

Université Mohamed Khider – Biskra  
Faculté des Sciences et de la technologie  
Département : Génie civil et hydraulique  
Ref : .....



جامعة محمد خيضر بسكرة  
كلية العلوم و التكنولوجيا  
الهندسة المدنية و الري  
.....:

Mémoire présenté en vue de l'obtention  
du diplôme de

**Magister en : GÉNIE CIVIL**

**Option : Matériaux de construction**

**Propagation des ondes ultra-sonore dans les milieux  
solides hétérogènes  
- Application au cas du béton -**

Présenté par :

**OTHMANI MARABOUT Mohamed Sadek**

Soutenu publiquement le 29 Avril 2013

**Devant le jury composé de :**

Pr. GUETTALA Abdelhamid  
Pr. MELLAS Mekki  
Dr. MEZGHICHE Bouzidi  
Dr. ZAYTAR Abdallah

Professeur  
Professeur  
Maitre de Conférences 'A'  
Maitre de Conférences 'A'

Président  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur

Université de Biskra  
Université de Biskra  
Université de Biskra  
Université de Biskra

## Remerciements

Au terme de ce modeste travail, je tiens d'abord à remercier le bon Dieu de m'avoir donné la force et la patience pour mener à terme ce travail, ainsi que mes parents et ma famille qui m'ont toujours encouragé et soutenu durant tout mon parcours d'études.

J'adresse mes profonds remerciements à mon Directeur de mémoire **Professeur MELLAS Mekki**, d'avoir accepté de m'encadrer et de me guider sur le bon chemin durant l'accomplissement de ce travail.

Je remercie également le **Professeur GUETTALA Abdelhamid** d'avoir accepté de présider le jury de délibération.

Mes remerciements vont également aux maîtres de conférences Messieurs **Mezghiche Bouzidi** et **ZAYTAR Abdallah**, Maître de conférences, de m'avoir fait l'honneur d'examiner et de porter un regard critique sur mon travail et de participer au jury de délibération.

Je remercie également tous les enseignants du département de génie civil de l'université de Biskra.

Je remercie tous ceux qui m'ont soutenu et encouragé durant ces années.

---

## Résumé

Il est important de mettre en œuvre des techniques performantes et adaptées au contrôle des structures. Pour cela, les ultrasons sont autant de techniques qui permettent de déterminer les caractéristiques d'un milieu souvent hétérogène.

Les difficultés à relier les grandeurs observables, telles que la vitesse et l'atténuation, aux évolutions du matériau justifient le besoin de mieux connaître le phénomène de propagation de l'onde ultrasonore dans un milieu diffusant et atténuant tel que le béton.

Nous présentons un travail qui essaye de décrire et comprendre l'onde ultrasonore et son parcours dans un milieu homogène, de désosser le matériau hétérogène tel que le béton et de le convertir par simulation à un matériau homogène pour avoir le modèle homogène équivalent (caractéristiques physiques connues), et d'étudier le passage de l'onde dans le milieu du modèle homogène équivalent.

### Mots clés :

Essais non destructifs, onde sonore, milieu homogène, milieu hétérogène, béton, caractérisation.

من المهم وضع آليات و طرق ناجعة لوقاية هياكل المنشآت، لهذا فالموجات الفوق الصوتية تعتبر من التقنيات التي تسمح بمعرفة خصائص الوسط الغير متجانس.

صعوبات ربط سرعة الصوت و الرنين بخصائص المادة تبرر ضرورة المعرفة الجيدة لظاهرة تردد الموجات الفوق الصوتية في وسط غير متجانس مثل الخرسانة.

في هذه الأطروحة نقدم عمل يسعى إلى فهم ووصف الموجات الفوق صوتية و مسارها داخل وسط متجانس، تفكيك المادة (الوسط) الغير متجانسة مثل الخرسانة و تحويلها بطريقة المماثلة إلى مادة أو وسط متجانس مكافئ له (خصائصه الفيزيائية معروفة) و بحث و دراسة مرور الموجات لهذا الوسط المكافح.

### مفاتيح:

تجارب غير مهدمة، موجة فوق صوتية، وسط متجانس، وسط غير متجانس، خرسانة، تعيين خصائص.

# Table des matières

Introduction générale .....	1
-----------------------------	---

## ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

### Chapitre 1

<b>Onde ultra-sonore et faisceau ultrasonore .....</b>	<b>4</b>
1. Nature de l'onde ultrasonore .....	5
2. Paramètres de l'onde ultra-sonore .....	6
2.1. Célérité et impédance .....	6
2.2. Fréquence et longueur d'onde .....	7
2.3. Pression et intensité .....	8
3. Faisceau ultra-sonore.....	9
3.1. Faisceau d'une onde plane .....	10
3.2. Faisceau focalisé .....	12

### Chapitre 2

<b>Propagation des ondes ultrasonores dans les milieux hétérogènes .....</b>	<b>13</b>
1. Le matériau béton.....	14
1.1. Composition .....	14
1.2. Endommagement et principaux défauts .....	15
1.3. Potentiel des méthodes ultrasonores pour le contrôle non <u>destructif</u> .....	17
2. Equations de propagation .....	18
2.1. Types d'ondes ultrasonores.....	19
2.2. Formulation en milieu homogène.....	23
3. Interaction des ultrasons avec un milieu hétérogène.....	25
3.1. Diffusion sur un obstacle .....	27
3.2. Diffusion simple et multiple.....	28
3.3. Ondes cohérentes et ondes incohérentes .....	30

3.4. Atténuation.....	32
-----------------------	----

### Chapitre 3

<b>La diffusion par un ensemble d'obstacles/ L'homogénéisation</b> .....	35
1. Théorie des milieux effectifs .....	35
1.1. Configurations moyennes .....	38
2. Modèles de propagation.....	44
2.1. Théorie de Foldy .....	44
2.2. L'Approximation Quasi Cristalline(QCA) .....	47
2.3. Modèle de Waterman & Truell (WT) .....	49
2.4. Modèle de Fikioris et Waterman (FW).....	56
2.5. Modèle de Percus et Yevick (PY).....	58
2.6. Independant Scattering Approximation (ISA) .....	60
2.7. Coherent Potential Approximation(CPA).....	62
2.8. Le Generalized Self Consistent Model (GSCM) .....	62

## ETUDE EXPERIMENTALE

### Chapitre 4

<b>Validation du modèle de Waterman &amp; Truell</b> .....	64
1. Définition des éprouvettes .....	64
1.1. Composition .....	65
1.2. Géométrie .....	66
2. Phénomènes de propagation d'une onde longitudinale dans un milieu hétérogène	67
2.1. Validation expérimentale .....	67
2.1.1. Eprouvette CF.....	68
2.1.2. Eprouvette CF_B10 .....	69
2.1.3. Eprouvette CF_P3.....	71
2.1.4. Eprouvette CF_P3_B10 .....	72
2.2. Bilan .....	74
<b>Conclusion générale</b> .....	75
<b>Bibliographie</b> .....	77

# Liste Des Figures

Figure 1.1 : Représentation de l'onde ultra-sonore en fonction du temps et de la distance .....	4
Figure 1.2 : Analogie avec un ressort .....	5
Figure 1.3 : Déplacement longitudinal engendré par l'onde ultra-sonore .....	5
Figure 1.4 : Déplacement transversal engendré par l'onde ultra-sonore .....	6
Figure 1.5 : Faisceau ultra-sonore.....	9
Figure 1.6 : Géométrie d'un faisceau d'une onde plane .....	11
Figure 1.7 : Géométrie d'un faisceau focalisé .....	12
Figure 2.1: Description du milieu diffusant.....	13
Figure 2.2 : Vue en coupe d'une structure en béton .....	14
Figure 2.3: Photo de cavités d'air et microfissures (mis en évidence par ressuage) ....	15
Figure 2.4 : Principaux défauts dans les structures en béton .....	16
Figure 2.5. : Ondes longitudinales et Ondes transversales.....	19
Figure 2.6. : Onde de Rayleigh et onde de Love.....	20
Figure 2.7. : Amplitude relative des composantes verticale et horizontale de l'onde de Rayleigh en fonction de la profondeur relative.....	21
Figure 2.8. : Répartitions des ondes ultrasonores sur une surface libre .....	22
Figure 2.9. : Définition des domaines de diffusion.....	25
Figure 2.10. : Principe du comportement physique de l'onde dans le domaine stochastique.....	26
Figure 2.11. Diffusion sur un obstacle.....	27
Figure 2.12.: Diffusion simple et multiple.....	28
Figure 2.13 : Définition du champ d'excitation sur le j-ième diffuseur.....	29
Figure 2.14: Intensité des ondes cohérentes, incohérentes et totales en fonction de la distance parcourue.....	30
Figure 2.15. : Définition de l'atténuation.....	31
Figure 2.16. : Réponse temporelle du milieu à la propagation d'une onde.....	33
Figure 3.1. : Milieu réel, milieu modèle et milieu homogène équivalent.....	36
Figure 3.2. : Modèle d'homogénéisation en fonction de la densité de diffuseur.....	38

Figure 3.3. : Approximation de Foldy.....	45
Figure 3.4. : Géométrie du milieu diffusant semi infini considéré par WT.....	49
Figure 3.5. : Milieu composé par des diffuseurs cylindriques entre deux plans parallèles.....	51
Figure 3.6. : Géométrie du milieu diffusant semi infini avec des diffuseurs sphéroïdaux.....	52
Figure 3.7. : Moyenne de ce qui est diffusé vers l'avant et moyenne de ce qui est rétrodiffusé.....	52
Figure 3.8. : Géométrie du milieu diffusant semi infini avec plusieurs types de diffuseurs.....	53
Figure 3.9. : Géométrie du milieu diffusant semi infini avec des sphères de tailles différentes.....	55
Figure 3.10. : Géométrie du milieu diffusant semi infini considéré par Fikioris et Waterman.....	56
Figure 3.12. : Géométrie du milieu diffusant semi infini considéré par PY.....	59
Figure 3.13. : Variation de la densité de diffuseurs en fonction de la distance limite d'approche Selon Percus Yevick .....	59
Figure 3.14. : Le Generalized Self Consistent Model.....	63
Figure 4.1. : Billes de verre et polystyrène utilisées.....	66
Figure 4.2. : Disposition des sondes par rapport à l'éprouvette.....	67
Figure 4.3. : Résultats expérimentaux sur éprouvette CF.....	68
Figure 4.4. : Résultats expérimentaux sur éprouvette CF_B10.....	70
Figure 4.4. : Résultats expérimentaux sur éprouvette CF_B10.....	71
Figure 4.5. : Résultats expérimentaux sur éprouvette CF_P3_B10.....	73

## Liste Des Tableaux

Tableau4.1. : Composition des éprouvettes.....	65
Tableau4.2. : Résultats expérimentaux sur éprouvette CF.....	68
Tableau4.3. : Résultats expérimentaux sur éprouvette CF_B10.....	70
Tableau4.4. : Résultats expérimentaux sur éprouvette CF_P3.....	71
Tableau4.5. : Résultats expérimentaux sur éprouvette CF_P3_B10.....	72

## Notations

$a, b$	Tailles caractéristiques des inclusions sphériques et sphéroïdales
$\alpha$	Atténuation des ultrasons
$\alpha_a$	Coefficient d'absorption
$\alpha^*$	Atténuation du milieu effectif
$\alpha_{nm}, \beta_{nm}, \nu_{nm}$	Coefficient d'expansion du champ diffusé
$a_{pq}, b_{pq}, c_{pq}$	Coefficients d'expansion du champ incident
$C^*$	Vitesse de phase du milieu effectif
$C(f)$	Spectre fréquentiel de la chaîne de mesure
$C_L, C_{T_2}, C_{T_3}$	Vitesse longitudinale et transversale
$D$	Diamètre du transducteur
$D_{EO}$	Distance émetteur / obstacle
$\delta_{ij}$	Indice de Kronecker
$D_{ER}$	Distance émetteur / récepteur
$D_{OR}$	Distance obstacle / récepteur
$D(x, f)$	Correction de divergence du faisceau sur une distance $x$ en champ lointain à la fréquence $f$
$E$	Module d'élasticité
$\xi_{pq}, \eta_{pq}$	Facteurs de normalisation
$f$	Fréquence
$f_L, f_{T_2}, f_{T_3}$	Fonctions de formes longitudinale et transversales
$G(\vec{r}, \vec{r}_j)$	Fonction de Green
$H_n$	Fonction de Hankel
$H(x, f)$	Caractéristique de propagation du milieu sur une distance $x$
$J_1$	Fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1
$J_2$	Fonction de Bessel de première espèce d'ordre 2
$k_L, k_T$	Nombres d'onde longitudinal et transversal

---

$k_L^*, k_T^*$	Nombres d'onde du milieu effectif
$l$	Libre parcours moyen
$\lambda, \mu$	Coefficients de Lamé
$L_{CP}$	Longueur en champ proche
$l_e$	Libre parcours élastique
$N$	Nombre de diffuseurs
$n, m, p, q$	ordre et rang des fonctions de Bessel, Hankel et Legendre
$n_0$	Densité de diffuseurs
$n(\vec{r}_j)$	Densité de diffuseurs en $r_j$
$\eta_{pq}$	Facteur de normalisation
$\omega$	Pulsation d'onde
$\phi_{nm}^\sigma, \beta_{nm}^\sigma, \chi_{nm}^\sigma$	Potentiels scalaires longitudinal et transversaux
$\phi$	Champ total
$\phi_{diff}$	Champ diffusé
$\phi_e$	Champ d'excitation
$\phi_{inc}$	Champ incident
$\phi_{Si}$	Phase du signal $S_i$
$P_n^m$	Fonction de Legendre
$p(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N)$	Probabilité d'obtenir le premier diffuseur à la position $r_1$ dans un élément de volume $T_1$ , le deuxième à la position $r_2 \dots$
$\tau_i$	Volume élémentaire situé en $r_i$
$\vec{u}$	Vecteur déplacement
$(x, y, z)$	Repère cartésien
$Y_{nm}$	Harmonique sphérique

---

# Introduction générale

L'estimation de la tenue mécanique des structures de génie civil par l'intermédiaire d'un contrôle non destructif est un point clé pour la pérennisation des édifices. Ainsi, gérer les investissements, prédire les risques, augmenter la fiabilité, sont devenus les enjeux d'aujourd'hui. Dans cette perspective, les méthodes acoustiques sont intéressantes de part leur aspect non destructif et pour leur sensibilité à l'évolution des paramètres mécaniques en fonction de l'endommagement.

Ce mémoire s'inscrit dans le cadre général des travaux concernant l'évaluation de la qualité et de l'endommagement dans les structures en béton par des méthodes ultrasonores. Le béton, par sa composition et par ses principaux défauts, est fortement hétérogène.

L'onde ultrasonore, dans les milieux contenant une distribution aléatoire d'un grand nombre d'obstacles, est diffusée. Le milieu est dispersif et atténuant. De plus l'accessibilité in situ à la structure est souvent limitée à une seule face ce qui rend le contrôle par ondes de volume difficile si nous ne connaissons pas la distance de propagation. Il existe alors d'autres méthodes comme les ondes rétrodiffusées ou les ondes de surfaces. Dans ces deux cas, il est indispensable de comprendre, préalablement, les phénomènes de propagation d'ondes pour les cas « simples » d'ondes de volume.

Les grandeurs ultrasonores observables que sont la vitesse et l'atténuation des ondes longitudinales et transversales sont encore difficiles à relier à la taille des granulats, le taux de porosité, le module de Young, l'endommagement .... La maîtrise du problème direct nécessite de modéliser les phénomènes de propagation des ondes ultrasonores dans les milieux hétérogènes tels que le béton.

Il existe de nombreux modèles de propagation, dont les différences se trouvent dans la prise en compte de la géométrie, de la taille ou du taux d'obstacles. Pour calculer le champ diffusé par l'ensemble des obstacles, nous nous sommes orientés vers la théorie des milieux effectifs, ou homogénéisation, qui remplacent un milieu hétérogène par un milieu homogène acoustiquement équivalent.

Ces modèles de propagation sont fondés sur un moyennage statistique des équations de diffusion multiple s'appuyant sur le comportement acoustique de la diffusion par un obstacle seul.

Nous avons considéré les géométries sphériques et sphéroïdales pour leur rapprochement avec la géométrie des obstacles réels dans le béton que sont les granulats, les fissures, les porosités ou autres défauts. Nous cherchons ainsi le caractère diffusant de l'obstacle traduit par la fonction de forme. Celle-ci donne la répartition angulaire de l'amplitude de l'onde diffusée autour de l'obstacle pour tous types d'ondes incidente et diffusée.

Pour répondre à l'étude des ondes ultrasonores dans les milieux fortement hétérogènes comme le béton, nous organiserons notre travail autour de quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, nous donnerons l'historique des ondes ultra-sonores, nous essaierons de mieux les décrire et d'exposer les lois de la physique des ondes acoustiques trouvées dans la littérature scientifique.

Dans le deuxième chapitre, nous définirons les milieux hétérogènes concernés par notre étude. Ensuite nous détaillerons plus particulièrement le matériau béton en présentant les compositions, les endommagements et principaux défauts rencontrés dans les structures. Les ondes de volume et de surface seront décrites en précisant leur potentiel pour la caractérisation des bétons. Nous y présenterons également les équations à la base des phénomènes de diffusion et de propagation d'onde.

Dans le troisième chapitre, la synthèse des modèles de propagation est traitée. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés à ceux passant par la prise en compte du champ acoustique moyen basé sur le moyennage statistique de l'équation de diffusion multiple en

fonction de la position des diffuseurs. Les modèles utilisant la fonction de Green sont exposés ainsi que les méthodes itératives regroupées dans les « Generalized Self Consistent Model ». Nous détaillons ces modèles et précisons les limites de ceux-ci en terme de densité et taille de diffuseurs.

Les modèles de propagation étant présentés, nous nous intéressons plus particulièrement dans le quatrième chapitre au modèle de Waterman et Truell qui est bien adapté aux bétons. Nous réalisons dans cette partie une étude comparative entre les résultats expérimentaux obtenus sur des éprouvettes modèles réalisées à cet effet, et les résultats théoriques simulés. Nous nous intéressons plus particulièrement aux taux et à la distribution des diffuseurs. Les conversions de l'onde longitudinale incidente en onde longitudinale diffusée est traitée ainsi que les conversions de mode.

Enfin, nous concluons sur les avancées innovantes de cette thèse sur l'étude de la propagation des ondes ultrasonores dans les milieux hétérogènes dont le béton et nous dégageons les perspectives de ce travail dans la thématique du contrôle non destructif du béton par les méthodes ultrasonores et les développements envisageables.

**ETUDE  
BIBLIOGRAPHIQUE**

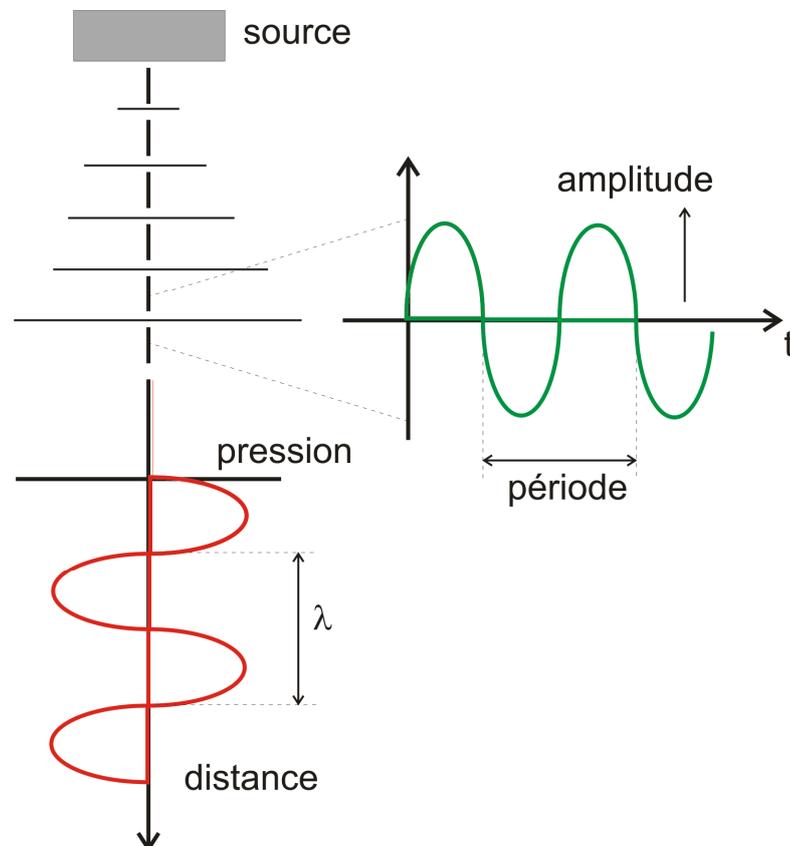
# Chapitre 1

## Onde ultra-sonore et faisceau ultrasonore

C'est SPALLANZANI qui le premier en 1794 soupçonna l'existence des ultrasons en observant le vol des chauves-souris.

En 1880 CURIE découvre le principe de la piézo-électricité et le moyen de produire des ondes ultrasonores.

Il faut attendre la première guerre mondiale avec LANGEVIN pour que l'homme les utilise à la détection des sous-marins en plongée.



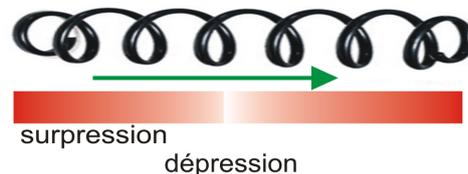
*Figure 1.1 : Représentation de l'onde ultra-sonore en fonction du temps et de la distance*

## 1. Nature de l'onde ultrasonore

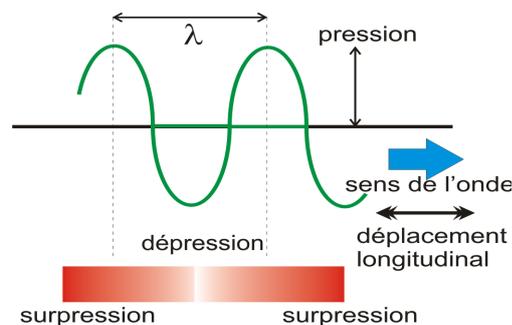
C'est une onde sonore ou onde acoustique, c'est-à-dire un mode de propagation de l'énergie dans un milieu matériel sans transport de matière.

L'onde ultra-sonore est une onde de pression se propageant dans un milieu élastique: *variation de pression* qui se déplace. Il s'agit de la propagation d'une énergie mécanique dans un milieu matériel : ce déplacement ne peut se faire dans le vide (à la différence des ondes électro-magnétiques). Le milieu de propagation de l'onde ultrasonore est soumis à une succession de surpressions et de dépressions et ses particules constitutives sont alors animées d'un mouvement de va-et-vient dans l'axe de déplacement des ultrasons, de type sinusoïdal.

Une comparaison peut être faite avec un ressort que l'on comprime à une extrémité à une cadence donnée, ces compressions engendrent des déformations qui se propagent le long du ressort (figure 1.2).

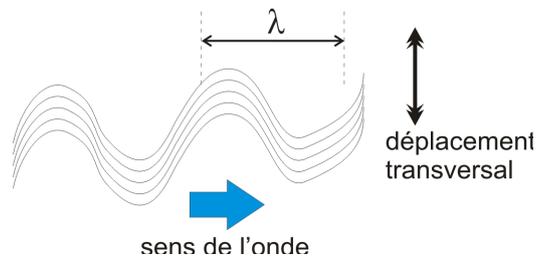


*Figure 1.2 : Analogie avec un ressort*



*Figure 1.3 : Déplacement longitudinal engendré par l'onde ultra-sonore*

Le front de l'onde ou surface d'onde est une surface telle qu'en tous points la vibration sonore est la même.



*Figure 1.4 : Déplacement transversal engendré par l'onde ultra-sonore*

Mais dans les milieux solides, il se forme en plus une vibration transversale (déplacements de cisaillement) perpendiculairement à l'axe de propagation des ultrasons.

## 2. Paramètres de l'onde ultra-sonore :

Plusieurs paramètres sont nécessaires pour caractériser cette onde ultra-sonore.

### 2.1. Célérité et impédance :

La célérité de l'onde acoustique est la vitesse de propagation de la variation de pression dans le milieu : *elle dépend uniquement du milieu*. Le comportement d'un milieu matériel vis-à-vis des ultrasons est exprimé par une constante appelée impédance acoustique,  $Z$ .

L'impédance acoustique dépend de la masse volumique et de la compressibilité du milieu, c'est-à-dire de son aptitude à reprendre sa forme originale après déformation.

$$Z = \sqrt{\frac{\rho}{\chi}} \quad (1.1)$$

Avec  $Z$ = impédance acoustique

$\chi$  = compressibilité du milieu

$\rho$  = masse volumique

Elle est d'autant plus grande que la densité est importante et que la compressibilité est faible.

Elle traduit la plus ou moins grande aptitude d'un milieu donné à la pénétration des ultrasons et s'exprime en kg/m<sup>2</sup>/s.

Cette impédance conditionne avec la masse volumique la célérité de l'onde ultra-sonore :

$$c = \frac{Z}{\rho} \quad (1.2)$$

avec  $Z$  = impédance acoustique

$c$  = célérité

$\rho$  = masse volumique

Plus l'impédance est grande, plus grande est la célérité de l'onde ultra-sonore .

## **2.2. Fréquence et longueur d'onde**

Les sons sont classés en quatre catégories selon leur fréquence ( $f$ ) ou nombre de variations de pression (périodes) par seconde (1 Hz = 1 cycle/s) :

Sons	Fréquence
infrasons	0 à 20 Hz
sons audibles	20 Hz à 20 kHz

ultrasons	20 kHz à 1 GHz
hypersons	> 1 GHz

La distance séparant à un instant donné deux points du trajet de l'onde où la pression est la même (tout en variant dans le même sens) correspond à la longueur d'onde  $\lambda$ . Dans un milieu donné, elle est reliée à la fréquence par la formule :

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (1.3)$$

avec  $\lambda$  = longueur d'onde

$c$  = célérité

$f$  = fréquence

L'onde ultra-sonore dans un milieu homogène est cohérente, c'est-à-dire en phase : il n'y a pas superposition décalée de plusieurs ondes de fréquences et longueur d'onde identiques.

### **2.3. Pression et intensité**

En chaque point, la pression acoustique  $P$  varie selon la fréquence de l'onde ultra-sonore. L'énergie délivrée dépend de ces variations de pression qui soumettent les particules du milieu à des mouvements vibratoires.

On appelle intensité ultra-sonore l'énergie qui traverse perpendiculairement l'unité de surface pendant l'unité de temps. Elle est reliée à la pression acoustique par la formule:

$$I = \frac{P^2}{2\rho c} \quad (1.4)$$

avec  $p$  = pression acoustique

$\rho$  = masse volumique

$c$  = célérité

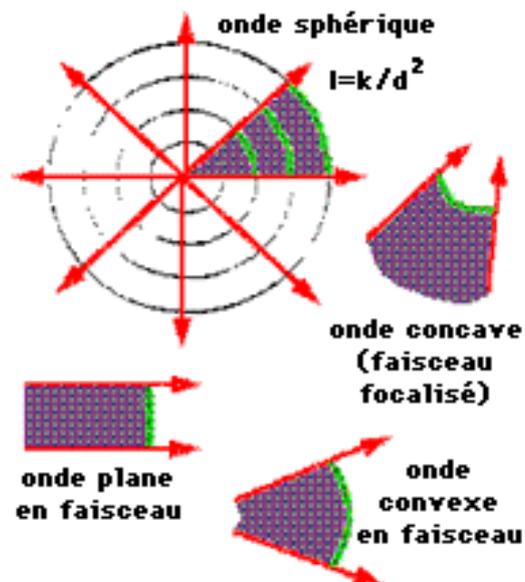
Elle s'exprime en  $W/cm^2$ .

Les différences d'intensité s'expriment en décibels (unité relative) : si deux ondes ultra-sonores ont des intensités absolues  $I_1$  et  $I_2$ , on dit que la différence de leurs niveaux d'intensité est de  $D$  décibels avec  $D = 10 \log I_2 / I_1$ . Ainsi si  $I_2 = 4I_1$ ,  $D = 6,02$  dB.

### **3. Faisceau ultra-sonore**

L'onde ultra-sonore peut se déplacer dans toutes les directions de l'espace (sifflet à ultrasons) : le front de l'onde est alors sphérique et l'on parle d'*onde sphérique*.

Plus on est éloigné de la source ultra-sonore, plus l'intensité est faible car l'énergie se répartit, la distance augmentant, sur une surface plus grande. L'intensité ultra-sonore décroît donc, dans un milieu homogène comme l'inverse du carré de la distance.



*Figure 1.5 : Faisceau ultra-sonore*

Mais les grandes fréquences des ultrasons autorisent la création de *faisceaux*, c'est-à-dire d'une onde directionnelle. Pour obtenir un faisceau ultra-sonore, il faut que la longueur d'onde soit inférieure à la source : notion de longueur d'onde maximale et donc de fréquence minimale ultra-sonore en dessous de laquelle on ne peut produire de faisceau (1 MHz).

Lorsque la source est plane, le front de l'onde est plan et l'on parle d'*onde plane*. La surface n'augmente pas avec la distance et donc l'intensité ne décroît pas en s'éloignant de la source : ceci permet d'améliorer la pénétration des ultrasons en concentrant l'énergie dans une direction.

Il est possible également de modifier le front d'onde afin d'obtenir une surface d'onde concave : cela permet une *focalisation* du faisceau.

### **3.1. Faisceau d'une onde plane**

La géométrie du faisceau dépend de la distance à laquelle on se place de la source, ainsi que de sa forme, il est possible de définir deux zones différentes.

- *la zone de FRESNEL* : si la source est circulaire, toute l'énergie est concentrée dans une zone cylindrique. Son diamètre  $d$  est celui de la source  $D$  et sa longueur  $\ell$  est donnée par la formule :

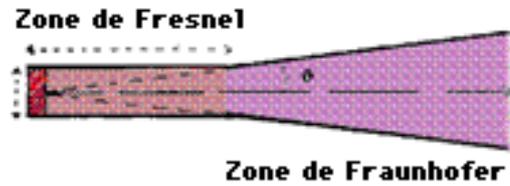
$$d = D \quad \ell = \frac{D^2}{4c} f \quad (1.5)$$

avec  $d$  = diamètre de la zone       $\ell$  = longueur de la zone

$D$  = diamètre de la source       $c$  = célérité

$f$  = fréquence

Autrement dit, la longueur de cette zone augmente quand la fréquence augmente et quand son diamètre est majoré. C'est la partie utile du faisceau ultra-sonore et l'idéal serait une grande longueur et un petit diamètre (notion de compromis). Le front d'onde y est plan.



*Figure 1.6 : Géométrie d'un faisceau d'une onde plane*

- *La zone de FRAUNHOFER* : elle est plus éloignée de la source et sa forme est conique. Le faisceau va en s'élargissant selon un angle de divergence  $\theta$  qui est constant. Cette divergence est inversement proportionnelle à la fréquence et au diamètre de la source :

$$\sin \theta = \frac{1,22c}{df} \quad (1.6)$$

avec  $\theta$  = angle de divergence

$d$  = diamètre de la source

$c$  = célérité

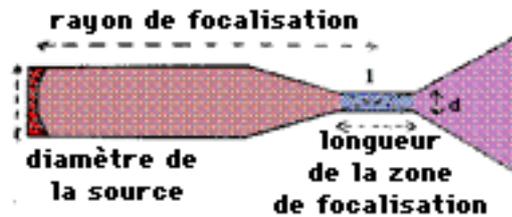
$f$  = fréquence ultra-sonore

Le front d'onde est convexe dans cette zone et il y a diminution rapide de l'intensité car la surface sur laquelle elle se répartit augmente.

Deux paramètres conditionnent donc la géométrie du faisceau ultra-sonore, la fréquence et le diamètre de la source : quand ils augmentent, la zone de FRESNEL s'allonge et la divergence de la zone de FRAUNHOFER diminue, ce qui améliore la géométrie du faisceau.

### 3.2. Faisceau focalisé

Il existe plusieurs moyens pour donner à l'onde un front concave et assurer ainsi sa focalisation, c'est-à-dire la concentration de son énergie sur une zone restreinte. Le moyen le plus simple est d'utiliser une source de surface concave.



*Figure 1.7 : Géométrie d'un faisceau focalisé*

Lorsque la source est circulaire concave, le zone focale est cylindrique d'une longueur  $\ell$  et d'un diamètre  $d$  donnés par les formules :

$$d = \frac{2,4c}{Df} F \quad \ell = \frac{d^2 f}{1,2c} \quad (1.7) \quad (1.8)$$

avec  $d$  = diamètre de la zone focale

$c$  = célérité

$F$  = rayon de focalisation

$D$  = diamètre de la source

$f$  = fréquence

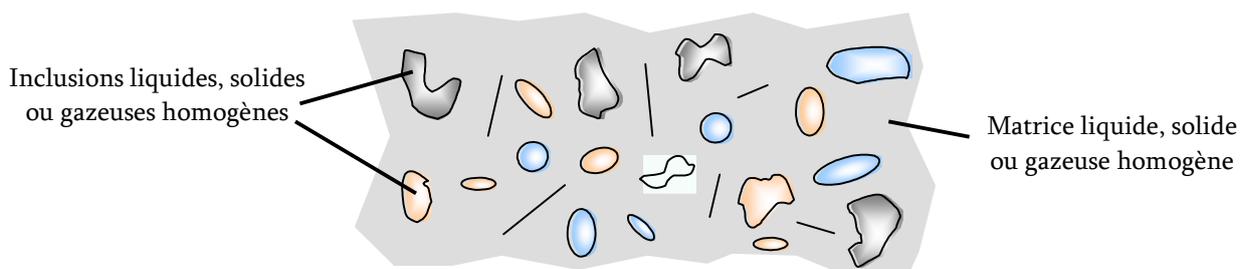
D'un point de vue plus pratique, diamètre et longueur de la zone focale varient dans le même sens or l'idéal serait d'avoir une zone de petit diamètre, la plus longue possible : la aussi notion de compromis. Le rapport  $\ell / d^2$  qui traduit ce compromis est proportionnel à la fréquence : les grandes fréquences autorisent une bonne focalisation.

## Chapitre 2

# Propagation des ondes ultrasonores dans les milieux hétérogènes

La propagation des ondes ultrasonores dans les milieux hétérogènes engendre de nombreux phénomènes qui contribuent à la diffusion ou l'atténuation, qu'il est nécessaire de décrire. Afin de d'exposer ces phénomènes, nous présentons les milieux hétérogènes et le cas particulier du béton, puis nous définissons les types d'ondes ultrasonores utilisés pour l'auscultation des structures. Enfin nous nous intéressons aux équations de propagation à la base de nombreux modèles actuellement utilisés.

D'une manière générale nous supposons que les milieux hétérogènes sont composés d'inclusions liquides, solides ou gazeuses homogènes noyées dans une matrice homogène liquide, solide ou gazeuse (figure 2.1).



*Figure 2.1: Description du milieu diffusant*

## 1. Matériau: le béton

Ce paragraphe, consacré au matériau « béton », définit les constituants, la composition du milieu et les principaux endommagements ou défauts résultant de la fabrication ou de l'exploitation des structures. Nous montrons également que les méthodes de contrôle non destructif par ultrasons sont porteuses d'informations sur la géométrie ou sur les caractéristiques mécaniques du milieu inspecté.

### 1.1. Composition

Le béton est un matériau de composition très hétérogène (Figure 2.2) en raison de la variété de la nature, la géométrie et la répartition des constituants (ciment, sable, granulats, eau...).



*Figure 2.2: Vue en coupe d'une structure en béton*

Des travaux réalisés au laboratoire ont montré que les constituants, leurs proportions, la température, la cinétique de prise, le taux d'humidité... sont autant de facteurs qui déterminent les caractéristiques mécaniques du béton. La résistance à la compression varie de 30 MPa à 100 MPa et le module d'élasticité est de l'ordre de 10 GPa à 50 GPa.

Lors de sa fabrication, le béton met en relation un liant (ciment), des granulats (gravillons), du sable et de l'eau. D'autres éléments, comme les adjuvants, sont parfois ajoutés en faible quantité pour améliorer les caractéristiques générales. Le rapport en masse Eau/Ciment, donnée

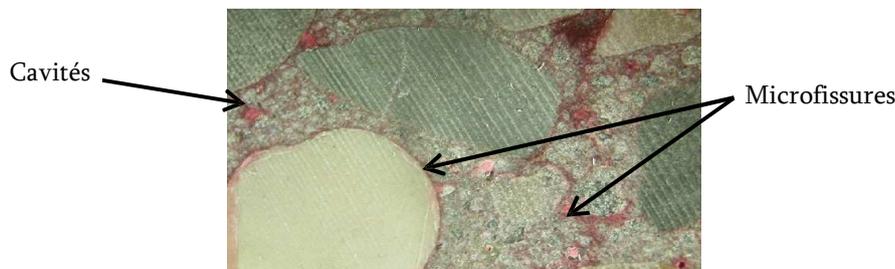
essentielle dans l'obtention des caractéristiques finales du béton, est généralement compris entre 0,3 et 0,6.

Certains bétons présentant de très bonnes caractéristiques mécaniques, appelés Bétons Hautes Performances (BHP), contiennent, en plus des éléments déjà cités, des grains de silice dont la dimension est cent fois plus petite que celle des grains de ciment. L'ensemble des composants qui constituent le béton offre ainsi une répartition étendue et continue de tailles d'obstacles. Les espaces vides sont ainsi minimisés, la résistance mécanique et le module d'élasticité sont alors largement améliorés ( $R_c=90\text{MPa}$  ;  $E=50\text{GPa}$ ). Le béton n'en reste pas moins susceptible de subir des endommagements.

## 1.2. Endommagement et principaux défauts

A l'origine de l'altération des caractéristiques mécaniques se trouvent de nombreux phénomènes. Nous classons en deux catégories ces endommagements : ceux qui sont apparus pendant la prise du béton et ceux qui sont venus des suites de l'exploitation de la structure.

La prise du béton met en jeu des mécanismes de différentes natures. Ils peuvent être chimiques, mécaniques et/ou thermiques. Par exemple, une partie de l'air, présent lors de la fabrication, reste emprisonnée dans la pâte de ciment et aux interfaces pâte/granulats sous forme de cavités (Figure 2.3). Pour éviter cela, le béton est généralement vibré après la coulée. De plus des micro fissures sont générées lors du retrait thermique de dessiccation.



*Photo de cavités d'air et microfissures*

Ces cavités initialement présentes dans des proportions volumiques de l'ordre de 5 à 25%, influent sur les caractéristiques mécaniques du béton ainsi que sur leurs évolutions lors de sollicitations.

Dans sa deuxième phase de vie, au cours de son exploitation, le béton subit diverses agressions chimiques, thermiques ou mécaniques. Les causes d'apparition sont très variées. Les principaux défauts rencontrés dans les structures en béton sont synthétisés dans le tableau suivant :

Causes	Défauts
<b>Attaque chimique</b>	
Alcali réaction	Fissuration
Attaque du ciment par les sulfates	Fissuration
Efflorescence	Porosité
Attaque acide du ciment basique	Erosion
Cristallisation des sels	Fissuration
<b>Attaque physique</b>	
Variation d'humidité	Fissuration Fissuration,
Cycle gel - dégel	fragmentation Fissuration,
Cycle température	fragmentation Fissuration,
Irradiation	fragmentation Erosion
Abrasion	Fissuration
Fatigue et Vibration	Fissuration
Gonflement	

*Figure 2.4: Principaux défauts dans les structures en béton*

Globalement, les endommagements du béton se présentent sous la forme de fissurations et de porosités.

Toute la complexité de la caractérisation non destructive de l'endommagement de structure en béton réside dans la forte hétérogénéité du milieu liée à la composition et aux défauts produits lors de la fabrication et de l'exploitation.

### **1.3. Potentiel des méthodes ultrasonores pour le contrôle non destructif**

Les méthodes de contrôle non destructif de structure en béton sont nombreuses et variées : les techniques visuelles, la thermographie, les méthodes radar, la radiographie X et gamma et les méthodes acoustiques dont les ultrasons font partie.

Les techniques visuelles comme le ressuage donnent une information sur des défauts en surface. La thermographie permet de détecter des vides internes ou externes qui se traduisent en surface par des variations de températures qu'il est possible d'interpréter. Cette méthode est sensible à la présence de cavités et fissures, aux délaminages et aux décollements. Cette technique est limitée par la profondeur d'inspection qui est fonction du matériau, du contraste thermique entre le milieu et le défaut ainsi que de la taille de ce dernier.

Les méthodes radar permettent la localisation des armatures dans le béton armé et précontraint mais aussi des défauts structurels du béton.

Les mesures radiographiques sont capables de détecter la nature, la position, la forme et l'état des armatures ou des objets contenus dans le béton. Elles peuvent également repérer des vides s'ils sont suffisamment grands. Cependant il est nécessaire de prendre des mesures de sécurité importantes ce qui est une entrave à leur mise en œuvre.

Les méthodes ultrasonores présentent de très bonnes aptitudes à la mesure d'épaisseur [2], à la détection de vides et de fissure[3]... Il est possible de relier les paramètres ultrasonores à ceux mécaniques en se basant sur les équations de propagation synthétisées par Helmholtz. En effet, que ce soit expérimentalement ou théoriquement, les modifications géométriques et physiques de la microstructure ont des répercussions sur les caractéristiques mécaniques et ultrasonores.

De plus, le contrôle par ultrasons est une technique souvent utilisée en raison de la grande facilité apparente de mise en œuvre et de sa capacité à prospecter une structure en profondeur.

Plus théoriquement, Langenberg [4] utilise pour la première fois un modèle numérique de propagation des ondes ultrasonores dans le cas du béton : l'Elastodynamic Finite Integration Technique (EFIT). Il modélise le béton comme un milieu hétérogène, isotrope, élastique non absorbant composé d'une matrice de ciment et d'inclusions de différents matériaux, différentes tailles et formes réparties aléatoirement.

Schubert [5] utilise cette technique de modélisation numérique pour étudier la propagation des ondes ultrasonores dans les milieux hétérogènes. Il conclut qu'il est possible d'utiliser les simulations numériques pour prédire un modèle de propagation des ondes ultrasonores. Par contre l'utilisation du modèle révèle les effets dominants de la porosité et remet en question l'applicabilité d'un modèle de propagation d'ondes ultrasonores pour le contrôle non destructif dans les milieux à fort taux de porosités comme le béton.

Des études plus approfondies résident dans la détermination de la propagation des ondes ultrasonores dans les milieux hétérogènes comme le béton, en prenant en compte à la fois les effets liés à la composition, et ceux dus aux endommagements et défauts apparus lors de la fabrication et exploitation de la structure.

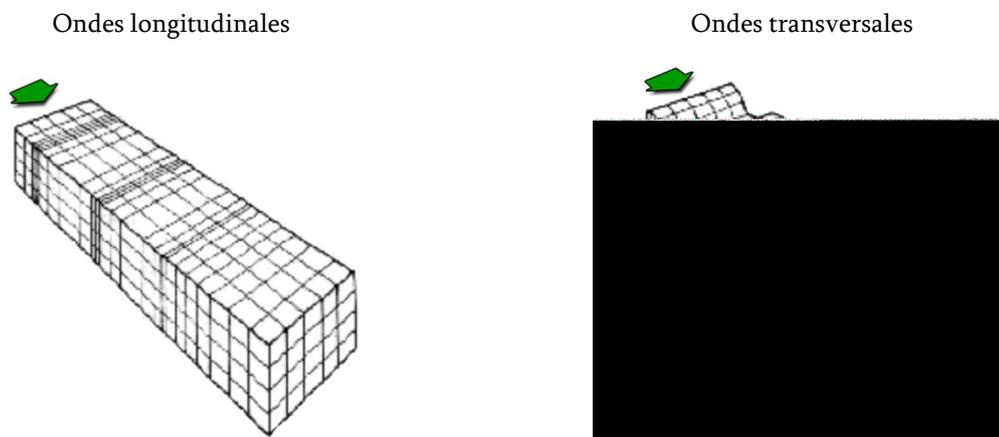
## 2. Equations de propagation

D'une manière générale dans l'étude de la propagation des ondes ultrasonores, il est courant d'utiliser la formulation de Helmholtz. Les solutions de ce système d'équations permettent de caractériser les ondes ultrasonores en présence, longitudinales (ou de compression) et transversales (ou de cisaillement).

## 2.1. Types d'ondes ultrasonores

Les ultrasons existent sous différentes formes : les ondes de volume, les ondes de surface...

Dans la première famille, les ondes longitudinales (figure 2.5) font vibrer les particules parallèlement à la direction de propagation. La matière subit une déformation volumique entraînant une alternance de compression et de dilatation.

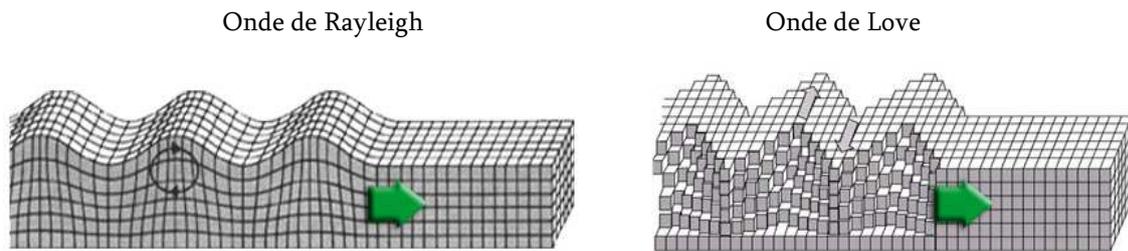


*Figure 2.5.: Ondes longitudinales et Ondes transversales*

L'onde transversale, pour sa part, déplace les particules perpendiculairement à la direction de propagation. Cette onde est généralement décomposée en deux polarisations : l'onde TH (respectivement TV) dont le mouvement particulaire est contenu dans un plan horizontal. (respectivement vertical). Nous parlerons aussi d'onde T2 et T3 lorsqu'il n'y a pas de plan particulier, comme c'est notre cas.

D'autres types d'ondes peuvent également se développer, c'est la deuxième famille : les ondes de surface. Elles résultent de l'interaction d'ondes longitudinales et transversales avec une surface libre. Ces ondes sont très pratiques dans le cas 'in situ' où l'épaisseur du milieu n'est pas toujours connue.

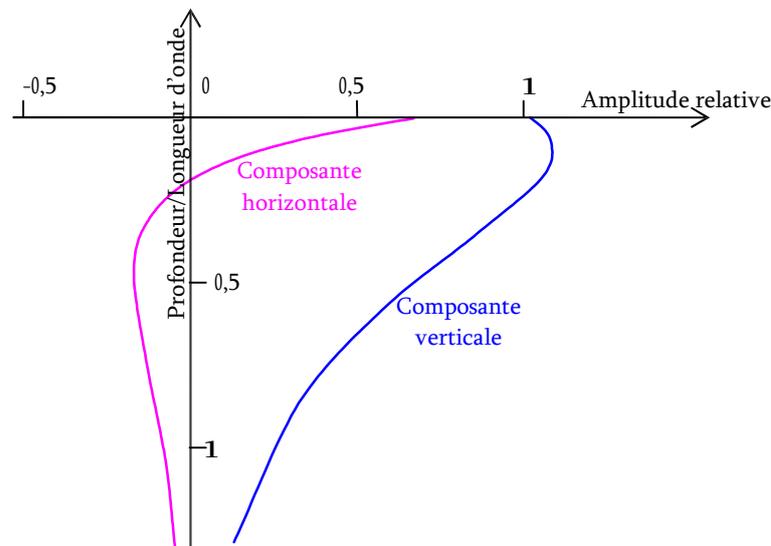
Les deux principaux types d'ondes de surface sont les ondes de Rayleigh et les ondes de Love (figure 2.6). L'amplitude de ces ondes décroît rapidement avec la profondeur.



*Figure 2.6. : Onde de Rayleigh et onde de Love*

Le déplacement des ondes de Love est essentiellement le même que celui des ondes de cisaillement sans mouvement vertical. Elles résultent de l'interaction des ondes longitudinales horizontales et des ondes transversales horizontales. Par exemple, lors des tremblements de terre, elles provoquent un ébranlement horizontal qui est la cause de nombreux dégâts [6].

Les ondes de Rayleigh sont polarisées dans un plan perpendiculaire à la surface et dans le sens de propagation. Leur mouvement peut être décomposé en deux polarisations : une composante de compression et une composante plus importante de cisaillement. Ces ondes sont dispersives, et leur profondeur de propagation varie avec la fréquence. Si les caractéristiques mécaniques du milieu changent avec la profondeur, nous observons une variation de la vitesse des ondes de Rayleigh en fonction de la fréquence. L'amplitude de l'onde de Rayleigh à une longueur d'onde de la surface ne représente plus que 20% de l'amplitude de surface [7] (figure 2.7).



*Figure 2.7.: Amplitude relative des composantes verticale et horizontale de l'onde de Rayleigh en fonction de la profondeur relative [8].*

La zone d'exploration des ondes de surface dépend de la fréquence de l'onde mais reste à proximité de la surface (profondeur < longueur d'onde). La répartition des ondes ultrasonores (Figure 2.8) sur une surface libre[9] dans le béton est étudiée par Bond[10] sur une structure de type barrage. L'importante quantité d'énergie véhiculée par ces ondes montre à quel point elles sont potentiellement porteuses d'informations.

Les expériences Guda[11] sur les ondes de Rayleigh dans les bétons mettent en évidence l'influence de l'inclinaison de l'émetteur et du récepteur et de la rugosité sur la vitesse de l'onde de surface. Les résultats montrent les nombreux avantages de la caractérisation non destructive par propagation des ondes de surface dans le cas de pièces de faibles épaisseurs.

Dans le cas des mesures in situ, l'épaisseur du milieu n'est pas toujours connue. Ceci nous amène donc à considérer l'étude des ondes de surface, et plus particulièrement des ondes de Rayleigh, pour sa mise en pratique simple sur des structures réelles. La connaissance et la maîtrise des phénomènes de diffusion des ondes longitudinale et transversales dans un milieu hétérogène permettront, à terme, de décrire et de prédire la propagation des ondes de surface.

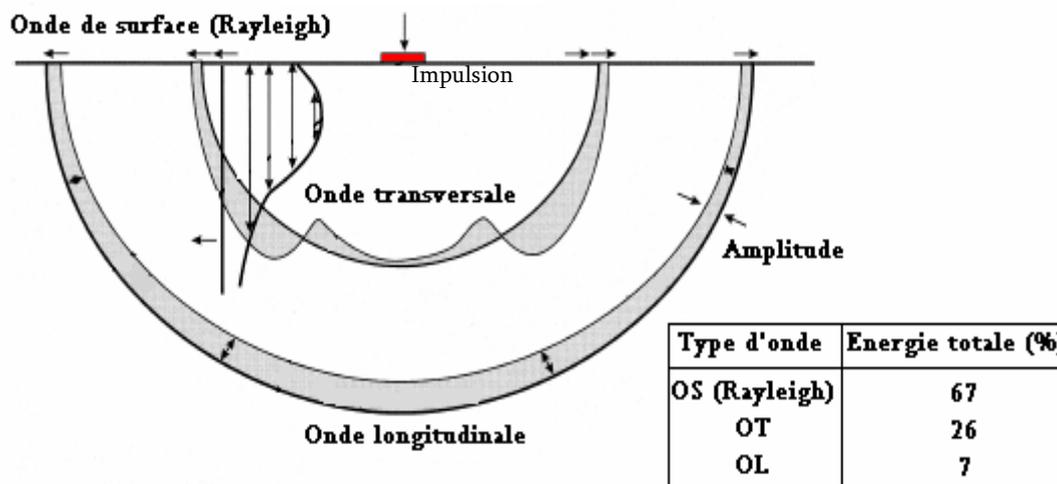


Figure 2.8. : Répartitions des ondes ultrasonores sur une surface libre

Nous allons maintenant nous attacher à développer l'étude de la propagation des ondes de volume dans les milieux diffusants et atténuants. Dans un premier temps, nous nous intéressons aux milieux homogènes.

## 2.2. Formulation en milieu homogène

Considérons un milieu élastique infini, homogène, linéaire et isotrope de densité  $\rho_1$  et de constante de Lamé  $\lambda$  et  $\mu$ . La surface de cet obstacle est supposée lisse.

L'équation du mouvement dans le milieu élastique est donnée par :

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{\sigma} - \rho_1 \cdot \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{u}}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1)$$

où  $\bar{\sigma}$  est le tenseur des contraintes et  $\bar{\mathbf{u}}$  est le champ de déplacement. Il est possible de relier ces deux paramètres par la loi de Hooke définie en milieu isotrope par la relation :

$$\bar{\sigma} = \frac{E}{1 + \nu_1} \cdot \left[ \frac{\nu_1}{1 - 2\nu_1} \cdot \bar{\mathbb{I}} \cdot \bar{\nabla} \cdot \bar{\mathbf{u}} + \frac{1}{2} \cdot \left( \bar{\nabla}(\bar{\mathbf{u}}) + \bar{\nabla}^t(\bar{\mathbf{u}}) \right) \right] \quad (2.2)$$

Nous en déduisons l'équation du champ élasto-dynamique (ou équation de propagation) pour un déplacement de particule  $\bar{\mathbf{u}}$ , par l'expression :

$$\rho_1 \cdot \frac{\partial^2 \bar{\mathbf{u}}}{\partial t^2} - \frac{E \cdot (1 - \nu_1)}{(1 + \nu_1)(1 - 2\nu_1)} \cdot \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \bar{\mathbf{u}}) + \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu_1)} \cdot \bar{\nabla} \times (\bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{u}}) = 0 \quad (2.3)$$

Le déplacement des particules est décomposé en un potentiel scalaire  $\phi$  lié à l'onde longitudinale et deux potentiels scalaires  $\psi$  et  $\chi$  relatifs aux deux ondes transversales :

$$\bar{\mathbf{u}} = \bar{\nabla}\phi + \bar{\nabla} \times (\bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{r}} \cdot \psi) + \bar{\nabla} \times (\bar{\nabla} \times (\bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{r}} \cdot \chi)) \quad (2.4)$$

Sans prendre en compte la dépendance de temps  $e^{-i \cdot \omega \cdot t}$ , les potentiels scalaires  $\phi$ ,  $\psi$  et  $\chi$  doivent satisfaire les équations de Helmholtz suivantes :

$$\left[ \nabla^2 + \begin{pmatrix} \mathbf{k}_{L_1}^2 \\ \mathbf{k}_{T_1}^2 \\ \mathbf{k}_{T_1}^2 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \phi \\ \psi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.5.)$$

où les nombres d'ondes longitudinale et transversales dans la matrice sont donnés par :

$$\mathbf{k}_{L_1} = \frac{\omega}{c_{L_1}} + i.\alpha_{L_1} \quad (2.6.)$$

$$\mathbf{k}_{T_1} = \frac{\omega}{c_{T_1}} + i.\alpha_{T_1} \quad (2.7.)$$

où  $c_{L_1}$  et  $c_{T_1}$  sont respectivement les vitesses des ondes longitudinale et transversales dans la matrice,  $\omega$  est la pulsation d'onde tel que  $\omega = 2.\pi.f$  avec  $f$  la fréquence.

Les vitesses sont reliées aux caractéristiques mécaniques du matériau par les relations :

$$c_{L_1} = \sqrt{\frac{E_1.(1-\nu_1)}{\rho_1.(1+\nu_1)(1-2.\nu_1)}} \quad (2.8.)$$

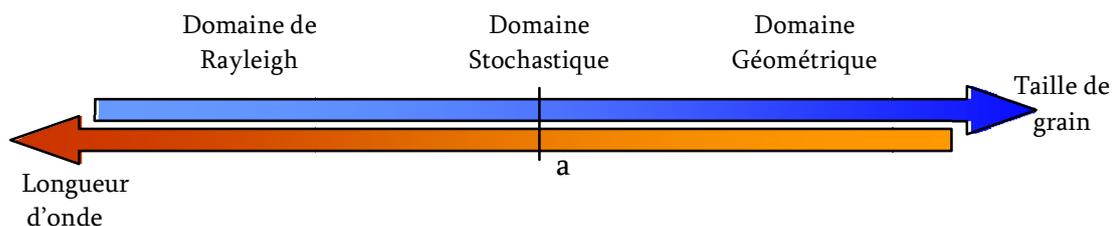
$$c_{T_1} = \sqrt{\frac{E_1}{2.\rho_1.(1+\nu_1)}} \quad (2.9.)$$

L'objectif est de relier les caractéristiques ultrasonores (vitesse et atténuation) avec celles géométriques, physiques et/ou chimiques liés au milieu. Une fois ces liens maîtrisés nous pourrions envisager d'inverser le problème pour identifier des paramètres tels que la taille d'un défaut, le taux de diffuseurs ou de porosité...

### 3. Interaction des ultrasons avec un milieu hétérogène

Comme nous l'avons vu précédemment le béton met en relation de nombreux composants : ciment, granulats, sable... et peut présenter plusieurs types de défauts : fissures, cavités, porosités... La capacité à diffuser l'onde incidente de l'ensemble de ces composants et de ces défauts nous amène à les regrouper sous le nom de « diffuseurs ».

De nombreux phénomènes dans la diffusion dépendent du taux et de la taille des diffuseurs, de la fréquence, de la composition de chacun des milieux... Lorsque le milieu traversé par l'onde est à fort taux de diffuseurs et que la longueur d'onde est de l'ordre de grandeur de la taille caractéristique de l'obstacle, alors l'onde est diffusée sur chaque obstacle et engendre de la diffusion multiple. Cela amène une dispersion spatiale d'une partie de l'onde incidente. En fait, il existe trois domaines fréquentiels (figure 2.9)

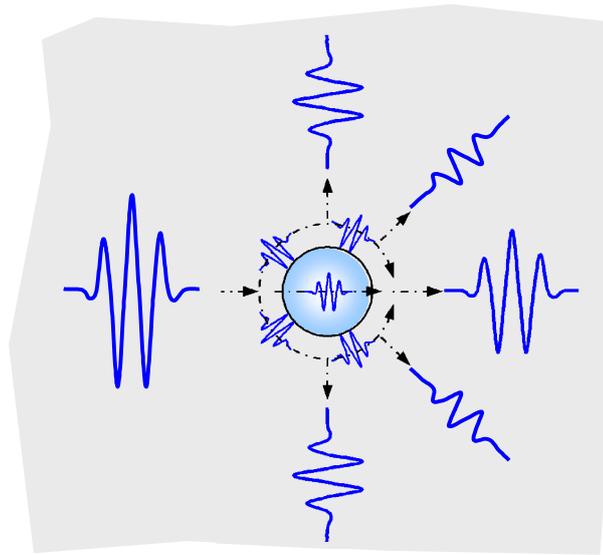


*Figure 2.9. : Définition des domaines de diffusion*

Dans chacun de ces domaines les phénomènes de propagation d'onde sont différents :

- A basse fréquence la longueur d'onde  $\lambda$  est grande par rapport à l'obstacle. Ce type d'investigation est équivalent à homogénéiser le milieu et ne permet pas d'obtenir une information quantitative sur les diffuseurs. On appelle ce domaine fréquentiel le domaine de Rayleigh.
- Lorsque la longueur d'onde est du même ordre de grandeur que la taille caractéristique des diffuseurs, nous sommes dans le domaine stochastique. C'est dans ce domaine que nous observons principalement les phénomènes de diffusion.

L'onde parcourt le tour de l'obstacle de part et d'autre



*Figure 2.10. : Principe du comportement physique de l'onde dans le domaine stochastique*

- A haute fréquence, l'obstacle est grand par rapport à la longueur d'onde et il agit comme si l'onde rencontrait une interface entre deux milieux. C'est le domaine géométrique.

Dans notre intérêt qui est de caractériser l'endommagement, il est important de privilégier le domaine stochastique dans lequel la diffusion est la plus importante. C'est en effet une source potentielle d'informations sur le milieu.

Nous avons vu précédemment que la composition du béton présente une répartition étendue et continue des tailles d'obstacles. Ainsi nous définissons le domaine fréquentiel propice à la caractérisation du béton dans la bande de fréquence de 100kHz à 1200kHz soit  $k.a$  de l'ordre de 0,2 à 9, produit du nombre d'onde et de la taille caractéristique de l'obstacle. L'indicateur  $k.a$  vaut 1 lorsque le potentiel de diffusion est grand.

Dans un premier temps nous présentons la diffusion sur un obstacle puis nous exposerons la diffusion simple et multiple et leurs intérêts ou limites dans le cas des milieux hétérogènes. Enfin, nous reviendrons sur la définition de l'atténuation et des ondes cohérentes et incohérentes.

### 3.1. Diffusion sur un obstacle

Nous allons maintenant écrire les équations à la base des phénomènes de diffusion. Considérons un obstacle situé en  $\vec{r}_j$ , une onde plane incidente en  $\vec{r}_0$  et un point d'observation  $\vec{r}$

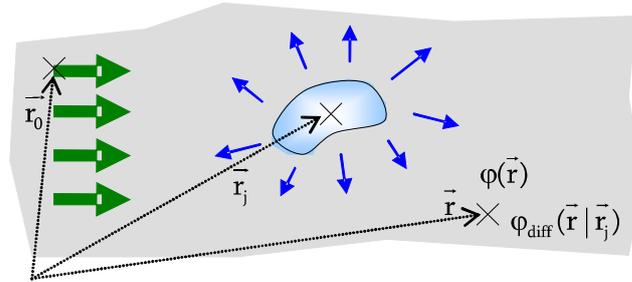


Figure 2.11. Diffusion sur un obstacle

Le champ total reçu en  $\vec{r}$  est composé de la partie de l'onde incidente non diffusée au point  $\vec{r}$  et du champ diffusé au point  $\vec{r}$  par l'obstacle en  $\vec{r}_j$  :

$$\varphi(\vec{r}) = \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \varphi_{\text{diff}}(\vec{r} | \vec{r}_j) \quad (2.10.)$$

Waterman et True[12] définissent un opérateur linéaire  $T(\vec{r}_j)$ , représentatif du phénomène de diffusion sur un obstacle positionné en  $\vec{r}_j$  et fonction de la taille, de la géométrie et de la nature de l'obstacle, permettant de relier le champ incident au champ diffusé :

$$\varphi_{\text{diff}}(\vec{r} | \vec{r}_j) = T(\vec{r}_j) \cdot \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) \quad (2.11.)$$

Ainsi, définir la diffusion revient à déterminer l'opérateur linéaire  $T$ . Les équations de base de la diffusion sur un seul diffuseur sont désormais précisées. Nous nous intéressons maintenant au cas d'un ensemble de diffuseurs.

## 3.2. Diffusion simple et multiple

Dans le cas de plusieurs obstacles, nous distinguons deux types d'onde (figure 2.12.):

- l'onde balistique qui parcourt le milieu sans rencontrer de diffuseurs
- l'onde qui est diffusée multiplement. Dans certain cas, il est possible de faire l'hypothèse d'une diffusion simple. L'onde n'est alors diffusée qu'une fois par un seul diffuseur.

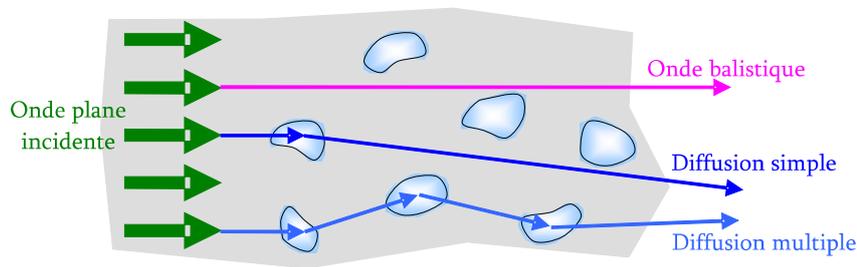


Figure 2.12.: Diffusion simple et multiple

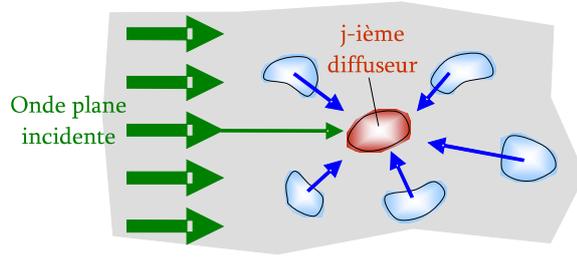
Pour les milieux fortement hétérogènes, l'hypothèse de diffusion simple n'est pas possible. Dans ce cas, nous cherchons la relation entre le champ diffusé par le  $j$ -ième diffuseur  $\varphi_{\text{diff}}(\vec{r} | \vec{r}_j; \vec{r}_1 \dots \vec{r}_N)$  et le champ d'excitation  $\varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_j; \vec{r}_1 \dots \vec{r}_N)$  qui agit sur ce  $j$ -ième diffuseur dans un milieu où  $N$  diffuseurs sont situés respectivement en  $\vec{r}_1, \vec{r}_2 \dots \vec{r}_N$  :

$$\varphi_{\text{diff}}(\vec{r} | \vec{r}_j; \vec{r}_1 \dots \vec{r}_N) = T(\vec{r}_j) \cdot \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_j; \vec{r}_1 \dots \vec{r}_N) \quad (2.12.)$$

Où nous supposons connu l'opérateur de diffusion  $T(\vec{r}_j)$  du diffuseur en  $\vec{r}_j$ .

Mais nous pouvons également exprimer le champ d'excitation (figure 2.13) qui agit sur le  $j$ -ième diffuseur comme la somme du champ incident non diffusé et des champs diffusés par tous les autres diffuseurs hormis le  $j$ -ième :

$$\varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_j; \vec{r}_1 \dots \vec{r}_N) = \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N T(\vec{r}_k) \cdot \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_k; \vec{r}_1 \dots \vec{r}_N) \quad (2.13.)$$



*Figure 2.13 : Définition du champ d'excitation sur le j-ième diffuseur*

Nous considérons également le champ total à N diffuseur au point  $\vec{r}$  comme la somme du champ incident et des champs d'excitation de tous les autres obstacles :

$$\varphi(\vec{r} | \vec{r}_1 \dots \vec{r}_N) = \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \sum_{k=1}^N T(\vec{r}_k) \cdot \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_k; \vec{r}_1 \dots \vec{r}_N) \quad (2.14.)$$

Par composition des équations 2.13 et 2.14, nous obtenons l'équation centrale de la diffusion multiple qui est une somme infinie de termes correspondant à divers degrés de diffusion de l'onde incidente :

$$\varphi(\vec{r} | \vec{r}_1 \dots \vec{r}_N) = \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \sum_{j=1}^N T(\vec{r}_j) \cdot \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N T(\vec{r}_k) \cdot T(\vec{r}_j) \cdot \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \dots \quad (2.15.)$$

Le premier terme correspond à l'onde balistique, le second au premier ordre de diffusion (la diffusion simple), le troisième terme au second ordre de diffusion (le début de la diffusion multiple)...

Born propose une simplification qui consiste à négliger les termes supérieurs ou égaux à l'ordre deux, c'est-à-dire à considérer que la diffusion est simple. Poujol[13] a montré que cette approximation reste valable pour des milieux faiblement chargés en diffuseurs (de l'ordre de 5%).

Il est donc essentiel dans les milieux fortement hétérogènes (>10% de diffuseurs), comme le béton, de garder les termes de diffusion multiple. Cependant la résolution de l'équation 2.15 suppose que nous connaissions la position des diffuseurs ainsi que leurs caractéristiques diffusantes  $T(\vec{r}_i)$ . Ce manque de connaissance n'est cependant pas préjudiciable.

En effet de nombreux auteurs proposent des modèles d'homogénéisation adaptés dans lesquels nous ne considérerons pas une seule configuration mais un ensemble de configurations dont nous extrayons des caractéristiques moyennes.

Certains comme Fuente[14] utilisent seulement la partie rétrodiffusée par les obstacles. L'analyse des vitesses ultrasonores extraites des signaux rétrodiffusés est intéressante dans la détermination du coefficient d'atténuation, donc dans la recherche des caractéristiques mécaniques du milieu hétérogène. Fuente montre ainsi le lien entre la fréquence et la taille des porosités à partir de l'analyse des ondes rétrodiffusées.

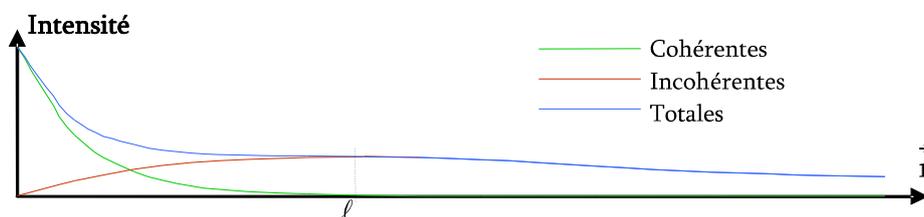
### 3.3. Ondes cohérentes et ondes incohérentes

La propagation des ondes ultrasonores dans un milieu hétérogène donne naissance aux ondes cohérentes et incohérentes.

Les ondes cohérentes sont les portions d'ondes dont la phase est monotone mais où l'amplitude décroît de manière exponentielle du fait de la dissipation de l'énergie par les diffuseurs et la matrice. En d'autres termes, c'est l'onde qui résiste à la moyenne sur le désordre.

Les ondes incohérentes sont les ondes qui n'ont aucune relation de phase entre elles.

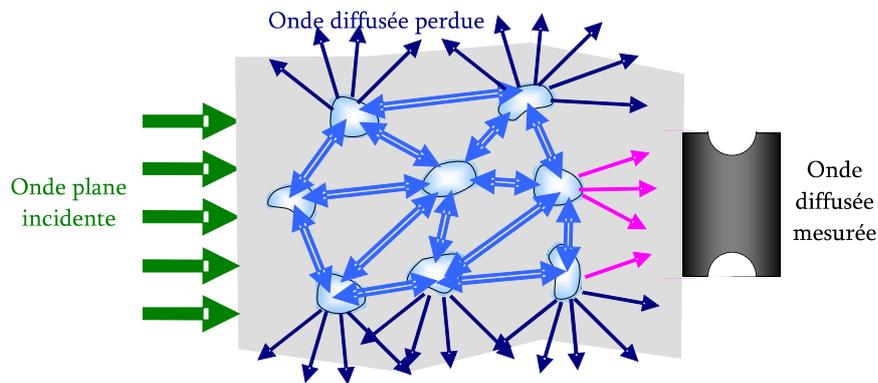
Ishimaru[15] illustre le transfert d'ondes cohérentes vers les ondes incohérentes sur la figure 2.14.



*Figure 2.14: Intensité des ondes cohérentes, incohérentes et totales en fonction de la distance parcourue*

Le graphique montre que pour des distances supérieures à une longueur  $\lambda$ , il n'y a que des ondes incohérentes. La distance caractéristique  $\lambda$  est appelée libre parcours moyen.

Généralement, on fait l'hypothèse que la propagation dans le milieu d'étude est sans perte par absorption. Dans un tel milieu, l'onde cohérente n'est donc « atténuée » que par la diffusion (figure 2.15). L'atténuation correspond au rapport entre la partie de l'onde diffusée mesurée et l'onde plane incidente.



*Figure 2.15. : Définition de l'atténuation*

Il en résulte l'égalité directe entre le libre parcours moyen élastique  $\ell_e$  et le libre parcours moyen  $\ell$  qui quantifie l'atténuation du champ moyen par la diffusion. Pour une densité volumique  $n_0$  de diffuseurs identiques de section efficace  $\sigma_d$  et en prenant l'hypothèse que la diffusion est simple, nous avons :

$$\ell_e = \frac{1}{n_0 \cdot \sigma_d} \quad (2.16.)$$

La section efficace de diffusion caractérise le pouvoir diffusant d'un obstacle rencontré par un champ ultrasonore. C'est une grandeur physique correspondant au rapport de la puissance diffusée sur l'intensité de l'onde incidente.

La restriction au seul phénomène de diffusion simple réduit considérablement la valeur  $\ell_e$ . Dans le milieu où la diffusion est multiple, nous considérons que cette valeur peut être de quelques libres parcours moyens élastiques. Cette distance est utile car elle sert à dimensionner les éprouvettes qui vont être utilisées pour valider ces modèles. Effectivement, notre domaine d'étude se borne aux ondes cohérentes. Il est donc important de rester dans des longueurs d'échantillons de l'ordre de quelques  $\ell_e$ .

### **3.4. Atténuation**

L'atténuation est caractéristique de la dissipation de l'énergie par les diffuseurs d'une part et la matrice d'autre part. Elle résulte de l'absorption et de la diffusion. L'absorption est liée à la dissipation visco-thermique dans le milieu, il y a conversion des ultrasons en chaleur. Elle est considérée comme négligeable dans le cas du béton. La diffusion quant à elle, redistribue la direction de propagation et l'énergie à chaque diffuseur rencontré (figure 2.15). Considérons le milieu à caractériser comme un filtre fréquentiel affectant la phase et l'amplitude de l'onde ultrasonore émise (figure 2.16). Lorsque nous analysons l'amplitude du signal, nous prenons en compte l'atténuation. Si nous nous intéressons à la phase, nous obtenons la vitesse des ondes. Soit  $e(t)$  le signal émis,  $h(t)$  la réponse du filtre et  $s(t)$  la réponse du milieu à l'excitation  $e(t)$ .



*Figure 2.16.: Réponse temporelle du milieu à la propagation d'une onde.*

Nous pouvons exprimer  $s(t)$  par un produit de convolution qui, dans le domaine de Fourier, devient :

$$S(\omega) = E(\omega).H(\omega) \quad (2.17.)$$

L'atténuation caractéristique du milieu en dB est définie par :

$$B_{dB}(\omega) = 20. \log \left( \frac{|S(\omega)|}{|E(\omega)|} \right) = \alpha(\omega).x \quad (2.18.)$$

où  $\alpha$  rend compte de l'atténuation subie par l'onde lors de sa propagation et  $x$  la distance de propagation.

A partir de la relation 2.17 nous déterminons l'expression de l'amplitude de sortie à partir de l'amplitude de l'onde incidente  $A_0$  :

$$A = A_0 . e^{-\alpha.x} \quad (2.19.)$$

Le travail de synthèse de Saniie[16] ou de Gaydecki[17] sur des cylindres de béton met en évidence que le coefficient d'atténuation varie en fonction du rapport des dimensions des obstacles avec la longueur d'onde. Ils valident le modèle d'atténuation utilisé par Frohly[18] dans les milieux hétérogènes comme le béton :

- Domaine de Rayleigh :  $\alpha = \alpha_a . f + T_1 . a^3 . f^4$
- Domaine stochastique :  $\alpha = \alpha_a . f + T_2 . a . f^2$
- Domaine géométrique :  $\alpha = \alpha_a . f + T_3 . a^{-1}$

avec  $a$  la taille caractéristique des particules,  $f$  la fréquence des ondes ultrasonores,  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$  les coefficients de diffusion et  $\alpha_a$  le coefficient d'absorption.

Pour sa part Berthelot (19) considère que la diffusion dans le béton est prépondérante devant l'absorption et suppose que  $\alpha_a$  est négligeable.

Jeong[20] montre que le facteur d'atténuation est principalement lié à la fréquence mais aussi au taux et à la forme des porosités. Il montre que la variation d'atténuation en fonction de la fréquence dans le domaine stochastique est quasiment linéaire et que la pente de cette droite augmente avec le taux de vide. Les éprouvettes pour cet essai contenaient 5% de cavités au maximum.

Dans les milieux que nous allons considérer, les taux de diffuseurs sont élevés (25% à 50%). Ces modèles simplifiés ne sont plus exploitables. Il existe des modèles plus adaptés basés sur le moyennage des équations de la diffusion qui permettent d'obtenir la vitesse de phase et l'atténuation.

## Chapitre 3

# La diffusion par

# l'homogénéisation

[Tapez une citation prise dans le document ou la synthèse d'un passage intéressant. Vous pouvez placer la zone de texte n'importe où dans le document. Utilisez l'onglet Outils de zone de texte pour modifier la mise en forme de la zone de texte de la citation.]

# obstacles :

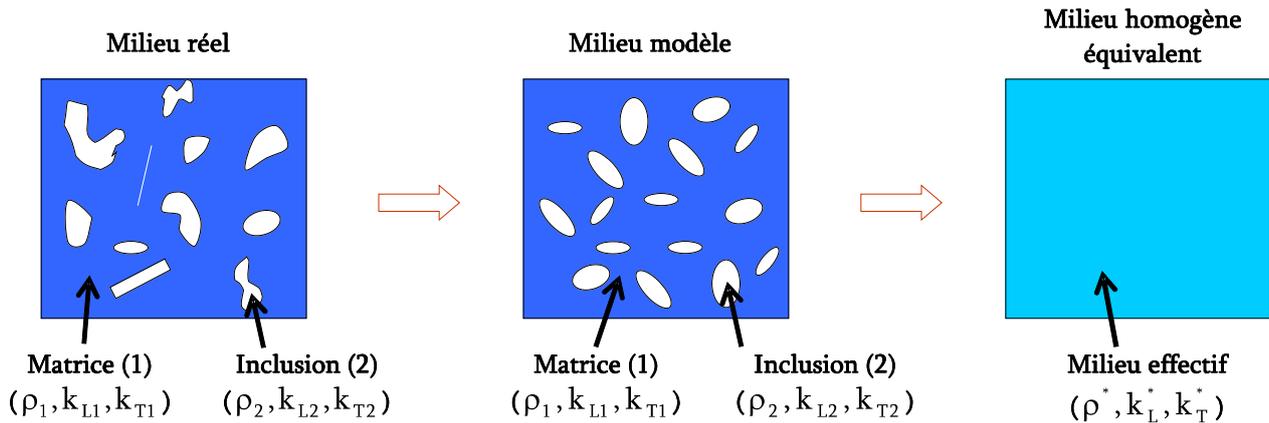
La diffusion par un milieu multidiffusant pourrait se faire par le calcul exact du champ diffusé par l'ensemble des obstacles. Cependant, le grand nombre de diffuseurs et la nécessité de connaître la position de chacun d'entre eux rendent rapidement cette technique coûteuse en temps de calcul. Pour modéliser la propagation des ultrasons dans un milieu diffusant nous avons alors recours à la théorie des milieux effectifs initiée par Foldy[21].

Nous ferons la synthèse des modèles de propagation passant par la recherche du champ acoustique moyen à partir du moyennage de l'équation de diffusion multiple 1.15 ainsi que ceux utilisant la fonction de Green. Les méthodes itératives seront également exposées.

## 1. Théorie des milieux effectifs

A partir de géométries simples se rapprochant un maximum des diffuseurs réels, nous cherchons à modéliser la propagation des ondes ultrasonores dans un milieu dont la répartition des granulats et des fissures est aléatoire.

Nous cherchons l'équation qui définit le champ moyen  $\langle \varphi(\vec{r}) \rangle$ . Ceci permet de déterminer les paramètres  $(\rho^*, k_L^*, k_T^*)$  d'un milieu homogène équivalent au milieu hétérogène multidiffusant (Figure 3.1). Nous réalisons plusieurs tirages aléatoires sur la position des diffuseurs.



*Figure 3.1.: Milieu réel, milieu modèle et milieu homogène équivalent*

Pour déterminer les paramètres acoustiques  $(\rho^*, k_L^*, k_T^*)$  du milieu homogène équivalent il existe plusieurs familles de modélisation de la propagation des ondes ultrasonores :

- La première passe par la recherche du champ acoustique moyen par l'intermédiaire du moyennage statistique de l'équation de diffusion multiple 1.15 en fonction de la position des diffuseurs. Si les inclusions sont petites devant la longueur d'onde, la vitesse de phase et l'atténuation sont indépendantes de la fréquence. Ce sont les modèles de diffusion simple du type statique ou quasi statique : Kuster & Toksöz, Berryman... Par contre si les inclusions sont de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde, les paramètres acoustiques dépendent de la fréquence. Ce sont les modèles dynamiques : Foldy, Waterman & Truell, Fikioris & Waterman...

- La deuxième famille détermine le nombre d'onde du milieu effectif en passant par les fonctions de Green du milieu multi diffuseur : l'Independent Scattering Approximation (ISA)...
- Enfin, d'autres méthodes s'appuient sur l'une ou l'autre des deux familles précédentes mais utilisent un processus itératif qui permet de converger vers le nombre d'onde du milieu effectif : Le Generalized Self Consistent Model (GSCM) dont la Coherent Potential Approximation (CPA) fait partie...

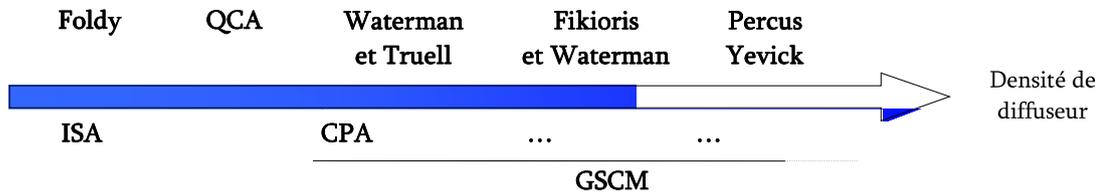
Les deux premières familles sont dites explicites puisqu'elles permettent d'obtenir directement les caractéristiques acoustiques du milieu effectif alors que la dernière est dite implicite du fait de son approche itérative.

Les travaux de Chaix mettent en évidence que les modèles dynamiques de la première famille de théorie sont bien adaptés à l'étude des milieux hétérogènes tels que le béton. Wang[22] et Pujol[13] synthétisent les différents modèles d'homogénéisation statiques, quasi statiques et dynamiques. Ils mettent en évidence que seuls les modèles dynamiques de diffusion multiple sont adaptés au cas des milieux fortement hétérogènes, notamment grâce à leur domaine fréquentiel plus étendu et à une prise en compte de taux de diffuseurs plus importants (>10%) (Figure 3.2).

Foldy a développé une théorie sur la diffusion multiple appliquée à la diffusion isotrope des ondes dans le cas d'une distribution aléatoire d'obstacles. Il souligne que pour prendre en compte la diffusion multiple nous ne considérons plus une configuration mais un ensemble de configurations possibles dont nous cherchons les caractéristiques moyennes. Nous nous intéressons donc au comportement de l'onde dans le milieu moyen, moyenne de toutes les configurations géométriques autorisées. L'onde cohérente à laquelle nous nous intéressons est l'onde qui résiste au désordre, donc l'onde du milieu moyen.

Ce moyennage est la base des modèles dynamiques de diffusion multiple proposés par

Waterman et Truell, Fikioris[23] et Waterman, Tsang et Kong[34] ou Ma et Varadan[35]... Ces modèles sont basés sur une étude statistique présentée ci-dessous, à laquelle suivra la présentation des différents modèles d’homogénéisation dynamiques. Dans un premier temps nous présenterons la théorie de Foldy. Ensuite nous verrons l’approximation quasi cristalline initiée par Lax sur laquelle repose le modèle de Waterman et Truell. D’autres modèles comme celui de la « hole correction », initié par Fikioris et Waterman, prennent en compte des densités de diffuseurs plus importantes. Tsang et Kong ou Ma et Varadan imposent des corrélations entre les positions des diffuseurs par la fonction de Percus-Yevick pour augmenter encore la densité de diffuseurs.



*Figure 3.2.: Modèle d’homogénéisation en fonction de la densité de diffuseur (Echelle non linéaire)*

Enfin, nous présenterons les méthodes basées sur la fonction de Green dont l’Independent Scattering Approximation qui est équivalente à Foldy ainsi que les méthodes itératives connues sous le nom de « Generalized Self Consistent Model » (GSCM) dans lesquelles nous trouvons la « Coherent Potential Approximation » (CPA) et autres variantes.

### **1.1. Configurations moyennes**

Dans un milieu hétérogène, le caractère aléatoire des milieux diffusants nous amène à ne plus se concentrer sur la valeur instantanée du champ diffusé mais sur la valeur moyenne prise sur un ensemble statistique de réalisations possibles. En notant que la configuration spécifique des diffuseurs n’est pas notre principale préoccupation, la configuration peut être regardée comme un seul état dans un ensemble, en prenant une moyenne de l’ensemble des différents états.

Soit un ensemble de  $N$  diffuseurs. Soit  $p = p(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N)$ , la probabilité d'obtenir le premier diffuseur à la position  $\vec{r}_1$ , le second à la position  $\vec{r}_2$ , ... le  $N^{\text{ème}}$  diffuseur à la position  $\vec{r}_N$ .

Soit un ensemble de  $N$  diffuseurs. Soit  $p = p(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N)$ , la probabilité d'obtenir le premier diffuseur à la position  $\vec{r}_1$ , le second à la position  $\vec{r}_2$ , ... le  $N^{\text{ème}}$  diffuseur à la position  $\vec{r}_N$ .

La probabilité d'obtenir le premier diffuseur à la position  $\vec{r}_1$  dans un élément de volume  $\tau_1$ , le deuxième diffuseur à la position  $\vec{r}_2$  dans un élément de volume  $\tau_2$  ... s'écrit :

$$p(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) \cdot d\tau_1 \cdot d\tau_2 \dots d\tau_N \quad (3.1)$$

Ainsi la probabilité de trouver un diffuseur dans le volume élémentaire  $\tau_j$  situé en  $\vec{r}_j$  est :

$$p(\vec{r}_j) = \int \dots \int p(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) \cdot d\tau_1 \dots d\tau_{j-1} \cdot d\tau_{j+1} \dots d\tau_N \quad (3.2)$$

Comme chaque diffuseur à la même probabilité d'occuper l'espace  $\tau_j$ , nous pouvons quantifier la densité  $n(\vec{r}_j)$  de diffuseurs aux environs de  $\vec{r}_j$  par :

$$n(\vec{r}_j) = N \cdot p(\vec{r}_j) \quad (3.3)$$

De la même manière que 3.2 la probabilité de trouver un diffuseur dans le volume élémentaire  $\tau_j$  situé en  $\vec{r}_j$  et un second diffuseur dans le volume élémentaire  $\tau_k$  situé en  $\vec{r}_k$  est :

$$p(\vec{r}_j, \vec{r}_k) = \int \dots \int p(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) \cdot d\tau_1 \dots d\tau_{j-1} \cdot d\tau_{j+1} \dots d\tau_{k-1} \cdot d\tau_{k+1} \dots d\tau_N \quad (3.4)$$

Nous supposons pour l'écriture ci-dessus que  $k > j$ .

La probabilité d'obtenir le premier diffuseur dans  $\tau_j$  et le deuxième dans  $\tau_k$  revient à déterminer la probabilité d'avoir le j-ième diffuseur dans  $\tau_j$  et la probabilité d'avoir le k-ième diffuseur dans  $\tau_k$  connaissant la position du j-ième diffuseur soit :

$$p(\vec{r}_j, \vec{r}_k) = p(\vec{r}_j) \cdot p(\vec{r}_k | \vec{r}_j) \quad (3.5)$$

Soit en terme de densité et à partir de l'expression 3.5 :

$$p(\vec{r}_j, \vec{r}_k) = \frac{n(\vec{r}_j) \cdot n(\vec{r}_k | \vec{r}_j)}{N(N-1)} \quad (3.6)$$

où  $n(\vec{r}_k | \vec{r}_j)$  est la densité au point  $\vec{r}_k$  connaissant la position  $\vec{r}_j$  du j-ième diffuseur.

Considérons une fonction  $f(\vec{r} | \vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)$  de coordonnées spatiales  $\vec{r}$  et  $N$  vecteurs positions  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N$  localisant, par exemple, le centre de chaque diffuseur. La configuration moyenne de  $f$  est définie par :

$$\langle f(\vec{r}) \rangle = \int \dots \int f(\vec{r} | \vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) \cdot p(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) \cdot d\tau_1 \dots d\tau_N \quad (3.7)$$

Le moyennage lorsqu'il y a un ou plusieurs diffuseurs de positions fixées, est obtenu en faisant la moyenne des conditions de probabilité appropriées. La moyenne des configurations pour lesquelles le premier diffuseur est situé en  $\vec{r}_1$  est donnée par :

$$\langle f(\vec{r} | \vec{r}_1) \rangle = \int \dots \int f(\vec{r} | \vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) \cdot p(\vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N | \vec{r}_1) \cdot d\tau_2 \dots d\tau_N \quad (3.8)$$

où  $p(\vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N | \vec{r}_1)$  est la probabilité d'avoir  $\vec{r}_2$  en  $\tau_2, \dots, \vec{r}_N$  en  $\tau_N$  sachant qu'un diffuseur est en  $\vec{r}_1$ .

La complexité de l'expression 2.15 du champ total pour laquelle les positions des diffuseurs sont nécessaires, rend difficile l'obtention d'une expression explicite de ce champ. C'est pourquoi les équations sont moyennées sur la base de l'étude statistique ci-dessus. Le moyennage est traité comme dans le cas de la fonction  $f(\vec{r}|\vec{r}_j)$  de l'expression 3.8. L'introduction des densités de probabilités conditionnelles dans l'expression 2.15 permet de faire agir les opérateurs sur les champs moyens et non plus sur les champs non moyennés. Ceci est essentiel pour obtenir l'équation gouvernant le champ moyen.

$$\langle \varphi(\vec{r}) \rangle = \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \sum_{j=1}^N \int_{\tau_1} \dots \int_{\tau_N} p(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_N) \cdot T(\vec{r}_j) \cdot \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_j) \cdot d\tau_1 \dots d\tau_N \quad (3.9)$$

$$\langle \varphi(\vec{r}) \rangle = \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \sum_{j=1}^N \int_{\tau_1} \dots \int_{\tau_N} p(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_{j-1}, \vec{r}_{j+1} \dots \vec{r}_N) \cdot p(\vec{r}_j) \cdot T(\vec{r}_j) \cdot \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_j) \cdot d\tau_1 \dots d\tau_N \quad (3.10)$$

$$\langle \varphi(\vec{r}) \rangle = \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \sum_{j=1}^N \int_{\tau_j} T(\vec{r}_j) \cdot \left[ \int_{\tau_1} \dots \int_{\tau_N} p(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_{j-1}, \vec{r}_{j+1} \dots \vec{r}_N) \cdot \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_j) \cdot d\tau_1 \dots d\tau_{j-1} \cdot d\tau_{j+1} \dots d\tau_N \right] \cdot p(\vec{r}_j) \cdot d\tau_j \quad (3.11)$$

$$\langle \varphi(\vec{r}) \rangle = \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \sum_{j=1}^N \int_{\tau_j} T(\vec{r}_j) \cdot \langle \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_j; \vec{r}_j) \rangle \cdot p(\vec{r}_j) \cdot d\tau_j \quad (3.12)$$

Puisque tous les diffuseurs sont de même nature et indiscernables alors nous utilisons la propriété 3.5 dans l'équation précédente :

$$\langle \varphi(\vec{r}) \rangle = \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \int_{\tau_j} T(\vec{r}_j) \cdot \langle \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_j; \vec{r}_j) \rangle \cdot n(\vec{r}_j) \cdot d\tau_j \quad (3.13)$$

Nous déterminons ainsi le champ total moyen en fonction du champ d'excitation à un diffuseur fixé. Cette équation est en fait la base d'une série de N équations.

Les différents modèles dynamiques proposent de rompre cette suite de relations à des niveaux différents pour définir un champ effectif qui décrit la propagation de l'onde cohérente dans le milieu, c'est à dire un champ moyen qui respecte l'équation de Helmholtz (2.5). Elle est du type :

$$\langle \varphi(\vec{r}) \rangle = \varphi_0 \cdot e^{i \cdot \vec{k}^* \cdot \vec{r}} \quad (3.14.)$$

Les caractéristiques de propagation que nous recherchons de cette onde, qu'elle soit longitudinale ou transversale, sont définies par le nombre d'onde complexe dans le milieu équivalent,  $k^*$  (l'astérisque indique le milieu équivalent), dont la partie réelle est en relation avec la vitesse de phase  $c^*$  et la partie imaginaire avec l'atténuation  $\alpha^*$  :

$$k^* = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{c^*} + i \cdot \alpha^* \quad (3.15.)$$

A partir de cette configuration moyenne, de nombreux auteurs ont proposé des variantes de modèle de propagation plus ou moins développées et complexes. Nous allons en présenter les principaux.

## 2. Modèles de propagation

### 2.1. Théorie de Foldy

Foldy a développé une théorie de la diffusion multiple appliquée à la diffusion isotrope des ondes par une distribution aléatoire de diffuseurs. Pour ce modèle, il prend l'hypothèse que la concentration de diffuseurs est faible et que la répartition des diffuseurs est uniforme pour que  $n(\vec{r}_j) = \langle n \rangle = n_0$ . Ceci permet de considérer les diffuseurs en champ lointain les uns par rapport aux autres.

A partir de l'équation 3.13 et celles de la diffusion multiple 2.14 et 2.15, nous obtenons une série de N équations dont les trois premières sont :

$$\langle \varphi(\vec{r}) \rangle = \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \int_{\tau_i} n(\vec{r}_i) \cdot T(\vec{r}_i) \cdot \langle \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_i; \vec{r}_i) \rangle \cdot d\tau_i \quad (3.16.)$$

$$\langle \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_j; \vec{r}_j) \rangle = \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \int_{\tau_i} n(\vec{r}_i | \vec{r}_j) \cdot T(\vec{r}_i) \cdot \langle \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_i; \vec{r}_i, \vec{r}_j) \rangle \cdot d\tau_i \quad (3.17.)$$

$$\langle \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_j; \vec{r}_j, \vec{r}_k) \rangle = \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \int_{\tau_i} n(\vec{r}_i | \vec{r}_j, \vec{r}_k) \cdot T(\vec{r}_i) \cdot \langle \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_i; \vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_k) \rangle \cdot d\tau_i \quad (3.18.)$$

...

Contrairement à la diffusion simple où le champ diffusé ne dépend que du champ incident, le champ d'excitation d'un diffuseur placé en  $\vec{r}_j$  est dorénavant la somme du champ incident et de tous les champs diffusés par les autres obstacles.

Foldy introduit l'approximation suivante : la moyenne du champ d'excitation en  $\vec{r}$  agissant sur un diffuseur en  $\vec{r}_i$  une fois le  $i$ -ème diffuseur fixé est équivalent au champ moyen en  $\vec{r}_i$  si le  $i$ -ème diffuseur n'existe pas. Ce dernier champ moyen est associé à  $N-1$  diffuseurs et

n'est pas très différent du champ total  $\langle \varphi(\vec{r}_i) \rangle$  lorsque N est grand. Nous supposons donc que :

$$\langle \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_i; \vec{r}_i) \rangle \simeq \langle \varphi(\vec{r}_i) \rangle \quad (3.19.)$$

L'expression 3.16 devient :

$$\langle \varphi(\vec{r}) \rangle = \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \int_{\tau_i} \mathbf{n}(\vec{r}_i) \cdot \mathbf{T}(\vec{r}_i) \cdot \langle \varphi(\vec{r}_i) \rangle \cdot d\tau_i \quad (3.20.)$$

Twersky 29 donne une autre interprétation à l'approximation 4.19, qui est plus physique. Il explique que nous pouvons obtenir l'équation 3.20 en négligeant les interactions doubles, triples... entre les diffuseurs et en supposant que les trajets sont seulement directs (figure 3.3).

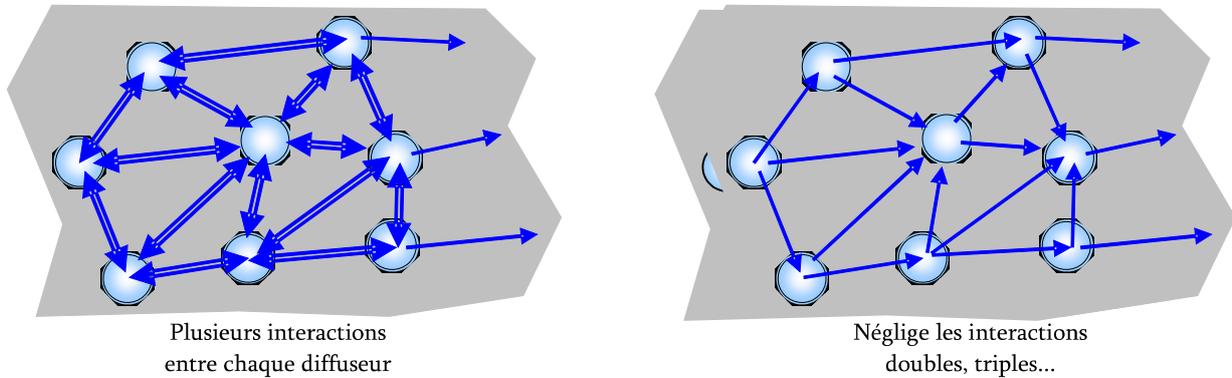


Figure 3.3.: Approximation de Foldy

Pour trouver la solution de 3.16 vérifiant les équations de Helmholtz 2.5, il faut relier l'opérateur linéaire  $T(\vec{r}_i)$  aux caractéristiques diffusantes d'un obstacle décrit par les fonctions de forme  $f(\theta)$ . Foldy suppose que les diffuseurs sont

isotropes et ponctuels, c'est-à-dire que les fonctions de forme sont indépendantes de

l'orientation du champ diffusé. Ainsi  $f(\theta)$  est constant quelque soit  $\theta$ . Le lien entre l'opérateur linéaire  $T(\vec{r}_i)$  et les fonctions de forme (les trois sont regroupées dans le terme  $f$ ) d'un obstacle en  $\vec{r}_i$  est :

$$T(\vec{r}_i) = f^{\vec{r}_i} \cdot \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_i) \quad (3.21.)$$

Nous remplaçons ceci dans l'expression 3.20 et nous recherchons la solution vérifiant les équations de Helmholtz 2.5. Nous obtenons le nombre d'onde du milieu effectif en fonction du nombre d'onde de la matrice  $k_1$ , de la densité volumique de diffuseurs  $n_0$  et de la fonction de forme  $f(\theta)$  qui est la même qu'elle que soit  $\theta$  (diffusion isotrope) :

$$k^* = k_1 + \frac{2 \cdot \pi \cdot n_0 \cdot f(\theta)}{i \cdot k_1} \quad (3.22.)$$

Ceci est l'expression centrale de la théorie de Foldy.

Il existe une autre approximation, l'Approximation Quasi Cristalline (QCA), qui est issue de la science des matériaux et est souvent utilisée en optique. Cette approche est à la base des modèles utilisés aujourd'hui, notamment celui de Waterman Truell.

## 2.2. L'Approximation Quasi Cristalline(QCA)

En science des matériaux, un solide cristallin est constitué par la répétition périodique dans les trois dimensions de l'espace d'un motif atomique ou moléculaire, de la même façon qu'un papier peint est constitué de la répétition d'un même motif. Appliqué à notre milieu

diffusant, ceci revient à dire que les diffuseurs sont ordonnés périodiquement. Ainsi, connaître la position d'un diffuseur permet de connaître la position de tous les diffuseurs.

Pour simplifier le problème, Lax[37] propose un traitement de la diffusion multiple en rompant la suite d'équations (3.16, 3.17, 3.18) et envisage également le cas de diffuseurs non identiques. La moyenne des configurations ne porte plus uniquement sur la position des particules mais aussi sur leur taille. Mais dans un premier temps, afin de mieux décrire les milieux denses, Lax propose l'approximation quasi cristalline (QCA) suivante :

$$\langle \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_j; \vec{r}_j, \vec{r}_k) \rangle \approx \langle \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_j; \vec{r}_j) \rangle \quad (3.23.)$$

La QCA traduit donc l'hypothèse que la moyenne du champ d'excitation en  $\vec{r}$  d'un diffuseur en  $\vec{r}_j$  en fixant le j-ième et le k-ième diffuseur revient au même que de calculer la moyenne du champ d'excitation en  $\vec{r}$  d'un diffuseur en  $\vec{r}_j$  en fixant seulement le j-ième diffuseur.

Le système d'équations (3.16, 3.17, 3.18) nécessaire pour déterminer le champ effectif est modifié. Ainsi, le système d'équations de départ se réduit à :

$$\langle \varphi(\vec{r}) \rangle = \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \int_{\tau_i} \mathbf{n}(\vec{r}_i) \cdot \mathbf{T}(\vec{r}_i) \cdot \langle \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_i; \vec{r}_i) \rangle \cdot d\tau_i \quad (3.24.)$$

$$\langle \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_i; \vec{r}_i) \rangle = \varphi_{\text{inc}}(\vec{r}) + \int_{\tau_i} \mathbf{n}(\vec{r}_i | \vec{r}_i) \cdot \mathbf{T}(\vec{r}_i) \cdot \langle \varphi_E(\vec{r} | \vec{r}_i; \vec{r}_i) \rangle \cdot d\tau_i \quad (3.25.)$$

Lax estime cette approximation plus performante que l'approche de Foldy, puisqu'elle fait intervenir explicitement la probabilité conditionnelle  $n(\vec{r}_i | \vec{r}_i)$ .

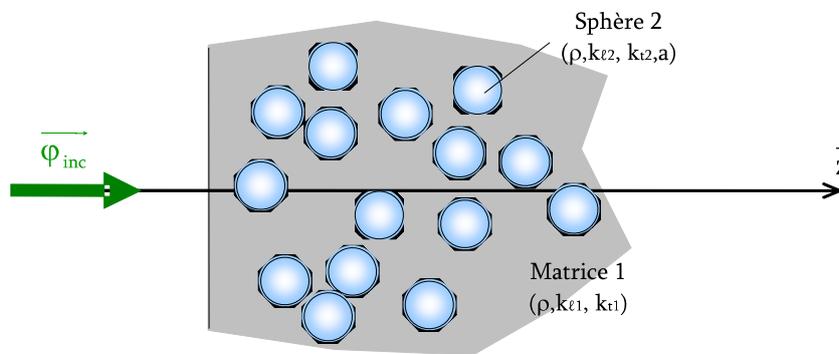
Le modèle de Waterman & Truell<sup>12</sup> est une variante du modèle QCA. C'est le plus direct après la QCA et le plus simple à utiliser. Il a l'avantage d'être moins limité en concentration de diffuseurs.

## 2.3. Modèle de Waterman & Truell (WT)

A partir de la QCA, Waterman et Truell proposent le calcul du nombre d'onde effectif en développant une théorie modale qui permet de décrire l'action de l'opérateur linéaire  $T(\mathbf{r}_i)$  de façon exacte. Dans notre cas, les diffuseurs seront modélisés par des sphères ou des sphéroïdes. Il est donc nécessaire de définir son action suivant des harmoniques sphériques.

Définissons dans un premier temps, les hypothèses du modèle de Waterman Truell :

- Le milieu diffusant est limité par le plan  $z=0$ , il est semi infini (Figure 3.4).



*Figure 3.4.: Géométrie du milieu diffusant semi infini considéré par WT*

- La densité volumique de diffuseurs est constante dans le milieu, ce qui se traduit par :

$$n(\vec{r}) = \begin{cases} n_0 & \text{si } z \geq 0 \\ 0 & \text{si } z < 0 \end{cases} \quad (3.26.)$$

- La répartition des diffuseurs est aléatoire.
- Les diffuseurs sont sphériques
- L'onde incidente est une onde plane.
- Deux diffuseurs ne peuvent pas avoir leur centre au même point.

Cette dernière condition ne tient pas compte de la taille des diffuseurs et ne permet pas d'éviter un chevauchement entre deux obstacles. En fait, ils définissent une densité conditionnelle en  $\vec{r}$  connaissant la position d'un diffuseur en  $\vec{r}_1$  tel que :

$$n(\vec{r} | \vec{r}_1) = \begin{cases} n(\vec{r}) & \text{si } |\vec{r} - \vec{r}_1| \geq 2a \\ 0 & \text{si } |\vec{r} - \vec{r}_1| < 2a \end{cases} \quad (3.27.)$$

Cette densité conditionnelle n'est pas prise en compte pour obtenir l'expression centrale de la théorie de Waterman et Truell. Ils en déduisent par contre le critère de validité suivant :

$$\frac{n_0 \cdot \sigma_d}{k_1} \ll 1 \quad (3.28.)$$

où  $\sigma_d$  est la section de diffusion d'un obstacle,

L'expression 3.28 n'implique pas directement une condition de non chevauchement des diffuseurs mais seulement une condition sur la densité de ceux-ci.

Ishimaru traite le cas de diffuseurs cylindriques situés entre deux plans parallèles (figure 3.5).

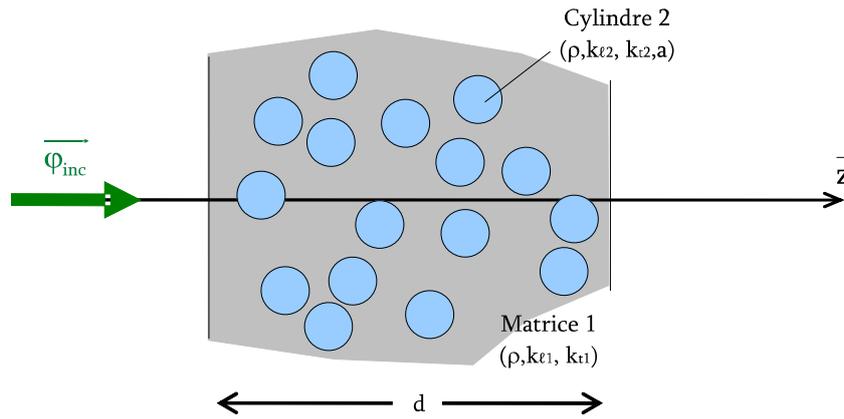


Figure 3.5.: Milieu composé par des diffuseurs cylindriques entre deux plans parallèles

Il montre, dans ce cas, que le champ total moyen est la somme d'un champ acoustique se propageant dans le sens de la propagation  $f(0)$  et un dans le sens inverse  $f(\pi)$ . La démarche est identique quelque soit la géométrie des diffuseurs. La recherche de solution sous cette forme vérifiant les équations de Helmholtz 1.5, permet d'obtenir l'expression centrale de la théorie de Waterman et Truell pour tous types de diffuseurs dans laquelle nous retrouvons la partie diffusée vers l'avant  $f(0)$  et celle rétrodiffusée  $f(\pi)$  :

$$\left(\frac{k^*}{k_1}\right)^2 = \left[1 + \frac{2\pi n_0 \cdot f(0)}{k_1^2}\right]^2 - \left[\frac{2\pi n_0 \cdot f(\pi)}{k_1^2}\right]^2 \quad (3.29.)$$

Nous voyons donc le lien entre le nombre d'onde du milieu effectif, qui n'est qu'une combinaison de la vitesse et de l'atténuation dans le milieu homogénéisé (3.15), et la densité volumique d'obstacle  $n_0$ , le nombre d'onde de la matrice  $k_1$ , la fréquence et la taille d'inclusions. Ces deux dernières données sont incluses dans  $f(0)$  et  $f(\pi)$ .

La théorie de Waterman et Truell considère, à la base, des diffuseurs sphériques. Si maintenant les obstacles sont supposés sphéroïdaux (figure 3.6), il faut adapter l'expression 3.29.

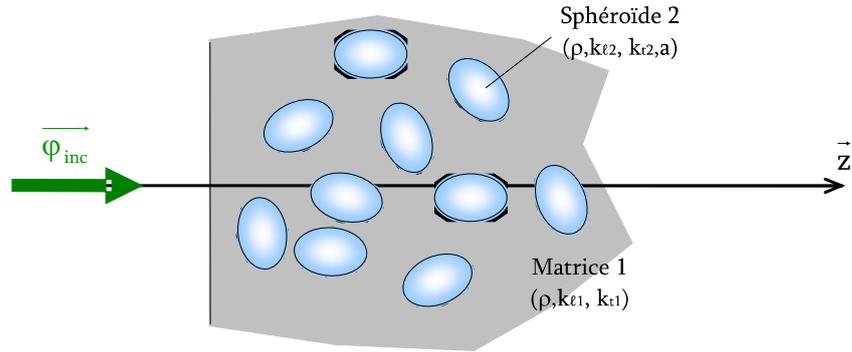


Figure 3.6.: Géométrie du milieu diffusant semi infini avec des diffuseurs sphéroïdaux

En effet, l'orientation des diffuseurs est un paramètre supplémentaire par rapport à la sphère qu'il faut prendre en compte. Pour cela il faut prendre la moyenne de ce qui est diffusé vers l'avant  $\langle f(0) \rangle$  et la moyenne de ce qui est rétrodiffusé  $\langle f(\pi) \rangle$  pour un tour de sphéroïde sur lui-même (figure 3.7).

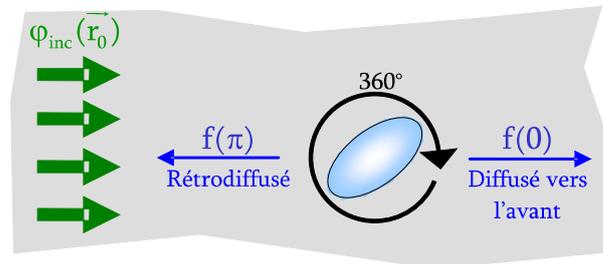
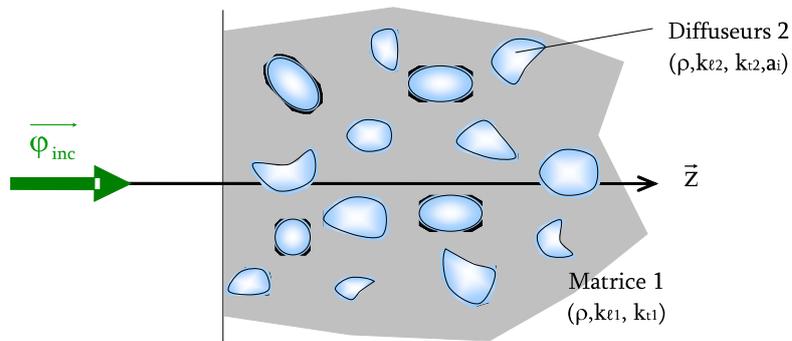


Figure 3.7.: Moyenne de ce qui est diffusé vers l'avant et moyenne de ce qui est rétrodiffusé

Ceci est intégré dans la théorie de Waterman et Truell de la manière suivante :

$$\left(\frac{k^*}{k_1}\right)^2 = \left[1 + \frac{2\pi n_0 \langle f(0) \rangle}{k_1^2}\right]^2 - \left[\frac{2\pi n_0 \langle f(\pi) \rangle}{k_1^2}\right]^2 \quad (3.30.)$$

Dans le cas de plusieurs types de diffuseurs (figure 3.8) Foldy, Waterman et Truell envisagent de faire la moyenne sur des fonctions de répartition couplées aux fonctions d'amplitude.



*Figure 3.8. : Géométrie du milieu diffusant semi infini avec plusieurs types de diffuseurs*

Dans l'expression 3.30 du nombre d'onde du milieu effectif, il suffit de remplacer les fonctions d'amplitudes du type  $\langle f(\theta) \rangle$  par :

$$\langle f(\theta) \rangle = \int_{\varepsilon} p(\varepsilon) \cdot f(\theta, \varepsilon) \cdot d\varepsilon \quad (3.31.)$$

où  $\varepsilon$  caractérise le diffuseur et  $p(\varepsilon)$  une fonction de répartition des types de diffuseurs.

Cette prise en compte implique une modification du critère de validité sur la densité. En effet l'hypothèse qui considère que le champ d'excitation sur un diffuseur est le même qu'il y ait ou pas le diffuseur doit être vrai pour tous types de diffuseur. En se plaçant dans le cas le plus critique, nous pourrions considérer que cette hypothèse est tout le temps valide si la condition la plus critique est respectée. Ainsi, l'expression 3.28 devient :

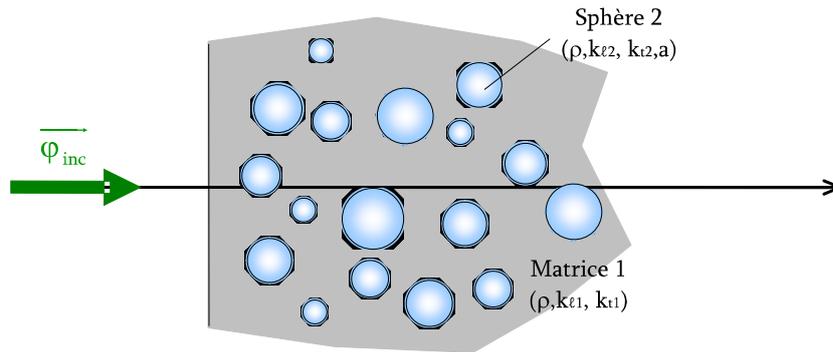
$$\frac{n_0 \cdot \sigma_d^{\max}}{k_1} \ll 1 \quad (3.32.)$$

où  $n_0$  est la densité volumique d'obstacle,  $\sigma_d^{\max}$  est la plus grande des sections de diffusion des obstacles,  $k_1$  le nombre d'onde dans la matrice.

La nouvelle définition de  $\langle f(0) \rangle$  et  $\langle f(\pi) \rangle$  (3.31) est injectée dans l'expression 3.30 de la théorie de Waterman et Truell.

Peters[28] et Poujol[13] ont validé expérimentalement cette approche. Vander Meulen[29] propose également des validations expérimentales qui montrent un bon comportement pour des répartitions gaussiennes assez resserrées.

A partir de ce cas général, nous pouvons considérer que les diffuseurs sont de géométries identiques et de même nature mais de tailles différentes. Nous nous intéressons donc à la répartition des tailles (figure 3.9).



*Figure 3.9.: Géométrie du milieu diffusant semi infini avec des sphères de tailles différentes*

Dans ce cas, la fonction de répartition des types de diffuseurs  $p(\varepsilon)$  (3.31) devient la fonction de répartition de la taille des diffuseurs  $p(a)$  et peut être défini par la relation :

$$p(a) = \frac{n(a)}{n_0} \quad (3.33.)$$

où  $n_0$  est la densité volumique totale d'obstacle et  $n(a)$  est la densité d'obstacle de taille caractéristique  $a$ . La relation 3.31 devient donc :

$$\langle f(\theta) \rangle = \int_a \frac{n(a)}{n_0} \cdot f(\theta, a) \cdot da \quad (3.34.)$$

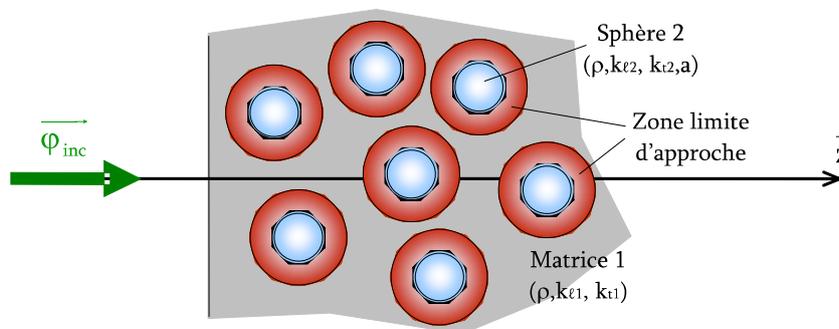
Où  $f(\theta, a)$  est l'amplitude diffusée dans la direction  $\theta$  pour un diffuseur de taille caractéristique  $a$ .

Le modèle de Waterman et Truell est aujourd'hui le modèle le plus complet tout en restant simple et peu coûteux en temps de calcul. Il permet aussi de traiter plusieurs types et tailles de diffuseurs. Cependant ce modèle a ses limites. Notamment en terme de concentration de diffuseurs.

Le modèle développé par Fikioris & Waterman, présenté dans le paragraphe suivant, prend en compte la non interpénétration des diffuseurs en imposant une distance limite d'approche entre deux obstacles. Le chevauchement est donc impossible.

## 2.4. Modèle de Fikioris et Waterman (FW)

Ce modèle a été établi sur la base de diffuseurs sphériques, comme le modèle de Waterman et Truell. Ici le centre du diffuseur est éloigné d'un autre centre d'une distance  $b$ , appelée distance limite d'approche (figure 3.10). Il n'y a donc pas d'interpénétration possible.



*Figure 3.10.: Géométrie du milieu diffusant semi infini considéré par Fikioris et Waterman*

La densité conditionnelle en  $\vec{r}$  connaissant la position d'un diffuseur en  $\vec{r}_1$  se traduit donc :

$$n(\vec{r} | \vec{r}_1) = \begin{cases} n(\vec{r}) & \text{si } |\vec{r} - \vec{r}_1| \geq b \\ 0 & \text{si } |\vec{r} - \vec{r}_1| < b \end{cases} \quad (3.35.)$$

La variation de la concentration de diffuseur en fonction de cette distance limite d'approche est représentée sur la figure 3.11.



*Figure 3.11.: Variation de la densité de diffuseurs en fonction de la distance limite d'approche selon Fikioris et Waterman*

L'absence de diffuseur autour du centre d'un obstacle fixé est modélisée par une sphère de rayon  $b$ . La résolution des équations de Helmholtz 2.5, en excluant de l'intégration de volume la sphère de rayon  $b$  correspondant à la distance limite d'approche entre deux diffuseurs, permet de trouver le nombre d'onde suivant :

$$k^* = k_1 - \frac{2\pi i n_0}{k_1^2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \cdot E_{n0}(0) \cdot T_{n0n0} \quad (3.36.)$$

Dans laquelle  $E_{n0}(0)$  vaut :

$$E_{n0}(0) = 4\pi n_0 \cdot \sum_{j=0}^{\infty} (2j+1) \cdot E_{j0}(0) \cdot T_{j0j0} \cdot \sum_s (-i)^s \cdot \alpha(0, j | 0, n | s) \cdot d_s(k_1, k^* | b) \quad (3.37.)$$

et  $\alpha(k, j | m, n | s)$  est défini par Cruzan [30] :

$$d_s(k_1, k^* | b) = -\frac{16 \cdot \pi \cdot b^2}{(k^2 - k_1^2)} \cdot [k_1 \cdot h_s'(k_1 \cdot b) \cdot j_s(k^* \cdot b) - k^* \cdot h_s(k_1 \cdot b) \cdot j_s'(k^* \cdot b)] \quad (3.38.)$$

où  $h_n(k_1 \cdot b)$  est la fonction de Hankel de première espèce et d'ordre  $n$ .

Le système 3.37 contient en théorie une infinité d'équations qu'il faut tronquer pour pouvoir résoudre. Ceci correspond à l'ordre du système que nous souhaitons atteindre. Ce système admet une solution non triviale  $k^*$  complexe annulant le déterminant de l'expression 3.37.

Il faut noter qu'aucune expérimentation n'a été réalisée sur ce formalisme mis à part le cas de diffuseurs élastiques cylindriques dans une matrice fluide.

## 2.5. Modèle de Percus et Yevick (PY)

Ce modèle a également été établi sur la base de diffuseurs sphériques. L'approche de Fikioris et Waterman, dit de la « hole correction », vue précédemment considère une densité conditionnelle uniforme quand la distance entre deux diffuseurs est supérieure à une distance limite d'approche. Ici, Percus et Yevick[31] donnent la possibilité de prendre en compte une variation locale de la densité conditionnelle. Ceci est très intéressant dans le cas de localisation forte (figure 3.12). Ils précisent que nous pouvons ainsi monter jusqu'à des fractions volumiques de 40%.

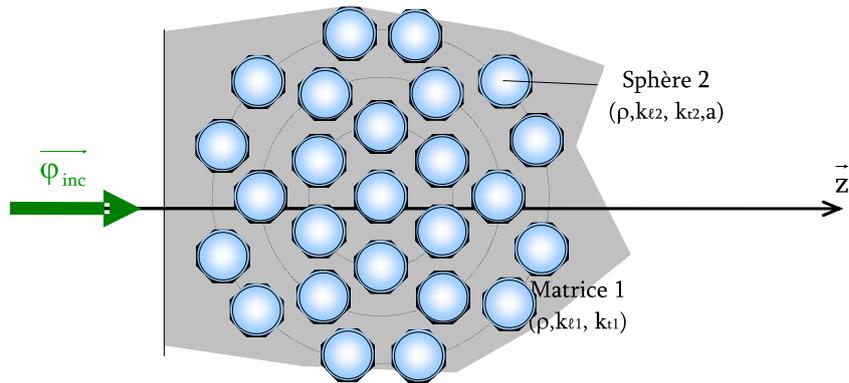


Figure 3.12.: Géométrie du milieu diffusant semi infini considéré par PY

La densité conditionnelle en  $\vec{r}$  connaissant la position d'un diffuseur en  $\vec{r}_1$  est alors exprimé à l'aide d'une fonction  $g(\vec{r})$  dans laquelle nous retrouvons la densité et la taille des diffuseurs. Cette fonction permet d'augmenter la densité conditionnelle lorsque la distance entre deux diffuseurs est petite [34]. Nous pouvons écrire :

$$n(\vec{r} | \vec{r}_1) = \begin{cases} n(\vec{r}) \cdot g(\vec{r}) & \text{si } |\vec{r} - \vec{r}_1| \geq b \\ 0 & \text{si } |\vec{r} - \vec{r}_1| < b \end{cases} \quad (3.39.)$$

Nous constatons qu'à partir d'une certaine distance de rapprochement entre deux obstacles (généralement  $4 \cdot b$ ) la variation de densité est quasiment constante (figure 3.13).

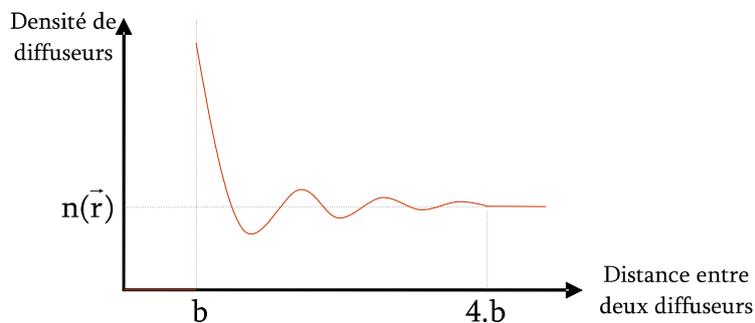


Figure 3.13.: Variation de la densité de diffuseurs en fonction de la distance limite d'approche Selon Percus Yevick

Le calcul du nombre d'onde du milieu effectif se fait de la même manière que dans le cas de Fikioris et Waterman (3.36). C'est dans les  $E_{n_0}$  qu'est la différence : un terme  $M_s(k_1, k^* | b)$  vient introduire la fluctuation de la concentration :

$$E_{n_0}(0) = 4\pi n_0 \sum_{j=0}^{\infty} (2j+1) E_{j_0}(0) T_{j_0 j_0} \sum_s (-i)^s \alpha(0, j | 0, n | s) \cdot [d_s(k_1, k^* | b) + M_s(k_1, k^* | b)] \quad (3.40.)$$

avec :

$$M_s(k_1, k^* | b) = \int_b^{+\infty} r^2 \cdot (g(r) - 1) \cdot h_s(k_1 \cdot r) \cdot j_s(k^* \cdot r) \cdot dr \quad (3.41.)$$

Comme dans le modèle Fikioris et Waterman, il faut trouver la solution sous forme complexe  $k^*$  qui annule le déterminant de l'équation 3.40.

## 2.6. Independent Scattering Approximation (ISA)

En passant par les fonctions de Green du milieu multidiffuseur nous retrouvons l'expression du nombre d'onde 3.22. C'est l'Independent Scattering Approximation, couramment appelé ISA.

Les méthodes basées sur les fonctions de Green ne supposent plus l'interaction de l'onde incidente avec une infinité de diffuseurs répartis aléatoirement dans l'espace mais considèrent que la propagation dans le milieu hétérogène est décrit par un nombre d'onde qui dépend du point de l'espace  $r$  où nous souhaitons l'exprimer. Nous sommes amenés à chaque tirage aléatoire à résoudre l'équation de Green qui correspond à l'équation de Helmholtz 2.5 en milieu homogène :

$$\Delta.G(\vec{r}, \vec{r}_j) + k(\vec{r})^2.G(\vec{r}, \vec{r}_j) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_j) \quad (4.42.)$$

La fonction  $G(\vec{r}, \vec{r}_j)$  correspond à la solution du problème de propagation d'ondes pour une source ponctuelle placée en  $\vec{r}_j$ .

L'intérêt ici n'est pas de faire la démonstration de la résolution de cette équation. Mamou[32] présente le formalisme de l'ISA à partir de la représentation diagrammatique. Celle-ci permet de classer les événements de diffusion et de rendre plus facile l'écriture des équations à établir.

Il montre que la résolution de l'équation de Green 3.42 amène au même résultat que l'approximation de Foldy, dans laquelle la fonction de forme est isotrope donc identique quelque soit  $\theta$  :

$$k^* = k_1 + \frac{2.\pi.n_0.f(\theta)}{i.k_1} \quad (3.43.)$$

Ce modèle est valable pour des taux de diffuseurs faibles (<10%).

Il existe également des processus itératifs plus robustes que l'ISA ou Foldy : la Coherent Potential Approximation ou les Generalized Self Consistent Model...

## 2.7. Coherent Potential Approximation (CPA)

La Coherent Potential Approximation (CPA) est une approximation plus robuste que l'ISA. Dans cette approche nous ne caractérisons plus la propagation dans la matrice par le nombre d'onde  $k_1$  mais par un nombre d'onde inconnu  $\bar{k}$ . L'idée de la CPA est d'itérer le nombre d'onde dans l'expression de Foldy (ou de l'ISA) :

$$\overline{k_{n+1}} = \overline{k_n} + \frac{2.\pi.n_0.f(\theta)}{i.k_n} \quad (3.44.)$$

En prenant comme point de départ le modèle de l'ISA dans lequel nous remplaçons  $k^*$  par  $\overline{k_2}$  :

$$\overline{k_2} = k_1 + \frac{2.\pi.n_0.f(\theta)}{i.k_1} \quad (3.45.)$$

Nous cherchons  $\overline{k_n}$ , dans le cas où cela converge tel que :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \overline{k_n} = k_{\text{lim}}^* \quad (3.46.)$$

Cette méthode est plus robuste mais plus coûteuse en temps de calcul que les modèles d'homogénéisation de Waterman et Truell ou Fikioris et Waterman.

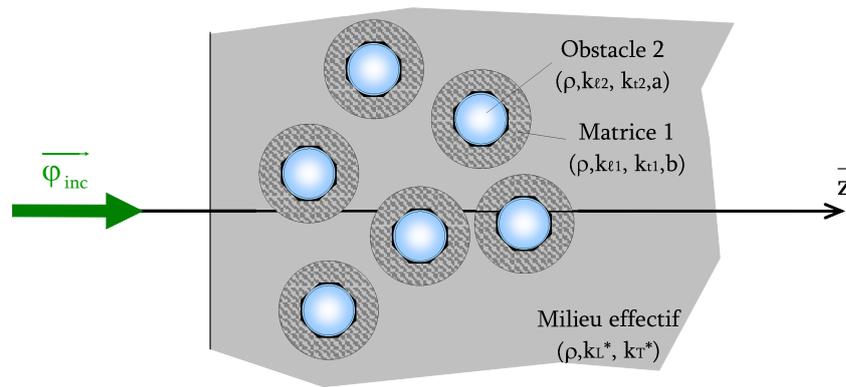
## 2.8. Le Generalized Self Consistent Model (GSCM)

D'une manière plus générale nous pouvons chercher d'autres processus itératifs admissibles. Ils font partis de la famille des Generalized Self Consistent Model (GSCM). Un tel processus est caractérisé par une équation implicite, résultat des itérations sur les modèles précédents : ISA, WT, FW...

Yang et Mal[43] développent ce processus dans le cas du modèle de WT. L'élément

diffusant est composé d'une sphère de rayon  $a$ , représentative de l'obstacle, et d'un anneau de rayon extérieur  $b$  de même nature que la matrice (figure 3.14). Ces diffuseurs sont noyés dans le milieu effectif infini et inconnu dont nous cherchons les propriétés acoustiques. Le rayon  $b$  de l'anneau est calculé en fonction de la fraction volumique  $c_{\%}$  de diffuseurs et de la taille caractéristique des diffuseurs :

$$b = a \cdot \sqrt{c_{\%}} \quad (3.47.)$$



*Figure 3.14.: Le Generalized Self Consistent Model*

Dans l'expression centrale de la théorie de Waterman et Truell (3.29), Yang et Mal remplacent le nombre d'onde dans la matrice  $k_i$  par le nombre d'onde dans le milieu effectif. Ceci mène à l'équation implicite suivante :

$$1 = \left[ 1 + \frac{2 \cdot \pi \cdot n_0 \cdot f(0)}{k_n^*{}^2} \right]^2 - \left[ \frac{2 \cdot \pi \cdot n_0 \cdot f(\pi)}{k_n^*{}^2} \right]^2 \quad (3.48.)$$

Comme dans le cas de la CPA, la première itération est faite à partir de l'équation explicite 3.29. On répète cette procédure jusqu'à ce qu'il y ait convergence, si cela est possible.

En procédant d'une façon identique pour Fikioris et Waterman nous pourrions exprimer l'équation implicite permettant d'écrire le processus itératif. Mais l'équation 3.48 devient difficile à traiter numériquement.

**ETUDE  
EXPERIMENTALE**

## Chapitre 4

# Validation du modèle de Waterman & Truell

La synthèse des modèles de propagation des ondes ultrasonores longitudinales et transversales réalisée dans le chapitre 3 a révélé l'intérêt du modèle de Waterman et Truell. Ce modèle à la fois souple et rapide, permet de nombreuses adaptations : la répartition de taille, la possibilité de prendre en compte plusieurs types de diffuseurs...

Ce quatrième chapitre précise des limites de ce modèle en comparant les résultats simulés avec ceux expérimentaux. Nous avons pour cela réalisé des éprouvettes modèles afin de faciliter les croisements d'informations. En effet, nous garderons la même composition de matrice de base en ne changeant que la nature, la taille et le nombre de diffuseurs.

Nous montrons la possibilité d'envisager ce modèle pour des taux de diffuseurs supérieurs aux valeurs classiquement trouvées dans la littérature, 30%. Nous exposons une méthode de décomposition d'un milieu dont la densité de diffuseurs est de l'ordre de 46,2% par l'intermédiaire de deux milieux successifs.

## 1. Définition des éprouvettes

Le choix de la composition et de la géométrie des éprouvettes est un choix très stratégique qu'il faut mener avec soin. En effet, nous avons choisi les paramètres de tailles, de densité volumique qui permettent d'effectuer de nombreuses comparaisons pour évaluer les limites du modèle de Waterman & Truell pour plusieurs compositions d'éprouvettes.

## 1.1. Composition

Les expériences que nous réalisons ont pour objectif de valider le modèle de propagation d'onde proposé par Waterman et Truell et de définir certaines de ses limites, notamment en terme de  $k.a$  et de densité. Nous souhaitons également observer l'influence de la taille et de la phase des diffuseurs pour une matrice définie et identique pour chaque éprouvette. Cette matrice commune est un mortier (noté CF) dont les proportions en ciment, eau et sable fin (sable  $<0,5\text{mm}$ ) sont précisées dans le tableau 4.1.

A partir de cela, nous avons choisi, pour analyser l'influence de la taille des diffuseurs, de comparer un milieu de référence CF dans lequel nous ajoutons des billes de verre de diamètre 10 mm. Le verre est réalisé à base de silice. C'est le matériau le plus proche des granulats que nous ayons de disponible en dimension contrôlée.

Pour constater l'importance de la phase solide par rapport à la phase gazeuse des diffuseurs, nous insérons dans la matrice de référence CF des billes de diamètre 2,8 mm de polystyrène (CF\_P3).

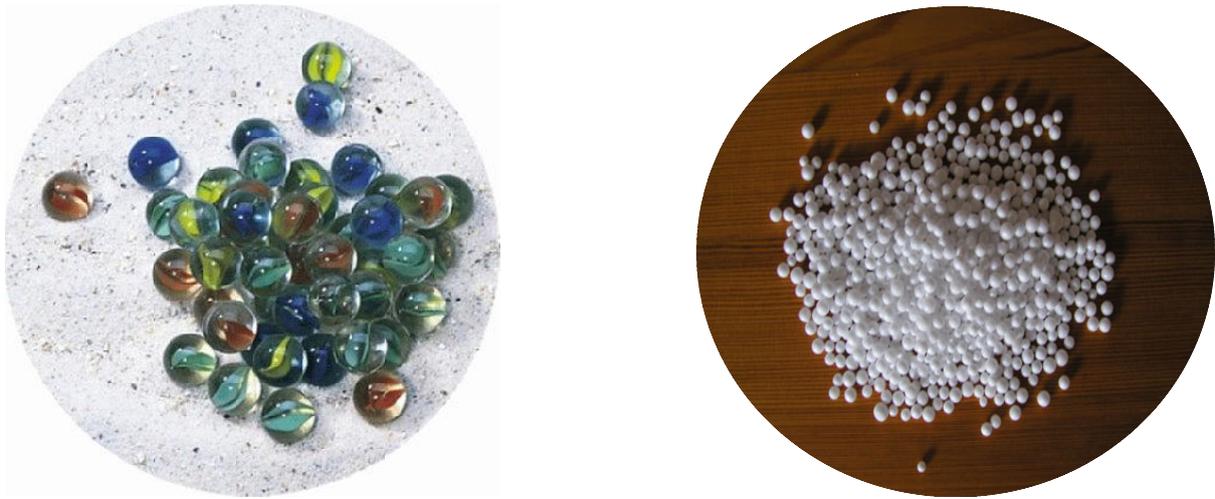
Le modèle géométrique choisi pour les diffuseurs est la sphère. Ce modèle est dans un premier temps plus simple à mettre en œuvre et suit l'hypothèse selon laquelle la sphère peut être équivalente en terme de diffusion au caractère aléatoire de l'orientation des diffuseurs...

Le tableau 4.1 définit la composition de chacune de ces éprouvettes réalisées et utilisées dans le cadre de la thèse.

Eprouvette	Ciment (%)	Eau (%)	Sable fin $\text{Ø}<0.5\text{ mm}$ (%)	Bille de verre $\text{Ø}10\text{ mm}$ (%)	Polystyrène $\text{Ø}2,8\text{ mm}$ (%)
CF	28,5	40,6	30,9	-	-
CF_B10	20,0	28,5	21,8	29,8	-
CF_P3	19,9	28,5	21,7	-	30,0
CF_P3_B10	15,3	21,8	16,7	23,1	23,1

*Tableau 4.1.: Composition des éprouvettes*

Le diamètre des sphères introduites dans la matrice de mortier a été choisi en fonction de la taille réelle des granulats présents dans le béton ainsi qu'à partir de la disponibilité dans le commerce. Nous nous sommes donc orientés vers les billes de diamètres 3mm et 10mm.

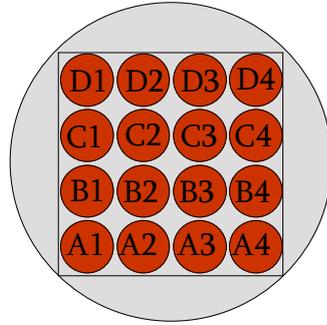


*Figure 4.1.: Billes de verre et polystyrène utilisées*

## 1.2. Géométrie

Pour ne garder que l'onde cohérente propagée dans le milieu hétérogène, nous avons recours au moyennage spatial d'ondes mesurées en différents points. Géométriquement, les éprouvettes sur lesquelles vont être effectuées les expériences doivent donc permettre d'obtenir un maximum de points de mesure. Nous choisissons de faire une moyenne sur seize positions du capteur puisque nous constatons, en comparant les transformées de Fourier, qu'au delà il n'y a pas de modifications significatives des résultats. De plus pour limiter les effets de bord, l'encombrement et l'atténuation du signal, nous avons réalisé des éprouvettes dont les dimensions perpendiculaires au champ incident sont grandes devant l'épaisseur.

Le capteur prévu pour les essais mesure 50mm de diamètre (appareil ultrasonique de marque Controls). Pour seize positions, nous parcourons un quadrillage de quatre par quatre positions (figure 4.1) soit un carré 200 mm de coté. Il faudra donc un moule cylindrique de diamètre 280 mm au minimum.



*Figure 4.2.: Disposition des sondes par rapport à l'éprouvette*

Nous avons retenu les dimensions d'un cylindre de diamètre 300mm et d'épaisseur 100mm.

Pour mener à bien la simulation de la propagation des ondes ultrasonores dans les milieux hétérogènes composés de billes de verre, il est préalablement nécessaire de connaître la vitesse des ondes dans le verre qui est selon la littérature 5700 m/s. Ce sera notre valeur de référence.

## 2. Phénomènes de propagation d'une onde longitudinale dans un milieu hétérogène

### 2.1. Validation expérimentale

Nous souhaitons observer l'influence de la taille des diffuseurs dans une matrice identique pour chaque éprouvette. Cette matrice commune est le mortier CF dont les proportions en ciment, eau et fine sont données dans le tableau 4.1. Les caractéristiques ultrasonores que sont la vitesse et l'atténuation, obtenues expérimentalement dans l'éprouvette CF sont ensuite réinjectées dans le calcul théorique simulé des vitesses de phase et atténuations des autres éprouvettes.

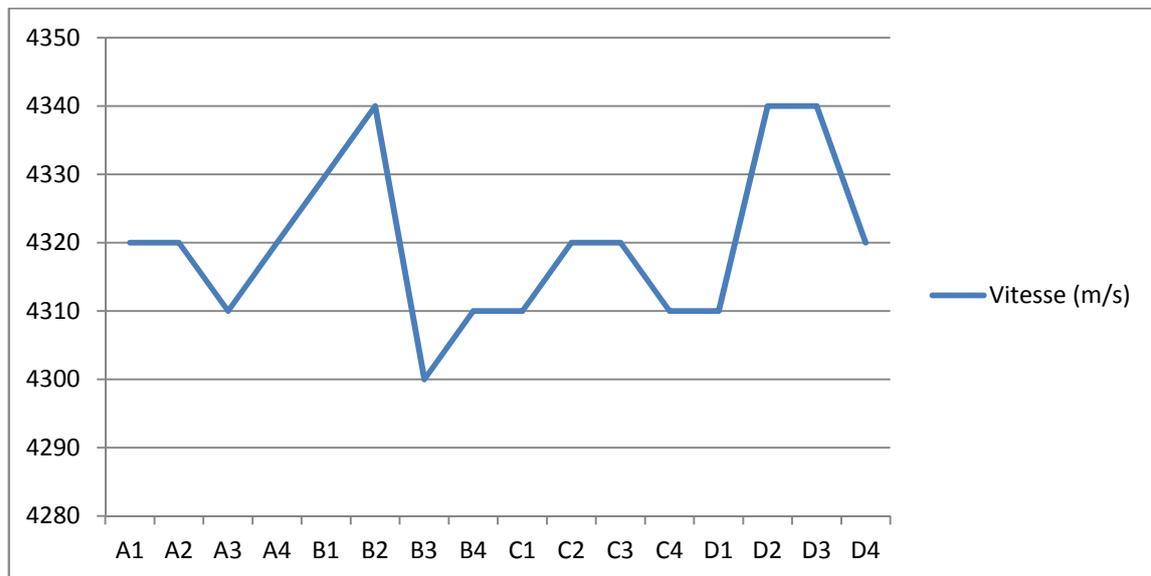
Nous allons, dans un premier temps, donner les résultats expérimentaux du milieu de base CF puis, dans un deuxième temps, comparer les résultats expérimentaux avec ceux théoriques pour chacune des éprouvettes définies dans le tableau 4.1 en onde longitudinale : CF\_B10, CF\_P3 et CF\_P3\_B10.

### 2.1.1. Eprouvette CF

La composition du milieu CF (tableau 4.1) est à la base de toutes les éprouvettes utilisées dans le cadre de la thèse. Le rapport en masse eau/ciment est de 0,4 Il sera le même pour toutes les éprouvettes.

Point	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3	C4	D1	D2	D3	D4
Vitesse (m/s)	4320	4320	4310	4320	4330	4340	4300	4310	4310	4320	4320	4310	4310	4340	4340	4320

*Tableau4.2.: Résultats expérimentaux sur éprouvette CF*



*Figure4.3.: Résultats expérimentaux sur éprouvette CF*

Nous observons sur la figure 4.3 que la vitesse de propagation sur l'ensemble des points est

presque constante (valeur moyenne de 4325m/s) ce qui nous amène à dire que l'onde se propage dans un milieu qui est considéré quasi homogène donc peu dispersif.

A partir de ces données ultrasonores, nous allons maintenant observer les résultats expérimentaux et les comparer à ceux obtenus par la modélisation de la propagation selon le modèle de propagation de Waterman et Truell pour chacune des éprouvettes comprenant des billes de verre de 10mm CF\_B10, des billes de polystyrène de 2,84mm CF\_P3 et des billes de verres de 10mm et des billes de polystyrène de 2,84mm CF\_P3\_B10.

### 2.1.2. Eprouvette CF B10

L'éprouvette CF\_B10 conserve un rapport massique eau/ciment identique à la composition de base CF. Dans ce milieu il y a 29,8% de billes de verre de 10mm de diamètre.

Si nous appliquons la loi des mélanges nous pouvons calculer la vitesse de phase dans un milieu équivalent. Soient 70,2% de matrice CF dont la vitesse de phase est de 4325m/s sur la bande de fréquence de 50 kHz (appareil ultrasonique de marque Controls) et 29,8% de billes de diamètre 10mm et dont la vitesse de phase de 5700m/s est supposée constante. La distance totale à parcourir correspond à l'épaisseur de la pièce, soit 100mm.

L'égalité des temps de parcours entre le milieu réel et le milieu effectif géométrique s'écrit :

$$\frac{d_{CF}}{C_{L_{CF}}} + \frac{d_{B10}}{C_{L_{B10}}} = \frac{d_{CF\_B10}}{C_{L_{CF\_B10}}} \quad (4.1)$$

Il vient l'expression de la vitesse de phase dans le milieu CF\_B10 :

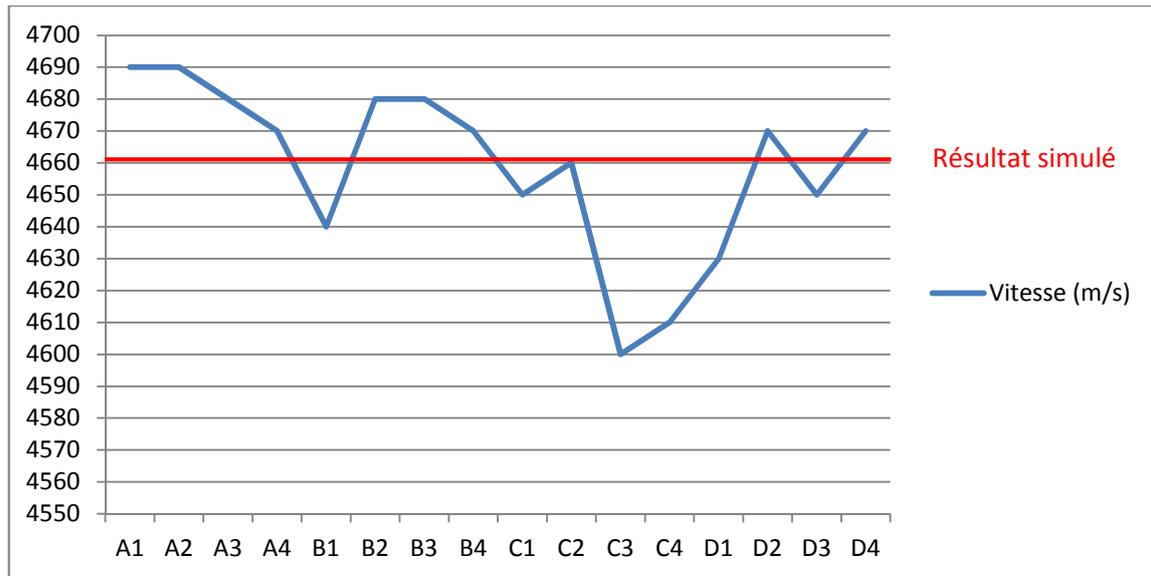
$$C_{L_{CF\_B10}} = \frac{d_{CF\_B10} \cdot C_{L_{CF}} \cdot C_{L_{B10}}}{d_{CF} \cdot C_{L_{B10}} + d_{B10} \cdot C_{L_{CF}}} \quad (4.2)$$

Nous obtenons, à partir de cette relation, une valeur de 4660m/s (valeur théorique)

Les résultats expérimentaux sur l'éprouvette CF\_B10 sont les suivants :

Point	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3	C4	D1	D2	D3	D4
Vitesse (m/s)	4690	4690	4680	4670	4640	4680	4680	4670	4650	4660	4600	4610	4630	4670	4650	4670

*Tableau 4.3.: Résultats expérimentaux sur éprouvette CF\_B10*



*Figure 4.4.: Résultats expérimentaux sur éprouvette CF\_B10*

Nous constatons sur le graphique que les vitesses sur différents points varient, cette variation est due à la taille des billes de verre qui jouent le rôle de diffuseurs, ce qui nous amène à dire que l'onde se propage dans un milieu qui est considéré quasi hétérogène donc dispersif.

Nous remarquons aussi que l'ordre de grandeur des vitesses expérimentales et la vitesse simulée est presque le même avec un écart maximum de 1,29%.

### 2.1.3. Epreuve CF P3

L'éprouvette CF\_P3, dont la composition de la matrice est toujours basée sur la référence CF, contient 30% de billes de polystyrène de 2,8 mm de valeur moyenne. Le choix de ce matériau pour les diffuseurs tient dans la forte présence d'air de celui-ci.

En effet le polystyrène contient plus de 98% d'air. Ceci nous permet de simuler les porosités ou un endommagement sans appréhender la géométrie des diffuseurs par augmentation du volume d'air.

Les résultats expérimentaux sur l'éprouvette CF\_P3 sont les suivants :

Point	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3	C4	D1	D2	D3	D4
Vitesse (m/s)	3890	3910	3910	3900	3900	3910	3810	3880	3890	3900	3890	3880	3900	3890	3890	3890

Tableau 4.4. : Résultats expérimentaux sur éprouvette CF\_P3



Figure 4.4. : Résultats expérimentaux sur éprouvette CF\_B10

Ce graphe montre un très bon accord entre résultats simulés et expérimentaux.

Pour la courbe expérimentale le palier est normal, toutefois il y'a une rupture de pente qui se présente pour un point. Ceci s'explique notamment par la mauvaise répartition des billes de polystyrène dans l'éprouvette comme nous l'avons constaté en réalisant une coupe dans l'épaisseur. Nous avons en effet observé une forte densité locale de bille de polystyrène générée lors de la réalisation des éprouvettes.

#### 2.1.4. Eprouvette CF\_P3\_B10

L'éprouvette CF\_P3\_B10 de même rapport massique eau/ciment que CF est composée de 29,5% de billes de verre de 10mm et 21,1% de billes de polystyrène de 2,8 mm. Le taux final de diffuseur est donc de 50,6%.

Le fort taux de diffuseur dépasse les limites du modèle de Waterman et Truell.

Nous pourrions obtenir les résultats simulés de CF\_P3\_B10 par une succession de matrice d'éprouvette ne dépassant jamais 30% de densité de diffuseurs, ceci à partir des matrices de base CF, CF\_B10 et CF\_P3.

Cependant, la composition de la matrice de l'éprouvette CF\_B10 + P3 ne correspond pas à l'éprouvette de base CF\_B10 du paragraphe 2.1.2. En effet nous remarquons notamment que le pourcentage de billes de verre est de 37,4% dans le cas de la matrice de l'éprouvette CF\_B310 + P3 alors qu'il n'est que de 30% dans le cas de l'éprouvette de base CF\_B10. Nous utiliserons donc seulement CF + P3\_B10 et CF\_P3 + B10.

Les résultats expérimentaux sur l'éprouvette CF\_P3\_B10 sont les suivants :

Point	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3	B4	C1	C2	C3	C4	D1	D2	D3	D4
Vitesse (m/s)	4450	4460	4450	4410	4420	4420	4420	4430	4420	4420	4440	4450	4440	4450	4450	4450

*Tableau4.5. : Résultats expérimentaux sur éprouvette CF\_P3\_B10*



*Figure 4.5.: Résultats expérimentaux sur éprouvette CF\_P3\_B10*

Nous observons un écart important entre les courbes simulées et celles expérimentales. Cet écart, comme pour l'éprouvette CF\_P3, peut provenir de la mauvaise répartition des billes de polystyrène dans la matrice de mortier ou au pourcentage élevé des diffuseurs.

## 2.2. Bilan

Au terme de cette partie nous pouvons préciser certaines limites du modèle de Waterman et Truell.

Nous avons montré que le modèle d'homogénéisation proposé par Waterman & Truell permet de calculer la vitesse de phase en fonction de la fréquence dans le cas de diffuseur solide de billes de verre (30%) dans une matrice solide de mortier.

La limite peut être définie pour  $k.a$  égale à 4,5 en vitesse pour les billes de verre.

Dans le cas d'éprouvettes à 46% de diffuseurs, la mise en œuvre de calcul itératif permet de tendre vers une courbe de vitesse cohérente en incrémentant à partir de composition de base dont la densité de diffuseur est inférieure à 30%.

Nous avons montré le mauvais accord entre les milieux CF\_P3\_B10 expérimentaux et théoriques et que celui simulé à partir de la matrice de base CF ne donne pas de résultats satisfaisants.

Dans le cas de natures de diffuseurs différentes (air et solide), la prévision en vitesse est possible.

Nous avons vérifié le fait que l'évolution de la vitesse finale se situe entre la vitesse de la matrice et celle dans les diffuseurs seuls. En effet l'insertion de billes de verre, dont la vitesse est supérieure à celle dans la matrice CF, a pour effet d'augmenter sensiblement la vitesse de phase. A l'inverse lorsque que nous mélangeons des billes de polystyrène, dont la vitesse est largement inférieure à la vitesse dans la matrice CF, nous remarquons que l'évolution de la vitesse de phase passe par un minimum, caractéristique de la taille et du taux de diffuseur d'air, puis augmente pour tendre vers la valeur de la matrice.

Dans le cas de l'éprouvette CF\_P3\_B10 nous constatons qu'en décomposant les résultats théoriques nous obtenons sensiblement la même évolution avec un décalage important de la vitesse expérimentale.

## Conclusion générale

Ce travail s'inscrit dans la thématique des études la propagation des ondes ultrasonores dans les milieux hétérogènes tel que le béton en vue, à terme, de juger de la tenue mécanique des structures du génie civil par contrôles non destructifs. Les travaux antérieurs montraient que l'obstacle sphérique solide dans une matrice solide ne permettait pas de modéliser la propagation d'une onde ultrasonore dans un béton.

Ce mémoire a permis de présenter les phénomènes de propagation d'onde ultrasonore dans les milieux hétérogènes et d'obtenir l'expression centrale de la diffusion à la base des modèles de propagation.

Nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux milieux de type béton en définissant sa composition, ses principaux défauts ainsi que le potentiel des méthodes ultrasonores au contrôle non destructif. Nous avons montré que les techniques ultrasonores sont bien adaptées à la caractérisation de structures en béton.

Nous avons présenté aussi les phénomènes rencontrés lors de la propagation des ondes ultrasonores dans les milieux hétérogènes. Etre capable de prédire les paramètres ultrasonores à partir des paramètres mécaniques fait partie des enjeux de la modélisation des phénomènes de propagation de l'onde ultrasonore. Relier les grandeurs ultrasonores observables, telles que la vitesse et l'atténuation, aux caractéristiques mécaniques du milieu permettrait de valider la chaîne directe.

Dans un premier temps, nous avons donc développé l'étude théorique de la diffusion d'une onde sur un obstacle par l'intermédiaire du formalisme de la T-matrice. Les principaux paramètres, qu'ils soient mécaniques ou acoustiques, ayant un rôle dans la diffusion ont été analysés : la fréquence, l'orientation du champ incident, le type d'onde incidente et diffusée, la géométrie des diffuseurs ou encore la nature des matériaux.

Dans un deuxième temps, nous avons étudié les phénomènes rencontrés lors de la propagation des ondes longitudinales à l'échelle du matériau béton. La synthèse bibliographique des modèles de propagation d'onde, appelés aussi modèle d'homogénéisation, a permis de mettre en avant le modèle de Waterman et Truell qui est bien adapté théoriquement au béton.

Enfin, nous avons établi de nouvelles limites du modèle en comparant nos résultats expérimentaux et simulés.

De nombreuses perspectives naissent de ce travail. Nous envisageons, dans un premier temps, de développer les autres modèles de diffusion et plus particulièrement celui de Fikioris et Waterman, pour converger d'avantage vers les valeurs obtenues dans les essais, notamment en atténuation.

Nous souhaitons également valider quantitativement le modèle de diffusion sur un obstacle sphérique et développer le sphéroïde dans les matrices fluides et solides. Ceci passe par l'amélioration du dispositif expérimental de mesures en immersion et aux contacts. A plus long terme, notre objectif de contrôle non destructif est de modéliser la propagation des ondes longitudinales et transversales afin de maîtriser la propagation des ondes de surfaces qui sont exploitées dans le travail in situ de contrôle des structures du génie civil.

---

## Bibliographie

- 1 J.F. Chaix, Caractérisation non destructive de l'endommagement de bétons - Apport de la multidiffusion ultrasonore, Thèse de doctorat, Université de la Méditerranée, 2003, 172 pages.
- 2 J.S. Popovics, J. L. Rose, A survey of developments in ultrasonic NDE of concrete, IEEE Transactions on ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, Vol. 41, No. 1, 1994, pp. 140-143.
- 3 Y. Lin, M. Sansalone, N.J. Carino, Impact-Echo response of concrete shafts, Geotechnical testing Journal, Vol. 14, No. 2, 1991, pp. 121-137.
- 4 K. Langenberg and al, Electromagnetic and elastic wave scattering and inverse scattering applied to concrete, International Symposium Non Destructive Testing in Civil Engineering (NDT-CE) Berlin, 1995, pp. 713-720.
- 5 F. Schubert, B. Koehler, Three-dimensionnal time domain modeling of ultrasonic wave propagation in concrete in explicit consideration of aggregates and porosity, Journal of Computational Acoustics, Vol. 9, No. 4, 2001, pp. 1543-1560.
- 6 K. Aki, P.G. Richards, Quantitative seismology, W.H. Freeman, San Fransisco, 1980
- 7 F.E. Richart, J.R. Hall, R.D. Woods, Vibrations of soils and foundations, Englewood Cliffs, New Jersey, 1970
- 8 S. Foti, Multistation methods for geotechnical characterization using surface waves, PhD Dissertation, Politecnico di Torino, Italy, 2000
- 9 R.D. Woods, Screening of surface waves in soils, Journal of the Soil Mechanics and Foundation division, Vol 94., july 1968, pp. 951-979
- 10 L.J. Bond, W.F. Kepler, D.M. Frangopol, Improved assessment of mass concrete dams using acoustic travel time tomography. Part I - theory, Construction and building materials, 2000, pp. 133-146.
- 11 T. Gudra, B. Stawiski, Non-destructive strength characterization of concrete using surface waves, NDT&E International, Vol. 33, 2000, pp. 1-6.
- 12 P.C. Waterman, R. Truell, Multiple scattering of waves, Journal of Mathematical Physics, Vol. 2, No. 4, 1961, pp. 512-537.

- 13 M.F. Pujol-Pfefer, Etude de la propagation acoustique dans un milieu inhomogène, application à la caractérisation des fonds sous-marin, Université d'Aix-Marseille II, Thèse de Doctorat, 1994, 160 pages.
- 14 J.V. Fuente, L. Vergara, J. Gosalbez, R. Miralles, Time-Frequency analysis of ultrasonics backscattering noise for nondestructive characterisation on cement pastes, 8th European Conference on Non Destructive Testing, June 17-21, Barcelona 2002
- 15 A. Ishimaru, Wave propagation and scattering in random media, Vol. 1&2, Academic Press, New York, 1978, 572 pages.
- 16 J. Saniie, N.M. Bilgutay, Quantitative grain size evaluation using ultrasonic backscattered echoes, Journal of Acoustical Society of America, Vol. 80, 1986, pp. 1816-1824.
- 17 A. Gaydecki, F.M. Burdekin, W. Damaj, D.G. John, P.A. Payne, The propagation and attenuation of medium-frequency ultrasonic waves in concrete. A signal analytical approach, Measurement Science Technology, Vol. 3, No. 1, 1992, pp. 126-134.
- 18 J. Frohly, M. Gazalet, C. Bruneel, R. Torguet, J. Lefebvre, Critère d'exploitation des signaux ultrasonores en contrôle non destructif des milieux hétérogènes, Journée Nationale du Cofrend – Paris, 1982, pp. 176-182
- 19 J.M. Berthelot, M. Ben Souda, J.L. Robert, Etude de l'atténuation des ondes dans le béton, Sull. Liaison, Laboratoire Pont et Chaussées, No. 177, 1992, pp. 61-71.
- 20 H. Jeong, D. Hsu, Experimental analysis of porosity-induced ultrasonic attenuation and velocity change in carbon composites, Ultrasonics, Vol. 33, No. 3, 1995, pp. 195-203.
- 21 L. Foldy, The multiple scattering of waves, Physical Review, Vol. 67 No. 3 & 4, 1945, pp. 107-119.
- 22 Z. Wang, A. Nur, Seismic and acoustic velocities in reservoir rocks - Volume 2, theoretical and model studies, Geophysics reprint series, 1992, 457 pages.
- 23 J.G. Fikioris, P.C. Waterman, Multiple scattering of waves - II. Whole corrections in the scalar case, Journal of Mathematical Physical, Vol. 5, 1964, pp. 1413-1420.
- 24 L. Tsang, J.A. Kong, T. Habashy, Multiple scattering of acoustic waves by random distribution of discrete spherical scatterers with the quasicrystalline and Percus-Yevick approximation, Journal of Acoustical Society of America, Vol. 71, 1982, pp. 552-558.

- 
- 25 Y. Ma, V.V. Varadan, V.K. Varadan, Multiple scattering theory for wave propagation in discrete random media, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 22, No. 8-10, 1984, pp. 1139-1148.
  - 26 V. Twersky, *Proceeding of the American Mathematical Society Symposium on stochastic process in mathematical physics and engineering*, Vol 16, 1964, pp.84-116
  - 27 M. Lax, Multiple scattering of waves, *Review of Modern Physics*, Vol. 23, No. 4, 1951, pp. 287-310.
  - 28 F. Peters, *Propagation d'ondes ultrasonores dans des suspensions macroscopiques*, Laboratoire de Physique de la Matière Condensée, Université de Nice - Sophia Antipolis, 1999, 152 pages.
  - 29 F. Vander Meulen, *Application des théories de diffusion multiple à la caractérisation ultrasonore des milieux biphasiques*, Université François Rabelais de Tours, 2000, 151 pages.
  - 30 O.R. Cruzan, Translational addition theorems for spherical vector wave functions, *Quart. J. Appl. Math.*, Vol. 20, No. 1, 1962, pp. 33-40
  - 31 J.P.G. Yevick, Analysis of classical statistical mechanics by means of collective coordinates, *Phys. Rev.*, 1958, vol 110(3), pp.1-13
  - 32 V. Mamou, *Caractérisation ultrasonore d'échantillons hétérogènes multiplement diffuseurs*, Thèse de doctorat, Laboratoire Ondes et Acoustique, 2005, 215pages,
  - 33 R.B. Yang, A.K. Mal, Multiple scattering of elastic waves in a fiber-reinforced composite, *J. Mech. Phys. Solids*, 1994, Vol. 42, n°12, pp 1945-1968
  - 34 R.B. Thompson, T.A. Grey, A model relating ultrasonic scattering measurements through liquid-solid interfaces to unbounded medium scattering amplitudes, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 74, No. 4, 1983, pp. 1279-1290.