcement de la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et au feu.

-Ils offrent une meilleure isolation thermique ou phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique.

-Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions. Dans chacun des marchés d'application (automobile, bâtiment, électricité, équipements industriels,...), ces performances remarquables sont à l'origine de solutions technologiques innovantes.

I.1.1. Caractéristiques générales des composites

Sont formés d'un **renfort** de faible densité et de grande résistance et rigidité et d'une **matrice** qui lie les renforts en une masse compacte. Le renfort et la matrice ont des propriétés mécaniques et physiques très différentes. Il s'ensuit que les composites sont des matériaux très particuliers:

- Matériaux anisotropes.
- Propriétés mécaniques et physiques particulières.
- Design et conception très différents de ceux des matériaux conventionnels.

I.1.2. Types de matériaux composites

Il existe différentes familles de matériaux : les métaux, les plastiques, les composites, les biomatériaux, etc.. Le principal intérêt de l'utilisation des Composites provient de ses excellentes caractéristiques spécifiques (module divisé par la masse volumique). Parmi les Composites, on distingue deux types : les composites grandes diffusions (**GD**) et les composites hautes performances (**HP**).

Les **GD**, représentent 95% des composites utilisés. Ce sont en général des Plastiques armés ou des plastiques renforcés, le taux de renfort avoisinant 30%. Dans 90% des cas, l'anisotropie n'existe pas ou n'est pas maîtrisée car les renforts sont des fibres courtes. Les principaux

constituants de bases sont les résines Polyesters (95% des résines thermodurcissables) avec des fibres de verre (+ de 99% des renforts utilisés).

Les **HP**, principalement utilisés dans l'aéronautique sont d'un coût élevé. Les Renforts sont plutôt des fibres longues. Le taux de renfort est supérieur à 50%, et ce sont les renforts qui influent sur le coût. Les propriétés mécaniques (résistance mécanique et rigidité) sont largement supérieures à celles des métaux, contrairement aux GD. Des méthodes de calculs de structures et **d'homogénéisations** ont été développées pour les HP.

I.1.3. Avantages des matériaux composites

- Gain de masse,
- Propriétés mécaniques élevées,
- Bonne résistance à la corrosion,
- Mise en forme de pièces complexes (principe du moulage) et réduction du nombre d'interfaces (boulonnage, rivetage et soudure sur structures métalliques).
- Grande résistance à la fatigue
- Insensibles aux produits chimiques utilisés en "mécanique " comme les graisses, huiles, liquides hydrauliques, peintures, solvants, pétrole.

I.1.4. Inconvénients des matériaux composites

- Vieillessement sous l'action de l'eau et de la température (pour l'aluminium et fibre de carbone)
- Attention aux décapants de peinture qui attaquent les résines époxydes
- Tenue à l'impact moyenne par rapport aux métalliques
- Meilleure tenue au feu que les alliages légers mais émission de fumées parfois toxiques pour certaines matrices.
- Coût parfois prohibitifs (temps et coût études et mise en œuvre), le gain en coût est surtout valable pour des grandes séries.

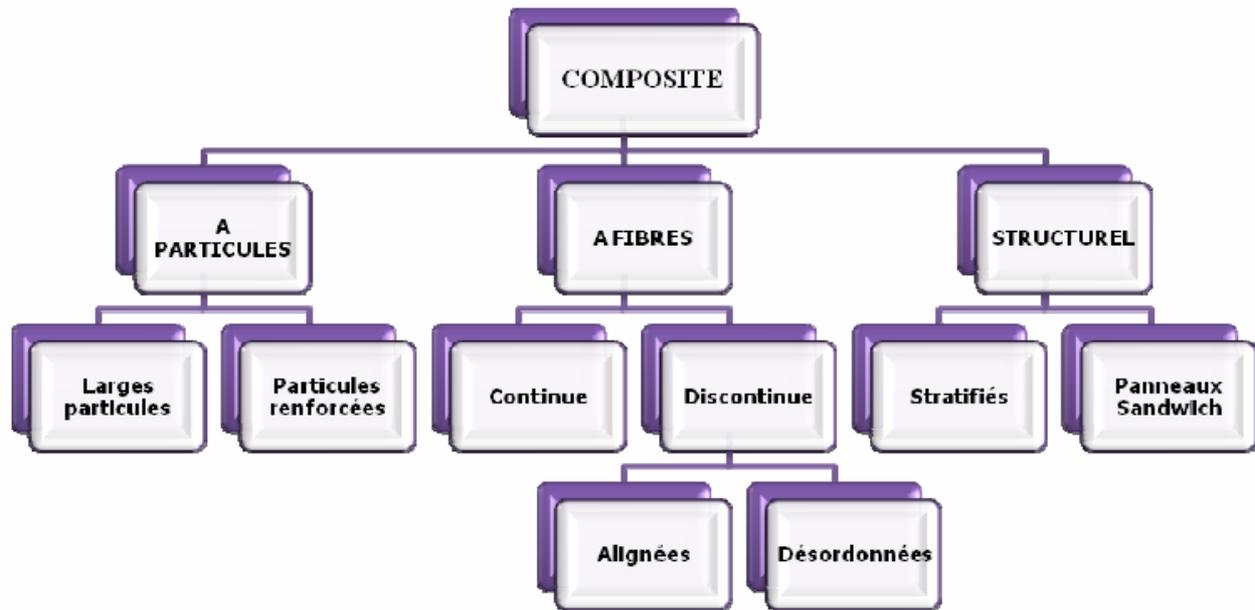


Fig. I.2 Classification des composites artificiels [1]

I.2. Renforts et tissus

I.2.1. Forme de renfort

Les renforts sont généralement composés de filament.

- Décomposés en fil de base et en mèche puis en demi-produits comme la verranne, les rovings ou stratifié (mèches de fils sans torsion, direct, assemblé, bouclé, ensimés), la silionne (fils de 102 à 408 filaments ensimés), les fils coupés (de base, textiles, texturés, coupés, broyés, de 3 à 5 mm de long, ensimés), qui sont tous des fibres de tissage. Les particules peuvent être des billes pleines ou creuses, les fibrilles, les écailles.
- Les renforts sous forme de semi-produit tel que : les mats (feutres de "silionnes " ou de fils continus coupés, 25 à 50 mm agglomérés par un liant, les feutres, les rubans les tissus à armature taffetas, sergé, satin, unidirectionnelle, bidirectionnelle ou les gaines les tresses et les préformé (roving + liant projetés et durcis par étuvage sur une forme, pour les grandes séries).

Ces renforts ont des avantages :

- Augmentent la rigidité, la dureté, la résistance à la rupture...
- Améliorent le comportement thermique, tenue au feu...
- Améliorent les propriétés électriques et la résistance à l'abrasion.
- Masse volumique faible.
- Maniabilité et bonne compatibilité avec les résines.

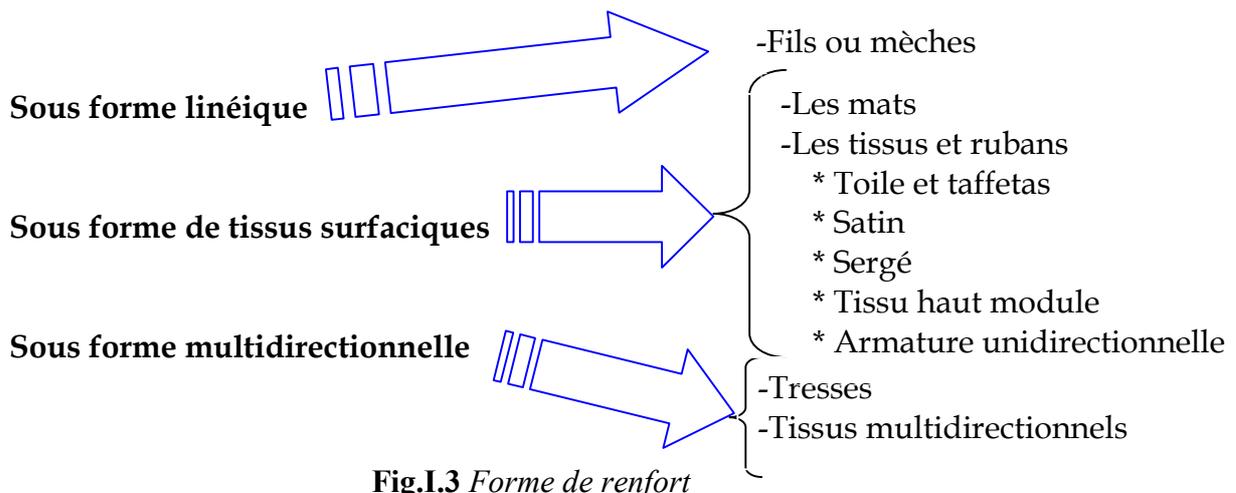


Fig.I.3 *Forme de renfort*

I.2.1.1. Formes linéiques

Les fibres sont élaborées suivant un diamètre de quelques micromètres (une dizaine), et ne peuvent par conséquent être utilisées sous forme unitaire. Pour leur utilisation pratique, ces fibres sont réunies en fils ou en mèches de différentes formes. La nomenclature générale des diverses formes linéiques est encore mal déterminée, et généralement dérivée de celle utilisée pour les fibres de verre.

I.2.1.2. Formes surfaciques

Les fils peuvent être utilisés pour réaliser des formes surfaciques de divers types : mats, tissus ou rubans, essentiellement développés dans le cas de fibres de verre.

1. Les mats

Les mats sont des nappes de fils continus ou discontinus, disposés dans un plan sans aucune orientation préférentielle. Ils sont maintenus ensemble par un liant soluble ou non dans les résines, suivant la mise en œuvre. L'absence

d'orientation préférentielle des fibres conduit à une isotropie des propriétés mécaniques du mat dans son plan.

2. Les tissus et rubans

Un tissu (ou ruban) est un ensemble surfacique de fils, de mèches, etc., réalisé sur un métier à tisser il constitué : de **chaîne + trame**.

La **chaîne**, ensemble de fils parallèle répartis dans un plan suivant la longueur du tissu.

La **trame**, ensemble de fils s'entrecroisant avec les fils de chaîne. Les tissus différent par le type de fils utilisés (fils simples, mèches, etc.), donc par la masse linéique des fils, et le mode d'entrecroisement (ou armure) des fils de chaîne et de fils de tram.

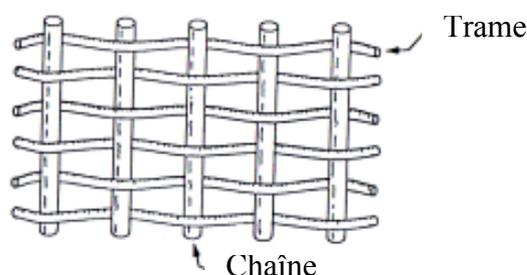


Fig. I.4 Chaîne et trame d'un tissu

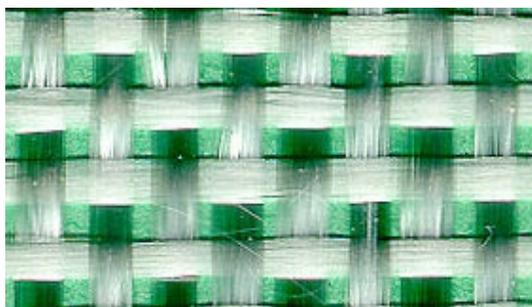


Fig. I.5 Taffetas

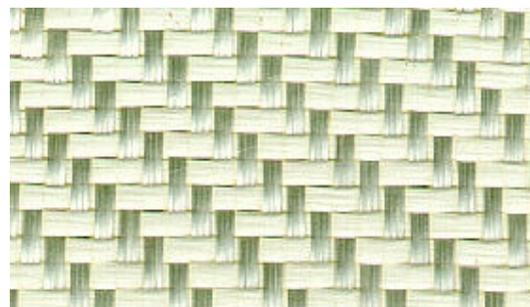


Fig. I.6 Sergé



Fig. I.7 Tresse



Fig. I.8 Satin

I.2.1.3. Structures tissées multidirectionnelles

➤ Tresses et préformes

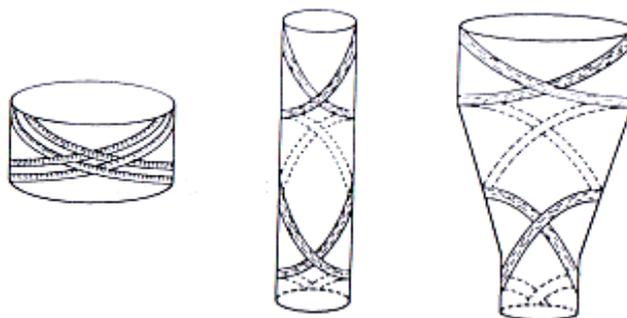


Fig. I.9 Tissages cylindrique et conique

➤ Tissus multidirectionnels

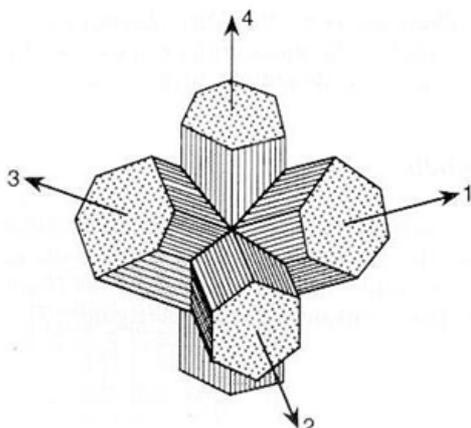


Fig. I.10 Tissage 4D

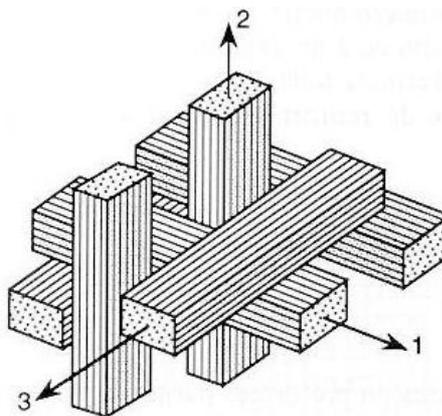


Fig. I.11 Tissage 3D orthogonal

I.2.2. Principales fibres

I.2.2.1. Fibres de verre, propriétés et élaboration

Le verre sous forme massive est caractérisé par une très grande fragilité, attribuée à une sensibilité élevée à la fissuration. Par contre, élaboré sous forme de fibres de faibles diamètres (quelques dizaines de micromètres), le verre perd ce caractère et possède alors de bonnes caractéristiques mécaniques. Les fibres de verre sont élaborées à partir d'un verre filable, appelé verre textile, composé de silice, alumine, chaux, magnésie, etc. ces produits peu coûteux, associés de procédés assez simple d'élaboration, confèrent aux fibres de verre un excellent rapport Performances/prix, qui les place de loin au premier rang des renforts

utilisés actuellement dans les matériaux composites.



Fig. I.12 Bobines de fibre de verre, roving et silionne [1]

I.2.2.2. Fibres de carbone, propriétés et élaboration

Les fibres de carbone sont élaborées à partir d'un polymère de base appelé **précurseur**, se présentant lui-même sous forme de fibres orientées et réticulées. Actuellement, les fibres utilisées sont les fibres acryliques élaborées à partir du poly acrylonitrile (PAN). Ces fibres acryliques élaborées sont connues sous divers noms commerciaux : crylor, courtelle, dralon, orlon, etc. la qualité des fibres de carbone finales dépend des qualités du précurseur.

Le principe d'élaboration est de faire subir aux fibres acryliques une décomposition thermique, sans fusion des fibres, aboutissant à une graphitisation dans laquelle on retrouve la structure initiale des fibres.

I.2.2.3. Fibres aramides à caractéristiques élevées

Les fibres aramides à caractéristiques élevées sont généralement connues sous le nom de « Kevlar », L'élaboration des fibres est effectuée par synthèse à basse température (-10°C), puis par filage en solution. Les fibres sont ensuite étirées et traitées thermiquement pour augmenter leur module d'élasticité.

Les fibres aramides sont disponibles sous forme de stratifiés, de tissus, de tresses et de rubans. L'une de leurs premières utilisations grand public a été de remplacer les armatures d'acier dans les pneumatiques, les courroies et les tuyaux. Compte tenue de leur légèreté et de leur bonne résistance au choc, à l'impact et l'abrasion, les fibres aramides sont utilisées pour la fabrication de certaines articles de sports

(skis, raquettes de tennis, etc.), et pour la fabrication de protections contre les projectiles (blindages, gilets pare-balles, casques, gants, etc.), de produits de friction et de joints, de renforcement de câbles, etc.

I.2.2.4. Fibres céramiques

Divers fibres de matériaux réfractaires ou céramiques (carbures, borures, nitrures, etc.) peuvent être élaborés par dépôt chimique en phase vapeur sur un fil support actuellement, les fibres obtenues par ce procédé, et faisant l'objet d'une production sont :

- les fibres de bore (B),
- les fibres de bore (B)- carbure de bore (B₄C),
- les fibres de carbure de silicium (SiC),
- les fibres bore- carbure de silicium, appelées Borsic,

I.2.2.5. Fibres synthétiques thermostables

Les fibres synthétiques thermostables sont des fibres organiques obtenues par synthèse, et qui conservent leurs caractéristiques mécaniques à températures élevées. Associées à des résines thermostables, elles permettent d'obtenir des matériaux dont les caractéristiques mécaniques de ces fibres sont toutefois nettement plus faibles que celles des fibres usuelles. Elles sont utilisées dans les isolants électriques et thermiques, les protections thermiques : boucliers de missiles, cônes de rentrée de véhicule spatial, etc.

I.2.2.6. Autres fibres

Il existe diverses autres fibres utilisées pour des applications particulières, ces fibres sont généralement à faibles module et contrainte à la rupture, excepté les fibres métalliques. Généralement, leur utilisation est réservée à une recherche de :

- Produits à bas prix de revient,
- Prix à haute isolation thermique,
- Produits à bonne conductibilité thermique ou électrique,
- Produits à haute absorption acoustique.

Parmi ces fibres nous avons :

a. Fibres d'origine végétale

- Le bois, utilisé sous forme de fibres orientées, feutres, papiers imprégnés, etc.
- Le sisal, le jute, le lin, de moins en moins utilisés au profit des fibres de verre.

b. Fibres d'origine minérale

- L'amiante (interdite dans certaines utilisations),
- La silice,

c. Fibres synthétiques

- Fibres polyester (tergal, dacron, térylène, etc.),
- Fibres polyamides,
- Fibres polyéthylène (spectra, dyneema),
- Fibres polypropylène.

d. Fibres métalliques

- Acier,
- Cuivre,
- Aluminium,

Ces fibres sont utilisées avec des matrices métalliques pour :

- Leurs bonnes conductibilités thermiques et électriques,
- Leurs caractéristiques thermo- mécaniques.

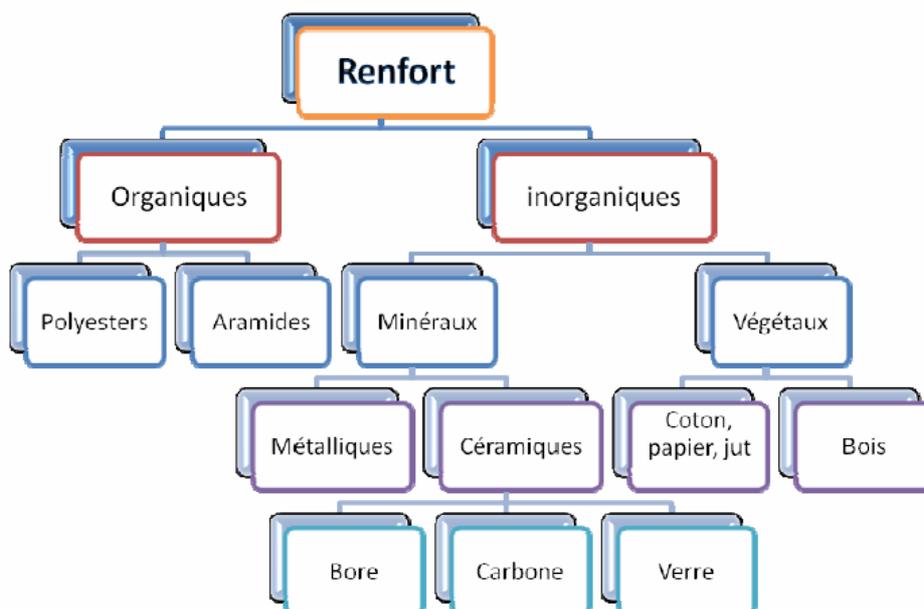


Fig. I.13 Principaux matériaux de renfort [1]

I.3. Matrices

I.3.1. Matrice organique

Elle se caractérise par deux familles de résines : thermodurcissable et thermoplastique. Les Résine thermodurcissable sont les produits les plus employés actuellement dans la mise en œuvre des matériaux composites à cause de leurs propriétés mécaniques élevées, et comme leur nom l'indique, ces produits durcissent après un cycle de chauffage, appelé, cycle de polymérisation ou cycle de réticulation.

Les matrices de ce type sont le plus souvent des résines polyesters, époxydes, phénoliques, silicones, élastomères et caoutchoucs.

I.3.2. Matrice métallique

Parmi les matériaux métalliques utilisés pour constituer la matrice des matériaux composites, l'aluminium et ses alliages, le Nickel, le titane et le Magnésium. Un avantage essentiel apporté par une matrice métallique réside dans la possibilité d'utiliser le composite à températures élevées, de plus de bonne conductibilité électrique et thermique et les bonnes caractéristiques mécaniques transverses, ce qui n'est pas le cas pour les composites à matrice organique.

I.3.3. Matrice en céramique

Les céramiques sont utilisées pour la réalisation de pièces en matériaux composites et qui doivent supporter des températures excessivement hautes. Ainsi ils sont utilisés pour la fabrication d'éléments de machines à combustions sophistiquées, des organes d'engins spatiaux très exposés aux contraintes d'origines thermiques. La matrice de ce type est très difficile puisque elle nécessite des manipulations à des températures très élevées d'où l'intervention de main d'œuvre très qualifiée.

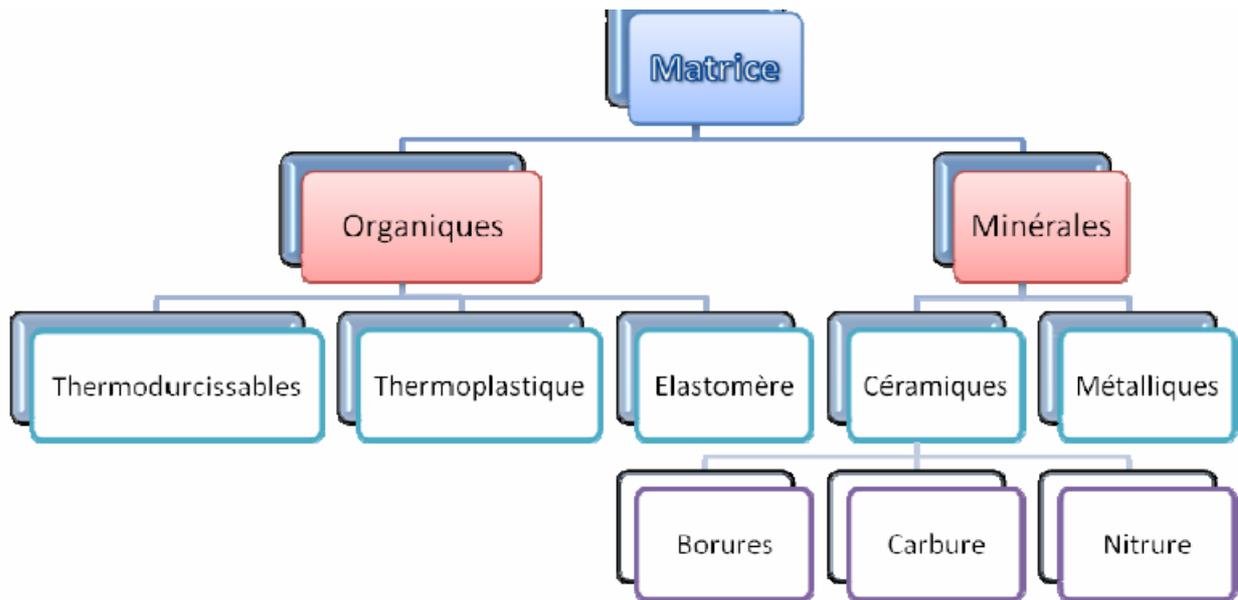


Fig. I.14 Les différentes familles de matrice [2]

I.4 Applications commerciales et industrielles des matériaux composites

- L'industrie aéronautique, aérospatiale, automobile
- La construction navale
- Les transports utilitaires
- Les industries mécaniques
- Les industries électrique et électronique
- Articles de sport

Industries diverses: ameublement, armement, médecine.

I.4.1. Transport aérien

Avions de tourisme (tout composite), Planeurs (tout composite).

Avantage :

- Gain de masse:
- économie de carburant
- accroissement de la charge utile
- Bonne tenue à la fatigue



Fig. I.15 Pièce aménagement intérieur d'avion en composite tissu de fibres de **verre** dans une résine **phénolique** [1]

-durée de vie augmentée

- Absence de corrosion

-moins d'inspection

-économie de la maintenance

I.4.2. Transport ferroviaire

Avants de motrices, voitures, wagons, portes, sièges, panneaux intérieurs. Les matériaux composites jouent un rôle très important en construction navale: vedettes rapides, bateaux de course, multicoques et transports rapides de passagers. Ils ont repoussé les limites structurelles et apporté de très fortes améliorations en termes de **robustesse, fiabilité, poids, vitesse et sécurité.**

I.4.3. Transport routier

- Caravanes
- Camion isotherme
- Arbre de transmission, Ressort de suspension
- Poutre de châssis

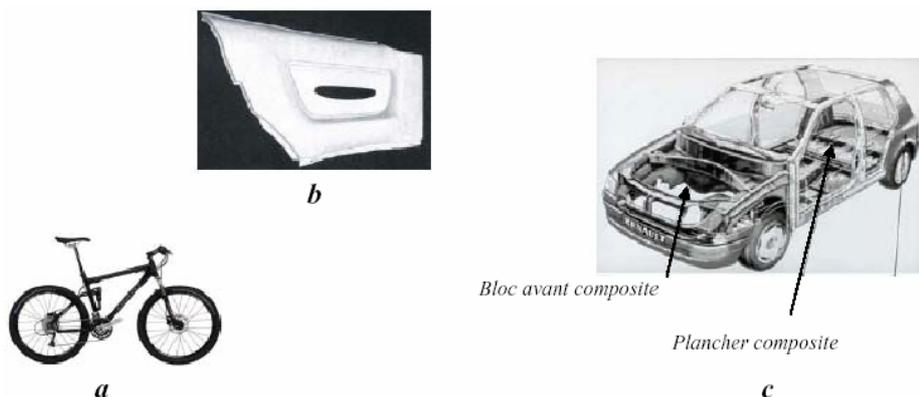


Fig. I.16 Utilisation des composites en transport routier. [1]

(a) Cadre d'un vélo en composite

(b) Habillage de portière de voiture en lin/polypropylène

(c) Bloc avant composite et plancher composite

I.5. Matériaux composites structuraux

I.5.1. Monocouches

Les monocouches représentent l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort : à fibres longues (Unidirectionnelles UD, réparties aléatoirement), à fibres tissées, à fibres courtes.

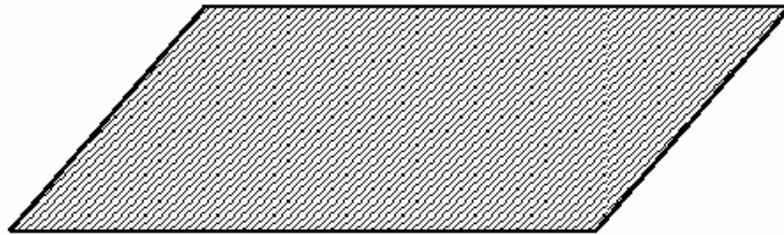
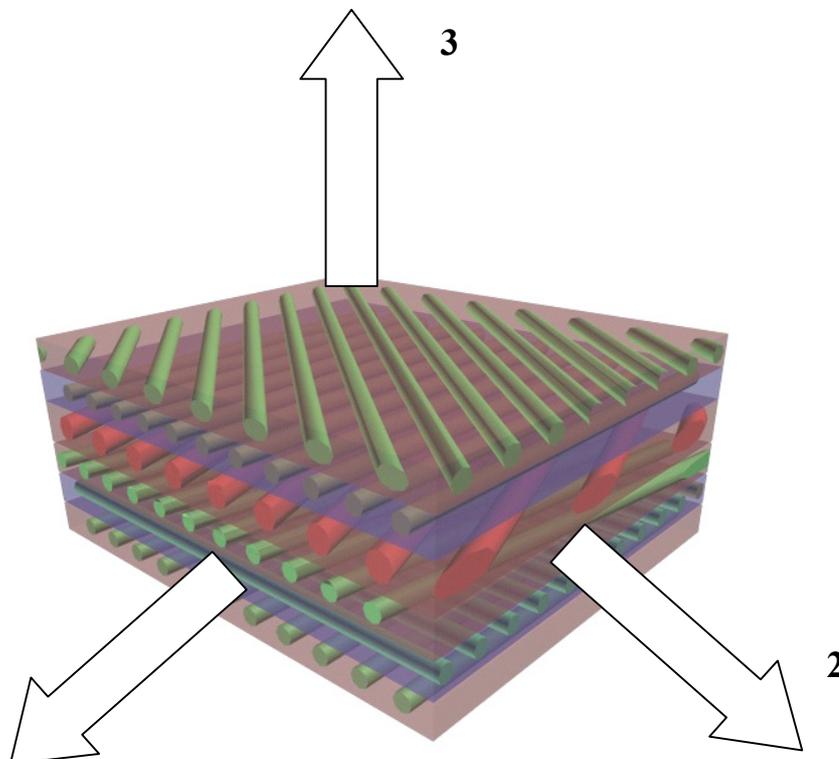


Fig. I.17 Pli unidirectionnel

I.5.2. Stratifiés

Un stratifié est constitué d'un empilement de monocouches ayant chacun une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches et désigné comme le référentiel du stratifié.



1 Fig. I.18 Nomenclature des stratifiés composites

Le choix de l'empilement et plus particulièrement des orientations permettra d'avoir des propriétés mécaniques spécifiques.

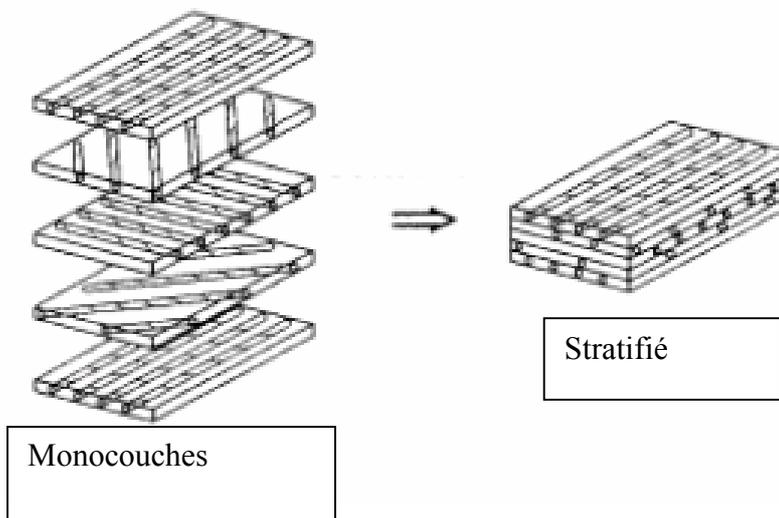


Fig.I.19 Structure d'un stratifié

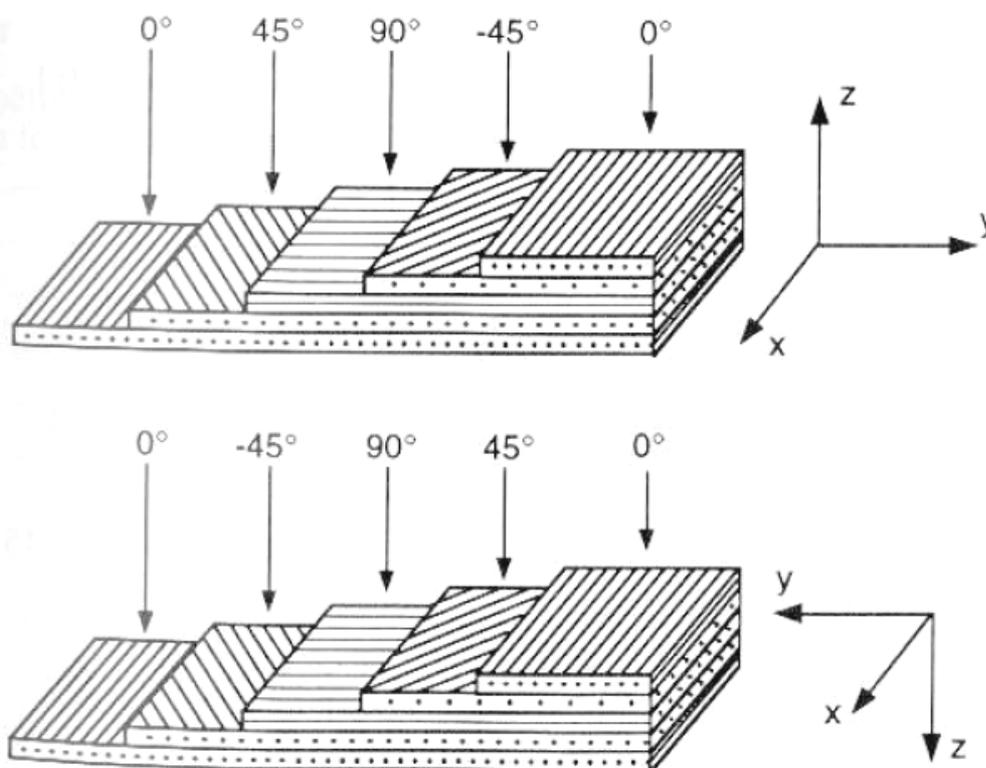


Fig.I.20 Convention de signe pour la désignation des stratifiés

Notation " composite " : Un stratifié possédant l'empilement $(0, +45, +90, -45)_2$ est un stratifié avec 4 couches dans les directions 0° , -45° , 90° et $+45^\circ$, l'orientation 0° coïncidant avec la direction 1 du repère principal du composite. Ces plans seront répartis symétriquement par rapport au plan moyen du stratifié.

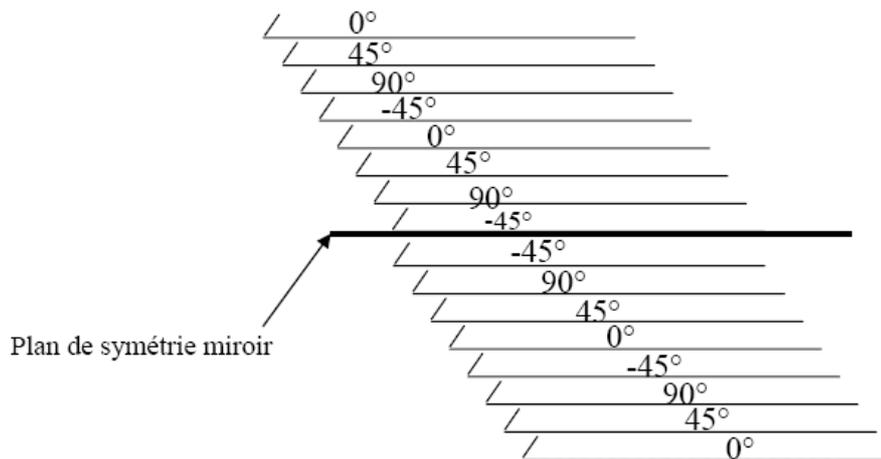


Fig. I.21. Notation d'une plaque composite

I.6. Sandwiches

I.6.1. Généralités

Une structure sandwich est obtenue à partir de deux peaux ou semelles, réalisées dans un matériau ayant de très bonnes caractéristiques mécaniques, collées sur une âme réalisée avec un matériau très léger et ayant de faibles caractéristiques mécaniques. Une telle structure présente en flexion des rapports résistance/masse et rigidité/masse très importants.

I.6.2. Avantages des Sandwiches

- Grande légèreté
- Grande rigidité flexionnelle (rapport E/ρ)
- Excellentes caractéristiques d'isolation

I.6.3. Inconvénients des Sandwiches

- mauvais amortissement et isolation acoustique (problème lié à la densité relativement basse)

- Tenue au feu moyenne pour certaines catégories d'âme
- Risques de flambement plus élevé que sur les autres structures
- Problème de décollement peaux/âme

I.6.4. Matériaux constitutifs

Peaux : métal, stratifiés, contre-plaqués, thermoplastiques, amiante / ciment

Ames : matériaux expansés, balsa, Nid d'abeilles aluminium ou carton ondulé, pontages, plaques nervurées en métal ou stratifié, etc...

Assemblage des peaux avec l'âme : collage, soudure ou en cours de polymérisation pour les sandwichs en composites dans un moule.

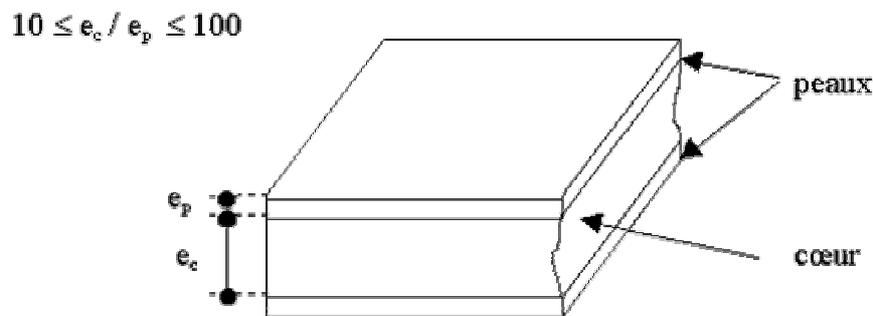


Fig. I.22 *Plaque sandwich*

I.6.5. Composites sandwichs

Les matériaux les plus utilisés sont :

-Pour les âmes pleines (**figure I.23**) :

- Le balsa ou bois cellulaire ;
- Diverses mousses cellulaires ;
- Des résines chargées de microsphères creuses de verre, appelées mousses syntactiques ;
- Etc. ;

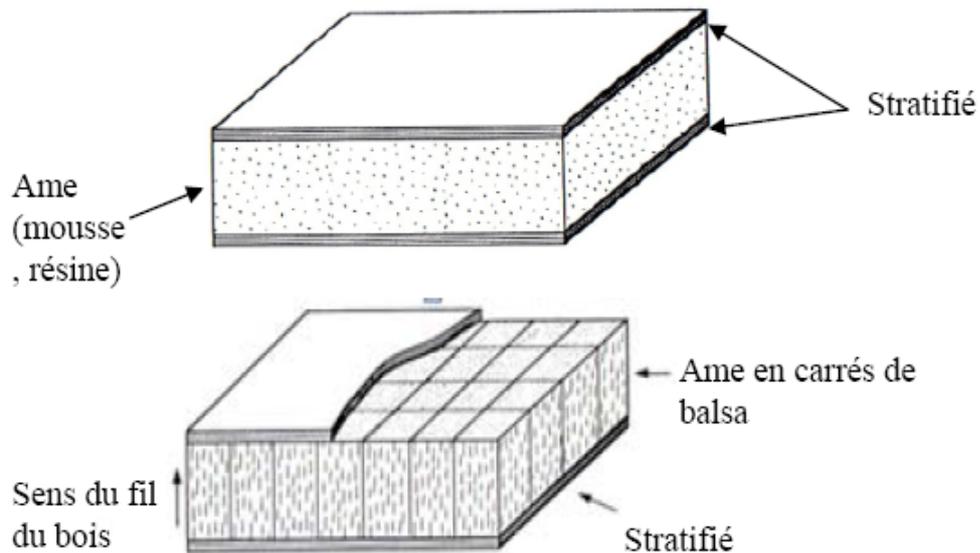


Fig. I.23 Matériaux sandwiches à âmes pleines

-Pour les âmes creuses (**figure I.24**), essentiellement nid d'abeilles et profilés :

- Des alliages métalliques légers ;
- Du papier Kraft (enduit ou non de résine) ;
- Du papier polyamide, type papier Nomex ;
- Etc.

c.



Fig. I.24 Matériaux sandwiches à âmes creuses

Les peaux sont le plus souvent des stratifiés (verre, carbone, kevlar) ou des feuilles d'alliages légers.

Pour que les structures sandwiches jouent pleinement leur rôle, il est nécessaire de veiller à voir une solidarisation parfaite de l'ensemble âme- peaux, de manière à répartir les efforts entre âme et peaux. L'assemblage est réalisé par un collage à l'aide de résines compatibles avec les matériaux en présence.

I.7. Carton ondulé

I.7.1. Historique

En 1856 deux Anglais, **Healy** et **Allen**, reçus le premier brevet sur le papier ondulé. Avec une simple machine manuelle, ils ont produit un papier ondulé qui a été employé comme doublure dans les chapeaux. L'américain **Albert Jones** a joint une feuille plate (couverture) au papier ondulé, et breveté la technique dans laquelle la chaleur a été employée pour onduler le papier en 1871. Ce produit a été utilisé pour protéger les marchandises fragiles, notamment les bouteilles. En 1874 l'Américain **Oliver** a breveté le concept de renforcer le papier ondulé en ajoutant une autre couverture. Alors que la première boîte faite en carton ondulé a été présentée en 1897. C'est le début d'utilisation principale du matériel. Depuis lors, l'amélioration des machines a permis de produire de plus haute qualité du carton ondulé, et dans les années 1920 les boîtes faites en carton ondulé mises en marche pour concurrencer celles faites en bois.

I.7.2. Généralités

« **L'emballage doit protéger ce qu'il se vend et doit vendre ce qu'il se protège** »

Cette citation récapitule les grandes fonctions de l'emballage qui sont divisées dans six principales familles : papier, plastique, verre, métal, bois et matériel composé.

Plus employée, l'emballage de carton ondulé n'arrête pas son augmentation de chaque année. La consommation mondiale de ce matériau augmente chaque année de 3 %. C'est dû à ses nombreux avantages, notamment à la protection de l'environnement (complètement recyclable et biodégradable).

Le carton ondulé, essentiellement utilisé pour l'emballage, est un matériau complexe composé de plus de deux feuilles. Les feuilles planes extérieures sont appelées couvertures ou peaux et les feuilles cannelées appelées cannelures ou âmes. Le carton ondulé est mis en œuvre sous forme de structure **sandwich** avant de réaliser le produit final (caisse d'emballage).

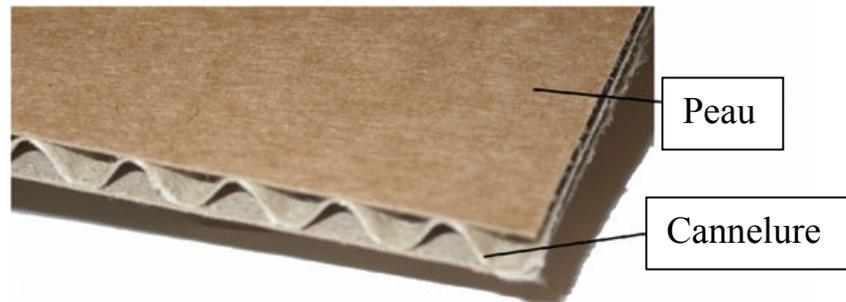


Fig.I.25 Structure carton ondulé (double face)

I.7.3. Constitution de papier- carton

Le papier- carton peut être fabriqué à partir de fibres cellulosiques végétales ou recyclées. Il est issu de la fibre de cellulose qui provient pour 85% du recyclage des emballages et pour 15% de fibres vierges.

Les faces des couvertures intérieures et extérieures du carton ondulé sont habituellement faites de fibres longues extraites du bois de conifères qui ont les propriétés de résistance désirées.

I.7.3.1. Adhésif

En général, les adhésifs pour carton ondulé se composent comme suit :

- **Eau** - comme moyen de transport et d'absorption et de contrôle de la viscosité.
- **Amidon véhiculeur** - la partie cuite qui met en suspension l'amidon brut. En conjonction avec la soude caustique, le borax et l'eau, détermine la viscosité finale de l'adhésif et fournit le degré de collage initial du papier au contact.
- **Soude caustique (NaOH)** - modifie le point de gélification, impartit le degré de collage au papier et, avec le borax, établit la rhéologie de l'adhésif.
- **Borax** - modifie la texture de l'adhésif, aide à contrôler le point de gélification, et accroît la viscosité.
- **Amidon perlé brut** - accroît la masse des matières solides et absorbe l'eau rapidement pour impartir la résistance à la ligne de collage.
- **Additifs** - requis pour accroître la vitesse de l'onduleuse et la résistance à l'eau ou à l'humidité, et pour le contrôle des bactéries, des levures et des moisissures.

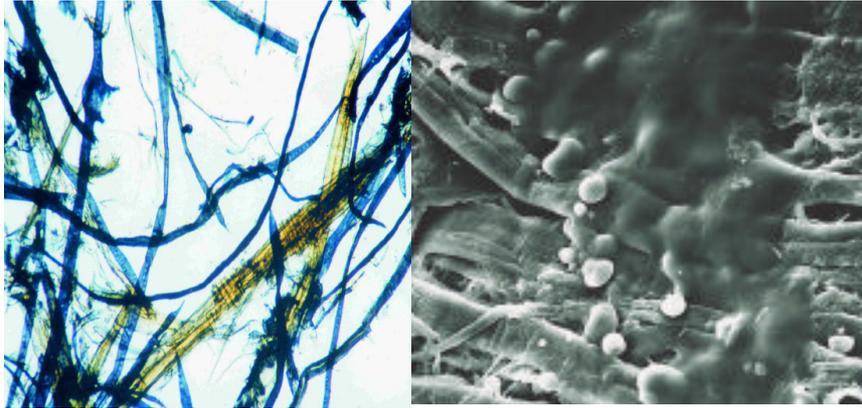


Fig.I.26 *Fibres cellulosiques dans la pâte du papier [3]*

I.7.4. Procédés de fabrication

La fabrication du carton ondulé (double face) consiste à assembler 3 papiers :

Un papier cannelure, ondulé mécaniquement, une couverture extérieure et une couverture intérieure.

L'onduleuse est la machine qui fabrique le carton ondulé en thermoformant un papier cannelure qu'elle colle dans le groupe simple face à une couverture (une feuille de papier plane). Le carton simple face ainsi obtenu collé à une couverture extérieure donne un carton double face.

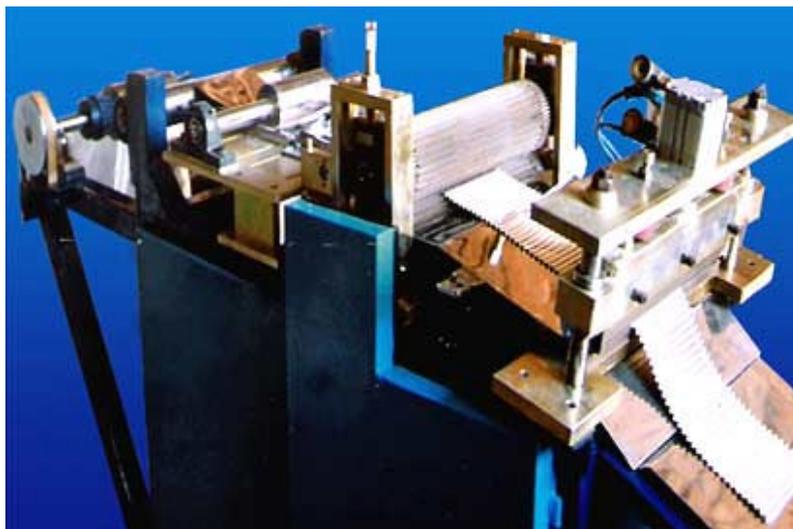


Fig.I.27 *Onduleuse [4]*

I.7.4.1. Collage

Une autre matière première très importante dans la composition du carton ondulé, est la colle adhésive qui permet de coller le papier de cannelure aux deux autres papiers de couverture.

Le silicate de sodium, utilisé comme principal liant dans l'industrie du carton ondulé, est actuellement presque complètement remplacé par plusieurs types d'amidon, particulièrement par l'amidon du maïs. Certains produits chimiques sont ajoutés à la colle pour augmenter sa résistance à l'humidité.

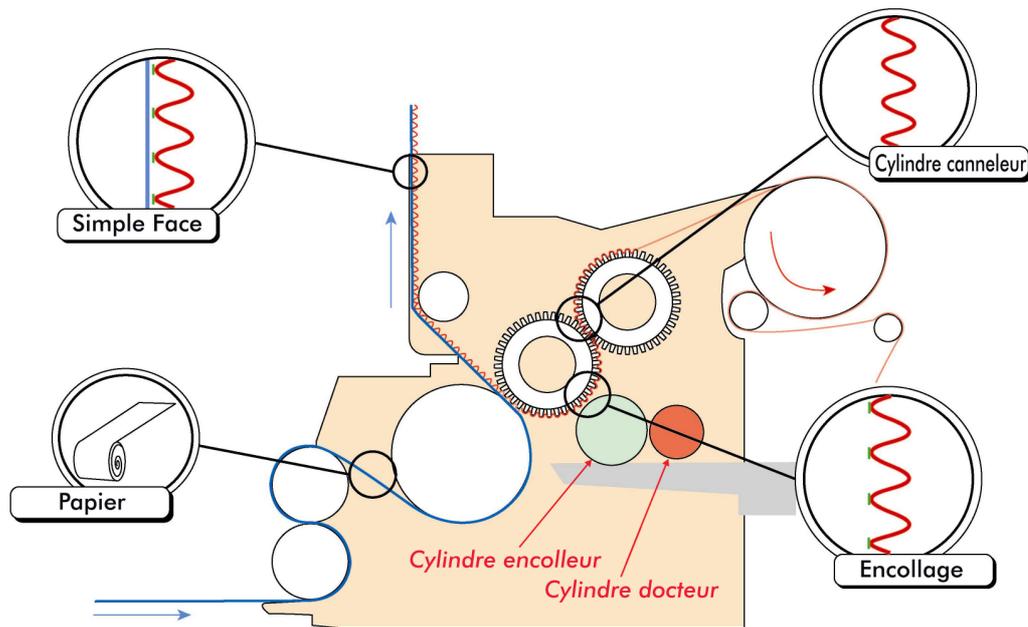


Fig.I.28 Collage du carton simple face [5]

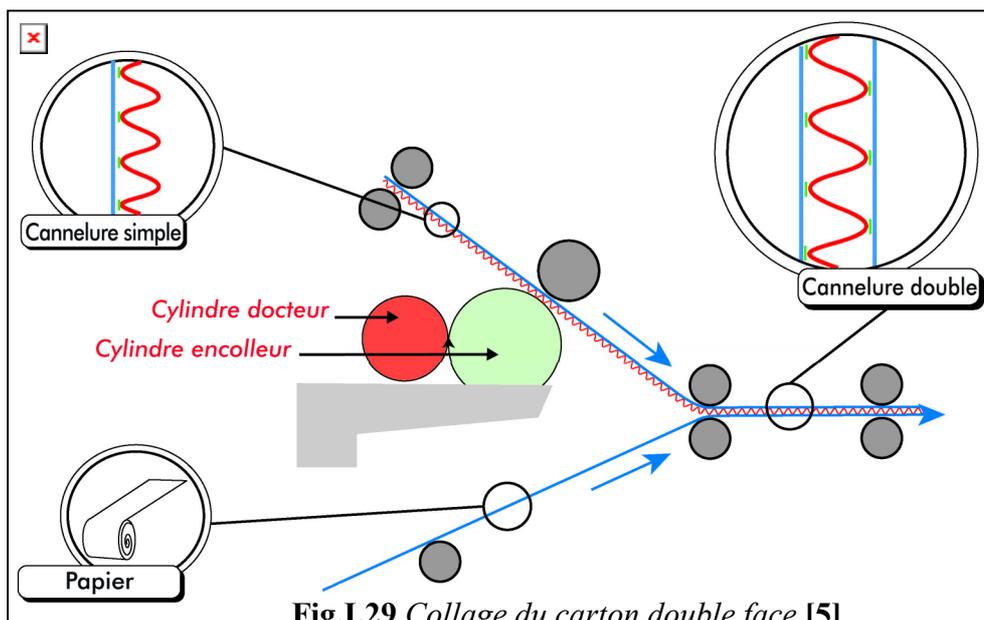


Fig I.29 Collage du carton double face [5]

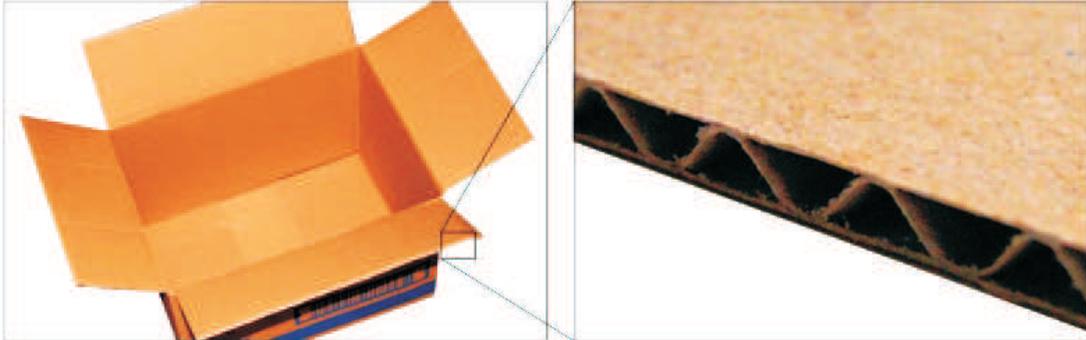


Fig.I.30 Produit final du carton double face [6]

I.7.5. Types de carton ondulé

Pour offrir le maximum d'utilisations, le carton ondulé se décline sous de nombreuses formes dont les principales sont :

- Simple face ou **SF** : une couverture unique avec une cannelure solidarisée par un joint de colle.
- Double face ou **DF** : une seconde couverture s'ajoute au SF.
- Double cannelure ou **DD** : un second module SF s'ajoute au DF.
- Triple cannelure ou **TC** : 3 SF s'associent à une couverture.



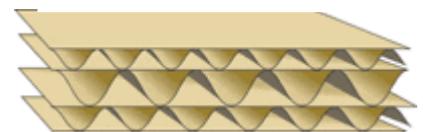
Simple face (**SF**)



Double face (**DF**)



Double cannelure (**DD**)



Triple cannelure (**TC**)

Fig.I.31 Formes du carton ondulé

I.7.6. Caractéristiques géométriques

La technologie de fabrication permet d'onduler le papier cannelure selon des profils pseudo-sinusoïdaux de cinq grands types.

Symboles	Types de cannelures	Épaisseur du carton ondulé
A	Très grande cannelure Grande cannelure	Supérieur à 6 mm De l'ordre de 5 mm
C	Moyenne cannelure	De l'ordre de 4 mm
B	Petite cannelure	De l'ordre de 3 mm
E	Micro cannelure	Moins de 2 mm
G, F, N	Mini-micro cannelure	1 mm et moins

Tableau. I.1. Types des cannelures et épaisseur du carton ondulé [7]

Alors que le carton ondulé est un assemblage léger fait de papier, de colle et d'air, comment est-il possible que les emballages réalisés dans cette matière puissent transporter des tonnes de marchandises en les préservant de tout dommage? Le secret réside dans sa forme ondulée qui lui confère à la fois une forte résistance et un rembourrage efficace.

Les couvertures participent à la résistance mécanique et climatique de l'emballage et servent de support de communication et /ou d'information. Les cannelures assurent la rigidité de l'emballage mais aussi une élasticité maximale puisqu'elles servent d'amortisseurs en cas de chocs.

I.7.6.1. Importance de l'épaisseur du carton ondulé

- ✓ L'épaisseur du carton ondulé est un facteur important de la résistance à la compression des emballages et de la protection aux chocs.
- ✓ Le maintien des performances de l'emballage est mieux assuré par la conservation de l'épaisseur au cours de sa fabrication et de son utilisation.
- ✓ L'aptitude des emballages en carton ondulé au passage sur machines de mécanisation dépend de la régularité de l'épaisseur de carton ondulé.

I.7.6.2. Mesure de l'épaisseur

- ✓ Elle est mesurée selon la norme internationale ISO 3034 « Carton ondulé - détermination de l'épaisseur » identique à la norme française NF 03 030.

- ✓ La détermination de l'épaisseur du carton ondulé dépend étroitement de la pression de mesure.

Note : Pour un type de cannelure donné, l'épaisseur du carton ondulé peut légèrement varier d'une onduleuse à une autre. De plus, l'usure des cylindres entraîne une diminution progressive de l'épaisseur du carton ondulé.

I.7.7.Essais du carton ondulé

Les tests couramment effectués sur le carton ondulé sont :

I.7.7.1.Résistance à l'éclatement

Ce test mesure la résistance du carton ondulé contre lequel est appliquée une membrane sous pression jusqu'à l'éclatement de l'échantillon (formation d'un trou). Le résultat est enregistré par kp/cm^2 . Une grande résistance à l'éclatement est exigée pour les produits qui génèrent des forces internes agissant de l'intérieur vers l'extérieur, tels les pois secs, les boules plastiques, les boîtes métalliques, les clous, en somme tous les petits objets pouvant se déplacer à l'intérieur de l'emballage et provoquer une concentration de pression sur une petite surface du carton.

Normes de test: ISO 2758 / 2759 - SCAN P25/P24 TAPPI T403 / T807 / 810 - ATPPC D19P/D8 - BS 3137 - DIN 53141 AP / AS 1301,403 - ASTM D477. [8]



Fig.I.32 Eclatomètre [8]

I.7.7.2. Résistance à la perforation

Ce test permet de mesurer la résistance à la perforation par l'intermédiaire d'une tête métallique appropriée accrochée à un pendule. L'énergie nécessaire pour passer complètement la tête de perforation au travers de l'échantillon est mesurée en kp/cm comme unités de résistance à la perforation. Ceci vise la solidité et la rigidité du carton et sa résistance aux chocs mécaniques extérieurs.

Normes de test : ISO 3036 - SCAN P23 - DIN 53142 - TAPPI T-803 - ASTM D781 - FEFCO 5 - UNE 57076. [8]



Fig.I.33 Perforametre [8]

I.7.7.3. Compression à plat

Ce test permet de déterminer de la résistance à la compression du papier (couverture et cannelure) et cartons ondulés selon les normes:

ISO 7263 -13805 - 3035 - 13192 TAPPI T808 - T809 - T811 - T818 - T821 - T 822 - T823 - T824 - T 825 - T839 IN 23035 NF FEFCO No. 6 to 8 DIN AND 1 - SCAN. [8]



Fig.I.34 Compressomètre [8]

I.7.7.4. Choc par chute par basculement

La présente Norme européenne prescrit des méthodes d'essai de choc par chute par basculement sur des emballages d'expédition ou des charges unitaires complets et pleins. Un tel essai peut être effectué comme essai simple dans le but d'examiner les effets d'un choc par basculement, ou il peut faire partie d'une série d'essais destinés à mesurer la résistance d'un emballage ou d'une charge unitaire dans un système de distribution qui comprend un risque de choc par basculement.

I.7.8. Avantages du carton ondulé

Ils sont de nombreux ordres car, le carton n'est pas la matière la plus couramment utilisée sans raison.

Premier argument en faveur du carton : **son prix**, Sa fabrication est économique, surtout si on le compare à d'autres supports (bois, métal, plastique, etc.) tout en permettant une durabilité et une robustesse importante.

- relativement économique à fabriquer et offrant une très large gamme en propriétés mécaniques et en qualité d'aspect quelles que soient ses dimensions.
- léger et facile à travailler par découpage, pliage.
- facile à imprimer.
- supportant différents types d'assemblage (agrafage, collage, pattes).
- facile et peu encombrant à stocker à plat.
- assez facile à réparer.
- recyclable et biodégradable

I.7.8.1. Recyclage

Le **recyclage** est un procédé qui consiste à réutiliser partiellement ou totalement les matériaux qui composent un produit en fin de vie, pour fabriquer de nouveaux produits. Dans ce processus, les déchets industriels ou ménagers deviennent des matières premières.

La fibre cellulosique est incontestablement le matériau le plus et le plus pratiquement recyclé en vue de reconstituer une matière première de réemploi. Elle est recyclable à 100%.

Le taux d'utilisation des fibres recyclées dans la production de papier pour carton ondulé est un des plus élevés au monde (89 %).

D'origine naturelle, le carton ondulé est issu de la fibre de cellulose qui provient pour 85% du recyclage des emballages et pour 15% de fibres vierges.

Les cartons fabriqués à partir de matériaux recyclés contiennent toujours une certaine proportion de fibres neuves pour maintenir de bonnes caractéristiques.

I.7.8.2. Biodégradabilité

Les qualités environnementales de l'emballage en carton ondulé sont déjà inscrites dans la nature même de sa matière première naturelle et renouvelable.

La fibre cellulosique est reconnue incontestablement comme biodégradable dans un cycle de courte durée. Cette biodégradabilité est naturelle, ne laissant aucun résidu ni émanation polluants.

Les emballages en carton ondulé sont plus fonctionnels et économiques que les emballages repris en plastique. Une étude scientifique a prouvé que le carton ondulé présente aussi des avantages sur le plan environnemental.

I.7.9. Inconvénients du carton ondulé

- ne peut s'adapter à toutes les formes.
- non traité, il craint **l'humidité** et **le feu** aussi bien lors du stockage que de l'utilisation.

Bien que la caisse en carton ondulé soit largement utilisée comme emballage de transport pour tous les types de produits, elle présente un inconvénient bien déterminé, sa sensibilité à l'humidité de l'air (Humidité Relative: **HR**).

I.7.9.1. Humidité

Le carton ondulé est exposé à deux formes d'humidité :

- La mouille
- L'humidité vapeur

I.7.9.1.1. Mouille

Elle peut avoir un caractère accidentel (exemple : condensation consécutive à des chocs thermiques) ou être fonction de la nature du contenu (produits conditionnés à chaud ou produits réfrigérés, par exemple.)

La mouille a une incidence sur :

- la structure fibreuse des zones exposées : (déformation, poinçonnement, déchirement, perforation...)
- la tenue du joint de colle (couverture - cannelure)
- la variation exceptionnelle de la rigidité de l'emballage.

I.7.9.1.2. Humidité vapeur

L'emballage est exposé en permanence à une humidité ambiante moyenne de l'ordre de 75% HR et parfois à celle que génèrent naturellement certains produits tels que des fruits, des légumes, des fromages.

L'humidité a une incidence sur :

- la rigidité de l'emballage.
- la tenue du joint de colle couverture - cannelure et en particulier la résistance à la compression.
- la tenue des bandes adhésives.
- l'activation, dans certains cas, des phénomènes de corrosion des contenus.
- la modification des propriétés originelles des contenus.
- la valeur de la tare de l'emballage.

I.7.10. Utilisation

Les domaines d'utilisation du carton ondulé sont quasiment illimités.

- Emballage 100% pratique, il intervient dans tous les secteurs pour envelopper et supporter tous les types de produits solides, périssables, pulvérulents et

même agressifs, comme certains produits chimiques. Les papiers et cartons demeurent les premiers matériaux d'emballage dans le monde [10] :

- Papiers et cartons : 38%
 - Plastiques : 25%
 - Bois : 11%
 - Métal : 10%
 - Verre : 9%
 - Emballage souple : 7%
- Production du sucre et de glucose (hemicellulosique) à partir du carton ondulé recyclé [9].

I.7.11.Statistiques

La consommation de papiers et cartons est étroitement liée au niveau de vie d'un pays.

Quelques exemples de consommation de papiers et cartons dans le monde : [10]

- ✓ **USA** : 324 kg/an/ha
- ✓ **Belgique** : 295 kg/an/ha
- ✓ **Japon** : 242 kg/an/ha
- ✓ **France** : 180 kg/an/ha
- ✓ **Chine** : 30 kg/an/ha
- ✓ **Maroc** : 11 kg/an/ha
- ✓ **Moyenne européenne** : 180 kg/an/ha
- ✓ **Moyenne mondiale** : 50 kg/an/ha

La demande mondiale de papier et de carton augmentera en moyenne de 2,2 % jusqu'en 2015. Les économistes prévoient un accroissement régulier de la consommation mondiale de papiers conduisant à l'horizon 2020 à une consommation de 480 Millions de tonnes contre 338 en 2006, soit une consommation par habitant en 2020 de 63 kg/an/ha. [10]

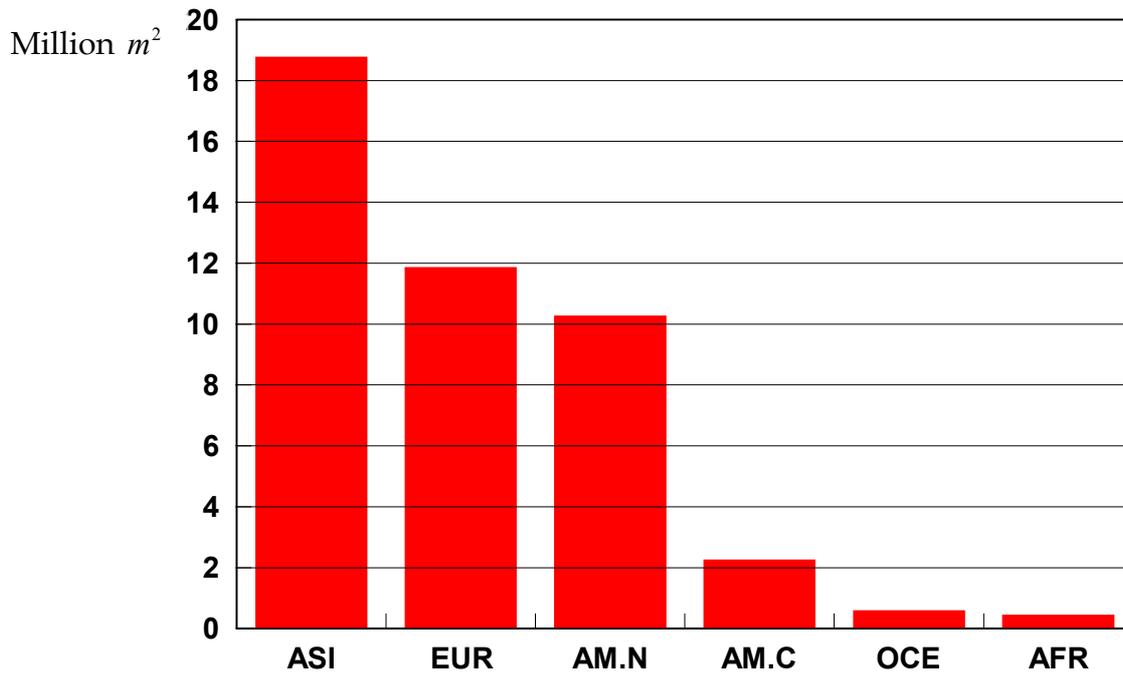


Fig.I.35 Production des groupes de pays (premier trimestre 2008) [11]

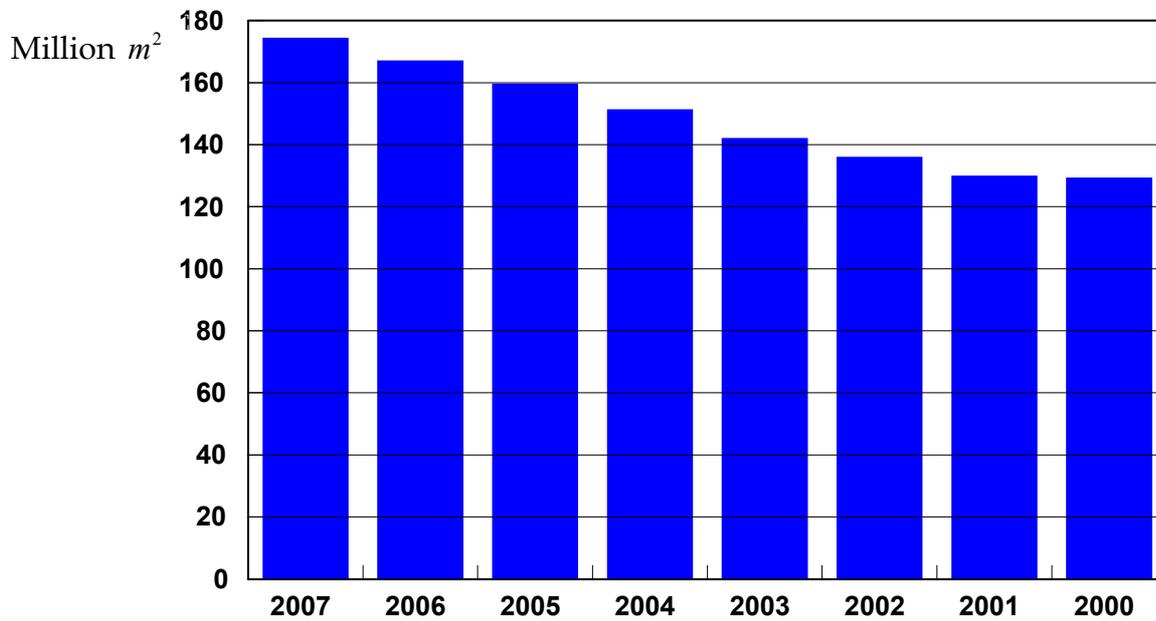


Fig.I.36 Evolutions de la production mondiale du carton ondulé (2000-2007) [11]

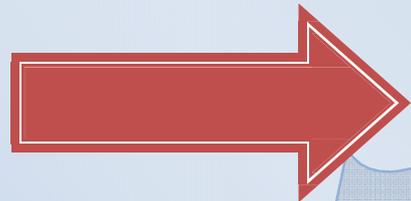
I.7.12.Conclusion

Premier matériau (avec 31%) dans le premier segment de marché des emballages en fibres cellulosiques (estimé à 41%), premier matériau recyclé (à 80%, mais recyclable à 100%), fournissant de la matière première de réemploi et matière première renouvelable et inépuisable, s'accommodant des sous produits des autres industries utilisatrices des bois.

« Le Carton Ondulé vieux matériau, reste le matériau du futur »

Chapitre II

Etude bibliographique



En 1992 S. Luo et J. C. Suhling [1] Dans ce travail, une étude analytique sur les rigidités à la flexion du carton ondulé a été réalisée. Des formulations pour calculer les rigidités à la flexion D_{11} , D_{22} , D_{12} , et D_{66} de la plaque équivalente du carton ondulé ont été établies, et puis comparées aux expressions proposées par d'autres investigateurs. Plusieurs méthodes pour modéliser la forme de la cannelure du matériel orthotrope ont été considérées, comprenant les formes sinusoïdales, et les représentations elliptiques.

Une prolongation de la méthode d'analogie de membrane a été utilisée pour calculer la rigidité de torsion D_{66} du carton ondulé en plus de la forme de la cannelure du matériel, les formulations développées de rigidité exigent les épaisseurs et les propriétés mécaniques des composants du carton comme donnés.

Poorvi Patel et al. en 1997 [2] ont contribué à un mécanisme d'effondrement des cylindres en carton ondulé biaxialement chargés avec les plissements parallèles à l'axe de cylindre qui a été expérimentalement examiné. La compression axiale, le couple, la pression externe et les combinaisons ont été examinées. Les dimensions de cylindre ont été classées pour éviter la boucle globale avant l'échec du matériel en utilisant l'analyse par éléments finis. L'analyse d'échec du carton a été basée sur l'état d'effort dans les peaux avec la conjonction d'un critère d'échec d'effort combiné (critère quadratique de Tsai-Wu). Pour des cylindres sous la compression parallèle aux plissements, la boucle locale a été observée mais elle n'a pas influencé la charge d'effondrement. Pour la charge biaxiale en forme implique le cisaillement substantiel et la compression perpendiculaire aux plissements, les efforts expérimentaux d'effondrement étaient sensiblement au-dessous des prévisions basées sur des efforts dans les peaux en même temps que le critère d'échec. Une telle anomalie est expliquée par la tendance des peaux avant échec du matériel. En conséquence, la boucle locale semble qu'elle régie l'échec du carton ondulé quand il y a grande action transversale d'efforts normale et de cisaillement.

En 1999 **A.C. Gilchrist et J. C. Suhling [3]** une recherche sur le comportement mécanique du carton ondulé a été effectuée en utilisant l'analyse par éléments finis. Des modèles d'éléments finis numériques pour les géométries du carton ondulé ont été créés et des non-linéarités matérielles ont été incluses dans les modèles. Les analyses ont été exécutées par le code d'éléments finis commercial non linéaire ABAQUS, exécuté en **Sun Sparc Stations** par un ordinateur géant d'Alabama **Cray C90**. Les chargements transversaux des configurations en carton ondulé ont été examinés. Les modèles ont considéré la nature composée de la structure combinée du carton ondulé en détail à travers l'utilisation des mailles tridimensionnelles (éléments coques) où chaque peau et la cannelure ont été discrétisés.

Les propriétés mécaniques des peaux et de la cannelure ont été obtenues à partir des essais uniaxiaux, biaxiaux, et de cisaillement réalisés comme partie de cette étude. Les configurations particulières analysées incluent l'essai de flexion à quatre points, l'essai d'écrasement (ECT), et l'essai de pliage qui sont employées pour évaluer les rigidités du carton ondulé. Pour l'évaluation, des résultats des simulations par éléments finis ont été comparés avec les mesures expérimentales effectuées, utilisant des spécimens en carton ondulé réels. Le travail courant souligne la prévision de la chaîne humidité-induite, boucle, et comportement de fluage des panneaux ondulés.

En 2003 et dans les travaux de **M. E. Biancolini et C. Brutti [4]**, Le comportement de boucle des paquets de carton ondulé a été étudié au moyen d'une analyse expérimentale et théorique. Le comportement mécanique du papier cartonné a été la première fois évalué expérimentalement, puis un modèle géométrique locale **FME**, capable de se reproduire avec les charges de boucle d'une très bonne exactitude obtenues expérimentalement en essai de compression, a été développé. Afin d'étudier la boucle d'un paquet complet, un élément fini de carton ondulé a été présenté au moyen d'un procédé consacré d'homogénéisation. Le modèle **FME** du paquet, assemblé avec ce nouvel élément, peut exactement prévoir les données

expérimentales de la boucle naissante observées pendant l'essai de compression, en dépit des quelques degrés de liberté et de l'effort minimal.

En 2003 **Rezak Ayad [5]** a présenté la formulation et l'évaluation à travers un test de vibration d'une structure en carton ondulé d'un nouvel élément fini de type coque plat (triangle à 3 noeuds et 6 ddls par noeud). Celui-ci est basé sur le modèle variationnel en déplacement DDM (Displacement Discrete Mindlin) (Ayad 2002). La partie membrane est représentée par l'élément classique CST. L'élément plaque DDMT est riche en flexion grâce à une approximation quadratique des rotations. Il est obtenu en introduisant une hypothèse discrète modifiée de Mindlin, permettant l'élimination locale des rotations de bord. Il prend en compte les effets du cisaillement transversal (CT). Sa combinaison avec l'élément CST permet d'obtenir le nouvel élément coque multicouche DMTS (Discrete Mindlin Triangle for Shells) comparable au niveau performance à l'élément (sans CT) de coque mince DKT. Une application au calcul des fréquences propres de vibration d'une coque orthotrope en forme de structure en carton ondulé est faite. Des résultats très encourageants ont été obtenus, montrant la bonne performance du modèle DDM.

M.E. Biancolini en 2004 [6] a développé une approche numérique pour évaluer les paramètres de rigidité du carton ondulé. La méthode est basée sur une représentation micromécanique détaillée d'une région de ce carton ondulé modélé par la méthode des éléments finis.

Afin de définir les propriétés de rigidité, l'équivalence d'énergie est imposée entre le modèle discret et la plaque équivalente. Il est possible d'exprimer les matrices équivalente A,B,C en fonction de la matrice de rigidité condensée par frontière du modèle FEM.

Des exemples pratiques traitant le calcul des propriétés de rigidité de papier cartonné sont présentés.

En 2004 **Tomas Nordstrand** [7] Le carton ondulé expose habituellement un bas rigidité de cisaillement transversal, particulièrement à travers les plissements. Dans cette étude le cisaillement transversal est inclus dans une analyse pour prévoir la charge de boucle critique d'une plaque de sandwich élastique linéaire orthotrope linéairement chargé avec tous les bords simplement soutenus. Dans l'analyse, des propriétés (homogénéisées) de rigidité de la cannelure sont employées. La théorie de boucle élastique classique des plaques sandwich orthotropes prévoit que de tels plaques ont un coefficient de boucle fini quand à l'allongement, c.-à-d. le rapport à la taille de la largeur du plaque, devient petit. Cependant, l'inclusion dans les équations d'équilibre qui gouvernent des moments additionnels produit par les efforts de membrane dans les plaques de grandes déformations de cisaillement transversales, donne un coefficient de boucle qui approche à l'infini quand l'allongement tend vers zéro. Cette amélioration a été incluse la première fois dans la théorie de boucle de ressorts hélicoïdaux par **Harinx**, et plus tard appliqué aux plaques orthotropes par **Bert** et **Chang**. Quelques contradictions dans la dernière analyse ont été considérées. La charge de boucle critique calculée avec l'analyse corrigée est comparée à une charge prévue obtenue en utilisant l'analyse par éléments finis d'un panneau en carton ondulé, et également à la charge de boucle critique obtenue à partir des essais de compression de panneau du carton.

En 2004 **Tomas Nordstrand** [8] a montré que l'essai de la capacité de boîtes en carton ondulé est souvent associé aux incertitudes, par exemple les plis le long des bords des panneaux latéraux présentent des excentricités. Une alternative à l'essai des boîtes est donc attrayante. Cependant, les panneaux sont sensibles aux conditions limites. Un essai de compression de panneau (PCT) semblable à une armature d'essai pour des plaques en métal conçu par **A.C. Walker**, a été donc construit pour réaliser des états exactement définis de charge et de frontière. La (PCT) fournit des états de frontière simplement appuyés, c.-à-d. les bords du panneau sont empêchés du mouvement sans n'importe quelle contrainte de rotation. Les bords sont également libres pour se déplacer. Afin de décrire le comportement de

boucle, une analyse de boucle non linéaire des plaques orthotropes, dérivées par **Rhodes** et **Harvey**, ont été modifiées pour inclure des imperfections initiales. La charge de boucle critique des panneaux a été évaluée en adaptant l'expression analytique par régression non linéaire aux courbes expérimentalement mesurées de déplacement de charge. Les résultats montrent une différence dans l'ordre de 15-20% entre la charge de boucle critique expérimentalement obtenues et la charge de boucle critique analytiquement calculées pour les plaques orthotropes. Ceci est principalement attribué aux déformations transversales de cisaillement. On a observé une différence correspondante entre les courbes analytiquement prévues et expérimentalement mesurées de charge-déplacement à la grande déformation, c.-à-d. deux fois ou à trois fois l'épaisseur de panneau du carton. Ceci est probablement provoqué par la réponse non linéaire du papier aux efforts élevés et la boucle locale des peaux de panneau du carton. Une charge prévue d'échec du panneau en carton ondulé était déterminée quand les efforts dans les peaux ont atteint le critère d'échec de Tsai-Wu. La charge prévue d'échec et la charge expérimentale moyenne mesurée d'échec étaient fin, indiquant que l'effondrement du panneau est déclenché par échec matériel d'un des peaux.

Z.Aboura et al. en 2006 [9] ont présenté dans un congrès européen deux homogénéisations analytiques de papier du carton ondulé et des sandwichs piqués basées sur des procédures expérimentales et la modélisation numérique. L'intérêt de l'utilisation des structures de sandwich n'est pas plus à montrer. . Leurs exécutions vont des paires avec leurs complexités. Comme exemple : la nouvelle génération des structures piquées de sandwich. L'analyse structurale utilisée ce type de matériaux devient très rapidement chère dans la limite de la durée de calcul de maillage et, tenant compte de la complexité des composants. L'idée utilisée par cette étude consiste, en la première étape, en établissant un procédé d'homogénéisation afin d'obtenir un matériel homogène équivalent. Alors des éléments puissants sont développés pour reproduire les comportements mécaniques de ces structures. Deux types de structures de sandwich étaient les sujets de cette étude. Le premier est un

carton ondulé considéré en tant que mince (4 millimètres d'épaisseur) et la seconde est un sandwich piqué avec une âme (PU) et dont les peaux sont réalisées de verre tissé. L'épaisseur total est de 22 millimètres. Les résultats des deux méthodes analytiques sont comparés aux résultats expérimentaux et aux éléments finis. Ils sont prometteurs et montrent une corrélation plutôt bonne.

P. Isaksson et al. en 2007 [10] dans un article intitulé " Shear correction factors for corrugated core structures". Ils ont montrés qu'en raison du coût informatique élevé entraîné lors de la modélisation d'un panneau ondulé (dent par exemple, des analyses par éléments finis) dans cette recherche l'âme ondulé de sandwich est homogénéisée et le panneau est transformé à une couche (plaque) homogène équivalente avec les propriétés égales. Mathématiquement, le panneau en carton ondulé est divisé en nombre arbitraire de couches virtuelles minces. Pour chaque couche virtuelle un seul module élastique est calculé. Puis, les propriétés élastiques dans toutes les couches sont assemblées ensemble afin de pouvoir analyser un carton ondulé comme structure continue ayant les propriétés mécaniques équivalentes au réelle structure. Ils ont montré qu'en employant des facteurs de correction de cisaillement dérivés d'un champ de contrainte d'équilibre, des améliorations dans la rigidité calculée et les débattements peuvent être réalisés dans les circonstances quand un panneau en carton ondulé est soumis au recourbement. Après l'algorithme décrit, les facteurs de correction de cisaillement sont faciles à calculer et devenir un outil valable en exécutant des analyses mécaniques des cartons ondulés. Les possibilités du modèle pour capturer et simuler le comportement mécanique des cartons ondulés soumis au flexion a trois points ont été démontrées au moyen de plusieurs exemples numériques, qui sont comparés aux expériences sur les panneaux en carton ondulé et avec des géométries variables.

En 2007 **Anis Batti et al.** [11] dans un congré à Grenoble (18ème Congrès Français de Mécanique) ont exposé un article intitulé "Calcul d'une structure de type carton ondulé à l'aide d'une approche 3D coque homogénéisée". Un modèle

d'homogénéisation du carton ondulé et un élément fini de coque sont développés pour modéliser le comportement mécanique de structures en carton ondulé. Le modèle d'homogénéisation analytique proposé permet une modélisation d'une structure 3D de carton par une plaque homogénéisée 2D. Il est basé principalement sur la théorie de stratification avec prise en compte du cisaillement transversal. Il est ensuite amélioré avec l'apport de plusieurs théories. Ce modèle d'homogénéisation amélioré est implémenté dans un élément fini de coque triangulaire avec cisaillement transversal. Le présent modèle a été validé par comparaison avec une simulation 3D sur Abaqus et avec d'autres résultats numériques et expérimentaux. Un problème de flambement d'une plaque en carton ondulé est traité et présenté dans cet article.

Nadir Ayrilmis en 2008 [12] a évalué dans une étude certaines des propriétés importantes des panneaux de substrat de carton recouverts avec le placage de hêtre. Les cartons expérimentaux des récipients réutilisés de carton de nourriture et de boisson ayant le papier cartonné approximativement de 75%, le polyéthylène de faible densité de 20% (LDPE), et le papier d'aluminium de 5% ont été recouverts en utilisant quatre types d'adhésifs ; polyuréthane, phénol-formaldehyde, urée-formol, et formaldéhyde d'urée de mélamine. Les spécimens de carton recouverts avec le placage utilisant l'adhésif de polyuréthane ont eu de meilleures propriétés mécaniques et résistance à l'eau que ceux des spécimens faites avec trois autres types d'adhésifs. Basé sur les résultats de ceci, l'étude des cartons recouverts avec des placages ont pu être considérés comme matière alternative avec les propriétés admises pour être employés dans des applications de meubles telles que plancher, et coffrets de cuisine.

N. Talbi, A. Batti, R. Ayad, Y.Q. Guo en 2008 [13] Dans cet article, un modèle analytique d'homogénéisation pour le carton ondulé et sa simulation numérique dans un élément de coque sont présentés. Tenant compte des propriétés géométriques et mécaniques des composants en carton ondulé, ce modèle d'homogénéisation mène à une matrice élastique de rigidité relativement aux

contraintes généralisées et aux efforts internes pour une plaque orthotrope équivalente. Des attentions particulières sont prêtées aux comportements de carton ondulé sous les efforts de cisaillement et les moments transversaux de torsion. Les deux théories de stratifiée et de sandwich sont étudiées et quelques améliorations importantes sont proposées. Ce modèle est alors mis en application dans un élément de coque à 3 noeuds appelé T3c18 pour les analyses linéaires et bouclantes. Les résultats obtenus par le modèle actuel sont comparés à ceux donnés par des simulations et des expériences de la coque 3D. La comparaison montre l'efficacité et l'exactitude de cette homogénéisation.

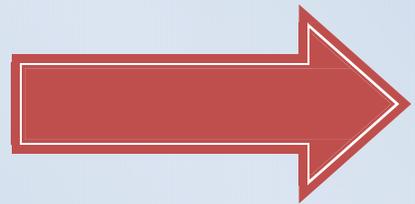
En 2008 S.Allaoui et al. [14] ont contribué que le carton ondulé est très sensible aux conditions atmosphériques. Le but de ce travail est d'étudier l'effet de l'humidité relative (RH), sur le comportement mécanique d'une structure de sandwich du type de carton ondulé. Pour cela, des essais de traction ont été employés sous divers taux d'humidité. Dans des taux élevés d'humidité, l'instrumentation doit être adaptée. Une comparaison préliminaire de plusieurs méthodes de mesure de propriétés mécaniques a été effectuée. Elle a permis de valider la méthode de mesure de contrainte utilisant la mesure du déplacement qui exige une manipulation minimale du spécimen. Pendant cette étude, l'effet de la teneur en eau sur les propriétés mécaniques est présenté. D'ailleurs, le caractère visco-élastique ajouté à l'endommagement de ce matériel est bien allumé.

En 2008 aussi s.allaoui et al. [15] ont montré que le papier cartonné montre un comportement mécanique complexe, qui est régi par plusieurs phénomènes. Ce travail propose une contribution à l'identification de ces phénomènes. Des essais de traction uni-axiaux sous de diverses configurations ont été effectués sur le papier cartonné et le carton ondulé. Des observations sous le microscope électronique de balayage ont été ensuite faites afin d'identifier les phénomènes microscopiques produits dans la structure. Ces observations ont rendu possible d'accentuer la présence des endommagements et de ses divers aspects mécaniques.

Notre travail consiste à modéliser le comportement mécanique de structures en carton ondulé par un modèle d'homogénéisation analytique permet une modélisation d'une structure (3D) du carton ondulé par une plaque homogénéisée (2D). Le modèle d'homogénéisation analytique est basé principalement sur la théorie de stratification classique. Ce modèle tient compte des propriétés géométriques et mécaniques des constituants de carton ondulé, notamment la variation de l'épaisseur de la cannelure. Après la validation modèle par une comparaison avec les résultats d'expérience, une étude paramétrique est utilisée pour étudier l'effet des paramètres géométriques sur les propriétés d'élastique. Et afin d'évaluer la pertinence de la méthode d'homogénéisation, un modèle d'élément fini pour l'essai de flexion à trois points est utilisé.

Chapitre III

Homogénéisation analytique



III.1.Introduction

Les matériaux composites formés de fibres à haute résistance imprégnés de résine sont de plus en plus l'objet d'applications nouvelles pour la réalisation de structures à haute performance mécanique. Le calcul direct par éléments finis de la déformation de ces structures pose d'énormes difficultés. Celles-ci sont dues essentiellement au très grand nombre des Hétérogénéités du matériau. D'où la nécessité de déterminer les caractéristiques mécaniques d'un matériau homogène équivalent.

La méthode **d'homogénéisation** est utilisée pour calculer le comportement "équivalent" d'un matériau composite élastique à structure périodique [12].

Dans l'industrie de l'emballage, la part prise par le carton ondulé est de plus en plus grande. Il est donc essentiel de pouvoir modéliser et donc prédire le comportement mécanique du carton ondulé. Avant la mise sur le marché d'un nouvel emballage, une modélisation performante du carton ondulé permettrait de remplacer ou au moins de réduire considérablement les essais expérimentaux qui sont à la fois longs et coûteux.

Une modélisation 3D d'un carton ondulé consiste à discrétiser la cannelure et les deux peaux en éléments de coque, cela est très redondant et coûteux. Un modèle analytique d'homogénéisation du comportement mécanique du carton ondulé est proposé. Ce modèle est basé principalement sur la **théorie de stratification** habituellement utilisée pour les multicouches des **composites stratifiés**.

Le modèle d'homogénéisation analytique proposé [14], permet une modélisation d'une structure 3D de carton par une plaque homogénéisée 2D (**Fig.III.1**). Ceci permet de déterminer les caractéristiques mécaniques d'un matériau homogène équivalent.

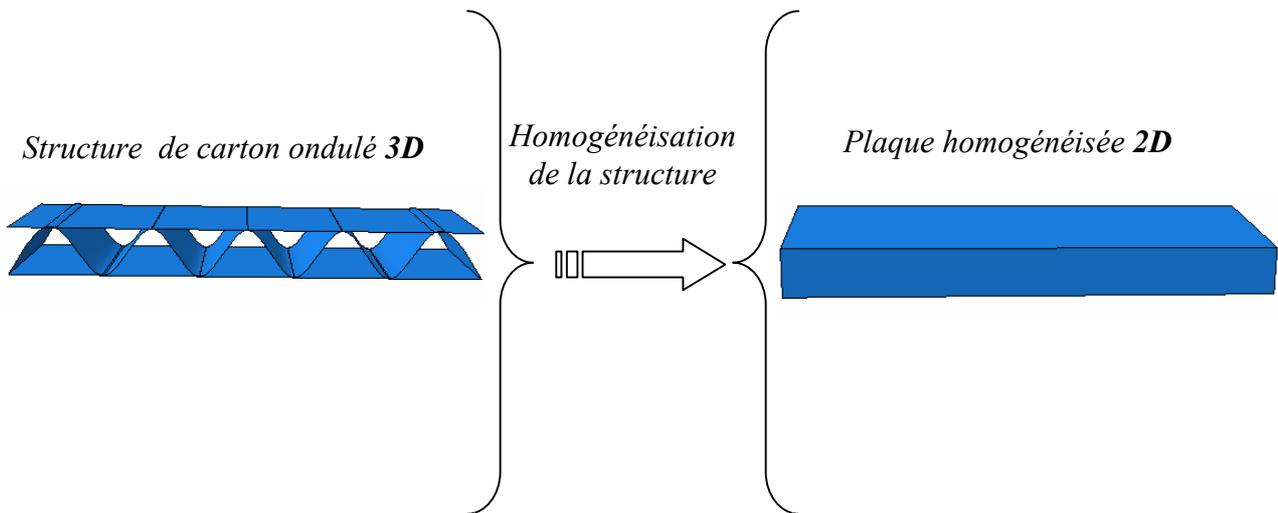


Fig.III.1 Approche d'homogénéisation

III.2. Lois de comportement de stratifiée

III.2.1. Hypothèse de Love

Les particules situées avant déformation sur une normale au feuillet moyen restent après déformation sur une normale au feuillet moyen déformé. [13]

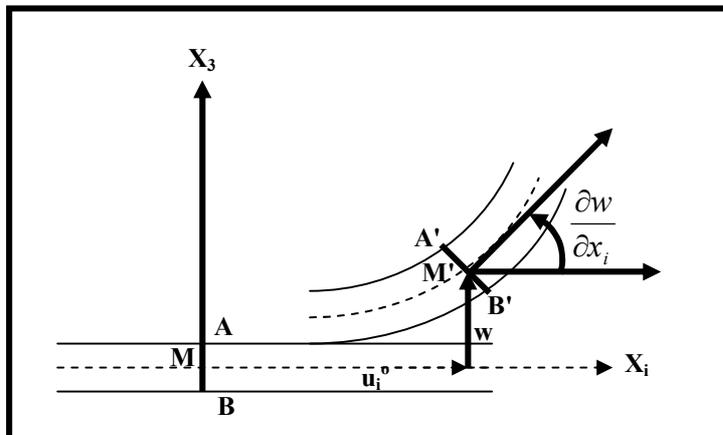


Fig.III.2 Hypothèse de Love [13]

La section droite **AMB** avant déformation devient la section droite **A'M'B'** après déformation. Le déplacement d'un point quelconque de la plaque peut donc s'exprimer en fonction de:

u_i^0 ($i = 1, 2$) et w qui sont respectivement les composantes du déplacement dans le plan Mx_1x_2 d'un point du feuillet moyen et le composante suivant x_3 du point M du feuillet moyen.

$$u_i = u_i^0 - x_3 \frac{\partial w}{\partial x_i} \tag{III.1}$$

A partir des composantes du vecteur déplacement il est possible d'obtenir les composantes du tenseur de déformations.

$$\begin{cases} e_1 = \varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1^0}{\partial x_1} - x_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_1} \\ e_2 = \varepsilon_{22} = \frac{\partial u_2^0}{\partial x_2} - x_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_2 \partial x_2} \\ \frac{1}{2} e_6 = \varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1^0}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2^0}{\partial x_1} \right) - x_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} \end{cases} \tag{III.2}$$

Ou plus généralement:

$$e_i = e_i^0 + x_3 k_i^0 \quad (i=1, 2, 6) \tag{III.3}$$

$$\Rightarrow e_i^0 = \frac{\partial u_i^0}{\partial x_i}, \quad k_i^0 = \frac{\partial^2 w}{\partial x_i^2}, \quad \text{pour } i=1,2, \quad e_6^0 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1^0}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2^0}{\partial x_1} \right), \quad k_6^0 = \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} \tag{III.4}$$

e_i^0 : les déformations dans le plan.

k_i^0 : la courbure du plan moyen.

Considérons une plaque formée de n couches de matériau orthotropes

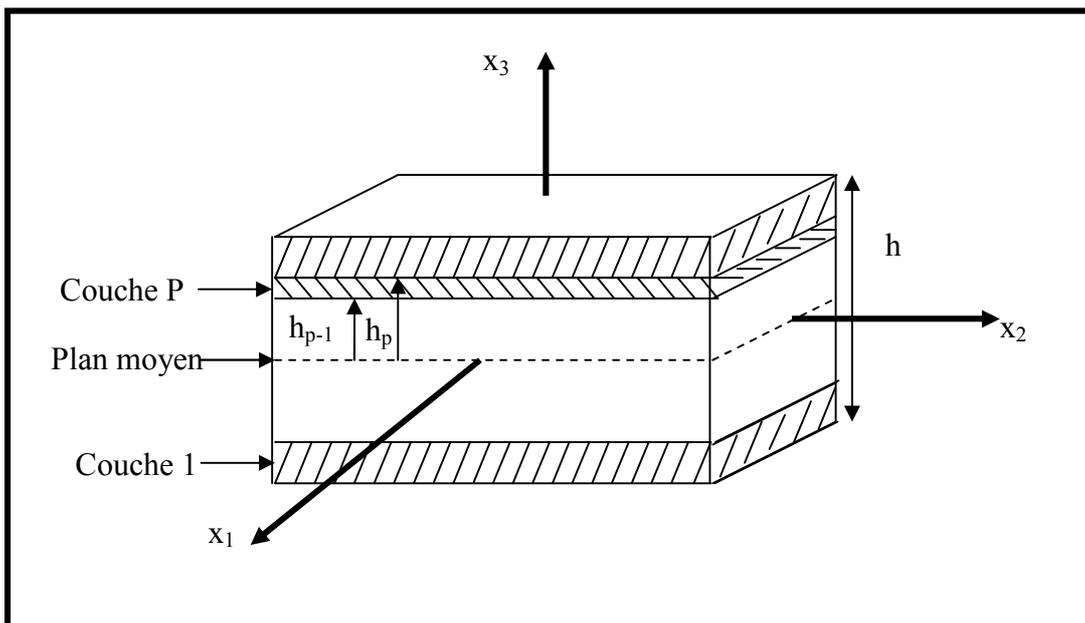


Fig.III.3 Matériau orthotrope à n couches [13]

Les couches sont numérotées de 1 à n en commençant par la couche inférieure.

La cote suivant x_3 de la surface inférieure de la couche P est h_{P-1} .

Nous appellerons, \overline{Q}_{ij}^P les coefficients de raideurs relatifs à la couche P, exprimés dans le repère général de la plaque (M, x_1, x_2, x_3).

Les contraintes σ_i^P relatives à la couche P s'expriment en fonction des déformations e_i^P et des coefficients de raideur.

$$\sigma_i^P = \overline{Q}_{ij}^P e_j^P \quad i=1, 2, 6. \quad (\text{III.5})$$

Le viseur relatif à une section droite normale s'écrit :

Effort normal N_1

$$\begin{aligned} N_1 &= \sum_{P=1}^n \int_{h_{P-1}}^{h_P} \sigma_1^P dx_3 \\ N_1 &= \sum_{P=1}^n \int_{h_{P-1}}^{h_P} \overline{Q}_{1j}^P (e_j^0 + x_3 k_j^0) dx_3 \\ N_1 &= \sum_{P=1}^n \overline{Q}_{1j}^P (h_P - h_{P-1}) e_j^0 + \sum_{P=1}^n \frac{1}{2} \overline{Q}_{1j}^P k_j^0 (h_P^2 - h_{P-1}^2) \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

L'effort tranchant N_{12} s'obtient de façon similaire:

$$N_{12} = \sum_{P=1}^n \int_{h_{P-1}}^{h_P} \sigma_6^P dx_3$$

D'où:

$$N_{12} = \sum_{P=1}^n \overline{Q}_{6j}^P (h_P - h_{P-1}) e_j^0 + \sum_{P=1}^n \frac{1}{2} \overline{Q}_{6j}^P k_j^0 (h_P^2 - h_{P-1}^2) \quad (\text{III.7})$$

Le moment de flexion M_1 pour valeur:

$$M_1 = \sum_{P=1}^n \int_{h_{P-1}}^{h_P} \sigma_1^P x_3 dx_3$$

Soit:

$$M_1 = \sum_{P=1}^n \frac{1}{2} \overline{Q}_{1j}^P (h_P^2 - h_{P-1}^2) e_j^0 + \sum_{P=1}^n \frac{1}{3} \overline{Q}_{1j}^P k_j^0 (h_P^3 - h_{P-1}^3) \quad (\text{III.8})$$

Le moment de flexion M_{12} pour valeur:

$$M_{12} = \sum_{p=1}^n \int_{h_{p-1}}^{h_p} \sigma_6^p x_3 dx_3$$

Soit:

$$M_{12} = \sum_{p=1}^n \frac{1}{2} \bar{Q}_{6j}^p (h_p^2 - h_{p-1}^2) e_j^0 + \sum_{p=1}^n \frac{1}{3} \bar{Q}_{6j}^p k_j^0 (h_p^3 - h_{p-1}^3) \quad (\text{III.9})$$

De la même façon on trouve

$$N_2 = \sum_{p=1}^n \bar{Q}_{2j}^p (h_p - h_{p-1}) e_j^0 + \sum_{p=1}^n \frac{1}{2} \bar{Q}_{2j}^p k_j^0 (h_p^2 - h_{p-1}^2) \quad (\text{III.10})$$

$$M_2 = -\sum_{p=1}^n \frac{1}{2} \bar{Q}_{2j}^p (h_p^2 - h_{p-1}^2) e_j^0 - \sum_{p=1}^n \frac{1}{3} \bar{Q}_{2j}^p k_j^0 (h_p^3 - h_{p-1}^3) \quad (\text{III.11})$$

Ecriture matricielle :

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_{12} \\ M_1 \\ M_2 \\ M_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^0 \\ e_2^0 \\ e_3^0 \\ k_1^0 \\ k_2^0 \\ k_3^0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.12})$$

De façons concise:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^0 \\ k^0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.13})$$

Où:

$$[N] = [A] [e^0] + [B] [k^0] \quad (\text{III.14})$$

$$[M] = [B] [e^0] + [D] [k^0] \quad (\text{III.15})$$

Avec:

$$A_{ij} = \sum_{p=1}^n (\bar{Q}_{ij})_p (h_p - h_{p-1})$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^n (\overline{Q_{ij}})_p (h_p^2 - h_{p-1}^2) \quad (\text{III.16})$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{p=1}^n (\overline{Q_{ij}})_p (h_p^3 - h_{p-1}^3)$$

Détermination des déformations globales $\{\varepsilon_0, k\}$

A partir de l'équation (III.13) on détermine les déformations globales (ε_0, k) :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A'] & [B'] \\ [C'] & [D'] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

avec :

$$\begin{aligned} [A'] &= [A^*] - [B^*][D^*]^{-1}[C^*] & [A^*] &= [A]^{-1} \\ [B'] &= [B^*][D^*]^{-1} & [B^*] &= -[A]^{-1}[B] \\ [C'] &= [D^*]^{-1}[C^*] & [C^*] &= [B][A]^{-1} \\ [D'] &= [D^*]^{-1} & [D^*] &= [D] - [B][A]^{-1}[B] \end{aligned} \quad \text{d'où} \quad (\text{III.18})$$

Dans le cas de la symétrie miroir des couches d'un matériau composite stratifié la matrice de couplage s'annule, de cet effet les caractéristiques élastiques équivalentes sont calculés comme suit :

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{A_{11} A_{22} - A_{12}^2}{h A_{22}} & E_y &= \frac{A_{11} A_{22} - A_{12}^2}{h A_{11}} \\ \nu_{xy} &= A_{12} / A_{22} & \nu_{yx} &= A_{21} / A_{11} \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

$$G_{xy} = \frac{A_{66}}{h}$$

III.3. Formulation du modèle analytique d'homogénéisation

III.3.1. Matériel

Le carton ondulé double face (DF) est composé de trois strates : une peau supérieure, une cannelure sinusoïdale et une peau inférieure. Deux directions principales caractérisent ce matériel (**Fig.III.4**).

MD-x : Machine direction correspond à la direction de la fabrication du matériel. Elle coïncide avec l'axe des abscisses.

CD-y : Cross direction correspond à la direction transversale. Elle coïncide avec l'axe des ordonnées.

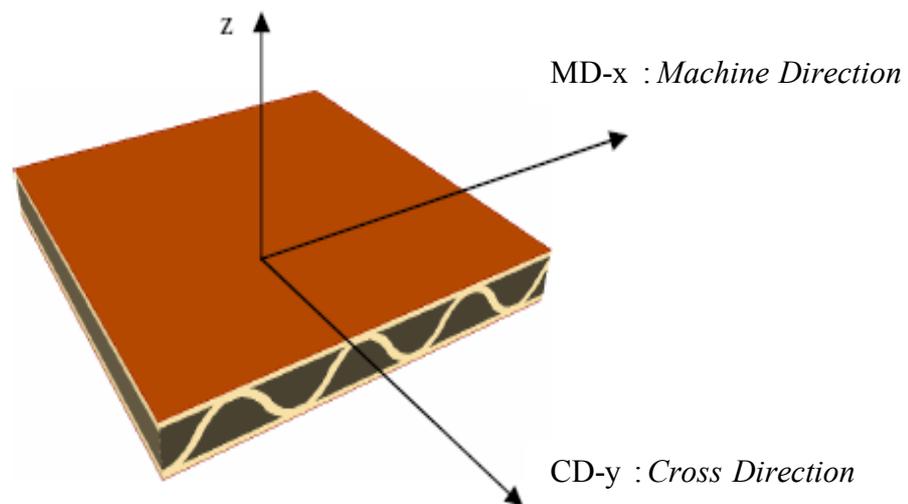


Fig.III.4 Directions principales d'un carton ondulé

III.3.2. Paramètres géométriques

Les Paramètres géométriques du matériel sont présentés dans le tableau (**III.1**)

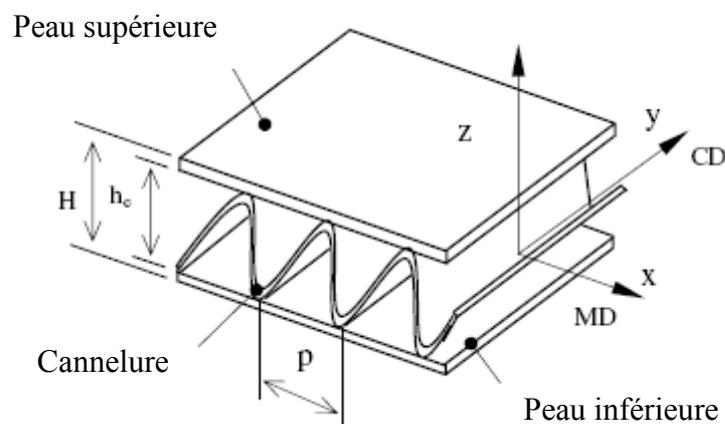


Fig.III.5 Géométrie d'un panneau du carton

Epaisseur du carton ondulé H (mm)	Le pas P (mm)	Epaisseur (peaux, cannelure) e_s, e_i, e_c (mm)	Epaisseur de l'âme h_c (mm)
-------------------------------------	-----------------	---	-------------------------------

Tableau (III.1) Paramètres géométriques du matériel

La figure (III.6) montre un Volume Élémentaire Représentatif (VER) du carton ondulé. Pour chaque tranche dx , la théorie des stratifiés peut s'appliquer en intégrant les contraintes suivant l'épaisseur (z) afin d'obtenir les rigidités globales liant les déformations généralisées et les efforts internes en un point x donné.

Ensuite, une intégration suivant x permet d'homogénéiser le carton dans la direction MD- x

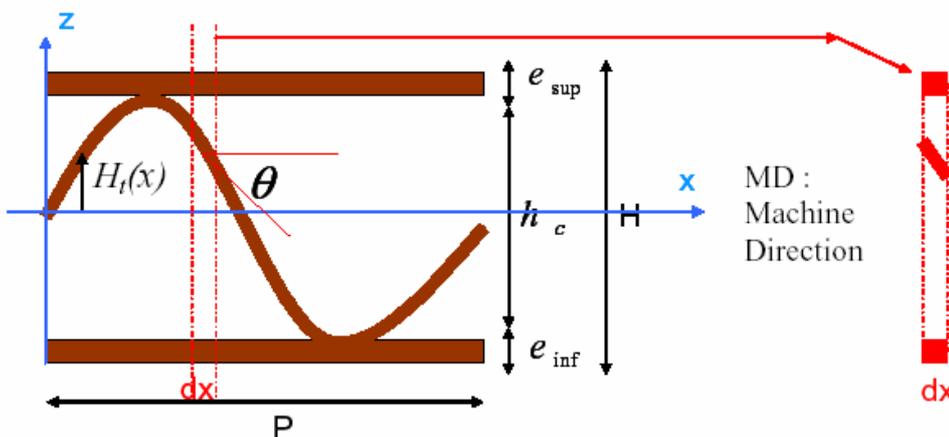


Fig.III.6 Volume Élémentaire Représentatif du carton ondulé

III.3.3. Homogénéisation par l'épaisseur

Le rapport entre l'effort normal et le moment de flexion N_i et M_i , et la déformation ε_j et la courbure K_j est donné par :

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ M_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_j \\ K_j \end{Bmatrix} \quad (i, j = 1, 2, 6) \tag{III.20}$$

Où $[A]$, $[D]$, $[B]$ sont respectivement les matrices de rigidité de membrane, de flexion et de leur couplage.

Ces matrices sont définies par la relation :

$$(A, B, D) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, z^2) Q_{ij} dz \quad (\text{III.21})$$

Avec :

$$Q_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{E_x}{1-\nu_{xy}\nu_{yx}} & \frac{\nu_{xy}E_y}{1-\nu_{xy}\nu_{yx}} & 0 \\ \frac{\nu_{yx}E_x}{1-\nu_{xy}\nu_{yx}} & \frac{E_y}{1-\nu_{xy}\nu_{yx}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy} \end{bmatrix} \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (\text{III.22})$$

$[Q]$ est la matrice d'élasticité. Elle est évaluée pour chaque constituant de la cellule d'unité de carton ondulé. Ceci signifie que les peaux supérieure et inférieure et l'ondulation sont tenues en considération.

De l'équation (III.21) on trouve :

$$\begin{aligned} [A] &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} dz \Rightarrow A_{ij} = \sum_{k=1}^{nc} Q_{ij} e_k = Q_{ij}^s e_s + Q_{ij}^c e_{cv} + Q_i^i e_i \\ [B] &= \int_{-h/2}^{h/2} z Q_{ij} dz \Rightarrow B_{ij} = \sum_{k=1}^{nc} Q_{ij} z_k e_k = Q_{ij}^s z_s e_s + Q_{ij}^c z_c e_{cv} + Q_i^i z_i e_i \\ [D] &= \int_{-h/2}^{h/2} z^2 Q_{ij} dz \Rightarrow D_{ij} = \sum_{k=1}^{nc} Q_{ij} (z_k^2 e_k + \frac{1}{12} e_k^3) = Q_{ij}^s (z_s^2 e_s + \frac{1}{12} e_s^3) + Q_{ij}^c (z_c^2 e_{cv} + \frac{1}{12} e_{cv}^3) + Q_i^i (z_i^2 e_i + \frac{1}{12} e_i^3) \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

e_k et z_k sont l'épaisseur et la position des peaux et de la cannelure. Les indices i, s et c représentent respectivement les peaux inférieurs et supérieurs et la cannelure.

Avec :

$$\begin{aligned} z_s &= \frac{(hc + e_s)}{2} \\ z_i &= -\frac{(hc + e_i)}{2} \\ z_c &= H_t(x) \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

Avec :

$H_t(x)$ est la fonction de la fibre moyenne de l'ondulation (Fig.III.6).

$$e_{cv} = \frac{e_c}{\cos(\theta)} \quad (\text{III.25})$$

$\theta(x)$ est l'angle de l'orientation de l'ondulation (**Fig.III.8**).

e_{cv} est l'épaisseur de la cannelure obtenue par un découpage vertical.

nc est le nombre des couches, (Pour notre cas $nc=3$).

III.3.3.1. Transformation de la loi constitutive de la cannelure

La figure (**III.8**) présente la transformation de la loi constitutive effectuée de sa référence locale (1,2,3) à la référence globale (x,y,z) dans une unité de cellule du carton ondulé.

La rigidité locale de chaque élément infinitésimal dépend des propriétés élastiques constitutives aussi bien que l'orientation de l'ondulation définie par l'angle en dehors de l'axe local $\theta(x)$. Cet angle est calculé à partir de la fonction de la fibre moyenne de l'ondulation $H_t(x)$.

Donc une transformation de la loi constitutive devrait être effectuée de sa référence locale (1,2,3) à la référence globale de carton (x,y,z). L'angle incliné (θ) peut être exprimé en termes de x.

$$\theta(x) = \tan^{-1} \left(\frac{dH_t(x)}{dx} \right) \quad (\text{III.26})$$

$H_t(x)$ est supposé de forme sinusoïdale avec une épaisseur maximum de hc .

$$H_t(x) = \frac{hc}{2} \sin \left(2\pi \frac{x}{P} \right) \quad (\text{III.27})$$

$$\Rightarrow \theta(x) = \arctan \left(\frac{\pi hc}{P} \cos \left(2\pi \frac{x}{P} \right) \right) \quad (\text{III.28})$$

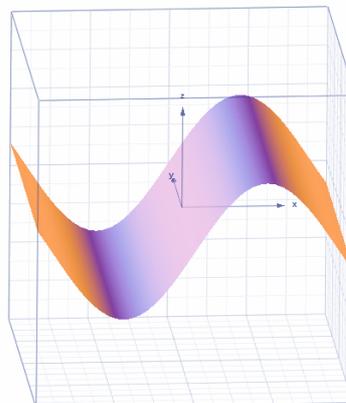


Fig.III.7 Fonction sinusoïdale $H_t(x)$

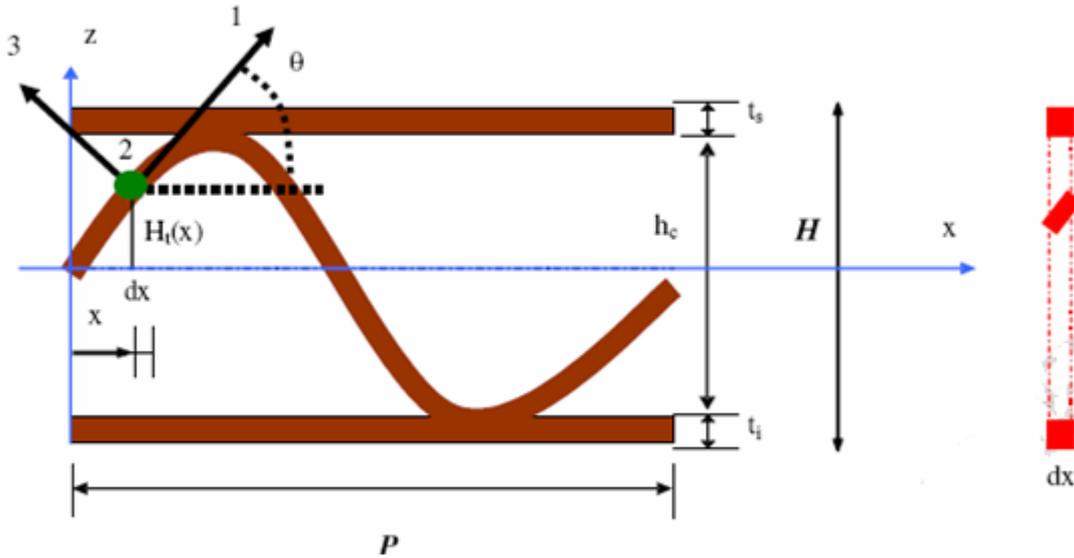


Fig.III.8 Unité de cellule du carton ondulé

L'existence de ces angles mène à une réduction des modules élastiques dans la direction de x et de y [14].

Les constantes élastiques pour la cannelure sont calculées comme suit : [14]

$$\begin{aligned}
 E(\theta)_x &= 1 / \left(\frac{m^4}{E_1} + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) m^2 f^2 + \frac{f^4}{E_2} \right) \\
 E(\theta)_y &= 1 / \left(\frac{f^4}{E_1} + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) m^2 f^2 + \frac{m^4}{E_2} \right) \\
 \nu(\theta)_{xy} &= E(\theta)_x \left(\frac{\nu_{12}}{E_1} (m^4 + f^4) - \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} - \frac{1}{G_{12}} \right) m^2 f^2 \right) \\
 \nu(\theta)_{yx} &= \frac{E(\theta)_y}{E(\theta)_x} \nu(\theta)_{xy} \\
 G(\theta)_{xy} &= 1 / \left(2 \left(\frac{2}{E_1} + \frac{2}{E_2} + \frac{4\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right) m^2 f^2 + \frac{(m^4 + f^4)}{G_{12}} \right)
 \end{aligned} \tag{III.29}$$

avec :

$$m = \cos(\theta), f = \sin(\theta). \tag{III.30}$$

E_1, E_2, ν_{12} , et G_{12} sont les propriétés élastiques de la cannelure et des peaux dans le plan orthotrope.

Une fois que la matrice d'élasticité Q_{ij} est calculée, les coefficients de rigidité peuvent être évalués pour chaque élément dans différentes régions de l'unité de cellule en employant l'équation (III.23).

III.3.4. Homogénéisation le long de la direction MD-x

Après l'intégration (ou homogénéisation) par l'épaisseur, la deuxième intégration devrait être effectuée le long de la direction MD-x.

Les matrices globales A_{global} , B_{global} et D_{global} pour l'unité de cellule de carton ondulé sont calculées à partir des matrices locales A, B et D, évalués pour chaque élément infinitésimal dans la direction de x par :

$$(A, B, D)_{global} = \frac{1}{p} \int_0^p A(x), B(x), D(x) dx \quad (III.31)$$

Avec :

$$\begin{aligned} [A]_{global} &= \frac{1}{p} \int_0^p A_{(x)} dx = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^n A_k dx = \frac{dx}{p} \sum_{k=1}^n A_k \\ [B]_{global} &= \frac{1}{p} \int_0^p B_{(x)} dx = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^n B_k dx = \frac{dx}{p} \sum_{k=1}^n B_k \\ [D]_{global} &= \frac{1}{p} \int_0^p D_{(x)} dx = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^n D_k dx = \frac{dx}{p} \sum_{k=1}^n D_k \end{aligned} \quad (III.32)$$

On a :

$$dx = \frac{p}{n} \quad (III.33)$$

P : le pas

n : le nombre des éléments (intervalles) (dx).

donc :

$$\begin{aligned} [A]_{global} &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n A_k \\ [B]_{global} &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n B_k \\ [D]_{global} &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n D_k \end{aligned} \quad (III.34)$$

A partir de la matrice globales A_{global} , les modules de young E_x et E_y , le module de cisaillement G_{xy} , et les coefficients de poisson ν_{xy} et ν_{yx} du carton ondulé peut être obtenu par:

$$\begin{aligned} E_x &= A_{11}^* - \frac{(A_{12}^*)^2}{A_{22}^*} \\ E_y &= A_{22}^* - \frac{(A_{12}^*)^2}{A_{11}^*} \\ \nu_{xy} &= \frac{A_{12}^*}{A_{22}^*} \\ \nu_{yx} &= \frac{A_{12}^*}{A_{11}^*} \\ G_{xy} &= A_{66}^* \end{aligned} \tag{III.35}$$

Avec :

$$[A^*] = \frac{[A]_{global}}{H} \tag{III.36}$$

H : épaisseur du carton ondulé.

La relation (III.35) demeure valide seulement dans le cas du stratifié **symétrique** (Pour obtenir automatiquement le découplage entre membrane et flexion). Cela signifie que la matrice globale $[B]_{global}$ est nulle.

III.4. Programmation du modèle analytique

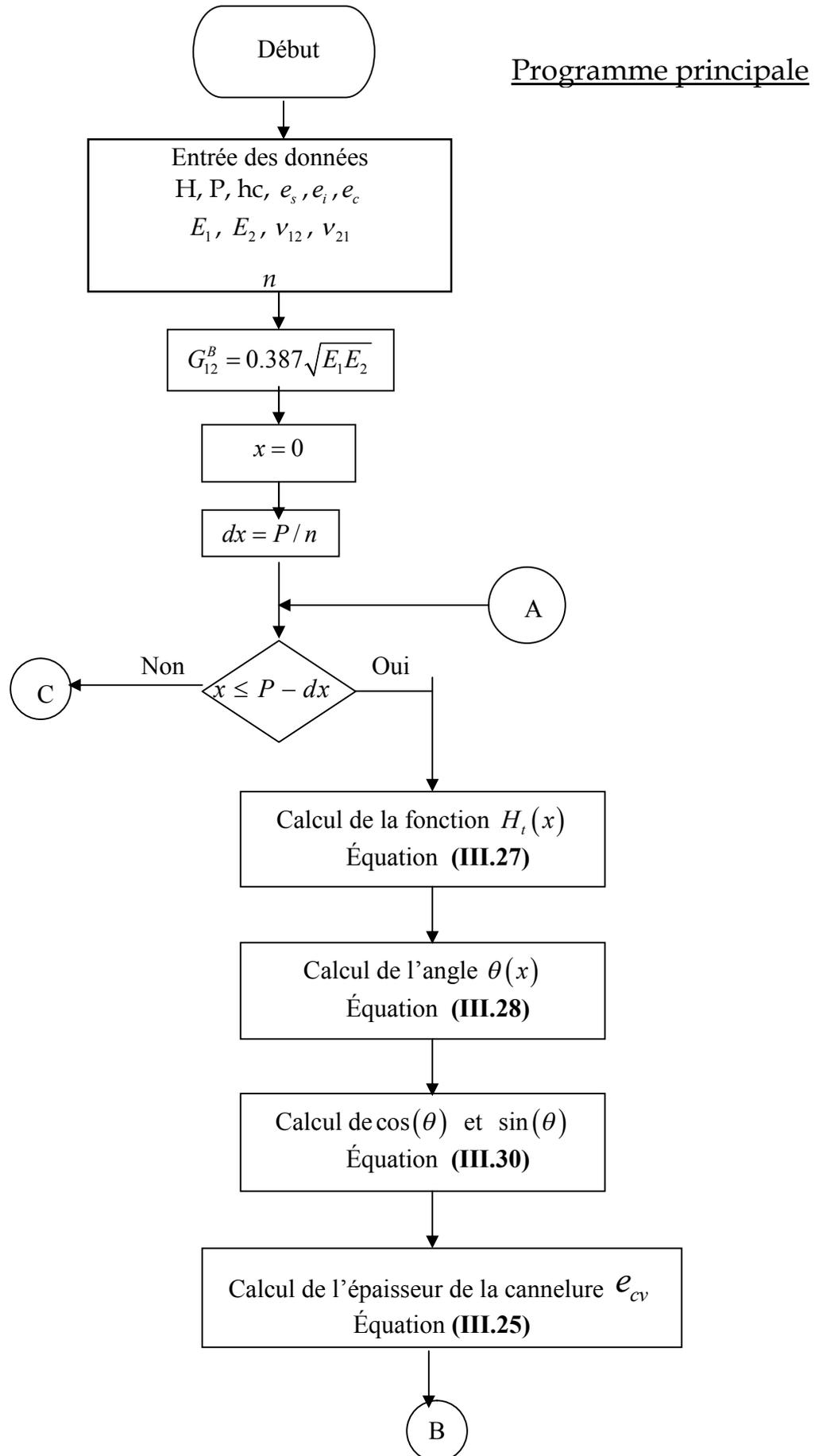
Pour calculer tous les paramètres concernant le modèle analytique d'homogénéisation on a développé un programme en **Fortran** qui contient :

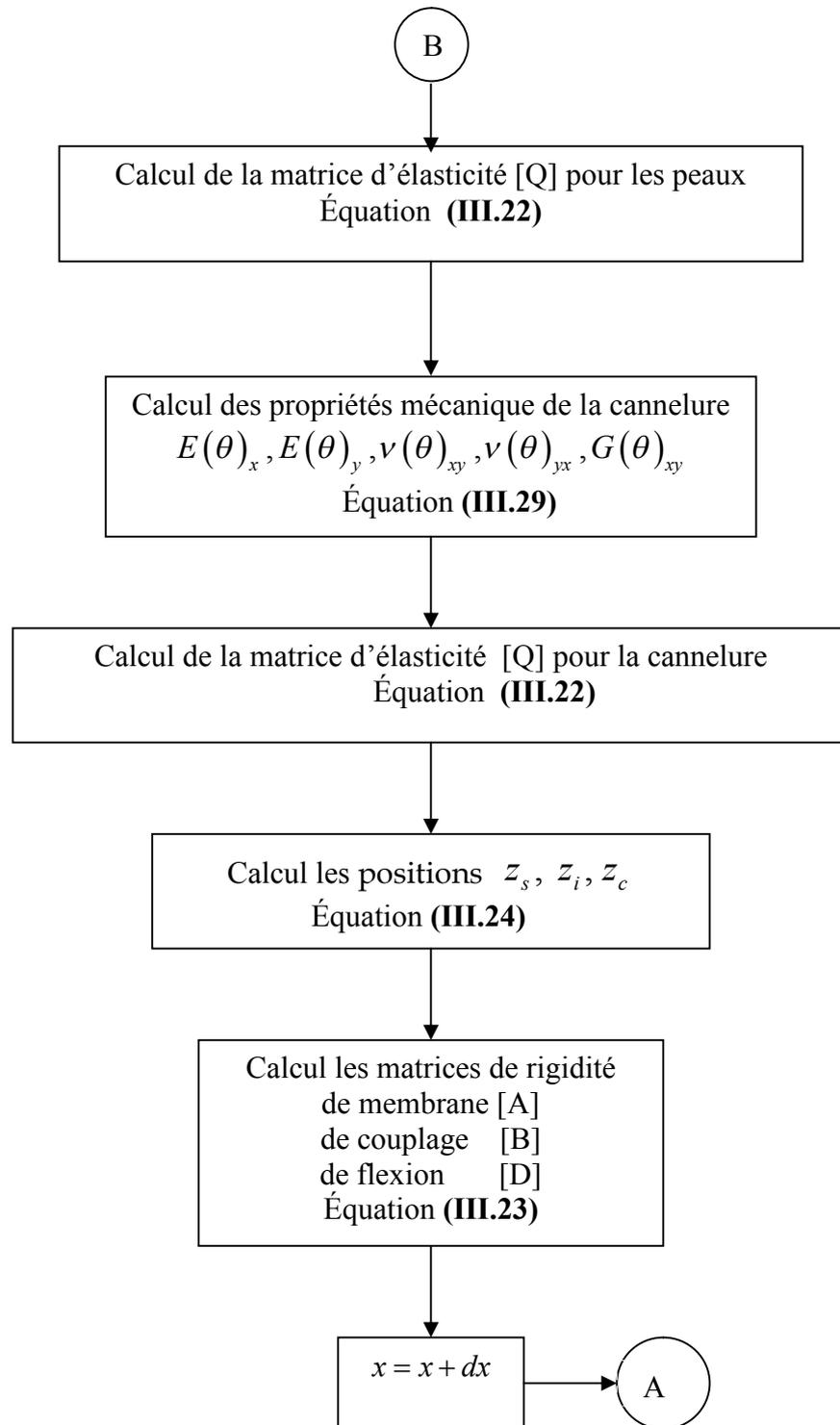
- Un programme principale.
- Trois sous-programmes :
 - subroutine de la matrice d'élasticité $[Q]$.
 - fonction de la fonction de la fibre moyenne de l'ondulation $H_i(x)$
 - fonction de L'angle de l'orientation de l'ondulation $\theta(x)$.

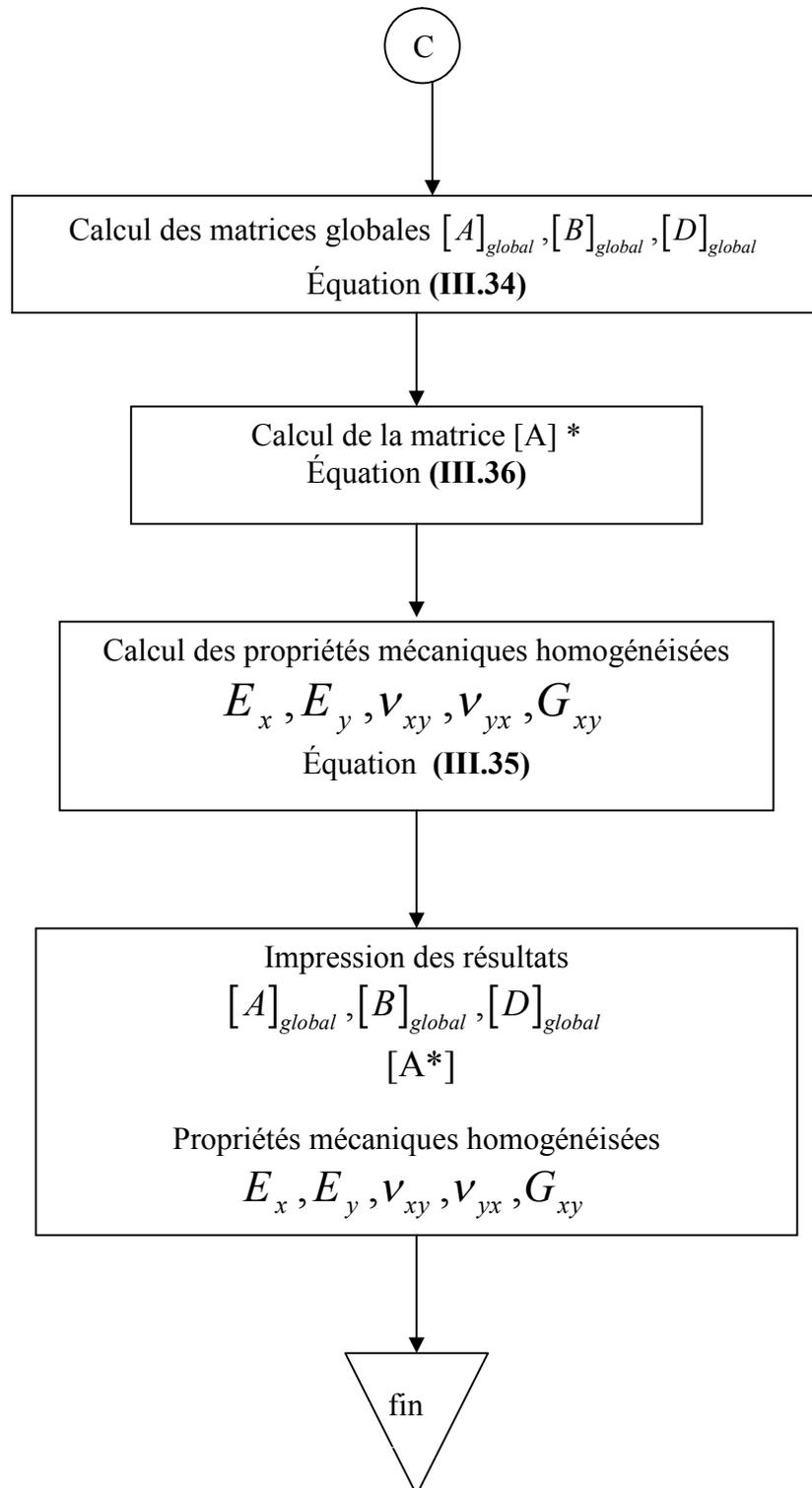
III.4.1. Données et résultats du programme

- Données du programme :
 - Données géométriques : H, P, hc, e_s, e_i, e_c
 - Caractéristiques mécaniques des peaux et de la cannelure : $E_1, E_2, \nu_{12}, \nu_{21}$
 - Donnée de la discrétisation : n le nombre des éléments (intervalles) (dx).
- Résultats du programme :
 - Matrices globales A_{global}, B_{global} et D_{global}
 - matrice $[A^*]$
 - Caractéristiques mécaniques homogénéisées : $E_x, E_y, \nu_{xy}, \nu_{yx}, G_{xy}$

III.4.2. Organigramme







III.5. Validation du modèle

III.5.1. Premier cas

Afin de valider le modèle analytique, les résultats obtenus sont comparés aux résultats expérimentaux. Les paramètres géométriques de volume élémentaire représentatif (VER) sont récapitulés dans le tableau suivant.

Epaisseur du carton ondulé H (mm)	Le pas P (mm)	Epaisseur (peaux, cannelure) e_s, e_i, e_c (mm)	Epaisseur de l'âme h_c (mm)
4.01	8	0.16	3.69

Tableau (III.2) Paramètres géométriques de volume élémentaire représentatif [14]

En employant les propriétés mécaniques des peaux et de la cannelure expérimentalement obtenues par l'essai de traction (Conforme aux recommandations des normes françaises NFQ 03-002 et NFQ 03-029) sont présentées dans le tableau (III.3). [14]

Tous les spécimens sont conditionnés à 23 C° et de 50% RH pour au moins 24 h avant l'essai.

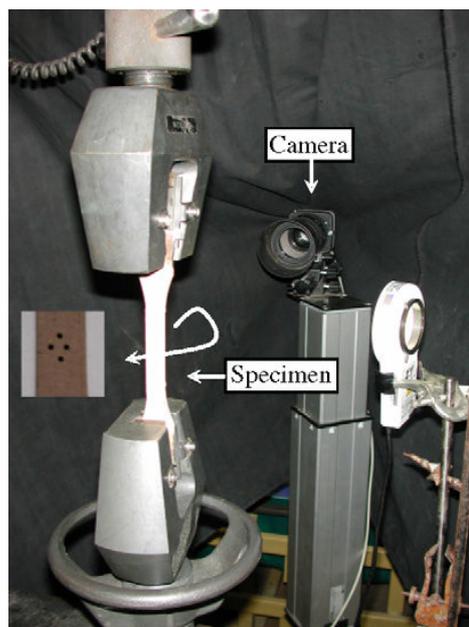


Fig.III.9 Essai de traction [15]

	E_x (MPa)	E_y (MPa)	ν_{xy}	ν_{yx}	G_{xy}^B (MPa)
peaux	8258.53 ± 744.03	3406.84 ± 258.40	0.39 ± 0.061	0.14 ± 0.01	2052.76
Carton	863.05 ± 99.50	554.97 ± 85.89	0.27 ± 0.03	0.22 ± 0.03	267.83

Tableau (III.3) Propriétés mécaniques des peaux et du carton ondulé [14]

Les valeurs prévues comparées aux résultats expérimentaux sont démontrées dans le tableau (III.4).

On note que les modules de cisaillement des peaux et du carton ondulé sont calculés avec la relation de Baum [16] :

$$G_{xy}^B = 0.387 \sqrt{E_x E_y} \quad \text{(III.37)}$$

	analytiques	Expérimentaux [14]	$(Anal. - Exp.) / Exp. (\%)$
E_x (MPa)	953.19	863.05	10.44
E_y (MPa)	549.37	554.97	-1.00
ν_{xy}	0.30	0.27	11
G_{xy} (MPa)	274.98	267.83*	2.66

*Obtenu par la relation de Baum.

Tableau (III.4) Comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux

L'erreur demeure plus bas que 3% pour E_y et G_{xy} excepté E_x et ν_{xy} où ces erreurs sont respectivement 10.44% et 11%. Cette différence est expliquée par sensibilité du modèle aux valeurs des paramètres géométriques [14].

III.5.2. Deuxième cas

Pour montrer une fois de plus l'efficacité de notre modèle, une comparaison avec un autre travail qui a le même objectif (déterminer les paramètres mécaniques homogénéisés) est étudiée. [17].

Le carton ondulé est une double face (DF) de type « C ».

Les paramètres géométriques sont récapitulés dans le tableau (III.5).

H (mm)	P (mm)	Epaisseur (mm)		hc (mm)
		peaux	cannelure	
4.1	8	0.235	0.19	3.63

Tableau (III.5) Paramètres géométriques du matériel [17]

Les propriétés mécaniques des peaux et de la cannelure sont présentées dans le tableau (III.6).

	E_x (MPa)	E_y (MPa)	ν_{xy}	ν_{yx}
Peaux	4514.53	1895.83	0.282	0.215
Cannelure	4703.75	1854.30	0.358	0.088

Tableau (III.6) Propriétés mécaniques des peaux et de la cannelure [17]

La comparaison entre les deux modèles d'homogénéisation est démontrée dans le tableau suivant.

	Notre modèle	Modèle(comp) [17]	Erreur (%)
E_x (MPa)	717.82	717.75	0.01
E_y (MPa)	395.79	389.97	1.49
ν_{xy}	0.236	0.240	-1.66
ν_{yx}	0.130	0.130	0
G_{xy} (MPa)	203.65	202.71	0.46

Tableau (III.7) Comparaison entre les deux modèles d'homogénéisation

On peut dire que le modèle analytique proposé semble être un outil intéressant pour une aide à la décision sur le choix des paramètres géométriques pour une solution élastique optimale.

III.6. Etude paramétrique

III.6.1. Influence des paramètres géométriques

a) Influence du pas de l'ondulation (P)

Les variations des propriétés élastiques homogénéisées en fonction du pas de l'ondulation (P) et d'abord déterminées, tableaux (III.8) et (III.9).

Variation du pas (%)		propriétés élastiques homogénéisées			
	P (mm)	E_x (MPa)	E_y (MPa)	ν_{xy}	G_{xy} (MPa)
+0 % P	8	953.1960	549.3782	0.3028737	274.9846
+5% P	8,4	951.0133	537.2400	0.3068858	272.3055
+10% P	8,8	950.4050	527.2548	0.3106072	270.2867
+15% P	9,2	948.9172	517.6122	0.3141654	268.1477
+20% P	9,6	948.8782	509.7284	0.3174643	266.5828
+25% P	10	947.8749	501.9371	0.3206253	264.8425
+30% P	10,4	948.2322	495.6301	0.3235538	263.6171
+35% P	10,8	947.5662	489.2464	0.3263653	262.1800
+40% P	11,2	948.2020	484.1410	0.3289711	261.2126
+45% P	11,6	947.7713	478.8394	0.3314790	260.0075
+50% P	12	948.6019	474.6664	0.3338034	259.2409

Tableau (III.8) Variation des propriétés élastiques en fonction du pas

Variation du pas (%)		Variation des propriétés élastiques homogénéisées (%)			
	P (mm)	E_x (MPa)	E_y (MPa)	ν_{xy}	G_{xy} (MPa)
+0 % P	8	0	0	0	0
+5% P	8,4	-0,2289	-2,2094	1,3246	-0,9742
+10% P	8,8	-0,2928	-4,0269	2,5533	-1,7084
+15% P	9,2	-0,4488	-5,7821	3,7281	-2,4862
+20% P	9,6	-0,4529	-7,2172	4,8173	-3,0553
+25% P	10	-0,5582	-8,6354	5,861	-3,6882
+30% P	10,4	-0,5207	-9,7834	6,8279	-4,1338
+35% P	10,8	-0,5906	-10,9454	7,7562	-4,6564
+40% P	11,2	-0,5239	-11,8747	8,6165	-5,0082
+45% P	11,6	-0,5691	-12,8397	9,4446	-5,4465
+50% P	12	-0,4819	-13,5993	10,212	-5,7253

Tableau (III.9) Variation des propriétés élastiques (%) en fonction du pas (%)

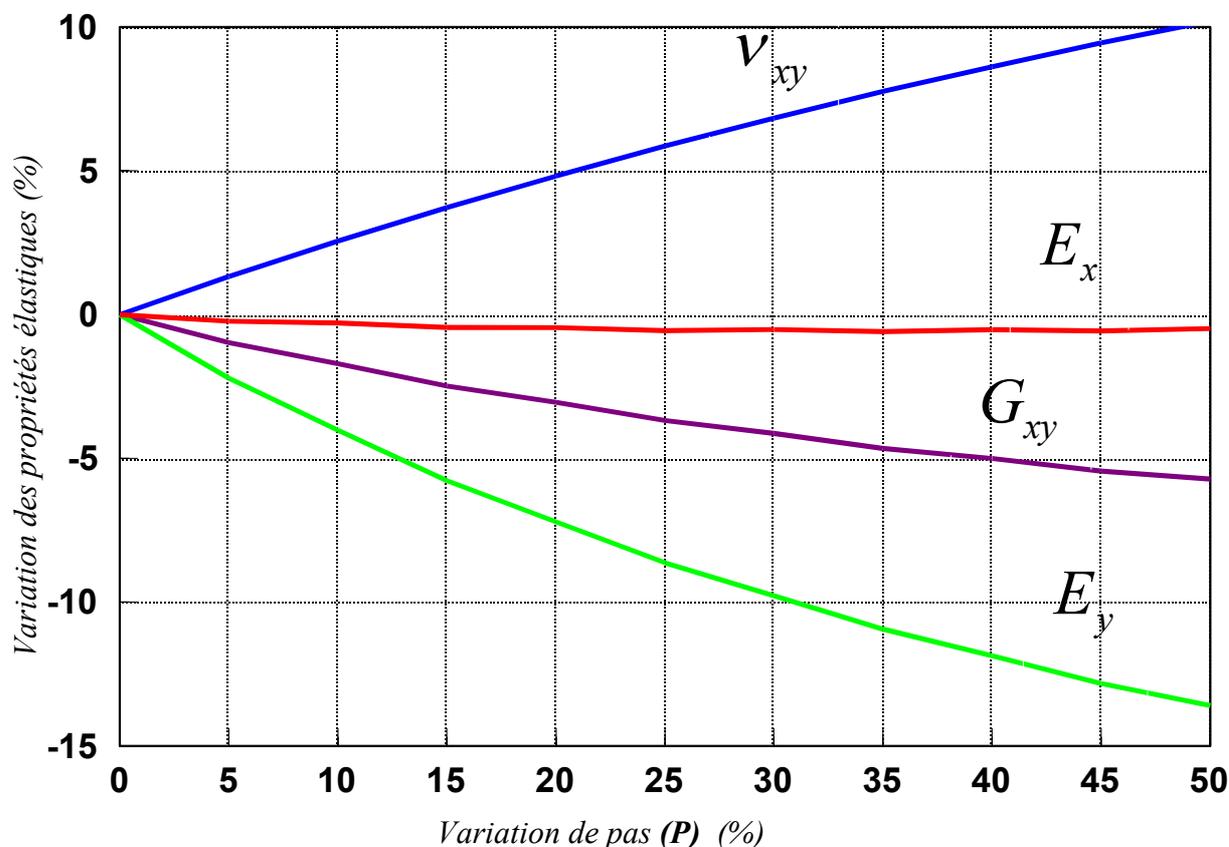


Fig.III.10 Variation des propriétés élastiques en fonction du pas

On remarque que la variation du pas de l'ondulation (P) a une petite influence sur le module E_x . Cependant, les autres modules sont fortement influencés par ce paramètre.

Ainsi, un variation de 20% sur ce paramètre peut provoquer une erreur de 7.21% sur le module E_y (**Fig.III.10**).

b) Influence de l'épaisseur du carton ondulé (H)

Les variations des propriétés élastiques homogénéisées en fonction de l'épaisseur du carton ondulé (H) et d'abord déterminées, tableaux (**III.10**) et (**III.11**).

Variation de H (%)		propriétés élastiques homogénéisées			
	H (mm)	E_x (MPa)	E_y (MPa)	ν_{xy}	G_{xy} (MPa)
+0% H	4,01	953.1960	549.3782	0.3028737	274.9846
+5% H	4,2105	909.8125	536.2817	0.2985110	264.6742
+10% H	4,411	870.6416	524.6736	0.2943377	255.3708
+15% H	4,6115	835.1098	514.3342	0.2903481	246.9383
+20% H	4,812	802.7405	505.0783	0.2865389	239.2623
+25% H	5,0125	773.1414	496.7559	0.2829013	232.2475
+30% H	5,213	745.9779	489.2401	0.2794302	225.8136
+35% H	5,4135	720.9650	482.4254	0.2761179	219.8932
+40% H	5,614	697.8619	476.2219	0.2729568	214.4282
+45% H	5,8145	676.4636	470.5550	0.2699396	209.3690
+50% H	6,015	656.5892	465.3592	0.2670599	204.6730

Tableau (III.10) Variation des propriétés élastiques en fonction de l'épaisseur

Variation de H (%)		Variation des propriétés élastiques homogénéisées (%)			
	H (mm)	E_x (MPa)	E_y (MPa)	ν_{xy}	G_{xy} (MPa)
+0% H	4,01	0	0	0	0
+5% H	4,2105	-4,5513	-2,3838	-1,4404	-3,7494
+10% H	4,411	-8,6608	-4,4968	-2,8183	-7,1326
+15% H	4,6115	-12,3884	-6,3788	-4,1355	-10,1992
+20% H	4,812	-15,7843	-8,0636	-5,3932	-12,9906
+25% H	5,0125	-18,8895	-9,5785	-6,5942	-15,5416
+30% H	5,213	-21,7392	-10,9465	-7,7403	-17,8813
+35% H	5,4135	-24,3634	-12,187	-8,8339	-20,0343
+40% H	5,614	-26,7871	-13,3162	-9,8776	-22,0217
+45% H	5,8145	-29,032	-14,3447	-10,8738	-23,8615
+50% H	6,015	-31,117	-15,2934	-11,8246	-25,5692

Tableau (III.11) Variation des propriétés élastiques (%) en fonction de l'épaisseur (%)

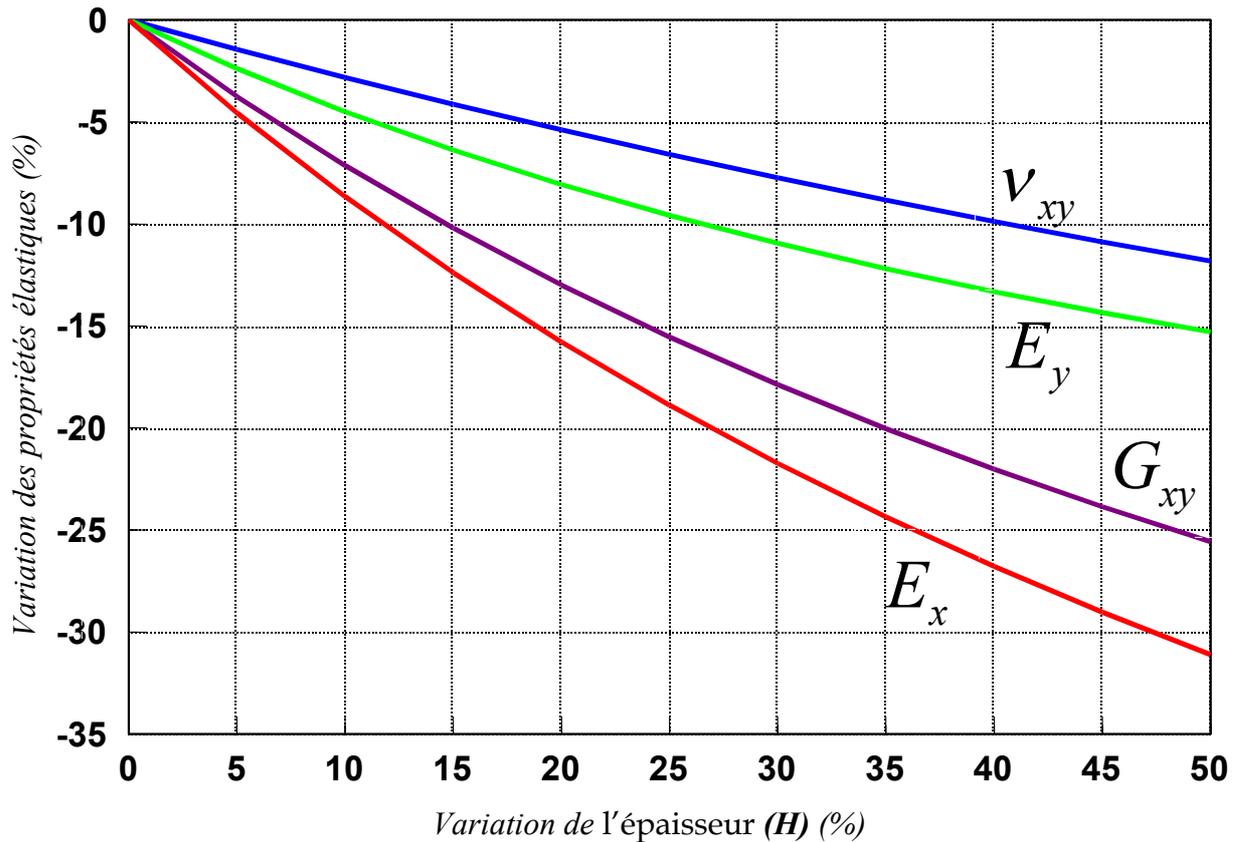


Fig.III.11 Variation des propriétés élastiques en fonction de l'épaisseur

Dans ce cas, une variation de 20% de l'épaisseur (**H**) traîne une erreur entre 5% et 15% liés aux paramètres élastiques (**Fig.III.11**).

Donc une attention particulière devrait être pris pendant la mesure de ce paramètre.

III.6.2. Influence combiné de l'épaisseur (H) et du pas (P)

a) Influence sur (E_x)

H(mm) \ P(mm)	3	4	5	6	7	8
1,5	2537.514	2537.031	2545.920	2559.410	2568.578	2579.176
2	1931.032	1905.638	1899.886	1904.141	1908.697	1916.200
2,5	1583.655	1541.997	1525.084	1521.160	1520.455	1523.986
3	1359.992	1307.612	1282.814	1272.661	1267.478	1267.381
3,5	1204.465	1144.699	1114.288	1099.502	1090.795	1087.696
4	1090.287	1025.213	990.6896	972.4304	960.9858	955.4822
4,5	1003.021	933.9941	896.3743	875.4552	861.8727	854.4494
E_x (MPa)						

Tableau (III.12) Evolution de E_x en fonction de l'épaisseur et du pas de l'ondulation

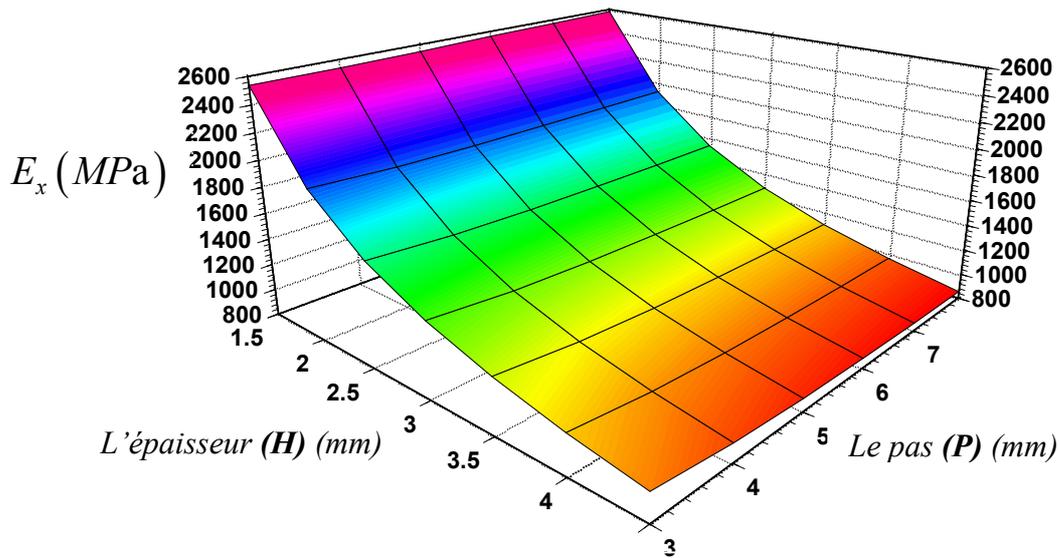


Fig.III.12 Evolution de E_x en fonction de l'épaisseur et du pas de l'ondulation

b) Influence sur (E_y)

H(mm) \ P(mm)	3	4	5	6	7	8
1,5	1374.456	1255.106	1195.072	1162.582	1141.359	1128.668
2	1213.442	1057.855	975.8270	929.2972	899.0549	879.9622
2,5	1134.633	956.7012	858.9637	801.3918	763.4842	738.7751
3	1089.406	898.0089	789.6448	723.8819	679.8400	650.4257
3,5	1060.142	860.5021	745.0705	673.4148	624.6499	591.4280
4	1039.464	834.6253	714.4777	638.6322	586.3064	550.0750
4,5	1023.895	815.6607	692.3224	613.5017	558.5177	519.9393
	E_y (MPa)					

Tableau (III.13) Evolution de E_y en fonction de l'épaisseur et du pas de l'ondulation

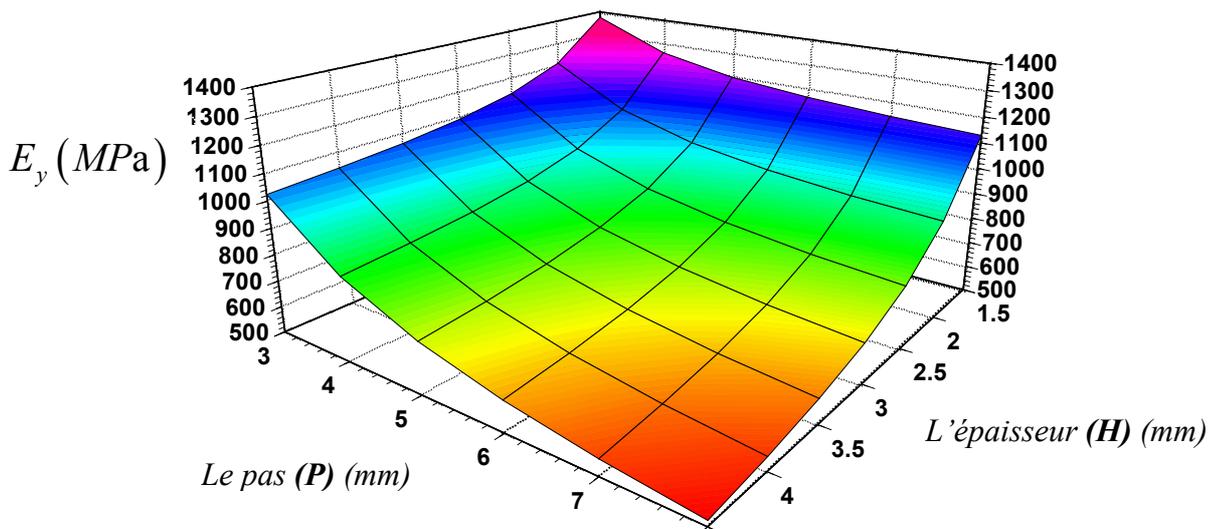
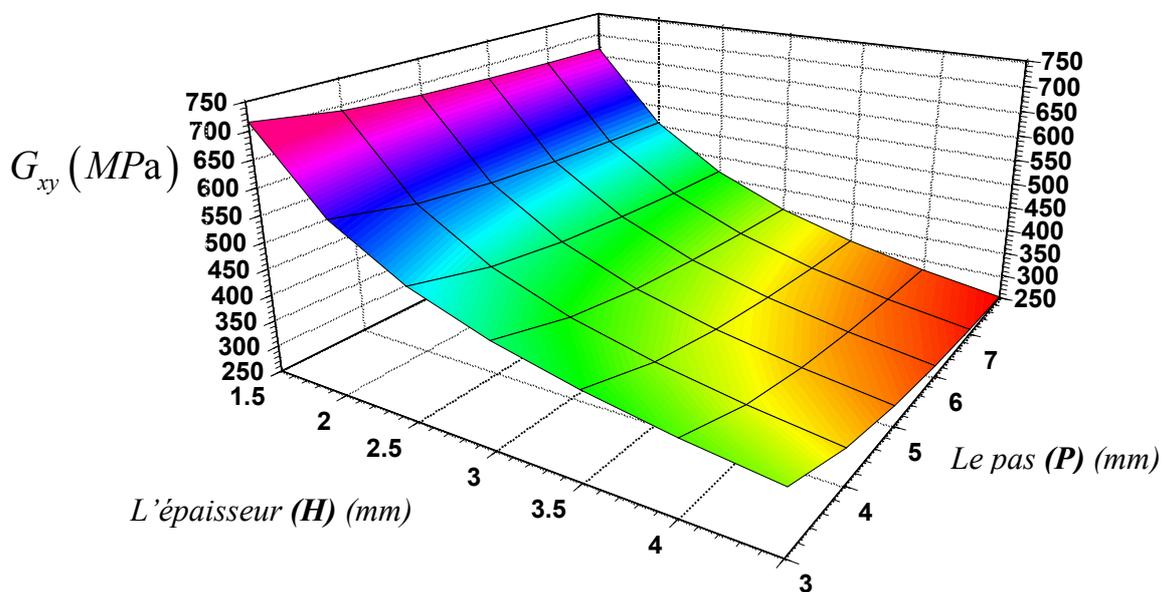


Fig.III.13 Evolution de E_y en fonction de l'épaisseur et du pas de l'ondulation

c) Influence sur (G_{xy})

H(mm) \ P(mm)	3	4	5	6	7	8
1,5	715.1503	690.1696	677.6178	671.4152	667.0090	664.8749
2	575.2827	542.0753	524.6012	515.1460	508.7701	505.1480
2,5	495.7091	457.2099	436.1902	424.1855	416.1010	411.1584
3	444.7285	402.7505	379.2458	365.3397	355.8836	349.8412
3,5	409.3967	365.0330	339.7620	324.4470	313.9238	306.9948
4	383.5158	337.4442	310.8851	294.5142	283.1651	275.5282
4,5	363.7632	316.4225	288.8987	271.7224	259.7278	251.5277
	G_{xy} (MPa)					

Tableau (III.14) Evolution de G_{xy} en fonction de l'épaisseur et du pas de l'ondulationFig.III.14 Evolution de G_{xy} en fonction de l'épaisseur et du pas de l'ondulation

III.6.3. Résultats et discussions

Les figures (III.12), (III.13) et (III.114) récapitulent l'effet combiné de l'épaisseur du carton (H) et du pas de l'ondulation (P) sur l'évolution des propriétés élastiques du matériel obtenu par le modèle analytique.

Les caractéristiques géométriques du micro cannelure et de moyenne cannelure sont fixées comme des limites de l'intervalle (épaisseur : $H1=1.55$ mm pour la micro cannelure et $H2=4.01$ mm pour la moyenne cannelure, et le pas d'ondulation : $P1=3.26$ mm pour la micro cannelure, et $P2= 8$ mm pour la moyenne cannelure). [14]

a) Influence de l'épaisseur du carton ondulé (H)

La première observation qui concerne l'influence de l'épaisseur du carton ondulé, montre que le module E_x est fortement influencé.

En fait, pour une valeur constante du pas de l'ondulation, la chute de E_x est environ 60% (de 2500 Mpa pour une épaisseur de 1.5 mm à 1000 Mpa pour une épaisseur de 4 mm) (Fig.III.12).

Le module E_y est moins influencé. Il montre une chute de 45% (de 1100 Mpa pour une épaisseur de 1.5 mm à 600 Mpa pour une épaisseur de 4 mm) (Fig.III.13).

L'influence de l'épaisseur demeure perceptible sur le module de cisaillement G_{xy} (Fig.III.14).

Une augmentation de 66.5% de l'épaisseur induit une diminution environ 50% du module de cisaillement G_{xy} .

b) Influence du pas de l'ondulation (P)

En ce qui concerne l'influence du pas de l'ondulation, il s'avère que le module E_x reste presque insensible à ce paramètre, tandis que la valeur du module E_y augmente environ 40% quand le pas de la cannelure diminue de 8 à 3 mm.

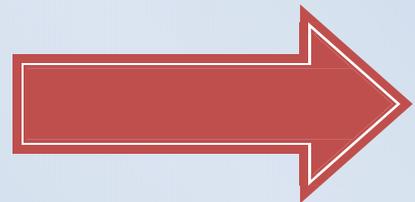
L'effet de pas de l'ondulation sur le module G_{xy} est plus important pour l'épaisseur (4 mm), la valeur de module G_{xy} diminue de 28% quand le pas de l'ondulation évolue de 3 à 8 mm. Considérant que, cette chute est seulement 7% pour la situation d'épaisseur de (1.5 mm).

L'influence du pas de l'ondulation sur les modules E_y et G_{xy} est plus importante que sur le module E_x .

On remarque que les valeurs les plus élevées des modules E_y et G_{xy} sont obtenues pour la plus basse valeur du pas de l'ondulation.

Chapitre IV

Modélisation par éléments finis



IV.1.Introduction

Afin d'évaluer la pertinence de la méthode d'homogénéisation, on a étudié un modèle d'éléments finis (EF) pour l'essai de flexion à trois points. Considérant le sandwich à carton ondulé (3D) comme plaque homogène (2D) et la modélisé donc par des éléments plaque.

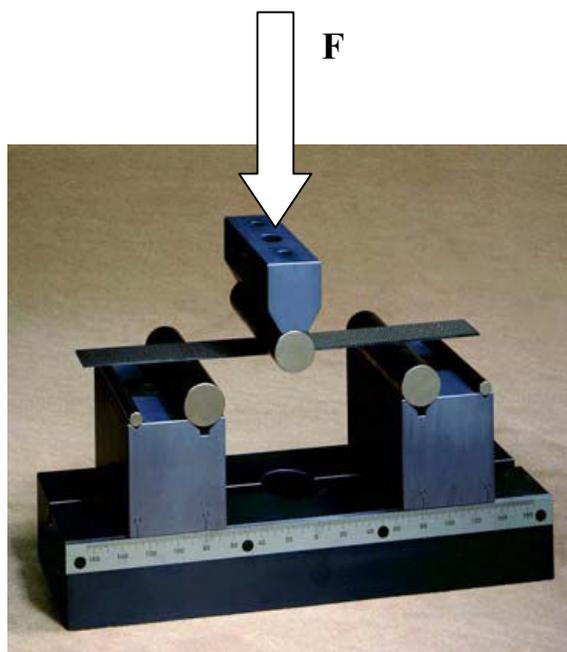


Fig.IV.1 Machine de flexion 3 points [18]

IV.2. Analyse par la méthode des éléments finis

Les analyses ont été exécutées avec l'utilisation du code de calcul **ABAQUS**.

Les avantages principaux de la simulation des comportements mécaniques du carton ondulé sont :

- Coûts de développement diminués, puisque moins d'expériences sont nécessaires dans la phase de développement de processus.
- Une phase de développement plus rapide, puisque plus d'informations sur les propriétés mécaniques du carton ondulé sont obtenues à une partie de sa conception.
- La possibilité d'examiner des paquets faits à partir de nouveaux matériaux de carton ondulé, même si ces matériaux doivent être développés.
- Pouvant étudier les phénomènes locaux (en tant que des efforts locaux et déplacements).

IV.2.1. Caractéristiques géométriques

Les dimensions de la plaque sont :

- Longueur de la plaque $a = 200$ mm
- Largeur de la plaque $b = 60$ mm
- Epaisseur de la plaque $H_p = 4.01$ mm

La distance entre les axes des appuis $L = 160$ mm, donnant l'**élancement** (L/H_p) (rapport entre la distance entre les axes des appuis et l'épaisseur de la plaque) égal à 40 réduisant donc au minimum l'effet de cisaillement, car plus le rapport (L/H_p) est élevé, moins le cisaillement est influent.

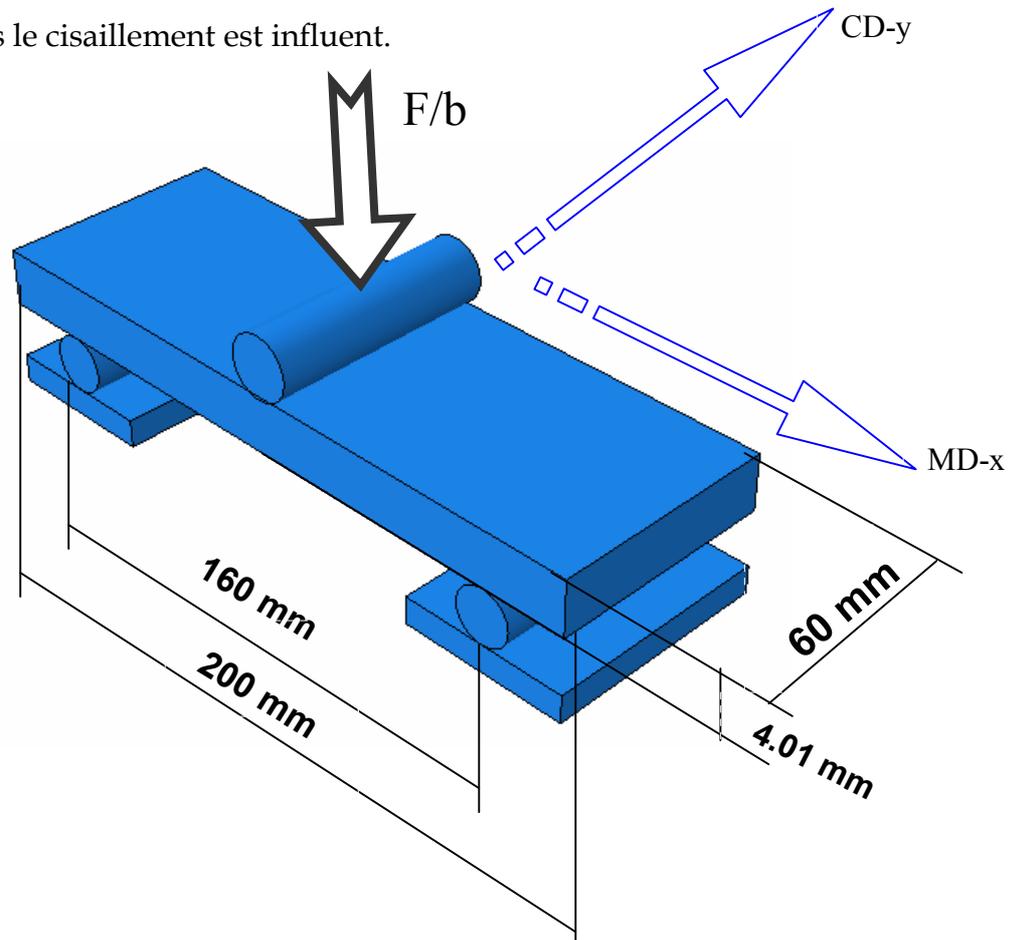


Fig.IV.2 Flexion à trois points de la plaque homogène

IV.2.2. Propriétés mécaniques

Les propriétés mécaniques de la plaque utilisées pour l'étude numérique sont les propriétés homogénéisées obtenues par le modèle analytique et présentées dans le tableau (IV.1), ainsi que les deux modules du cisaillement transversal G_{xz} et G_{yz} déterminés expérimentalement par les essais de cisaillement [14].

propriétés homogénéisées		modules du cisaillement transversal [14]	
E_x (MPa)	953.19	G_{xz} (MPa)	2.320±0.12
E_y (MPa)	549.37		
ν_{xy}	0.30	G_{yz} (MPa)	3.926±0.14
G_{xy} (MPa)	274.98		

Tableau (IV.1) Propriétés mécaniques de la plaque

IV.3.Eléments d'ABAQUS utilisés

IV.3.1.Eléments Mindlin

S3 : élément triangulaire à 3 nœuds

S4 : élément quadrilatère à 4 nœuds

S4R : élément quadrilatère à 4 nœuds avec intégration réduite

S8R : élément quadrilatère à 8 nœuds avec intégration réduite

IV.3.2.Eléments Kirchhoff

STRI3 : élément triangulaire à 3 nœuds

STRI65 : élément triangulaire à 6 nœuds

Le tableau (IV.2) présente une comparaison entre les valeurs de **déflexion** obtenues avec les éléments d'ABAQUS et ceux de l'élément (DKT).

Maillage (N x M)	Déflexion (mm)	Eléments (ABAQUS)						Elément (DKT) [14]
		Eléments Mindlin				Eléments Kirchhoff		
		S3	S4	S4R	S8R	STRI3	STRI65	
2 x 10		1.171	1.172	1.174	1.240	0.9053	1.222	1.3479
4 x 20		1.185	1.187	1.187	1.211	0.9041	1.197	1.3563
6 x 30		1.177	1.178	1.178	1.192	0.8953	1.192	1.3562

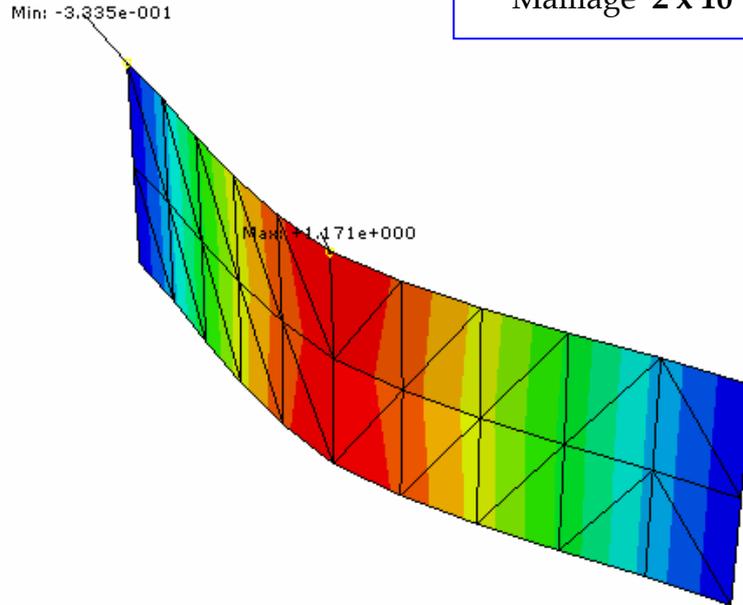
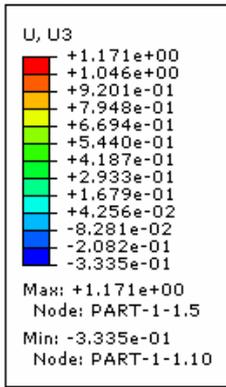
Tableau (IV.2) Comparaison entre les éléments d'ABAQUS et l'élément (DKT)

(DKT) est un élément triangulaire de flexion de plaque à 3 nœuds, basé sur les hypothèses de Kirchhoff sous une façon discrète et proposé par **Dhatt** et **Stricklin** pour l'analyse linéaire des plaques minces [14].

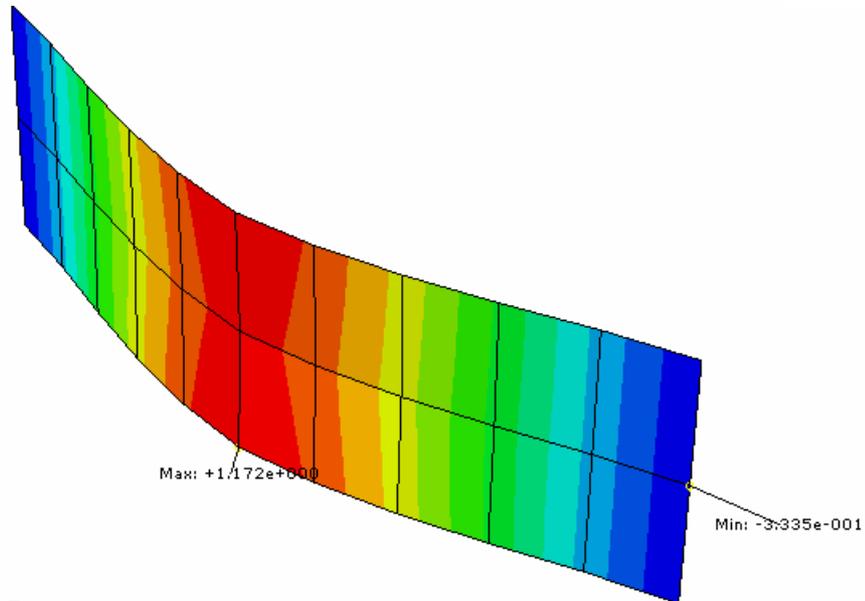
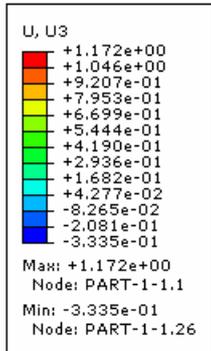
On remarque que le raffinement de maillage n'a pas une grande influence sur les valeurs de la déflexion.

S3

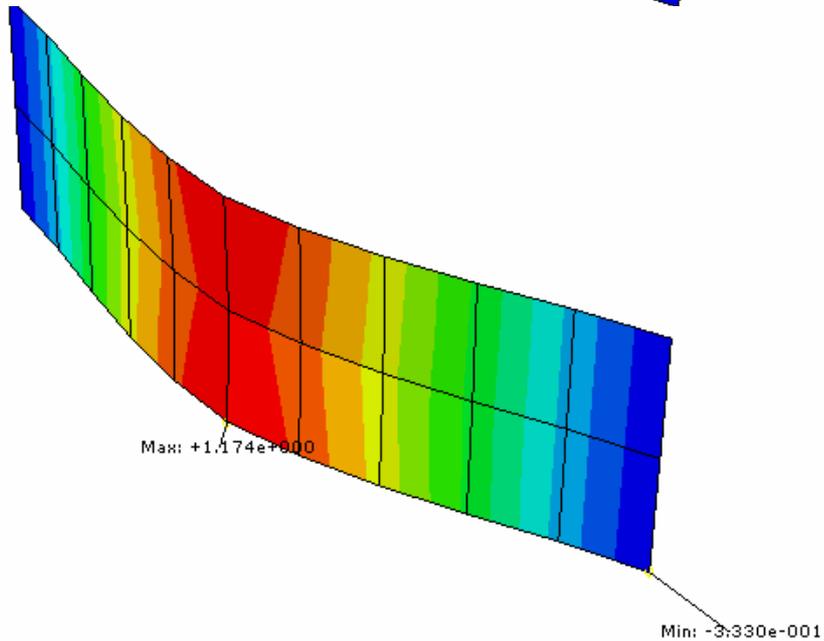
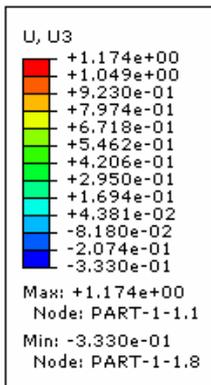
Maillage 2 x 10

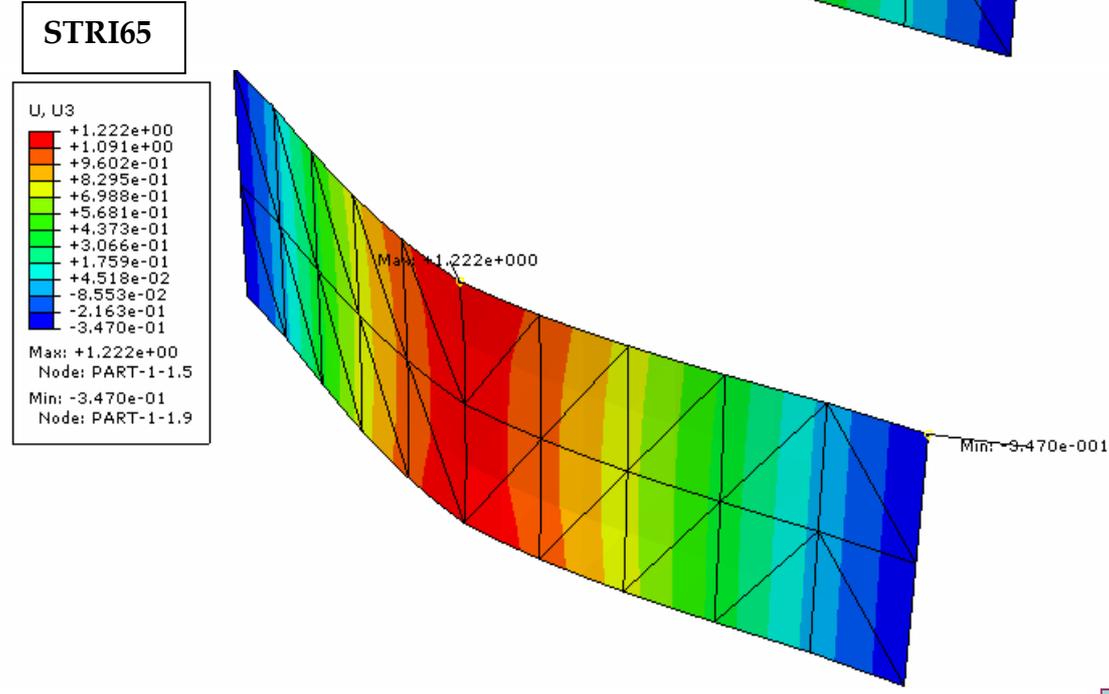
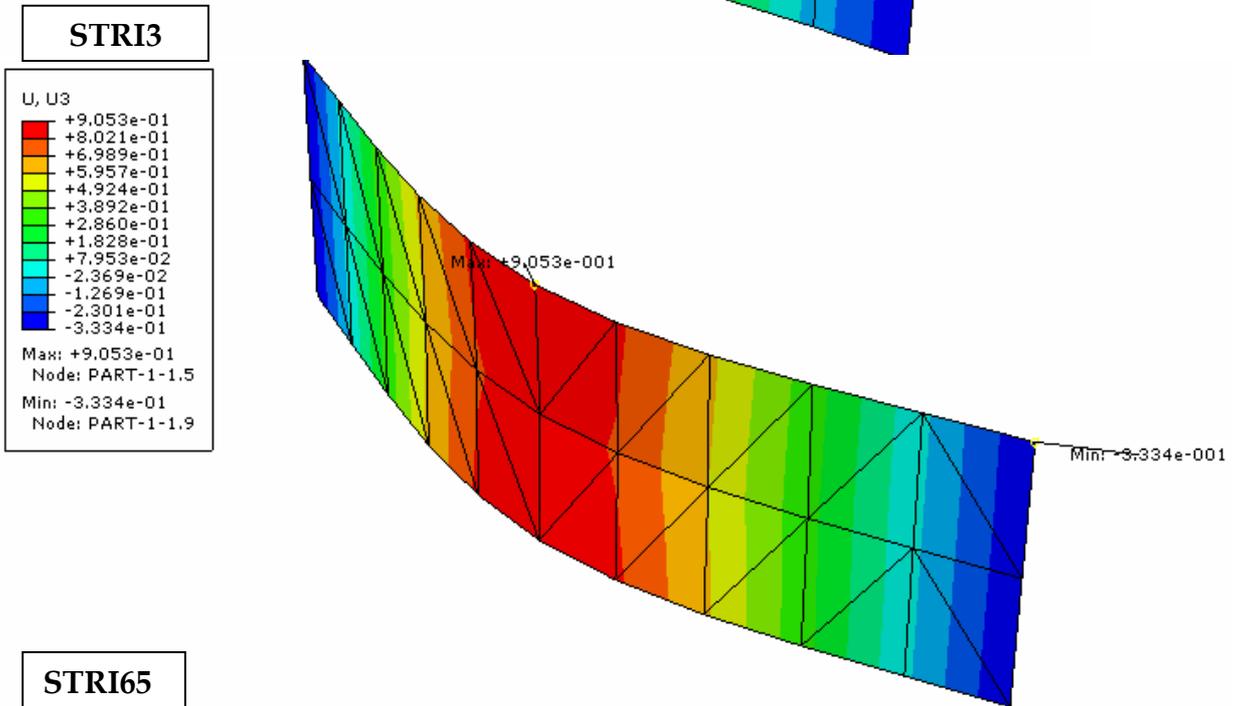
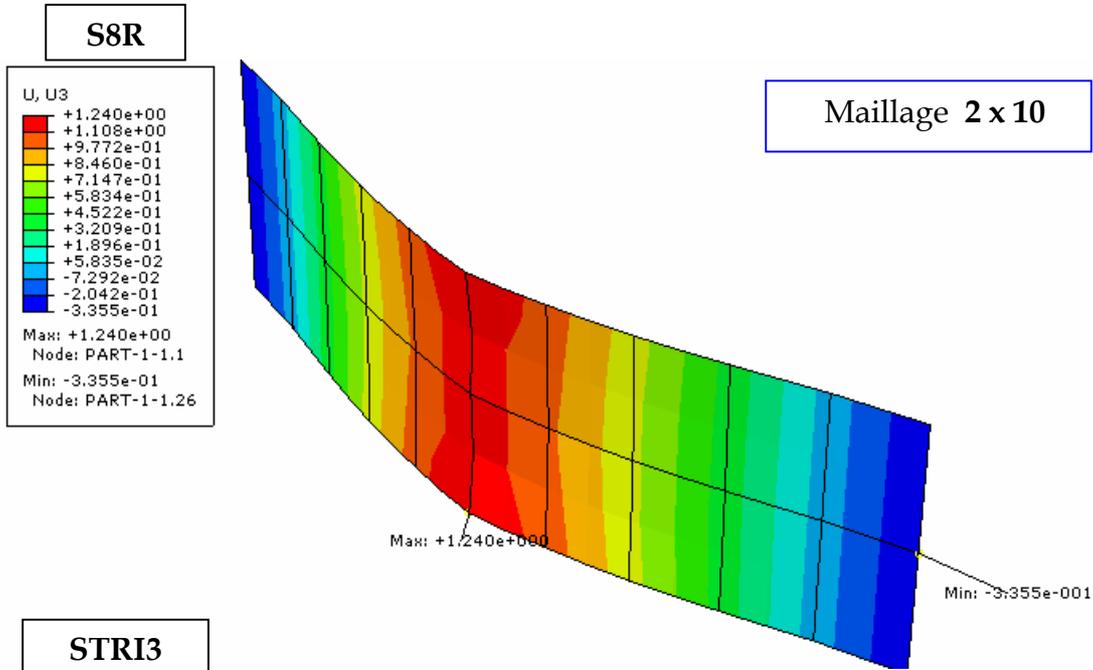


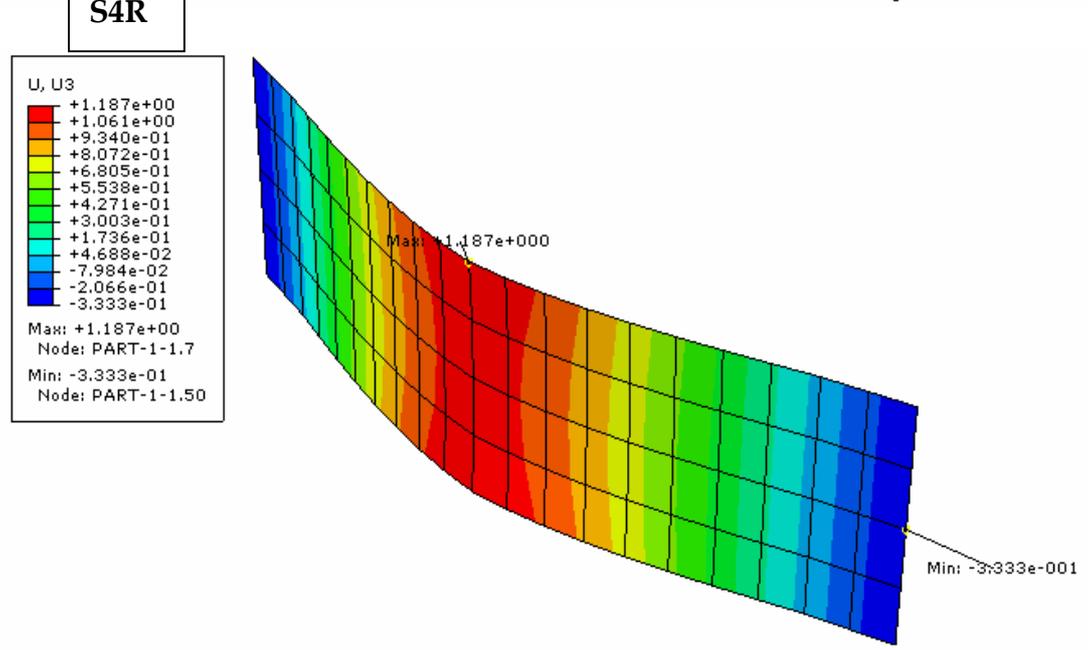
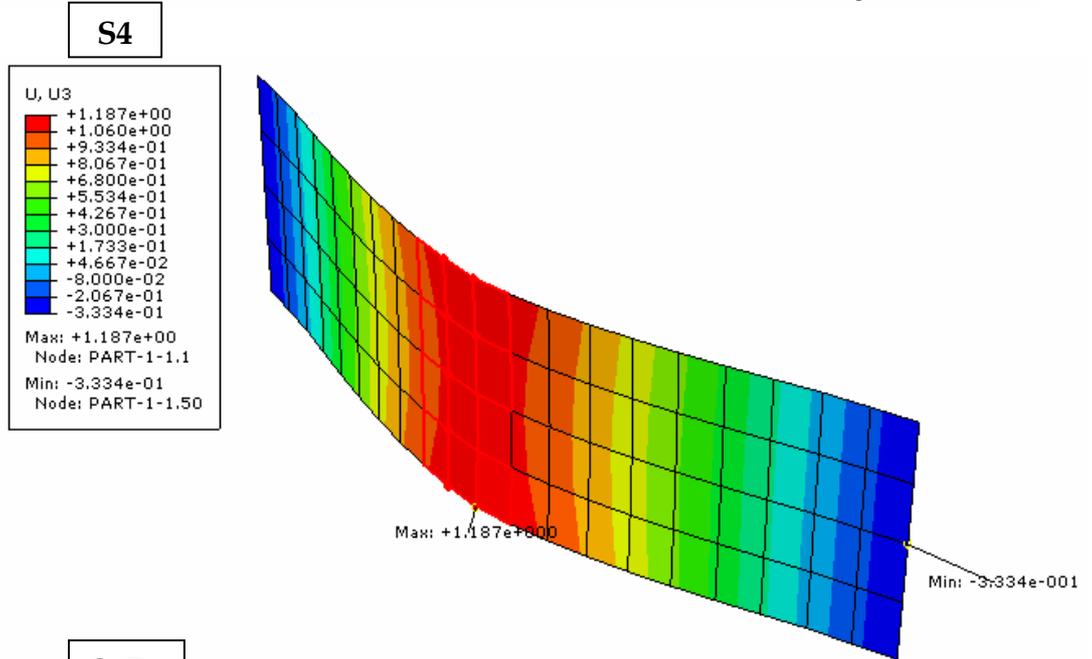
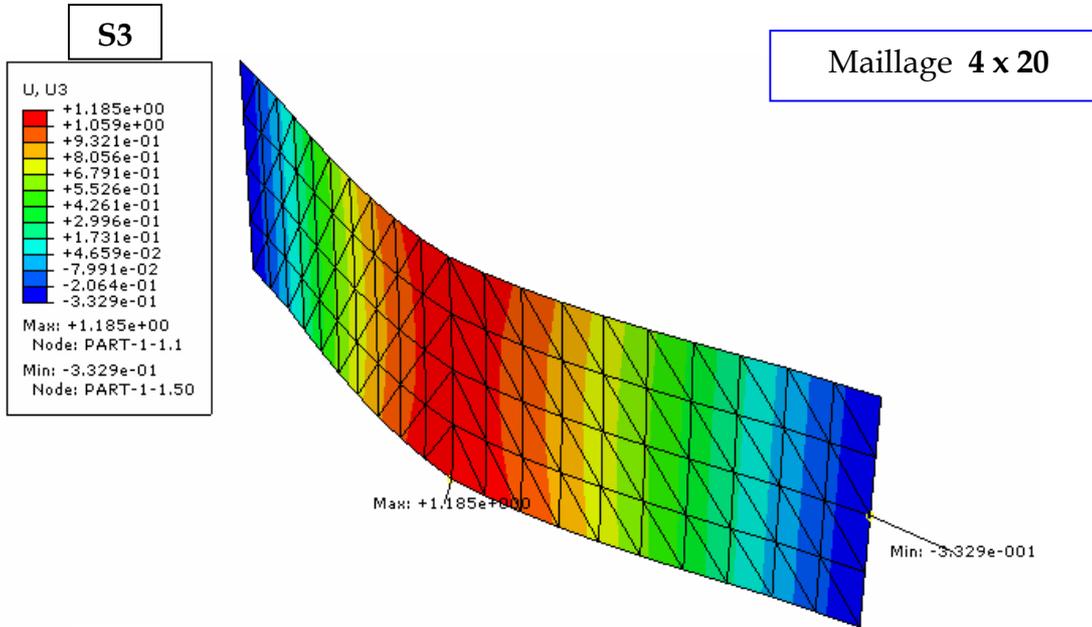
S4

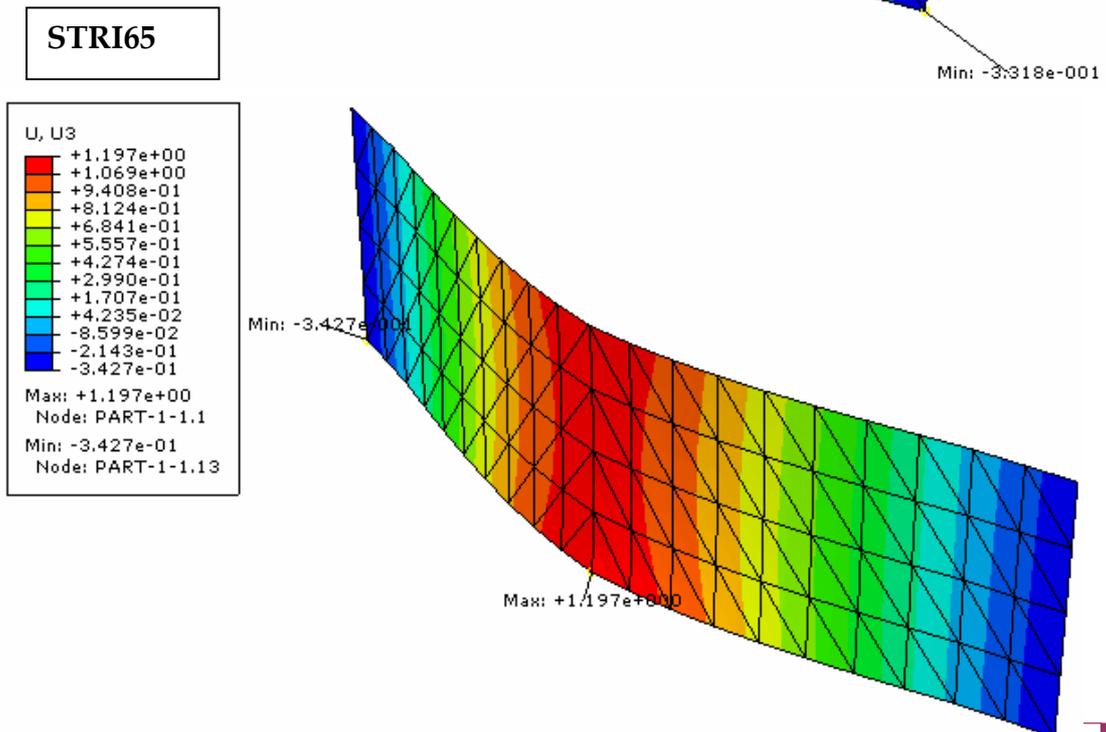
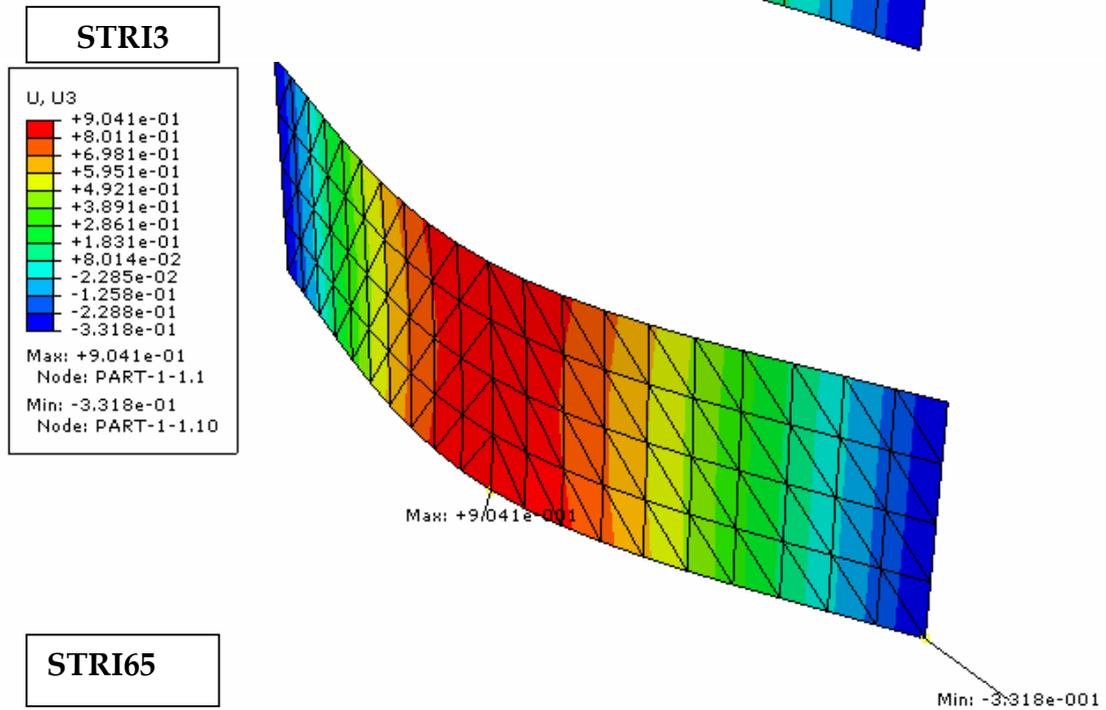
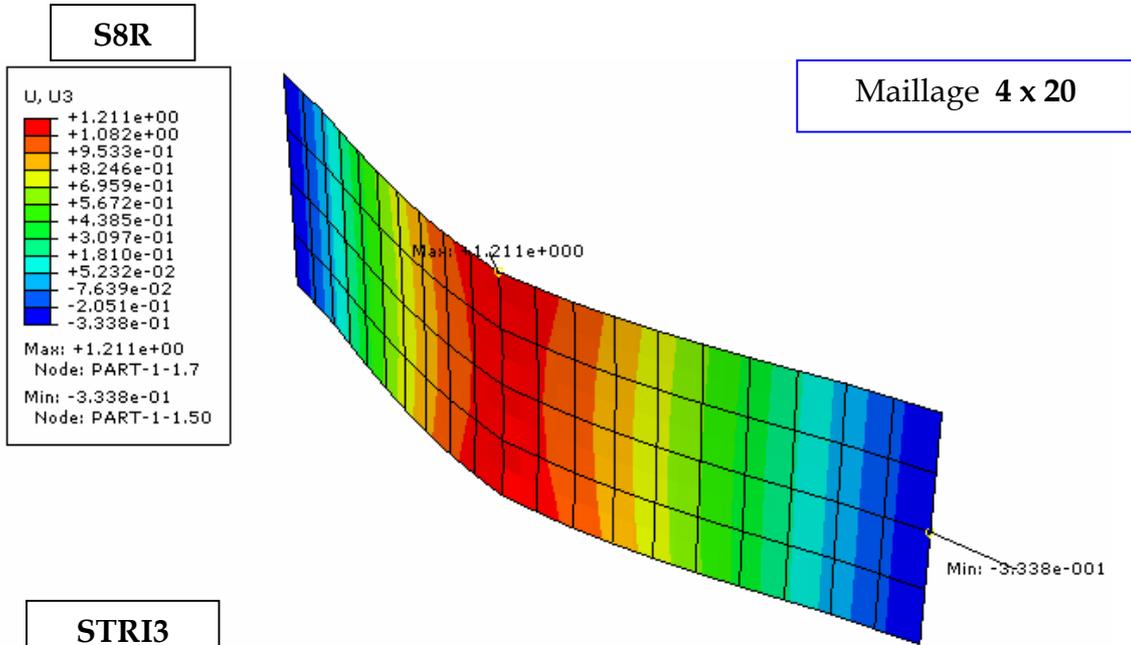


S4R



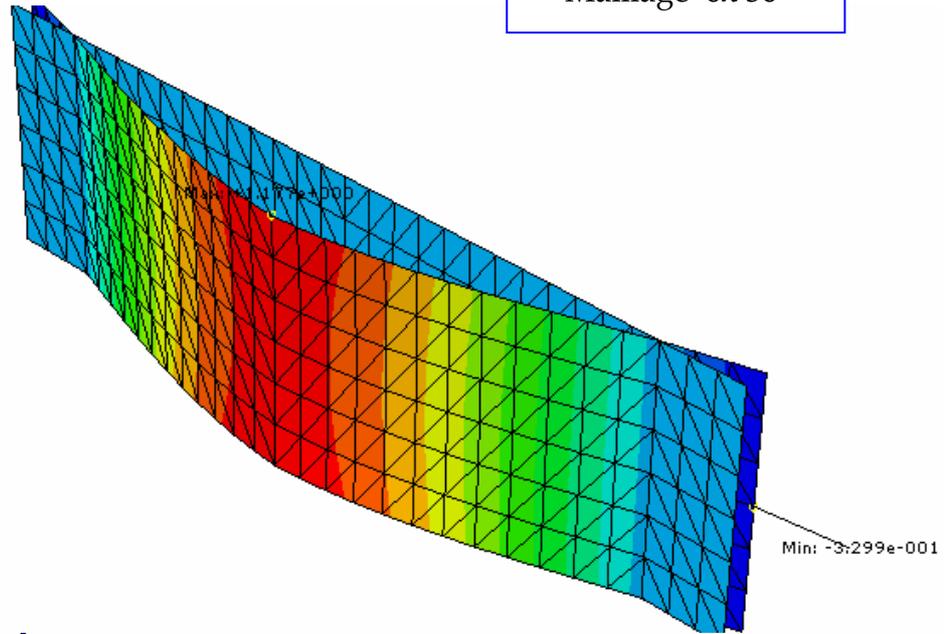
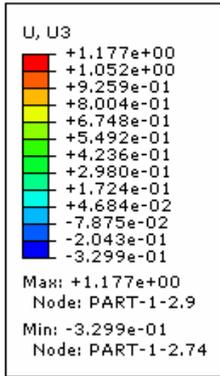




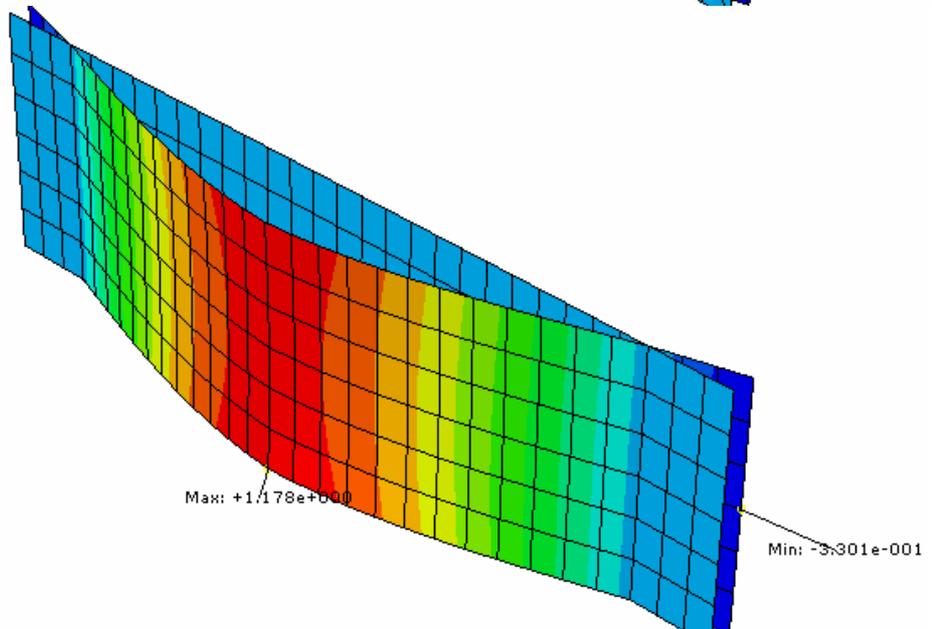
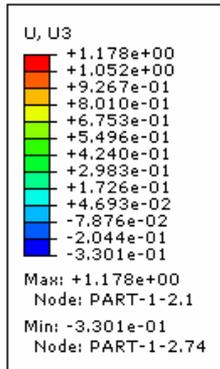


S3

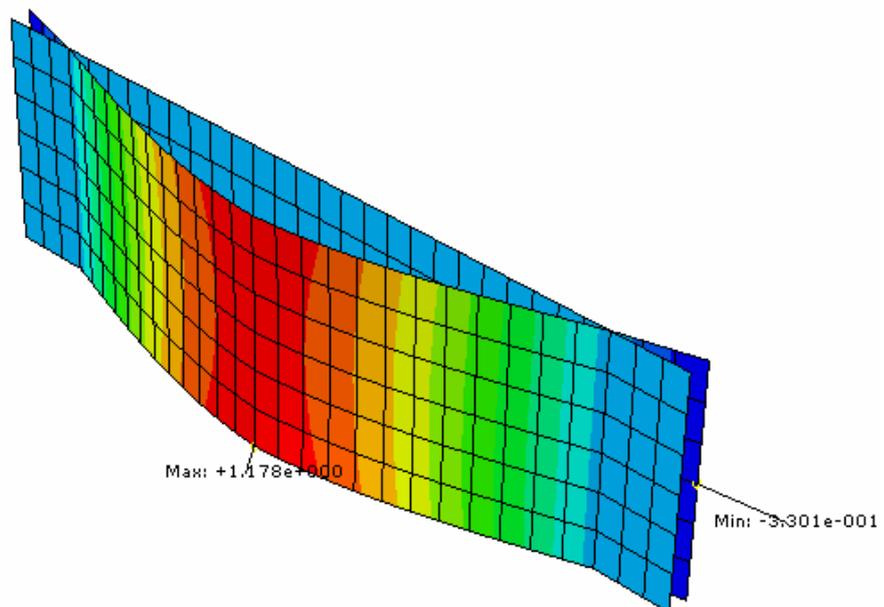
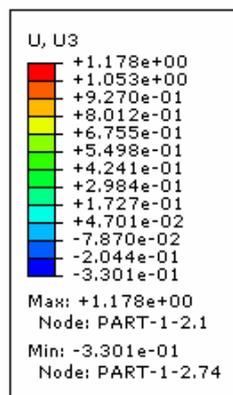
Maillage 6x30



S4

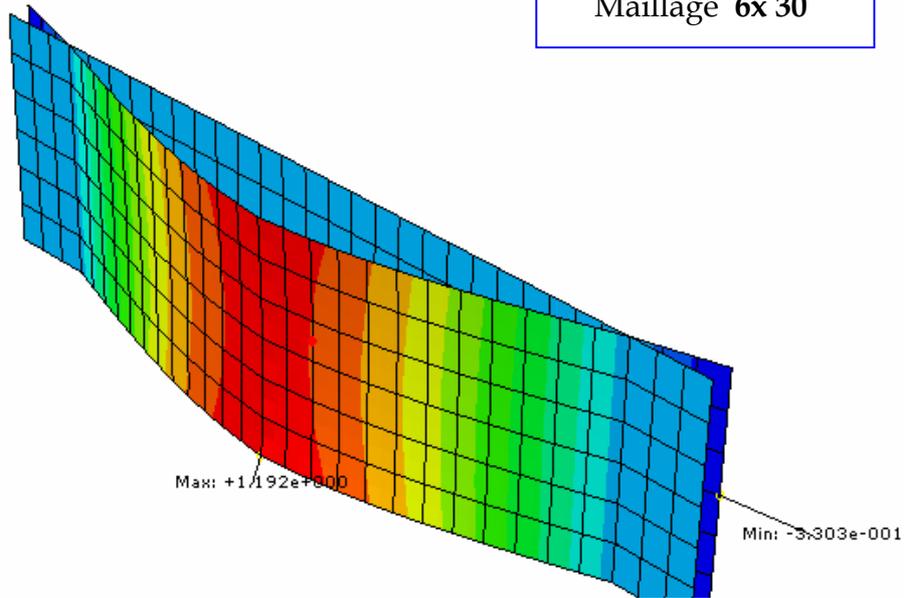
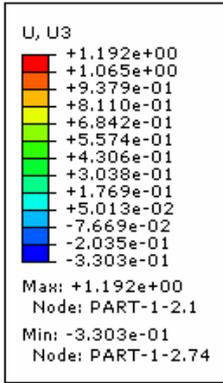


S4R

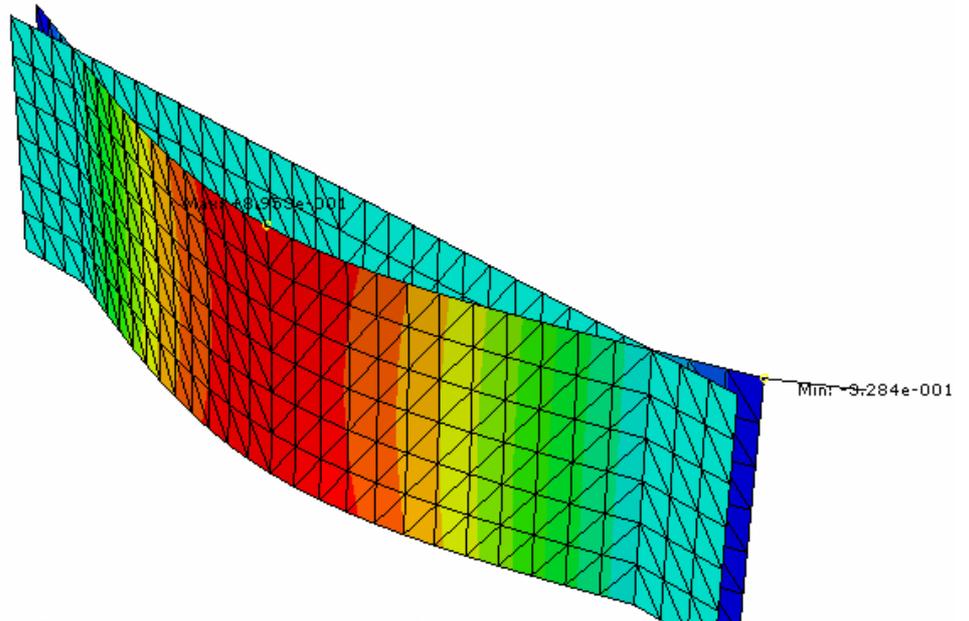
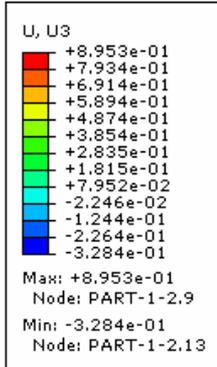


S8R

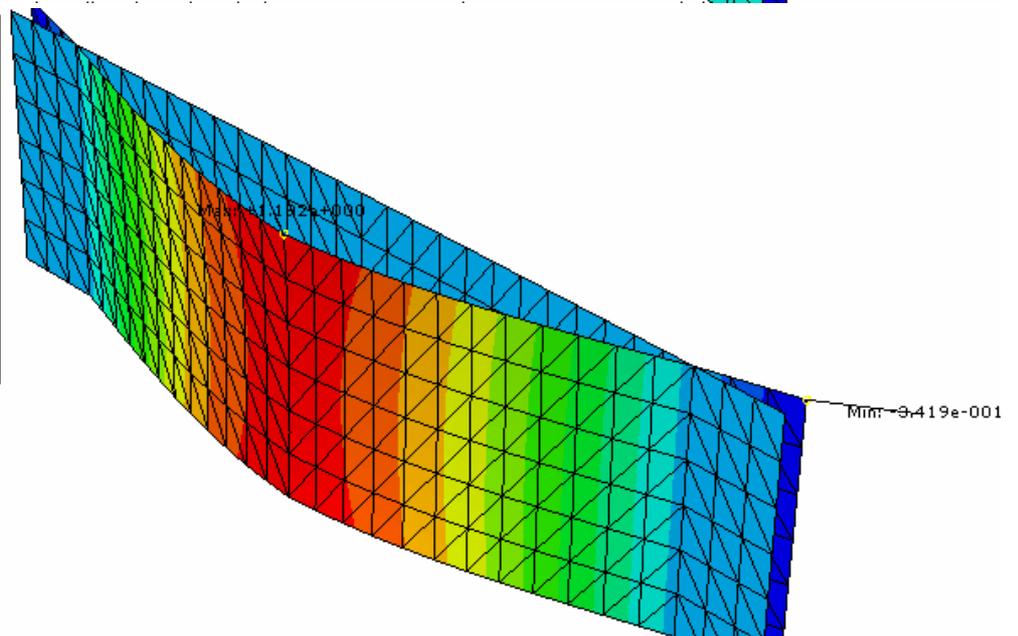
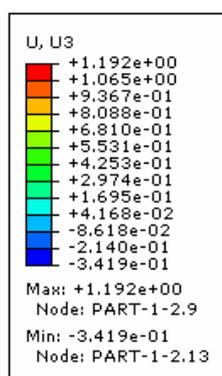
Maillage 6x30



STR13

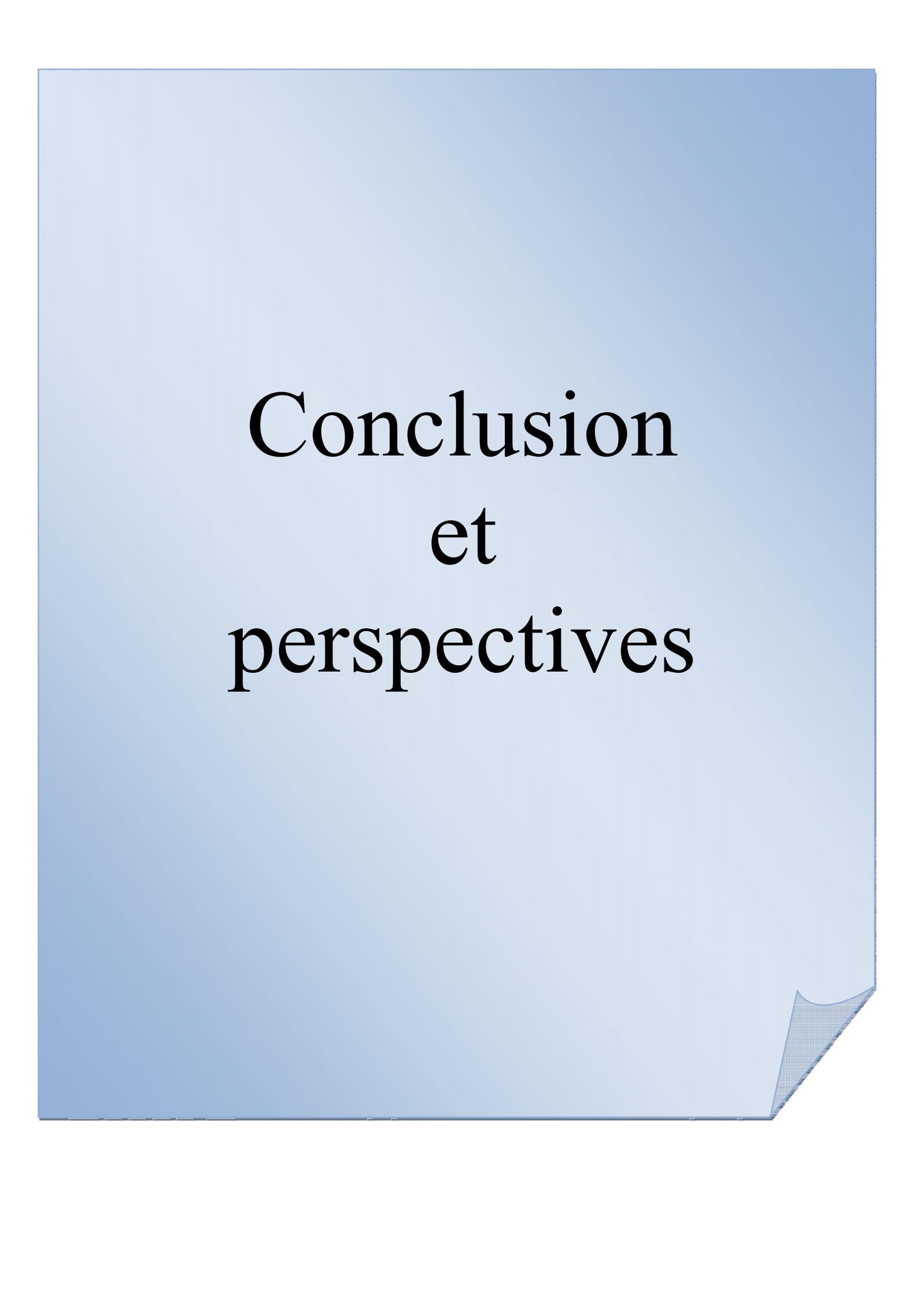


STR165



IV.3.3. Discussion

À part l'élément (STRI3) qui est un élément kirchhoff, et qui convient pour les cas des plaques et coques minces, et qui ne tient pas compte de l'effet de cisaillement transversal, l'élément kirchhoff (STRI65) et les éléments mandrin (S3, S4, S4R, S8R) qui sont employés couramment pour des applications industrielles (parce qu'ils conviennent à la modélisation des plaques et coques épaisses et minces) ont donné des résultats acceptables comparés à ceux trouvés par l'élément (DKT).



Conclusion et perspectives

Conclusion et perspectives

Les avantages du carton ondulé du point de vue coût, légèreté et disponibilité ont fait de ce matériau le plus utilisé dans le domaine de l'emballage. Ainsi et dans le but de rationaliser la quantité de la matière première utilisée et éviter le surdimensionnement de ce type de structure, l'étude et la modélisation du comportement mécanique du carton sont devenues une nécessité.

L'objectif de cette étude était d'établir un modèle 2D du carton ondulé par la méthode d'homogénéisation afin d'obtenir les caractéristiques mécaniques équivalentes. Pour cela, la technique de la théorie de stratification a été utilisée.

L'étude bibliographique qui a fait l'objet du premier et du deuxième chapitre, a montré que le carton ondulé peut être considéré comme une structure sandwich a comportement mécanique orthotrope.

Le troisième chapitre a exposé en détail les fondements théoriques ainsi que la méthode d'élaboration du modèle analytique d'homogénéisation permettant de déterminer les caractéristiques équivalentes du carton ondulé.

Les organigrammes relatifs à ce modèle analytique ont été également détaillés en précisant les paramètres d'entrées et de sorties du programme.

La validation avec des résultats expérimentaux et la comparaison avec d'autres résultats d'homogénéisation ont été effectuées sur deux cas d'exemples [14],[17] obtenus de la bibliographie, ceci à donner des résultats satisfaisants et encourageants.

L'effet des paramètres géométriques du carton ondulé sur les caractéristiques mécaniques homogénéisés a été bien montré par une étude paramétrique. Cette dernière peut être utilisée pour trouver des solutions optimales en fonction de ces paramètres géométriques.

Les caractéristiques mécaniques homogénéisées ont été utilisées pour la simulation de l'essai de flexion à trois points avec la méthode des éléments finis. Ceci a été effectué avec le code de calcul ABAQUS qui a donné des bons résultats.

Comme perspective de développement de ce travail, on propose de développer un modèle analytique qui permet d'homogénéiser et par la suite prédire le comportement élastique des cartons ondulés composés de **plusieurs feuilles**. On propose également d'effectuer des travaux expérimentaux pour caractériser le carton ondulé ainsi que ses composantes (peaux et cannelures) et le mettre au point en vue de valider les modèles.

Références Bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] **B. Mokhtar** "Développement d'un logiciel de calcul d'homogénéisation des plaques stratifiées composites" Mémoire de magister université de Batna, 2008
- [2] **N. Bahlouli** "cours composite" site : www-ipst.ustrasbg.fr/nadia/courcomp/
- [3] **Zwick Roell** "Essais sur papiers et cartons" site : www.zwickroell.com
- [4] **Filters machines** " Corrugating Machine" site: www.Filters-Machines.com
- [5] **Apex Group of Companies** "L'encollage dans les installations de carton ondulé" site : www.apex-groupofcompanies.com
- [6] **B.K. Thakkar** " Crack Prevention in Corrugated Paper Boards" Eindhoven University of Technology, Department of Mechanical Engineering.
- [7] **L'emballage Ondulé de France** "Fiche pratique N° 7" site : www.ondef.org
- [8] **Techlab Systems S.L.** " Solutions de qualité pour essais de carton " site : www.TLS-Techlab Systems.com
- [9] **R. Yáñez, J. L. Alonso, J. C. Parajo** " Production of hemicellulosic sugars and glucose from residual corrugated cardboard" *Process Biochemistry* 39 (2004) 1543–1551, 2004
- [10] **Grenoble INP - PAGORA** "Statistiques, papier, impression et emballage" site : www.Grenoble INP - PAGORA.fr
- [11] International corrugated case association (**I.C.C.A**) 2008
- [12] **D.Begis, G. Duvaut, A. Hassim** "Homogénéisation par éléments finis des modules de comportements élastiques de matériaux composites" Lab. de mécanique théorique, université pierre et marie curie, novembre 1981
- [13] **S. Laroze** "Mécanique des structures, Tome 4 " Edition Eyrolles Masson 1987
- [14] **Z. Aboura, N. Talbi, S. Allaoui, M. Benzeggagh** "Elastic behavior of corrugated cardboard: experiments and modelling" *Composite Structures* 63 (2004) 53–62, 2004
- [15] **S.Allaoui, Z. Aboura, M. Benzeggagh** "Phenomena governing uni-axial tensile behaviour of paperboard and corrugated cardboard" *Composite Structures*, Elsevier, 2008

- [16] **GA. Baum, DC. Brennan, CC. Habeger** "Orthotropic elastic constants of paper" TAPPI J 1981; 64:97-101.
- [17] **S. Allaoui, Z. Aboura, M. Benzeggagh, N. Talbi, R. Ayad** "Modélisation analytique et numérique de structures sandwich de type carton ondulé" 17^{ème} Congrès Français de Mécanique, Troyes, Septembre 2005
- [18] **Lloyd** "La technologie avancée au service des essais de résistance des matériaux" site : www.lloyd-instruments.fr
- [19] **S. Luo, J. C. Suhlin** " The bending stiffnesses of corrugated board" AMD-Vol. 145/MD-Vol. 36, Mechanics of Cellulosic Materials ASME, 1992
- [20] **P. Patel, T. Nordsrand, A. Carlsson** "Local buckling and collapse of corrugated board under biaxial stress" Composite Structures Vol. 39, No. 1-2, pp. 93-110, 1997
- [21] **A.C. Gilchrist, J. C. Suhling** " Nonlinear finite element modelling of corrugated board" Mechanics of Cellulosic Materials AMD-Vol. 231/MD-Vol.1999
- [22] **M. E. Biancolini et C. Brutti** "Numerical and Experimental Investigation of the Strength of Corrugated Board Packages" Packag. Technol. Sci. 2003; **16**: 47-60, 2003
- [23] **R. Ayad** "Adaptation du modèle DDM aux structures orthotropes. Application aux vibrations libres d'une plaque en carton ondulé" 16^{ème} Congrès Français de Mécanique, Nice, 1-5 septembre 2003
- [24] **M.E. Biancolini** "Evaluation of equivalent stiffness properties of corrugated board" Composite Structures 69 (2004) 322-328, 2004
- [25] **T. Nordstrand** " On buckling loads for edge-loaded orthotropic plates including transverse shear" Composite Structures 65 (2004) 1-6, 2004
- [26] **T. Nordstrand** "Analysis and testing of corrugated board panels into the post-buckling regime" Composite Structures 63 (2004) 189-199, 2004
- [27] **Z. Aboura, N. Talbi, R. Ayad, S. Allaoui, M. Benzeggagh** "An homogénéization procedure for cardboard and stitched sandwiches using respectively analytical and numerical simulation" III European Conference on Computational Mechanics, (Lisbon, Portugal) 2006
- [28] **P. Isaksson, A. Krusper, P.A. Gradin** "Shear correction factors for corrugated core structures" Composite Structures 80 (2007) 123-130, 2007

- [29] **A. Batti, N. Talbi, R. Ayad, Y.Q. Guo** "Calcul d'une structure de type carton ondulé à l'aide d'une approche 3D coque homogénéisée" 18^{ème} Congrès Français de Mécanique, Grenoble, 27-31 août 2007
- [30] **N. Ayrimis** "Physical and mechanical properties of cardboard panels made from used beverage carton with veneer overlay" *Materials and Design* 29 (2008) 1897-1903, 2008
- [31] **N. Talbi, A. Batti, R. Ayad, Y.Q. Guo** "An analytical homogenization model for finite element modelling of corrugated cardboard" *Composite Structures*, Elsevier, 2008
- [32] **S. Allaoui, Z. Aboura, M. Benzeggagh** "Effects of the environmental conditions on the mechanical behaviour of the corrugated cardboard" *Composites Science and Technology*, 2008
- [33] **T.M. Nordstrand** "Parametric study of the post-buckling strength of structural core sandwich panels" *Composite Structures* 30 (1995) 44 1-45 1, 1995
- [34] **P. Vannucci** "Séquence complète de calcul d'un stratifié" Cours Matériaux Composites: Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Université de Versailles A.U. 2005-06
- [35] **T. Yokozeki** "Mechanical properties of corrugated composites for candidate materials of flexible wing structures" *Composites: Part A* 37 (2006) 1578-1586, 2006
- [36] **M. Kampneret, J. Grenestedt** "On using corrugated skins to carry shear in sandwich beams" *Composite Structures* 85 (2008) 139-148, 2008
- [37] **V. T. Nguyen** "Modélisation globale et locale des structures multicouches par éléments finis de plaque" Thèse de Doctorat, L'école nationale des ponts et chaussées, Soutenue le 10 décembre 2004
- [38] **N. Buannic, P. Cartraud, T. Quesnel** "Homogenization of corrugated core sandwich panels" *Composite Structures* 59 (2003) 299-312, 2003
- [39] **A. Tafla** "Eléments finis Mixtes Hybrides naturels sans facteurs correctifs du cisaillement pour les plaques et les coques composites multicouches", Thèse de Doctorat de l'Université de Reims Champagne-Ardenne, 2007
- [40] **ABAQUS/CAE user's manual. ABAQUS version 6.8.INC 2008**

Annexe

Annexe

Présentation du code de calcul ABAQUS

Le code de calcul **ABAQUS** a été créé en **1978** par Hibbit, Karlsson & Sorensen (**HKS**). Il Simule la réponse physique de structures et de corps solides à des chargements, des températures, l'impact, et d'autres conditions extérieures.

Ce code contient deux modules principaux :

1. **ABAQUS/Standard** : c'est un Code général d'analyse par éléments finis (**EF**).
 - ❖ Résolution de problèmes :
 - ✓ Linéaires et non-linéaires.
 - ✓ Géométries 1D, 2D, Axi ou 3D.
 - ✓ Nombreuses procédures d'analyses dans le domaine temporel ou fréquentiel.

- 2 **ABAQUS/Explicit** : résolution par un algorithme dynamique explicite.
 - ❖ Analyse non-linéaire, transitoire et dynamique de structures.
 - ❖ Méthode explicite d'intégration du temps.
 - ✓ Avec possibilités d'analyses quasi-statiques où il existe un comportement non-linéair Important

- ✚ **Compléments de modules** :
 - ❖ **ABAQUS/CAE** : environnement complet pour La création des modèles, le lancement d'une analyse et le traitement des résultats
 - ❖ **ABAQUS/Post** : post-traitement Affichage déformée, iso-contours, graphiques...
 - ❖ **ABAQUS/Viewer** : environnement interactif du post-traitement ABAQUS
 - ❖ **ABAQUS/Design** : paramétrage des modèles ABAQUS et analyses de sensibilité

ABAQUS/Safe : durée de vie d'une structure

✚ Interfaces :

- ❖ Catia , I-DEAS, Pro/Engineer...
- ❖ ADAMS, C-MOLD, Moldflow...

Fonctionnement du code ABAQUS

✚ ABAQUS :

N'est qu'un solveur (Standard, Explicit, Implicite, etc.) qui effectue la résolution d'un problème décrit par un fichier « entrée » (ou fichier de données) et dont il écrit la solution Vers un fichier « de sortie » (ou fichier de résultats).

✚ Le fichier (« texte ») de données :

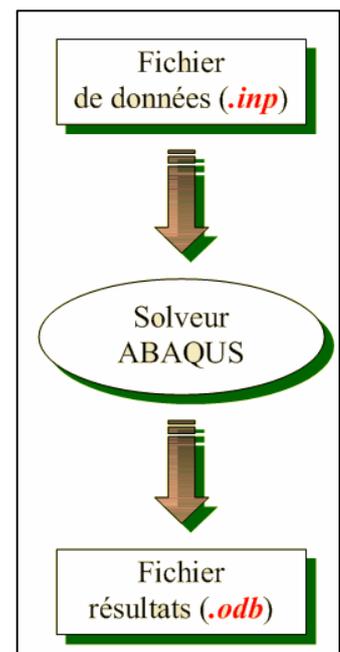
- ✓ Ex tension : .inp
- ✓ Contenu : mots clés qui décrivent les géométries, les matériaux, les conditions limites...

✚ Le fichier de résultats :

- ✓ Ex tension : .odb
- ✓ Contenu : contours et courbes résultats

✚ Les autres fichiers créés pendant le calcul

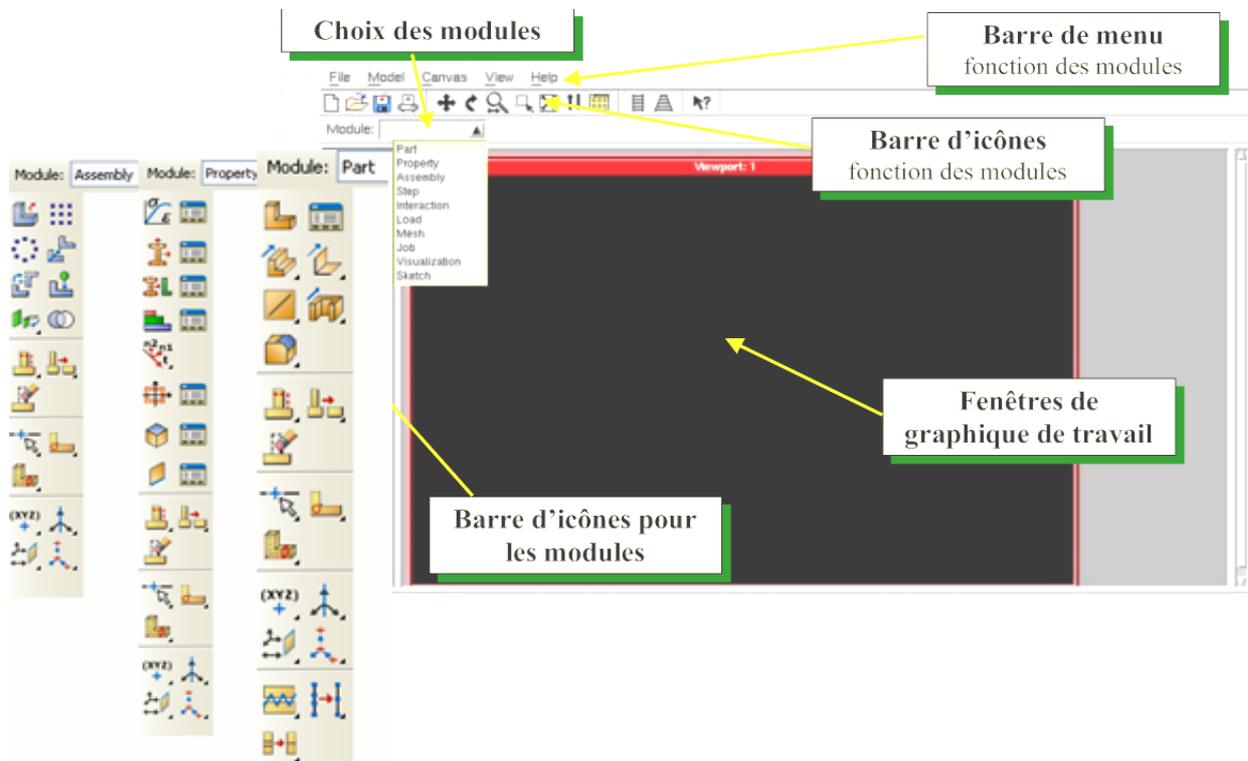
- ✓ Fichier .com : exécutable de votre calcul
- ✓ Fichier .dat : Fichier résumé de votre modélisation
Messages d'erreur concernant votre modélisation
Temps de calcul
- ✓ Fichier .msg : Fichier résumé du calcul en cours
Messages d'erreur lors du déroulement du calcul...



✚ Réalisation d'une simulation numérique

- ✓ En créant son propre fichier d'entrée grâce à un éditeur texte et en connaissant les divers mots clés (utilisation d'ABAQUS Command et d'ABAQUS Viewer)
- ✓ En utilisant l'interface graphique d'ABAQUS CAE

Description de l'interface ABAQUS CAE

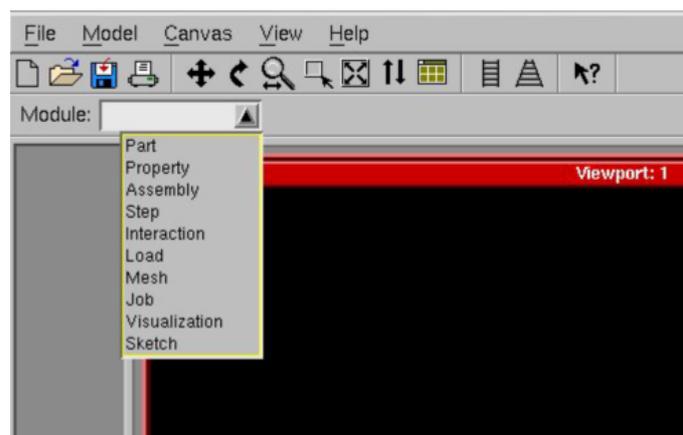


Réalisation d'une simulation numérique

ABAQUS CAE est divisé en unités fonctionnelles appelées modules. Chaque module contient les outils qui sont propres à une partie de la tâche de modélisation.

🔗 Passage successif dans :

- ✓ Module Part
- ✓ Module Property
- ✓ Module Assembly
- ✓ Module Step
- ✓ Module Interaction
- ✓ Module Load
- ✓ Module Mesh
- ✓ Module Job



🔗 Visualisation des résultats

- ✓ Module Visualisation

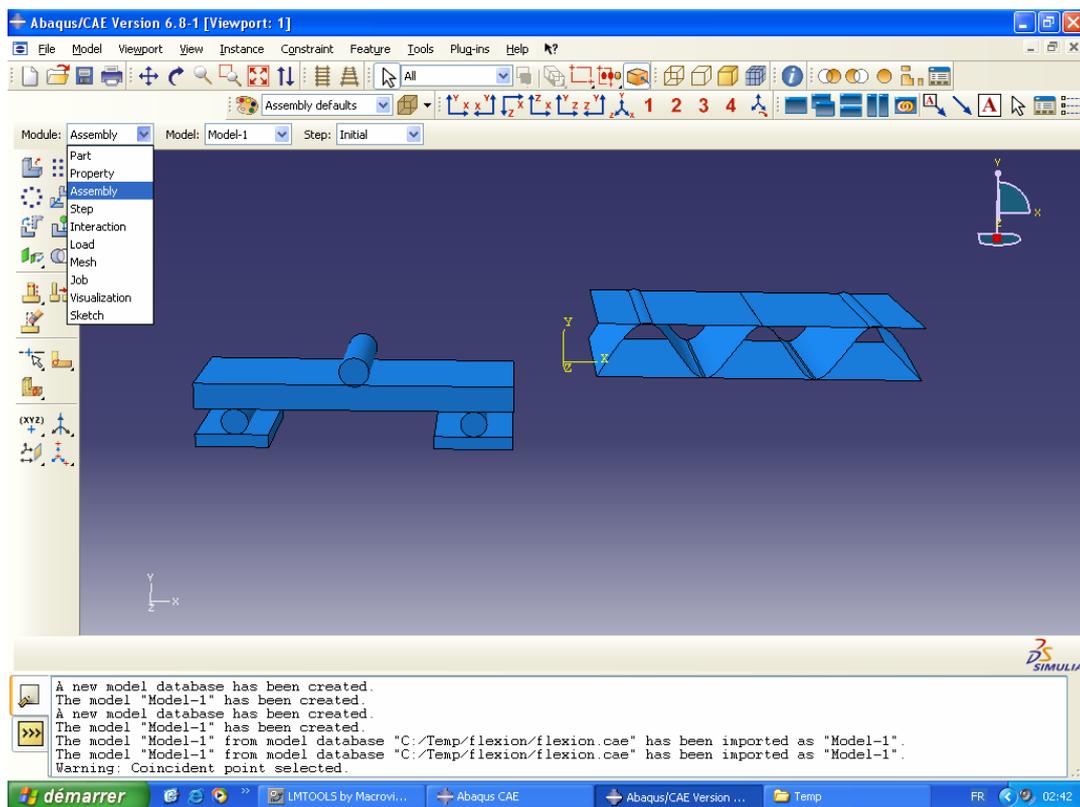
Module Part:

Créer des points	Créer des lignes brisées / rectangles
Créer des arcs	Créer des cercles
Créer des raccords	Créer des splines
Créer des entités de construction	Mesurer et utiliser les cotation
Effectuer des homothéties	Copier des entités
Bouton « undo » (1 action)	Effacement d'esquisse
Ajouter d'esquisse	Sauvegarde de sketch
Options de la fenêtre graphique	Remise à zéro de la vue

Le module Part permet de créer tous les objets géométriques nécessaires aux problèmes, soit en les dessinant dans ABAQUS CAE, soit en les important d'un logiciel de dessin tiers.

La fonction du module Part :

- ✓ Par dessin directement dans Abaqus/CAE.
- ✓ Par des fonctions d'import de fichiers (.sat, .iges, .stp, etc.).



Module Property :

Créer des matériaux
Créer des sections
Affecter des sections
Créer des repères d'orientation (poutres)
Créer des types de profils

Le module Property permet, comme son nom l'indique, de définir toutes les propriétés géométriques des objets ou d'une partie de ces objets.

Module Assembly :

Insérer pour la modélisation des parts
Outils de translation
Outils de rotation
Outils de contraintes de contact
Outils de contraintes plans

Ce module permet d'assembler les différents objets géométriques créés dans un même repère de coordonnées global. Un modèle ABAQUS contient un seul assemblage.

Module Step :

Création d'un step
Outils pour le fichier de sortie (images)
Outils pour le fichier de sortie (courbes)

Ce module permet de définir toutes les étapes et les requêtes pour le post traitement, c'est à dire le moment (temps) à partir duquel une force est appliquée et jusqu'à quand, il est aussi possible de créer des forces ou des conditions limites qui s'activent à des moments donnés.

Module Interaction:

Créer des interactions
Créer les propriétés des interactions
Créer des contraintes
Créer des connecteurs
Créer les propriétés des connecteurs

Grâce ce module, il est possible de spécifier toutes les interactions entre les différentes parties et régions du modèle, qu'elles soient mécaniques, thermiques ou

autres. Il faut savoir qu'ABAQUS ne prend en compte que les interactions explicitement définies, la proximité géométrique n'étant pas suffisantes.

Module Load :

Créer des forces
Créer des conditions limites
Créer des champs
Créer des conditions de chargements

Le module Load permet de spécifier tous les chargements, conditions limites et champs. Il faut savoir que les chargements et les conditions limites sont dépendants des steps, par exemple une force est appliquée au step 1 mais inactive au step 2.

Module Mesh :

Partition des entités
Assigner des contrôles de maillage
Assigner des types d'éléments
Mailleur
Vérification du maillage

Ce module contient tous les outils nécessaires pour générer un maillage élément fini sur un assemblage.

Module Job :

Une fois que toutes les tâches de définition du modèle ont été réalisées, il faut utiliser le module Job pour analyser ce modèle. ABAQUS va alors réaliser tous les calculs nécessaires et en tirer des résultats.

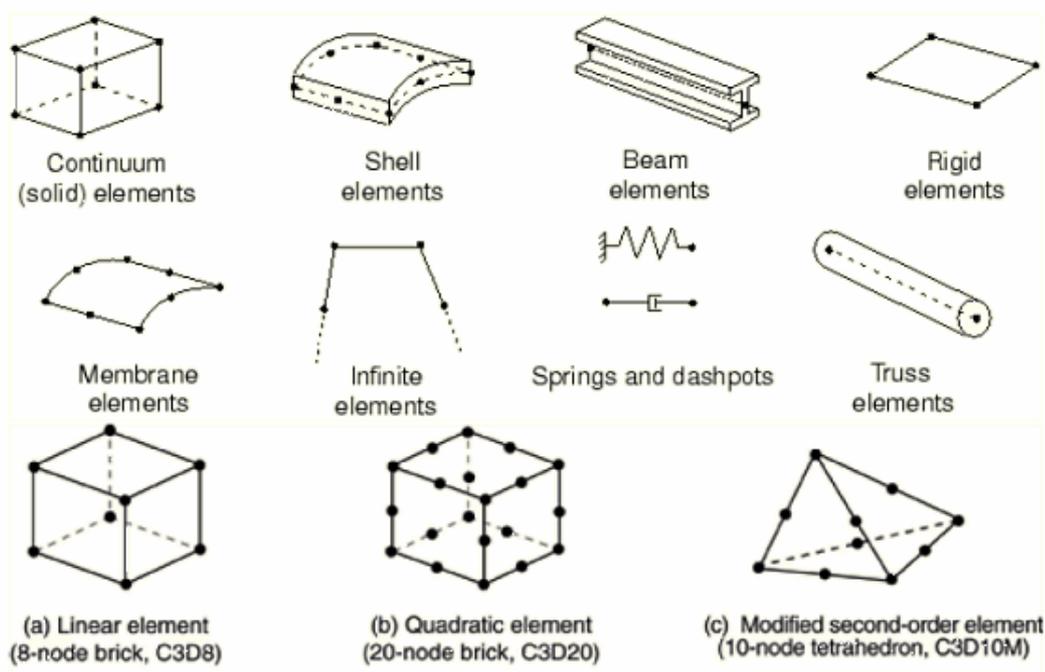
Module Visualisation

Représentation rapide
Affichage du mode non déformé
Affichage du mode déformé
Affichage des contours
Affichage des symboles pour vecteurs, ...
Affichage des orientations matérielles
Animation avec un facteur d'échelle
Animation pas de temps par pas de temps
Animation harmonique
Palette de couleur
Création de courbes
Création de champ de sortie (combinaison de champ)

Ce module permet de visualiser le modèle et les résultats, les courbes de charges, les déformations...

TYPE D'ELEMENTS

Types d'éléments finis du code de calcul d'ABAQUS



Quelques exemples d'éléments issus de la librairie d'ABAQUS.

✚ Elements 1D solides

- Géométrie et degrés de liberté

Définition des coordonnées : x, y, z

Propriétés d'éléments définis par les mots-clés SOLID SECTION (section et propriétés physiques).

Type d'analyse	Degré(s) de liberté nodaux	Type	Réf.	Schéma
MECANIQUE	(u, v, w) : 1, 2, 3	2 noeuds, linéaire	C1D2	
		3 noeuds, quadratique	C1D3	
TRANSFERT DE CHALEUR	(température) : 11	2 noeuds, linéaire	DC1D2	
		3 noeuds, quadratique	DC1D3	
TEMPERATURE-DEPLACEMENT	(u, v, w) : 1, 2, 3	2 noeuds, linéaire	DC1D2T	
	(température) : 11	3 noeuds, quadratique	DC1D3T	

✚ Elements 2D solides

- Géométrie et degrés de liberté

Définition des coordonnées : x , y ou r ,

Propriétés d'éléments définis par les mots-clés SOLID SECTION (épaisseur et propriétés physiques).

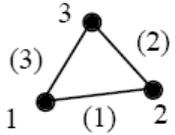
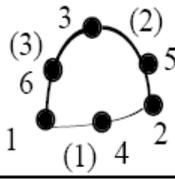
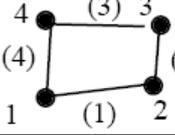
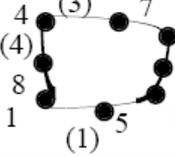
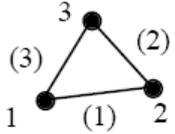
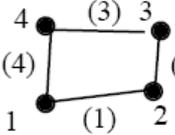
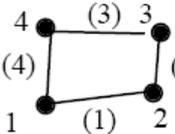
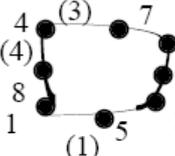
Type d'analyse	Degré(s) de liberté nodaux	Type	Réf.	Schéma
MECANIQUE	$(u, v) : 1, 2$	3 noeuds, linéaire	CPE3 /CPS3	
DEFORMATIONSP LANES / CONSTRAINTES PLANES		6 noeuds, quadratique	CPE6 /CPS6	
	$(u, v) : 1, 2$	4 noeuds, linéaire	CPE4 /CPS4	
		8 noeuds, quadratique	CPE8 /CPS8	
TRANSFERT DE CHALEUR	(température) : 11	3 noeuds, linéaire	DC2D3	
		4 noeuds, linéaire	DC2D4	
TEMPERATURE- DEPLACEMENT	$(u, v) : 1, 2$ (température) : 11	4 noeuds, linéaire	CPE4T /CPS4T	
DEFORMATIONSP LANES / CONSTRAINTES PLANES		8 noeuds, déplacement quadratique, température linéaire	CPE8T /CPS8T	

✚ Elements 2D axisymétriques

- Géométrie et degrés de liberté

Définition des coordonnées : x , y ou r ,

Propriétés d'éléments définis par le mots-clés SOLID SECTION (épaisseur et propriétés physiques).

Type d'analyse	Degré(s) de liberté nodaux	Type	Réf.	Schéma
MECANIQUE	$(u, v) : 1, 2$	3 noeuds, linéaire	CAX3	
		6 noeuds, quadratique	CAX6	
	$(u, v) : 1, 2$	4 noeuds, linéaire	CAX4	
		8 noeuds, quadratique	CCAX8	
TRANSFERT CHALEUR DE	(température) : 11	3 noeuds, linéaire	DCAX3	
		4 noeuds, linéaire	DCAX4	
TEMPERATURE-DEPLACEMENT	$(u, v) : 1, 2$ (température) : 11	4 noeuds, linéaire	CAX4T	
		8 noeuds, déplacement quadratique, température linéaire	CAX8T	

✚ Elements poutres

• Géométrie et degrés de liberté

Définition des coordonnées : x, y, z

Propriétés d'éléments définis par le mots-clés BEAM SECTION (section et propriétés physiques).

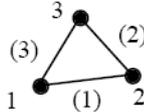
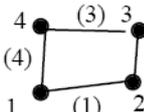
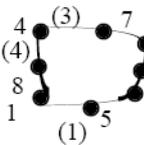
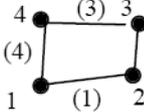
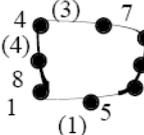
Type d'analyse	Degré(s) de liberté nodaux	Type	Réf.	Schéma
MECANIQUE	$(u, v, w) : 1, 2, 3$ $(\alpha, \beta, \gamma) : 4, 5, 6$	2 noeuds, linéaire	B21/B31	
PLAN / ESPACE		3 noeuds, quadratique	B22/B32	

✚ Eléments coques

• Géométrie et degrés de liberté

Définition des coordonnées : x, y, z

Propriétés d'éléments définis par les mots-clés SHELL SECTION (section et propriétés physiques).

Type d'analyse	Degré(s) de liberté nodaux	Type	Réf.	Schéma
MECANIQUE	$(u, v, w) : 1, 2, 3$ $(\alpha, \beta, \gamma) : 4, 5, 6$	3 noeuds, linéaire	S3R	
		4 noeuds, linéaire	S4R	
		8 noeuds, quadratique	S8R	
TRANSFERT DE CHALEUR	(température) : 11, 12, ...17	4 noeuds, quadratique	DS4	
TEMPERATURE-DEPLACEMENT COUPLEE	$(u, v, w) : 1, 2, 3$ $(\alpha, \beta, \gamma) : 4, 5, 6$ (température) : 11, 13, ...17	8 noeuds, quadratique	S8RT	

Résumé

L'objectif principal de ce travail est d'étudier la possibilité d'établir un modèle mécanique équivalent du carton ondulé permettant d'étudier son comportement sur un maillage 2D au lieu d'un maillage 3D numériquement très coûteux. Le modèle d'homogénéisation analytique proposé permet une modélisation d'une structure 3D de carton ondulé par une plaque homogénéisée 2D. Il est basé principalement sur la théorie de stratification. Afin d'évaluer la pertinence de la méthode d'homogénéisation, un modèle d'élément fini pour l'essai de la flexion à trois points est utilisé. Après la validation du modèle montrant une bonne corrélation entre les résultats expérimentaux et analytiques, une étude paramétrique est proposée. Ceci permet d'analyser l'effet des paramètres géométriques sur des propriétés d'élasticité. Le présent modèle a été validé par comparaison avec une simulation sur ABAQUS et avec d'autres résultats numériques et expérimentaux. On a constaté que le procédé simplifié d'homogénéisation est en juste proportion précis et rapide pour analyser effectivement le panneau de carton ondulé aux étapes préliminaires et optimales de conception.

Abstract

The main goal of this work is to study the possibility of establishing an equivalent mechanical model of corrugated cardboard allowing to study its behavior on a 2D meshing of the corrugated cardboard, instead of a 3D meshing numerically very expensive. The proposed analytical homogenisation model allows modelling the 3D corrugated cardboard with a 2D homogenised plate. This model is essentially based on the theory of stratification. Moreover, in order to assess the relevance of the homogenization method, a finite element model for three-point bending test is created. After the model validation showing a good correlation between experimental and analytical results, a parametric study is proposed. This allows to analyze the effect of geometrical parameters on in-plane elastic properties. This model was validated by a comparison with a simulation on the ABAQUS software and with other numerical and experimental result. It was found that the simplified homogenization procedure is adequately accurate and fast for effectively analyzing corrugated cardboard panel in the preliminary and optimum design stages.

ملخص

إن الهدف الأساسي من هذا العمل هو دراسة إمكانية استعمال نموذج ميكانيكي مكافئ للكرتون المتموج، يسمح بدراسة سلوكه على تشبيك ثنائي البعد بدلا من تشبيك ثلاثي البعد، الذي تكلف حساباته الرقمية غالبا. إن نموذج التجانس التحليلي المقترح يسمح بنموذجية بنية ثلاثية الأبعاد من الكرتون المتموج بصفيحة متجانسة ثنائية البعد. هذا النموذج يركز أساسا على النظرية الكلاسيكية الخاصة بالصفائح. و من أجل تقييم أهمية نموذج التجانس فمننا باستعمال نموذج للعناصر المتناهية لتجربة الانحناء بثلاث نقاط. بعد التأكد من صلاحية النموذج الذي أعطى نتائج جيدة مقارنة مع النتائج التجريبية والتحليلية، فمننا بدراسة بعدية و هذا يمكن من تحليل تأثير الأبعاد الهندسية على الخصائص المرنة. لقد أثبتت نجاعة هذا العمل بالمقارنة مع التحاكي باستعمال برنامج " اباكيس " و مع نتائج تجريبية أخرى. لقد تم إثبات أن الطريقة المختصرة للتجانس أسرع وأدق لتحليل صفائح الكرتون المتموج في المراحل الأولى للتصنيع.