

Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la technologie
Département : Génie Civil et Hydraulique
Ref :



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم: الهندسة المدنية والري
المرجع:

Thèse présentée en vue de l'obtention
du diplôme de
Doctorat en sciences en : Génie Civil

**Analyse numérique de l'influence de la stratification
sur la portance des fondations superficielles**

Présentée par :
BENMOUSSA Samir

Soutenue publiquement le 30 janvier 2013

Devant le jury composé de :

Pr. BOUMÉKIK AHMED	Professeur	Président	Université de CONSTANTINE
Pr. BENMEBAREK SADOK	Professeur	Rapporteur	Université de BISKRA
Pr. MELLAS MEKI	Professeur	Examineur	Université de BISKRA
Pr. KHEMISSA MOHAMED	Professeur	Examineur	Université de MSILA
Pr. ABBECHÉ KHELIFA	Professeur	Examineur	Université de BATNA

Dédicace

Je dédie ce travail à :

La mémoire de mes parents,

Ma femme et mes enfants,

Mes frères et sœurs,

A tous ceux qui me sont chers.

Résumé

La capacité portante des fondations est un problème fondamental dans l'ingénierie de la géotechnique, pratiquement, tous les travaux théoriques conduisent à la formule générale de Terzaghi, où la capacité portante des fondations superficielles se réduit à la détermination des facteurs de la capacité portante N_c , N_q et N_γ . Ces facteurs soulèvent un certain nombre de critiques particulièrement les facteurs de portance N_c , N_γ et les coefficients de correction de forme pour les semelles isolées. Toutes les méthodes théoriques de la capacité portante ont été établies pour une fondation reposant sur un milieu homogène semi infini. Or, dans la nature, de tels milieux n'existent pas, du fait de leur origine géologique. Les sols en contact avec la base des fondations sont, en général, stratifiés et caractérisés par des natures et des comportements divers. Vue la non disponibilité de théorie exacte sur les sols stratifiés et la variation de la cohésion non drainée avec la profondeur, le présent travail de recherche s'intéresse à la modélisation numérique, à l'aide des logiciels FLAC^{2D}, de l'influence de la stratification d'une part, sur la portance des fondations superficielles et d'autre part, sur les mécanismes de rupture. Les expérimentations numériques sont réalisées sur les trois cas suivants :

- Un sol purement cohérent avec une cohésion non drainée constante ou variable linéairement avec la profondeur en variant les conditions de l'interface sol - fondation (parfaitement lisse, parfaitement rugueuse) et le taux d'augmentation de la cohésion sur une fourchette couvrant les cas pratiques ;
- un sol bicouche purement cohérent avec une cohésion non drainée constante avec la profondeur en variant le rapport des cohésions, le rapport de la hauteur de la couche supérieure à la largeur de la fondation et les conditions de l'interface sol - fondation (parfaitement lisse, parfaitement rugueuse) ;
- un sol argileux en bicouche dont la cohésion non drainée est croissante avec la profondeur en faisant varier le rapport de la hauteur de la couche supérieure à la largeur de la fondation, le rapport des cohésions des couches de sol, les conditions de l'interface sol - fondation (parfaitement lisse, parfaitement rugueuse) et le taux d'augmentation de la cohésion sur une fourchette couvrant les cas pratiques.

Mots clés : modélisation numérique, argile stratifiée, fondation superficielle, capacité portante, rupture, plasticité.

Abstract

The bearing capacity of foundations is a fundamental problem in geotechnical engineering, practically all theoretical work leading to the Terzaghi formula, where the bearing capacity of shallow foundations is reduced to determining the bearing capacity factors N_c , N_q and N_γ . These factors raise a number of critics particularly for the bearing capacity factors N_c , N_γ and shape correction coefficients for the footings. All theoretical methods given bearing capacity have been established for a foundation sited on a semi-infinite homogeneous medium. But in the nature of such environments do not exist, because of their geological origin. Soils in contact with the base of the foundation are, in general, stratified and characterized by various natures and behaviours. Given the unavailability of exact theory of stratified soils and the variation of undrained cohesion with depth, the present research work focuses on numerical modelling, using software FLAC2D, on one hand the influence of stratification on the bearing capacity of shallow foundations and on the other hand the failure mechanisms. The numerical investigations are conducted on the following cases:

- undrained clay with constant cohesion and linearly increasing cohesion with depth by varying the soil/foundation interface conditions (perfectly smooth and perfectly rough) and the increasing cohesion ratio with depth that cover all practical cases;
- a two-layer undrained clay with constant cohesion with depth by varying the cohesion ratios, the ratio of the upper layer height at the base width of the footing and the soil/foundation interface conditions (perfectly smooth and perfectly rough)
- a two-layer undrained clay with linearly increasing cohesion with depth by varying the ratio of the upper layer height at the base width of the footing, the cohesion ratios, the soil/foundation interface conditions (perfectly smooth and perfectly rough) and the increasing cohesion ratio with depth that cover all practical cases;

Key words: Numerical modelling, layered clays, shallow foundation, bearing capacity, failure, plasticity.

ملخص

تعتبر قدرة تحمل الأساسات مشكلة أساسية في الهندسة الجيوتقنية. لجميع الهياكل المستندة على أساسات سطحية، قريبا كل الأعمال النظرية تندي إلى صيغة العامه ل Terzaghi، حيث ان صيغة قدرة تحمل السطحية تقلص الي تحديد العوامل N_c , N_q , N_γ . هذه العوامل تثير عددا من الانتقادات و خاصة N_c ، N_γ ومعاملات تصحيح الشكل للمؤسسات الاحاديه. كل الطرق النظرية للطاقة الاستيعابية للاساسات تم اقتراحها على أساس ان التربة متجانسة نصف لانهائية. ولكن طبيعة مثل هذه البيانات لا وجود لها، بسبب أصلهم الجيولوجي. التربة حاملة الاساسات هي، بشكل عام، طبقية وتتميز بطبيعة وسلوكيات مختلفة. نظرا لعدم وجود نظريات دقيقة للتربة الطبقيه وتغيرتماسك التربة غير النفود مع العمق، هذا البحث يركز على النمذجة العددية، وذلك باستخدام البرنامج FLAC2D، تأثير طبقية التربة من جهة، على قدرة تحمل المؤسسات الضحلة ومن ناحية أخرى حول آليات فشل التربة. وتجري التجارب العددية حول ثلاثة أنواع هم:

- التربة متماسكه تماسك بحت بحيث التماسك الغير النفود ثابتة أو متفاوتة خطيا مع العمق من خلال تغيير ظروف واجهة التربة - الأساس (على نحو سلس تماما، خام تماما)، ومعدل الزيادة في التماسك على طاق تغطية الحالة التطبيقية
- طبقتين من التربة متماسكه تماسك بحت بحيث التماسك الغير النفود ثابت مع العمق من خلال تغيير نسبة التماسك، نسبة ارتفاع الطبقة العليا إلى عرض الاساسات و تغيير ظروف واجهة التربة - الأساس (على نحو سلس تماما، خام تماما)؛
- طبقتين من التربة الطينية متماسكة بحيث التماسك الغير النفود يزداد مع العمق من خلال تغيير نسبة ارتفاع علو الطبقة العليا إلى عرض الأساس، وتغيير التماسك الغير النفود لطبقات التربة، وشروط واجهة التربة - الأساس (على نحو سلس تماما، خام تماما)، ومعدل الزيادة في التماسك على نطاق تغطية حالات عملية.

مفتاح الكلمات: النمذجة العددية، طبقات طينية، اساسات سطحية، قدرة التحمل، الفشل، اللدونة

Remerciement

Cette thèse est un travail de recherche de longue haleine dont l'élaboration n'aurait pas abouti sans le soutien de nombreuses personnes que je tiens, ici, à remercier profondément.

*Mes remerciements vont, tout d'abord, à mon directeur de recherche le Professeur **BENMEBAREK Sadok** qui m'a offert la possibilité de faire cette thèse et qui m'a dirigé durant ces années passées.*

Je tiens à lui exprimer l'hommage de ma profonde gratitude et je le remercie surtout pour sa grande disponibilité, sa capacité et sa volonté à partager ses connaissances. Je tiens aussi à le remercier pour la confiance qu'il m'a témoignée, les encouragements et l'aide précieuse qu'il m'a apportés et surtout ses conseils qui m'ont été particulièrement utiles et pertinents pour l'élaboration de ce travail.

*Je voudrais également adresser mes vifs remerciements au Président du Jury le Professeur **BOUMEKIK AHMED** de l'Université de CONSTANTINE qui a accepté de juger ce travail.*

Je tiens aussi à exprimer ma gratitude aux membres du jury

*le Professeur **MELLAS MEKI** de l'Université de BISKRA*

*le Professeur **KHEMISSA MOHAMED** de l'Université de MSILA*

*le Professeur **ABBECHÉ KHELIFA** de l'Université de BATNA*

Pour leurs lectures critiques du manuscrit et pour leurs remarques très constructives qui ont, j'en suis sûr, enrichi la thèse de manière significative.

A ma famille, sans elle, rien de tout cela n'aurait été possible.

Il m'est particulièrement agréable de remercier enfin toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Sommaire

Résumé	1
Abstract	2
Remerciement	4
Liste des tableaux	11
Liste des figures	12
INTRODUCTION GENERALE	17

Chapitre 1 **SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COMPORTEMENT DES FONDATIONS SUPERFICIELLES**

1.1 Introduction	22
1.2 Principes Généraux.....	22
1.3 Fondations superficielles.....	23
1.4 Description de la rupture d'une fondation superficielle.....	25
1.5 Phénomène interne et mécanismes de rupture d'une fondation superficielle	26
1.6 Conclusion.....	31

Chapitre 2 **CAPACITE PORTANTE DES FONDATIONS SUPERFICIELLES**

2.1 Introduction.....	35
2.2 Problème équivalent.....	36
2.3. Approches de calcul des fondations.....	37
2.3.1 Equilibre limite.....	38
2.3.2 Analyse limite.....	40

2.3.3 Calcul en déformations.....	42
2.2.4 Les méthodes dérivées des essais en place.....	44
2.4 Méthodes de calcul de la capacité portante d'un milieu homogène.....	44
2.4.1 Théorie de Prandtl (1920)	45
a) <i>Matériau sans cohésion</i> ($c = 0$)	45
b) <i>Matériau avec cohésion</i> ($c \neq 0$ et $\varphi \neq 0$)	48
c) <i>Matériau purement cohérent</i> ($c \neq 0$ et $\varphi = 0$).....	48
2.4.2 <i>Théorie de Terzaghi (1943)</i>	50
2.4.3 Détermination des facteurs de portance N_c , N_q et N_γ selon A. Caquot et J.Kérisel.....	53
a) Terme de profondeur.....	54
b) Terme de surface.....	57
c) Terme de cohésion.....	59
2.4.4 Méthodes de Meyerhof.....	60
4.4.5 Facteurs de portance d'après Hansen Brinch (1970).....	63
4.4.6 Méthodes de Vesic (1973)	65
4.4.7 Facteurs des formes.....	66
2.5 Fondation sur un milieu hétérogène.....	68
2.5.1 Différents types de disposition des couches.....	69
2.5.2 Cas où la qualité des matériaux s'améliore avec la profondeur.....	69
2.5.3 Cas où la qualité des couches diminue avec la profondeur.....	70
2.5.4 Cas particulier d'une couche sableuse peu épaisse reposant sur de l'argile molle.....	71
2.5.5 Semelle supportée par un sol surmontant un substratum à une profondeur Limitée.....	72
2.5.6 Semelle sur un bicouche argileux d'épaisseur limitée ($C_{u1} < C_{u2}$).....	73
2.5.7 Semelle sur un bicouche argileux anisotrope saturée.....	74
2.6 Approche théorique tri-dimensionnelle utilisant la théorie d'analyse limite (<i>Michalowski (2001)</i>)	78
2.6.1 Présentation du problème.....	78
2.6.2 Mécanismes de rupture tridimensionnels.....	78
2.6.3 Mécanisme de déformation continue des semelles carrées.....	78
2.6.4 Mécanisme multi bloc.....	80

2.6.5 Mécanisme de déformation continue des semelles rectangulaires.....	83
2.6.6 Les résultats numériques.....	83
2.6.7 Superposition des termes de la capacité portante.....	85
2.6.8 Calcul des semelles carrées.....	88
2.6.9 Calcul des semelles rectangulaires.....	89
2.7 Approches numériques.....	92
2.7.1 <i>Recommandation pour la modélisation des fondations</i>	
<i>superficielles (P. Mesta & M. Prat).....</i>	92
2.7.1.1 Interaction entre : fondations, structures et le sol.....	92
2.7.1.2 Modélisation du sol et de la fondation sans les structures.....	93
2.7.1.3 Cas d'une Fondation à la géométrie complexe.....	93
2.7.1.4 Cas d'une fondation rigide.....	94
2.7.1.5 Cas d'une fondation souple.....	94
2.7.1.6 Influence de l'état initial des contraintes.....	95
2.7.1.7 Conseils pour la réalisation des maillages de fondation	
superficielle.....	95
2.7.1.8 Comportement des sols et modélisation des fondations	
superficielle.....	97
2.8 Travaux numériques antérieurs.....	97
2.9 CONCLUSION.....	101

Chapitre 3 **CODE NUMERIQUE ET MODÈLES DE COMPORTEMENT UTILISES**

3.1. Introduction.....	104
3.2 Description du code numérique utilisé.....	104
3.2.1 Introduction.....	104
3.2.2 Comparaison avec d'autres méthodes numériques.....	107
3.2.3 Conception de FLAC.....	108
3.2.3.1 <i>Méthode des différences finies.....</i>	108
3.2.3.2 <i>Avancement de la résolution explicite dans le temps.....</i>	109
3.2.3.3 <i>Discrétisation en 2D.....</i>	111
3.2.3.4 <i>Formulation lagrangienne.....</i>	113

3.2.3.5 Formulation numérique.....	113
3.2.3.5.1 Equation du mouvement.....	113
3.3.5.2.2 Amortissement et pas de temps critique.....	114
3.3.6 Chargement et modélisation séquentielle.....	114
3.2.3.7 Force non équilibrée (Unbalanced force).....	115
3.2.3.8. Méthodologie de simulation avec Flac.....	116
3.3.3 Modèles de comportement.....	117
3.3.1. Introduction.....	117
3.3.2. Modèle élastique linéaire isotrope.....	117
3.3.3 Modèles de comportement élastoplastique.....	119
3.3..3.1. Notion de surface de charge.....	119
3.3.3.2. Notion de règle d'écrouissage.....	122
Ecrouissage isotrope.....	123
Ecrouissage cinématique.....	124
Ecrouissage mixte.....	124
Ecrouissage anisotrope.....	124
3.3.3.3. Notions de loi d'écoulement.....	125
Lois d'écoulement associées.....	125
Lois d'écoulement non associées.....	126
3.3.4. Modèle élastique linéaire parfaitement plastique Mohr Coulomb	126
3.4 Conclusion.....	130

Chapitre 4 ANALYSE NUMERIQUE DE LA CAPACITE PORTANTE D'UNE SEMELLE FILLANTE REPOSANT SUR UN BICOUCHE A COHESIONS NON DRAINEES CONSTANTES

4.1 Introduction.....	133
4.2 Simulation numérique.....	133
4.2.1 Définition du problème et présentation du cas étudié.....	133
4.2.2 Simulations par FLAC ^{2D}	134
4.2.2 Maillage et conditions aux limites.....	137
4. 2.3 Modèle de comportement.....	137
4.2.4 Procédure de simulation.....	137
4.3 Test de sensibilité.....	138
4.3.1 Modélisation d'une semelle filante sur un sol cohérent.....	138

4.3.2 Influence du maillage.....	139
4.3.3 Influence de la vitesse de déplacement.....	140
4.3.4 Influence du paramètre de l'élasticité G.....	142
4.4 Test de vérification.....	143
4.5 Effet de la stratification d'un bicouche à cohésion constante.....	143
4.6 Semelles filante reposant sur un bicouche argileux avec une cohésion non drainée constante.....	147
4.7 Résultats et discussions.....	148
4.7.1 Semelle sur une couche argile résistante surmontant une autre molle $C_{u1}/C_{u2} > 1$	153
4.7.2 Semelle sur une couche d'argile molle surmontant une autre résistante $C_{u1}/C_{u2} < 1$	155
4.8 CONCLUSION.....	157

Chapitre 5 ANALYSE NUMERIQUE DE LA CAPACITE PORTANTE D'UNE SEMELLE FILLANTE REPOSANT SUR UN BICOUCHE A COHESIONS NON DRAINEES VARIABLE EN PROFONDEUR

5.1 Introduction.....	159
5.2 Analyse de la capacité portante d'un monocouche à cohésion variable par la méthode des caractéristiques.....	160
5.2.1 Cas d'un sol monocouche étudié par Davis et Booker 1973.....	160
5.2.2 FORMULATION DE LA THÉORIE.....	161
5.2.2.1 Champ de contrainte plastique.....	161
5.2.2.2 Équations de la vitesse.....	162
5.2.2.3 Les champs d'extension.....	163
5.2.3 Rupture due à la charge de surface.....	163
5.2.3.1 Champ de contrainte.....	164
5.2.3.2 Champ de vitesse.....	166
5.2.3.3 Implication pratique.....	166
5.2.4 Capacité portante des semelles rigides.....	167
5.2.4.1 Semelles lisses.....	167
5.2.4.2 Semelles rugueuses.....	169
5.2.5 Effet d'une couche dure à la surface	171

5.2.6 Application aux remblais	172
5.2.7 Comparaison avec la solution du cercle de glissement	173
5.3 Analyse de la capacité portante d'un bicouche à cohésion variable par FLAC.....	176
5.3.1 Semelles reposant sur une couche d'argile avec c_u croissante linéairement.....	176
5.3.2 Semelles reposant sur un bicouche argileux avec c_u croissante linéairement.....	177
5.4 Résultats et discussion.....	186
5.5 Conclusions.....	190
Conclusion générale.....	192
Travaux futurs.....	193
Références bibliographiques.....	194

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Facteurs de capacité portante N_γ , N_q , N_c en fonction de ϕ	60
Tableau 2.2	Variation de la N_c , N_γ et N_q selon Meyerhof	63
Tableau 2.3	Facteurs de capacité portante de Hansen	65
Tableau 2.4	Coefficients de forme proposés par Terzaghi [1943]	67
Tableau 2.5	Coefficients de forme proposés par Meyerhof [1963]	67
Tableau 2.6	Coefficients de forme proposés par Brinch Hansen [1970]	67
Tableau 2.7	Coefficients de forme proposés par Vesic [1973]	68
Tableau 2.8	Coefficients de forme proposés par Lancellotta [1995]	68
Tableau 2.9	Les valeurs de N_γ dans le cas d'une semelle filante rugueuse (2D et 3D) (Michalowski 2001)	87
Tableau 2.10	Les valeurs des coefficients de portance N_c , N_q et N_γ dans le cas d'une semelle rectangulaire avec $L/B=2$, $\phi=15^\circ$, (minimum de la borne supérieur), (Michalowski 2001)	87
Tableau 2.11	Les valeurs des coefficients N_c , N_q et N_γ dans le cas d'une semelle rectangulaire avec $L/B=2$, $\phi=35^\circ$, (minimum de la borne supérieur), (Michalowski 2001)	88
Tableau 2.12	Les valeurs des coefficients N_c , N_q ($\gamma = 0$) pour une semelle carrée, (Michalowski 2001)	88
Tableau 2.13	N'_c , N'_q ($\gamma = 0$) pour une semelle rectangulaire, (Michalowski 2001)	89
Tableau 2.14	Valeurs du facteur N'_γ et du coefficient de forme S_γ . (Michalowski 2001)	90
Tableau 2.15	facteur N_γ pour une semelle circulaire (Erickson et Drescher 2001)	99
Tableau 2.16	facteur N_c pour une semelle circulaire (Erickson et Drescher 2001)	100
Tableau 3.1	Relations entre constantes élastiques (d'après Leipholz (1974)).	118
Tableau 4.1	Influence du maillage sur le calcul de N_c , pour une fondation rugueuse ($\phi=\psi=20$)	140
Tableau 4.2	Influence du maillage sur le calcul de N_γ , pour une fondation rugueuse ($\phi=\psi=20$)	140
Tableau 4.3	Influence de la vitesse de déplacement sur le calcul de N_c et N_γ	141
Tableau 4.4	N_c * pour un bicouche argileux avec une cohésion non drainée constante	148

Tableau 5.1	Variation de N_c^* calculé avec FLAC a vitesse contrôlé	179
Tableau 5.2	N_c^* pour les argiles disposés en couches avec une augmentation linéaire de la cohésion non drainé dans le cas d'une semelle rugueuse	180
Tableau 5.3	N_c^* pour les argiles disposés en couches avec une augmentation linéaire de la cohésion non drainé d'une semelle lisse	183

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	(a) fondation isolé	24
	(b) fondation filante	24
	(c) fondation de type radier	24
Figure 1.2	classification des fondations selon le DTU 13.1.	24
Figure 1.3	Courbes chargement tassement dans les cas de sol raide et de sol mou	26
Figure 1.4	Mécanisme de rupture d'une semelle rigide (Vesic 1968).	29
	a) Un mécanisme général,	29
	b) Un mécanisme de cisaillement localisé	29
	c) Une rupture par poinçonnement	29
Figure 1.5	Mécanisme de rupture théorique d'un sol homogène supportant une semelle filante	30
Figure 1.6	Nature de rupture dans un sable en fonction de la densité relative D_r et D_f/R	31
Figure 2.1	Fondation superficielle	37
Figure 2.2	Problème équivalent	37
Figure 2.3	Particularités des calculs de stabilité dans la cinématique de l'analyse limite	42
Figure 2.4	Définitions de la rupture pour le calcul en déplacement, l'analyse limite et l'analyse d'équilibre limite	43
Figure 2.5	Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920))	45
Figure 2.6	Etat d'équilibre de la zone de Prandtl d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920))	46
Figure 2.7	Contraintes principales mineure et majeure	47
Figure 2.8	Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse sur un sol purement cohérent	49
Figure 2.9	Contraintes dans le cas d'un sol purement cohérent	50
Figure 2.10	Modèle utilisé par Terzaghi pour la détermination des facteurs de portance	51

Figure 2.11	Principe de superposition	52
Figure 2.12	Mécanisme de rupture d'une semelle continue à base rugueuse	54
Figure 2.13	Equilibre des terres sous la fondation	54
Figure 2.14	Fondation horizontale chargée verticalement	55
Figure 2.15	Schéma théorique pour le terme de profondeur	55
Figure 2.16	Champs de ligne de glissement pour une fondation rugueuse continue	61
Figure 2.17	facteurs de capacité portante de Hansen	64
Figure 2.18	Diffusion des contraintes	71
Figure 2.19	Surface de rupture sous une semelle filante rugueuse:	73
	(a) sol homogène à grande profondeur ;	73
	(b) avec un substratum rugueux à faible profondeur	73
Figure 2.20	Semelle reposant sur une couche d'argile molle non drainée surmontant une couche d'argile raide non drainée ($C_{u1} < C_{u2}$)	74
Figure 2.21	Semelle filante sur couche argileuse anisotrope	75
Figure 2.22	Hypothèses de calcul de $N_{c(L)}$ pour une semelle filante sur un bicouche argileux anisotrope	76
Figure 2.23	Mécanismes de rupture d'une semelle carrée :	79
	(a) pour un grand angle de frottement,	79
	(b) pour un petit angle de frottement	79
Figure 2.24	Mécanisme de rupture sous une semelle carrée :	81
	(a) mécanisme avec une déformation continue ;	81
	(b) section transversale ;	81
	(c) hodographe.	81
Figure 2.25	Modèle de rupture multi bloc :	82
	(a) blocs rigides ;	82
	(b) section transversale ;	82
	(c) hodographe	82
Figure 2.26	La condition d'admissibilité pour des blocs remplacés par des surfaces coniques.	83

Figure 2.27	Modèle de rupture :	84
	(a), (b) semelle rectangulaire	84
	(c) semelle carrée	84
Figure 2.28	Variation des facteurs de forme S_c pour des semelles rectangulaires.	90
Figure 2.29	Variation des facteurs de forme S_q pour des semelles rectangulaires.	91
Figure 2.30	Variation du facteur S_γ pour des semelles rectangulaires	91
Figure 2.31	Dim. conseillées pour le maillage d'une fondation superficielle	97
Figure 3.1	Séquence de calcul Flac, d'après Itasca (2005)	110
Figure 3.2	Principe de dissociation des quadrilatères en deux paires d'éléments triangulaires, d'après Itasca (2005)	112
Figure 3.3	Application d'une force variable dans le temps	114
Figure 3.4	Surface de charge	121
Figure 3.5	Évolution de la surface de charge dans l'espace des contraintes principales pour un matériau présentant des propriétés d'écrouissage	121
Figure 3.6	Essai de compression (ou de traction) uniaxiale d'un matériau	122
Figure 3.7	Représentation de l'écrouissage isotrope en projection:	123
	(a) dans le plan déviatoire;	123
	(b) dans le plan $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ en traction-compression simple.	123
Figure 3.8	Représentation de l'écrouissage cinématique en projection :	124
	(a) dans le plan déviatoire;	124
	(b) dans le plan $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ en traction-compression simple.	124

Figure 3.9	Représentation du critère de Mohr-Coulomb dans le plan de Mohr.	127
Figure 3.10	Comparaison des critères de Mohr-Coulomb et Tresca dans l'espace des contraintes principales d'après Itasca (2000).	128
Figure 3.11	Modélisation de la dilatance ψ à partir du test triaxial (Vermeer et de Borst, 1984)	129
Figure 4.1	Présentation du cas étudié	134
Figure 4.2	Le maillage utilisé dans les simulations FLAC ^{2D} et les conditions aux limites	136
Figure 4.3	Différents maillages utilisés pour les tests de sensibilité	139
Figure 4.4	Variation de N_γ en fonction de la vitesse de déplacement	141
Figure 4.5	Variation de N_c en fonction de la vitesse de déplacement	141
Figure 4.6	Effet du module de cisaillement sur la courbe charge - déplacement :	142
	(a) $G=0.1\text{GPa}$,	142
	(b) $G=0.05\text{GPa}$,	142
	(c) $G=0.01\text{GPa}$.	142
Figure 4.7	Diagramme schématisé et modèle (Siva Reddy et al. 1991)	144
Figure 4.8	Variation de la cohésion avec la profondeur	147
Figure 4.9	Variation de N_c^* avec C_{u1}/C_{u2} pour différentes combinaisons de H/B pour le cas d'une semelle rugueuse	151
Figure 4.10	Variation de N_c^* avec H/B pour différentes combinaisons de C_{u1}/C_{u2} pour le cas d'une semelle rugueuse	152
Figure 4.11	Variation de N_c^* avec C_{u1}/C_{u2} pour différentes combinaisons de H/B pour le cas d'une semelle lisse	151

Figure 4.12	Variation of N_c^* avec H/B pour différentes combinaisons de C_{u1}/C_{u2} pour le cas d'une semelle lisse	152
Figure 4.13	Mécanisme de rupture visualisés par la distribution de la résistance de cisaillement maximale, et du champ des vecteurs déplacements pour une semelle rugueuse avec $H / B = 0.5$ et $C_{u1}/C_{u2} = 5$	154
Figure 4.14	Mécanisme de rupture visualisés par la distribution de la résistance de cisaillement maximale, et du champ des vecteurs de déplacement pour une semelle lisse avec $H / B = 0.5$ et $C_{u1}/C_{u2} = 5$	154
Figure 4.15	Mécanisme de rupture visualisé par la distribution de la résistance cisaillement maximum et du champ des vecteurs de déplacements pour une semelle rugueuse avec $H/B=0.5$ and $C_{u1-0}/C_{u2-0} = 0.25$	155
Figure 4.16	Mécanisme de rupture visualisé par la distribution de la résistance cisaillement maximum et du champ des vecteurs de déplacements pour une semelle lisse avec $H/B=0.5$ and $C_{u1-0}/C_{u2-0} = 0.25$	156
Figure 4.17	Mécanisme de rupture visualisé par la distribution de la résistance cisaillement maximum et du champ des vecteurs de déplacements pour $H/B=1$ et $C_{u1-0}/C_{u2-0} = 0.5$	156
Figure 5.1	Variation de la cohésion avec la profondeur	160
Figure 5.2	Caractéristiques des contraintes	161
Figure 5.3	Problème de la charge de surface	163
Figure 5.4	Champ de contrainte pour un chargement surfacique	164
Figure 5.5	Champ de contrainte pour $c_0 = 0$	165
Figure 5.6	Champ de vitesse pour une semelle lisse	167

Figure 5.7	champ d'extension pour une semelle lisse	168
Figure 5.8	Distribution de la pression pour une semelle lisse	168
Figure 5.9	Facteurs de correction pour semelles lisses et rugueuses	169
Figure 5.10a	Champ de contraintes pour une semelle rugueuse étroite	170
Figure 5.10b	Champ de contraintes pour une semelle rugueuse large	170
Figure 5.11	Distribution de la pression pour une semelle lisse avec une cohésion de surface et sans cohésion de surface	171
Figure 5.12	Facteurs de correction pour une semelle sur un sol avec une cohésion de surface	172
Figure 5.13	Application approximative de stabilité de remblai	173
Figure 5.14	Erreur dans l'analyse du cercle de glissement	175
Figure 5.15	Cas considéré de variation de la cohésion à profondeur	177
Figure 5.16	Courbe typique de N_c^* (charge – déplacement) par l'analyse FLAC.	180
Figure 5.17	Une comparaison des valeurs de N_c^* de la présente étude avec celles trouvées en littérature	187
Figure 5.18	l'effet de la rugosité de l'interface sol-fondation sur la variation de N_c^* avec m pour $C_{u1-0}/C_{u2-0}=0.5$ et $H/B = 0,25$	187
Figure 5.19	Variation de N_c^* avec H/B et m pour $C_{u1-0}/C_{u2-0} = 5$ dans le cas d'une semelle rugueuse	188
Figure 5.20	Variation de N_c^* avec H/B et m pour $C_{u1-0}/C_{u2-0} = 0.25$ dans le cas d'une semelle rugueuse	189
Figure 5.21	l'effet de la rugosité de l'interface sol-fondation sur la variation de N_c^* avec m pour $C_{u1-0}/C_{u2-0}=5$ et $H/B = 0,5$	190

INTRODUCTION GENERALE

La capacité portante a toujours été l'un des sujets les plus intéressants en mécanique des sols et des fondations. On appelle pression admissible, la pression ou contrainte maximale qui puisse être appliquée par une structure sur un sol, sans qu'il y ait de tassements excessifs et de risque de rupture du sol. En pratique, l'incertitude sur ce problème fait introduire un coefficient de sécurité (F_s) qui varie entre 3 et 4.

Il existe une littérature étendue traitant le calcul de la capacité portante des fondations, par les deux méthodes : expérimentales et théoriques. Une liste des principales contributions sur ce sujet peut être trouvée dans Vesic (1973), Chen et McCarron (1991) et Tan et Craig (1995).

Les procédures de calcul classiques, basées sur la méthode de l'équilibre limite, imposent, d'une part, les directions des plans de rupture (approximation très grossière). D'autre part, ces théories supposent que le sol se comporte comme un matériau associé, avec un angle de dilatance Ψ égal à l'angle de frottement interne φ . Il est bien connu que pour les sols réels, l'angle de dilatance est généralement considérablement inférieur à φ .

La plupart des méthodes d'estimation de la capacité portante sont basées sur des études effectuées originalement sur une semelle filante, Prandtl (1921) et Reissner (1924), corrigées et modifiées plus tard afin de les adapter à d'autres conditions, comme par exemple, la forme de la fondation, l'inclinaison de la charge, l'excentrement de la charge, etc...

Les modifications sont habituellement basées sur la méthode d'équilibre limite et la méthode d'analyse limite ou sur les approches empiriques. Ces méthodes de conception conventionnelles fournissent des outils simples et efficaces pour l'estimation de la capacité portante des fondations sous charges verticales.

Le calcul des semelles isolées est un problème à trois dimensions que l'on ne sait pas complètement traiter, à l'heure actuelle, de manière théorique satisfaisante (sauf, toutefois, en ce qui concerne les semelles circulaires, en raison de l'axisymétrie, qu'elles présentent). Faute de mieux, on utilise la formule de Terzaghi (1943) donnant l'équation de l'évaluation de la capacité portante d'une semelle filante reposant sur un sol homogène, en affectant chacun des trois facteurs de portance de coefficients correcteurs, choisis de manière empirique ou semi empirique, au vu des résultats d'essais de laboratoire et des constatations faites sur la capacité portante des semelles réelles.

Des études plus récentes ont montré qu'il n'y avait pas de différence significative entre la capacité portante des semelles carrées et celle des semelles circulaires.

Dans la littérature traitant le calcul de la capacité portante des fondations superficielles et précisément des fondations isolées de différentes formes, on trouve quelques divergences entre les coefficients correcteurs trouvés par quelques auteurs. Par exemple, certains auteurs lient ces facteurs seulement à la géométrie, alors que d'autres incluent l'effet de l'angle de frottement, ...etc. On remarque aussi que quelques auteurs majorent les coefficients et que d'autres les minorent.

L'évolution de la théorie de la plasticité a offert des outils d'analyse qui proposent un nouveau regard sur les méthodes de calcul classiques (Salençon, 1974 ;Chen, 1975), mais dont l'utilisation n'a pas modifié la pratique des études de fondation.

L'analyse limite et sa généralisation, le calcul à la rupture, définissent des règles d'encadrement des charges limites par une approche statique ou cinématique. Sous certaines conditions, ces deux approches convergent vers une solution unique, qui est à la fois statiquement et cinématiquement admissible, c'est-à-dire vérifie toutes les conditions aux limites imposées et respecte les critères de stabilité des matériaux.

En réalité, les sols sont souvent formés de couches discrètes et hétérogènes dont la cohésion non drainée peut augmenter ou diminuer avec la profondeur. Le profil du sol constitué de couches distinctes a des caractéristiques et des propriétés qui diffèrent considérablement.

L'effet de la cohésion non drainée croissante avec la profondeur sur la capacité portante des fondations est un problème majeur et d'actualité qui peut être

rencontré couramment dans la réalisation des projets de génie civil, il a été traité pour la première fois par Davis et Booker (1973), suivi par la suite par plusieurs chercheurs, particulièrement, Chen (1975); Meyerhof et Hanna (1978); Florkiewicz (1989); Burd et Frydman (1997) et plus récemment, Merifield, al. (1999). Cependant, la détermination de la capacité portante d'une semelle sur un profil en bi couches cohésives, reste empirique.

Face à ces divergences, on est intéressé à faire une étude numérique bidimensionnelle qui prend en considération le maximum des paramètres qui peuvent influencer l'estimation des facteurs de portance ainsi que la prise en compte réelle de l'effet de l'interface pour trouver des résultats satisfaisants.

Cette thèse vise à clarifier et faire le point sur quelques aspects des connaissances du calcul des chargements capables de conduire à la rupture des semelles reposant sur un bicouche argileux et d'en déduire les différents mécanismes de rupture.

Ce travail est considéré comme un apport supplémentaire à la recherche dans le domaine du calcul bidimensionnel qui s'intéresse à la variation de la cohésion non drainée en profondeur en utilisant le code FLAC.

La thèse est scindée en deux parties :

Une première partie consacrée à la recherche bibliographique comportant deux chapitres:

- Dans le premier chapitre, nous rappelons un certain nombre de connaissances de base sur la définition des fondations superficielles, leur fonctionnement et les différents mécanismes de rupture.
- Le deuxième chapitre est consacré, tout d'abord, à la présentation des différentes méthodes de calcul de la capacité portante dans le cas général (pour une semelle filante). Ensuite, la recherche bibliographique est concentrée sur les approches d'estimation de la portance des sols stratifiés particulièrement des profils en bicouche argileux avec cohésions constantes et variables en profondeur.

Une deuxième partie dans laquelle nous présentons :

- Dans le troisième chapitre, une description générale de l'outil de calcul (FLAC^{2D}) ainsi que les modèles de comportement utilisés dans la présente analyse.

- Le quatrième et le cinquième chapitre, l'objet de cette thèse, présentent notre contribution qui se résume aux points suivants :
 - ✓ Validation de la procédure de simulation de la capacité portante d'une fondation superficielle en clarifiant les sources d'incertitude ;
 - ✓ Expérimentation numérique sur un sol purement cohérent avec une cohésion non drainée constante ou variable linéairement avec la profondeur en variant les conditions de l'interface sol - fondation (parfaitement lisse, parfaitement rugueuse) et le taux d'augmentation de la cohésion sur une gamme couvrant les cas pratiques ;
 - ✓ Expérimentation numérique sur un sol en bicouche purement cohérent avec une cohésion non drainée constante avec la profondeur en variant le rapport des cohésions, le rapport de la hauteur de la couche supérieure à la largeur de la fondation et les conditions de l'interface sol - fondation (parfaitement lisse, parfaitement rugueuse) ;
 - ✓ Expérimentation numérique sur un sol argileux en bicouche dont la cohésion non drainée est croissante avec la profondeur en faisant varier le rapport de la hauteur de la couche supérieure à la largeur de la fondation, le rapport des cohésions des couches de sol, les conditions de l'interface sol - fondation (parfaitement lisse, parfaitement rugueuse) et le taux d'augmentation de la cohésion sur une fourchette couvrant les cas pratiques.
- Enfin, notre thèse se termine par une conclusion générale et la présentation des perspectives ouvertes par l'ensemble de notre travail.

CHAPITRE 1

SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COMPORTEMENT DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

Chapitre 1

SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COMPORTEMENT DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

Sommaire

1.1 Introduction.....	22
1.2 Principes Généraux.....	22
1.3 Fondations superficielles.....	23
1.4 Description de la rupture d'une fondation superficielle.....	25
1.5 Phénomène interne et mécanismes de rupture d'une fondation superficielle.....	26
1.6 Conclusion.....	31

Chapitre 1

SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COMPORTEMENT DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

1.1 Introduction

De tout temps, les sols ont été utilisés pour supporter des fondations ou réaliser des constructions. A travers les âges, les constructeurs et les projeteurs ont admis la nécessité d'établir des fondations solides pour que les constructions résistent mieux aux forces de la nature. Bien avant que les méthodes scientifiques n'aient été reconnues comme les mieux adaptées à la solution des problèmes de génie civil, on a construit des édifices importants et certains de ces ouvrages sont restés en service pendant des siècles. Il était par suite inévitable que les travaux de terrassements et de fondations se soient développés, pour l'essentiel, comme un art s'appuyant sur des pratiques et des usages issus de réalisations antérieures satisfaisantes.

Pendant les quarante dernières années, des progrès considérables ont été accomplis dans la connaissance des propriétés physiques des sols et dans l'appréciation de la validité des théories sur le comportement des terres. Les méthodes d'étude et de construction ont subi des changements significatifs et, bien que l'expérience demeure toujours le critère essentiel, les méthodes rationnelles d'étude ont largement supplanté les règles empiriques.

1.2 Principes Généraux

Dans son sens le plus strict, la fondation est l'élément qui sert de support à l'ouvrage et à ses charges. Elle comprend la couche superficielle de l'écorce terrestre et la partie de l'édifice destinée à reporter les efforts sur le sol. Il existe deux grands

types de transmission des charges des constructions aux couches des sols sous-jacentes : par fondation superficielle et par fondation profonde.

1.3 Fondations superficielles

La fondation superficielle est, par définition, une fondation qui repose sur le sol ou qui n'y est que faiblement encastree. Les charges qu'elle transmet ne sollicitent que les couches superficielles et peu profondes. Les fondations profondes reportent, elles, les charges tant dans les couches profondes que dans les couches superficielles qu'elles traversent.

Le mode de travail d'une fondation et son interaction avec le sol conduisent à introduire la notion de profondeur critique que l'on peut définir en première approximation comme le niveau au-dessous duquel, en sol homogène, la résistance sous la base de la fondation n'augmente plus. Les fondations superficielles ont leur base située au-dessus de cette profondeur critique : ce sont les semelles, radiers etc. Les fondations profondes ont leur base située au-dessous de cette profondeur critique. Les fondations superficielles travaillent essentiellement grâce à la résistance du sol sous la base. Pour les fondations profondes, il y'a également lieu de considérer la résistance du sol le long du fût, c'est-à-dire le frottement latéral.

Entre les deux extrêmes, fondations superficielles et fondations profondes, on trouve les fondations semi profondes dont la base se trouve au-dessus de la profondeur critique, mais pour lesquelles le frottement latéral ne peut être négligé : il s'agit des puits et pieux courts ou des barrettes de faible profondeur et de la plupart des caissons.

Une fondation doit être stable et à l'abri des ruptures. A cet effet l'évaluation de la capacité portante du sol s'est avérée primordiale.

Les éléments géométriques qui définissent une fondation superficielle sont :

- B, la largeur de la fondation ;
- L, la longueur de la fondation ;
- D, l'encastrement qui est la profondeur de la base de fondation.

Une fondation est dite superficielle, si $D < 1,5 \cdot B$

Si $D > 5B$ la fondation est dite profonde (figure 1.2)

Si $1,5 B < D < 5 B$ la fondation est semi profonde.

Pour les fondations superficielles, la fondation est appelée :

- Radier : si la surface totale du bâtiment est la fondation.

• Semelle : si seule une partie de la surface du bâtiment correspond à la fondation.

De plus pour une semelle, si :

- $L/B > 10$ il s'agit d'une semelle filante (le problème peut être considéré comme bidimensionnel) (figure 1.1).

Pour des raisons de coût, on cherche souvent à fonder un ouvrage superficiellement. Si cette solution n'est pas satisfaisante d'un point de vue technique (le sol ne peut pas supporter la charge appliquée ou les tassements sont trop importants) ou économique, une solution en fondation profonde est envisagée.

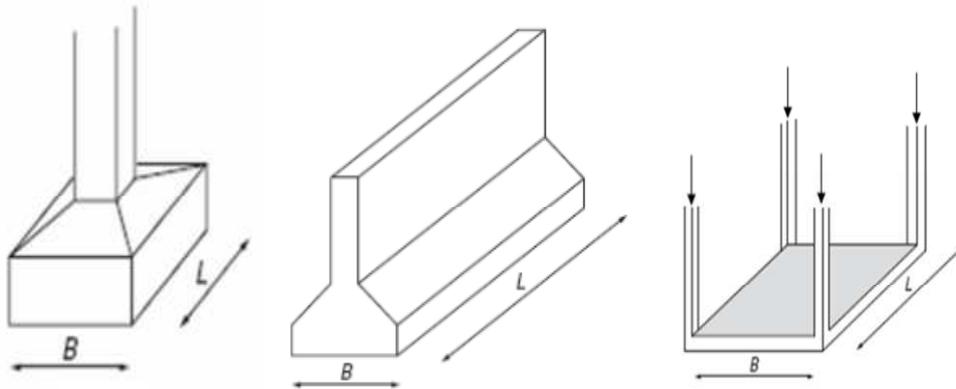


Figure 1.1 : (a) fondation isolée (b) fondation filante
(c) fondation de type radier

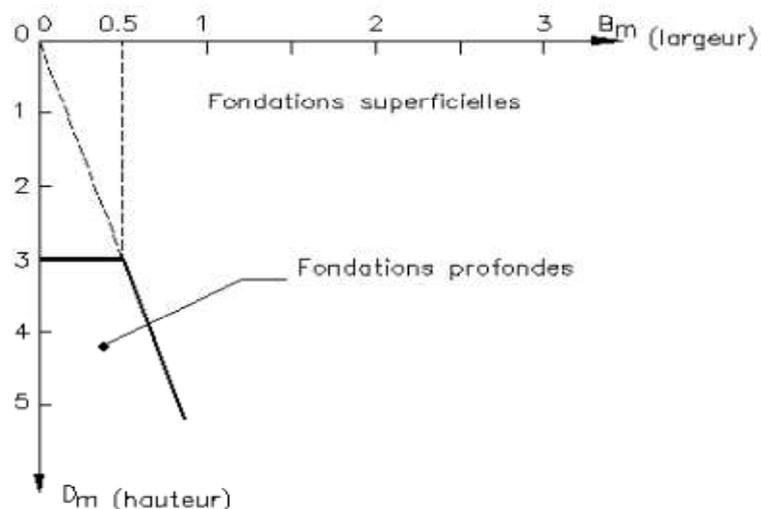


Figure 1.2: classification des fondations selon le DTU 13.12.

1.4 Description de la rupture d'une fondation superficielle

Lorsque l'on charge progressivement une plaque reposant sur un sol, on observe un tassement qui croît avec l'effort appliqué. Au début, la déformation augmente approximativement en fonction de la charge ; on a affaire à un équilibre pseudo élastique. Puis la déformation s'amplifie.

Lorsque l'on a affaire à un sol compact ou raide, à partir d'un certain effort, on remarque que le tassement continue sans qu'il y ait accroissement de l'effort. Alors une rupture plastique de l'assise se produit sous l'effet de la charge. Il y a poinçonnement du sol. Sur la *figure (1.3)*, la courbe (1) représente le tassement en fonction de la contrainte appliquée d'un sol raide. Si la fondation n'est pas encastrée, à la rupture on constate un basculement de la semelle dû à de légères hétérogénéités de l'assise.

Lorsque l'on a affaire à un sol mou ou peu compact, le phénomène de rupture est moins net (*courbe (2), figure 1.3*). On observe une augmentation du tassement en fonction de la charge appliquée, mais la courbe obtenue tend vers une asymptote oblique par rapport à l'axe du tassement et la capacité portante limite n'est pas bien définie.

Dans ce cas, conventionnellement, on admet que la charge de rupture correspond à l'intersection de cette asymptote et de la tangente de la courbe à l'origine.

Q_L est la charge limite ultime : c'est la charge maximale que peut supporter l'assise, c'est la charge de rupture (un équilibre limite de plasticité est atteint).

Comme cette valeur n'est pas très bien définie, on considère souvent que Q_L est la charge correspondant à un certain enfoncement, en général pris égal à $B/10$.

A : l'aire de la semelle, la contrainte de rupture est la contrainte moyenne tel que :

$$q_l = Q_L / A \quad (1.1)$$

La contrainte admissible q_a , est le rapport de la contrainte de rupture et un certain coefficient de sécurité F_s . Cette dernière contrainte est appelée aussi contrainte de service ou encore taux de travail. Dans ce cas, on peut dire qu'en aucun point du massif de sol, dans lequel les fondations sont ancrées, le seuil de plasticité n'est atteint. Il s'agit d'un problème de déformation élastique.

C'est la valeur de cette contrainte qui permettra au bureau d'étude de dimensionner les fondations.

La contrainte admissible q_a devra satisfaire deux critères :

Un critère de rupture :

$$q_a = Q_L / F_s \quad (1.2)$$

Où F_s est le coefficient de sécurité généralement pris égale à 3. La contrainte admissible devra, en effet, être telle que tout risque de rupture est évité.

Un critère de déformabilité : la condition précédente étant supposée remplie, sous le chargement de la semelle la contrainte admissible transmise au sol est q_a . La semelle va tasser de la valeur (s) (figure 1.3). Il conviendra de s'assurer que le tassement est compatible avec le comportement de l'ouvrage. Il peut varier du millimètre (antennes spatiales) au mètre (réservoirs de pétrole de très grand diamètre).

On note que q_i et q_a sont des valeurs moyennes qui n'impliquent aucun type de répartition des contraintes sous la surface de chargement.

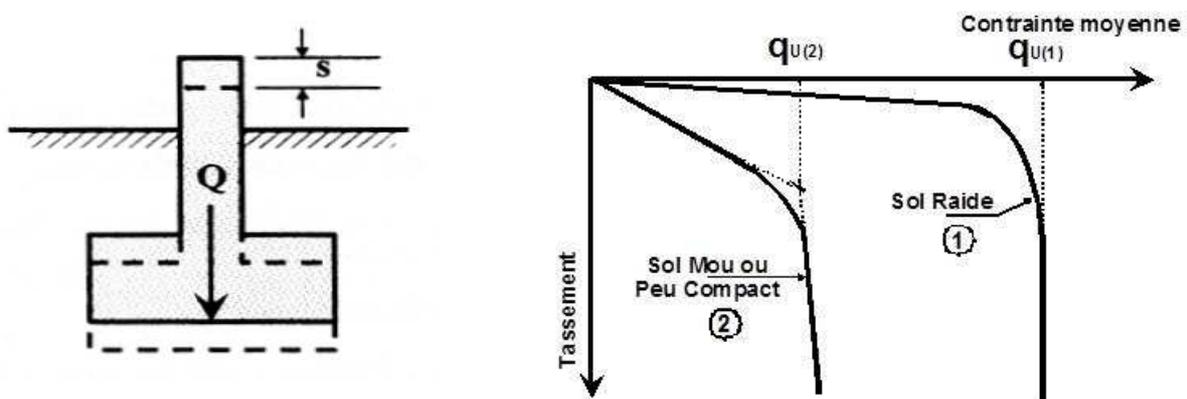


Fig. 1.3 Courbes chargement tassement dans les cas de sol raide et de sol mou.

1.5 Phénomène interne et mécanismes de rupture d'une fondation Superficielle.

Les études théoriques relatives à l'état d'équilibre plastique sous les semelles filantes conduisent aux conclusions générales suivantes :

Au cours du passage d'un état à l'autre, la répartition des réactions du sol sur la base de la semelle et l'orientation des contraintes principales dans le sol subissent des variations. La transition s'opère à partir des bords extérieurs de la fondation et s'étend comme il est indiqué sur *la figure (1.5)* qui s'applique à une semelle filante reposant sur un massif homogène de sable.

Lorsqu'on exerce un effort vertical poussé jusqu'à la rupture sur une semelle horizontale ancrée à faible profondeur dans un matériau meuble, des surfaces de cisaillement apparaissent dans l'assise. L'ensemble des observations ayant trait à la rupture des fondations superficielles conduisent à penser qu'il existe, à ce moment-là, un coin de sol qui reste lié à la fondation (résultat d'observations sur modèles réduits) dont la pointe est tournée vers le bas et qui refoule le sol de part et d'autre de la fondation. C'est le cas des sols relativement résistants. De la pointe partent des surfaces de rupture courbes inclinées d'abord vers le bas et qui se redressent ensuite vers le haut pour atteindre la surface libre. Lorsque l'enfoncement continue, on observe en surface autour de la semelle un gonflement du sol qui a été refoulé.

Quand le sol est très compressible, un tassement relativement important est nécessaire pour que le refoulement apparaisse.

D'une façon générale, le phénomène est d'autant plus net que l'assise est moins déformable.

Pour les sols cohérents, l'application du chargement est accompagnée d'une augmentation de la pression interstitielle. Mais comme la vitesse de chargement est souvent supérieure à la vitesse nécessaire pour la dissipation de ces surpressions, il est raisonnable de supposer que l'enfoncement s'effectue à volume constant (en conditions non drainées).

Pour les sols pulvérulents, l'application du chargement entraîne une variation de volume due à la réorganisation des grains (des enchevêtrement ou compaction des grains selon les niveaux de contraintes atteints). La charge de rupture (ou capacité portante) peut être estimée par des calculs relativement simples en supposant connus les paramètres de résistance des sols au voisinage de la fondation. Cependant, de très nombreux facteurs peuvent affecter cette valeur, comme : des phénomènes se produisant au cours de la construction (soulèvement du fond de fouille après une excavation, gonflement ou ramollissement des argiles, effets du gel, etc.) ou des interactions avec d'autres constructions à proximité (battage de pieux,

vibrations, excavation de tranchée, creusement de galeries, rabattement de la nappe phréatique, etc.).

Les résultats d'essais sur des semelles rigides (Vesic 1963) montrent qu'il existe trois mécanismes potentiels de rupture mobilisant un volume limité de sol.

* **Un mécanisme général** : caractérisé par la formation d'un coin sous la base de la fondation, qui refoule le sol latéralement selon des lignes de glissement débouchant à la surface. L'enfoncement de la fondation provoque généralement un soulèvement du sol d'autant plus net que la structure est moins déformable. C'est le cas pour les sols relativement résistants figure (1.4a) et figure (1.5). Dans le sol, on constate trois zones de perturbation :

Zone I : Il se forme sous la base de la semelle un poinçon rigide qui s'enfonce dans le sol en le refoulant de part et d'autre jusqu'à la surface. Le sol de cette zone est dans un état surabondant.

Zone II : Le sol de ces parties est complètement plastifié et il est refoulé vers la surface. Les déplacements et les efforts de cisaillement sont importants, donc la rupture est généralisée.

Zone III : Les zones externes sont peu perturbées et ne sont soumises qu'à des contraintes beaucoup plus faibles qui ne le mettent pas en rupture.

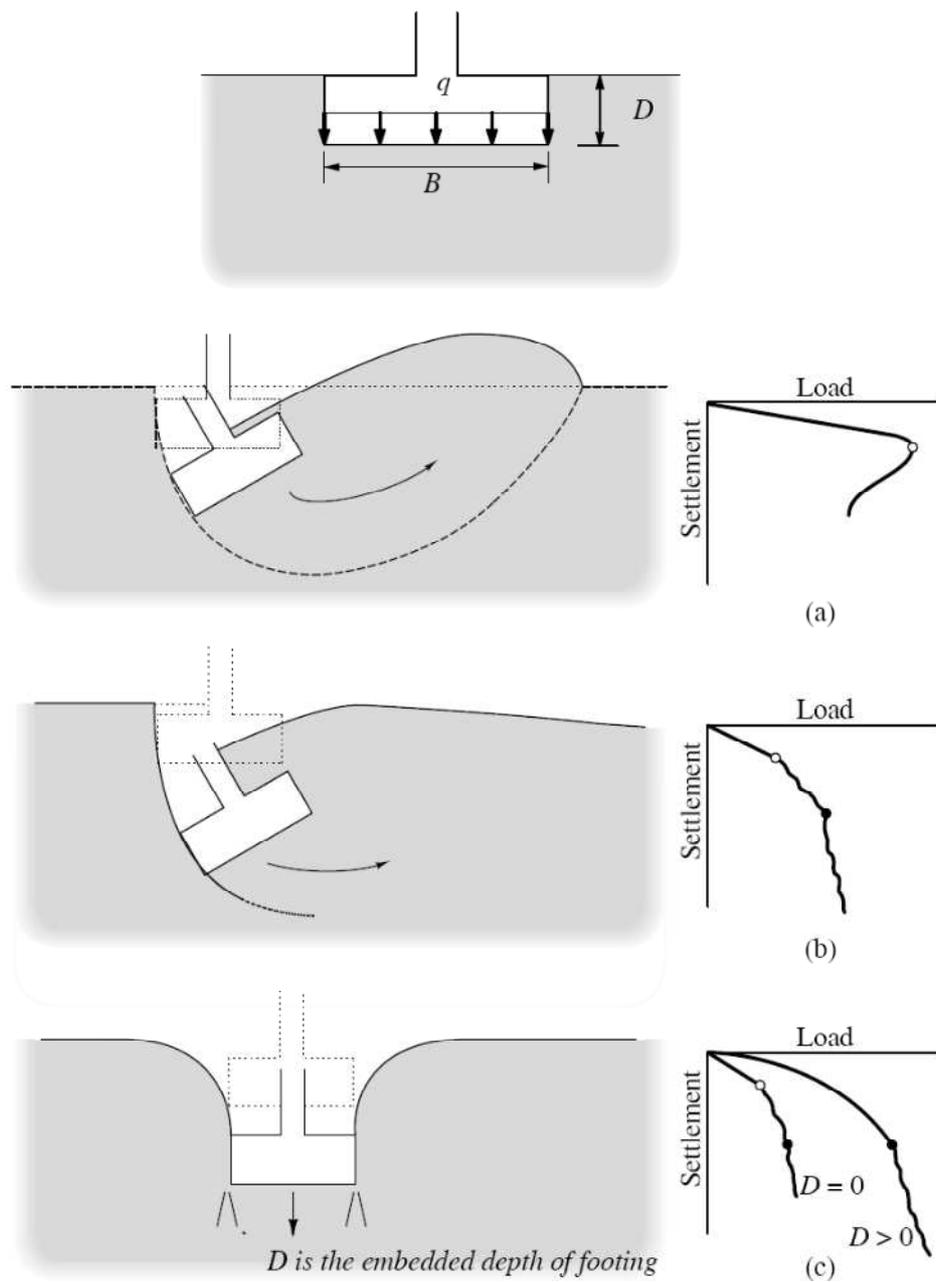


Figure 1.4 : Mécanisme de rupture d'une semelle rigide adopté par (Vesic 1968, Coduto 2001, Merifield 2005).

- a) Un mécanisme général, b) Un mécanisme de cisaillement localisé
c) Une rupture par poinçonnement.

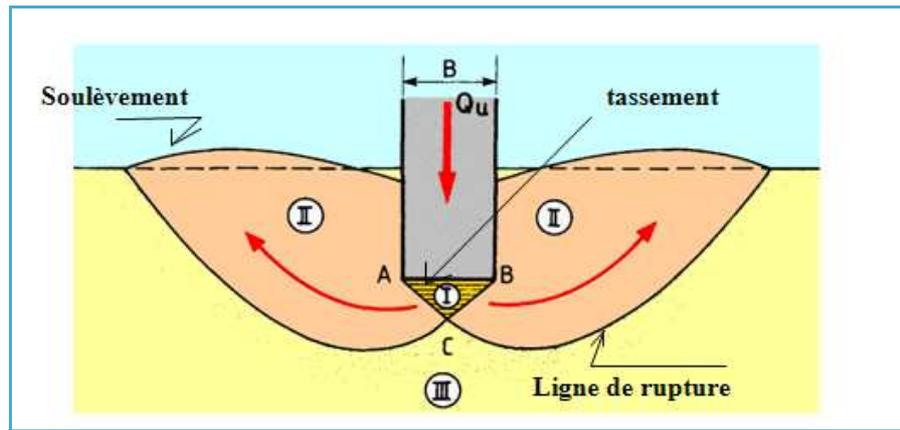


Figure 1.5: Mécanisme de rupture théorique d'un sol homogène supportant une semelle filante.

* **Un mécanisme de cisaillement localisé** : qui ne s'étend qu'au voisinage immédiat de la fondation. Il y a également soulèvement du sol, mais après un enfoncement très important. C'est le cas pour les sols très compressibles, comme des sables lâches (*figure 1.4-b*).

* **Un mécanisme de rupture par poinçonnement** : La fondation pénètre verticalement dans le massif, sans perturber le sol qui n'est pas directement sous la fondation (*figure 1.4-c*).

Vesic (1973) a proposé une distribution du mécanisme de rupture suivant la densité du sol et le rayon hydraulique comme il est indiqué sur la figure 1.6.

La nature de la rupture du sol sous charge ultime est une fonction de plusieurs facteurs tels que la résistance et la compressibilité relative du sol, la profondeur d'encastrement (D_f) par rapport à la largeur de la fondation B , et le rapport largeur - longueur (B/L) de la fondation. Cela a été expliqué clairement par Vesic (1973), qui a mené plusieurs essais réalisés sur modèles réduits au laboratoire dans le cas d'un sable. La conclusion de ses résultats est montrée dans la figure 1.6. Dans cette figure D_f est la densité relative du sable, et R le rayon hydraulique de la fondation qui est défini comme suit :

$$R = A/P \quad (1.4)$$

Ou : A : Surface de la fondation = $B.L$;

P : Périmètre de la fondation = $2 \cdot (B+L)$.

On remarque dans la figure (1.6), pour $D_f/R \geq 18$, la rupture par poinçonnement se traduit quelle que soit la valeur de la densité relative du sable.

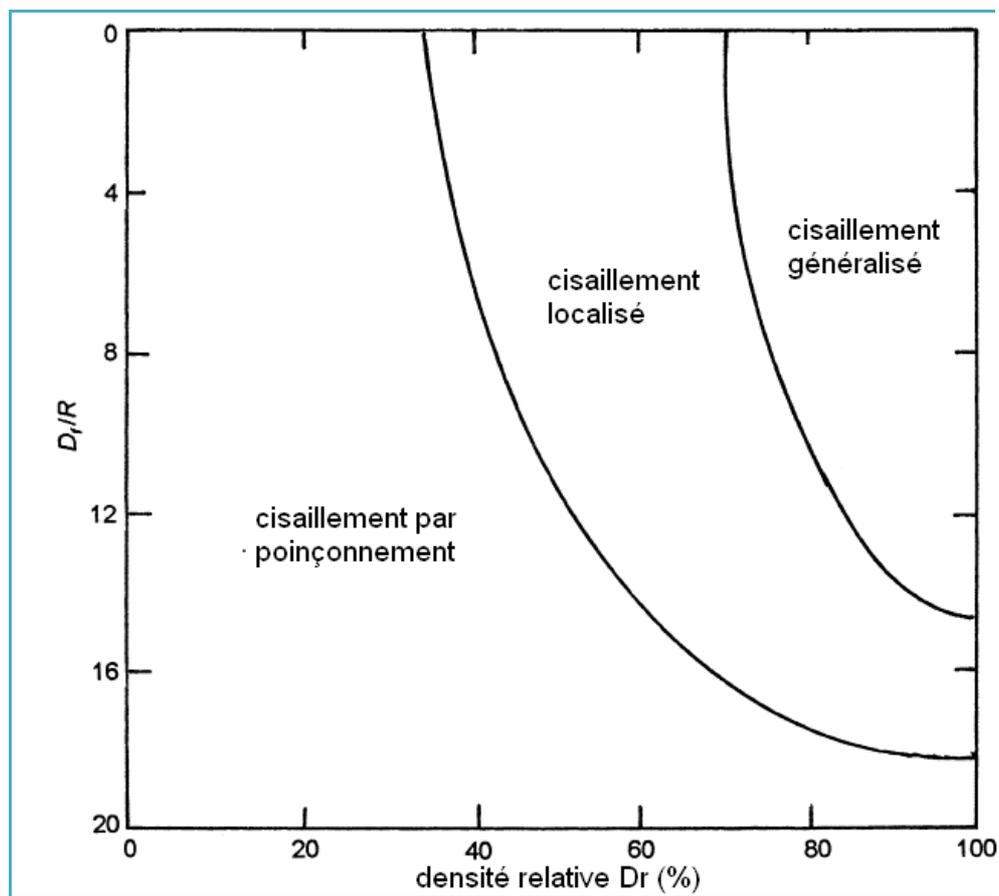


Figure I.6: Nature de rupture dans un sable en fonction de la densité relative D_r et D_f/R . (Vesic 1963 modifier par DeBeer 1970)

1.6 Conclusion

Les fondations superficielles (semelles isolées ou filantes, radiers) constituent la partie de l'ouvrage qui transmet directement l'ensemble des charges au sol.

Les sols naturels sont souvent hétérogènes et déposés en couches stratifiées. Les observations in situ et les essais sur modèles réduits montrent l'existence de trois mécanismes potentiels de rupture à savoir:

- Un mécanisme général.
- Un mécanisme de cisaillement localisé.
- Un mécanisme de rupture par poinçonnement.

A partir des essais sur modèles réduits, la distribution des mécanismes de rupture dépend de la nature du sol particulièrement la densité du sol et du rayon hydraulique.

Malgré l'ancienneté de certaines techniques et des constructions sur des sites extrêmement variables, le comportement des structures fondées superficiellement est loin d'être bien connu. Cette méconnaissance est liée à la nature hétérogène des sols et à leurs comportements divers (sable, argile, drainé, non drainé,...).

CHAPITRE 2

CAPACITE PORTANTE DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

Sommaire.

2.1 Introduction.....	35
2.2 Problème équivalent.....	36
2.3. Approches de calcul des fondations.....	37
2.3.1 Equilibre limite.....	38
2.3.2 Analyse limite.....	40
2.3.3 Calcul en déformations.....	42
2.3.4 Les méthodes dérivées des essais en place.....	44
2.4 Méthodes de calcul de la capacité portante d'un milieu homogène.....	44
2.4.1 Théorie de Prandtl (1920)	45
a) Matériau sans cohésion ($c = 0$)	45
b) Matériau avec cohésion ($c \neq 0$ et $\varphi \neq 0$)	48
c) Matériau purement cohérent ($c \neq 0$ et $\varphi = 0$).....	48
2.4.2 Théorie de Terzaghi (1943)	50
2.4.3 Détermination des facteurs de portance N_c , N_q et N_γ selon A. Caquot et J.Kérisel.....	53
a) Terme de profondeur.....	54
b) Terme de surface.....	57
c) Terme de cohésion.....	59
2.4.4 Méthodes de Meyerhof.....	60
2.4.5 Facteurs de portance d'après Hansen Brinch (1970)	63
2.4.6 Méthodes de Vesic (1973)	65
2.4.7 Facteurs des formes.....	66
2.5 Fondation sur un milieu hétérogène.....	68
2.5.1 Différents types de disposition des couches.....	69
2.5.2 Cas où la qualité des matériaux s'améliore avec la profondeur.....	69
2.5.3 Cas où la qualité des couches diminue avec la profondeur.....	70
2.5.4 Cas particulier d'une couche sableuse peu épaisse reposant sur de l'argile molle.....	71
2.5.5 Semelle supportée par un sol surmontant un substratum à une profondeur Limitée.....	72
2.5.6 Semelle sur un bicouche argileux d'épaisseur limitée ($C_{u1} < C_{u2}$).....	73
2.5.7 Semelle sur un bicouche argileux anisotrope saturée.....	74

2.6 Approche théorique tri-dimensionnelle utilisant la théorie d'analyse	
limite (<i>Michalowski (2001)</i>)	78
2.6.1 Présentation du problème.....	78
2.6.2 Mécanismes de rupture tridimensionnels.....	78
2.6.3 Mécanisme de déformation continue des semelles carrées.....	78
2.6.4 Mécanisme multi bloc.....	80
2.6.5 Mécanisme de déformation continue des semelles rectangulaires.....	83
2.6.6 Les résultats numériques.....	83
2.6.7 Superposition des termes de la capacité portante.....	85
2.6.8 Calcul des semelles carrées.....	88
2.6.9 Calcul des semelles rectangulaires.....	89
2.7 Approches numériques.....	92
2.7.1 <i>Recommandation pour la modélisation des fondations</i>	
<i>superficielles (P. Mesta & M. Prat)</i>	92
2.7.1.1 Interaction entre : fondations, structures et le sol.....	92
2.7.1.2 Modélisation du sol et de la fondation sans les structures.....	93
2.7.1.3 Cas d'une Fondation à la géométrie complexe.....	93
2.7.1.4 Cas d'une fondation rigide.....	94
2.7.1.5 Cas d'une fondation souple.....	94
2.7.1.6 Influence de l'état initial des contraintes.....	95
2.7.1.7 Conseils pour la réalisation des maillages de fondation	
superficielle.....	95
2.7.1.8 Comportement des sols et modélisation des fondations	
superficielle.....	97
2.8 Travaux numériques antérieurs.....	97
2.9 CONCLUSION.....	101

CHAPITRE 2

CAPACITE PORTANTE DES FONDATIONS SUPERFICIELLES.

2.1 Introduction.

Les fondations superficielles et profondes sont des ouvrages géotechniques fréquemment rencontrés dans les projets de constructions. Il existe une diversité de configurations en fonction de la nature du sol et de la structure.

Le calcul des fondations était jadis mené à la base de la méthode des contraintes admissibles, en conformité avec la philosophie de calcul des ouvrages en béton armé. Les paramètres de calcul étaient considérés comme des grandeurs déterministes et le calcul géotechnique se faisait à la lumière des théories rationnelles telles que celles de l'élasticité et de la plasticité pour analyser respectivement les déformations et la résistance du système sol/structure. Un coefficient global de sécurité γ est introduit pour limiter la résistance du sol ou sa capacité portante à un seuil admissible.

Actuellement, le dimensionnement géotechnique d'un ouvrage repose sur la philosophie des états limites, qui renouvellent l'analyse de la stabilité des ouvrages de géométrie complexe sous chargement quelconque, dans laquelle les paramètres intervenant sont considérés comme des variables aléatoires définis par des fonctions de densité de probabilité, et l'analyse se base sur des facteurs partiels entachant les différents paramètres de dimensionnement. Ainsi, le calcul d'une fondation superficielle par exemple se base sur deux critères principaux :

Le premier est que les contraintes transmises au sol de fondation doivent être inférieures à celles de l'état limite ultime c'est-à-dire aux contraintes admissibles du sol.

Le second, est que les déformations du sol causées par les contraintes transmises au sol ne doivent causer aucun préjudice au bon fonctionnement de l'ouvrage, c'est-à-dire que les déplacements de la fondation doivent être inférieurs aux déplacements de l'état limite de service de la structure.

Faire l'état des connaissances dans un domaine aussi vaste nous a conduit à revoir les grandes étapes de l'évolution des méthodes de calcul de la stabilité de ces ouvrages, en rassemblant des informations existant dans quelques manuels de géotechnique mais aussi des résultats de recherches récentes, qui renouvellent la compréhension de certaines pratiques traditionnelles.

Ce chapitre est consacré aux méthodes de calcul des fondations superficielles. Après présentation des méthodes classiques par ordre chronologique suivie par des critiques générales, nous présentons l'utilisation des méthodes d'équilibre limite, d'analyse limite ainsi que les méthodes numériques qui permettent de tenir compte, de manière approchée, de plusieurs aspects tel que l'interaction entre la fondation et le sol, etc. Enfin, quelques solutions numériques existantes seront présentées.

2.2 Problème équivalent.

En règle générale, la fondation ne se pose pas sur la surface du sol, elle est placée, après creusement, à une profondeur D . La base de la semelle est alors choisie comme plan de référence sur lequel s'exercent des contraintes de compression égale à Q_u/B à l'emplacement de la semelle et à $q_s = \gamma D$ à l'extérieur.

Ce nouveau schéma résume le problème équivalent qui se substitue au cas réel pour résoudre les problèmes de fondation (*figure 2.2*).

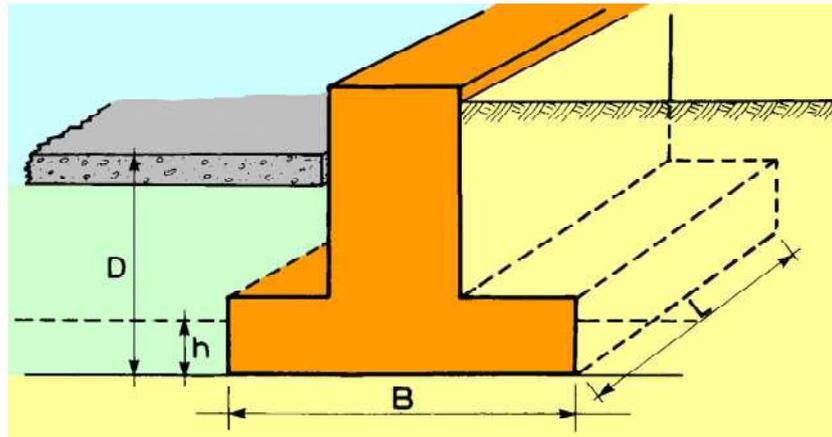


Figure 2.1 : Fondations superficielles

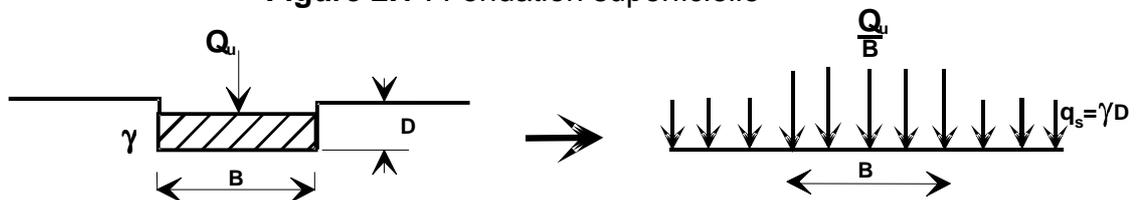


Figure 2.2 : Problème équivalent

2.3. Approches de calcul des fondations

Cette partie de la thèse, qui concerne l'analyse d'équilibre limite et d'analyse limite a été empruntée d'une présentation du professeur **MAGNAN (1983)** dans un Symposium International publié en 1983 aux Presses de l'Ecole Nationale Des Ponts et Chaussées. (Symposiums internationaux sur l'identification et la détermination des paramètres des sols et des roches pour les calculs géotechniques, les fondations superficielles et l'amélioration des sols en place ; PARAM 2002, FONDSUP 2003, ASEP-GI 2004 ; volume 2)

Les hypothèses sur le calcul des facteurs de la capacité portante des fondations superficielles sont nombreuses et variées. On distingue :

- La forme des fondations.
- L'inclinaison du sol ou de la fondation.
- La géométrie et les propriétés mécaniques du sol (sol homogène, sol stratifié, sol cohérent, sol cohérent et frottant).
- Les conditions de contact entre semelle et sol.
- Les caractéristiques de la charge appliquée (charge verticale, centrée, excentrée ou inclinée).

- L'influence de l'eau (présence d'une nappe à différentes profondeurs)

Les méthodes de calcul correspondantes ont été développées progressivement depuis le début du vingtième siècle. Elles doivent beaucoup à quelques précurseurs (Terzaghi (1943), Meyerhof 1963 ; Brinch hansen 1970 ; Caquot 1948 ; DeBeer), qui ont établi un ensemble de règles validées par l'expérience et couvrant la plupart des situations courantes.

A partir des années 1950, l'évolution de la plasticité a offert des outils d'analyse qui proposent un nouveau regard sur les méthodes classiques (Salençon, 1974 ; Chen, 1975), mais dont l'utilisation n'a pas modifié la pratique des études de fondations. L'analyse limite et sa généralisation, le calcul à la rupture, définissent des règles d'encadrement des charges limites par une approche dite statique ou par l'intérieur et une approche dite cinématique ou par l'extérieur. Sous certaines conditions, ces deux approches convergent vers une solution unique, qui est à la fois statiquement et cinématiquement admissible, c'est-à-dire vérifie toutes les conditions aux limites imposées et respecte les critères de stabilité des matériaux.

La stabilité des fondations superficielles et celle des autres ouvrages géotechniques peuvent être analysées de quatre façons différentes :

- Par analyse d'équilibre limite,
- Par analyse limite,
- Par des calculs en déformation et
- Par des corrélations avec des essais en place.

2.3.1 Equilibre limite

L'analyse d'équilibre limite applique des principes de base de la mécanique des matériaux et des structures qui étaient utilisées en génie civil longtemps avant l'invention de la plasticité et même de l'élasticité. Les équations de forces découlent des travaux de Galilée (1638) et Newton (1687) et ont vu leur première application géotechnique dans les travaux de coulomb (1773) et de son prédécesseur Couplet (1727).

L'idée est que tout solide ou toute partie de solide en équilibre (comme l'est un ouvrage géotechnique avant la rupture) est soumis à un système de forces et moments en équilibre. La référence aux parties de solides en équilibre permet de

raisonner aussi sur les forces internes, donc sur les contraintes, et de définir deux principes :

- Les charges (forces et moments externes, forces internes) appliquées à un solide en équilibre doivent être équilibrées (forces et moments résultants égaux à zéro) ;
- Les forces internes ou contraintes doivent être inférieures ou égales à la résistance des sols et des autres matériaux existant dans le solide considéré.

Avec les concepts et les notations actuels, ces principes peuvent être exprimés par deux ensembles d'équations :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \left\{ \begin{array}{l} \sum F_i = 0 \\ \sum M_j = 0 \end{array} \right. & \begin{array}{l} \text{(forces)} \\ \text{(moments)} \end{array} \end{array} \right. \quad (2.1a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{charge} \leq \text{résistance} \end{array} \right. \quad (2.1b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div } \vec{\sigma} + \vec{f}_i = \vec{0} \quad \sigma \text{ satisfait les conditions aux} \\ \text{limites en forces et contraintes} \end{array} \right. \quad (2.2a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{contraintes } \sigma \leq \text{résistance} \end{array} \right. \quad (2.2b)$$

Les équations (2.1a) et (2.1b) s'appliquent aux cas où les sols et les ouvrages sont traités comme des solides soumis à des forces F_i et à des moments M_j . Les équations (2.2a) et (2.2b) s'appliquent dans les cas où l'on utilise la mécanique des milieux continus (contraintes σ et forces volumiques f_i). Dans les deux cas, l'analyse d'équilibre limite définit l'équilibre dans un contexte de stabilité. Les conditions aux limites imposées aux déplacements ne sont pas prises en compte explicitement, mais elles sont intégrées de fait dans la géométrie des blocs dont on analyse l'équilibre.

La formulation de l'analyse d'équilibre limite en termes de contraintes trouve ses précurseurs dans les travaux de Rankine (1856) et de Lévy (1867), Résal (1903, 1910), Massau (1905) Caquot (1934) et Frontard (1936).

La résolution des équations (2.2a) et (2.2b) a fait l'objet de nombreuses recherches et est facilitée notamment par la méthode dite des caractéristiques (Socolovskij, 1960b).

L'analyse d'équilibre limite est la méthode d'analyse de stabilité la plus couramment utilisée en géotechnique.

2.3.2 Analyse limite

L'évolution des concepts de la mécanique depuis le 18^{ème} siècle a permis le développement d'une autre stratégie d'analyse de stabilité appelée « analyse limite ». L'analyse limite utilise notamment les concepts de travaux virtuels et équilibre statique (Lagrange, 1788) et le principe du travail plastique local maximal (Kazinczy, 1914 ; Kist, 1917 ; Gvozdev, 1938, 1948 ; Markov, 1947 ; Hill, 1948, 1950 ; Drucker et Prager, 1952). L'analyse cinématique régularisée qui sera évoquée plus loin, s'appuie de plus sur les travaux de Moreau (1966) et Nayrolles (1970).

La grande différence entre l'analyse limite et l'analyse d'équilibre limite réside dans la prise en compte de la cinématique des déformations dans l'analyse de rupture. L'analyse des déformations permet d'une part de raisonner en termes de travail des forces internes et externes, et plus seulement en termes d'équilibres de forces, et d'autre part, de tenir compte directement des conditions aux limites sur les déplacements.

L'analyse limite admet que les sols et autres matériaux ont un comportement élastique (ou rigide) parfaitement plastique, avec une loi d'écoulement plastique associée. Notons que cette loi d'écoulement plastique associée n'est utilisée que pour calculer les puissances virtuelles de la déformation du matériau à l'état limite de contraintes, ce qui est aussi la base du calcul à la rupture (Salençon, 1996 ; p129). Des présentations détaillées ont été données par Salençon (1974, 1983, 1996) Chen (1975) et Christiansen (1996). Deux théorèmes limites ont été établis, qui définissent deux approches des charges limites par valeurs supérieures et par valeurs inférieures :

- Selon le théorème des bornes supérieures, si le travail d'une force externe associée à une cinématique de rupture est supérieur au travail des forces internes (bornées par la résistance des matériaux) pour la même cinématique de rupture, alors cette force est supérieure à la charge limite de rupture. Cette approche, dite cinématique, consiste donc à construire des cinématiques ou mécanismes de rupture

respectant les conditions aux limites sur les déplacements, et à trouver pour chacun d'eux des forces ou combinaisons de forces trop grandes pour la résistance du sol ;

- Selon le théorème de bornes inférieures, si l'on peut trouver dans les matériaux (sol et structures) un champ de contraintes qui équilibre la charge extérieure appliquée, tout en restant compatible avec les résistances des différents matériaux, alors cette charge ne peut être supérieure à la charge limite de rupture. Cette approche, dite statique, consiste donc à chercher des champs de contraintes qui vérifient les conditions d'équilibre statique et les critères de résistance des matériaux et équilibrent la plus grande charge extérieure possible.

La méthode cinématique a connu une plus grande popularité que la méthode statique et de nombreuses bornes supérieures ont été proposées pour la portance des sols. Les mécanismes de rupture correspondant à ces bornes supérieures comportent des surfaces de discontinuité, où la vitesse de déplacement instantané fait un angle φ avec la surface de contact (fig.2.3 a) et des zones de déformation plastique, où la loi d'écoulement plastique associée détermine la géométrie et l'extension de la rupture (fig.2.3b). L'angle entre la vitesse de déplacement et la surface de discontinuité explique la forme de spirale logarithmique des surfaces de rupture dans de nombreux modèles de calcul à base de blocs.

On ne peut comparer directement les analyses d'équilibre limite et les calculs d'analyse limite, qui ne résolvent pas les mêmes équations et posent différemment le problème de l'équilibre limite. Même si l'analyse limite paraît plus proche des concepts modernes de la mécanique, elle comporte aussi des approximations fortes qui peuvent l'éloigner de la réalité des sols, tandis que la force de l'analyse d'équilibre limite réside dans le choix de mécanismes de rupture inspirés des modes de rupture observés et la grande expérience acquise dans son utilisation (Magnan et Droniuc, 2000).

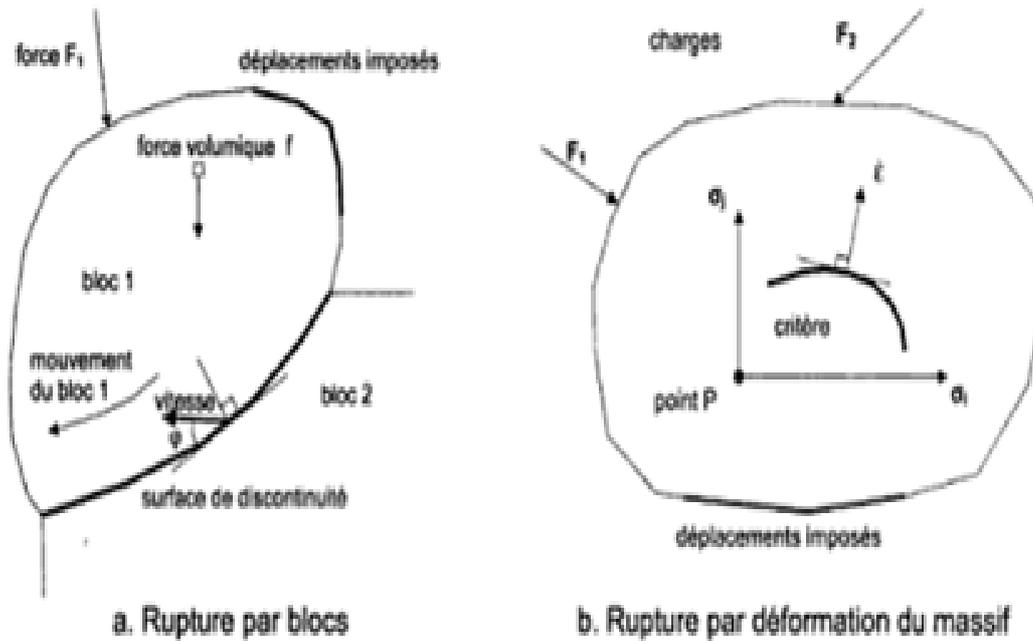


Figure 2.3 Particularités des calculs de stabilité dans la cinématique de l'analyse limite.

2.3.3 Calcul en déformations.

Dans les sols, la rupture est toujours précédée de déformations plus ou moins importantes, elle peut être repérée par l'amorce de grands déplacements lors de la rupture des matériaux (ruptures des remblais sur sol mou, glissements de terrain, par exemple), mais aussi par une augmentation des mouvements de terrain, sans instabilité réelle (fondations superficielles et fondations profondes), le cas des soutènements étant intermédiaire (la rupture côté poussée est généralement confiée et la rupture côté butée est la vraie cause de l'instabilité).

La rupture peut donc être définie de déplacements, à condition de savoir calculer des déformations non linéaires et qui se concentrent si nécessaire sur des surfaces de rupture. Il est évident que cette possibilité n'existait pas au début du 20^{ème} siècle et qu'elle n'est offerte que depuis l'avènement du calcul élastoplastique sur ordinateur, notamment par le calcul en éléments finis.

Les calculs d'équilibre limite et d'analyse limite supposent que l'instabilité ne dépend pas de l'état initial du sol et de sa réponse aux faibles valeurs des charges. Dans les

calculs en déplacements, la rupture est au contraire définie sur la courbe de variation des déplacements en fonction de la charge et du temps (fig.2.4).

L'approche en déplacements des calculs de stabilité est à la fois la plus naturelle, car elle suit l'évolution des terrains et des ouvrages depuis leur état initial jusqu'à la rupture (ou ce qui est défini conventionnellement comme la rupture), et la plus exigeante car elle nécessite de connaître la déformabilité des matériaux en plus de leur résistance. Les paramètres de déformabilité des sols sont particulièrement sensibles aux conditions de prélèvement des carottes pour les essais de laboratoire et aux conditions d'exécution des essais en place. Mais, on rencontre aussi des difficultés pour spécifier l'état initial des contraintes dans le sol, qui conditionne l'étendue de la plage élastique avant d'atteindre le critère de plasticité et le passage à un mode de déformation différent.

Le perfectionnement des outils de calcul de stabilité en déplacements est toutefois une voie d'avenir, notamment pour les ouvrages complexes.

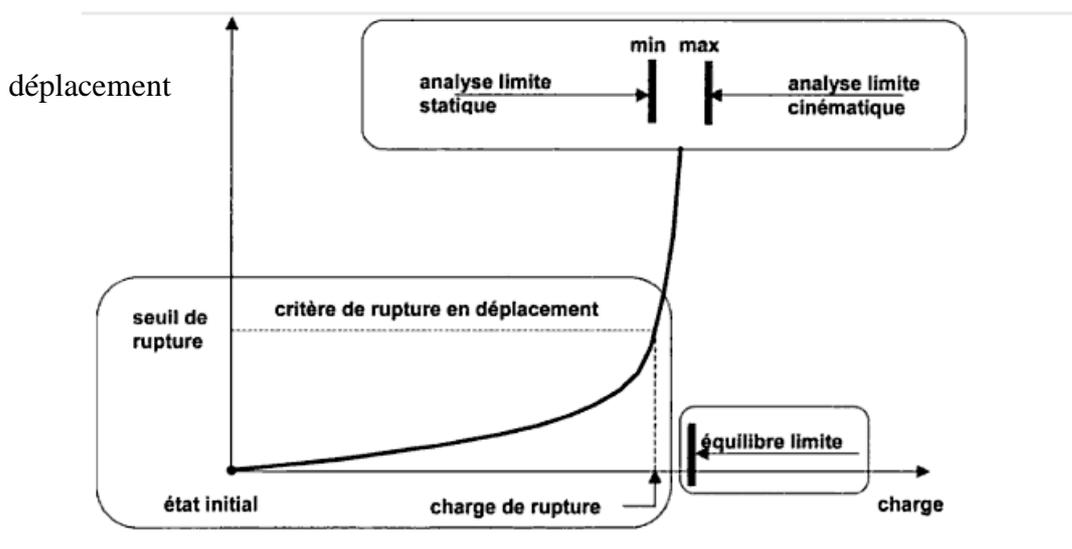


Figure 2.4 Définitions de la rupture pour le calcul en déplacement, l'analyse limite et l'analyse d'équilibre limite.

2.3.4 Les méthodes dérivées des essais en place.

Les essais en place (pénétromètre statique et dynamique, scissomètre, essais de pénétration de carottier-SPT, pressiomètre,...) complètent depuis plus de cinquante ans les essais de laboratoire pour la caractérisation mécanique des sols, notamment pour les sols où l'on ne peut prélever d'échantillons représentatifs. Leurs résultats sont parfois exploités pour obtenir par corrélation ou par transformation analytique des paramètres de résistance utilisables pour l'analyse d'équilibre limite ou l'analyse limite (c_u , c' et ϕ'). Mais ils sont souvent utilisés directement pour évaluer la charge limite du massif de sol par des formules simples, de type de celle utilisée pour déduire la portance de la pression limite pressiométrique (Ménard) :

$$q_{\max} = k (p_1 - p_0) - q_0.$$

Ces formules ne font plus référence à un quelconque équilibre de contraintes ou mécanisme de rupture et proviennent en général d'une étude de corrélation entre les résultats d'essai et la portance des massifs de sol. Elles sont souvent complétées par des coefficients correcteurs (d'inclinaison, d'excentrement, d'encastrement, etc..) directement inspirés de l'analyse d'équilibre limite ou d'analyse limite.

Ces méthodes sont très souvent utilisées pour l'étude des ouvrages courants.

Les méthodes de calcul qui ont résisté aux épreuves de la pratique et du temps sont toutes accompagnées d'un « mode opératoire » ou de facteurs correctifs qui les ont adaptées à l'expérience.

2.4 Méthodes de calcul de la capacité portante d'un milieu homogène.

Cette partie est consacrée à une recherche bibliographique pour les théories et les méthodes de calculs ainsi que les pressions à appliquer sur les fondations, de façon à garantir leur stabilité.

Les méthodes dites de calcul à l'équilibre limite reposent sur une hypothèse de mécanisme de rupture, a priori suivant des surfaces de glissement, et l'analyse de la stabilité de la partie du massif délimitée par ces surfaces de rupture.

D'un point de vue conceptuel, l'inconvénient principal de ces méthodes est qu'elles peuvent conduire à des solutions qui sont supérieures aux charges limites réelles sur les ouvrages (Coussy et Salençon, 1979)

Comme on le verra par la suite, les méthodes existantes aboutissent dans le cas des fondations à des résultats très dispersés. Cette dispersion nous paraît provenir des hypothèses faites, d'une part, sur les lignes de glissement, qui sont souvent très éloignées de celles observées expérimentalement, et, d'autre part, sur l'état des contraintes dans le massif, qui est normalement très difficile à caractériser.

2.4.1 Théorie de Prandtl (1920).

a) Matériau sans cohésion ($c = 0$).

Le problème bidimensionnel d'un sol pulvérulent non pesant, d'angle de frottement interne φ et chargé normalement à sa surface par deux répartitions uniformes tel que: ($P = q_u$ et $q = \gamma D$), a été résolu pour la première fois par *Prandtl (1920)*.

Prandtl (1920) a donné son mécanisme de rupture le plus accepté et le plus utilisé ensuite par les autres auteurs. Le mécanisme de rupture sous la fondation considère que la base de la fondation est lisse.

Il subsiste une zone, limitée par deux lignes de glissement frontières, dans laquelle on fait l'hypothèse qu'une famille des lignes de glissement est formée de droites qui passent toutes par le point **S**, frontière en surface entre les deux charges P et q (figure 2.5)

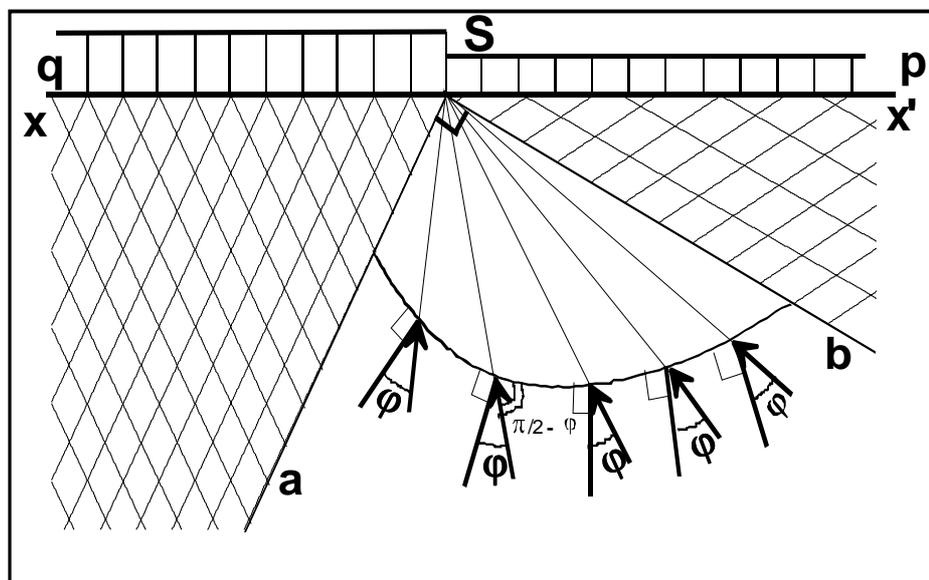


Figure 2.5 Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920)).

Dans ces conditions, l'autre famille de lignes de glissement est constituée de courbes, qui font un angle de $(\pi/2 - \varphi)$, constant, avec le faisceau précédent. Il s'agit

donc d'arcs de spirale logarithmique, de centre **S** dont l'équation en coordonnées polaires s'écrit :

$$\rho = \rho_0 e^{\theta \operatorname{tg} \varphi}$$

Cette zone aSb est appelée saut de Prandtl (Fig. 2.6)

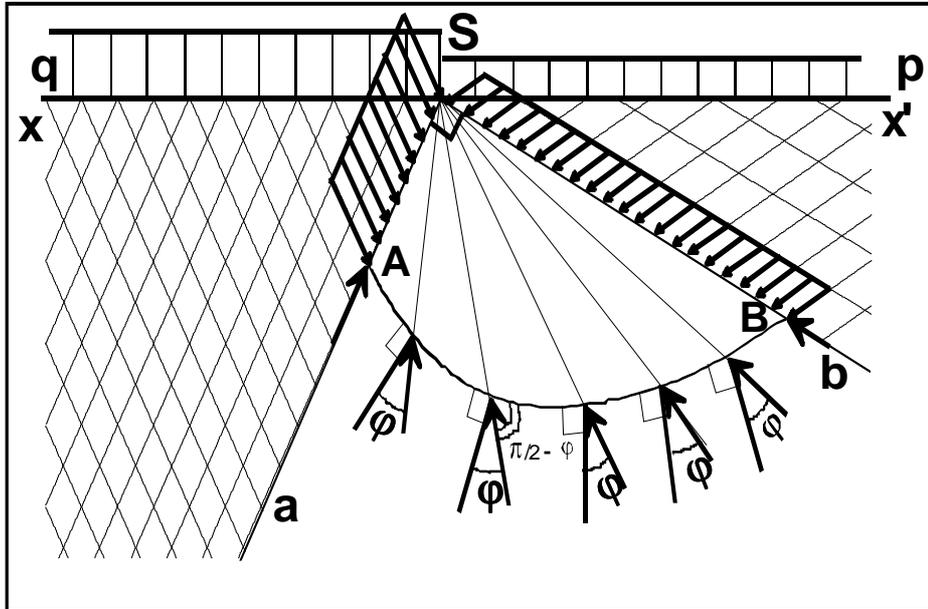


Figure 2.6 –Etat d'équilibre de la zone de prandtl d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920)).

Isolons maintenant le bloc SAB (fig. 2.6), SA et SB sont des portions de ligne de glissement appartenant à la même famille : les contraintes qui s'y exercent font un angle φ avec les normales à ces segments, et par conséquent un angle $(\frac{\pi}{2}-\varphi)$ avec ceux-ci ; ces contraintes ont donc même direction que les lignes de glissement de l'autre famille.

Dans les zones xSa et x'Sb, l'état des contraintes est homogène.

Soient : σ_A : la contrainte critique qui s'exerce sur SA

σ_B : la contrainte critique qui s'exerce sur SB.

Les contraintes qui agissent sur l'arc AB sont toutes dirigées vers S. on peut traduire l'équilibre du bloc SAB en écrivant que le moment en S de l'ensemble des forces appliquées est nul.

Soit :

$$\sigma_A * SA * (SA / 2) * \operatorname{tg} \varphi = \sigma_B * SB * (SB / 2) * \operatorname{tg} \varphi$$

Mais SA fait un angle de $(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})$ avec la verticale, alors que SB fait avec celle-ci un angle de $(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})$. SA et SB sont donc perpendiculaires. (Fig. 2.6)

On a alors: $SB = SA e^{(\pi/2)tg \varphi}$

$$\sigma_A = \sigma_B e^{\pi tg \varphi}$$

Mais on peut également relier P à σ_A et q à σ_B .

Dans la zone xSa, P est la contrainte principale majeure ; en revanche, dans la zone x'Sb, q est la contrainte principale mineure. (Fig. 2.7)

Il en résulte :

$$\sigma_B = q \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$p = \sigma_A \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Par conséquent : $P = q \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi tg \varphi}$

On a ainsi trouvé une solution statiquement admissible, mais on n'a pas la certitude que cette solution est cinématiquement admissible.

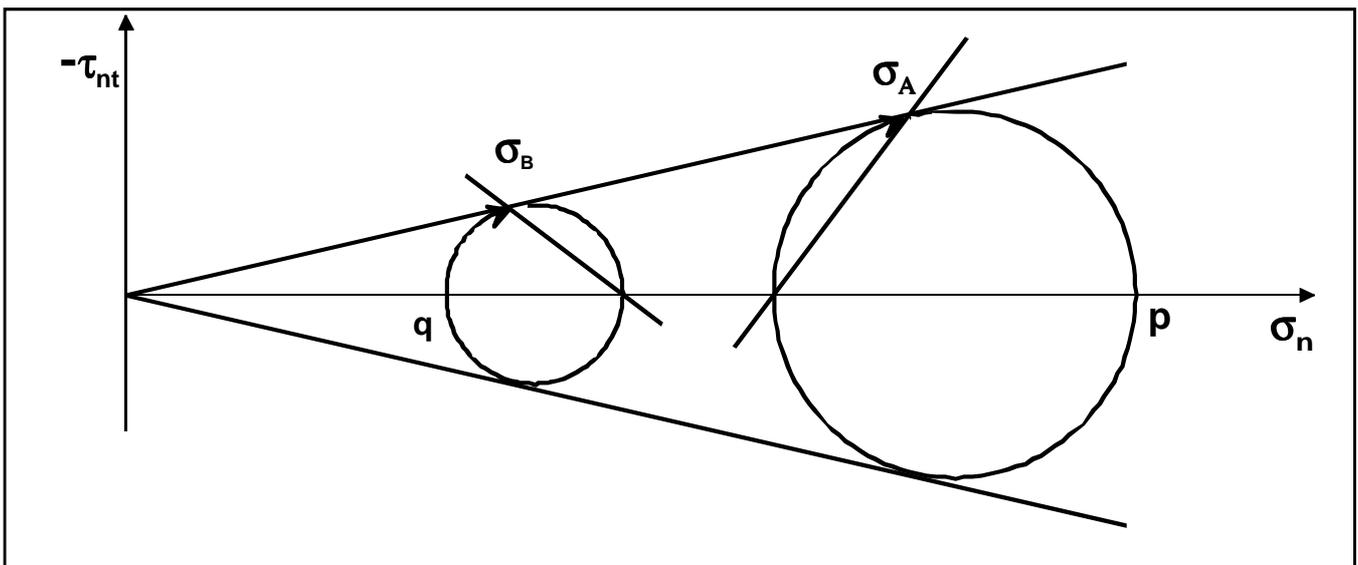


Figure 2.7 Contraintes principales mineure et majeure.

b) Matériau avec cohésion ($c \neq 0$ et $\varphi \neq 0$)

Puisque $\varphi \neq 0$ on peut appliquer le théorème des états correspondants. La solution précédente est obtenue en contraintes fictives sur un matériau fictif ($\varphi, c=0$), c'est à dire :

$$P' = q' \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \operatorname{tg} \varphi}$$

Si l'on repasse en contraintes réelles :

$$P + H = (q + H) \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \operatorname{tg} \varphi}$$

Et comme $H = C \cotg \varphi$

$$P = q \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \operatorname{tg} \varphi} + C \cotg \varphi \left[\operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \operatorname{tg} \varphi} - 1 \right]$$

On note habituellement $N_q = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \operatorname{tg} \varphi}$

$$N_c = (N_q - 1) \cotg \varphi$$

La solution s'écrit alors : $P = qN_q + cN_c$.

c) Matériau purement cohérent ($c \neq 0$ et $\varphi = 0$)

Dans ces conditions, le théorème des états correspondants n'est plus applicable, et il faut procéder directement. Le schéma de la figure 2.5 prend l'aspect représenté sur la figure 2.8. Les lignes de glissement forment un réseau de droites orthogonales dans les zones xS_a et $x'S_b$. Dans la région aS_b , la deuxième famille recoupe sous un angle droit le faisceau des lignes droites de glissement qui passent toutes par S. Elle est donc constituée d'arcs de cercle.

Les segments SA et SB ainsi que l'arc AB sont des lignes de glissement, par conséquent les contraintes qui s'y exercent ont toutes une composante tangentielle dont la valeur absolue est égale à la cohésion c .

Si l'on écrit la nullité en S, du moment des forces appliquées au bloc SAB, on obtient le résultat recherché, comme dans le cas précédent.

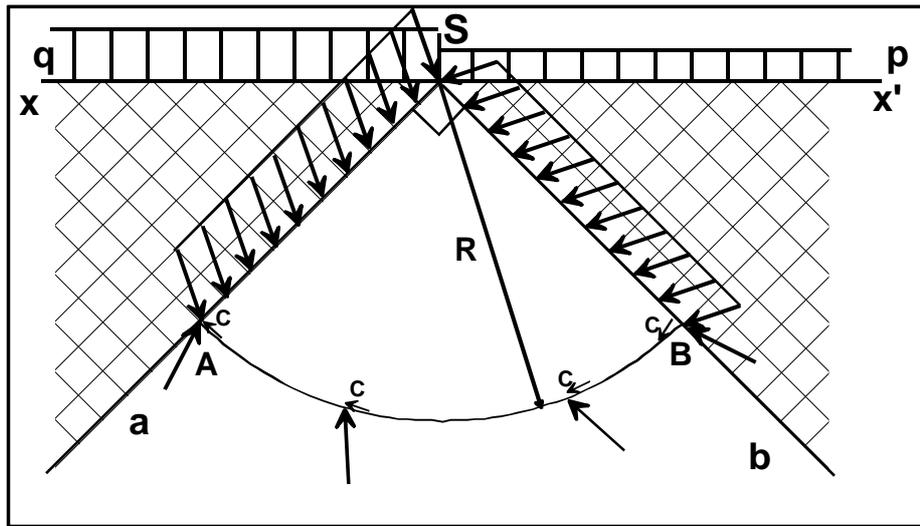


Figure 2.8 Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse sur un sol purement cohérent.

On note σ_{nA} et σ_{nB} les contraintes normales, respectivement sur SA et SB, et si l'on remarque que le moment en S des contraintes normales AB est nul, on obtient :

$$SA \cdot SA/2 \cdot \sigma_{nA} = SB \cdot SB/2 \cdot \sigma_{nB} + \int_B^A cR ds = 0 \quad (\text{intégrale entre A et B})$$

$$\sigma_{nA} \cdot R^2/2 = \sigma_{nB} R^2/2 + c\pi R^2/2$$

Soit:

$$\sigma_{nA} = \sigma_{nB} + c\pi$$

En observant que comme $q_u > \gamma D$, l'état d'équilibre est actif dans la partie xSA et passif dans la partie x'SB, il en résulte, dans le plan de Mohr, la configuration suivante (fig. 2.9) :

On a donc :

$$\sigma_{nB} = q + c$$

$$P = \sigma_{nA} + c$$

$$P = q + c + c\pi + c$$

$$P = q + (\pi + 2) c$$

On obtient ainsi $N_q = 1$ et $N_c = \pi + 2$. Ces valeurs sont identiques à celles qui résultent d'un calcul de limite lorsque, dans les expressions générales précédentes, on fait tendre φ vers zéro.

C'est-à-dire à :
$$N_q = \text{tg}^2\left(\frac{\pi + \varphi}{4}\right) e^{\pi \text{tg} \varphi} \tag{2.3}$$

Cette formule est quelque fois appelée formule de *Prandtl Caquot*, car ces deux auteurs l'ont publiée, indépendamment l'un de l'autre vers (1920).

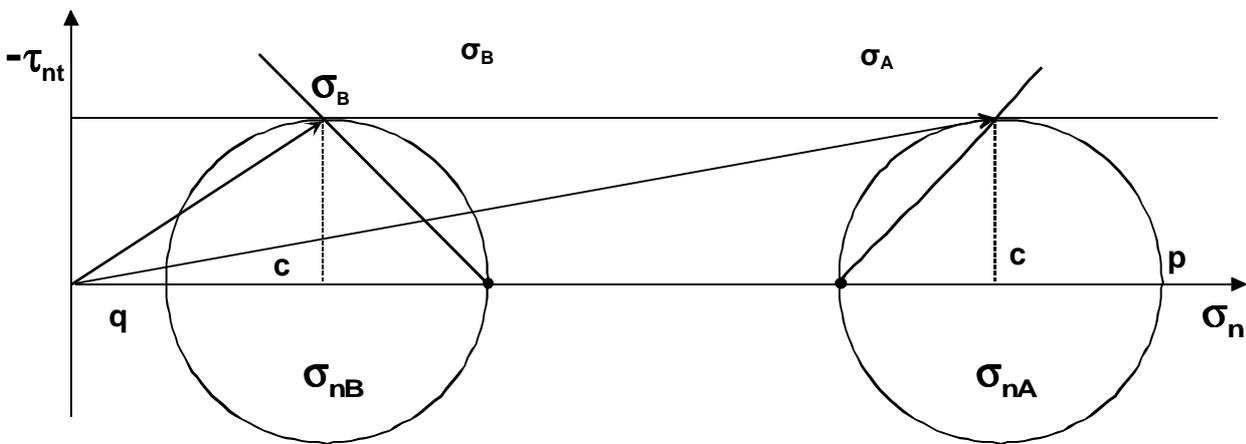


Figure 2.9 Contraintes dans le cas d'un sol purement cohérent.

2.4.2 Théorie de Terzaghi (1943)

- **Hypothèse de Terzaghi**

L'équation générale de la capacité portante développée par Terzaghi (1943) a été utilisée pendant une longue période et continue toujours à être utilisée par certains ingénieurs. Son développement est inspiré des études déjà établies par Rankine (1857) et Prandtl (1920). Le modèle bidimensionnel utilisé par Terzaghi (figure 2.8) se présentait en une semelle filante avec une largeur $2B$ et une profondeur d'ancrage de la base de la semelle par rapport à la surface du sol de D_f .

Terzaghi a également utilisé une semelle à base rugueuse et une semelle à base lisse, le bloc abc se déplace verticalement vers le bas, le bloc bcf caractérisé par la courbe spirale (cf) est considéré en état de rupture par cisaillement le long de cette courbe, et le bloc bfg est considéré être dans un état d'équilibre plastique de Rankine.

Terzaghi a supposé que le sol au dessus du niveau de la base de la semelle est remplacé par une surcharge $= \gamma D_f$.

La rupture a pu être analysée mathématiquement dans le cas d'un phénomène plan pour une semelle horizontale supportant une charge centrée et ancrée dans un milieu homogène présentant à la fois du frottement et de la cohésion et dont la surface libre est également horizontale.

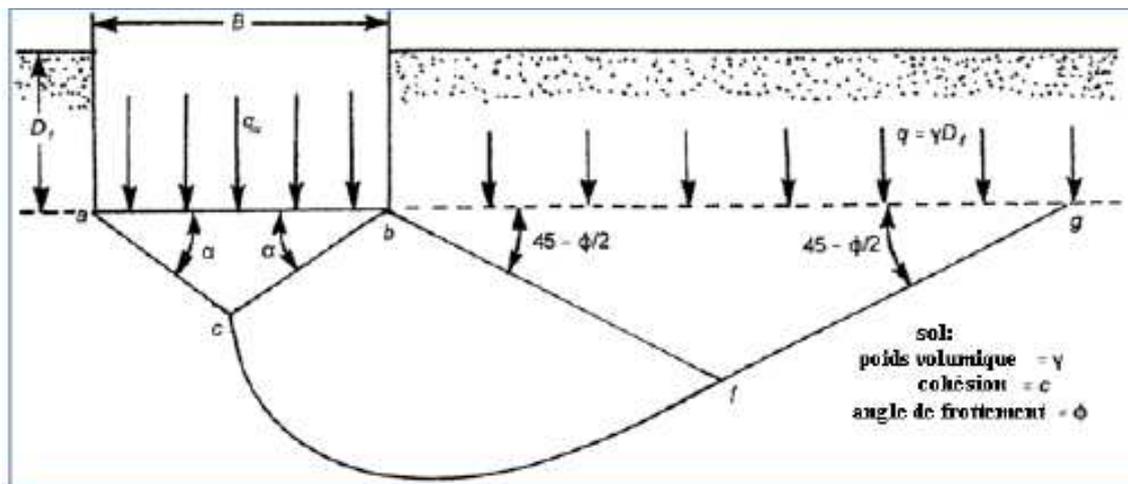


Figure 2.10 Modèle utilisé par Terzaghi pour la détermination des facteurs de portance.

C'est à partir de ces considérations que *Terzaghi (1948)* a émis l'hypothèse de la charge maximum que l'on peut appliquer sur une fondation à la surface d'un sol pouvait être obtenue en utilisant le principe de superposition, on considère donc un phénomène plan et on étudie la stabilité du seul milieu situé au dessous de la surface libre fictive constituée par le plan de fondation. Pour obtenir la résistance totale, on ajoute plusieurs systèmes en équilibre limite. Le massif défini plus haut est considéré comme pesant sans surcharge, puis comme non pesant mais chargé par les terres se trouvant de part et d'autre de la fondation ; enfin, si le milieu possède une cohésion, le théorème des états correspondants montre que cette dernière agit comme une surcharge hydrostatique. Ces trois éléments constituent respectivement les termes de surface, de profondeur et de cohésion de la résistance de sol à la rupture.

Donc, la résistance limite de la fondation ou capacité portante sera :

$$Q_u = Q_L = Q_\gamma + Q_q + Q_c \quad (2.4)$$

Ou :

Q_γ : résistance du sol pulvérulent sous le niveau de la semelle (Figure 2.11-a) avec γ_2 poids spécifique des terres sous le niveau de la semelle ;

Q_q : l'action des terres situées au-dessus du niveau des fondations qui sont supposées agir comme une surcharge $\gamma_1 D$ sur un milieu pulvérulent non pesant, (Figure 2.11-b), avec : γ_1 : poids spécifique des terres au-dessus du niveau de la semelle ;

Q_c : l'action de la cohésion, où charge de rupture (Figure 2.11-c).

Et la contrainte de rupture :

$$q_u = q_L = q_\gamma + q_q + q_c \quad \text{avec} \quad q_i = \frac{Q_i}{B}$$

Sokolovski a montré, en comparant les résultats obtenus par la méthode exacte d'une part et par la superposition des états de l'hypothèse de Terzaghi(1948), que l'erreur faite est cependant peu importante.

De cette hypothèse Terzaghi a donné sa célèbre formule de la capacité portante d'une fondation continue chargée d'une charge verticale et centrée :

$$Q_u = CN_c + \gamma DN_q + \frac{\gamma B}{2} N_\gamma \quad (2.5)$$

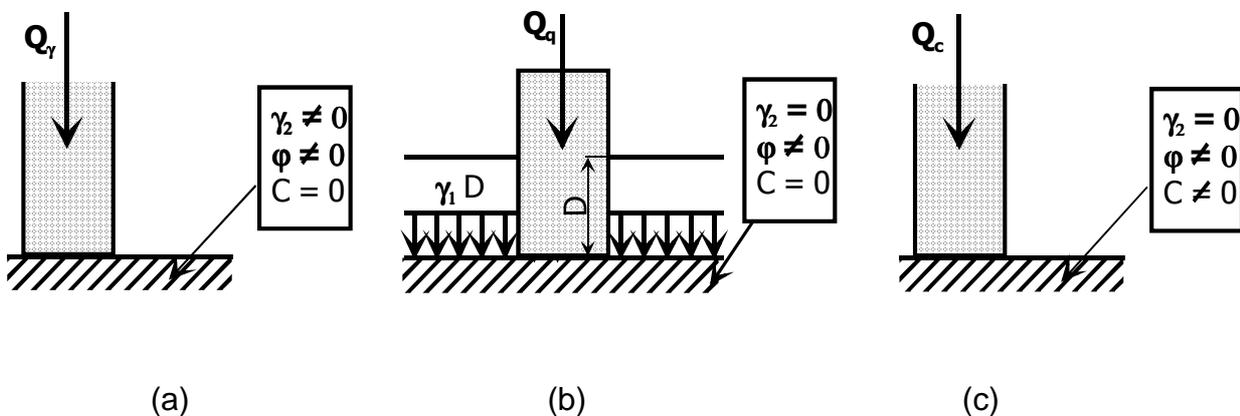


Figure 2.11. Principe de superposition.

c : cohésion du sol, γ : poids volumique.

D et B sont respectivement profondeur et largeur de la fondation.

N_c , N_q et N_γ : les facteurs de la capacité portante dépendent de l'angle de frottement (φ).

Le premier terme est appelé terme de cohésion (proportionnel à c).

Le second terme est appelé terme de profondeur (proportionnel à D).

Le troisième terme est appelé terme de surface (proportionnel à B).

De nombreux auteurs ont résolu le problème en faisant les hypothèses différentes sur la rugosité de la semelle et la forme de la zone en équilibre limite. Bien que les valeurs numériques soient parfois assez différentes, toutes ces études conduisent à la formule générale de *Terzaghi*.

Ainsi le problème de la capacité portante se réduit à la détermination des facteurs de la capacité portante N_c , N_q et N_γ . Après la proposition de cette approche, diverses études ont été faites pour l'évaluation de ces facteurs.

2.4.3 Détermination des facteurs de portance N_c , N_q et N_γ selon A. Caquot et J.Kérisel

Cette théorie suppose que la base de la fondation est rugueuse et que le frottement (sol fondation) empêche le cisaillement du sol adjacent de la base. L'état actif de Rankine donc n'est pas développé sous la fondation. Le sol situé immédiatement sous la fondation forme un coin solidaire de la fondation, reste en état d'équilibre élastique et qui poinçonne les couches sous-jacentes. Le déplacement du coin repousse le sol de chaque côté et fait naître deux zones symétriques de cisaillement, chacune comprenant deux régions : une région de cisaillement radial, directement au contact du coin et de la fondation ; au delà, une région de cisaillement à surfaces planes. S'agissant d'un frottement sol contre sol, le contact est parfaitement rugueux le long des parois OA et $O\hat{A}$ du coin qui agissent comme de véritables écrans de butée pour lesquels l'angle de frottement δ est égal à $(-\varphi)$. Par suite, la résultante P_P est inclinée de $(-\varphi)$ sur la normale à l'écran (on suppose, en outre, que la répartition des contraintes sur les parois OA et $O\hat{A}$ est uniforme, ce qui est compatible avec l'équilibre du coin $A\hat{A}O$). Le sol de la fondation dans l'autre côté du coin $A\hat{A}O$ est en équilibre

plastique avec une zone de cisaillement radial et une zone en état passif de Rankine (figure 2.12).

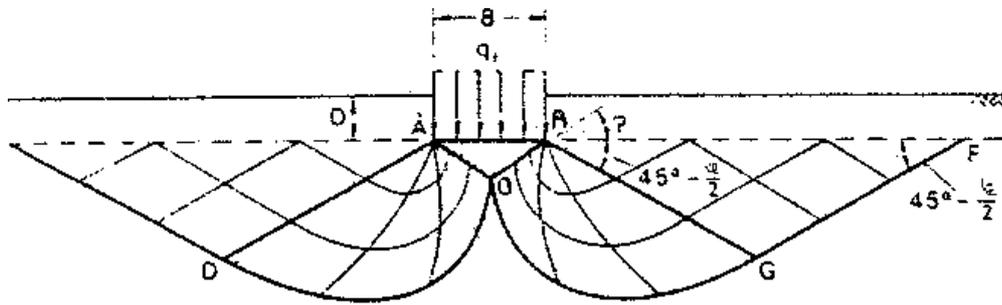


Figure 2.12 Mécanisme de rupture d'une semelle continue avec une base rugueuse.

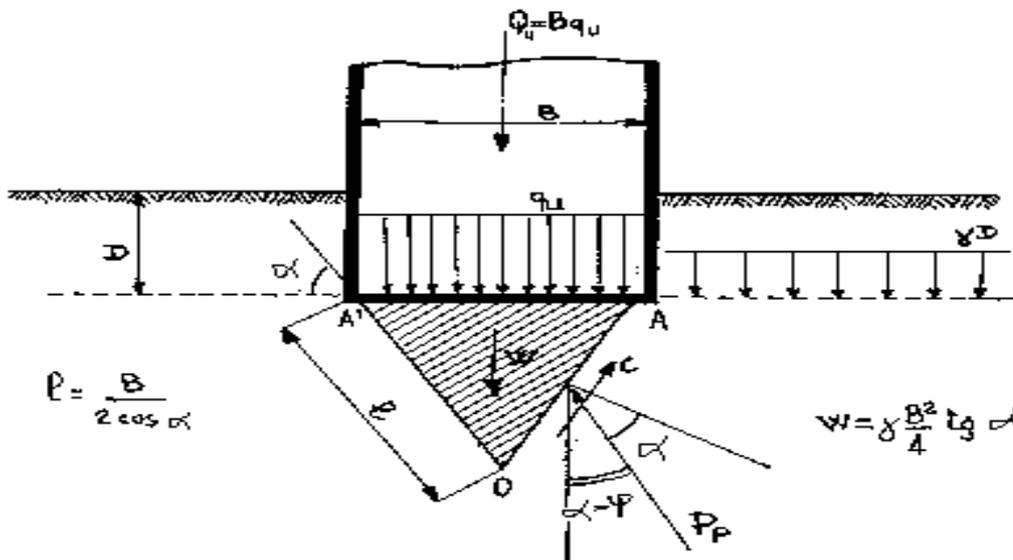


Figure 2.13 Equilibre des terres sous la fondation

a) Terme de profondeur

On s'occupe uniquement de l'influence du chargement périphérique provenant du poids du terrain encaissant sur la résistance du sol à la rupture ; on rappelle que l'on considère seulement un milieu non pesant, sans cohésion, semi infini et dont la surface libre supérieure est limitée par le plan horizontal passant par la base de la fondation ; ce milieu est donc caractérisé par son seul frottement ϕ .

Ce terme peut être calculé de façon rigoureuse à l'aide de la théorie de la butée en milieu non pesant purement pulvérulent. (Fig. 2.14).

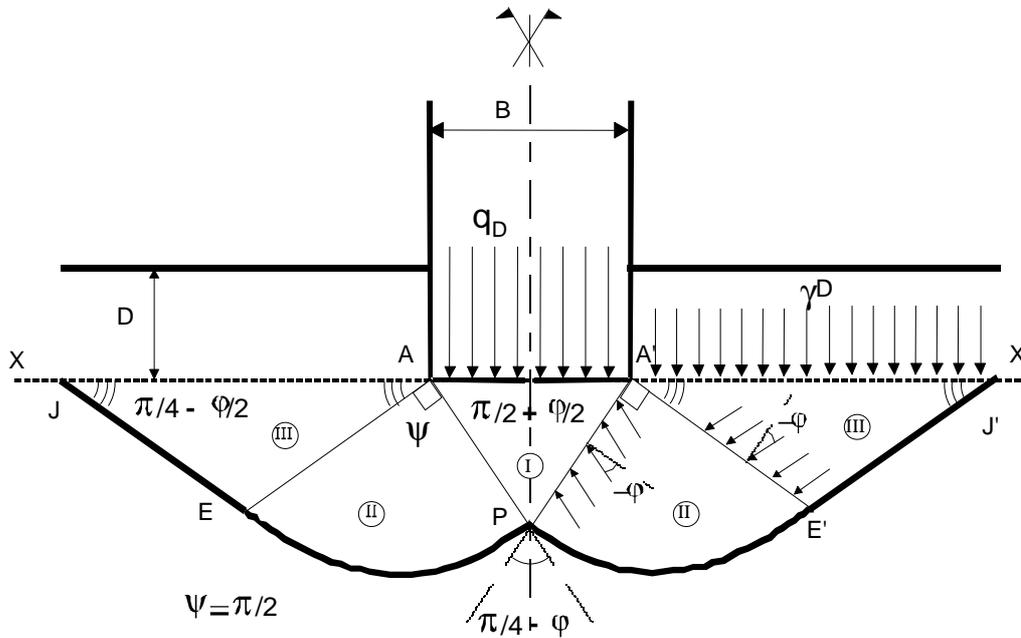


Figure 2.14 Fondation horizontale chargée verticalement.

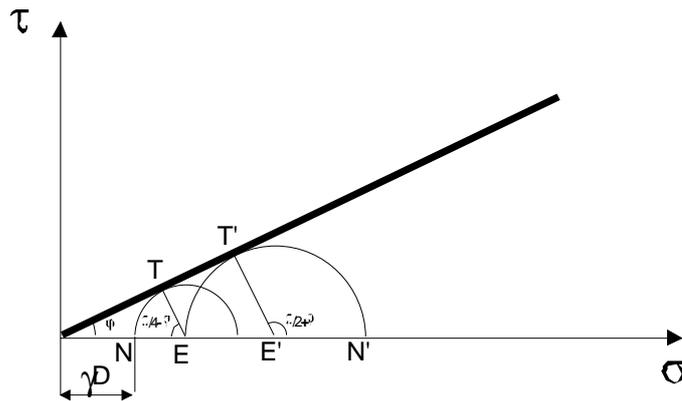


Figure 2.15 Schéma théorique pour le terme de profondeur
 Dans l'hypothèse où le poids des terres agit normalement au plan de fondation.

Sur la fig. 2.15, on indique le schéma théorique du phénomène et les contraintes dans la représentation de Mohr. XX' est la trace de la surface libre fictive sur plan de la fig. 2.14 et AA' est la surface chargée par la contrainte moyenne q_D qu'il s'agit de déterminer.

Cette dernière qui est une contrainte verticale, donc normale à la surface chargée, et par suite une contrainte principale ; à la rupture, elle détermine sous la fondation une zone I en équilibre de poussée de Rankine limitée par raison de symétrie par les deux

premiers plans de glissement (fig. 2.14) qui passent par les arêtes A et A' ; puisque la contrainte appliquée est normale, ils font avec la semelle un angle de $(\pi / 4 + \varphi / 2)$.

De part et d'autre de la semelle, la surface libre fictive est également chargée normalement par la contrainte γD , apportée par les terres situées au-dessus ; le poids spécifique de ces derniers est γ et leur épaisseur est égale à la profondeur D du niveau de fondation. Sous cette surface chargée, on a donc deux zones III en équilibre de butée de Rankine et limitées par des plans faisant avec la surface libre un angle égale a $(\pi / 4 - \varphi / 2)$.

Entre les zones d'équilibre de Rankine I et III, se trouvent les deux zones II correspondant aux deux dièdres PAE et PA'E' dont l'angle au sommet ψ est droit. Dans ces deux zones II, la contrainte fait l'angle limite $(-\varphi)$ avec le rayon vecteur passant par les arrêts A et A' (on suppose, en outre, que la répartition des contraintes sur les parois PA et PA' est uniforme, ce qui est compatible avec l'équilibre du coin AA'P); par suite le milieu se trouve en équilibre général ou équilibre de la spirale logarithmique.

Les zones I, II et III sont représentées sur le schéma théorique donné sur la figure 2.15.

L'équilibre du secteur PA'E', se traduit par la nullité, en A', des moments des efforts appliqués.

$$\text{De plus on a :} \quad A'E' = A'P' e^{\theta \operatorname{tg} \varphi}$$

$$\text{Donc} \quad \sigma_{A'P} = \sigma_{A'E'} e^{2\theta \operatorname{tg} \varphi}$$

$$\text{Mais} \quad \sigma_{A'E'} = \gamma D \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$\text{Donc} \quad \sigma_{A'P} = \gamma D \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{(3\pi/2 - 2\alpha + \varphi) \operatorname{tg} \varphi}$$

Le problème posé étant totalement symétrique par rapport à la verticale passant par P, on en déduit qu'il existe sur AP une contrainte σ_{AP} telle que :

$$\sigma_{AP} = \sigma_{A'P}$$

L'équilibre du coin AA'P, implique en projection verticale :

$$F_{\text{lim}} = 2\sigma_{A'P} \cos(\alpha - \varphi) AA' / 2 \cos\alpha$$

$$F_{\text{lim}} = B \sigma_{A1} \cos(\alpha - \varphi) / \cos\alpha \quad \text{avec} \quad AA' = B$$

Si l'on note $P_{lim} = F_{lim}/B = q_D$

Alors :

$$P_{lim} = \gamma D \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{(3\pi/2 - 2\alpha + \varphi) \operatorname{tg}\varphi} \cos(\alpha - \varphi) / \cos\alpha \quad .$$

Biarez admet que la valeur à retenir est celle qui correspond à un angle α conduisant au minimum de P_{lim} .

$$dP_{lim}/d\alpha = [\gamma D \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{(3\pi/2 - 2\alpha + \varphi) \operatorname{tg}\varphi}] \times [-2 \operatorname{tg}\varphi (\cos\varphi + \operatorname{tg}\alpha \sin\varphi) + (1 + \operatorname{tg}^2\alpha) \sin\varphi]$$

$$dP_{lim}/d\alpha = 0 \Rightarrow (1 + \operatorname{tg}^2\alpha) \sin\varphi = 2 \operatorname{tg}\varphi (\cos\varphi + \operatorname{tg}\alpha \sin\varphi)$$

$$\text{soit: } \operatorname{tg}^2\alpha - 2\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\varphi - 1 = 0$$

Qui admet pour solutions : $\operatorname{tg}\alpha \pm 1 / \cos\varphi = (\sin\varphi \pm 1) / \cos\varphi$

La seule solution positive ($0 < \alpha < \pi/2$) est donc :

$$\operatorname{tg}\alpha = (\sin\varphi + 1) / \cos\varphi = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Par conséquent: $\alpha = \pi/4 + \varphi/2$

$$\text{Et } P_{lim} = \gamma D \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) [e^{(3\pi/2 - \pi/2 - \varphi + \varphi) \operatorname{tg}\varphi}] \cos(\pi/4 - \varphi/2) / \cos(\pi/4 + \varphi/2)$$

$$\text{Or } \cos(\pi/4 - \varphi/2) = \sin(\pi/4 + \varphi/2)$$

$$\text{Donc } P_{lim} = q_D = \gamma D \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \operatorname{tg}\varphi}$$

On obtient : $q_D = \gamma D N_q$

$$\text{Avec } N_q = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \operatorname{tg}\varphi}$$

b) Terme de surface.

Ce terme est bien fonction de la largeur B de la semelle, d'après l'observation du phénomène, le coin qui s'est formé sous la semelle refoule le sol de part et d'autre. Mais l'action de ce coin est connue, sa configuration exacte ne l'est pas d'où des discussions à ce sujet et la nécessité d'une hypothèse supplémentaire. Les faces latérales ne sont pas rigoureusement planes, mais un peu courbées.

Caquot et Kerisel ont admis que le coin solidaire de la semelle est limité latéralement par des plans faisant un angle de $(\pi/4 + \varphi/2)$ avec la semelle ; sa section est isocèle par raison de symétrie et l'angle du sommet inférieur est, par conséquent, égal à $(\pi/4 - \varphi/2)$. Cette hypothèse qui concorde à peu près avec les observations faites, a l'avantage d'être homogène avec le schéma théorique du terme de profondeur ; le coin du milieu considéré comme pesant coïncide ainsi avec la zone I du milieu non pesant en équilibre de poussée de Rankine.

Dans ces conditions, la résistance du sol est égale à la composante verticale de l'effort de butée exercée par le sol sur les deux faces latérales du coin. La résistance à la rupture du sol Q_γ par unité de longueur, sous une semelle de longueur infinie et de largeur B est :

$$Q_\gamma = 2[1/2K_p\gamma (AP)^2\cos\eta]$$

γ : est le poids spécifique du sol.

K_p : est le coefficient de butée qui pour un milieu possédant le frottement φ , est fonction de :

- l'inclinaison de la réaction, par rapport à la normale à l'écran, ici $(-\varphi)$.
- Celle de la surface libre, qui est nulle puisque cette dernière est horizontale dans le cas présent.
- Celle de l'écran par rapport à la verticale, ici $-(\pi/4 + \varphi/2)$.
- Sa valeur se trouve dans les tables de butée et de poussée de Caquot, Kerisel et Absi.

La résistance unitaire est donc :

$$q_\gamma = Q_\gamma / B = \gamma B/2 [K_p \cos(\pi/4 - \varphi/2) / 2\cos^2(\pi/4 + \varphi/2)].$$

Cependant cette résistance s'oppose en fait à l'ensemble formé par la semelle chargée et par le coin ; pour obtenir la capacité portante réelle, il convient de soustraire de Q_γ le poids du coin solidaire de la semelle dont la valeur est donc :

$$(\gamma B^2/4)\text{tg}(\pi/4 + \varphi/2) .$$

Cette correction n'a d'importance que pour les milieux à faible frottement interne.

Finalement la résistance unitaire est, en appelant N_γ le coefficient du terme de surface :

$$q_\gamma = \gamma B/2 N_\gamma$$

avec

$$N_\gamma = K_p \cos(\pi/4 - \varphi/2) / 2\cos^2(\pi/4 + \varphi/2) - 1/2 [\operatorname{tg}(\pi/4 + \varphi/2)]$$

c) Terme de cohésion.

Si un milieu présente une cohésion c , le théorème des états correspondants permet de passer du milieu présentant à la fois du frottement et de la cohésion, à un milieu pulvérulent correspondant de même angle de frottement interne, en ajoutant aux forces agissant sur le milieu, une contrainte hydrostatique égale à $c / \operatorname{tg}\varphi$.

Sur la surface libre, cette contrainte s'oppose au frottement du sol. Elle agit alors de façon identique à une surcharge verticale et le supplément de résistance ainsi fourni a été indiqué au début du paragraphe précédent.

Par contre sous la fondation cette contrainte $c / \operatorname{tg}\varphi$ s'ajoute à l'effort exercé par la semelle ; par suite dans le calcul de la résistance, il convient de la soustraire.

$$q_c = [c / \operatorname{tg}\varphi] N_q - c / \operatorname{tg}\varphi = c / \operatorname{tg}\varphi [N_q - 1]$$

Le coefficient multiplicateur de la cohésion est par analogie :

$$N_c = [N_q - 1] / \operatorname{tg}\varphi$$

Tableau.2.1 : Valeurs des coefficients de capacité portante N_y , N_q , N_c en fonction de φ

φ	TERZAGHI			MEYERHOF			HANSEN		
	N_c	N_q	N_y	N_c	N_q	N_y	N_c	N_q	N_y
0	5.70	1.00	0.00	5.14	1.00	0.00	5.10	1.00	0.00
2	6.30	1.22	0.18	5.63	1.20	0.01	5.63	1.20	0.01
4	6.97	1.49	0.38	6.19	1.43	0.04	6.19	1.43	0.05
6	7.73	1.81	0.62	6.81	1.72	0.11	6.81	1.72	0.11
8	8.60	2.21	0.91	7.53	2.06	0.21	7.53	2.06	0.22
10	9.61	2.69	1.25	8.34	2.47	0.37	8.34	2.47	0.39
12	10.76	3.29	1.70	9.28	2.97	0.60	9.28	2.97	0.63
14	12.11	4.02	2.23	10.37	3.59	0.92	10.37	3.59	0.97
16	13.68	4.92	2.94	11.63	4.34	1.37	11.63	4.34	1.43
18	15.52	6.04	3.87	13.10	5.26	2.00	13.10	5.26	2.08
20	11.69	7.44	4.97	14.83	6.40	3.87	14.83	6.40	2.95
22	20.27	9.19	6.91	16.88	7.82	4.07	16.88	7.82	4.13
24	23.36	11.40	8.85	19.32	9.60	5.72	19.32	9.60	5.75
26	27.09	14.21	11.35	22.25	11.85	8	22.25	11.85	7.94
28	31.61	17.81	15.15	25.80	14.72	11.19	25.80	14.72	10.94
30	37.16	22.46	19.73	30.14	18.40	15.67	30.14	18.40	15.07
32	44.04	28.52	27.49	35.49	23.18	22.02	35.49	23.18	20.79
34	52.64	36.51	36.96	42.16	29.44	31.15	42.16	29.44	28.77
36	63.53	47.16	51.70	50.59	37.75	44.43	50.59	37.75	40.05
38	77.50	61.55	73.47	61.35	48.93	64.08	61.35	48.93	56.18
40	95.67	81.27	100.39	75.32	64.20	93.69	75.32	64.20	79.54
42	119.67	108.75	165.69	93.71	85.38	139.32	93.71	85.38	113.96
44	151.95	147.74	248.29	118.37	115.31	211.41	118.37	115.31	165.58
46	196.22	204.20	426.96	152.10	158.51	329.74	152.10	158.51	244.65
48	258.29	287.86	742.61	199.27	222.31	526.47	199.27	222.31	368.68
50	347.52	415.16	1153.15	266.89	319.07	873.89	266.89	319.07	568.59

2.4.4 Méthodes de Meyerhof.

Meyerhof (1963) explique que la portance des semelles filantes est calculée en suivant la forme générale décrite par Terzaghi, avec des expressions établies par Prandtl (1920) pour N_c , Reissner (1924) pour N_q et par lui-même Meyerhof (1961)

pour une valeur approchée de N_γ , ces coefficients ne tenant pas compte de la résistance au cisaillement dans le sol situé au dessus de la base de la fondation

Les expressions des facteurs de cohésion, profondeur, et de surface s'expriment par :

- En 1951, Meyerhof a publié une théorie de la capacité portante qui pourrait être appliquée à la semelle superficielle rigide et profonde. La surface de rupture, à la charge ultime, sous une fondation superficielle continue assumée par Meyerhof est montrée dans figure 2.16.

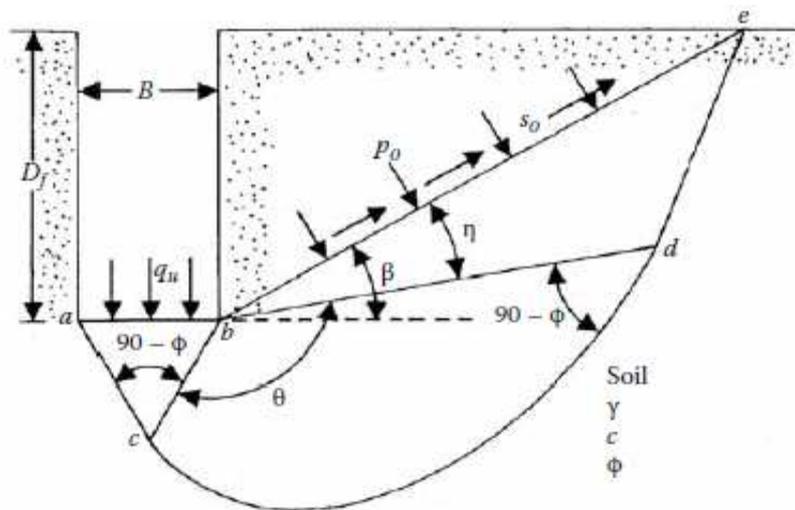


Figure 2.16 Champs de ligne glissement pour une fondation rugueuse continue.

- $N_c = (N_q - 1) \cot \phi$
- $N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2(\pi/4 + \phi/2)$ (2.6)
- $N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1,4\phi)$

Pour les semelles circulaires et rectangulaires de cotés B et L , des facteurs partiels ont été proposés, à l'initiative de Skempton (1951) pour les argiles, par interpolation entre le cas des semelles filantes et celui des semelles circulaires :

- $s_c = 1 + 0,2 \frac{B}{L} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$
- $s_q = s_\gamma = 1$ si $\phi = 0$
- $s_q = s_\gamma = 1 + 0,1 \frac{B}{L} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$ si $\phi > 10$ degrés

Pour les fondations rectangulaires, une interpolation est aussi proposée pour corriger la valeur de l'angle de frottement interne, plus forte de 10% dans les ruptures en déformations planes φ_p que dans les essais triaxiaux (φ_t) :

$$\varphi = \varphi_p = \left(1,1 - 0,1 \frac{B}{L}\right) \varphi_t$$

Pour tenir compte de la résistance du sol au dessus de la base de la fondation, on utilise d'autres facteurs partiels :

$$d_c = 1 + 0.2 (B/L) \tan^2(\pi/4 + \varphi/2)$$

$$d_q = d_v = 1 \quad \text{si } \varphi = 0$$

$$d_q = d_v = 1 + 0.1(B/L) \tan^2(\pi/4 + \varphi/2) \quad \text{si } \varphi > 10 \text{ degrés}$$

Meyerhof indique aussi que, pour les charges excentrées, la pratique consistant à faire le calcul de portance sur une semelle filante de largeur B' réduite :

$$B' = B - 2e$$

Semble trop sévère par comparaison avec les résultats d'essais. Les observations sont intermédiaires entre ces valeurs et celles déduites d'une répartition triangulaire des pressions sous la semelle (Brinch Hansan, 1955). Toutefois, en cas de double excentrement, la réduction de la longueur et de la largeur de deux fois les excentrements correspondants est jugée suffisante.

Pour les charges inclinées, les travaux de Meyerhof (1953) ont défini des coefficients réducteurs égaux à :

$$i_c = i_q = \left(1 - \frac{\delta}{90}\right)^2 \quad \text{et} \quad i_v = \left(1 - \frac{\delta}{\varphi}\right)^2$$

Meyerhof attire l'attention du lecteur sur la liaison entre la résistance et le déplacement : sous une charge inclinée et excentrée, une fondation superficielle peut se déplacer horizontalement de s à 20% de la largeur de la fondation, et tourner de 1 à 5 degrés, selon la densité ou rigidité du sol et la profondeur d'encastrement de la fondation. Ces déplacements sont nécessaires pour mobiliser la résistance du sol et peuvent avoir une influence importante sur les structures qu'il porte. Pour limiter les déplacements des fondations, il faut les élargir ou les encastrent plus profondément. D'autre part, si la rigidité de la fondation est faible par rapport à celle du sol, il faut utiliser une approche différente, par exemple avec des coefficients de réaction.

Table 2.2 Variation de la N_c , N_q et N_γ selon Meyerhof.

ϕ	N_c	N_q	N_γ	ϕ	N_c	N_q	N_γ	ϕ	N_c	N_q	N_γ
0	5.14	1.00	0.00	17	12.34	4.77	1.66	34	42.16	29.44	31.15
1	5.38	1.09	0.002	18	13.10	5.26	2.00	35	46.12	33.30	37.15
2	5.63	1.20	0.01	19	13.93	5.80	2.40	36	50.59	37.75	44.43
3	5.90	1.31	0.02	20	14.83	6.40	2.87	37	55.63	42.92	53.27
4	6.19	1.43	0.04	21	15.82	7.07	3.42	38	61.35	48.93	64.07
5	6.49	1.57	0.07	22	16.88	7.82	4.07	39	67.87	55.96	77.33
6	6.81	1.72	0.11	23	18.05	8.66	4.82	40	75.31	64.20	93.69
7	7.16	1.88	0.15	24	19.32	9.60	5.72	41	83.86	73.90	113.99
8	7.53	2.06	0.21	25	20.72	10.66	6.77	42	93.71	85.38	139.32
9	7.92	2.25	0.28	26	22.25	11.85	8.00	43	105.11	99.02	171.14
10	8.35	2.47	0.37	27	23.94	13.20	9.46	44	118.37	115.31	211.41
11	8.80	2.71	0.47	28	25.80	14.72	11.19	45	133.88	134.88	262.74
12	9.28	2.97	0.60	29	27.86	16.44	13.24	46	152.10	158.51	328.73
13	9.81	3.26	0.74	30	30.14	18.40	15.67	47	173.64	187.21	414.32
14	10.37	3.59	0.92	31	32.67	20.63	18.56	48	199.26	222.31	526.44
15	10.98	3.94	1.13	32	35.49	23.18	22.02	49	229.93	265.51	674.91
16	11.63	4.34	1.38	33	38.64	26.09	26.17	50	266.89	319.07	873.84

4.4.5 Facteurs de portance d'après Hansen Brinch (1970).

Pour le calcul de la force portante des fondations superficielles, Hansen Brinch a utilisé la même équation de base que celle de Terzaghi, excepté que la largeur de la fondation a été prise égale à B au lieu de 2B.

$$q_\mu = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma$$

Les trois facteurs de portance ont pour expressions :

$$\bullet N_c = (N_q - 1) \cot \phi \quad (2.7)$$

$$\bullet N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2(\pi/4 + \phi/2) \quad (2.8)$$

$$\bullet N_\gamma = 1,5(N_q - 1) \tan \phi \quad (2.9)$$

Dont le dernier est une borne inférieure calculée par lundgren et Christensen En 1961, Brinch Hansen (1961) proposait une expression différente :

$$N_\gamma = 1,8(N_q - 1) \tan \phi \quad (2.10)$$

Intermédiaire entre la borne inférieure précédente et la solution de Meyerhof (1951). Le statut de cette expression n'est pas clair. Brinch Hansen (1961) indique que ce n'est qu'une borne inférieure parce qu'elle n'est que statiquement admissible.

Les facteurs de la capacité portante établis par Hansen pour une semelle filante sont présentés dans la Figure 2.17 et tabulés selon le tableau 2.3.

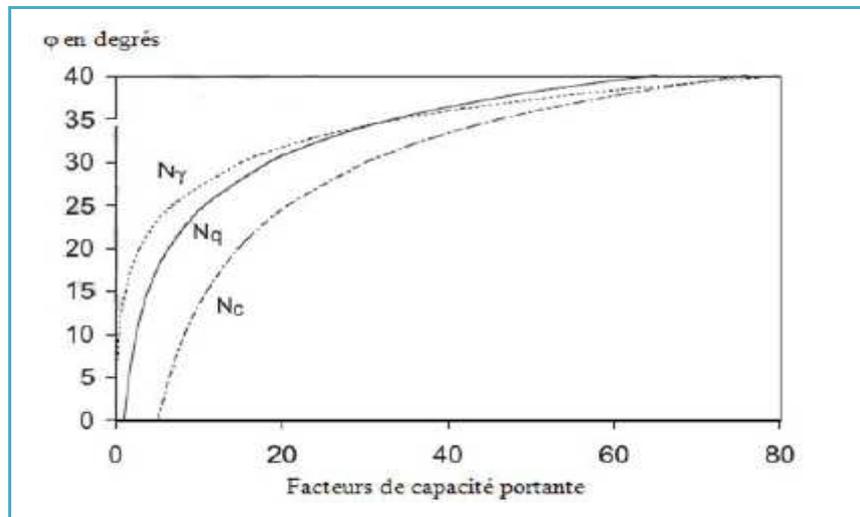


Figure 2.17: Facteurs de capacité portante de Hansen (1970).

A part l'excentrement des charges, qui est pris en compte en calculant la portance sur la surface effective de la fondation, tous les autres écarts par rapport au cas de la semelle filante sous charge verticale centrée sont décrits aux moyens de coefficients correcteurs établis séparément et dont l'usage simultané constitue naturellement une approximation.

Tableau 2.3 : Facteurs de capacité portante de Hansen (1970).

ϕ (degrees)	N_q	N_c	N_γ
0	1.0	1.5	0.0
5	1.6	6.5	0.1
10	2.5	8.3	0.4
15	3.9	11.0	1.2
20	6.4	14.8	2.9
25	10.7	20.7	6.8
30	18.4	30.1	15.1
31	20.6	32.7	17.7
32	23.2	35.5	20.8
33	26.1	38.6	24.4
34	29.4	42.2	28.8
35	33.3	46.1	33.9
36	37.8	50.6	40.1
37	42.9	55.6	47.4
38	48.9	61.4	56.2
39	56.0	67.9	66.8
40	64.2	75.3	79.5
42	85.4	93.7	114.0
44	115.3	118.4	165.6
46	158.5	152.1	244.6
48	222.3	199.3	368.7
50	319.1	266.9	568.6

4.4.6 Méthodes de Vesic (1973).

Vesic (1973) présente un panorama complémentaire du développement de l'analyse de la capacité portante des fondations superficielles. Il rappelle que l'histoire des premiers travaux sur le sujet, commençant à Rankine en 1857, a été décrite dans le premier traité de mécanique des sols de Terzaghi (1925, chapitre 24). Il propose des coefficients correcteurs appliqués à chacun des termes de la formule (2.5). Il évoque aussi l'effet de la compressibilité du sol et de la dimension de la fondation. La

diminution de la résistance du sol lorsque la taille de la fondation augmente semble provenir de trois causes :

- L'enveloppe des cercle de Mohr n'est pas une droite ;
- La rupture se développe progressivement sur la surface de rupture ;
- Il existe des zones de plus faible résistance dans tous les sols naturels.

4.4.7 Facteurs des formes.

Le calcul des semelles isolées est un problème à trois dimensions que l'on ne sait pas traiter, à l'heure actuelle de manière théorique satisfaisante, sauf en ce qui concerne les semelles circulaires, en raison de la symétrie de révolution qu'elles présentent. D'où, on utilise la formule donnant la capacité portante de la semelle filante, en affectant chacun des trois facteurs de capacité portante de coefficients correcteurs, choisis de manière empirique, au vu des résultats d'essais de laboratoire et des constatations faites sur la capacité portante des semelles réelles.

Terzaghi, le premier, avait proposé initialement les relations suivantes, dans le cas d'une semelle circulaire de diamètre R et d'une semelle carrée de coté B :

$$\text{Semelle circulaire} \quad q_u = 0,6 \cdot \gamma \cdot \frac{B}{2} \cdot N_\gamma + \gamma \cdot D \cdot N_q + 1,3 \cdot C \cdot N_c$$

$$\text{Semelle carrée} \quad q_u = 0,8 \cdot \gamma \cdot \frac{B}{2} \cdot N_\gamma + \gamma \cdot D \cdot N_q + 1,2 \cdot C \cdot N_c$$

Des études plus récentes ont montré qu'il n'y avait pas de différence significative entre la capacité portante des semelles carrées et celle des semelles circulaires.

D'un autre coté, certains auteurs comme :

Skempton, estime que le coefficient correcteur de N_c est légèrement inférieur à 1,3.

Brinch Hansen et Schultze appliqueraient, eux un coefficient correcteur supérieur à 1 au facteur N_q .

Ces quelques divergences ne sont pas étonnantes, d'autant plus que l'angle de frottement interne φ doit avoir une légère influence

On va présenter ci-dessous des valeurs des coefficients correcteurs proposés par quelques auteurs :

Tableau 2.4 : Coefficients de forme proposés par Terzaghi [1943]

Type de fondation	Rectangulaires	Carrées	Circulaires
S_y	$1 - 0,2 \cdot \frac{B}{L}$	0,8	0,6
S_c	$1 + 0,2 \cdot \frac{B}{L}$	1,2	1,3
S_q	1	1	1

Tableau 2.5 : Coefficients de forme proposés par Meyerhof [1963].

Forme	Facteurs	$\varphi = 0^\circ$	$\varphi \geq 10^\circ$
Rectangulaire	S_y	1	$1 + 0,1 \cdot K_p \cdot (B / L)$
	S_c	$1 + 0,2 \cdot K_p \cdot (B / L)$	$1 + 0,2 \cdot K_p \cdot (B / L)$
	S_q	1	$1 + 0,1 \cdot K_p \cdot (B / L)$
Carrée	S_y	1	$1 + 0,1 \cdot K_p$
	S_c	$1 + 0,2 \cdot K_p$	$1 + 0,2 \cdot K_p$
	S_q	1	$1 + 0,1 \cdot K_p$

Avec :

$$k_p = \tan^2(45 + \varphi/2)$$

Tableau 2.6 : Coefficients de forme proposés par Brinch Hansen [1970].

	Carrées	Rectangulaires
S_y	$1 - \left(0,1 + \frac{\text{tg}^6 \varphi}{2}\right)$	$1 - \left(0,1 + \frac{\text{tg}^6 \varphi}{2}\right) \cdot \frac{B}{L}$
S_c	$1 - (0,2 + \text{tg}^6 \varphi)$	$1 - (0,2 + \text{tg}^6 \varphi) \cdot \frac{B}{L}$

Tableau 2.7 : Coefficients de forme proposés par Vesic [1973].

	Circulaires	Rectangulaires
S_y	0,6	$1 - 0,4 \cdot \left(\frac{B}{L}\right)$
S_c	$1 + \frac{N_q}{N_c}$	$1 + \left(\frac{B}{L}\right) \cdot \left(\frac{N_q}{N_c}\right)$
S_q	$1 + \text{tg } \varphi$	$1 + \left(\frac{B}{L}\right) \cdot \text{tg } \varphi$

Tableau 2.8 : Coefficients de forme proposés par Lancellotta [1995].

	Carrées (B /L=1)	Rectangulaires
S_y	0,7	$1 + 0,3 \cdot \frac{B}{L}$
S_c	1,2	$1 + 0,2 \cdot \frac{B}{L}$

Seules, l'accumulation de résultats expérimentaux et leur interprétation permettent de faire un choix entre ces diverses formules qui sont heureusement assez proches les unes des autres.

2.5 Fondation sur un milieu hétérogène.

Toute la théorie de la capacité portante a été établie pour une fondation reposant sur un milieu homogène semi infini, du moins en dessous de la surface horizontale passant par la base de la fondation. Or, dans la nature, de tels milieux n'existent pas du fait de leur origine géologique.

Tout au plus peut on considérer qu'une couche satisfait à peu près à cette condition, si son épaisseur dépasse deux à quatre fois la largeur de la fondation ? En effet, cette épaisseur minimale est fonction des différences de qualité entre les couches superficielles et les formations sous jacentes.

Mais bien souvent, même avec cette tolérance, directement sous un ouvrage on ne rencontre pas une couche d'assise uniforme. La structure du terrain comporte bien souvent des couches diverses en nature et comportement. Leur disposition est tantôt variable, tantôt ordonnée ; dans ce dernier cas, on a le plus souvent affaire à des sols stratifiés à peu près horizontalement.

Dans ce cas, on inclura également les sols stratifiés dans une direction non horizontale.

Lorsqu'on a affaire à une telle structure, si on adoptait une profondeur de fondation constante par rapport à la base de l'ouvrage à construire, les fondations reposeraient sur des matériaux dont le comportement pourrait être extrêmement variable. Les couches les plus raides risqueraient de créer des points durs qui ne se déformeraient pratiquement pas, tandis que sur les couches compressibles, se produiraient des tassements importants ; on aurait donc des tassements différentiels qui provoqueraient certainement des fissures et peut être même la ruine de l'ouvrage.

Pour éviter de tels désordres il convient de faire reposer un ouvrage entièrement sur la même couche géologique ou du moins sur la même structure géologique. Cette recommandation peut conduire à une variation du niveau de fondation sous un même ouvrage : si, par exemple, une couche de bonne qualité s'abaisse plus ou moins régulièrement dans l'emprise du bâtiment à construire, toutes les fondations de cet ouvrage devront l'atteindre.

Cette règle est absolue lorsqu'on a des couches très différentes. Ainsi, quand on se trouve en présence d'un socle calcaire plus ou moins érodé recouvert par du limon, si une partie de la base de l'ouvrage à construire atteint le calcaire, le bâtiment tout entier doit reposer sur le socle.

Cependant, lorsqu'on a affaire à des couches de comportement pas trop différent et à des ouvrages peu importants et déformables, il est parfois possible de se contenter d'une assise hétérogène ; mais, il s'agit alors de cas particuliers pour lesquels des dénivellations d'appui et de légers désordres peuvent être sans gravité (par exemple des hangars en charpente métallique).

2.5.1 Différents types de disposition des couches.

Heureusement, par suite des conditions géologiques de dépôt, on rencontre le plus souvent des structures à peu près horizontales. Alors, la stratification est perpendiculaire à l'effort vertical auquel on a généralement affaire, et l'on peut aborder leur étude.

2.5.2 Cas où la qualité des matériaux s'améliore avec la profondeur.

Souvent, la qualité des formations géologiques s'améliore avec la profondeur ou du moins ne diminue pas. Alors, les calculs exécutés avec les caractéristiques mécaniques de la première couche rencontrée sont du côté de la sécurité.

2.5.3 Cas où la qualité des couches diminue avec la profondeur.

On risque d'avoir des problèmes lorsque les formations géologiques profondes sont moins bonnes que le terrain de surface ; de telles structures de sol sont à l'origine de bien des désordres.

Si la structure géologique dans laquelle les couches profondes est seulement un peu moins bonne que la couche d'assise supérieure, on utilise alors une méthode d'étude basée sur la répartition des contraintes en profondeur.

Lorsqu'on a affaire à une telle structure géologique, on opère par approximations successives. On commence par déterminer la largeur de la semelle en tenant uniquement compte des caractéristiques mécaniques de la couche d'assise ; puis on calcule la répartition des contraintes suivant l'axe de la fondation, de la même façon que pour une étude de tassement. Ensuite, on compare la pression apportée par la fondation à la contrainte limite sur chaque couche médiocre rencontrée. Si le coefficient de sécurité s'avère insuffisant pour une des couches, on augmente la largeur de la semelle de façon à diminuer la contrainte moyenne. On opère jusqu'à ce que l'on obtienne une sécurité suffisante pour chacune des couches en question.

Cependant, cette détermination des contraintes en profondeur par le calcul est fastidieuse ; en outre, en tout état de cause les résultats qui sont basés sur l'élasticité sont seulement approchés. Par suite, on peut le plus souvent se contenter de l'approximation suivante : on admet que la surcharge se diffuse à une profondeur approximativement suivant un angle d'environ 30° par rapport à la verticale figure 2.18, si l'on a affaire à une semelle filante, la largeur de la semelle fictive B_b au niveau de la couche la plus faible située à la profondeur H est : $B_b = B + 2H \tan \epsilon$.

On vérifie alors que cette nouvelle semelle fictive peut supporter la charge apportée par la construction augmentée du poids de l'épaisseur de la couche interposée entre la semelle et la couche médiocre.

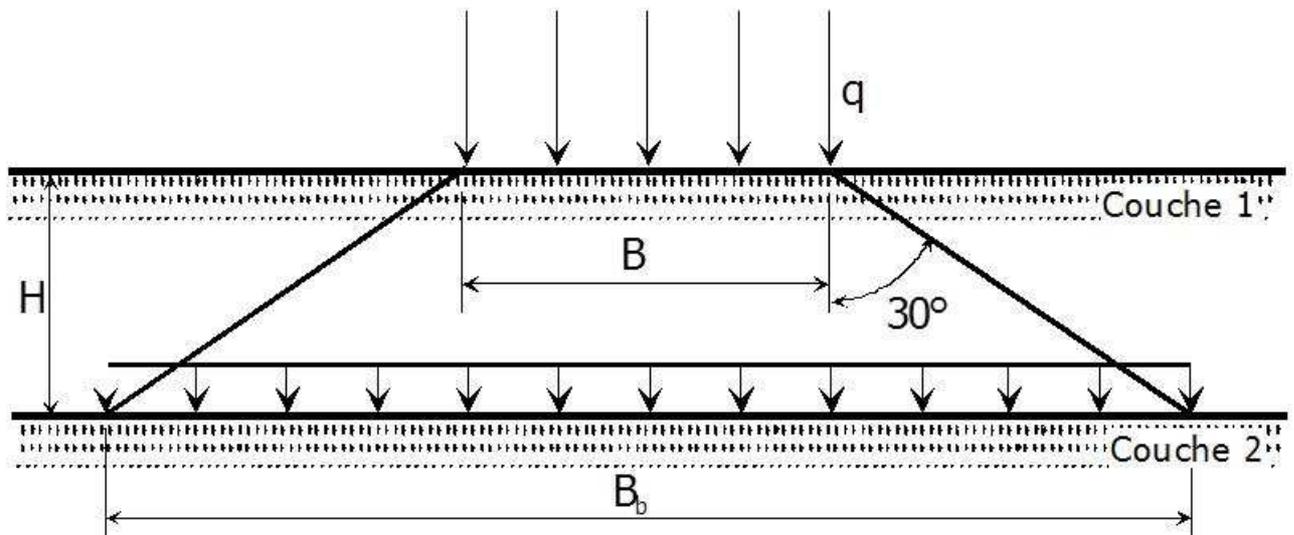


Figure 2.18 Diffusion des contraintes.

2.5.4 Cas particulier d'une couche sableuse peu épaisse reposant sur de l'argile molle.

La méthode précédemment indiquée n'est pas valable, lorsque la couche résistante superficielle est peu épaisse et que la couche sous jacente est très molle. Cette structure géologique, qui est souvent rencontrée le long des côtes et des rives des fleuves, est particulièrement dangereuse parce qu'au niveau de la fondation, on aperçoit seulement le sable qui constitue généralement une bonne assise.

Lorsque l'épaisseur de sable est relativement faible par rapport à la largeur de la fondation, la rupture présente une allure spéciale : au lieu de voir apparaître sous la semelle un coin qui refoule le sol de part et d'autre, on observe que la fraction de la couche sableuse située entre la fondation et l'argile molle est découpée à l'emporte pièce et refoulée dans cette argile.

Tcheng (1956) a étudié ce problème sur modèle utilisant de la graisse comme milieu image de l'argile molle. A la suite de cette expérimentation et de considérations théoriques, il est arrivé aux conclusions suivantes :

- Lorsque l'épaisseur de la couche de sable $H < 1.5B$, l'ensemble du bicouche se comporte comme un milieu purement cohérent, mais dont la cohésion est légèrement améliorée par rapport à celle de la formation argileuse d'origine ; la contrainte de rupture est alors :

$$q_u = (2 + \pi)C / [1 - 0.3(H/B)]$$

- Lorsque $H > 3.5B$, la résistance est à peu près inférieure, de l'ordre de 10%, à celle du milieu homogène correspondant à la couche d'assise.
- Lorsque H , est compris entre 1.5 et 3.5B, le comportement du système bicouche évolue entre les deux cas précédents, on peut adopter une valeur intermédiaire fonction de l'épaisseur relative H/B de la couche résistante. Cependant, Lebegue (1972-1976) a repris les études de Tcheng pour des épaisseurs de sable inférieures à deux fois la largeur de la semelle ; il a mesuré les contraintes dans l'axe de la semelle sous celle-ci et à l'interface sable grasse. La contrainte limite lors de la rupture augmente en fonction surtout de l'épaisseur du sable et un peu de sa densité ; la contrainte à l'interface est relativement peu modifiée. La résistance d'ensemble est apparentée à celle des fondations profondes ; elle est obtenue par addition de l'effort limite sur l'argile sous jacente et de la résistance au cisaillement vertical de la surface passant par la périphérie de la fondation ; malheureusement cette résistance périphérique, qui en fait, correspond à un phénomène de butée, paraît nettement inférieure (à peu près deux fois moins dans les essais réalisés) aux résultats que donneraient les valeurs théoriques. Cette réduction provient sans doute du fait que la réaction totale du milieu sableux n'est pas entièrement mobilisée par suite de la trop grande déformabilité du milieu sous jacent.

2.5.5 Semelle supportée par un sol surmontant un substratum à une Profondeur Limitée.

Si une semelle rugueuse rigide est située à une profondeur de $H < D$ au dessous de la base de la fondation, un développement complet de la surface de rupture dans le sol sera limité. Dans un tel cas, la zone de rupture du sol et le développement de lignes de glissement à la charge ultime seront comme le montre la figure (2.19-b). Mandel et Salençon (1972) déterminé les facteurs de capacité portante pour un tel cas par intégration numérique en utilisant la théorie de la plasticité. Selon la théorie de Mandel et Salençon (1972), la capacité portante ultime d'une fondation rugueuse continue avec une base rigide rugueuse située à une faible profondeur peut être donnée par la relation

$$Q_u = CN_c^* + qN_q^* + 1/2 \gamma BN_v^*$$

N_v^* , N_q^* , N_c^* : sont les facteurs modifiés de la capacité portante

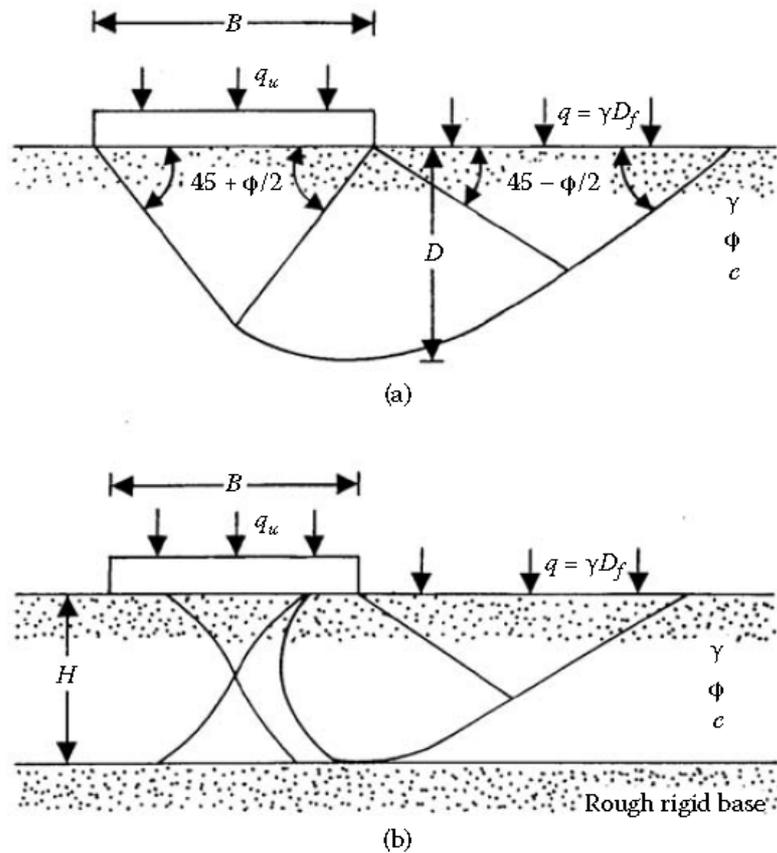


Figure 2.19 Surface de rupture sous une semelle filante rugueuse (Mandel et Salençon (1972)) :

(a) sol homogène à grande profondeur ;

(b) sol homogène avec un substratum rugueux à faible profondeur.

2.5.6 Semelle sur un bicouche argileux d'épaisseur limitée avec ($C_{u1} < C_{u2}$).

Cependant, si une couche d'argile molle, saturée, d'épaisseur limitée et de cohésion non drainée C_{u1} est surmontant une autre couche d'argile saturée avec une cohésion non drainée C_{u2} plus résistante ($C_{u1} < C_{u2}$); alors la relation suivante, suggérée par Vesic (1975) et DeBeer (1975), peut être utilisée pour estimer la capacité portante ultime:

$$q_u = \left(1 + 0.2 \frac{B}{L}\right) \left[5.14 + \left[1 - \frac{c_{u(1)}}{c_{u(2)}} \right] \frac{\frac{B}{H} - \sqrt{2}}{2 \left(\frac{B}{L} + 1 \right)} \right] c_{u(1)} + q$$

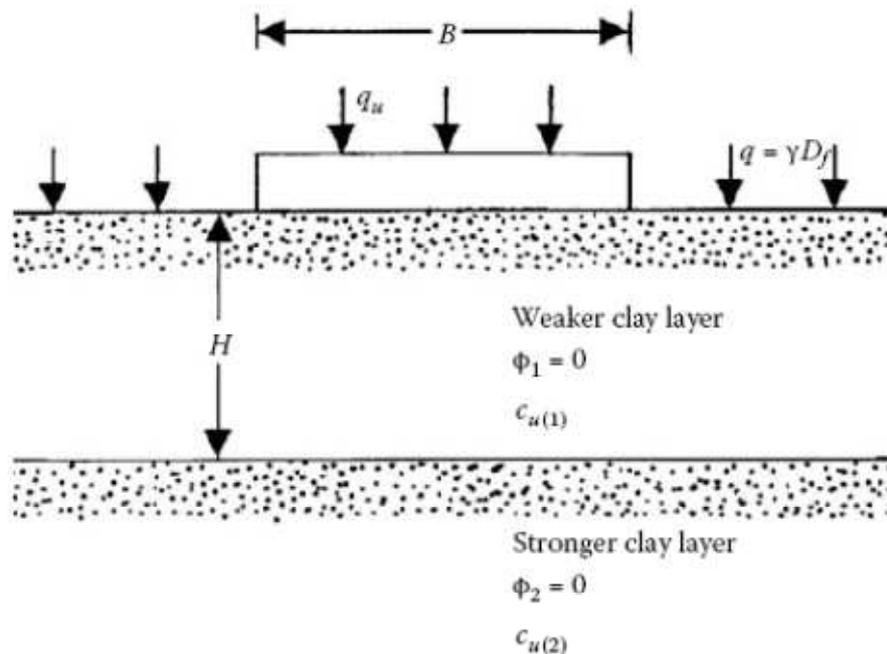


Figure 2.20 Semelle reposant sur une couche d'argile molle non drainée surmontant une couche d'argile raide non drainée ($C_{u1} < C_{u2}$) (Vesic (1975) et DeBeer (1975))

2.5.7 Semelle sur un bicouche argileux anisotrope saturée

La figure 2.21 schématise le cas d'une semelle continue reposant sur un bicouche argileux anisotrope saturé. La largeur de la fondation est B , et l'encastrement de la fondation est D_f . La profondeur de la couche d'argiles H est mesurée à partir du bas de la fondation à l'interface entre les deux couches. Casagrande-Carillo (1954) ont proposé une relation donnant la variation de la cohésion non drainée, dans le cas où les argiles sont anisotropes, de la manière suivante :

$$c_{u(i)} = c_{u(h)} + [c_{u(v)} - c_{u(h)}] \cos^2 i$$

Où :

$c_{u(i)}$ = cohésion non drainée à une profondeur donnée où la contrainte principale majeure est inclinée d'un angle i avec l'horizontale.

$c_{u(v)}$, $c_{u(h)}$ = cohésion non drainée pour $i = 90^\circ$ et 0° , respectivement

La capacité portante ultime de la fondation continue peut être donnée par:

$$q_u = c_{u(v)-1} N_{u(L)} + q$$

Où : $c_{u(V)-1}$ = cohésion non drainée de la couche supérieure du sol lorsque la contrainte principale majeure est verticale :

$$q = \gamma_1 D_f$$

Cependant, le facteur de portance, $N_{\mu(L)}$ sera une fonction de H/B et $c_{u(V)-2}/c_{u(V)-1}$.

Ou :

$$N_{u(L)} = f \left[\frac{H}{B} \cdot \frac{c_{u(V)-2}}{c_{u(V)-1}} \right]$$

$c_{u(V)-2}$ = cohésion non drainée de la couche d'argile inférieure lorsque la contrainte principale majeure est verticale.

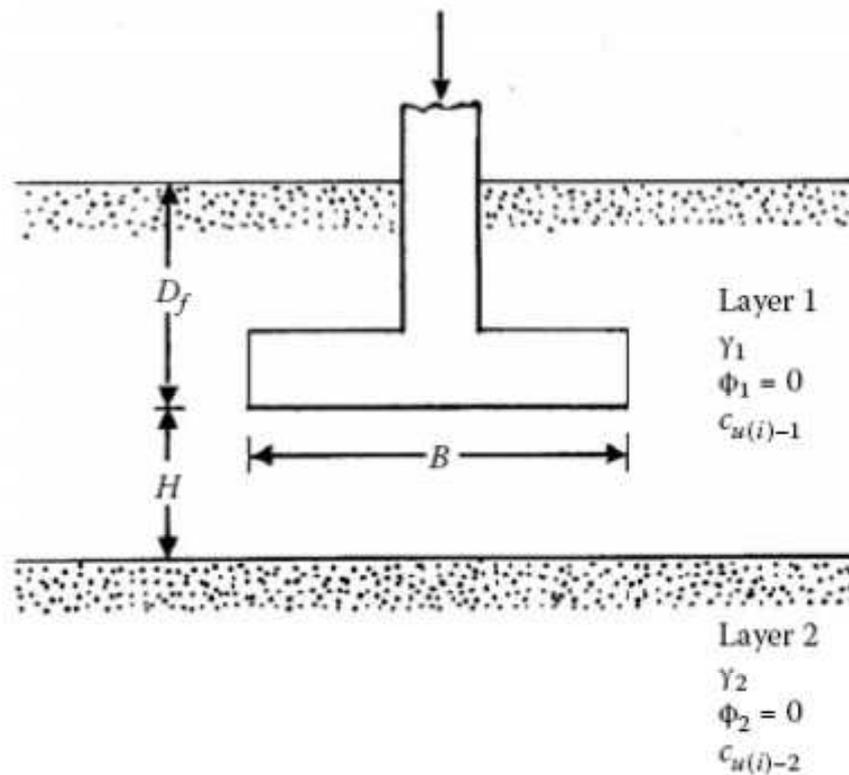


Figure 2.21 Semelle filante sur couche argileuse anisotrope

Reddy et Srinivasan (1967) ont développé une procédure pour déterminer la variation de $N_{C(L)}$. Ils ont supposé que la surface de rupture était cylindrique comme indiqué sur la figure 2.22 lorsque le centre de la surface de rupture se situe à 0. Ils supposent également que les grandeurs de $c_{u(V)}$ pour la couche supérieure d'argile

est $[c_{u(v)-1}]$, et celle de la couche inférieure d'argile est $[c_{u(v)-2}]$ et qui restent constante le long de la profondeur z comme indiqué sur la figure (2.22-b).

Pour l'équilibre de la fondation, on considère les forces par unité de longueur, et en calcul les moments par rapport au point O.

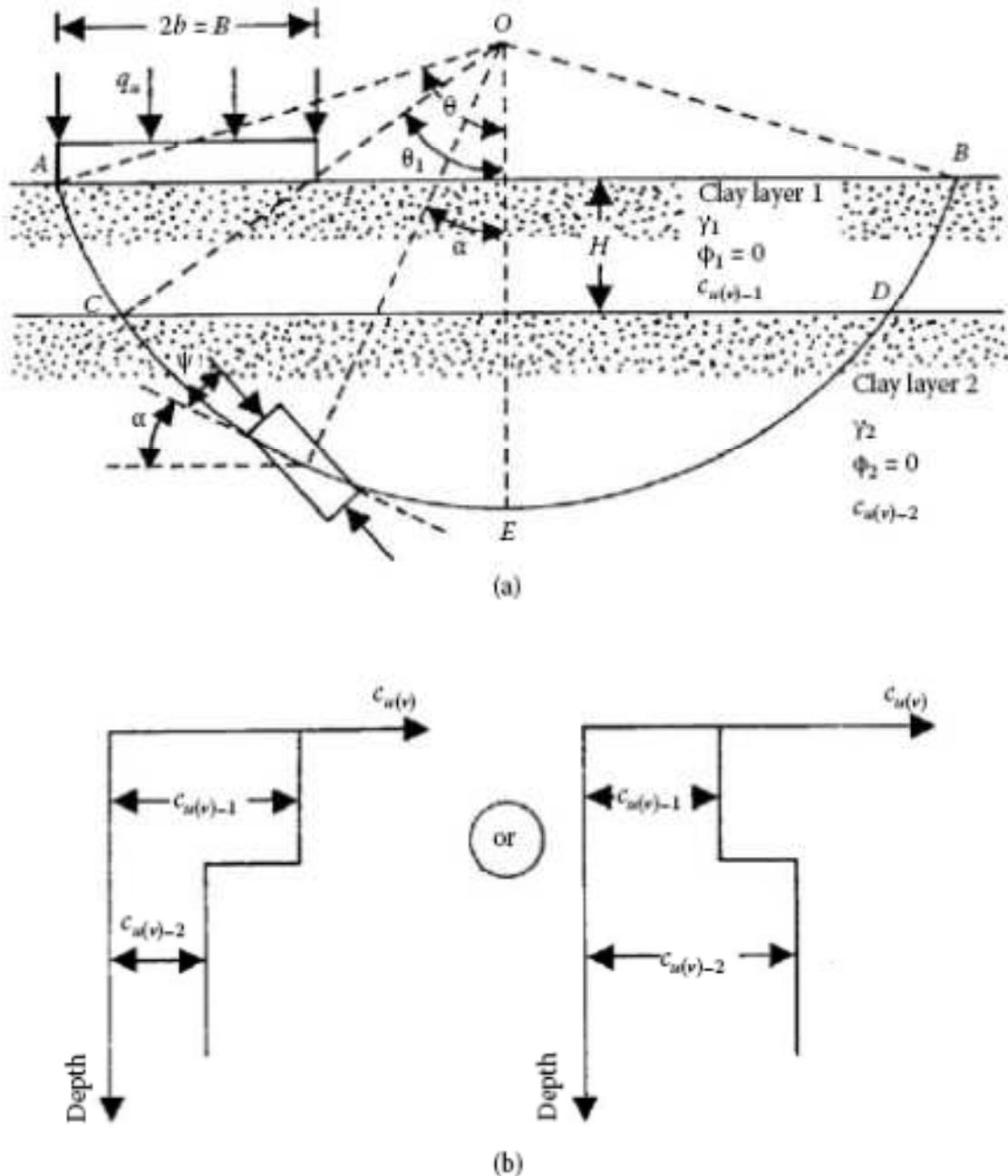


Figure 2.22 Hypothèses de calcul de $N_{c(L)}$ pour une semelle filante sur un bicouche argileux anisotrope (Reddy et Srinivasan (1967)).

$$2bq_u(r \sin\theta - b) = 2 \int_{\theta_1}^{\theta} r^2 [c_{u(i)-1}] d\alpha + 2 \int_0^{\theta_1} r^2 [c_{u(i)-2}] d\alpha$$

Comme le montre la figure (2.22), ψ est l'angle entre le plan de rupture et la direction de la contrainte principale majeure.

Le long de l'arc AC :

$$c_{u(i)-1} = c_{u(H)-1} + [c_{u(V)-1} - c_{u(H)-1}] \cos^2(\alpha + \psi) \quad (2,11)$$

Long de l'arc CE :

$$c_{u(i)-2} = c_{u(H)-2} + [c_{u(V)-2} - c_{u(H)-2}] \cos^2(\alpha + \psi)$$

De même, le long de l'arc DB :

$$c_{u(i)-1} = c_{u(H)-1} + [c_{u(V)-1} - c_{u(H)-1}] \cos^2(\alpha + \psi) \quad (2,12)$$

Et, le long de l'arc ED :

$$c_{u(i)-2} = c_{u(H)-2} + [c_{u(V)-2} - c_{u(H)-2}] \cos^2(\alpha + \psi) \quad (2,13)$$

Bien noté :

$i = \alpha + \Psi$ pour la portion de l'arc AE

$i = \alpha - \Psi$ pour la portion de l'arc BE

Le coefficient de l'anisotropie est défini comme suit :

$$K = \left[\frac{c_{u(V)-1}}{c_{u(H)-1}} \right] = \left[\frac{c_{u(V)-2}}{c_{u(H)-2}} \right]$$

2.6 Approche théorique tri-dimensionnelle utilisant la théorie d'analyse limite (*Michalowski (2001)*).

Dans cette étude, l'approche cinématique de l'analyse limite est utilisée pour obtenir des solutions de la capacité portante des semelles rectangulaires rugueuses. La difficulté primaire de cette approche réside dans la complexité des mécanismes décrivant raisonnablement le processus de rupture. Les solutions rigoureuses antérieures de l'analyse limite tridimensionnelle des problèmes de la capacité portante incluent primordialement les matériaux non frottants pour lesquels les mécanismes de rupture ne sont pas aussi compliqués que ceux des sols frottants. (e.g. Shield et Drucker. 1953)

2.6.1 Présentation du problème.

Michalowski (2001) a considéré que le sol obéit au critère de Mohr Coulomb et la déformation est gouvernée par une loi de comportement associé. Le taux de dissipation de travail par unité de volume de sol peut être évalué de la même manière que celle de (Drucker et Prager 1952).

2.6.2 Mécanismes de rupture tridimensionnels.

Des mécanismes tridimensionnels qualitativement semblables pour un matériau frottant ont été considérés dans le problème de craquage des roches (Michalowski, 1985). Une tentative de remplacer un mécanisme de rupture tridimensionnel avec des surfaces coniques, a été suggérée par Murray et Geddes (1987). Consécutivement Leca et Domineux (1990) ont utilisé des surfaces coniques dans l'analyse limite des tunnels superficiels. Plus récemment, Regenass (1999) utilisa des séries de surfaces coniques pour analyser la force de séparation des couches d'ancrage circulaires. Un nouvel élément est intégré dans cette analyse, c'est le champ de déformation continue avec des surfaces coniques courbées et aussi le mécanisme de rupture complexe avec des séries de blocs arrondis avec des séries des cônes similaires.

2.6.3 Mécanisme de déformation continue des semelles carrées.

La figure (2.23-a et .2.23-b), illustre un mécanisme de rupture avec un champ de déformation continue d'une semelle carrée pour le cas des angles de frottement

internes relativement grands et petits respectivement. Le mécanisme se compose d'une pyramide rigide inversée en dessous de la semelle et quatre régions de déformations qui s'étendent des quatre faces de la pyramide. Une partie du mécanisme adjacente au côté de la semelle carrée est montrée dans la figure (2.24.a). Le volume $T'ST''RO_1$ a la forme d'un cône curviligne avec un angle au sommet égal à 2φ . Ce cône est généré par des séries de cônes linéaires avec des directrices circulaires. La surface $A'O_1T'A'$ (et $A''O_1T''A''$) est tangente au cône le long de O_1T' (et O_1T''). Une coupe verticale de ce mécanisme est représentée dans la figure (2.24.b). Les droites $S_2 S_3$ et $R_2 R_3$ sont les segments de droite de la génératrice du cône linéaire (avec angle au sommet O_3). Ce cône est tangent au cône non linéaire et a une coupe elliptique avec la surface du sol (S_3R_3). Le bloc $A'B'B''A''O_1$ se déplace verticalement vers le bas avec la vitesse v_0 . La surface $A'A''O_1$ représente la discontinuité de la vitesse avec l'intensité du saut de vitesse v_1 figure (2.24.c). La courbe O_1SS_2 (figure 2.24.b) est un segment du logarithme spirale.

$$r_1 = r_0 e^{\theta \tan \varphi} \tag{2.14}$$

Alors que O_1RR_2 est le segment du logarithme spirale.

$$r_2 = r_0 e^{-\theta \tan \varphi} \tag{2.15}$$

Ou r_0 égale à la distance AO_1 et θ est représenté dans la figure (2.24.b).

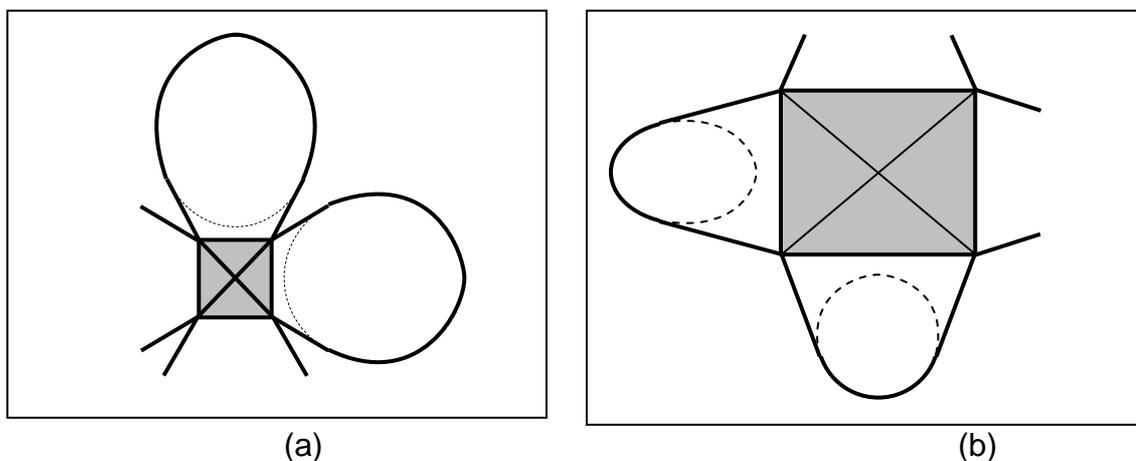


Figure 2.23 Mécanismes de rupture d'une semelle carrée : (a) pour un grand angle de frottement, (b) pour un petit angle de frottement.

La surface hachurée RT'ST'' dans la figure (2.24.a), est une coupe circulaire du cône non linéaire. Elle est aussi une coupe d'un cône linéaire au sommet O_2 égal à 2φ , (figure 2.24.b), de sorte qu'un vecteur dirigé le long de l'axe du cône est incliné d'un angle φ par rapport à la génératrice du cône.

Chaque quart de mécanisme est séparé du sol au repos par :

- une partie d'un cône à surface curviligne (dont le sommet est O_2),
- une partie d'un cône de surface linéaire (dont le sommet est O_3),
- Les surfaces générées par les deux rayons lancés aux points A' et A'' tangents à ces cônes.

La trace du mécanisme de rupture sur la surface du sol est une partie d'une ellipse et de deux segments droits tangents à cette ellipse (figure 2.23).

La déformation dans chaque quart du mécanisme est plane dans le sens qu'il n'y a aucune composante de la vitesse extérieure au plan mais la géométrie du modèle de rupture est tridimensionnelle. Les vecteurs de vitesse sur les surfaces de discontinuité séparant le champ de déformation du matériau sont inclinés d'un angle φ à ces surfaces : donc, elles préservent une admissibilité cinématique du champ de déformation.

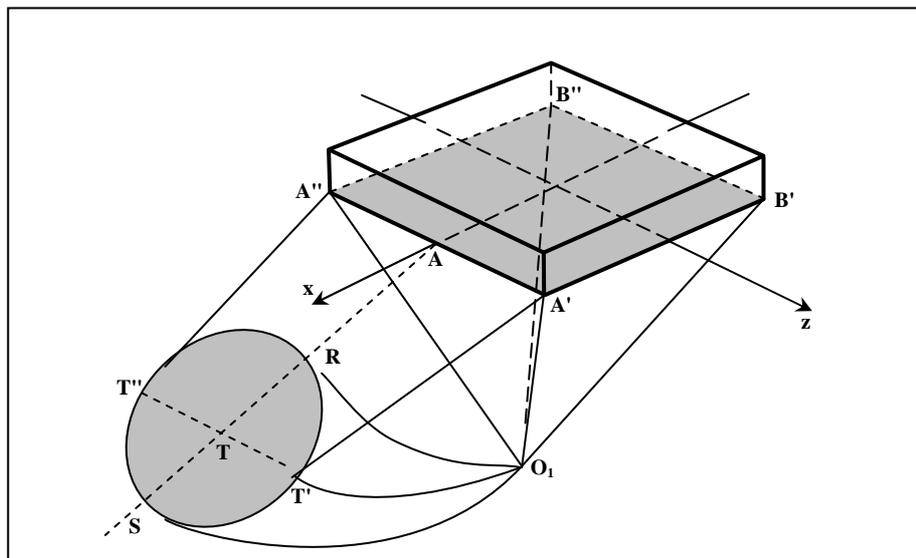
2.6.4 Mécanisme multi bloc.

Le mécanisme multi bloc décrit dans cette partie est conceptuellement semblable au mécanisme continu. La région de la déformation continue est maintenant divisée en séries de blocs rigides, une partie du mécanisme composée d'une pyramide et deux blocs, sont représentés dans la figure (2.24.a). Les blocs en pyramides immédiatement sous la semelle se déplacent verticalement vers le bas. Le bloc adjacent à cette pyramide est un tétraèdre remplacé par un cône dont le sommet est O_1 et avec une directrice elliptique (la petite ellipse, Figure 2.24a), le bloc suivant est un autre tétraèdre remplacé par une surface conique dont le sommet est O_2 , et les blocs en question (non représentés) sont similaires.

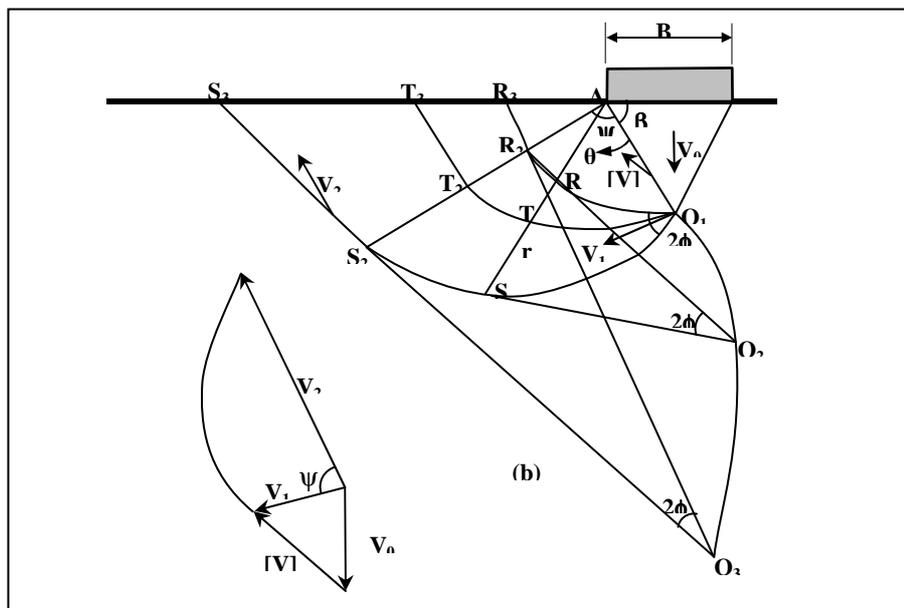
Toutes les surfaces coniques ont un angle au sommet égal à 2φ . La projection de ce mécanisme dans le plan vertical est indiquée sur la figure (2.24.b).

Chaque bloc se déplace comme un corps rigide avec une vitesse déterminée dans l'hodographe (figure 2.24.c). La direction de la vitesse pour chaque bloc coïncide avec les axes de son cône respectif. Un bloc typique est séparé du sol au repos avec

deux surfaces planes (telle que $A'T_2'T_3'A'$) et un segment d'une surface conique (comme au dessous des points T_2' et T_3' figure 2.25.a). Le segment de droite $T_2'T_3'$ représente le lieu géométrique des points où le segment du plan est tangent à la surface conique. Les blocs sont séparés les uns des autres par des surfaces de discontinuité triangulaires remplacées par des ellipses (telles que $A'T_2'S_2T_2''A''$).



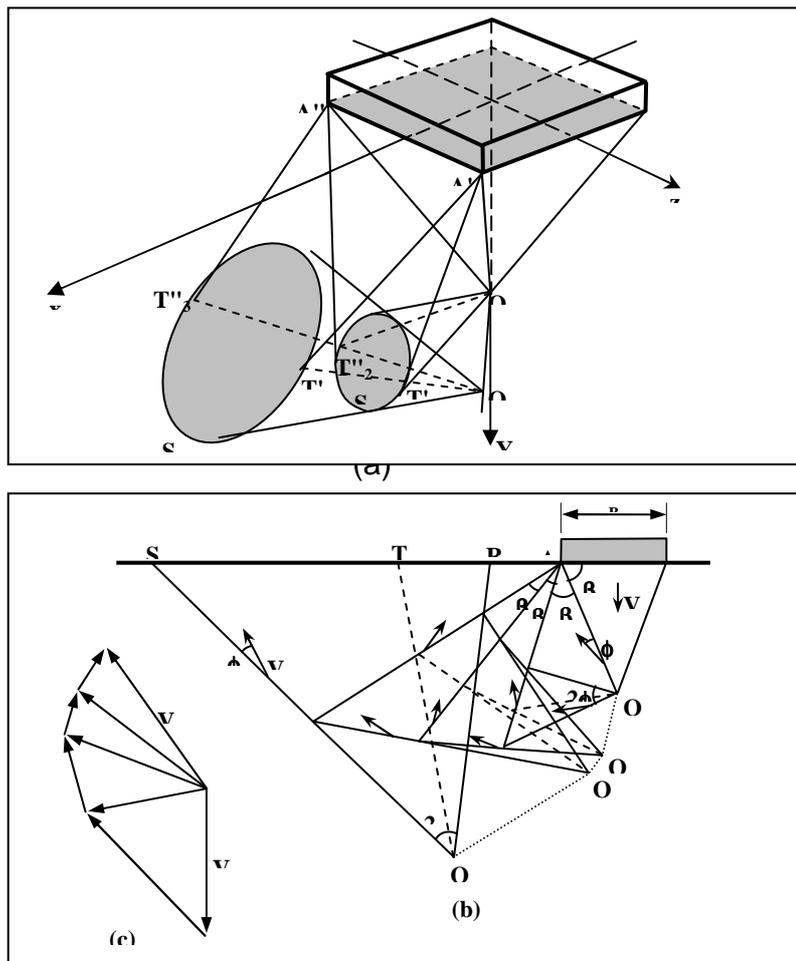
(a)



(b) et (c)

Figure 2.24 Mécanisme de rupture sous une semelle carrée : (a) mécanisme avec une déformation continue ; (b) section transversale ; (c) hodographe.

Les cônes associés avec deux blocs adjacents coupent le plan qui sépare ces blocs. L'admissibilité cinématique du mécanisme exige que les traces des deux cônes sur le plan d'interface coïncident, ainsi on déduit que la géométrie du mécanisme tridimensionnel est limitée, ceci est indiqué sur la figure (2.26). Une fois que l'orientation du cône au sommet O_1 est choisie, et l'angle β_1 est donné, l'orientation du cône en question (dont le sommet est O_2) est uniquement déterminée. Le sommet O_2 doit être situé sur la droite O_1O_2 , parallèle à la coupe R_2S_2 . Le triangle $R_2O_2S_2$ doit être une image miroir du triangle $R_2O_1S_2$. Ce n'est que dans ce cas que la section transversale elliptique R_2S_2 du cône dont le sommet est O_1 coïncide avec la section transversale ellipsoïdale R_2S_2 du cône au sommet O_2 . Ceci a des conséquences significatives pour l'optimisation du processus de mécanisme, où seulement les angles β_i pour les blocs rigides sont des paramètres variables, là où l'inclinaison des cônes n'est pas variable. Ceci est différent du principe du mécanisme de déformation plane.



(b) et (c)

Figure 2.25 : Modèle de rupture multi bloc : (a) blocs rigides ; (b) section transversale ; (c) hodographe.

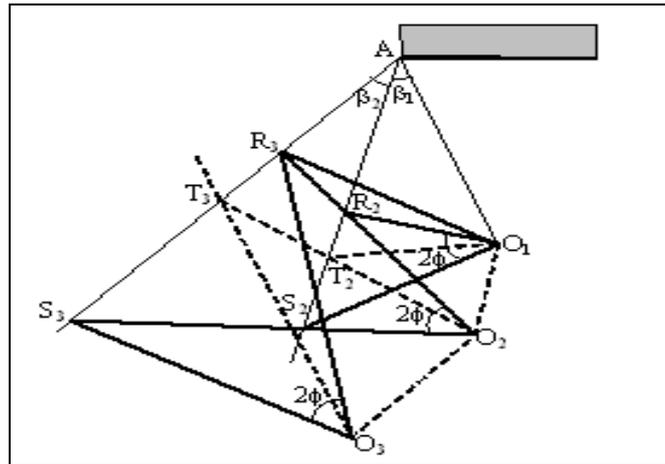


Figure 2.26 : La condition d'admissibilité pour des blocs remplacés par des surfaces coniques.

2.6.5 Mécanisme de déformation continue des semelles rectangulaires

Les mécanismes de la semelle carrée considérés dans la section précédente avaient quatre plans de symétrie verticaux. Le modèle du bloc rigide a été généralisé pour des semelles rectangulaires selon le schéma des figures (2.27.a) et (2.27.b), tous les deux avec deux plans de symétrie. Le mécanisme continu n'a pas été généralisé pour des semelles rectangulaires, car les calculs pour des semelles carrées ont indiqué qu'elles ne permettent pas d'évaluer la plus basse limite supérieure de tous les mécanismes considérés.

Le premier mécanisme dans la figure (2.27) est une extension directe du mécanisme de la semelle carrée. Le deuxième est semblable au premier, avec une section de déformation plane (de largeur d) insérée dans la partie centrale, comme c'est indiqué sur la figure (2.27.b). Le bloc sous la semelle dans ce mécanisme a la forme d'une structure de toiture inversée. On a trouvé d'après les calculs que la plus basse limite supérieure est typiquement liée au dernier mécanisme. C'était aussi intéressant de découvrir que même pour des semelles carrées, le modèle dans la figure (2.27.c), conduit à évaluer une charge limite meilleure (plus basse) que le modèle à quatre plans de symétries figure (2.23).

2.6.6 Les résultats numériques :

Les calculs pour chaque mécanisme impliquaient l'optimisation de la géométrie de telle sorte que la limite supérieure la plus basse de la capacité portante puisse être évaluée. Les variables dans la procédure d'optimisation étaient des angles

indépendants décrivant la géométrie des mécanismes. Ces angles ont été incrémentés avec un angle minimum de 0.3°.

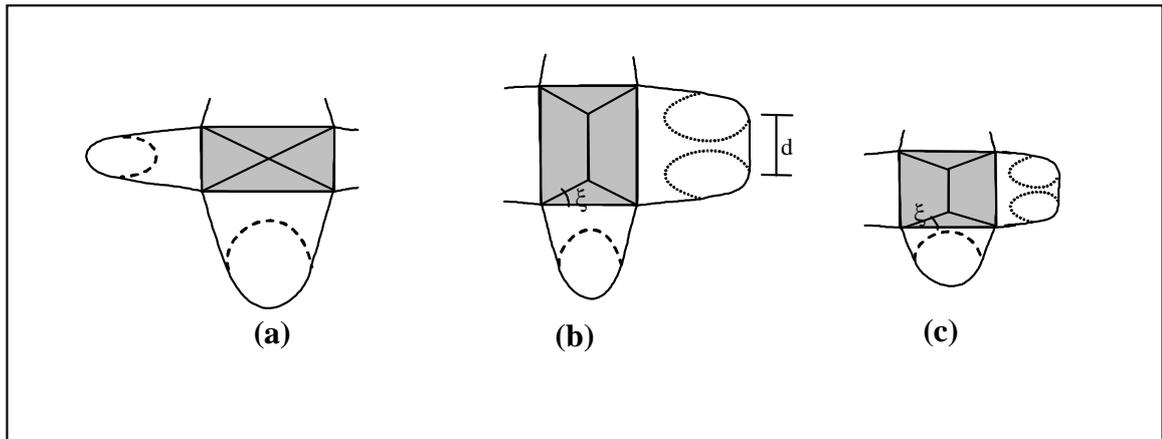


Figure 2.27 : Modèle de rupture : (a), (b) semelle rectangulaire (c) semelle carrée.

Les calculs ont été exécutés d'abord pour des semelles sur un sol non pesant. L'intensité de la capacité portante traditionnellement est définie comme la somme des composantes qui dépendent de la cohésion du sol et de la surcharge.

$$p = CN'_c + qN'_q \quad (2.16)$$

Où N'_c et N'_q sont les coefficients de portance pour des semelles rectangulaires.

$$p = C(N'_q - 1) \cot \varphi + qN'_q \quad (2.17)$$

Pour un sol non pesant, les coefficients de portance N'_c et N'_q dépendent seulement de l'angle de frottement interne. Ces coefficients peuvent être évalués en fonction des coefficients de portance N_c et N_q , des semelles filantes :

$$N'_c = S_c N_c, \quad N'_q = S_q N_q \quad (2.18)$$

Où N_c et N_q sont les coefficients de portance des semelles filantes et S_c et S_q sont les facteurs de forme. Maintenant, en considérant que : $N'_c = (N'_q - 1) \cot \varphi$, le facteur S_c peut être écrit sous la forme suivante :

$$S_c = (S_q N_q - 1) / (N_q - 1) = (S_q N_q - 1) / N_c \tan \varphi \quad (2.19)$$

L'influence du poids du sol sur la capacité portante des semelles rectangulaires est présentée comme un terme supplémentaire dans l'équation (2.16) :

$$p = C N'_c + q N'_q + \gamma B N'_\gamma / 2 \quad (2.20)$$

Où :

$$N'_\gamma = S_\gamma N_\gamma \quad (2.21)$$

N_γ est le coefficient de portance d'une semelle filante. Une solution précise de la plus basse limite supérieure de N_γ a été trouvée récemment par (Michalowski, 1997), (voir tableau 2.13). Elle peut être évaluée approximativement, aussi :

$$N_\gamma = e^{0.66 + 5.11 \tan \varphi} \tan \varphi \quad (2.22)$$

Pour une semelle filante, la limite supérieure la plus basse peut être évaluée par une solution basée sur un mécanisme tridimensionnel multi bloc, présentée dans la dernière colonne du tableau 2.13 ($L/B = 25, 12$ blocs). Il est plutôt étonnant que le mécanisme tridimensionnel pour une semelle filante donne une solution qui donne des résultats qui surestiment de manière significative ceux de l'analyse de déformation plane. Par conséquent, en augmentant le rapport L/B , les résultats donnés par l'analyse basée sur un mécanisme tridimensionnel ne sont pas comparables à ceux du modèle de déformation plane. Pour des raisons de consistance des résultats, N_γ (dernière colonne du tableau 2.9), sera utilisé pour calculer le coefficient S_γ pour les semelles rectangulaires.

2.6.7 Superposition des termes de la capacité portante.

La règle de superposition n'est pas applicable en résolvant les problèmes non linéaires. Les solutions des facteurs de portance dans l'équation (2.20) ne peuvent être calculées séparément à moins que les mécanismes qui permettent d'évaluer les limites supérieures les plus basses pour chaque facteur soient identiques (Michalowski 1997).

Il a été argumenté récemment (Michalowski 2001) qu'en utilisant la loi de correspondance (Caquot.1934), les solutions statiques pour les sols cohérents et frottants peuvent être obtenues en modifiant les solutions pour les sols pulvérulents, seulement si les trajectoires des contraintes principales pour les deux solutions coïncident (sans violer les conditions aux limites). Par conséquent, les facteurs de portance calculés séparément (dépendent de la cohésion, de l'encastrement de la semelle et du poids propre du sol) deviennent additifs (le principe de superposition est valable) seulement quand la trajectoire de la contrainte principale associée à des solutions partielles coïncide. Une étude détaillée de la règle de superposition appliquée à la dissipation du travail dans les analyses limites supérieures pour les matériaux frottant a été présentée récemment par Puzin et Randolph (2001).

Une fois que le poids du sol est ajouté, la forme du mécanisme de rupture permet d'évaluer la limite supérieure la plus basse de la capacité portante qui devient dépendante non seulement de ϕ mais également de $c/\gamma B$ et $q/\gamma B$. Cela a été montré avant pour une semelle filante (Michalowski 1997) et il est également valable pour une semelle rectangulaire. Un exemple les facteurs de portance N' pour une semelle rectangulaire est donné dans les tableaux 2.10 et 2.11. Les facteurs de portance N'_c et N'_q varient peu avec la variation de $c/\gamma B$ et $q/\gamma B$, par contre N'_γ varie d'une manière significative.

Pour la simplicité de la conception et pour des buts pratiques les coefficients N' dans l'équation (2.20) sont typiquement pris seulement en fonctions de ϕ (malgré que cette démarche crée une contradiction avec ce qui a été avancé auparavant. N'_c et N'_q (ou S_c et S_q) sont calculés en supposant que $\gamma = 0$, et N'_γ (ou S_γ) calculé pour $c = 0$ et $q = 0$.

Les facteurs ainsi évalués par la méthode de superposition ne reflètent pas la vraie valeur de la limite supérieure de la capacité portante, par contre ces résultats sont acceptables en pratique.

Tableau 2.9 : Les valeurs de N_γ dans le cas d'une semelle filante rugueuse (2D et 3D) (Michalowski 2001).

φ	N_γ (2D)	N_γ (3D)
0	0	0
5	0.181	0.383
10	0.706	1.100
15	1.938	2.702
20	4.468	6.025
25	9.765	13.739
30	21.394	31.617
35	48.681	76.522
40	118.827	206.497
45	322.835	656.613

Tableau 2.10 Les valeurs des coefficients de portance N_c , N_q et N_γ dans le cas d'une semelle rectangulaire avec $L/B=2$, $\varphi=15^\circ$, (minimum de la borne supérieure), (Michalowski 2001).

$q/\gamma B$	$c/\gamma B$	N_c	N_q	N_γ
0	0	-	-	2.654
	1	15.963	-	3.903
	2	16.150	-	4.173
	5	15.669	-	4.655
2	0	-	5.348	3.541
	1	15.988	5.284	4.089
	2	15.878	5.254	4.460
	5	15.688	5.203	4.628

Tableau 2.11 N_c , N_q et N_γ dans le cas d'une semelle rectangulaire avec $L/B=2$, $\phi=35^\circ$, (minimum de la borne supérieure), (Michalowski 2001).

$q/\gamma B$	$c/\gamma B$	N_c	N_q	N_γ
0	0	-	-	134.184
	1	139.606	-	149.004
	2	139.266	-	151.837
	5	140.927	-	161.917
2	0	-	101.126	147.674
	1	139.978	99.014	149.704
	2	137.489	97.271	155.196
	5	136.220	96.382	156.134

2.6.8 Calcul des semelles carrées.

Le calcul de la capacité portante des semelles carrées est exécuté en utilisant les mécanismes dans la figure (2.24) et (2.25), et la figure (2.27.c). Les résultats des facteurs N'_c et N'_q ($\gamma = 0$) sont donnés dans le tableau 2.12.

Tableau 2.12 N_c , N_q ($\gamma = 0$) pour une semelle carrée, (Michalowski 2001).

ϕ	mécanisme continu.		mécanisme multi bloc avec quatre plans de symétrie.		mécanisme multi bloc avec deux plans de symétrie.	
	N_c	N_q	N_c	N_q	N_c	N_q
10^{-3}	6.830	1.000	6.823	1.000	6.561	1.00
5	9.544	1.835	9.270	1.811	8.720	1.762
10	14.365	3.532	13.613	3.400	12.665	3.233
15	22.984	7.158	21.617	6.792	19.514	6.228
20	39.199	15.267	36.844	14.410	31.844	12.590
25	71.379	34.3384	67.432	32.444	55.155	26.719
30	139.337	81.446	132.711	77.621	104.019	61.055
35	294.373	207.122	283.159	199.270	199.052	140.378
40	685.031	575.809	665.051	559.044	501.278	421.622
45	1807.023	1808.023	17773.31	1774.316	1406.51	1407.519
			6		9	

2.6.9 Calcul des semelles rectangulaires.

Les résultats des facteurs N'_c et N'_q ($\gamma = 0$) sont donnés dans le tableau 2.13. Ces coefficients sont naturellement en fonction du rapport L/B avec une forte influence non linéaire particulièrement pour un grand angle de frottement interne, comme c'est indiqué par les facteurs de forme figure (2.28). Ces facteurs de forme sont calculés en utilisant l'équation (2.18), avec les valeurs N_c et N_q obtenues par les calculs d'une semelle $L/B = 25$.

Tableau 2.13 N'_c et N'_q ($\gamma = 0$) des semelles rectangulaires, (Michalowski 2001).

φ	L/B = 1.5		L/B = 2.0		L/B = 3.		L/B = 5		L/B = 10	
	N'_c	N'_q	N'_c	N'_q	N'_c	N'_q	N'_c	N'_q	N'_c	N'_q
10^{-3}	6.192	1.000	6.060	1.000	5.638	1.00	5.489	1.00	5.199	1.000
5	8.087	1.707	7.734	1.676	7.403	1.647	7.023	1.614	6.766	1.592
10	11.474	3.023	10.733	2.892	9.074	2.758	9.363	2.651	8.868	2.63
15	16.901	5.528	15.585	5.176	14.147	4.790	12.932	4.465	12.015	4.219
20	26.182	10.592	23.912	9.945	20.766	8.559	18.493	7.730	16.722	7.104
25	43.637	21.348	38.312	18.865	32.477	16.144	28.123	14.114	24.593	12.443
30	78.971	46.594	67.099	39.739	55.109	32.817	45.846	27.469	38.154	23.028
35	159.528	112.703	132.311	93.645	103.868	73.739	82.031	58.439	64.463	46.138
40	364.521	306.870	294.004	247.698	224.037	188.989	166.329	140.567	121.520	102.968
45	989.041	990.041	776.64	777.964	567.491	568.491	399.837	400.837	271.556	272.556

Des calculs séparés ont été effectués pour le cas $\gamma > 0$ (et $c = 0$, $q = 0$) pour estimer l'influence du poids propre du sol sur la capacité portante des semelles rectangulaires. Comme cela été indiqué avant, Les facteurs ainsi évalués par la méthode de superposition ne reflètent pas la vraie valeur de la limite supérieure de la capacité portante mais ne fournit pas une solution précise de la limite supérieure, cette solution est acceptable pour la conception. N'_γ et S_γ sont donnés par le tableau 2.14 et la figure (2.30). Les résultats obtenus sont pour $\varphi > 10$. Le coefficient N'_γ atteint zéro quand φ tend vers zéro. Pour un angle de frottement interne élevé, le coefficient S_γ augmente rapidement avec la diminution de L/B , mais pour φ inférieur à environ 16° , S_γ diminue jusqu'à des valeurs inférieures à 1 avec la diminution de L/B .

Tableau 2.14 Valeurs du facteur $N'\gamma$ et du coefficient de forme $S\gamma$.

ϕ	L/B = 1		L/B = 1.5		L/B = 2.0		L/B = 3		L/B = 5		L/B = 10	
	$N'\gamma$	$S\gamma$										
10	0.778	0.707	0.923	0.838	0.978	0.888	1.046	0.950	1.076	0.977	1.098	0.998
15	2.560	0.974	2.623	0.970	2.654	0.982	2.679	0.991	2.692	0.996	2.699	0.998
20	7.160	1.188	6.878	1.141	6.641	1.102	6.431	1.067	6.246	1.036	6.111	1.014
25	20.399	1.484	17.863	1.300	17.073	1.242	15.873	1.155	14.788	1.076	14.094	1.025
30	59.895	1.894	49.789	1.547	46.203	1.461	41.646	1.317	36.945	1.168	33.756	1.067
35	189.640	2.477	151.367	1.977	134.184	1.752	116.183	1.517	100.130	1.307	85.140	1.112
40	671.694	3.252	502.152	2.431	417.755	2.023	353.455	1.711	279.149	1.351	234.531	1.135
45	2797.32	4.260	2125.80	3.237	1857.52	2.828	1431.86	2.180	1079.98	1.643	787.591	1.199
	8		6		4		8		9			

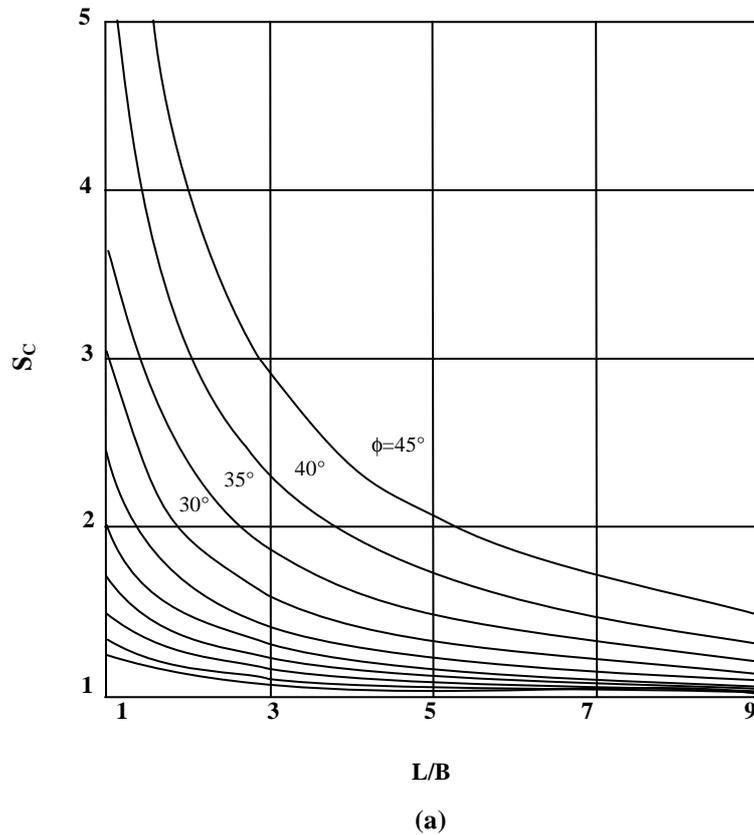


Figure 2.28 : Variation des facteurs de forme S_c pour des semelles rectangulaires.

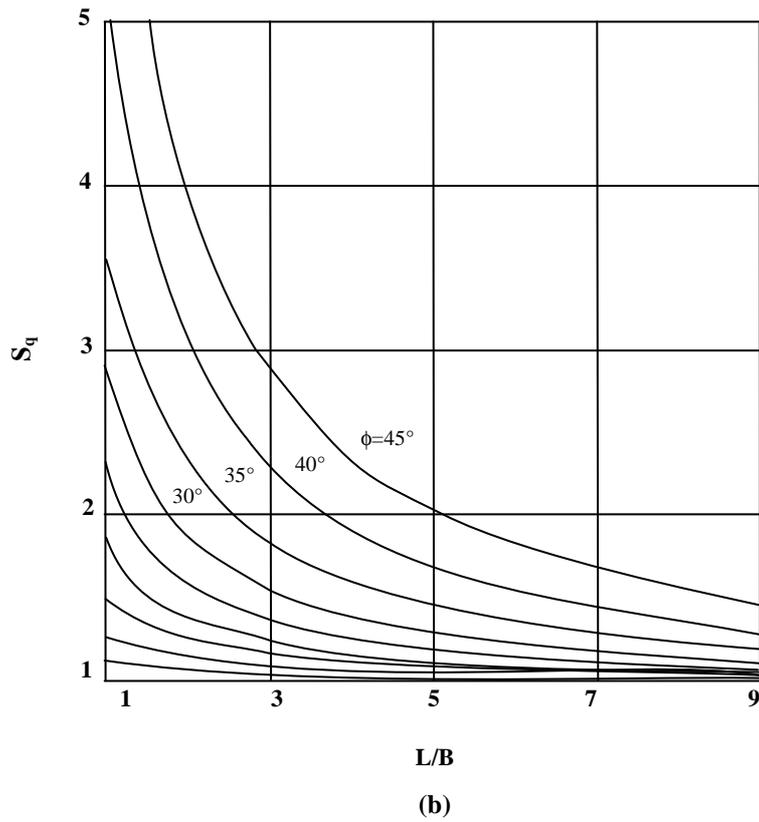


Figure 2.29 : Variation des facteurs de forme S_q pour des semelles rectangulaires.

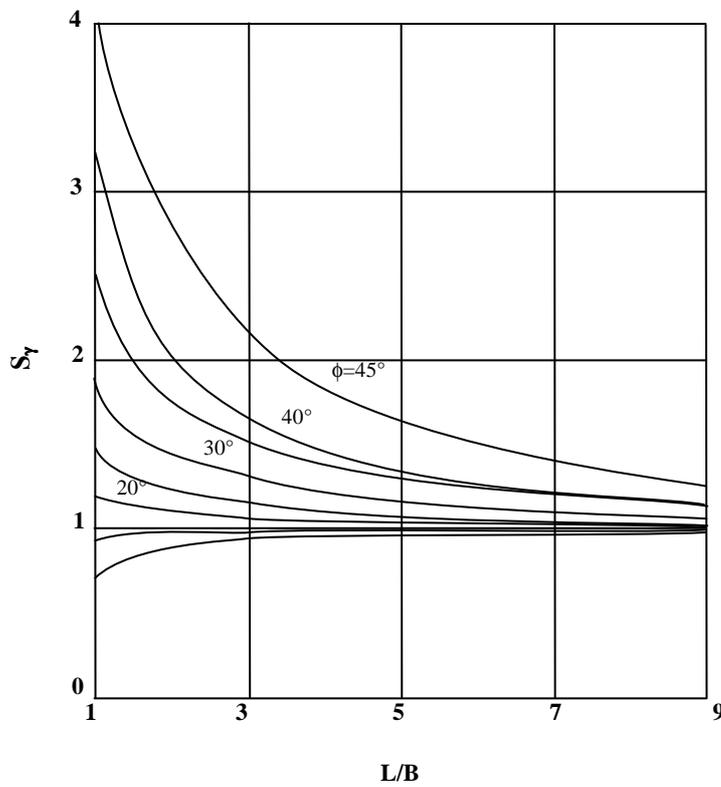


Figure 2.30 : Variation du facteur S_γ pour des semelles rectangulaires.

2.7 Approches numériques.

2.7.1 Recommandation pour la modélisation des fondations superficielles (P. Mesta & M. Prat).

La modélisation par la méthode aux éléments finis se base sur la discrétisation du milieu étudié pour résoudre les équations différentielles qui régissent son comportement. La démarche consiste, dans un premier temps, à construire un maillage prenant en compte les différents éléments du système, puis à choisir les lois de comportement pour chaque matériau et enfin à résoudre le problème numériquement.

La méthode aux éléments finis permet de reproduire l'interaction entre le sol et la structure de façon réaliste. La compatibilité cinématique et statique entre le sol et la structure est implicitement vérifiée si la structure et le sol sont considérés dans l'analyse et si leur interface est modélisée par des éléments de contact adaptés.

La représentativité de la modélisation de l'interaction sol-structure dépend néanmoins des lois de comportement choisies pour le sol et pour la structure. Il convient donc de choisir un niveau de précision comparable pour la structure et pour le sol qui permette de reproduire les phénomènes et les mécanismes principaux. La modélisation du sol par une loi détaillée alors que la structure est admise linéaire élastique (ou l'inverse) peut conduire à des résultats totalement erronés.

2.7.1.1 Interaction entre : fondations, structures et le sol.

Lorsque des problèmes d'interaction interviennent entre le sol et des structures ou lorsqu'une fondation doit être construite à proximité d'un ouvrage préexistant, une modélisation en éléments finis peut apporter des informations utiles sur le fonctionnement de l'ouvrage, sur les champs de déplacement et de contrainte, et ainsi compléter une étude géotechnique classique. Ces études sont rendues possible parce que, contrairement aux méthodes de dimensionnement classique, la méthode des éléments finis permet de tenir compte de l'état des contraintes en place, des propriétés de l'interface, de géométries parfois complexes et de chargements quelconques. Ainsi, les modélisations de fondations superficielles peuvent être divisées en trois catégories :

- Les modélisations en déformation plane (semelles filantes, radiers parallélépipédiques de grandes dimensions, etc.) ;
- Les modélisations en symétrie de révolution (fondations circulaires, réservoirs cylindriques, etc.) ;
- Les modélisations tridimensionnelles lorsque aucune simplification géométrique n'est possible (forte hétérogénéité des couches de sol, plates-formes pétrolières, fondation de centrale nucléaire, interactions tridimensionnelles avec d'autres ouvrages, etc.

Selon le problème posé et l'étude choisie, il est possible en théorie de modéliser un problème de fondation de trois manières différentes en considérant : soit la fondation et les structures sans le sol, soit le sol et la fondation sans les structures, soit enfin l'ensemble constitué par le massif de sol, la structure et l'interface.

2.7.1.2 Modélisation du sol et de la fondation sans les structures.

Dans ce type d'analyse, l'ingénieur s'intéresse essentiellement aux déplacements verticaux et aux tassements différentiels à la surface du massif du sol. Une telle modélisation nécessite la connaissance des conditions de transmission des charges dues aux structures vers la fondation. Plusieurs cas peuvent être envisagés.

2.7.1.3 Cas d'une Fondation à la géométrie complexe.

Si la géométrie de la fondation est complexe, il est nécessaire de la représenter par des éléments finis de massif seul ou par un assemblage de coques et de poutres composées avec des éléments de massif, auxquels sont affectées des propriétés mécaniques bien supérieures à celles du sol. Des éléments d'interface peuvent également être pris en compte. L'exemple typique est une fondation tridimensionnelle ou une fondation ancrée dans le sol. La fondation a alors une rigidité finie ; elle n'est ni parfaitement souple, ni parfaitement rigide. Les charges appliquées sont ainsi distribuées à l'interface sol fondation par la loi de comportement du matériau (béton, métal, bois). La technique de construction elle-même est parfois modélisée en plusieurs étapes de calcul (excavation sur plusieurs mètres, mise en place de la fondation, installation d'ancrage, remblaiement, etc.).

2.7.1.4 Cas d'une fondation rigide.

Si la fondation est supposée rigide (indéformable), à base de forme simple (carrée, rectangulaire ou circulaire), elle peut être représentée par une condition de déplacement vertical imposé aux nœuds situés à l'interface. De plus, cette interface peut être lisse (le déplacement horizontal à l'interface n'est pas imposé) ou rugueuse (le déplacement horizontal à l'interface est nul).

Beaucoup de structures de génie civil peuvent être de cette façon assimilées à des fondations rigides, la pression mobilisée par un déplacement vertical imposé est alors obtenue par une moyenne sur les contraintes verticales de la première rangée des points d'intégration situés sous les nœuds de l'interface. Pour une semelle filante rigide, le début de la plasticité est localisé sous la fondation et aux bords de la fondation ; ensuite, celle-ci s'étend en profondeur plus que sur les côtés. L'exemple typique est une semelle en béton.

2.7.1.5 Cas d'une fondation souple.

Si la fondation est supposée souple (très déformable), elle peut être représentée par une condition de pression uniforme appliquée directement à la surface du sol. Les déplacements horizontaux et verticaux à l'interface ne sont pas imposés. Pour une semelle filante souple, la plasticité commence au-dessous des bords de la fondation et se propage latéralement puis vers la profondeur. L'exemple typique est le réservoir métallique d'hydrocarbures. Toutefois, d'une manière générale, le type de fondation (rigide ou souple) a relativement peu d'influence sur l'allure de la courbe chargement tassement et les valeurs de la charge limite sont proches. En revanche, la distribution des pressions de contact entre la fondation et le sol est très différente.

Note : Dans le cas d'un sol pulvérulent ($\dot{C} = 0$ KPa), la modélisation d'une fondation souple par une pression uniforme conduit souvent à des difficultés numériques et à des temps de calcul considérables. En effet, de fortes contraintes de cisaillement sont générées aux bords de la fondation ; celles-ci ne peuvent être reprises, en termes de critère plasticité, que par le développement progressif des contraintes, normales, ce qui nécessite de nombreux incréments et itération. Pour cette raison, il est souvent préférable d'avoir recours à des déplacements imposés pour modéliser le chargement, si cela est compatible avec les hypothèses du modèle. L'avantage d'une telle représentation est que les équations d'équilibre et de comportement

peuvent toujours être satisfaites, généralement en peu d'itérations, même si la rupture est proche.

Si les déplacements imposés ne conviennent pas pour le modèle, une solution consiste à introduire une petite cohésion dans les calculs ; quelques kilopascals (kpa) arrangent souvent bien les choses. Mais, il faut prendre garde à une telle opération, car le problème mécanique n'est plus tout à fait le même.

Une dernière solution consiste à remplacer la pression uniforme par une pression trapézoïdale (uniforme sur la plus grande partie de la fondation et triangulaire aux bords). Cette approximation permet de réduire les cisaillements mobilisés aux bords de la fondation.

2.7.1.6 Influence de l'état initial des contraintes.

Un autre facteur important pour la modélisation reste souvent inconnu : il s'agit de l'état de contrainte initial qui règne dans le sol avant la construction de la fondation. Cet état initial est important car il conditionne, comme les paramètres mécaniques, la réponse en déplacements du modèle d'éléments finis.

Toutefois, pour mener une étude satisfaisante, il faut surtout connaître l'état de contraintes dans le sol une fois la fondation construite et avant l'application des charges dues à la structure. Cet état peut être approché en simulant la construction (calcul par phase) mais le plus souvent, et notamment dans le cas des fondations superficielles peu encastrées, il est raisonnable de supposer que le sol a été peu perturbé par la construction, que l'état de contrainte dans le massif est toujours celui du sol au repos et que ce dernier possède encore ses caractéristiques intactes.

2.7.1.7 Conseils pour la réalisation des maillages de fondation superficielle.

L'utilisation de la méthode des éléments finis nécessite la réalisation d'un maillage et la prise en compte de conditions aux limites du domaine étudié. En particulier, des conditions concernant des déplacements ou des contraintes sont imposées aux frontières du maillage. Celles-ci peuvent se trouver à une distance « finie » (cas d'une liaison rigide, d'un substratum rigide ou d'un obstacle quelconque empêchant un déplacement) ou « infinie » (déplacement nul à l'infini, état de contraintes imposé).

Dans le cas d'une fondation superficielle isolée, placée dans un massif de sol homogène semi-infini, les frontières latérales et inférieures du modèle peuvent être

représentées par des éléments finis ou par des éléments " infinis ". Si des éléments finis sont utilisés, pour que les conditions aux limites n'aient pas d'influence sur le comportement du modèle (*figure 2.31*), l'expérience montre qu'il convient de fixer :

- Les limites latérales du maillage (condition $U = 0$) à environ 10 fois la largeur B de la fondation ;
- La limite horizontale inférieure (condition $V = 0$ ou $U = V = 0$) à au moins 6 fois la valeur de B sous la base de la fondation.

Un maillage grossier conduit généralement à une réponse charge - tassement trop raide et à une charge limite trop élevée par rapport à la solution exacte ou par rapport aux résultats fournis par un maillage. De façon plus quantitative, les recommandations suivantes peuvent être précisées :

- Le maillage du massif de sol doit être relativement resserré dans les zones où de forts gradients risquent d'apparaître, c'est-à-dire au voisinage des interfaces entre la fondation et le sol, dans les régions situées à une distance inférieure à $2B$ autour de la base de la fondation ;
- le rapport de forme (rapport de la plus petite dimension d'un élément fini à la plus grande) des éléments proches d'une fondation superficielle devrait être limité à $1/5$;
- la largeur B' (selon la direction horizontale) du premier élément de sol directement adjacent à la fondation doit être au moins telle que $B' = 0.1 B$, pour décrire de manière satisfaisante les variations du cisaillement aux bords de la fondation ;
- lorsque la stratigraphie du sol, la géométrie de la fondation et celle de la structure, les charge et les diverses conditions de liaison possèdent des symétries remarquables, il faut en profiter pour simplifier le maillage.

L'étude pour des charges inclinées exige un maillage complet par rapport aux charges verticales, car une charge inclinée ne présente aucune symétrie particulière. De plus, l'inclinaison entraîne l'apparition de zones en traction dans le sol, d'où la nécessité de prendre en compte des éléments d'interface. La base de la fondation peut alors se décoller du massif de sol sur une certaine longueur.

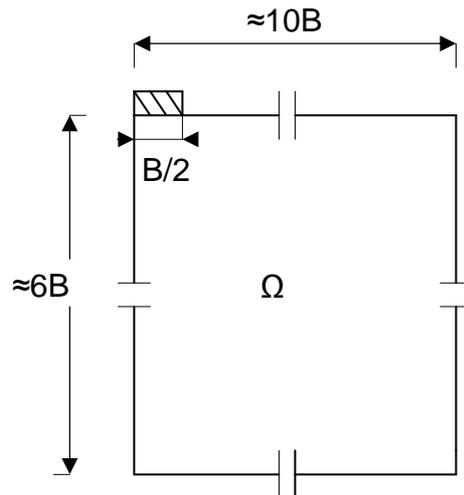


Fig.2.31 Dimensions conseillées pour le maillage d'une fondation superficielle.

2.7.1.8 Comportement des sols et modélisation des fondations superficielle.

Dans le cas de chargement monotone, de très nombreuses comparaisons ont été menées entre les résultats numériques et les mesures sur ouvrages. Elles permettent de constater aujourd'hui que les lois usuelles de comportement des sols (élastoplasticité parfaite) conduisent à des résultats satisfaisants sous réserve que les autres aspects de la modélisation soient correctement pris en compte (notamment, l'interaction entre le sol et la fondation) et que les paramètres de comportement sont bien estimés.

Dans le cas des chargements cycliques et dynamiques, les études sont moins nombreuses et restent encore délicates à réaliser en raison de la complexité des lois de comportement des sols lorsque les sollicitations ne sont plus monotones.

2.8 Travaux numériques antérieurs.

Peu d'auteurs ont essayé de discuter l'application des méthodes numériques à l'analyse de la capacité portante des fondations peu profondes, en particulier sur un sol cohésif. Cela semblait être en grande partie dû aux difficultés dans les algorithmes de développement numériques qui sont capable de fournir des solutions précises. Une série de calculs de la capacité portante a été décrite par quelques auteurs.

Griffiths (1982) a employé un algorithme viscoplastique pour obtenir des solutions pour chacun des trois facteurs de la capacité portante N_γ , N_q et N_c .

Griffiths conclut de cette expérience que :

- Le calcul de N_γ avait généralement exigé un effort considérablement plus fort que les deux autres facteurs.
- La convergence est plus lente quand la valeur de φ augmente.
- Les solutions pour une fondation rugueuse sont plus lentes qu'une fondation lisse.
- L'algorithme viscoplastique employé pour ces calculs semble être peu convenable pour l'évaluation de N_γ pour le cas où l'angle de frottement du sol dépasserait 35° .

Borst et Vermeer (1984) ont décrit une tentative d'employer la méthode des éléments finis pour l'évaluation de la capacité portante pour un angle $\varphi = 40^\circ$. L'analyse était toute basée sur un sol cohésif, frottant et n'a pas rapporté les valeurs de N_γ directement.

Une particularité intéressante de ces résultats était que les solutions stables pouvaient être obtenues pour une fondation lisse pour le cas d'un matériau associé, mais l'introduction de l'angle de dilatance (matériau non associé) a tendance à causer des instabilités numériques, et la solution, ne pouvait pas être obtenue pour le cas où l'angle de dilatance est égal à zéro ($\psi=0$).

Manoharan et Dasgupta (1995) ont utilisé des algorithmes numériques similaires à celles de *Griffiths* pour obtenir des solutions des facteurs de la capacité portante. Ces analyses non plus ne sont pas étendues au sol avec des angles de frottement plus grand que 35° .

Les résultats ont montré qu'une dépendance intéressante des facteurs de la capacité portante à l'angle de dilatance donc, la capacité portante tend à augmenter avec l'accroissement de l'angle de dilatance.

Frydman et Burd (1997) ont étudié l'influence de l'angle de dilatance sur le facteur de capacité portante N_γ , pour le cas simple, celui d'une semelle filante.

Les études sont faites sur deux types de fondation ; une fondation lisse et une fondation rugueuse, en employant des algorithmes viscoplastiques ou élastoplastiques.

Deux techniques de simulation numérique ont été employées, à savoir : la technique des éléments finies (le code *OXFEM*) et la technique des différences finies (le code *FLAC*).

Cette étude indique clairement la réduction de la capacité portante avec le décroissement de la valeur de l'angle ψ , mais cette étude a mis en évidence quelques difficultés pour l'analyse numérique surtout dans le cas d'une fondation rugueuse, et ces difficultés augmentent en augmentant l'angle de frottement ϕ .

Hans.L.Erickson et Andrew Drescher (2001) ont étudié l'influence de la non associativité et de la rugosité de la fondation sur les coefficients de capacité portante \dot{N}_y et \dot{N}_c , pour une fondation superficielle de forme circulaire, en utilisant le logiciel (*FLAC*). Ces études sont faites en considérant deux types de fondations, Parfaitement lisse et parfaitement rugueuse et trois valeurs de l'angle de dilataance :

$$\psi=0, \psi=\frac{\phi}{2} \text{ et } \psi=\phi.$$

Les *tableaux 2.15* et *2.16* présentent la variation de \dot{N}_y et \dot{N}_c en fonction de la rugosité de fondation et ψ d'après *Erikson et Andrew Drescher 2001* :

Ils ont conclu que ces facteurs dépendent énormément de l'angle de dilataance et de la rugosité de la base de fondation. Cette dépendance est significative pour les valeurs élevées de l'angle de frottement par exemple pour $\phi=45^\circ$;

- \dot{N}_y obtenu pour $\psi=\phi$ est 50% plus élevé que \dot{N}_y calculé pour $\psi=0$
- \dot{N}_c obtenu pour $\psi=\phi$ est 80% plus élevé que \dot{N}_y calculé pour $\psi=0$
- Pour $\psi=\phi$ \dot{N}_y obtenu pour une fondation rugueuse est 145% plus élevé que \dot{N}_y calculé pour une fondation lisse.

Tableau 2.15 Facteurs de capacité portante N_y pour une fondation circulaire.

Φ		$\Psi=\phi$	$\Psi=\phi/2$	$\Psi=0$
20°	L	1.7	1.6	1.5
	R	2.8	2.7	2.5
35°	L	21	20	17
	R	45	42	33
40°	L	58	52	43
	R	130	113	73
45°	L	186	156	124
	R	456	387	198

Tableau 2.16 facteurs de capacité portante N_c^* pour une fondation circulaire.

Φ		$\Psi=\phi$	$\Psi=\phi/2$	$\Psi=0$
20°	L	19.5	19.3	19.0
	R	22.3	22	21.6
35°	L	84	81	77
	R	108	103	88
40°	L	161	153	122
	R	186	165	135
45°	L	320	283	178
	R	380	308	200

Merifield, Sloan et Yu (1998) ont utilisé des formulations numériques de l'analyse limite pour évaluer la capacité portante d'une semelle filante rigide, reposant sur un bicouche argileux purement cohérent. Des solutions rigoureuses concernant la résistance ultime sont obtenues en employant la méthode des éléments finis en conjonction avec les théorèmes de l'analyse limite avec détermination des bornes supérieure et inférieure.

Les deux méthodes supposent un modèle de comportement du sol parfaitement plastique (critère de Tresca).

- La solution de la borne inférieure est déterminée en simulant un champ de contrainte statiquement admissible sans violer le critère de rupture ; cette approche est effectuée dans le sens de la sécurité et conduit à estimer des bornes inférieures de la charge limite.

- La solution de la borne supérieure est déterminée en simulant un champ de vitesse cinématiquement admissible qui consiste à imaginer des mécanismes de rupture et à écrire que l'instabilité se traduit par une puissance des efforts extérieurs supérieure ou égale à la puissance résistante maximale correspondante.

Dans cette analyse, Il est plus utile d'écrire l'équation de la capacité portante sous la forme : $N_c^* = q_u / C_u1$; où N_c^* est fonction des rapport H/B et C_u1/C_u2 .

Shiau, Lyamin, et Sloan (2003) ont utilisé des formulations d'éléments finis des théorèmes d'analyse limite pour obtenir des solutions rigoureuses en plasticité concernant la capacité portante d'une couche de sable compacté surmontant une couche d'argile molle (cas souvent rencontré dans les problèmes de fondations). Ils

se sont basés sur les travaux de Merifield et al. (1999) qui a considéré le problème classique de la capacité portante de deux couches d'argile, pour utiliser les méthodes limites pour intercaler et limiter la solution réelle entre la limite supérieure et la limite inférieure. Les techniques elles même n'ont été développées que récemment et sont discutées en détail par Lyamin et Sloan.

Les procédures remplacent les précédentes formulations proposées par Sloan (1988, 1989), et Sloan et Kleeman qui malgré le fait qu'elles donnent des résultats satisfaisants dans un large domaine d'applications pratiques, elles sont néanmoins moins efficaces.

Si on considère uniquement la capacité portante de la couche de sable, elle dépendra de ϕ' , γ et q , avec d'autres facteurs possibles tels que l'angle de dilatance ψ' et la rugosité de la semelle. La théorie classique par analyse limite suppose une règle d'écoulement associée, avec des déformations plastiques normales à la surface de charge et l'angle de dilatance est pris égal à l'angle de frottement. En prenant en considération la présence de la couche d'argile et en supposant un écoulement associé avec une semelle parfaitement rigide, la capacité portante ultime du problème de fondation sur deux couches peut être exprimée sous une forme sans dimension :

$$P/\gamma B = f(H/B, c_u/\gamma B, q/\gamma B, \phi')$$

P : pression limite moyenne.

2.9 CONCLUSION.

La détermination de la capacité portante des fondations est l'un des problèmes les plus importants de la mécanique des sols. Pour le calcul de la stabilité des fondations, trois classes de méthodes ont été jusque là les plus utilisées : les méthodes basées sur la superposition des trois termes de portance (N_c , N_q et N_γ) proposées par Terzaghi (1943) et qui laissent un libre choix pour les coefficients de portances, les méthodes de calcul partant des essais en place au pressiomètre, et la méthode des éléments finis.

La première classe de méthode de calcul représentant les méthodes classiques, basées sur l'équilibre limite et l'analyse limite, utilisent des hypothèses simplificatrices en imposant un mécanisme de rupture qui peut être en réalité très grossier et souffrent de quelques difficultés et critiques. Toutes ces difficultés et critiques font appel à d'autres techniques pour résoudre ce problème et supposent

que l'instabilité ne dépend pas de l'état initial du sol et de sa réponse aux faibles valeurs des charges, alors que dans les calculs en déplacements, la rupture est au contraire définie sur la courbe de variation des déplacements en fonction de la charge et du temps.

L'approche en déformation, des calculs de stabilité est la plus naturelle, la plus réaliste, car elle suit l'évolution des terrains et des ouvrages depuis leur état initial jusqu'à la rupture ou ce qui est défini conventionnellement comme la rupture, et la plus exigeante car elle nécessite de connaître la déformabilité des matériaux en plus de leur résistance.

Quelques solutions numériques ont résolu le problème de la capacité portante en tenant compte de l'influence de la rugosité, de la stratification du sol d'assise et de la loi d'écoulement non associée, ces méthodes n'imposent pas la direction des plans de rupture, au contraire, elles permettent de vérifier le mécanisme de rupture sous la fondation. Elles sont d'un emploi peu courant à cause de leur complexité de mise en œuvre, elles sont cependant en train de se généraliser.

CHAPITRE 3

CODE NUMERIQUE ET MODÈLES DE COMPORTEMENT UTILISES

CHAPITRE 3**CODE NUMERIQUE ET MODÈLES DE COMPORTEMENT UTILISES.**

Sommaire

3.1. Introduction	104
3.2 Description du code numérique utilisé.....	104
3.2.1 Introduction.....	104
3.2.2 Comparaison avec d'autres méthodes numériques.....	107
3.2.3 Conception de FLAC.....	108
3.2.3.1 Méthode des différences finies.....	108
3.2.3.2 Avancement de la résolution explicite dans le temps.....	109
3.2.3.3 Discrétisation en 2D.....	111
3.2.3.4 Formulation lagrangienne.....	113
3.2.3.5 Formulation numérique.....	113
3.2.3.5.1 Equation du mouvement.....	113
3.2.3.5.2 Amortissement et pas de temps critique.....	114
3.2.3.6 Chargement et modélisation séquentielle.....	114
3.2.3.7 Force non équilibrée (Unbalanced force).....	115
3.2.3.8. Méthodologie de simulation avec Flac.....	116
3.3 Modèles de comportement.....	117
3.3.1. Introduction.....	117
3.3.2. Modèle élastique linéaire isotrope.....	117
3.3.3 Modèles de comportement élastoplastique.....	119
3.3.3.1. Notion de surface de charge.....	119
3.3.3.2. Notion de règle d'écrouissage.....	122
Ecrouissage isotrope.....	123
Ecrouissage cinématique.....	124
Ecrouissage mixte.....	124
Ecrouissage anisotrope.....	124
3.3.3.3. Notions de loi d'écoulement.....	125
Lois d'écoulement associées	125
Lois d'écoulement non associées.....	126
3.3.4. Modèle élastique linéaire parfaitement plastique Mohr Coulomb	126
3.4 Conclusions.....	130

CHAPITRE 3

CODE NUMERIQUE ET MODÈLES DE COMPORTEMENT UTILISES.

3.1. Introduction.

Le calcul de capacité portante et la connaissance du mécanisme de rupture des fondations sont les problèmes en géotechnique les plus courants compliqués par le comportement et l'hétérogénéité des sols, la géométrie et les conditions de chargement. Pour étudier ce problème, personne ne contestera l'intérêt d'utiliser les moyens numériques spécialisés qui permettent l'emploi des programmes sur ordinateur, et qui, par la disparition des hypothèses simplificatrices, surtout pour les terrains naturels stratifiés, sont de plus en plus faibles que les méthodes classiques d'équilibre limite et d'analyse limite.

Vue l'importance de la connaissance de la capacité portante et les mécanismes de rupture des fondations et l'orientation récente vers les outils numériques, nous avons retenu le logiciel professionnel FLAC en différences finies explicites

Ce chapitre est donc consacré à la présentation du logiciel FLAC et les modèles de comportement utilisés pour la qualification d'une procédure de simulation d'une fondation superficielle sur des sols stratifiés. La rédaction de ce chapitre doit beaucoup au manuel de Flac, édité par, Itasca (2005) ainsi que la thèse de E. Boidy (2002).

3.2 Description du code numérique utilisé.

3.2.1 Introduction.

Le manuel d'utilisation de Flac établi par Itasca (2000) nous fournit une description assez détaillée du code de calcul Flac (Fast Lagrangian Analysis of Continua) qui est conçu et commercialisé par la société Itasca. Il est disponible en version bidimensionnelle et tridimensionnelle. Il revient à l'utilisateur de travailler avec la version qui convient le plus à son problème. Le code **FLAC** (Fast Lagrangian Analysis of Continua) avec ses deux versions bidimensionnelles et tridimensionnelles

est un logiciel en différences finies développé par la société américaine ITASCA Consulting Group (Itasca, 2005). Il simule le comportement des structures en sols, en roches ou autres matériaux qui se plastifient quand leur surface de charge est atteinte. Les matériaux sont représentés par des éléments ou des zones qui forment le maillage ajusté par l'utilisateur pour avoir la forme de l'objet à modéliser. Chaque élément se comporte selon sa description par une loi contrainte/déformation linéaire ou non linéaire aux chargements appliqués ou aux conditions aux limites imposées. Le matériau peut se plastifier et s'écouler, et le maillage peut se déformer (en mode grande déformation) et se déplacer avec le matériau qu'il représente.

Une des spécificités est le macro-langage incluse dans *FLAC*. Celui-ci permet à l'utilisateur de définir de nouvelles variables, procédures, sorties graphiques, et même d'écrire sa propre loi de comportement ! La formulation du logiciel est parfaitement adaptée à la modélisation des problèmes de géomécanique en plusieurs phases, comme une séquence excavation-construction-chargeement.

Ce code peut aider l'ingénieur à résoudre de nombreux problèmes, tels que :

- Dimensionnement des pentes, des talus ou des fouilles et analyse de leur stabilité ;
- Dimensionnement des fondations superficielles et profondes ;
- Etude des barrages en terres ou en béton ;
- Dimensionnement des travaux souterrains ;
- Dimensionnement et planification d'une exploitation minière ;
- Analyse d'un stockage souterrain de déchets nucléaires ;

En assurant les capacités suivantes :

- Elasto-plasticité en grandes déformations.
- Modélisation des écoulements, le cas échéant avec surface libre, ainsi que de phénomènes couplés comme la consolidation.
- Matériaux radoucissant / durcissant.
- Loi à deux mécanismes (cisaillement et compression isotrope).
- Modèle Cam-Clay simplifié, et Drucker-Prager.
- Contrôle souple et aisé des séquences d'excavation grâce au macro-langage *FISH*.
- Interfaces pour représenter les joints ou les couches minces.
- Maillage automatique.

- Capacités dynamiques, thermomécaniques et de fluage.

Ce code utilise la méthode des éléments Lagrangiens qui consiste en une application non traditionnelle de la méthode des différences finies explicites. Avec l'utilisation de la méthode de Wilkins (1964) qui permet de formuler les équations de différences finies pour des éléments de forme quelconque, cette méthode est aussi souple que la Méthode des Eléments Finis (M.E.F).

Basés sur des méthodes de résolution explicites, le code *FLAC* est particulièrement peu gourmand en mémoire et peut donc fonctionner sur des micro-ordinateurs. Il est, par ailleurs, tout à fait compétitif en temps de calcul avec les logiciels classiques "Eléments Finis implicites" pour la résolution des problèmes géotechniques, lesquels doivent en général prendre en compte de fortes non linéarités, des plastifications importantes, et de grandes déformations.

Par contre, il n'est plus compétitif en temps de calcul pour les simulations linéaires. Plusieurs pas de calcul sont nécessaires pour obtenir une solution élastique linéaire alors qu'en éléments finis, un seul calcul permet d'obtenir la solution.

FLAC dans sa formulation utilise les équations de mouvement dynamique amorti. L'équilibre, statique ou écoulement, est atteint lorsque l'accélération est nulle. Durant les pas de calcul d'une étape d'analyse, la force maximale non équilibrée est déterminée pour l'ensemble des mailles. L'évolution de cette force peut être affichée durant le calcul ou visualisée comme un graphe. Cette force est importante pour l'indication de l'équilibre du modèle.

FLAC n'est pas une boîte noire qui donne une solution aux données introduites, il permet l'interprétation du comportement du système numérique et offre la possibilité à l'utilisateur de tester ses idées, de créer ses propres modèles de comportement, en utilisant le langage de programmation *FISH*. Le nouveau modèle de comportement devient exactement comme un modèle implanté, mais prend plus de temps de calcul. Plusieurs modèles implantés (élasticité, Mohr-Coulomb, écrouissage positif/négatif, Cam-Clay modifié) sont réécrits en langage *FISH* afin de servir à l'utilisateur comme exemples de programmation. *FLAC* peut être utilisé soit directement dans la conception si les données sont complètes, soit comme un outil d'expérimentation numérique s'il y a un manque de données (géologie compliquée, zone inaccessible, pas de budget d'expérimentation).

Starfield et Cundall (1988), fondateurs du Code *FLAC*), ont insisté que la méthodologie des modélisations numériques en géomécanique doit être différente de celle de l'ingénierie de structure. Ils ont signalé qu'il est impossible d'obtenir des données complètes sur les sols ou les roches du site ; par exemple : l'état des contraintes initiales, les propriétés et les discontinuités ne peuvent être que partiellement bien connues. Cette situation est incompatible avec la conception suivie dans les logiciels populaires utilisés pour la conception (boite noire qui accepte uniquement d'un côté l'introduction des données et de l'autre côté donne les résultats de prédiction du comportement). Au contraire, les logiciels en géomécanique doivent être conçus et utilisés pour découvrir les mécanismes en absence des données nécessaires pour la prédiction. Quand le comportement du système est défini, il est adéquat d'utiliser des calculs simples de la conception du processus.

D'une autre manière, les logiciels en géomécanique ne doivent pas être utilisés uniquement dans la conception, mais aussi comme un outil d'expérimentation numérique qui aide et donne au concepteur un aperçu sur les mécanismes possibles.

3.2.2 Comparaison avec d'autres méthodes numériques.

La méthode des différences finies et la méthode des éléments finis donnent des équations différentielles sous forme d'équations matricielles pour chaque élément, reliant les forces nodales aux déplacements nodaux. Bien que les équations de *FLAC* soient dérivées de la méthode des différences finies, les matrices élémentaires résultant pour un matériau élastique sont identiques à ceux de la méthode des éléments finis (M.E.F.) (pour un triangle à déformation constante). Pourtant *FLAC* diffère dans les points suivants:

1. les équations de mouvement dynamique sont utilisées, même pour la modélisation des systèmes statiques. Ceci permet au *FLAC* de suivre les processus d'instabilité physique sans difficulté;
2. une formulation explicite est utilisée (au contraire de la formulation implicite couramment utilisée en E.F.). Les formulations explicites peuvent suivre arbitrairement la non-linéarité des lois contraintes-déformations presque avec le même temps de calcul que les lois élastiques, où les solutions implicites peuvent prendre significativement un temps de calcul plus long. En outre, il n'est pas nécessaire de stocker des matrices, ce qui signifie que:

- a) un grand nombre d'éléments peut être modélisé avec une modeste mémoire, et
- b) la simulation en grande déformation nécessite à peine plus de temps de calcul que le calcul en petite déformation.

Ces différences sont en faveur du FLAC, mais elles souffrent de deux inconvénients:

1. le calcul des simulations linéaires est plus long avec FLAC qu'avec les codes numériques en E.F.; FLAC est efficace pour les problèmes non-linéaires ou en grande-déformation, ou à des situations dans lesquelles l'instabilité physique peut se produire;
2. le pas de calcul de FLAC est déterminé par le rapport entre la plus grande période et la plus petite période propre du système. Avec un pas de temps de calcul imposé très petit, il est nécessaire d'effectuer un grand nombre de pas avant d'arriver à la solution statique.

De ces faits, ce code n'est pas compétitif pour la résolution des problèmes statiques linéaires en petites déformations surtout avec la Méthode des Eléments Finis, par contre, il l'est pour les systèmes complexes présentant une forte non-linéarité, de grandes déformations ou des instabilités physiques.

3.2.3 Conception de FLAC.

FLAC est un logiciel en différences finies explicites utilisant l'analyse lagrangienne. Nous examinons d'abord ces termes en précisant leurs avantages dans le processus de modélisation numérique.

3.2.3.1 Méthode des différences finies.

La méthode des différences finies est l'une des plus anciennes méthodes de résolution numérique d'un système d'équations différentielles. Pour des conditions initiales et des conditions aux limites données, la solution est unique. La plupart des méthodes utilisant les différences finies adoptent une discrétisation du milieu en mailles rectangulaires exclusivement. L'approche retenue par Itasca est basée sur la méthode de Wilkins (1964), qui permet de formuler les équations des différences finies pour des éléments quelconques. On peut leur donner n'importe quelle forme

aux limites et, faire varier les propriétés d'un élément à l'autre. De ce point de vue, elle est donc aussi performante que la méthode des éléments finis.

Dans la méthode des différences finies, toute dérivée est directement remplacée par une expression algébrique décrite en termes de variations en des lieux discrets de l'espace. Ces variables sont indéterminées partout ailleurs, contrairement aux éléments finis pour lesquels des fonctions de forme décrivent les variations (contraintes et déplacements) dans tout le massif.

Le code Flac utilise des éléments lagrangiens dont la géométrie est réactualisée à chaque pas de temps. Cette propriété permet de traiter les problèmes en grands déplacements, sans algorithme supplémentaire.

De plus, le code FLAC se distingue essentiellement par son schéma de résolution explicite, qui permet de ne pas combiner les matrices élémentaires, autorisant ainsi un gain substantiel de place mémoire, à savoir de Random Access Memory (RAM). En effet, seules les variables à la fin de chaque pas de temps sont stockées et non la matrice de rigidité, comme cela est le cas pour la méthode aux éléments finis.

3.2.3.2 Avancement de la résolution explicite dans le temps.

FLAC dans sa formulation utilise les équations de mouvement dynamique. En effet, ceci permet de s'assurer que le schéma numérique est stable même lorsque le système physique est instable. En réalité, l'instabilité physique est le résultat de conversion d'une partie de l'énergie de déformation accumulée par le système en énergie cinétique qui se propage et se dissipe à partir de la source.

FLAC modélise ce processus directement en introduisant des termes d'inertie, ainsi l'énergie cinétique est générée et dissipée. Au contraire, les schémas de calcul qui n'introduisent pas les termes d'inerties doivent utiliser quelques procédures numériques pour traiter les instabilités physiques. Même si cette procédure est utilisée avec succès en évitant les instabilités numériques, le chemin pris peut être non réaliste.

Les séquences de calcul général dans FLAC sont illustrées sur la figure 3.1. Les équations de mouvement sont appelées pour calculer les nouvelles vitesses et donc de nouveaux déplacements à partir des contraintes et les forces mises en jeu. En suite, le taux du tenseur de déformation est déduit des vitesses aux noeuds et en

fin de cette boucle, la loi de comportement est utilisée pour déduire un nouveau tenseur de contraintes de ce taux de tenseur de déformation. Le processus est répété jusqu'à satisfaction d'un critère de convergence: la force maximale nette non équilibrée sur l'ensemble des noeuds doit être inférieure à une valeur fixée par l'utilisateur.

Le principe fondamental de la résolution explicite est que chaque boîte de la figure 3.1 actualise toutes les variables qu'elle doit traiter à partir de valeurs connues et qui restent figées durant les calculs dans la boîte.

Cette hypothèse est justifiée si le pas de temps est assez petit pour que l'information ne puisse passer d'un élément à l'autre au cours de cet intervalle de temps. Le blocage des vitesses est alors justifié car les éléments voisins ne peuvent pas s'influencer pendant une période de calcul. Bien entendu, les perturbations peuvent se propager dans le modèle en plusieurs cycles de calcul, à la vitesse que met l'information à se propager physiquement.

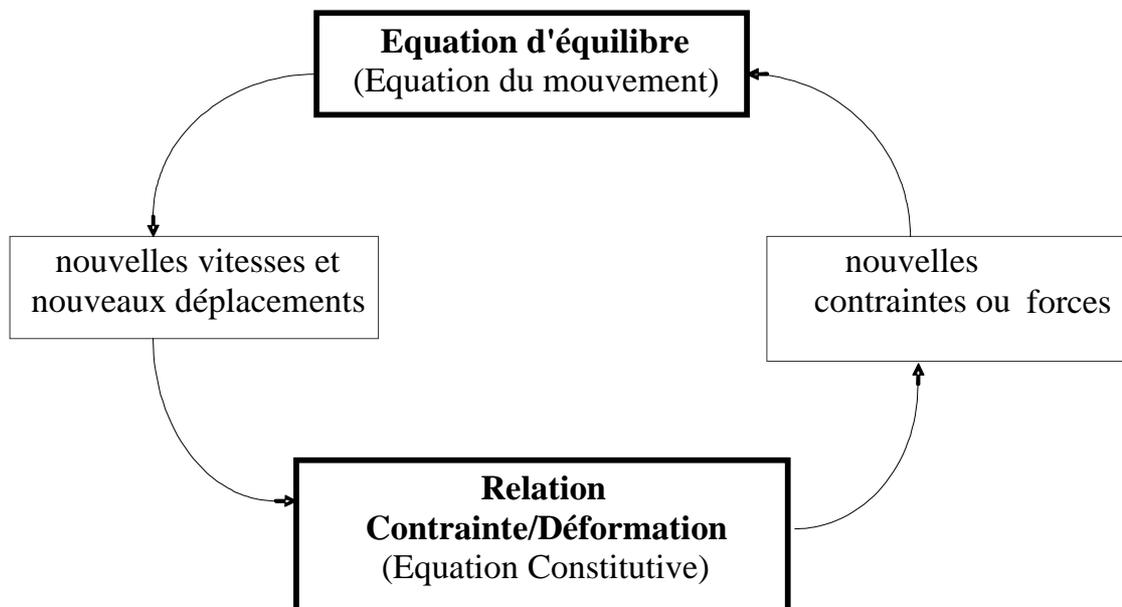


Figure 3.1 Séquence de calcul Flac, d'après Itasca (2005).

L'idée de base est que la vitesse de "l'onde de calcul" est toujours supérieure à celle des "ondes physiques" de façon à ce que les équations opèrent toujours sur des valeurs connues et figées pour la durée des calculs dans la boîte.

Cette méthode, possède plusieurs avantages importants et un grand inconvénient, surtout qu'aucune itération n'est nécessaire pour calculer les contraintes à partir des déformations dans l'élément, même si la loi de comportement est fortement non linéaire d'où des grandes déformations et de grands déplacements peuvent être pris en compte avec quasiment aucun calcul supplémentaire.

Dans le cas des méthodes implicites (M.E.F.), chaque élément communique avec tous les éléments durant une étape de solution, beaucoup d'itérations sont nécessaires avant d'avoir la compatibilité et l'équilibre. On peut voir que le désavantage des méthodes explicites est la condition sur le pas de temps. Avec un pas de temps imposé très petit, il peut être nécessaire d'effectuer un grand nombre de pas avant d'arriver à la solution statique. De ce fait, la méthode explicite est bonne pour le comportement des systèmes non linéaires, les grandes déformations et les instabilités physiques, elle est mauvaise pour les problèmes de modélisation linéaire et de petites déformations.

3.2.3.3 Discrétisation en 2D.

Le milieu continu est discrétisé par des quadrilatères, chacun d'eux divisé en deux paires d'éléments triangulaires (a,b) et (c,d), à déformation uniforme comme indiqué sur la figure 3.2. La force exercée sur un nœud est prise comme la moyenne des forces pour les deux paires de triangles, ce qui permet d'assurer une réponse symétrique à un chargement symétrique. Il en va de même pour les déplacements des nœuds.

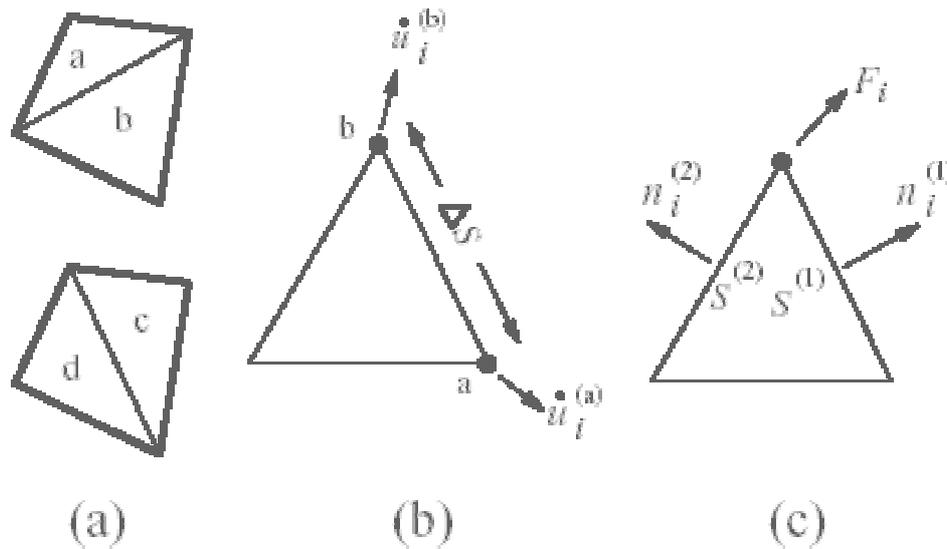


Figure 3.2 Principe de dissociation des quadrilatères en deux paires d'éléments triangulaires, d'après Itasca (2005).

L'utilisation d'éléments triangulaires élimine le problème de déformations non restreintes qui se pose avec les éléments quadrilatères à déformation uniforme. Ce problème, pour les polygones à plus de trois sommets, tient au fait qu'il existe des combinaisons de déplacements nodaux qui ne produisent aucune déformation, et donc ne sont restreints par aucune force. Un autre problème de la modélisation de matériaux en plasticité n'est pas résolu par l'utilisation d'éléments triangulaires. Il s'agit de la formulation de la condition d'incompressibilité lors de l'écoulement plastique. En effet, pour les problèmes axisymétriques ou en déformations planes, cette condition introduit une restriction cinématique dans la direction perpendiculaire au plan d'étude. Les éléments sont alors «surcontraints» (nombre d'équations supérieur au nombre d'inconnues), ce qui donne lieu à des prédictions erronées et optimistes des chargements de rupture. Ce problème est résolu en utilisant la discrétisation mixte.

La discrétisation mixte consiste à adopter des discrétisations différentes pour les parties isotropes et déviatoriques des tenseurs de contraintes et de déformations. Les parties isotropes des tenseurs de contraintes et de déformation, sur lesquelles s'applique la condition d'incompressibilité, sont supposées constantes sur l'ensemble d'un quadrilatère, alors que les deux parties déviatoriques sont traitées séparément dans les deux triangles.

3.2.3.4 Formulation lagrangienne.

N'ayant pas besoin de matrice de rigidité globale, il est plus facile d'actualiser les coordonnées des nœuds à chaque pas de temps. Les déplacements incrémentaux sont ajoutés aux coordonnées et le maillage se déforme donc avec le matériau qu'il représente. Ceci est appelé "Formulation Lagrangienne", par opposition à la formulation "Eulerienne" pour laquelle le matériau se déforme et se déplace par rapport à un maillage fixe.

3.2.3.5 Formulation numérique.

La conception de formulation de FLAC est similaire à la relaxation dynamique proposée par Otter et al. (1966) avec adaptation à des maillages arbitraires en suivant l'approche de Wilkins (1964).

3.2.3.5.1 Equation du mouvement.

A chaque nœud, on additionne les forces dues à tous les quadrilatères dont il fait partie, le vecteur force résultant ΣF_i inclut également les chargements éventuels (conditions aux limites et forces de volumes) et les forces de gravité. Les forces de gravité $F_i^{(g)}$ sont calculées par:

$$F_i^{(g)} = g_i m_g \quad (3.1)$$

avec: m_g est la masse gravitationnelle au nœud, définie par le 1/3 de la somme des masses des triangles connectés au nœud. ΣF étant la force nette non équilibrée au nœud, (figure 3.3).

Si le système est en équilibre, ou en état d'écoulement (plastique), la résultante des forces nodales ΣF_i doit être égale à zéro. En plus le nœud doit être accéléré en accord avec la forme des différences finies de la 2^{ème} loi de Newton de mouvement.

$$U_i^{(t+\Delta t/2)} = U_i^{(t-\Delta t/2)} + \Sigma F_i^t \frac{\Delta t}{m} \quad (3.2)$$

où les indices supérieurs indiquent l'instant où la variation est évaluée.

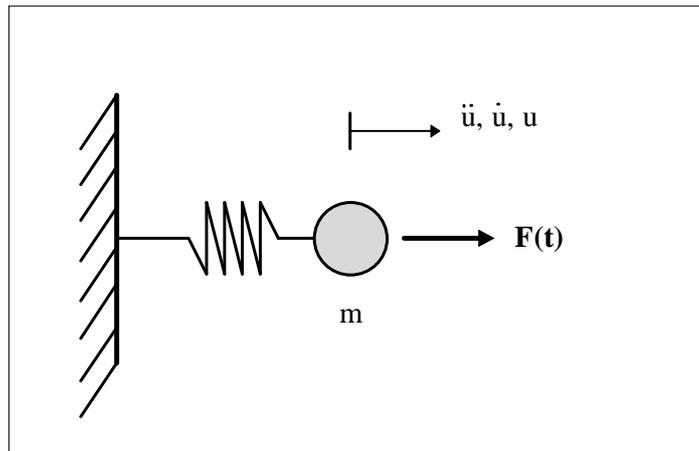


Figure 3.3 Application d'une force variable dans le temps

En grandes déformations, l'équation (3.2) est de nouveau intégrée pour calculer les nouvelles coordonnées du noeud.

$$X_i^{(t+\Delta t)} = X_i^{(t)} + U_i^{(t+\Delta t/2)} \Delta t \quad (3.3)$$

3.2.3.5.2 Amortissement et pas de temps critique.

L'équation de mouvement doit être amortie pour donner des solutions statiques ou quasi-statiques (sans inertie). L'objectif de FLAC est d'arriver à un état stationnaire (équilibre ou écoulement permanent) dans un schéma numérique stable avec le minimum de cycles. A chaque nœud, est imposée une force d'amortissement dont le module est proportionnel au module de la force nette non équilibrée, et dont la direction est telle qu'elle produit toujours un travail négatif.

Le pas de temps qui rend cette méthode explicite inconditionnellement stable doit satisfaire la condition suivante: la vitesse du «front de calcul» doit être plus grande que la vitesse maximale de propagation de l'information (vitesse d'onde P). Le pas de temps doit être choisi plus petit que le pas de temps critique.

3.2.3.6 Chargement et modélisation séquentielle.

En appliquant différents cas de condition de chargement à différentes étapes d'analyse, il est possible de simuler le changement physique du chargement, telles que les séquences d'excavation et de construction (tunnel, paroi moulée, grande excavation,...). Les changements de chargement peuvent être spécifiés par plusieurs façons:

- par application de nouvelles contraintes ou de nouveaux déplacements aux limites;
- par le changement du modèle de comportement du matériau des zones du maillage au modèle nul pour les excavations ou à un autre modèle;
- par changement de propriétés des matériaux.

Il est important de reconnaître que la modélisation séquentielle doit suivre les étapes des travaux de construction. Elle ne tient pas compte du temps physique comme un paramètre. Le manuel de FLAC donne des consignes à suivre pour la performance du changement de charge ou de définition des étapes dans une analyse séquentielle.

3.2.3.7 Force non équilibrée (*Unbalanced force*).

FLAC, dans sa formulation, utilise les équations de mouvement dynamique amorti. L'équilibre (statique ou écoulement) est atteint lorsque l'accélération est nulle. Durant les pas de calcul d'une étape d'analyse, la force maximale non équilibrée est déterminée pour l'ensemble des mailles. L'évolution de cette force peut être affichée sur l'écran ou visualisée comme un graphe. Cette force est importante pour l'indication de l'équilibre du modèle; sa magnitude doit être comparée avec la magnitude d'une force d'inertie typique agissant sur le maillage. Une force nodale interne représentative peut être déterminée par la multiplication de la contrainte par la distance perpendiculaire à cette force, dans un endroit sensible du maillage. Noton R le rapport en pourcentage de la force non équilibrée maximale sur la force interne représentative. Une valeur de R de 1% à 0.1% peut être acceptable pour l'indication de l'équilibre en fonction du degré de précision voulu: $R = 1\%$ peut être considérée suffisante pour une étape intermédiaire dans une séquence d'opération, tandis que $R = 0.1\%$ peut être utilisée pour un état final. On doit noter qu'une valeur faible de R indique seulement que les forces sont équilibrées sur tous les noeuds, un écoulement peut se produire sans accélération, sa détection se fait par d'autres indices.

3.2.3.8. Méthodologie de simulation avec Flac.

Afin d'installer un modèle pour réaliser une simulation avec Flac, il faut suivre les étapes logiques suivantes :

- Définir la géométrie ;
- Introduire les modèles de comportement ;
- Introduire les éléments de structure, s'il y a lieu ;
- Préciser les conditions aux frontières ;
- Application du poids propre, s'il y a lieu ;
- Résoudre pour calculer les contraintes initiales au repos ;
- Remettre à zéro les déplacements ;
- Introduire le chargement ;
- Résoudre ou appliquer le nombre de cycles requis ;
- Examen de la réponse du modèle ;
- Puis, introduire les modifications requises etc.

Quoique FLAC soit originalement développé pour les ouvrages en géotechnique et les constructions de mines (mining engineers), il offre une large gamme de possibilités de résoudre des problèmes complexes en mécanique. Plusieurs modèles sont disponibles permettant la simulation de force non-linéarité et de réponse irréversible. En plus, FLAC est enrichi par :

- des éléments d'interface permettant la simulation des surfaces pour lesquelles un glissement et/ou un décollement peut se produire;
- déformation plane, contrainte plane et axisymétrie géométrique;
- des modèles d'écoulement souterrain et de consolidation (couplés ou non);
- des modèles des éléments de structures pour la simulation des supports de structures: le revêtement des tunnels, les clous de terre ou de roches et les tirants;
- option pour les analyses en dynamiques;
- option de modèles de fluage;
- option thermique (couplage thermique-contrainte..).

3.3. Modèles de comportement.

3.3.1. Introduction.

Afin de mettre un outil numérique dans les mains de l'ingénieur de projet et du chercheur, *FLAC* comprend une bibliothèque de modèles de comportement des géomatériaux (élasticité linéaire et non linéaire, Mohr-Coulomb, Hook Brown, Dracker-Prager, écrouissage positif/négatif, modèle à deux surfaces d'écoulement « Double Yield » et Cam-Clay modifié).

Plusieurs modèles sophistiqués du comportement des géomatériaux sont récemment développés et validés sur des essais classiques au laboratoire, permettant de suivre des chemins de sollicitation assez compliqués (chargement cyclique, écrouissage isotrope, écrouissage anisotrope,...). Ces modèles sont basés sur les lois incrémentales non linéaires (Darve, 1987) ou la théorie d'élasto-plasticité, avec un mécanisme d'écrouissage isotrope (Cam Clay modifié Roscoe et Burland, 1968, Nova 1982, Vermeer 1982) pour les argiles et à deux mécanismes d'écrouissage isotrope et/ou cinématique (Hujeux 1985, "CJS" Cambou 1988,...). Corrélativement, le nombre de paramètres matériels à identifier est plus grand (Hujeux : 17 paramètres, CJS : 12 paramètres) ainsi que leur indépendance n'est pas évidente (Darve, 1987).

Vu que les sols, traités dans ce travail concernant la portance des fondations superficielles sur sols hétérogènes présentent des mécanismes de rupture gouvernés principalement par cisaillement, le modèle de MOHR-COULOMB, largement connu et utilisé dans les simulations des ouvrages géotechniques a été retenu. Ce modèle présente l'avantage de nécessiter peu de paramètres, dont leur signification est bien représentée. Dans un premier temps, nous rappelons brièvement les expressions du cas de l'élasticité linéaire isotrope puis orthotrope. Ensuite, nous posons les bases de la formulation d'une loi élastoplastique. Nous nous intéressons, enfin, au modèle élastique parfaitement plastique adoptant comme critère de rupture, celui de Mohr Coulomb.

3.3.2. Modèle élastique linéaire isotrope.

Ce modèle a été utilisé dans cette thèse pour modéliser la fondation en 2D à comportement linéaire élastique.

Les lois de comportement relient les sollicitations appliquées σ_{ij} à la réponse en déformations des matériaux ε_{ij} . Dans le cas de l'élasticité linéaire isotrope, le tenseur des déformations est relié au tenseur des contraintes par la relation de Hooke qui adopte les formes établies dans l'équation 3.4 et dans l'équation 3.5.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{(1+\nu)}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (3.4)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{ij} + \frac{\nu \cdot E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (3.5)$$

Où E et ν sont le module d'Young et le coefficient de Poisson et δ_{ij} est l'indice de Kronecker. Le modèle rhéologique relatif à l'élasticité linéaire peut être représenté par un ressort de raideur E .

Tableau 3.1 : Relations entre constantes élastiques (d'après Leipholz (1974)).

	Expression des paramètres			
Couple de paramètres utilisés	Module de cisaillement G	Module d'Young E	Module volumique K	Coefficient de poisson ν
G, E	G	E	$\frac{G \cdot E}{9G - 3E}$	$\frac{E - 2G}{2G}$
G, K	G	$\frac{9GK}{3K + G}$	K	$\frac{3K - 2G}{2(3K + G)}$
G, ν	G	$2G(1 + \nu)$	$\frac{3G(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)}$	ν
K, E	$\frac{3KE}{9K - E}$	E	K	$\frac{3K - E}{6K}$
E, ν	$\frac{E}{2(1 + \nu)}$	E	$\frac{E}{3(1 - 2\nu)}$	ν
K, ν	$\frac{3K(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)}$	$3K(1 - 2\nu)$	K	ν

Dans le code de calcul Flac, l'écriture des relations de comportement utilise les modules, volumique K et de cisaillement G , plutôt que le module d'Young et le coefficient de Poisson, les relations entre ces divers paramètres sont résumées dans le tableau 3.1.

Le couple (K, G) donne un sens physique pour tous les matériaux élastiques qui ne violent pas les principes de la thermodynamique. Par contre le couple (E, ν) ne donne pas un sens pour un certain matériau admissible: A l'un des extrêmes du comportement, le matériau résiste au chargement volumique mais non au cisaillement. A l'autre extrême, le matériau résiste au cisaillement mais non au chargement volumique.

Le premier type de matériau correspond à une valeur finie de K et une valeur nulle de G , le second type correspond à une valeur nulle de K et une valeur finie de G . Cependant, avec le couple (E, ν) , il n'est pas possible de caractériser les deux extrêmes du comportement.

3.3.3 Modèles de comportement élastoplastique.

Un comportement de type élastique linéaire isotrope ne peut être utilisé qu'en première approche car il ne permet pas de prendre en compte de déformations irréversibles. La plupart des matériaux sont, en effet, élastoplastiques, leur comportement est caractérisé par l'apparition de déformations élastiques et de déformations irréversibles. La déformation totale est la somme des déformations élastiques ε^e et plastiques ε^p . Elle est donnée par l'équation suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (3.6)$$

Les modèles élastoplastiques sont basés sur trois notions fondamentales : la surface de charge, la règle d'écrouissage et la règle d'écoulement. Nous allons dans ce qui suit, exposer les bases pour chacune de ces notions.

3.3.3.1. Notion de surface de charge.

Dans l'espace des contraintes principales, $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, il existe une surface de charge à partir de laquelle l'écoulement plastique peut se produire. Pour les états de contrainte contenus à l'intérieur de cette surface, le comportement reste entièrement

élastique. Cette surface (figure 3.4 et 3.5) est convexe et s'exprime à travers l'équation scalaire suivante :

$$F(\sigma_{ij}, R) = 0 \quad (3-7)$$

où $F(\sigma_{ij})$ est appelée fonction de charge.

R : L'ensemble des paramètres d'écrouissage.

Cette fonction décrite dans l'espace des contraintes - déformations une surface dite communément en mécanique des sols surface d'état limite ou d'écoulement dont la projection dans le plan des contraintes est une courbe dite courbe d'état limite.

La surface de charge divise l'espace des contraintes en deux parties:

L'intérieur de la surface de charge correspond à un état de déformations réversibles (élastiques), la surface de charge en elle-même correspond à un état de déformation pouvant se décomposer de la manière suivante:

- Une partie réversible comme précédemment, et une partie de déformations irréversibles (plastiques).

Afin de caractériser complètement l'écoulement plastique, il faut encore introduire un critère de charge-décharge. En effet, l'écoulement plastique se produit à partir du moment où deux conditions sont simultanément réunies. Elles s'expriment de la manière suivante :

1. Le point représentatif de l'état de contrainte est situé sur la surface de charge, ce qui correspond à $F = 0$.

2. La théorie de la plasticité impose que le point représentatif de l'état de contrainte ne puisse sortir du volume défini par la surface de charge ($F(\sigma_{ij}) > 0$ est impossible) ; cela implique que la position de ce point, après chargement, reste sur cette même surface. Pendant l'écoulement, la condition de consistance est ainsi vérifiée, soit :

$$dF(\sigma_{ij}) = 0 \quad (3-8)$$

Il est cependant possible qu'une variation de contrainte peut entraîner le point représentatif de l'état de chargement vers l'intérieur de la surface de charge. Dans ce cas, il s'agit d'une décharge purement élastique qui se matérialise par :

$$dF(\sigma_{ij}) < 0 \quad (3-9)$$

En résumé, trois états de chargement sont possibles :

- $F(\sigma_{ij}) < 0$ correspond à un comportement élastique,
- $F(\sigma_{ij}) = 0$ et $dF(\sigma_{ij}) = 0$ caractérisent un écoulement plastique,
- $F(\sigma_{ij}) = 0$ et $dF(\sigma_{ij}) < 0$ caractérisent une décharge purement élastique.

Lorsque le point représentatif de l'état de contrainte se situe sur la surface de charge, $F = 0$, deux cas sont possibles :

- la surface de charge n'évolue pas, et l'expression de charge ne contient donc pas de Paramètre d'écroissage c'est le cas du modèle élastoplastique parfait,
- la surface évolue au cours du chargement, c'est le cas du modèle élastoplastique avec écroissage ; la Figure 3.5 illustre ce second cas.

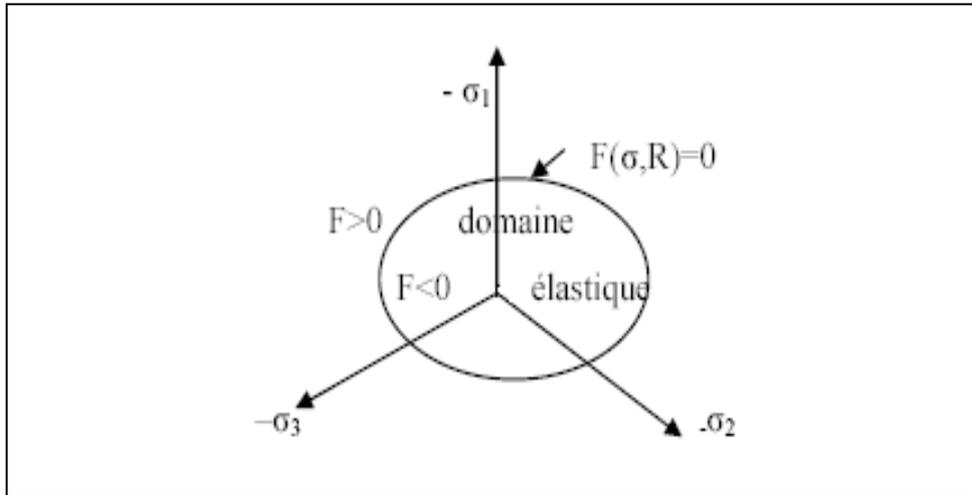


Figure 3.4 : Surface de charge.

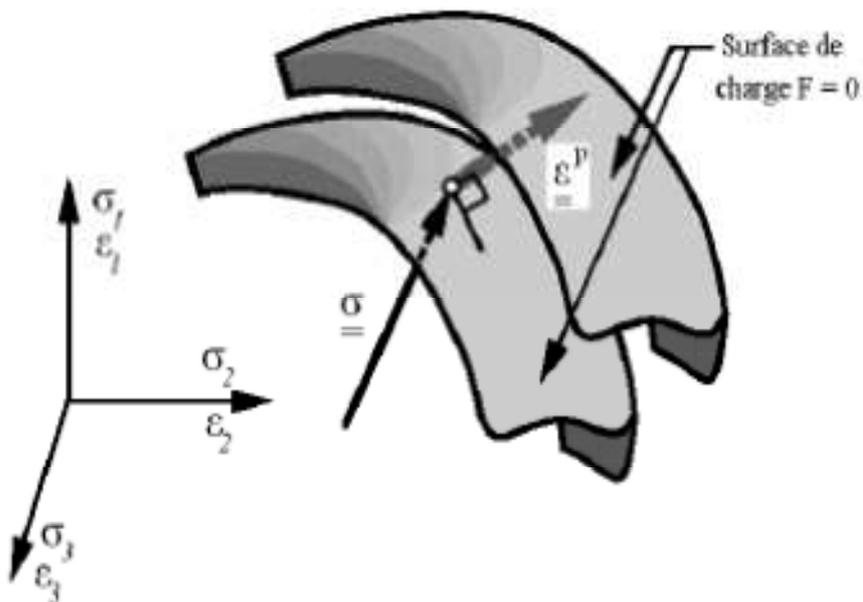


Figure 3.5 : Évolution de la surface de charge dans l'espace des contraintes principales pour un matériau présentant des propriétés d'écroissage.

3.3.3.2. Notion de règle d'écrouissage.

L'écrouissage d'un matériau se traduit par l'évolution de la surface du seuil de plasticité. L'essai de traction (ou de compression) uniaxiale (figure 3.6) va nous permettre de décrire cette notion d'écrouissage.

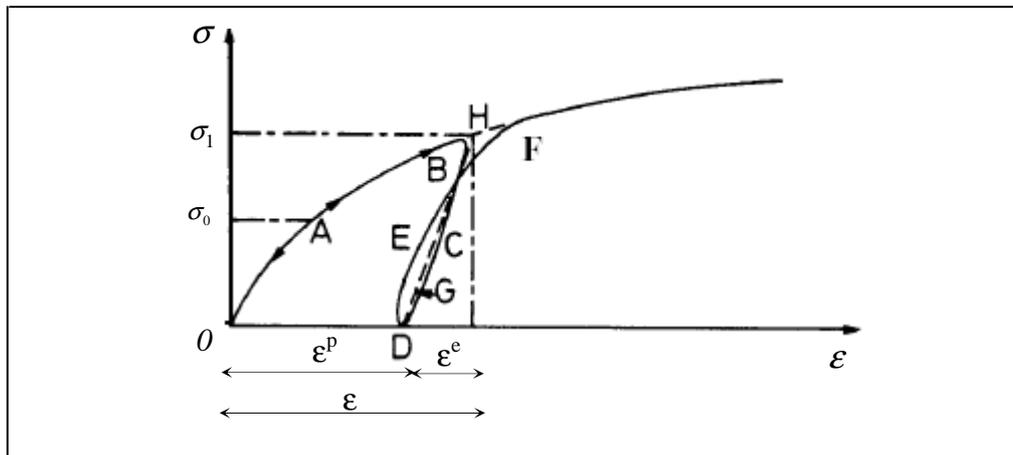


Figure 3.6 : Essai de compression (ou de traction) uniaxiale d'un matériau.

Le long du chemin OA, le comportement est élastique, c'est-à-dire que, quand on décharge on revient en O. Le point A, représentant le point limite au-delà duquel on n'a plus de comportement élastique, correspond à une contrainte caractéristique dite « seuil » de plasticité initiale ou « limite élastique ». Après l'avoir franchi, et si, étant au point B par exemple, on décharge, le chemin de déchargement ne sera pas BAO mais BCD. La déformation qui reste $OD = \epsilon^p$ est une déformation irréversible, dite plastique. On est donc entré dans le domaine plastique. Si on recharge, le chemin sera DEF, F étant le prolongement du chemin OAB. Il rejoint alors le chemin du premier chargement.

On peut assimiler en général la courbe BCDEF à la droite DGH et admettre que les déformations sont réversibles le long de cette ligne. Le nouveau seuil de plasticité est alors le point H qui est plus élevé que le précédent (A). C'est justement cette élévation du seuil de plasticité qui s'appelle écrouissage. Le domaine élastique d'un matériau dépend donc de l'état d'écrouissage du matériau.

L'écrouissage du matériau se traduit par l'évolution de la surface du seuil de plasticité. On introduit donc une ou plusieurs variables supplémentaires, appelées variables d'écrouissage R. Ces variables peuvent être choisies de façon arbitraire à

condition qu'elles permettent de traduire l'évolution de l'état interne du milieu qui a subi des déformations plastiques. Ces variables peuvent être par exemple des scalaires, fonctions des déformations plastiques, comme pour le modèle de cam clay (Roscoe & Burland (1968), Schofield & Wroth(1968)) qui utilise la déformation volumique plastique comme paramètre d'écroûissage, ou bien des tenseurs par exemple ε_{ij}^p .

En général, on peut distinguer trois catégories de loi d'écroûissage :

✓ Ecroûissage isotrope

L'écroûissage est dit isotrope, quand l'évolution de la surface de charge n'est gouvernée que par un seul paramètre scalaire, par exemple la déformation plastique cumulée (figure 3.7). Ainsi, dans le plan $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ en traction-compression simple, la courbe de traction succédant à celle de compression se déduit de cette dernière par une homothétie de rapport (-1) et de centre, le point de contrainte nulle (point A de la figure 3.7). Dans le plan déviatoire, la surface de charge croît de manière homothétique par rapport au point B.

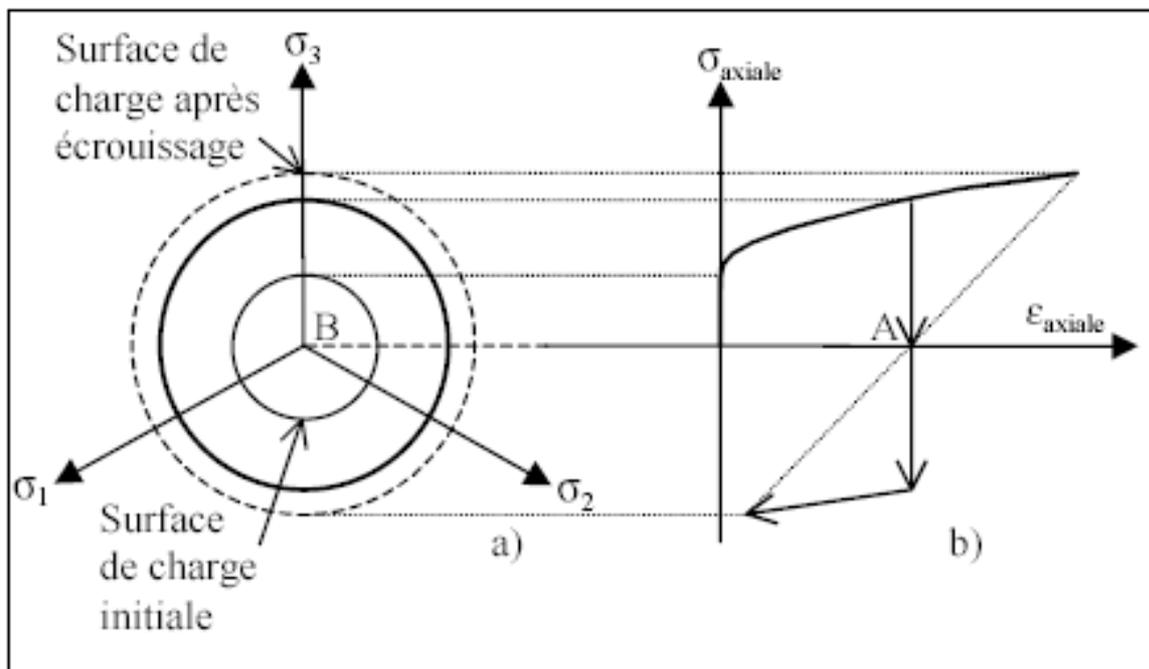


Figure 3.7 Représentation de l'écroûissage isotrope en projection : **(a)** dans le plan déviatoire ; **(b)** dans le plan $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ en traction-compression simple.

✓ **Écrouissage cinématique.**

Le domaine d'élasticité délimité par la surface de charge se déplace par translation dans l'espace des contraintes principales (figure 3.8) et sans distorsion de la surface de charge initiale. L'écrouissage dans ce cas est caractérisé par une variable tensorielle définissant le centre de la surface de charge.

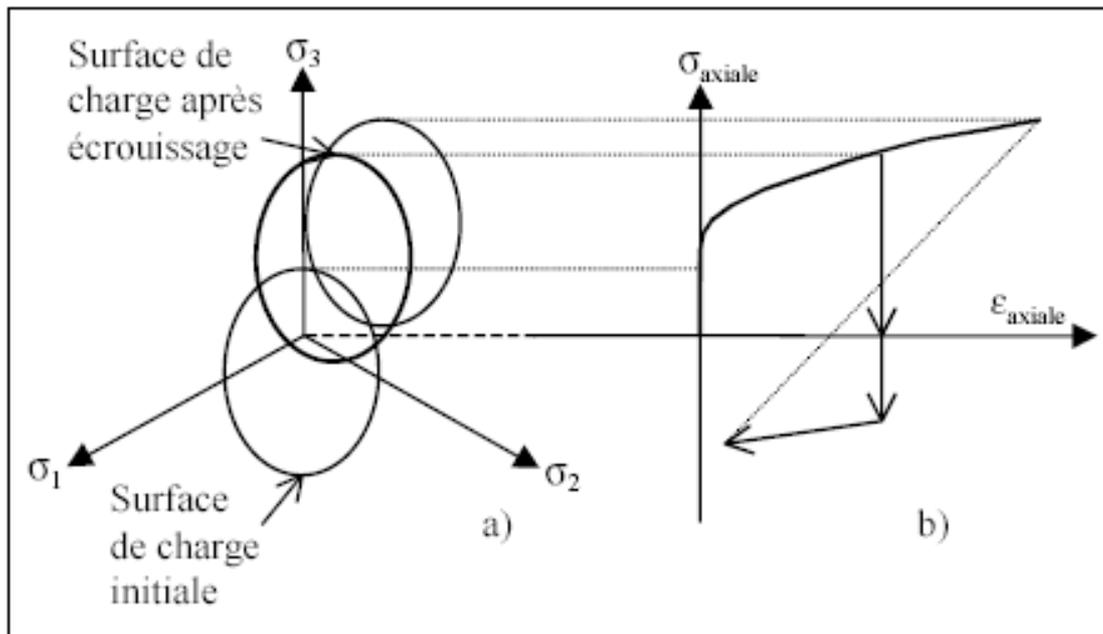


Figure 3.8 Représentation de l'écrouissage cinématique en projection : **(a)** dans le plan déviatoire ; **(b)** dans le plan $\sigma_{axiale} - \epsilon_{axiale}$ en traction-compression simple.

✓ **Écrouissage mixte.**

La théorie de l'écrouissage mixte est une combinaison des deux théories précédentes pour permettre la création d'un modèle « anisotrope cinématique ». La surface de charge se translate et se dilate uniformément dans toutes les directions.

✓ **Écrouissage anisotrope.**

Pour un écrouissage anisotrope, la surface de charge peut subir en plus d'une expansion / contraction et d'une translation, une rotation et une déformation.

3.3.3.3. Notions de loi d'écoulement.

L'incrément de déformation plastique est caractérisé par sa direction et son amplitude, la direction de l'incrément de déformation plastique est perpendiculaire à la surface définissant le potentiel plastique $G(\sigma_{ij})=0$. La forme générale de l'incrément de déformation plastique est donnée par l'équation 3.9 citée ci-dessus. La loi d'écoulement est dite soit associée, soit non associée.

c) Lois d'écoulement associées.

La loi d'écoulement est dite associée à la surface de charge quand cette dernière est confondue avec la surface représentative du potentiel plastique, ce qui revient naturellement à considérer $F = G$.

La direction du vecteur déformation plastique dans l'espace des déformations principales (confondu avec celui des contraintes principales) est ainsi perpendiculaire à la surface de charge, $F=0$, c'est-à-dire au vecteur gradient, normal à cette surface. Cela conduit à une loi d'écoulement de la forme.

$$\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.10)$$

Où λ est le multiplicateur plastique (scalaire positif).

Pour un état de contrainte σ tel que $F = 0$, deux cas sont possibles :

a) 1^{er} cas :

$$F(\sigma, R) = 0$$

$$\frac{\partial F(\sigma, R)}{\partial \sigma} d\sigma < 0$$

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e \text{ et donc } d\varepsilon^p = 0$$

C'est un cas de décharge et l'incrément de contrainte est dirigé vers l'intérieur du domaine élastique actuel.

b) 2^{ème} cas :

$$F(\sigma, R) = 0$$

$$\frac{\partial F(\sigma, R)}{\partial \sigma} d\sigma > 0$$

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p$$

C'est un cas de chargement et l'incrément de contrainte est dirigé vers l'extérieur du domaine élastique actuel.

Les matériaux pour lesquels la loi d'écoulement est dite associée, sont dits standards. C'est le cas des métaux ou des sols purement cohérents.

d) Lois d'écoulement non associées.

Dans le cas des sols et des roches, l'utilisation d'une loi d'écoulement non associée s'avère souvent nécessaire. En effet, pour les lois élastoplastiques considérant un angle de frottement φ , une loi d'écoulement associée induit un angle de dilatance, $\Psi = \varphi$, qui s'avère souvent trop élevé pour les géomatériaux.

On a alors recours à des lois non associées. Dans ce cas, la direction du vecteur déformation plastique est perpendiculaire à la surface représentative du potentiel plastique, $G_p(\sigma_{ij})$, qui est distincte de celle représentative de la fonction de charge plastique, $F(\sigma_{ij})$. Cela permet de considérer des angles de dilatance, Ψ , compris entre 0 et φ .

3.3.4. Modèle élastique linéaire parfaitement plastique Mohr Coulomb.

C'est le modèle utilisé dans cette thèse pour représenter la rupture par cisaillement du sol de fondation qui est purement cohérent. Cette loi de comportement se caractérise par une élasticité linéaire isotrope de Hooke (E, ν), une surface de charge $F(\sigma_{ij})$ et un potentiel plastique $G(\sigma_{ij})$. C'est un modèle à 5 paramètres. Dont 2 paramètres élastiques : E et ν et 3 paramètres de rupture (c, φ et Ψ) tels que :

- E : Module d'Young ;
- ν : Coefficient de Poisson ;
- c : Cohésion ;
- φ : Angle de frottement ;
- Ψ : Angle de dilatance.

Dans le plan de Mohr, la forme de la courbe enveloppe de ce critère est une droite appelée droite de coulomb d'équation :

$$\tau = c + \sigma_n \operatorname{tg}(\varphi) \quad (3.11)$$

Où : σ_n et τ correspondent respectivement à la contrainte normale et à la contrainte de cisaillement sur une facette donnée.

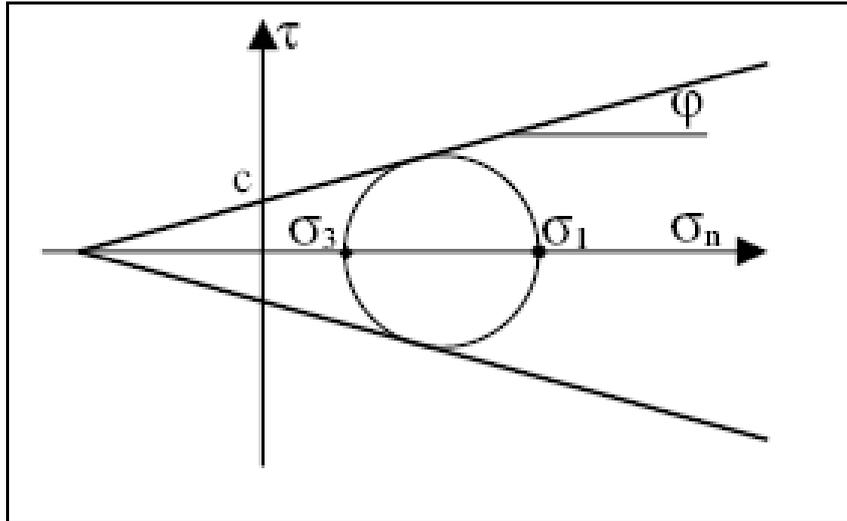


Figure 3.9 Représentation du critère de Mohr-Coulomb dans le plan de Mohr.

La représentation de ce critère dans le plan de Mohr est donnée par la figure 3.9. La contrainte intermédiaire σ_2 n'intervient pas dans sa formulation. Dans le cas d'un matériau purement cohérent ($\varphi = 0$), on dit qu'il s'agit du critère de Tresca.

Dans l'espace des contraintes principales, la surface définie par la fonction de charge est une pyramide dont l'axe est la trisectrice, comme illustré sur la figure 3.10. Sa section dans le plan déviatoire est un hexagone irrégulier, comparable à celui du critère de Tresca (qui est un cas particulier de Mohr Coulomb lorsque $\varphi = 0$).

L'expression analytique d'un des plans de la pyramide, en fonction des contraintes principales, est donnée par :

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 - \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (3.12)$$

Avec σ_1 : contrainte principale majeure σ_3 : contrainte principale mineure

Un autre paramètre peut éventuellement entrer en ligne de compte, σ_t , contrainte de rupture par traction, ce qui correspond à l'introduction d'un critère supplémentaire (avec sa propre loi d'écoulement) et modifie ainsi le modèle initial de Mohr-Coulomb qui ne tient pas compte de ce paramètre.

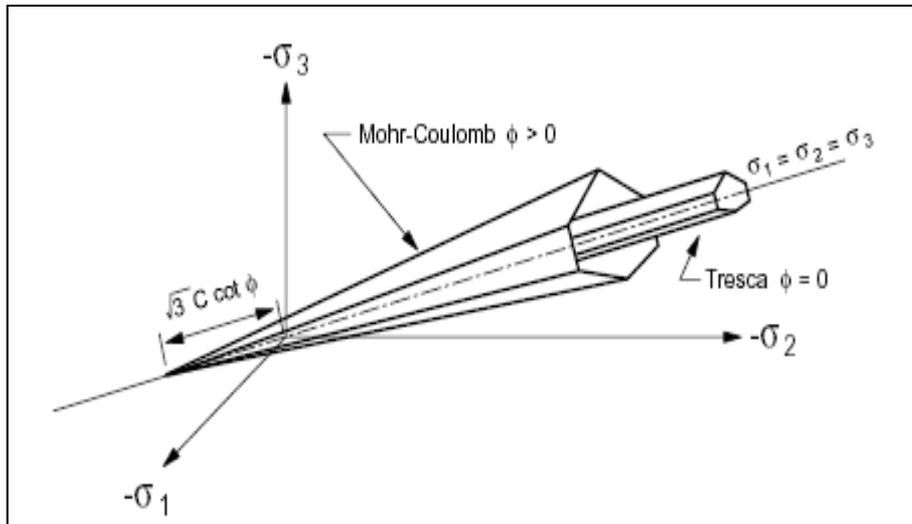


Figure 3.10 Comparaison des critères de Mohr-Coulomb et Tresca dans l'espace des contraintes principales d'après Itasca (2000).

Le potentiel plastique de cisaillement correspond à une loi d'écoulement non associée décrite par l'équation :

$$G(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \sigma_3 \quad (3.13)$$

Lorsque l'angle de frottement ϕ et l'angle de dilatance ψ sont égaux, la règle d'écoulement est dite associée.

La dilatance correspond au changement de volume qui accompagne la distorsion d'un matériau par cisaillement. Elle est caractérisée par l'angle ψ qui représente le rapport de l'incrément de déformation plastique volumique sur l'incrément de déformation plastique de cisaillement $\Delta e^{pv} / \Delta e^{ps}$. L'angle de dilatance peut être déterminé à partir des essais triaxiaux ou à la boîte de cisaillement. L'angle de dilatance est déterminé à partir de la représentation graphique de la variation de la

déformation volumique e^v en fonction de la déformation axiale e_1 (Vermeer et de Borst, 1984).

La modélisation de la dilatance, basée sur le critère de Mohr-Coulomb est représentée sur la figure 3.11.

Pour les matériaux à frottement interne dont le critère de plasticité est du type de Mohr-Coulomb, une loi d'écoulement associée conduit généralement à surévaluer le gonflement qui accompagne la plastification par cisaillement. La mauvaise concordance entre l'expérience et les calculs explique l'introduction des lois d'écoulement non associées, dont les déformations plastiques dérivent d'un potentiel plastique de même forme mathématique que la fonction de charge mais l'angle de frottement est remplacé par l'angle de dilatance ψ avec $\psi < \varphi$.

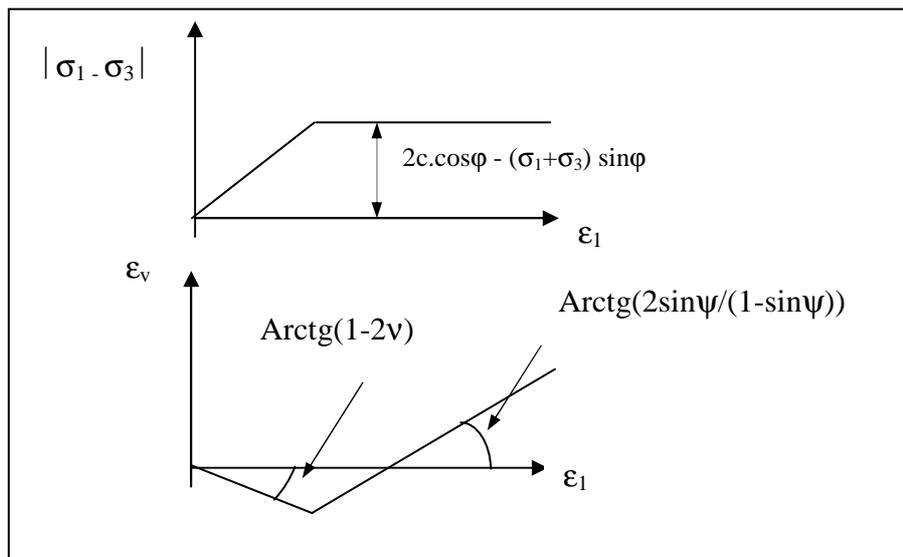


Figure 3.11 Modélisation de la dilatance ψ à partir du test triaxial (Vermeer et de Borst, 1984).

Il est à noter que Vermeer et de Borst ont observé que les valeurs des angles de dilatance sont comprises approximativement entre 0° et 20° pour les sols, roches et bétons.

3.4 Conclusions.

En géotechnique, il est impossible d'obtenir toujours des données complètes sur les sols ou les roches du site; par exemple: l'état de contraintes initiales, les propriétés et les discontinuités ne peuvent être que partiellement bien connues. En conséquence, l'outil de simulation numérique ne doit pas être une boîte noire qui offre uniquement une solution aux données introduites. Mais plutôt, il doit permettre aussi des expérimentations numériques "Numerical Laboratory".

Le code FLAC respecte cette particularité en offrant la possibilité à l'utilisateur de tester ses idées, d'introduire ses propres modèles de comportement et de modéliser les séquences de construction.

FLAC utilise la méthode des différences finies avec la même souplesse de la méthode des éléments finis. Il n'est pas compétitif pour la résolution des problèmes statiques linéaires en petites déformations surtout avec les codes utilisant la Méthode des Eléments Finis ; par contre, il l'est pour les systèmes physiques complexes présentant une forte non-linéarité, de grandes déformations, de grands déplacements ou des instabilités physiques.

La richesse du code en modèles incorporés de comportement des sols et des roches, en changement de charges, en commandes (permettant de fabriquer des procédures de modélisation adaptées aux problèmes en géotechnique), en éléments d'interface et en éléments de structure rend cet outil de simulation très compétitif en géotechnique. Ceci justifie le choix de ce code pour notre analyse numérique de la portance des fondations superficielles.

Le Code FLAC choisi pour la qualification d'une procédure de modélisation de calcul des ouvrages souterrains aquifère par des rétro-analyses respecte cette particularité en offrant la possibilité à l'utilisateur de tester ses idées, d'introduire ses propres modèles de comportement et de modéliser les séquences de construction. Ce code utilise la méthode des différences finies avec la même souplesse de la méthode des éléments finis. Il n'est pas efficace pour la résolution des problèmes statiques linéaires en petites déformations surtout avec la Méthode des Eléments Finis, par contre il l'est pour les systèmes physiques complexes présentant une forte non-linéarité, de grandes déformations ou des instabilités physiques.

La richesse du code en modèles incorporés de comportement des sols et des roches, en changement de charges, en commandes (permettant de fabriquer des procédures de modélisation adaptées aux problèmes en géotechnique), en éléments d'interface et en éléments de structure (poutre, tirant) le rend un outil de simulation indispensable et très compétitif dans le calcul des ouvrages souterrains.

CHAPITRE 4

ANALYSE NUMERIQUE DE LA CAPACITE PORTANTE D'UN BICOUCHE A COHESIONS NON DRAINEES CONSTANTES

Chapitre 4

ANALYSE NUMERIQUE DE LA CAPACITE PORTANTE D'UN BICOUCHE A COHESIONS NON DRAINEES CONSTANTES.

Sommaire

4.1 Introduction.....	133
4.2 Simulation numérique.....	133
4.2.1 Définition du problème et présentation du cas étudié.....	133
4.2.2 Simulations par FLAC ^{2D}	134
4.2.2 Maillage et conditions aux limites.....	137
4. 2.3 Modèle de comportement.....	137
4.2.4 Procédure de simulation.....	137
4.3 Test de sensibilité.....	138
4.3.1 Modélisation d'une semelle filante sur un sol cohérent.....	138
4.3.2 Influence du maillage.....	139
4.3.3 Influence de la vitesse de déplacement.....	140
4.3.4 Influence du paramètre de l'élasticité G.....	142
4.4 Test de vérification.....	143
4.5 Effet de la stratification d'un bicouche à cohésion constante.....	143
4.6 Semelles filante reposant sur un bicouche argileux avec une cohésion non drainée constante.....	147
4.7 Résultats et discussions.....	148
4.7.1 Semelle sur une couche d'argile résistante surmontant une autre molle $C_{u1}/C_{u2} > 1$	153
4.7.2 Semelle sur une couche d'argile molle surmontant une autre résistante $C_{u1}/C_{u2} < 1$	155
4.8 CONCLUSION.....	157

Chapitre 4

ANALYSE NUMERIQUE DE LA CAPACITE PORTANTE D'UN BICOUCHE A COHESIONS NON DRAINEES CONSTANTES.

4.1 Introduction

Le calcul du taux de travail d'une fondation superficielle consiste à déterminer la charge limite ou capacité du sol. La détermination de la capacité portante des fondations est l'un des problèmes les plus importants de la mécanique des sols. Ce problème se réduit à la détermination des facteurs N_c , N_γ et N_q .

Dans notre étude, on s'intéresse à faire apparaître l'effet de la stratification et précisément l'effet de la variation de la cohésion non drainée sur le calcul de la charge limite.

Dans ce présent chapitre, après la description du modèle utilisé, les conditions aux limites et la procédure de calcul du facteur de portance modifié N_c^* tenant compte de l'effet de l'épaisseur de la couche supérieure et le rapport des cohésions du bicouche, les résultats numériques sont présentés sous forme de tableaux et de courbes.

4.2 Simulation numérique.

4.2.1 Définition du problème et présentation du cas étudié.

La capacité portante d'une semelle filante reposant directement sur deux couches d'argile est un problème de déformation plane illustré dans la figure 4.1. Une semelle filante de largeur B reposant sur une couche supérieure d'argile d'épaisseur H avec une cohésion non drainée c_{u1} est surmontant une autre couche d'argile de profondeur infinie et de cohésion non drainée c_{u2} .

Bien que pour les semelles non larges il soit suffisamment précis d'utiliser une valeur moyenne de la cohésion non drainée en tant que valeur constante dans l'analyse la capacité portante, pour les semelles larges et des remblais, la variation de la cohésion avec la profondeur peut avoir un effet significatif, d'où on considère deux cas dans cette étude :

- Une cohésion constante dans chaque couche ;
- Une cohésion variable avec la profondeur ;

L'effet de l'interface sol-semelle sur la capacité portante ultime a été pris en considération, en modélisant deux cas extrêmes parfaitement lisse et parfaitement rugueux.

Puisque la semelle est considérée comme étant rigide, le chargement est modélisé par l'application d'un déplacement imposé aux nœuds d'interface sol-semelle.

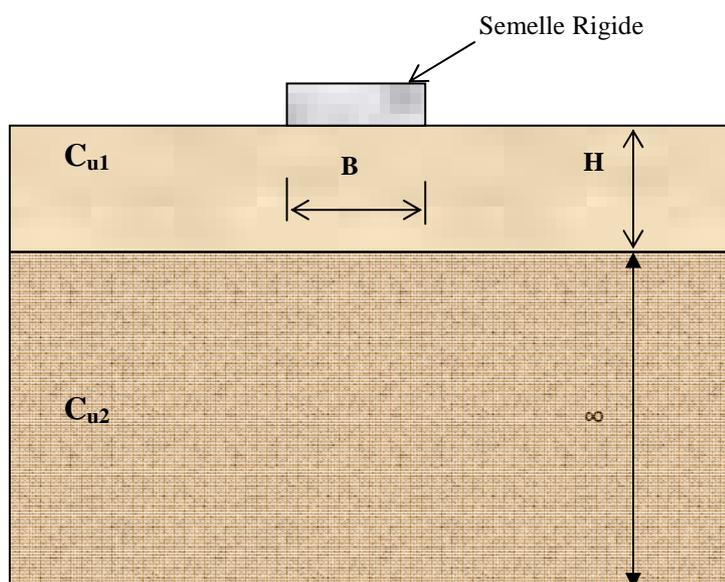


Figure 4.1 Présentation du cas étudié

4.2.2 Simulations par FLAC^{2D}.

Le calcul de la capacité portante d'une semelle filante reposant à la surface horizontale d'un sol argileux en bicouche est un problème à deux dimensions calculé par un code en différence finie disponible commercialement FLAC^{2D} «Fast Lagrangian Analysis of Continua».

Dans ce code, le corps solide est divisé par l'utilisateur en maille composée d'éléments quadrilatères en différence finie. Intérieurement, FLAC subdivise chaque élément quadrilatère en deux éléments triangulaires à déformation constante. Afin de surmonter le problème de verrouillage dans le cas des matériaux incompressibles, les composantes des contraintes et déformations isotropiques sont prises comme constantes sur tout l'élément quadrilatère, alors que les composantes déviatoriques

sont traitées séparément pour chaque élément triangulaire. Cette procédure, connue sous le nom de discrétisation mixte, est décrite par Marti et Cundall (1982). Le terme discrétisation mixte survient des discrétisations différentes des parts isotropique et déviatorique des tenseurs des contraintes et des déformations.

L'élément essentiel du présent code est le schéma numérique explicite dans lequel les équations dynamiques du mouvement en conjonction avec les lois constitutives incrémentales sont résolues au cours d'un pas de temps restreint. De cette façon, la variation de champ de variables se propage comme une perturbation physique réelle, et aucune procédure d'itération n'est nécessaire pour parvenir à la solution.

Le schéma de calcul explicite de Lagrange et la discrétisation mixte de technique de zonage utilisé dans FLAC permettent à la rupture plastique et l'écoulement d'être modélisés avec une très grande précision.

Comme aucune matrice n'est formée, les grands calculs à deux dimensions peuvent être faits sans exigences de la mémoire excessive.

Le code est le plus approprié pour analyser le comportement non linéaire des matériaux et leurs instabilités, et les phénomènes de rupture.

En raison de la symétrie, seule la moitié de la semelle et du sol a été considérée dans le schéma de calcul (figure 4.2). L'interface entre les deux couches d'argile est supposée être parfaitement rugueuse, donc un maillage continu est utilisé. Après des simulations préliminaires effectuées par des tests de la sensibilité, la figure 4.2 montre le maillage et les conditions aux limites retenues pour cette analyse. Le modèle de calcul a été divisé en 3600 éléments. Le maillage a été bien raffiné aux alentours de la semelle, où les déformations sont beaucoup plus concentrées.

La limite verticale et la limite inférieure étaient situées à une distance de dix fois la largeur de la semelle afin de minimiser l'effet des frontières.

Les conditions aux limites sont prises en compte en bloquant les déplacements horizontaux et verticaux pour la limite inférieure tandis que pour les limites verticales, les déplacements horizontaux sont bloqués et les déplacements verticaux sont libres.

Les distances des frontières adoptées sont suffisantes afin que les conditions aux limites n'influent pas sur les résultats et que les mécanismes de rupture ne les interceptent pas.

La présente analyse numérique suppose que la résistance au cisaillement de l'argile peut être représentée par le critère d'écoulement de Mohr – Coulomb incorporé dans FLAC. Deux types d'interface sols/fondation ont été supposés, parfaitement lisses et parfaitement rugueux. La première a été modélisée en permettant aux nœuds d'interface sols / fondation de se déplacer latéralement et la seconde en bloquant les déplacements latéraux des nœuds d'interface sols /fondation.

Le chargement a été modélisé par un déplacement cinématique à vitesse contrôlée de la semelle rigide.

En utilisant la fonction FISH, la capacité portante ultime q_u a été calculée en divisant la somme des forces verticales nodales par la surface de la semelle, avec sa largeur égale à la distance au centre du premier élément en dehors de la semelle (FLAC 2005; Erickson et Drescher 2002). Par la suite, N_c^* est donné par l'équation (4.3). Une courbe typique de N_c^* , courbe de charge-déplacement est montrée dans la Figure 4.6. La valeur asymptotique limite correspond à la capacité portante ultime.

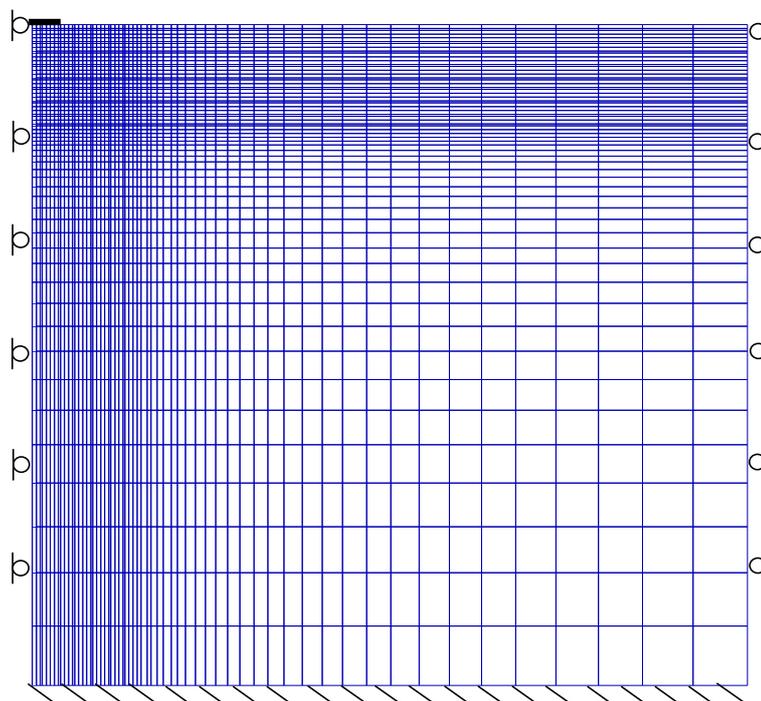


Figure 4.2 Le maillage a utilisé dans les simulations FLAC^{2D} et les conditions aux limites.

4.2.2 Maillage et conditions aux limites.

Le maillage bidimensionnel doit résulter d'un compromis entre une description aussi complète que possible de la géométrie, des résultats satisfaisants et des temps de calcul raisonnables.

Il s'agit d'un exercice facile à réaliser comparé avec celui pratiqué dans une analyse tridimensionnelle.

Les recommandations données par Mesta (1998) pour la construction d'un maillage bidimensionnel sont les suivantes :

- les symétries compatibles avec le problème mécanique (géométrie, condition aux limites, chargements) doivent être utilisées au maximum afin de réduire la taille du système étudié.
- le maillage doit être resserré dans les régions situées directement autour de l'ouvrage et là où des concentrations de contraintes sont attendues. En dehors de ces zones, des éléments de taille plus importante sont mis en place pour atteindre les frontières extérieures.
- Il n'y a pas de règle précise pour raffiner le maillage, il suffit d'assurer une augmentation progressive et régulière loin des zones sensibles.

4. 2.3 Modèle de comportement.

Dans notre procédure, on a adopté le modèle élastique parfaitement plastique associé de Mohr – Coulomb .Ce modèle est caractérisé par :

E : module d'Young ν : coefficient de poisson c : la cohésion du sol
 ϕ : l'angle de frottement du sol ψ : l'angle de dilatance du sol

4.2.4 Procédure de simulation.

Comme n'importe quelle procédure dans le code FLAC^{2D}, notre procédure suit plusieurs étapes spécifiques lors de l'exécution, qui sont les suivantes :

- génération du maillage ;
- frontières et conditions initiales ;
- choix du modèle constitutif et propriétés du sol ;
- chargement et séquence de modélisation ;
- interprétation des résultats.

Pour la procédure de simulation, la fondation est considérée comme rigide, donc le chargement est effectué par l'application d'une vitesse de déplacement sur les nœuds en contact entre la fondation et le sol.

Au cours du déplacement de la fondation, on enregistre la charge à travers la résultante des forces nodales de tous les nœuds, sous la fondation.

Notre analyse est constituée par deux phases principales :

Première phase : concerne le calcul de la capacité portante q_u de la fondation, qui est déterminée par la division par la surface ($B \cdot L$) de la résultante des forces verticales aux nœuds de la base de la fondation.

Deuxième phase : concerne l'évaluation des facteurs modifiés N_c^* donnée par l'équation (4.3) qui est déterminée par la division de la capacité portante q_u par la cohésion de la première couche d'argile.

4.3 Test de sensibilité.

Afin de valider notre procédure de simulation et montrer la fiabilité du FLAC^{2D}, on a procédé en premier lieu à un calcul numérique des différents facteurs de la capacité portante d'une semelle filante.

Le principe des tests de validation est d'analyser l'influence de tous les paramètres qui entrent dans la constitution de notre procédure afin d'avoir une idée sur le bon choix de ces paramètres. On calcule par la suite le facteur N_c pour le cas d'une semelle filante. Les résultats obtenus seront comparés avec ceux de plusieurs auteurs.

4.3.1 Modélisation d'une semelle filante sur un sol cohérent.

La modélisation d'une semelle filante sur un sol purement cohérent est un exemple très simple à reproduire. Il constitue un excellent test de validation, puisque ($\varphi = 0$) la loi de comportement utilisée est une loi élastique parfaitement plastique (Critère de Tresca), cas particulier du modèle de Mohr – Coulomb. Dans tous les cas du problème, seule la moitié du modèle peut être retenue, par raison de symétrie.

Les conditions aux limites sont prises en compte et mentionnées auparavant en bloquant le déplacement horizontal dans le sens x pour les limites latérales et le déplacement horizontal et vertical pour la limite inférieure (figure 4.2).

La vitesse est appliquée au modèle dans la direction négative du z pour simuler la charge de la fondation.

4.3.2 Influence du maillage.

On a considéré plusieurs dimensions du maillage, arrangé de 15X8m à 40X15m, avec une demi largeur de fondation B/2 supposée constante et égale à 1m. La variation de nombre d'éléments sous la fondation est de 3 à 75 éléments. Les forces nodales sont ensuite déduites après la convergence de la courbe contrainte/déplacement.

Les différents maillages utilisés dans cette analyse sont montrés dans la figure suivante :

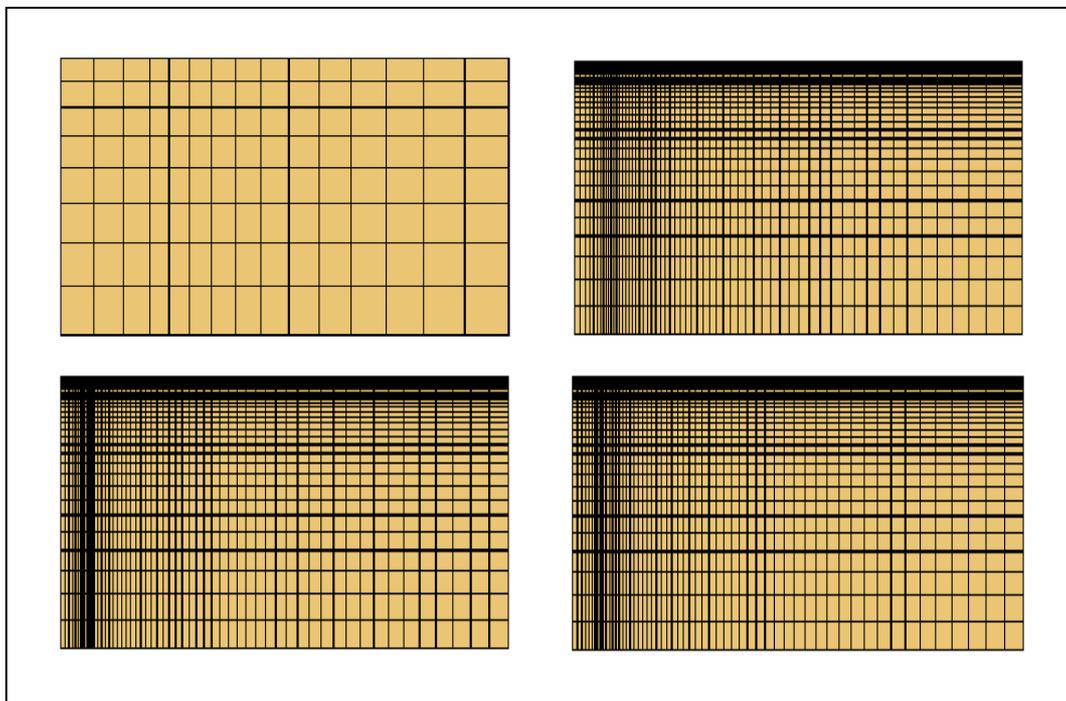


Figure 4.3 Différents maillages utilisés pour les tests de sensibilité.

Les résultats de cette analyse sont montrés dans les tableaux (4.1) et (4.2) où : Ne est le nombre d'éléments sous la fondation.

Tableau 4.1 : Influence du maillage sur le calcul de N_c , pour une fondation rugueuse ($\varphi=\psi=20$).

test	Taille (m)	maillage	Ne	N _c
M1	15x8	15x8	3	16.89
M2	40x15	60x30	27	15.66
M3	40x15	60x30	48	15.58
M4	40x15	60x30	75	15.52

Tableau 4.2 : Influence du maillage sur le calcul de N_γ, pour une fondation rugueuse (φ=ψ=20).

test	Taille (m)	maillage	Ne	N _γ
M1	15x8	15x8	3	3.98
M2	40x15	60x30	27	3.69
M3	40x15	60x30	48	3.60
M4	40x15	60x30	75	3.53

Les résultats donnés dans les tableaux (4.1) et (4.2) montrent la sensibilité des calculs de N_c et de N_γ par la nature de discrétisation. Pour les deux tests M1 et M4 par exemple, la valeur de N_c varie de 16.89 à 15.52 avec une réduction de ce facteur de presque de 8.11%. Il est bien remarqué que les valeurs de N_γ calculées sont plus proches les unes des autres que celles des facteurs N_c.

4.3.3 Influence de la vitesse de déplacement.

Afin de montrer l'influence de la vitesse de déplacement dans notre analyse, on a utilisé le maillage M3, en variant à chaque fois la vitesse. La figure (4.4), (4.5) et le tableau (4.3) montrent les résultats de cinq analyses.

Tableau 4.3 : Influence de la vitesse de déplacement sur le calcul de N_c et N_γ. (φ=ψ=20).

Vitesse	N_c	N_γ
10^{-4}	15.75	5.91
10^{-5}	15.67	4.21
10^{-6}	15.49	3.71
10^{-7}	15.28	3.57
10^{-8}	15.19	3.51

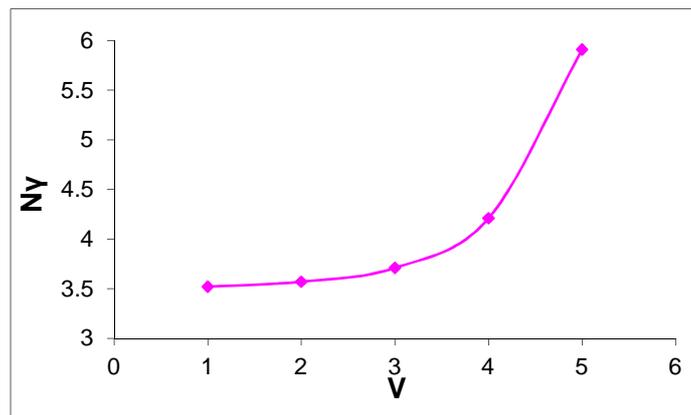


Figure 4.4 Variation de N_γ en fonction de la vitesse de déplacement.

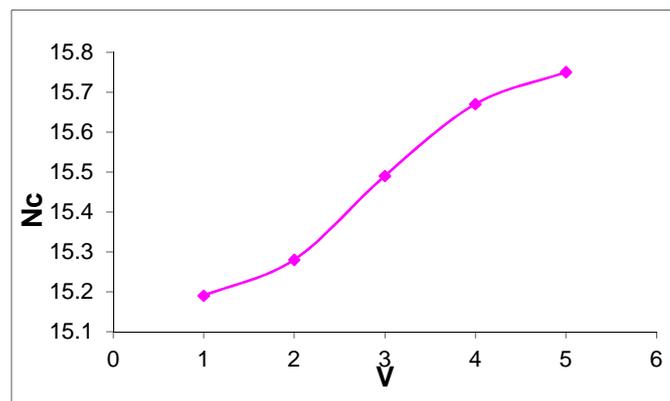


Figure 4.5 Variation de N_c en fonction de la vitesse de déplacement.

On remarque que le choix de la vitesse a une influence remarquable sur l'évaluation de N_γ , par exemple N_γ calculé pour une vitesse de 10^{-4} m/pas (5.91) et celui obtenu pour une vitesse de 10^{-8} m/pas (3.51). On remarque aussi que le plus

petit résultat est obtenu avec la plus petite vitesse. Donc, pour avoir un bon résultat, il faut diminuer la vitesse de déplacement, mais avec une faible vitesse, il nous faut un temps d'exécution très considérable. Dans ce cas, une vitesse de 10^{-8} m/pas demande plus de 4000000 pas c'est-à-dire, un temps considérable pour donner un bon résultat. Pour notre étude, on va essayer d'adopter la vitesse idéale.

Par contre, l'influence de la vitesse sur le calcul de N_c est presque négligeable où on note entre les deux valeurs extrêmes une différence de 3.5 % seulement.

4.3.4 Influence du paramètre de l'élasticité G :

Le maillage M1 est utilisé pour étudier l'influence du paramètre de l'élasticité dans le cas particulier de $\varphi = 0$, $\psi=0$, $\gamma =0$, $C_u =100$ MPa, la figure (4.6) montre les résultats de trois valeurs de G.

On observe que le module de cisaillement influe sur la pente initiale de la courbe charge – déplacement mais pas sur la charge limite.

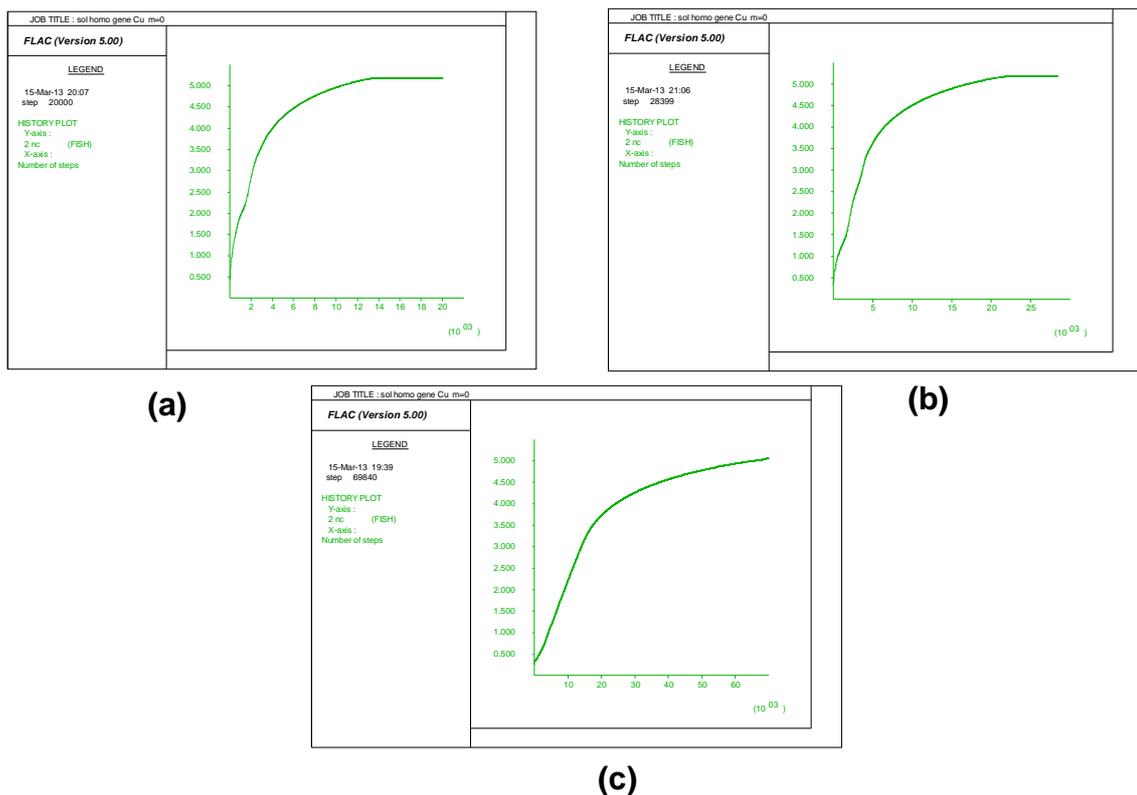


Figure 4.6 Effet du module de cisaillement sur la courbe charge - déplacement :

(a) $G=0.1$ GPa, (b) $G=0.05$ GPa, (c) $G=0.01$ GPa.

4.4 Test de vérification.

Le cas d'un profil homogène où $C_{u1}=C_{u2}$ a été calculé et comparé à la solution exacte de Prandtl ($2+\pi$) pour le cas d'une semelle lisse. La valeur de N_c^* obtenue par

simulation à l'aide du code FLAC pour un profil constitué d'une seule couche d'argile homogène non drainée ($Cu_1/Cu_2=1$) à l'état d'écoulement est égale à 5.16 et 5.10 respectivement pour une semelle rugueuse et une semelle lisse. L'erreur relative est respectivement 0.4% et 0.78% comparée à la valeur analytique exacte $N_c = (2+\pi)$.

4.5 Effet de la stratification d'un bicouche à cohésion constante.

Les sols naturels sont souvent déposés en couches stratifiées. L'estimation de la capacité portante du sol, en utilisant la théorie conventionnelle de la capacité portante basée sur les propriétés de la couche supérieure, induit des incertitudes significatives si l'épaisseur de la couche supérieure est comparable à la largeur de la semelle rigide placée sur la surface libre du sol. Les argiles saturées normalement consolidées et légèrement sur-consolidées indiquent que, sous les conditions non drainées, la cohésion du massif du sol augmente souvent linéairement avec la profondeur. Peu d'études théoriques ont été proposées dans la littérature en tenant compte de la variation de la cohésion avec la profondeur et permettant le calcul de la capacité portante ultime des semelles filantes et circulaires.

Pour calculer la capacité portante ultime d'une semelle filante reposant à la surface libre (et horizontale) d'un bicouche argileux, les praticiens utilisent couramment les solutions approximatives de Bouton (1953), et Meyerhof and Hanna (1978).

Une approche plus rigoureuse, basée sur la borne supérieure du théorème de l'analyse limite a été utilisée par Chen et Davidson (1973), Chen (1975), Florkiewicz (1989) et Michalowski et Shi (1995) pour calculer la capacité portante des sols en multicouches.

L'analyse par la méthode des éléments finis a été utilisée par Griffiths (1982), Burd et Frydman (1997), Merifield et al. (1999), Shiau et al. (2003) pour prédire la capacité portante des sols en multicouches.

Merifield et al. 1999 et Shiau et al. 2003 ont indiqué qu'un grand soin doit être accentué lors de la prédiction des déplacements par la méthode des éléments finis dans le cas de comportement plastique, comme les résultats peuvent être très imprécis en raison de l'occurrence du verrouillage dans le cas des matériaux incompressibles comme l'argile non drainée (Nagtegaal et al 1974; Sloan et Randolph 1982).

Ce phénomène, qui est généralement connu comme « verrouillage », se produit lorsque le champ de déplacement devient surcontraint par les exigences d'une règle d'écoulement incompressible en plastique.

Des études expérimentales, réalisées par Bishop (1966) sur des argiles saturées normalement consolidées et légèrement sur-consolidées, indiquent que la cohésion non drainée du massif du sol sous la semelle, augmente presque linéairement avec la profondeur.

Quelques études théoriques ont été proposées dans la littérature tenant compte de la variation de la cohésion avec la profondeur afin de calculer la capacité portante ultime des semelles filantes et semelles circulaires.

En utilisant la méthode des caractéristiques, Davis et Booker (1973) ont proposé une série de solutions simultanément pour les semelles rigides parfaitement lisse et parfaitement rugueuse reposant sur une seule couche d'argile dont la cohésion non drainée augmente linéairement avec la profondeur.

Ainsi, en utilisant aussi la méthode des caractéristiques, Siva Reddy et al. (1991) ont obtenu des solutions pour le cas des semelles lisses filantes et circulaires avec un encastrement peu profond à partir de la surface libre du sol figure 4.7.

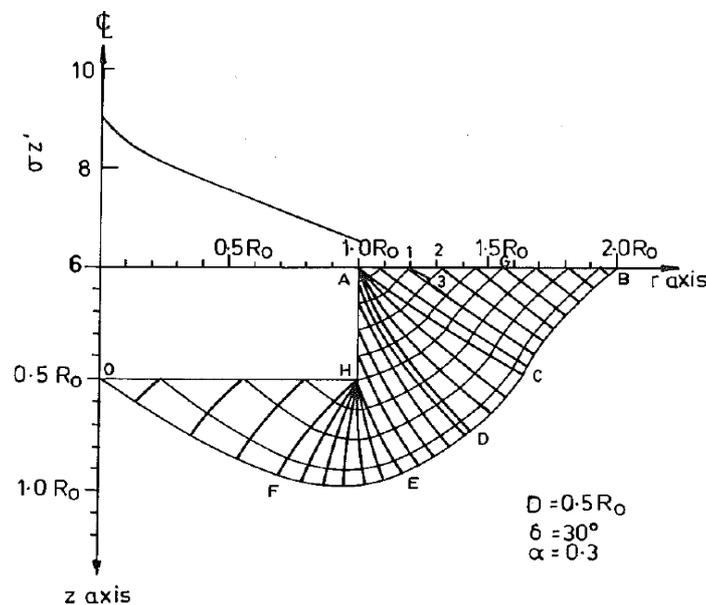


Figure 4.7 Diagramme schématisé et modèle (Siva Reddy et al. 1991).

Plus récemment, en utilisant la borne inférieure de l'analyse limite conjointement avec la méthode des éléments finis, les facteurs de portance N_c Pour différents taux d'augmentation linéaire de la cohésion non drainée avec la profondeur pour une

seule couche a été estimée par Khatri et Kumar (2009) pour des pieux chargés axialement.

Alors que, d'après la recherche bibliographique, l'effet de l'augmentation de la cohésion des sols stratifiés avec la profondeur n'a pas été abordé en détails.

En profitant de l'avantage de l'outil numérique, le but du présent travail est de calculer la capacité portante des semelles filantes reposant sur un bicouche argileux. Il n'est pas nécessaire de spécifier au préalable la surface du mécanisme de rupture, alors qu'il est nécessaire de la spécifier pour la méthode de l'équilibre limite et la méthode de l'analyse limite.

Dans cette étude, l'effet de la superposition de deux couches d'argiles sur la capacité portante d'une semelle filante rigide, statiquement chargé suivant son axe, est traité en utilisant un code de calcul en différences finies explicites FLAC^{2D} (Fast Lagrangian Analyses of Continua) (FLAC 2005).

Les résultats de calcul de la capacité portante relative au rapport de la résistance des deux couches d'argiles, l'épaisseur relative de la couche supérieure et les taux d'augmentation de la cohésion du sol avec la profondeur, sont présentés dans les tableaux et les courbes.

Les résultats obtenus sont comparés avec d'autres résultats publiés dans la littérature. (Davis and Booker 1973; Siva Reddy et al. 1999; Merifield et al. 1999; Merifield et al. 2001).

Pour la conception et le calcul des fondations, la capacité portante d'une semelle filante peu profonde reposant sur une couche de sol homogène est généralement déterminée en utilisant la théorie de Terzaghi (1943) dont la charge ultime est donnée par l'équation suivante:

$$q_u = 0.5 \times \gamma \times B \times N_\gamma + C \times N_c + q \times N_q \quad (4.1)$$

Où q_u : est la capacité portante ultime; c : est la cohésion non drainée du sol sous la semelle; q : est la surcharge supplémentaire au-dessus du niveau de base de la semelle; γ est le poids volumique du sol; B est la largeur de la semelle;

N_γ est le facteur de la capacité portante liée à la surface (proportionnel a B)

N_q est le facteur de la capacité portante liée à la profondeur (proportionnel a D).

N_c est le facteur de la capacité portante liée à la cohésion C (proportionnel a c)

Cette formule a été considérablement généralisée par de nombreux chercheurs pour prendre en compte les différentes formes de la fondation (Cox et al. 1961; Meyerhof 1963; Hansen 1970; De Beer 1970; Vesiv 1973), le niveau de la nappe phréatique (Meyerhof 1955), l'encastrement de la semelle, terrain en pente, l'inclinaison de la base de la semelle (Meyrhof 1957; Hansen 1970, le mode de cisaillement (cisaillement local ou poinçonnement) (Vesic 1963; Vesic 1973), le chargement incliné ou excentrique (Meyerhof 1953; Vesic 1973; Taibat and Carter 2002) et la compressibilité du sol Vesic 1973).].

Pour une semelle filante reposant sur la surface libre d'une couche d'argile homogène, c'est à dire en l'absence de surcharge, de cohésion non drainée C_u , les praticiens utilisent généralement l'expression de Terzaghi pour calculer la capacité portante ultime. Pour une semelle filante reposant sur la surface d'une couche de sol d'argile homogène non drainée sans surcharge, l'expression de la capacité portante ultime (équation 4.1) se réduit à:

$$q_u = N_c \times C_u \quad (4.2)$$

Où C_u est la cohésion non drainée du sol.

Si cette approche est très réussie pour les sols homogènes, elle ne peut pas, en général, être utilisée pour le cas où le sol se compose de couches distinctes ayant des propriétés sensiblement différentes.

Les sols naturels sont souvent déposés en couches stratifiées. Chaque couche peut être supposée, en général, homogène, bien que les propriétés de résistance des couches adjacentes soient généralement très différentes.

Si une semelle est placée sur la surface libre d'un sol en couches stratifiées dont l'épaisseur de la couche supérieure est grande par rapport à la largeur de la semelle, alors une estimation réaliste de la capacité portante peut être obtenue en utilisant la théorie conventionnelle de la capacité portante basée sur les propriétés de la couche supérieure. Si l'épaisseur de la couche supérieure est comparable à la largeur de la semelle, cependant, cette approche peut ne pas être appropriée.

4.6 Semelles filante reposant sur un bicouche argileux avec une cohésion non drainée constante.

Le profil du sol est constitué de deux couches d'argile avec les épaisseurs et les propriétés différentes, la solution de la capacité portante de ce problème sera une

fonction des deux rapports H/B et $Cu1/Cu2$, Certains chercheurs (Meyerhof et Hanna 1978; Merifield et al 1999) ont indiqué qu'une réduction de la capacité portante d'une couche d'argile résistante surmontant une couche d'argile molle peut se produire pour un rapport de la profondeur allant jusqu'à $H/B \approx 2.5$, Dans cette étude des solutions ont été calculées pour des rapports de H/B variant de 0,125 à 2 et $Cu1/Cu2$ variant de 0,25 à 5, cela couvre la plupart des problèmes pratiques d'ingénierie du géotechnique. Notons que $Cu1/Cu2 > 1$ correspond au cas courant d'une couche d'argile résistante surmontant une autre couche d'argile molle tandis que $Cu1/Cu2 < 1$ correspond au cas inverse.

Il devrait être noté que la capacité portante ultime pour une cohésion non drainée du sol supportant la semelle est indépendante du poids volumique du sol et des paramètres élastiques. Cela est dû au fait que la cohésion non drainée est assumée pour être indépendante de la contrainte normale moyenne.

Pour le cas des sols argileux, disposés en couches avec une cohésion non drainée constante dans chaque couche, il est préférable de réécrire l'équation (2) sous la forme (Merifield et al, 1999; Poulos et al. 2001):

$$Nc^* = q_u / Cu1 \quad (4.3)$$

Où $Cu1$ est la cohésion non drainée de la couche supérieure, et Nc^* est le facteur de portance modifié qui est une fonction des rapports H/B et $Cu1/Cu2$.

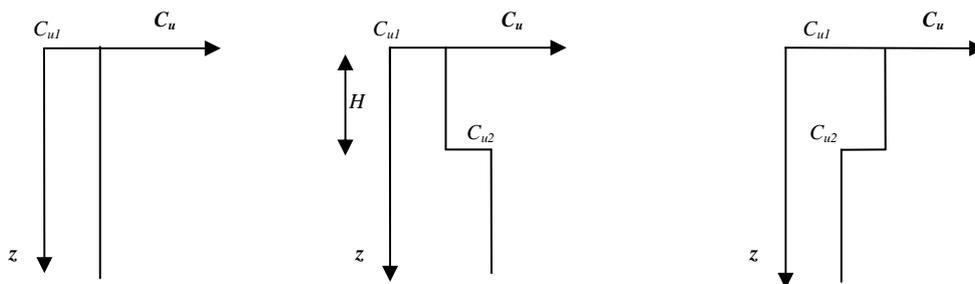


Figure 4.8 Variation de la cohésion avec la profondeur.

4.7 Résultats et discussions.

La valeur de Nc^* a été calculée en utilisant le code $FLAC^{2D}$ pour différentes gammes de H/B et $Cu1/Cu2$ dans le cas d'une semelle filante parfaitement rugueuse, puis parfaitement lisse.

Les résultats de simulation du facteur de portance modifié pour le cas d'un bicouche argileux avec cohésion non drainée constante sont présentés dans le tableau 4.4 et visualisés par les figures (4.9, 4.10, 4.11, 4.12) dans le but de faire des comparaisons.

Les présents facteurs sont comparés avec les résultats publiés par (Merifield et al. 1999) en utilisant la méthode des éléments finis conjointement avec l'analyse de la borne supérieure et la borne inférieure pour chaque rapport de H/B et C_{u1}/C_{u2} . Les résultats obtenus par Goss et Griffiths présentés dans la discussion publiée par Merifield et al. 2001 sont aussi reportés dans le tableau 4.4.

Les bornes supérieures et les bornes inférieures (Merifield et al.1999) cernent les résultats de Merifield et al. 2001 utilisant la méthode des éléments finis ainsi que nos résultats en utilisant la méthode des différences finies incorporée dans le code FLAC^{2D}.

Tableau 4.4 N_c^* pour un bicouche argileux avec une cohésion non drainée constante.

H/B	C_{u1}/C_{u2}	Borne inf Rugueuse (Merifield et al. 1999)	MEF (lisse) (Merifield et al. 2001)	Présente solution FLAC Lisse	Présente solution FLAC Rugueuse	Borne sup Rugueuse (Merifield et al. 1999)
0.125	0.25	7.78	-	6.61	8.40	8.55
	0.5	7.78	-	6.61	8.40	8.55
	0.75	6.15	-	6.20	6.63	6.66
	1	4.94	-	5.10	5.16	5.32
	1.25	4.01	-	4.27	4.31	4.52
	1.5	3.45	-	3.67	3.74	3.93
	2	2.73	-	2.90	2.95	3.09
	2.5	2.28	-	2.41	2.45	2.61
	3	1.97	-	2.09	2.11	2.27
	4	1.56	-	1.66	1.68	1.82
0.25	5	1.30	-	1.39	1.40	1.55
	0.25	5.99	5.81	5.37	6.50	6.52
	0.5	5.99	5.76	5.37	6.50	6.52
	0.75	5.66	-	5.37	6.31	6.34
	1	4.94	5.11	5.10	5.16	5.32
	1.25	4.10	4.34	4.31	4.39	4.60

	1.5	3.65	3.80	3.76	3.78	4.08
	2	2.90	3.01	3.07	3.08	3.34
	2.5	2.58	2.61	2.60	2.61	2.88
	3	2.27	2.28	2.27	2.28	2.56
	4	1.87	1.82	1.83	1.85	2.12
	5	1.60	1.51	1.54	1.57	1.85
0.5	0.25	4.98	5.14	5.10	5.43	5.49
	0.5	4.98	5.14	5.10	5.43	5.49
	0.75	4.98	5.14	5.10	5.43	5.49
	1	4.94	5.11	5.10	5.16	5.32
	1.25	4.42	4.66	4.70	4.70	4.94
	1.5	4.07	4.27	4.29	4.29	4.48
	2	3.52	3.69	3.68	3.69	3.89
	2.5	3.13	3.27	3.28	3.28	3.47
	3	2.84	2.96	2.96	2.97	3.16
	4	2.44	2.5	2.53	2.53	2.74
	5	2.16	2.15	2.23	2.23	2.44
1	0.25	4.94	5.11	5.10	5.16	5.30
	0.5	4.94	5.11	5.10	5.16	5.30
	0.75	4.94	5.11	5.10	5.16	5.30
	1	4.94	5.11	5.10	5.16	5.32
	1.25	4.87	5.11	5.10	5.16	5.30
	1.5	4.77	4.97	4.95	4.98	5.18
	2	4.44	4.61	4.44	4.44	4.82
	2.5	4.14	4.33	4.17	4.17	4.50
	3	3.89	4.12	3.97	3.98	4.24
	4	3.46	3.81	3.59	3.59	3.83
	5	3.10	3.58	3.29	3.29	3.54
1.5	0.25	4.94	5.11	5.10	5.16	5.30
	0.5	4.94	5.11	5.10	5.16	5.30
	0.75	4.94	5.11	5.10	5.16	5.30
	1	4.94	5.11	5.10	5.16	5.32
	1.25	4.87	5.11	5.10	5.16	5.27
	1.5	4.87	5.11	5.10	5.16	5.31
	2	4.87	5.11	5.08	5.16	5.31
	2.5	4.84	5.07	5.04	5.05	5.32

	3	4.69	4.94	4.85	4.85	5.15
	4	4.24	4.69	4.52	4.53	4.84
	5	3.89	4.50	4.25	4.25	4.56
2.0	0.25	4.94	-	5.10	5.16	5.30
	0.5	4.94	-	5.10	5.16	5.30
	0.75	4.94	-	5.10	5.16	5.30
	1	4.94	-	5.10	5.16	5.32
	1.25	4.81	-	5.10	5.16	5.26
	1.5	4.81	-	5.10	5.16	5.26
	2	4.81	-	5.10	5.16	5.27
	2.5	4.81	-	5.10	5.16	5.27
	3	4.81	-	5.10	5.16	5.27
	4	4.81	-	5.04	5.08	5.32
	5	4.61	-	4.96	5.01	5.32
2.25	0.25	-	-	5.10	5.16	-
	0.5	-	-	5.10	5.16	-
	0.75	-	-	5.10	5.16	-
	1	-	-	5.10	5.16	-
	1.25	-	-	5.10	5.16	-
	1.5	-	-	5.10	5.16	-
	2	-	-	5.10	5.16	-
	2.5	-	-	5.10	5.16	-
	3	-	-	5.10	5.16	-
	4	-	-	5.10	5.16	-
	5	-	-	5.10	5.16	-

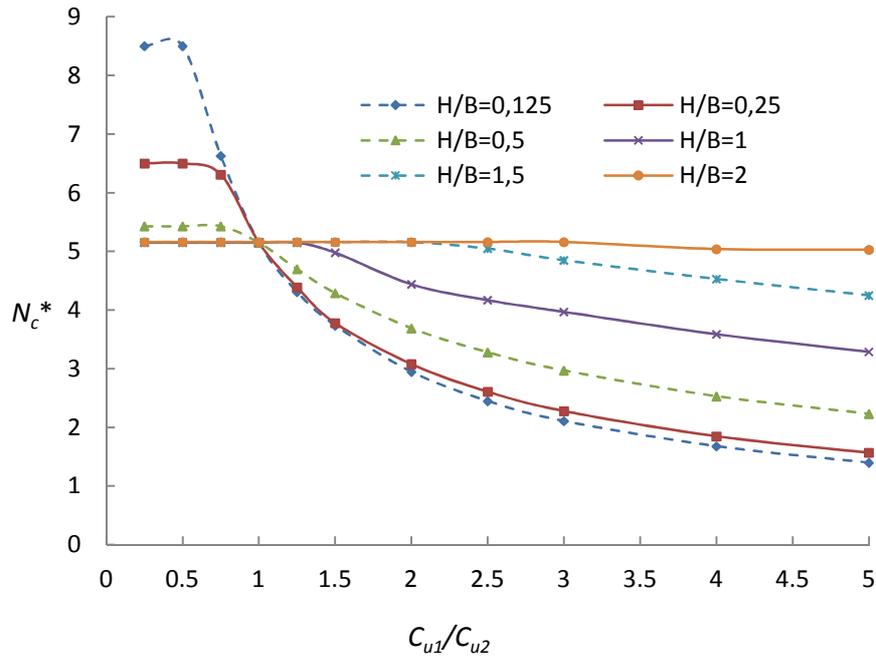


Figure 4.9 Variation de N_c^* avec C_{u1}/C_{u2} pour différentes combinaisons de H/B pour le cas d'une semelle rugueuse.

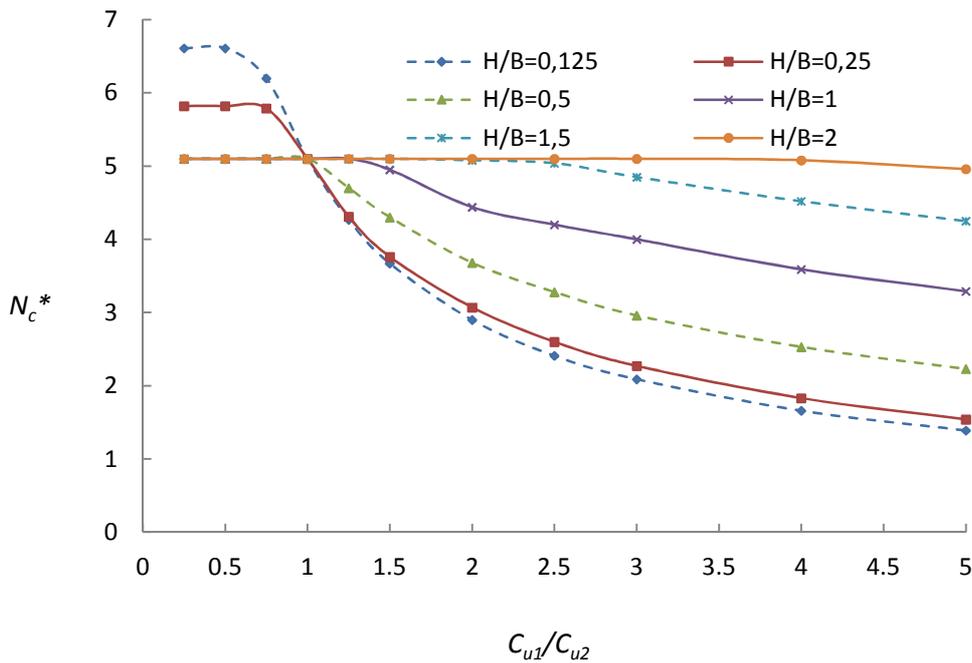


Figure 4.11 Variation de N_c^* avec C_{u1}/C_{u2} pour différentes combinaisons de H/B pour le cas d'une semelle lisse.

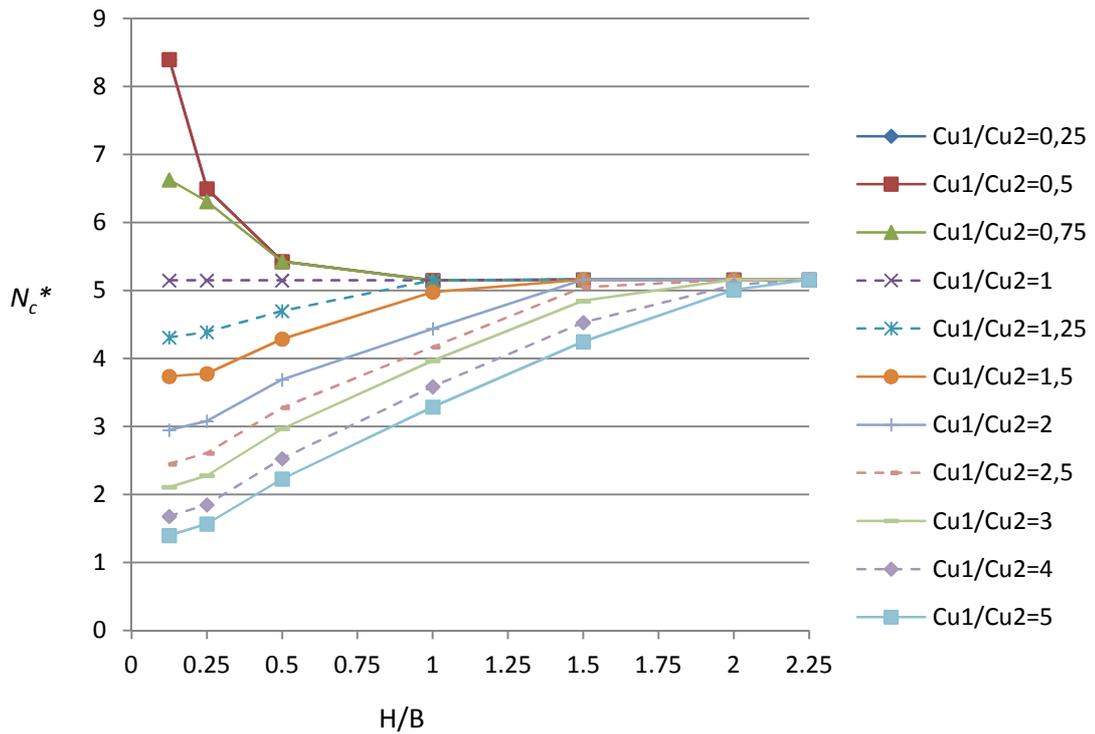


Figure 4.10 Variation de N_c^* avec H/B pour différentes combinaisons de C_{u1}/C_{u2} pour le cas d'une semelle rugueuse.

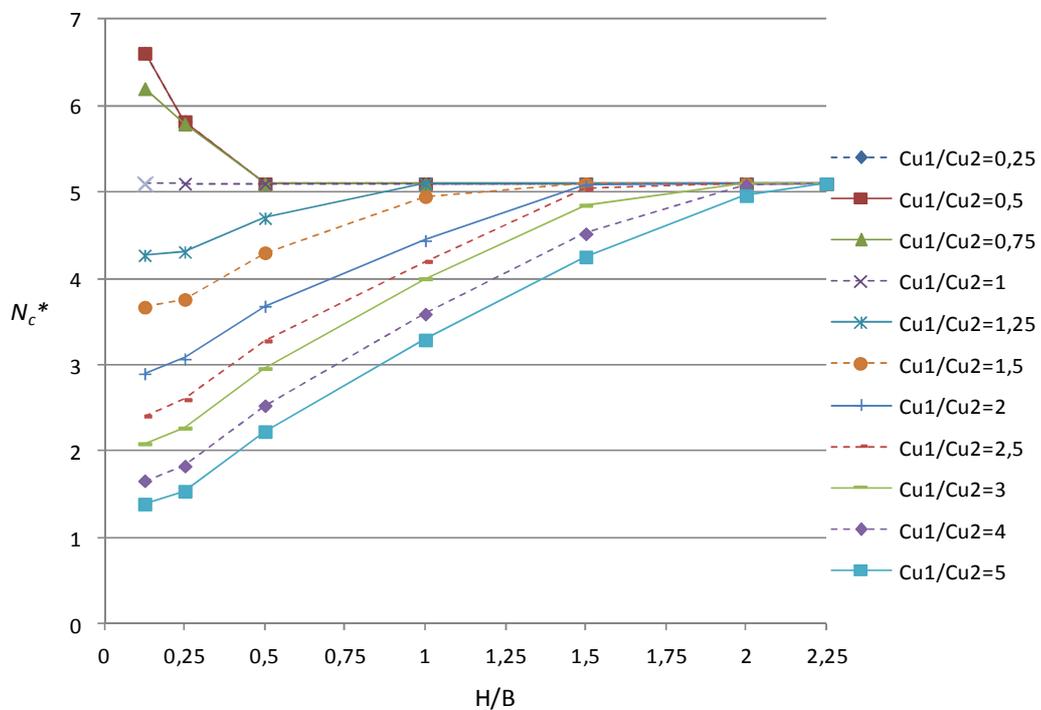


Figure 4.12 Variation de N_c^* avec H/B pour différentes combinaisons de C_{u1}/C_{u2} pour le cas d'une semelle lisse

4.7.1 Semelle sur une couche d'argile résistante surmontant une autre molle $C_{u1}/C_{u2} > 1$.

Les résultats de cette étude présentés dans le tableau 2 et reproduits dans les figures (4.9, 4.10, 4.11, 4.12) montrent clairement que la réduction du facteur de la capacité portante N_c^* se produit jusqu'à un rapport de la profondeur de $H/B \approx 2$. Par la suite, la valeur de N_c^* devient presque constante et égale à 5.16 et 5.10 pour une semelle rugueuse et une semelle lisse respectivement.

Le mécanisme de rupture est localisé dans la couche supérieure. Dans ce cas le sol entier peut être considéré comme un sol homogène dont les propriétés sont celles de la couche supérieure. On utilise donc seulement les propriétés de la couche supérieure.

Pour $H/B < 2$, les résultats de cette étude montrent bien que N_c^* diminue avec l'augmentation du rapport C_{u1}/C_{u2} et la diminution du rapport de la profondeur de la couche supérieure H/B . Par exemple, le N_c^* est réduit à 1.39 pour $C_{u1}/C_{u2} = 5$ et $H/B = 0.125$.

Quand la couche supérieure devient très résistante par rapport à la couche inférieure, un cisaillement par poinçonnement complet à travers la couche supérieure se produit pour les deux cas d'interface rugueuse et lisse généralement pour des rapports de $H/B \leq 0,5$ figure 4.13 et figure 4.14.

L'effet de l'interface sol-fondation disparaît. Ceci est bien illustré, du fait qu'il n'y a pas de différences dans la forme des vecteurs déplacements des nœuds du maillage de la semelle indiqué sur les figure 4.13 et figure 4.14. Les vecteurs de déplacement sous la surface de la semelle sont verticaux pour les deux semelles rugueuse (figure 4.13) et lisse (figure 4.14).

En conséquence, les facteurs modifiés de capacité portante convergent presque vers les mêmes valeurs relevées dans le tableau 4.4.

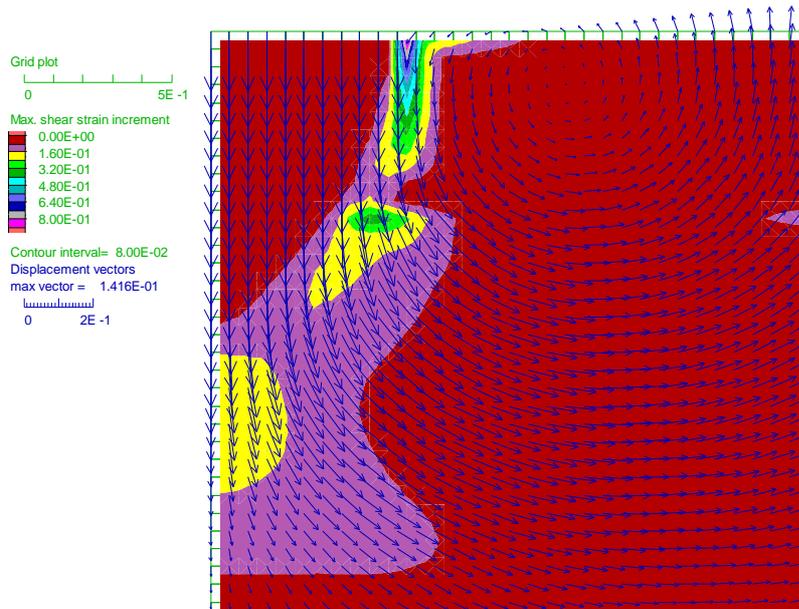


Figure 4.13 Mécanisme de rupture visualisé par la distribution de la résistance de cisaillement maximale, et du champ des vecteurs déplacements pour une semelle rugueuse avec $H/B = 0.5$ et $C_{u1}/C_{u2} = 5$.

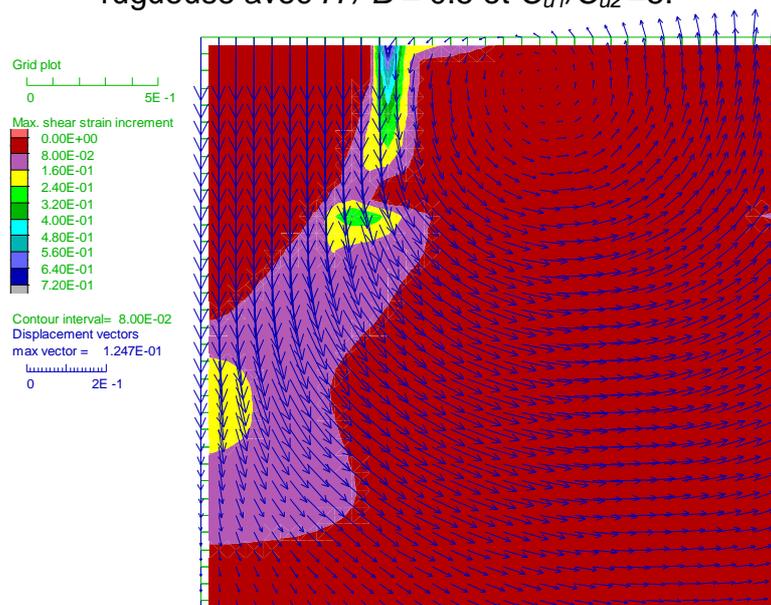


Figure 4.14 Mécanisme de rupture visualisé par la distribution de la résistance de cisaillement maximale, et du champ des vecteurs de déplacement pour une semelle lisse avec $H/B = 0.5$ et $C_{u1}/C_{u2} = 5$.

L'effet (de la rugosité) de l'interface sol-semelle a un effet très significatif de moins de 1,6% sur la capacité portante calculée, ce qui correspond parfaitement aux résultats de Merifield et al. (1999).

4.7.2 Semelle sur une couche d'argile molle surmontant une autre résistante $C_{u1}/C_{u2} < 1$.

Pour le cas où la couche supérieure est plus faible que la couche inférieure ($C_{u1}/C_{u2} < 1$), N_c^* augmente en même temps que les deux rapports C_{u1}/C_{u2} et H/B diminuent. Pour le cas de $H/B \leq 0.5$ par exemple, le facteur de portance N_c^* est élevé de 6.61 à 8.40 pour une semelle lisse et une semelle rugueuse respectivement quand $C_{u1}/C_{u2} = 0.25$ et $H/B = 0.125$.

L'effet de la rugosité de l'interface sol-fondation est plus accentué pour les petites valeurs de H/B . Cela peut être lié à la différence dans la forme des vecteurs déplacements représentée sur les figure 4.15 et figure 4.16. Les vecteurs déplacements à l'interface sol-fondation sont verticaux dans le cas d'une semelle rugueuse (figure 4.15), alors que dans le cas d'une semelle lisse, ils sont inclinés (figure 4.16).

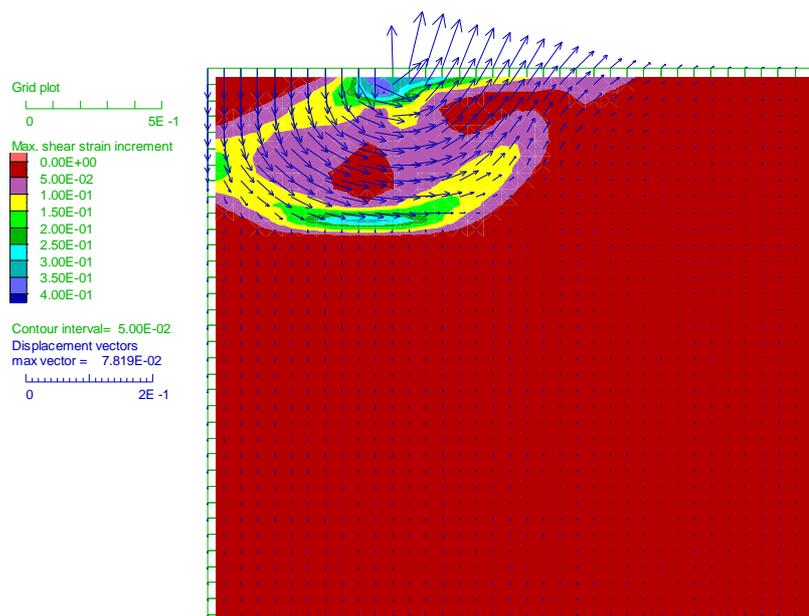


Figure 4.15 Mécanisme de rupture visualisé par la distribution de la résistance cisaillement maximum et du champ des vecteurs de déplacements pour une semelle rugueuse avec $H/B=0.5$ and $C_{u1-0}/C_{u2-0} = 0.25$.

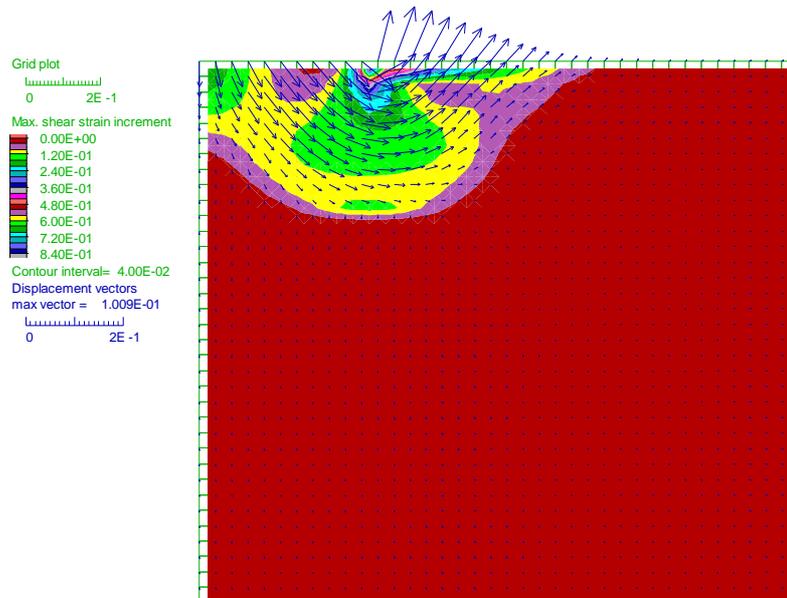


Figure 4.16 Mécanisme de rupture visualisé par la distribution de la résistance cisaillement maximum et du champ des vecteurs de déplacements pour une semelle lisse avec $H/B=0.5$ and $C_{u1-0}/C_{u2-0}=0.25$.

Pour les rapports de $H/B \geq 1$, les résultats (tableau 2) ne montrent aucune augmentation du facteur de la capacité portante Nc^* correspondant au mécanisme de rupture contenu entièrement dans la couche supérieure comme il est illustré par la concentration de l'incrément de l'effort de cisaillement et le champ des vecteurs déplacements (fig. 4.17).

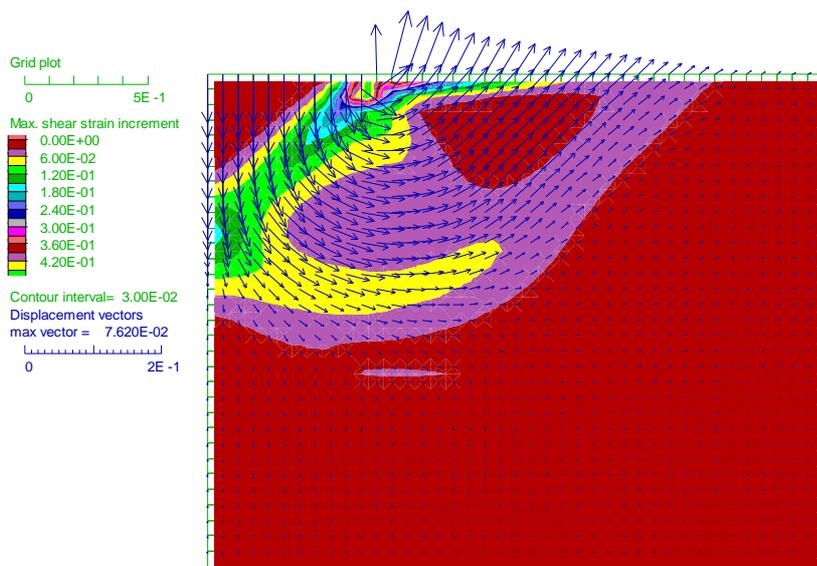


Figure 4.17 Mécanisme de rupture visualisé par la distribution de la résistance cisaillement maximum et du champ des vecteurs de déplacements pour $H/B=1$ and $C_{u1-0}/C_{u2-0}=0.5$.

4.8 CONCLUSION

Depuis l'introduction de l'équation de la capacité portante de Tezaghi (1943), une large recherche a été bien menée pour augmenter la formulation d'une estimation raisonnable de la capacité portante ultime d'une semelle assujettie à différents facteurs (par exemple géométrie de la semelle, la combinaison de la charge, la grande diversité des paramètres physique et mécanique du sol etc...).

De petits progrès ont été faits à ce jour pour la prédiction de la capacité portante ultime d'une semelle sur des couches de sol multiples mais qui restent loin du grand nombre de cas différents qui peuvent être rencontrés dans la pratique. La résolution de tels problèmes nécessite des recherches supplémentaires sur la reconnaissance minutieuse des différents paramètres du sol et les lois de comportement affectées qui restent au-delà des méthodes du calcul actuel.

Les conclusions suivantes peuvent être avancées :

- La valeur de N_c varie progressivement en fonction du rapport H/B jusqu'à une valeur critique au-delà de laquelle N_c reste constante ;
- Les expériences numériques réalisées avec FLAC confirment les expériences faites sur des modèles réduits faits par Vesic qui se résument en l'existence de trois types de mécanisme de rupture ;
- La rugosité de l'interface sol/semelle a un effet considérable sur la valeur de N_c pour le cas d'une couche molle surmontant une autre couche résistante pour les hauteurs de la première couche inférieure à 1, elle est non significative dans le cas contraire.

CHAPITRE 5

ANALYSE NUMERIQUE DE LA CAPACITE PORTANTE D'UN BICOUCHE A COHESIONS NON DRAINEES VARIABLE EN PROFONDEUR

Chapitre 5

ANALYSE NUMERIQUE DE LA CAPACITE PORTANTE D'UN BICOUCHE A COHESIONS NON DRAINEES VARIABLE EN PROFONDEUR.

Sommaire

5.1 Introduction.....	159
5.2 Analyse de la capacité portante d'un monocouche à cohésion variable par la méthode des caractéristiques.....	160
5.2.1 Cas d'un sol monocouche étudié par Davis et Booker 1973.....	160
5.2.2 FORMULATION DE LA THÉORIE.....	161
5.2.2.1 Champ de contrainte plastique.....	161
5.2.2.2 Équations de la vitesse.....	162
5.2.2.3 Les champs d'extension.....	163
5.2.3 Rupture due à la charge de surface.....	163
5.2.3.1 Champ de contrainte.....	164
5.2.3.2 Champ de vitesse.....	166
5.2.3.3 Implication pratique.....	166
5.2.4 Capacité portante des semelles rigides.....	167
5.2.4.1 Semelles lisses.....	167
5.2.4.2 Semelles rugueuses.....	169
5.2.5 Effet d'une couche dure à la surface	171
5.2.6 Application aux remblais	172
5.2.7 Comparaison avec la solution du cercle de glissement	173
5.3 Analyse de la capacité portante d'un bicouche à cohésion variable par FLAC.....	176
5.3.1 Semelles reposant sur une couche d'argile avec c_u croissante linéairement.....	176
5.3.2 Semelles reposant sur un bicouche argileux avec c_u croissante linéairement.....	177
5.4 Résultats et discussion.....	186
5.5 Conclusions.....	190

Chapitre 5

ANALYSE NUMERIQUE DE LA CAPACITE PORTANTE D'UN BICOUCHE A COHESIONS NON DRAINEES VARIABLE EN PROFONDEUR.

5.1 Introduction.

Dans beaucoup de cas, les sols peuvent être déposés en plusieurs couches et la limite zonale le long de la surface de contact entre deux formations géologiques est souvent non distincte.

Dans une estimation de la capacité portante et le comportement du charge-déplacement de la semelle, si l'épaisseur de couche la plus haute est considérablement plus grande que la largeur de la semelle, alors, une estimation raisonnable et exacte de la charge ultime et comportement du déplacement peut se faire en utilisant les propriétés de la couches supérieure seul (Poulos et al, 2001).

Cependant, si la semelle proposée à de grande dimension physique et l'épaisseur de couche supérieure est comparable à la largeur de la semelle, la considération spéciale nécessite l'explication de l'effet de chaque couche du sol dans la zone d'influence de la semelle. Pour de tels cas, une estimation fiable de la capacité portante sera plus compliquée. A l'aide de techniques de calcul modernes, les estimations fiables peuvent être finalement accomplies, mais ces méthodes exigent souvent quelques expériences et un effort considérable.

5.2 Analyse de la capacité portante d'un monocouche à cohésion variable par la méthode des caractéristiques.

5.2.1 Présentation du cas d'un sol monocouche étudié par Davis et Booker 1973.

Il est communément reconnu que la cohésion non drainée C_u des argiles normalement consolidées augmente considérablement avec la profondeur, le rapport $(c/p)n$, où p est la contrainte effective du sol au dessus du point considéré, étant substantiellement une constante pour un dépôt particulier. Bien que pour des petites semelles, il est suffisamment précis d'utiliser une valeur moyenne de C_u comme une constante dans l'analyse de la capacité portante ($\phi=0$), mais pour des semelles suffisamment grandes et des remblais, la variation substantielle de C_u peut avoir un effet significatif.

L'objectif de ce travail est d'étudier, à l'aide de la théorie de la plasticité, l'influence de l'hétérogénéité des sols sur la capacité portante des fondations. Ce cas général est illustré à la figure 5.1 (a) et les cas considérés dans l'analyse sont montrés aux figures 5.1 b, c, d.

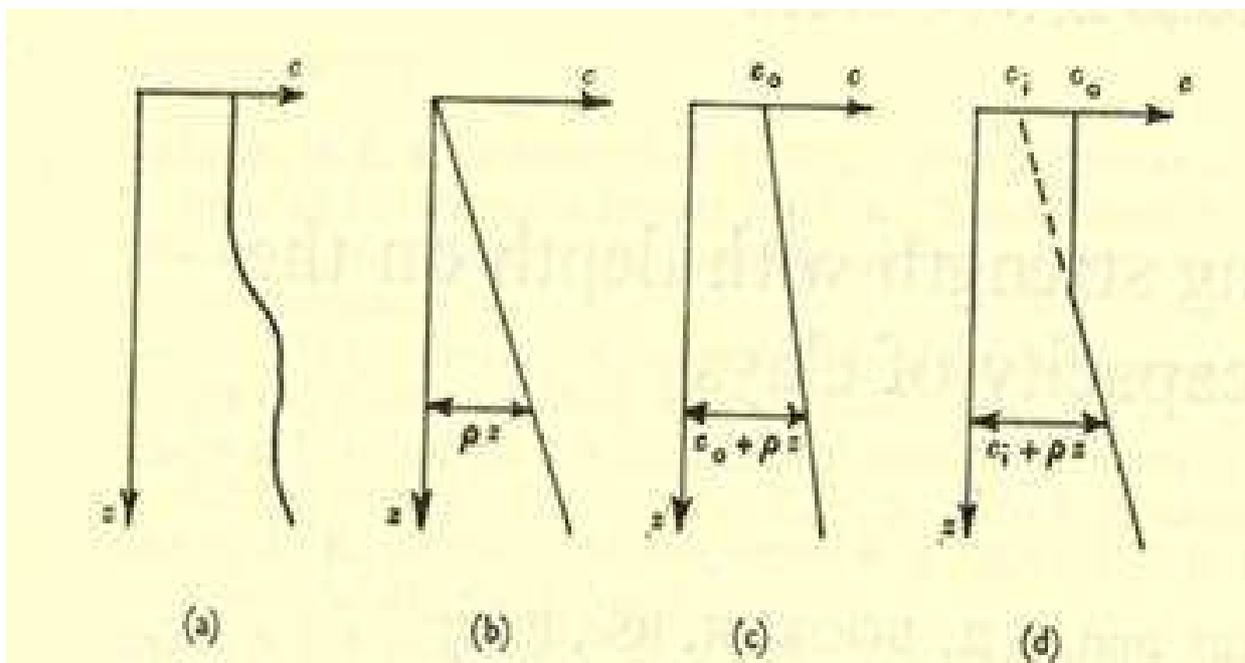


Figure 5.1 Variation de la cohésion avec la profondeur.

Mis à part sa valeur pratique intrinsèque, cette étude peut être pertinente en montrant plus généralement la marge de surestimation possible avec les analyses ordinaires d'ingénierie de stabilité telle que la méthode *du cercle de glissement* qui, lorsque ($\varphi=0$), fournit uniquement une limite supérieure à la solution correcte. Le problème considéré ici a déjà été traité par Raymond (1967) en utilisant la méthode *du cercle de glissement*. Cette méthode a aussi été utilisée par Gibson et Morgan (1962) pour examiner la stabilité des pentes dans les argiles hétérogènes. Ce problème de pente a aussi été examiné par Booker et Davis (1972) en utilisant la théorie de la plasticité.

5.2.2 FORMULATION DE LA THÉORIE.

5.2.2.1 Champ de contrainte plastique.

Il est présumé que le sol est purement cohérent mais que la force de cohésion $c=c(z)$ est fonction de la profondeur z (figure 5.1). La combinaison des équations d'équilibre et le critère de rupture mènent à une équation différentielle partielle donnant la variation de l'état de contrainte à travers des surfaces de rupture plastique. Il peut être démontré que pour une déformation plane, ces équations, tout comme pour les matériaux homogènes, sont hyperboliques et qu'alors une représentation convenable d'un champ de contraintes est ainsi une caractéristique de contrainte. Les équations de ces lignes de caractéristiques sont :

$$(dx/dz)=\text{tag}(\theta+\pi/4) \text{ ou } (dx/dz)=\text{tag}(\theta-\pi/4) \quad (5.1)$$

Comme il est montré à la figure 5.2.

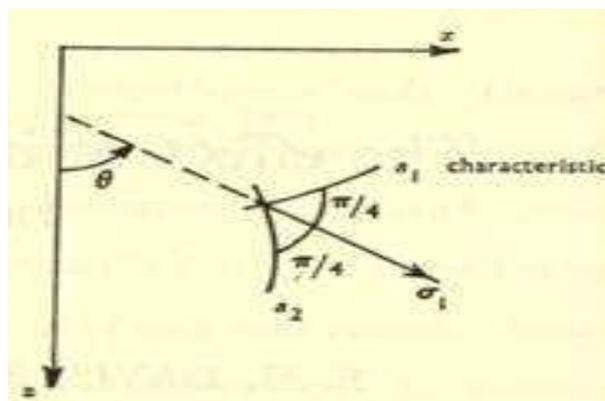


Figure 5.2 Caractéristiques des contraintes.

Les équations (5.1) sont identiques à celles pour un matériau homogène; en particulier les deux types de lignes caractéristiques, s_1 et s_2 sont orthogonales. Les équations donnant la variation dans l'état de contrainte en avant d'une caractéristique sont :

$$\begin{aligned} \text{le long d'une ligne } s_1 : & \quad dp + 2c(z)d\theta = \gamma dz - (dc/dz)dx \\ \text{le long d'une ligne } s_2 : & \quad dp - 2c(z)d\theta = \gamma dz + (dc/dz)dx \end{aligned} \quad (5.2)$$

avec :
$$p = (\sigma_x + \sigma_z)/2$$

En contraste que dans le cas des sols homogènes, quand C_u est constant, les équations (5.2) ne peuvent, en général, pas être intégrées explicitement et conséquemment, n'ont pas de propriétés géométriques spéciales permettant une construction graphique prête d'un champ caractéristique.

Pour le cas particulier pour lequel C_u varie de façon linéaire avec la profondeur. (Figure 5.1 b et c)

$$C = C_0 + \rho z \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} \text{le long d'une ligne } s_1 : & \quad dp + 2c(z)d\theta = \gamma dz - \rho dx \\ \text{le long d'une ligne } s_2 : & \quad dp - 2c(z)d\theta = \gamma dz + \rho dx \end{aligned} \quad (5.4)$$

5.2.2.2 Équations de la vitesse.

Avec l'hypothèse d'isotropie et de normalité (loi d'écoulement associée), les principales directions de contraintes et le taux de déformation coïncident et, comme pour la situation homogène, les caractéristiques de vitesse sont identiques aux caractéristiques de contraintes, la déformation plastique prenant aussi place à volume constant. La variation des vitesses devant les caractéristiques est alors donnée par les équations de Geiringer :

$$du_1 + u_2 d\theta = 0 \quad \text{le long d'une ligne } s_1 \quad (5.5)$$

$$du_2 - u_1 d\theta = 0 \quad \text{le long d'une ligne } s_2$$

Où u_1 et u_2 sont les composantes de vitesse dans les directions s_1 et s_2 .

Par conséquent, l'hétérogénéité de la résistance n'a pas d'effet sur les relations de vitesse.

5.2.2.3 Les champs d'extension.

En résolvant des problèmes particuliers, la première étape est normalement de concevoir un modèle de caractéristiques de contrainte qui satisfait les conditions de contraintes limites. À ce point, la solution du problème est aussi formelle. La prochaine étape est d'examiner si les caractéristiques, observées comme caractéristiques de vitesse sont cinétiquement permmissibles (admissibles) en satisfaisant d'une part les conditions limites de vitesse et n'impliquant pas de travail plastique. Si ces tests sont passés, la solution est établie comme une limite supérieure à la solution exacte. Dans le but de montrer que la solution est aussi une limite inférieure et qu'elle est ainsi réellement la solution exacte, l'étape finale est de prouver qu'il est possible d'étendre le champ de contrainte à travers le corps sans à nul endroit dépasser la résistance.

5.2.3 Rupture due à la charge de surface.

Le problème à résoudre est observé à la figure 5.3.

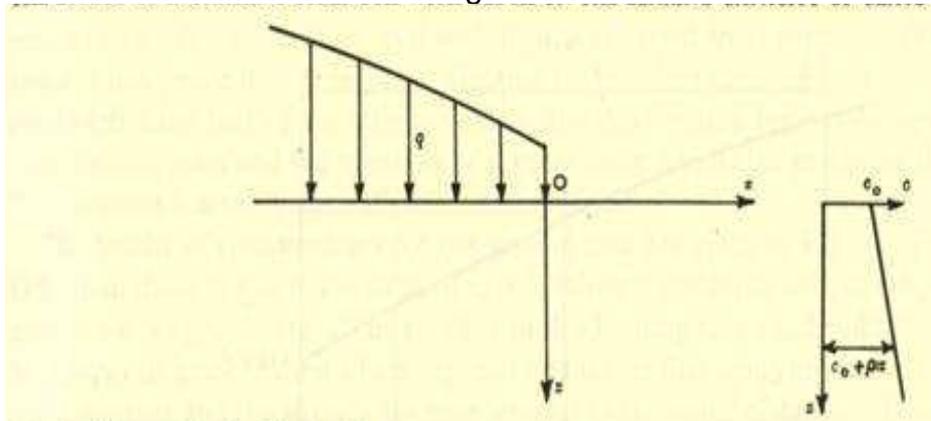


Figure 5.3 Problème de la charge de surface.

La moitié de la surface horizontale d'un demi-espace de matériel cohérent idéal possédant une cohésion, qui augmente de façon linéaire avec profondeur, est sujet à un chargement vertical de manière à ce qu'une rupture plastique soit produite. Le problème est d'évaluer la magnitude et la distribution de cette charge, q .

5.2.3.1 Champ de contrainte.

Il est clair que, comme dans le cas homogène ordinaire, O est une singularité de contrainte et ce, en terme de mécanique de sol, une rupture de type passive va survenir sous OB et active sous OA. La condition limite sur OB ($\rho = c_0$, $\theta = \pi/2$) détermine la contrainte dans la région limitée par les caractéristiques OC1 (ligne s2) et B1C1 (ligne s1) ce qui est mentionné sur la figure 5.4.

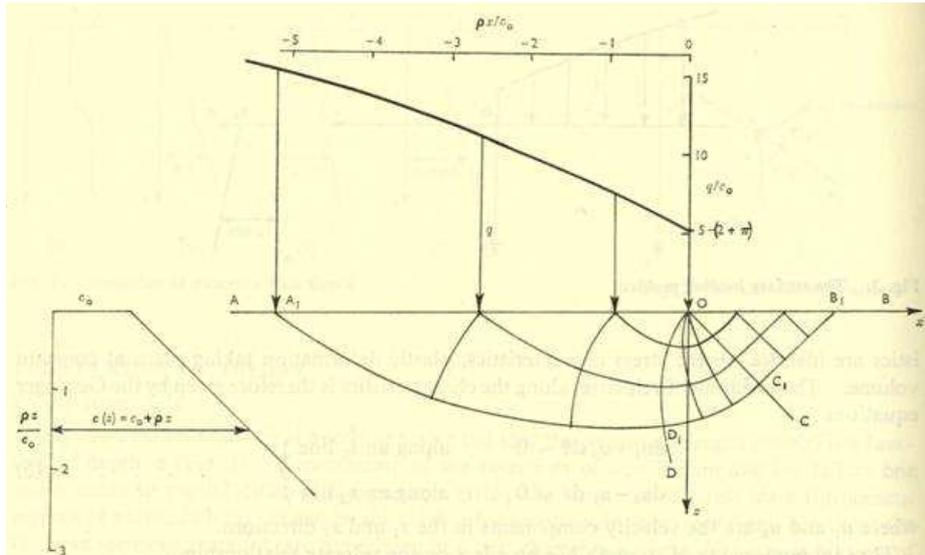


Figure 5.4 Champ de contrainte pour un chargement surfacique.

Il est clairement montré que celle-ci et toutes les autres lignes caractéristiques dans cette région sont droites comme en figure 5.4. La caractéristique OC1, avec la singularité en O, définit maintenant la région OC1D1, la ligne s2 C1O et D1O soutenant un angle droit à O dans l'objectif de satisfaire la condition limite ($\theta = 0$) dans OA à O.

Ceci donne ($q_0 = (2 + \pi) C_0$). La région restante OD1A1 est alors définie par la ligne s2 OD1 et la condition limite à OA ($\theta = 0$).

Le calcul effectif consiste à déterminer simultanément les coordonnées des points d'intersection des caractéristiques et les valeurs p et θ correspondant à ces points. Ceci implique une intégration numérique des équations (5.1) et (5.4) et, comme le processus de solution est interactif, il est commode d'effectuer l'intégration sur un ordinateur. La technique employée était similaire à celle utilisée par Cox et al. (1961) pour les matériaux cohésif-frictionnels. Finalement, la valeur de l'intensité du

chargement q peut être calculée, $q = C_0 + p(A_1)$. Par un choix approprié du point B, la partie chargée de OA peut être étendue à gauche indéfiniment, à condition que les caractéristiques n'interagissent pas ensemble mais se déploient comme indiqué sur la figure 5.4. Il peut être démontré que cette condition est rencontrée si la valeur de ρ est supérieure ou égale à 0. Comme A_1 est au même niveau que B_1 les équations (5.4) montrent que dans ce problème, q est indépendant de la densité, γ . Puisque le problème spécifié implique le chargement de toute la moitié gauche de la surface infinie, les trois régions plastiques occupent la totalité de la masse semi-infinie et la question d'un domaine d'extension statiquement admissible n'intervient pas. La solution est déjà statiquement admissible par elle-même.

Les résultats des calculs pour le cas général sont représentés dans la figure 5.4. Pour des valeurs plus larges de OA_1 que celles représentées dans la figure 5.4, la valeur de C_0 est d'importance mineure et, comme $OA_1 \rightarrow \infty$, le cas limite $C_0=0$ est approché. La solution de ce cas limite peut être obtenue plus précisément par un calcul séparé qui dépend du fait que devant toute ligne radiale à travers O, θ est maintenant constant et les contraintes sont proportionnelles à la distance radiale. Les équations (5.4) deviennent alors une paire d'équations différentielles ordinaires et peuvent être résolues par une technique numérique appropriée (Booker, 1970). Le résultat particulièrement simple est que la pression de portance augmente avec la distance horizontale à partir de la singularité O au même taux que l'augmentation de la cohésion avec la profondeur (figure 5.5).

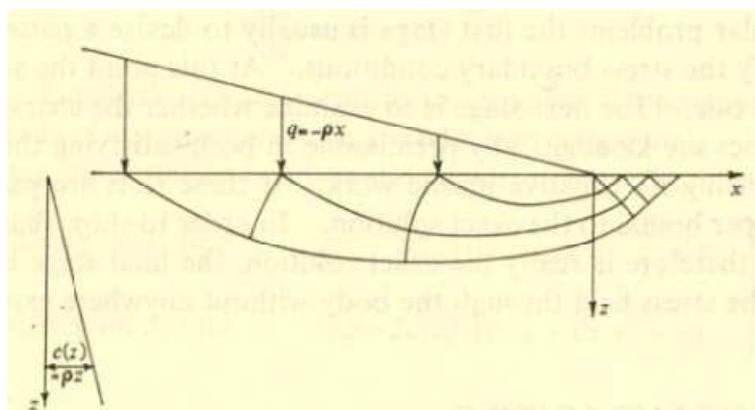


Figure 5.5 Champ de contrainte pour $c_0 = 0$.

5.2.3.2 Champ de vitesse

Avec le problème traité jusqu'ici, il n'existe pas de conditions aux limites de la vitesse sur AOB. Ceci signifie qu'une grande variété de distributions de vitesse peut satisfaire la seule exigence que le taux de travail plastique doit, partout, être non-négatif. En particulier, Il peut être montré que, pour le modèle de caractéristiques (maintenant considérées comme des caractéristiques de vitesse) illustré dans la figure 5.4, cette exigence est satisfaite quand OA a une composante de vitesse verticale.

Par conséquent, la solution qui a été évaluée est en même temps statiquement et cinématiquement admissible et peut alors être admise comme étant la solution exacte pour le problème spécifié.

5.2.3.3 Implications pratiques

Les résultats du problème étudié dans cette section ont des implications pratiques en relation avec la bonification des zones marécageuses constituées d'argiles molles normalement consolidées par un remplissage avec des matériaux tel que le sable. Les implications générales sont mieux étudiées en concentrant l'attention sur le cas limite $C_0=0$ quand, tel que précisé précédemment, la pression de rupture augmente avec l'éloignement de l'extrémité de la charge par le facteur ρ . Avec une nappe phréatique au niveau ou au-dessus du niveau du sol, ρ est donné par :

$$\rho = (C/p)_n \gamma_s \quad (6)$$

En considérant le domaine 0.15 à 0.4 pour $(C/p)_n$ et un domaine correspondant de densité submergée, γ_s de 50 à 40 lb/cu.ft (livres par pied cube), il en résulte que ρ peu normalement être considéré comme étant situé dans l'intervalle 7.5 à 16 livres par pied cube. D'où la pente maximal du bord de remplissage, considérant qu'elle a une densité de 120 lb/cu.ft, si la rupture de l'argile ne s'est pas produite, est entre 7.5 et 120 (3.5°) et 16 en 120 (8°). Le bénéfice quand $C_0 > 0$ peut être mesuré à partir de la figure 5.4.

Si le remplissage de sable entraîne une rupture, les figures 5.4 et 5.5 indiquent que la perturbation plastique (vagues de boue) se produisant au dessus de la surface exposée de l'argile est susceptible de s'étendre uniquement sur une courte distance au delà de la limite du remplissage comparée à la distance derrière cette limite à laquelle le remplissage est si affecté.

5.2.4 CAPACITÉ PORTANTE DES SEMELLES RIGIDES

5.2.4.1 Semelles lisses

La solution au problème traité dans la section précédente est, comme précédemment remarqué, cinématiquement admissible pour le mouvement uniforme descendant de la partie chargée de la surface.

Une partie de cette solution peut alors, par réflexion autour de la ligne centrale, être considérée comme donnant directement une limite supérieure au problème de la rupture d'une semelle filante rigide avec interface lisse comme le montre la figure 5.6. Du moment que le problème actuellement considéré implique le chargement de seulement une partie limitée de la surface du corps, il est nécessaire de montrer qu'une extension statistiquement admissible du champ de contrainte existe afin de prouver que la solution est la solution exacte et pas simplement une limite supérieure. En adaptant la méthode utilisée par Cox et al (1961) un champ d'extension peut être conçu comme indiqué sur la figure 5.7. Les caractéristiques du champ de contrainte sont élargies suffisamment pour croiser la trajectoire de la contrainte principale mineure à travers les points B et B'. Il est alors relativement facile de concevoir un champ de contrainte simple au-delà de cette ligne en supposant que le champ a des trajectoires de contrainte principale majeure droites. Au-delà de l'étendue du problème de $p=0$ à $C_0=0$ il a été découvert que de tels champs d'extension n'impliquent pas de contraintes excessives.

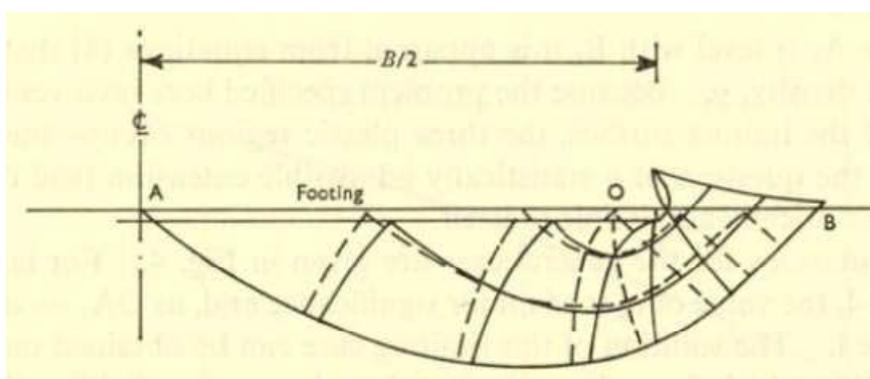


Figure 5.6 Champ de vitesse pour une semelle lisse.

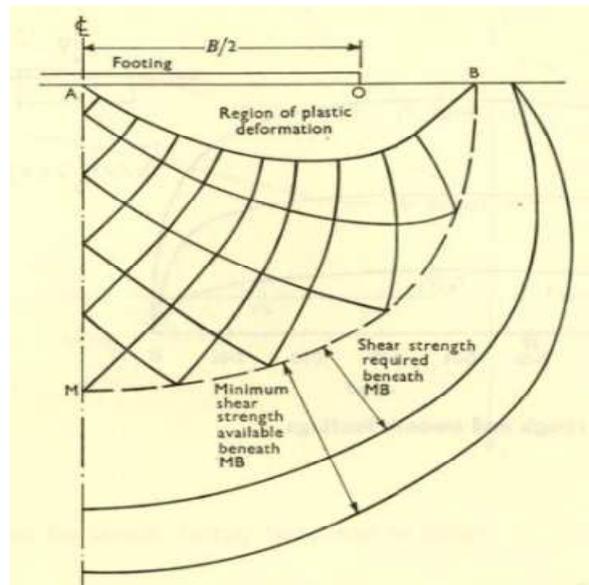


Figure 5.7 Champ d'extension pour une semelle lisse.

Les résultats de l'analyse sous forme de distribution de la pression de fondation au moment de la rupture pour des semelles lisses sont donnés dans les figures 5.8 (a) et (b). La figure 5.8(a) montre l'effet de l'hétérogénéité quand C_0 est petit comparé à pB (où B est la largeur de la semelle) et la figure 5.8 (b) montre l'effet quand C_0 est large comparé à pB . La transition d'une distribution de pression triangulaire vers une distribution uniforme quand le rapport C_0/pB change de 0 à l'infini montre comment, pour ce type d'hétérogénéité des matériaux purement cohésifs, la densité de résistance p , joue un rôle similaire à celui de la densité γ , dans la théorie ordinaire pour les matériaux homogènes cohésif-frictionnels.

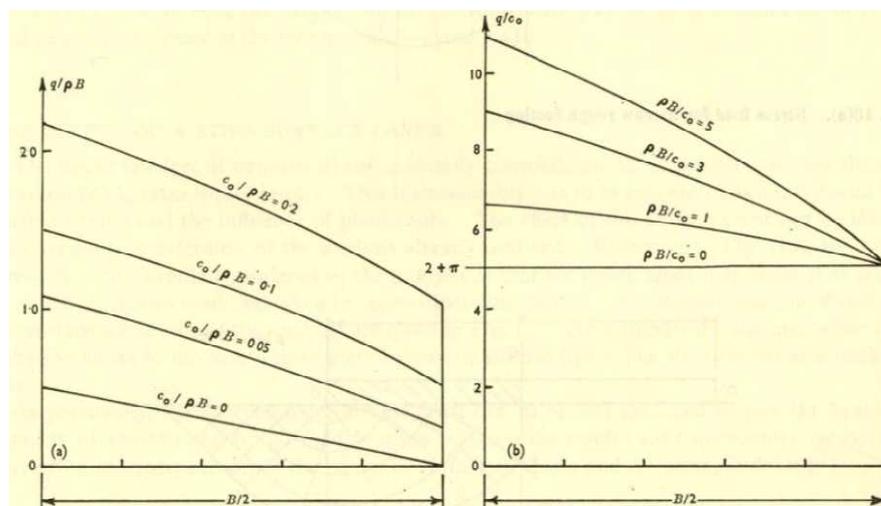


Figure 5.8 Distribution de la pression pour une semelle lisse.

Pour trouver la charge totale Q à la rupture, le résultat peut conventionnellement être considéré sous cette forme :

$$Q/B = F_s((2 + \pi) C_0 + \rho B/4) \quad (5.7)$$

Où F_s est un facteur sans dimension dépendant seulement du rapport $\rho B/c_0$ et est tracé dans la figure 5.9.

On peut voir à partir de la figure 5.9 que la valeur maximum de F_s est 1.465 afin que, au moins pour une approximation très grossière, la superposition de la contribution de la cohésion de surface et la contribution de la «densité de résistance» impliquée par les termes entre parenthèses de l'équation (5.7) soit analogue à la capacité portante d'un sol homogène cohérent et frottant, bien que dans ce dernier cas la valeur maximum du facteur correctif équivalent à F_s est plus petite (Davis et Booker, 1971).

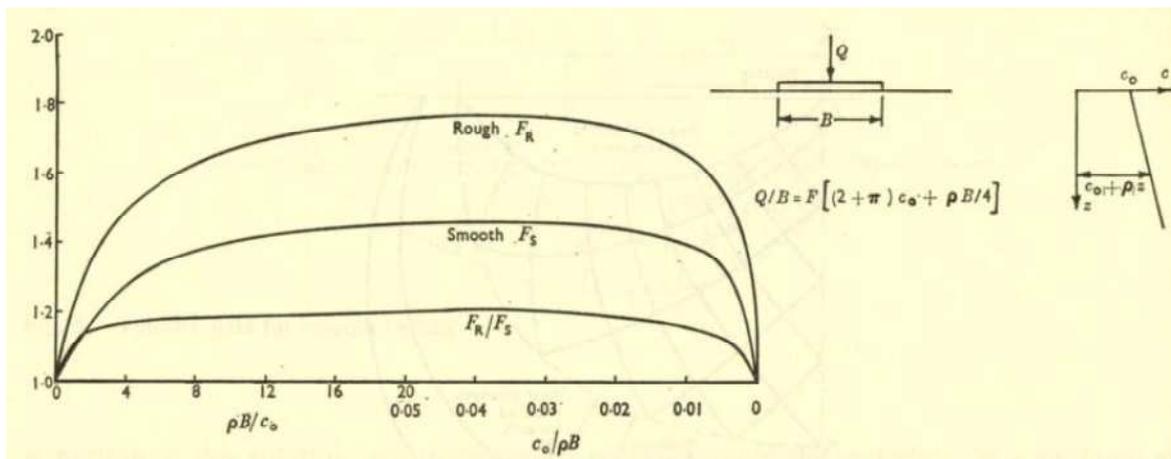


Figure 5.9 Facteurs de correction pour des semelles lisses et des semelles rugueuses.

5.2.4.2 Semelles rugueuses

En continuant la région éventail CDO tout autour vers la semelle de telle manière qu'au point O une contrainte de cisaillement inférieure à C_0 soit produite du côté inférieur de la semelle, la solution pour des semelles rugueuses peut être obtenue. La figure 5.10 (a) illustre le cas pour une semelle étroite, la contrainte de cisaillement sur la semelle étant alors partout inférieure à C_0 . La région ODO' descend comme un corps rigide et son état de contrainte n'a pas nécessairement besoin d'être en état plastique pour être statiquement admissible, les contraintes sur OD et O'D étant suffisantes pour calculer la charge Q . Le cas pour des semelles larges est illustré sur

la figure 5.10 (b). Le long de OF, la contrainte de cisaillement est C_0 et cette condition en même temps avec la caractéristique OD définit la nouvelle région ODEF. La région rigide se déplaçant vers le bas avec la semelle est maintenant FEF'. Pour les deux cas il peut être montré qu'ils sont cinématiquement admissibles et qu'une extension statiquement admissible d'un champ de contraintes est possible.

Encore une fois les résultats de la charge de rupture Q sont conventionnellement considérés sous cette forme :

$$(Q/B) = F_r ((2 + \pi) C_0 + \rho B/4) \quad (5.8)$$

Où F_r est le facteur sans dimension pour les semelles rugueuses équivalent à F_s pour le cas des semelles lisses. Le rapport F_r/F_s est représenté sur la Figure 5.9, montrant que la rugosité fait augmenter la capacité portante par un maximum de 16% et ne cause pas d'augmentation aux deux cas limites $C_0=0$ et $\rho=0$.

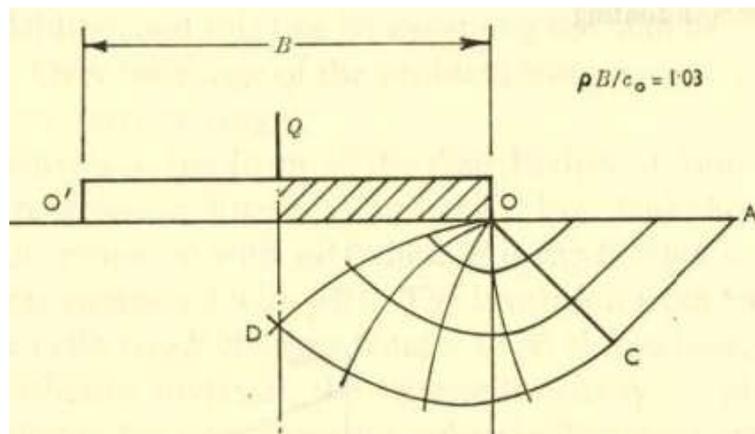


Figure 5.10a Champ de contraintes pour une semelle rugueuse étroite.

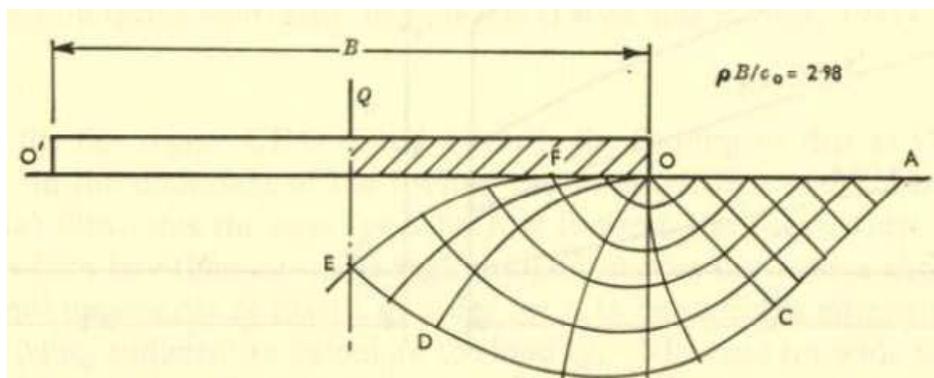


Figure 5.10b Champ de contraintes pour une semelle rugueuse large.

5.2.5 Effet d'une couche dure à la surface

Les quelques mètres supérieures des dépôts d'argile molle normalement consolidés sont souvent plus résistants qu'un rapport constant de $(c/p)_n$ impliquerait. Ceci est vraisemblablement dû à une surconsolidation produite par l'assèchement de surface et par l'influence des racines des plantes. L'effet de cette croûte de surface peut être pris en compte par l'extension de l'analyse déjà mentionnée. En se référant à la figure 5.1(d), le seul profile résistance – profondeur considéré dans l'analyse est celui correspondant à $c_1=0$, puisqu'il est probable que la plupart des situations pratiques puissent être utilisées pour approximer ce profile. Pour le chargement normal de la moitié de la surface, les résultats de l'analyse sont donnés dans la figure 5.11. Afin d'établir une comparaison, le cas lorsque la cohésion commence à augmenter immédiatement sous la surface (à partir de la figure 5.4), est illustré par des lignes pointillées.

Comme précédemment, l'analyse pour une croûte de surface peut être étendue davantage pour donner la capacité de portance des semelles rugueuses et lisses. De nouveau, les résultats sont conventionnellement examinés en tant que correction à la superposition des effets de la cohésion de surface et de la densité de résistance.

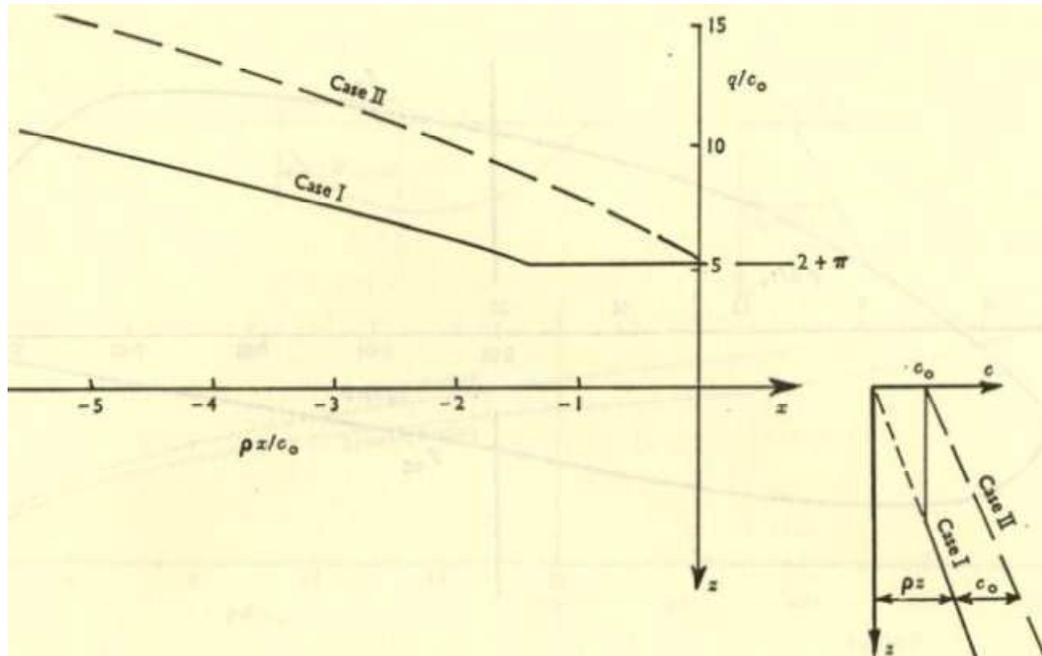


Figure 5.11 Distribution de la pression pour une semelle lisse avec une cohésion de surface et sans cohésion de surface.

$$(Q/B) = F ((2 + \pi) C_0 + \rho B/4) \quad (5.9)$$

où $F=F_{sc}$ pour les semelles lisses et $F=F_{rc}$ pour les semelles rugueuses pour un profile de résistance avec une croûte.

La variation de F_{sc} et F_{rc} avec le paramètre $\rho B/c_0$ est illustrée dans la figure 5.12, à partir de laquelle on peut voir que la sous-estimation en supposant une superposition largement contrée par la réduction due à la résistance ne commençant pas à augmenter avec la profondeur immédiatement sous la surface.

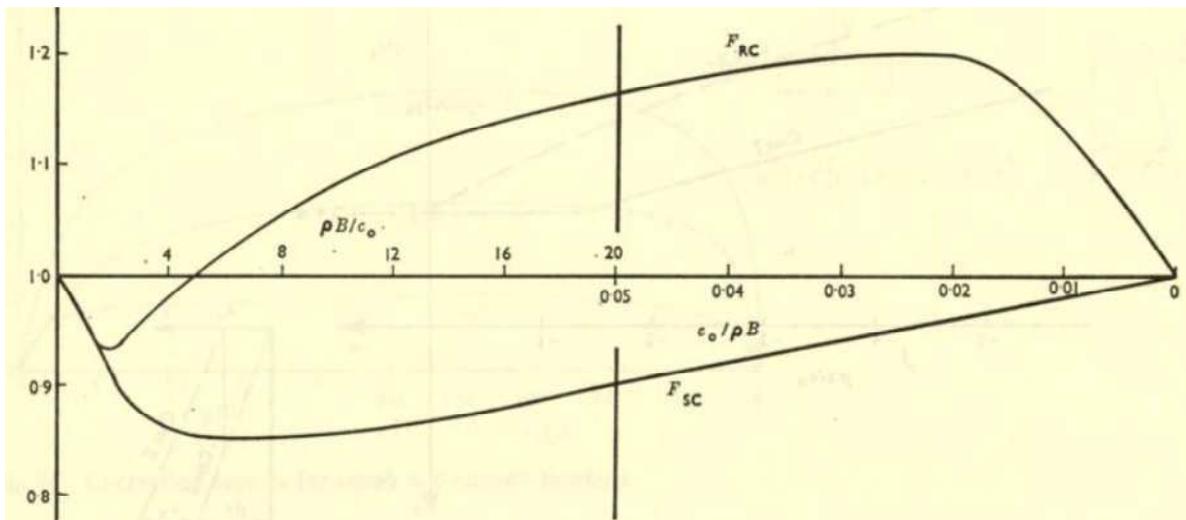


Figure 5.12 Facteurs de correction pour une semelle sur un sol avec une cohésion de surface.

5.2.6 APPLICATION AUX REMBLAIS

Le plus fréquent problème pratique pour lequel la capacité de portance d'une bande assez large chargée pour que l'hétérogénéité du sol support soit importante est celui des remblais sur l'argile. Il est improbable que le remblai s'applique à une distribution de charges correspondant exactement à celle donnée par la théorie pour des semelles rigides lisses (figures 5.4 et 5.11) ou pour des semelles rugueuses, néanmoins la comparaison entre la contrainte verticale appliquée par le remblai et la capacité de résistance du sol support, tel qu'indiqué en figure 5.13, devrait donner une estimation suffisamment précise pour le danger de rupture de fondation. La ligne pleine (a) dans la figure 5.13 est obtenue à partir des figures 5.4 et 5.11 par réflexion à partir de la ligne centrale. Trois exemples de la contrainte verticale appliquée par un remblai sont illustrés par b1, b2, b3. Ces derniers considèrent une simple distribution de la même forme que le remblai. Une distribution plus élaborée

autorisant une action sous forme d'arc peut être utilisée si on juge que ça en vaut la peine et, si les contraintes de cisaillement causées par le remblai sont incluses, la contrainte de cisaillement et la contrainte normale à la rupture dans la théorie des semelles rugueuses peuvent alors remplacer la courbe (a). Le rapport entre la surface sous la ligne (a) et celle sous n'importe quelle ligne pointillée (b) peut être considérée comme une estimation raisonnable du facteur général de sécurité global. Pour b_1 , le facteur de sécurité est clairement supérieur à un alors que b_3 indique clairement un remblai non sécuritaire. Pour b_2 le facteur de sécurité est approximativement égal à un et de larges déformations plastiques sinon un effondrement majeur pourraient être envisagés.

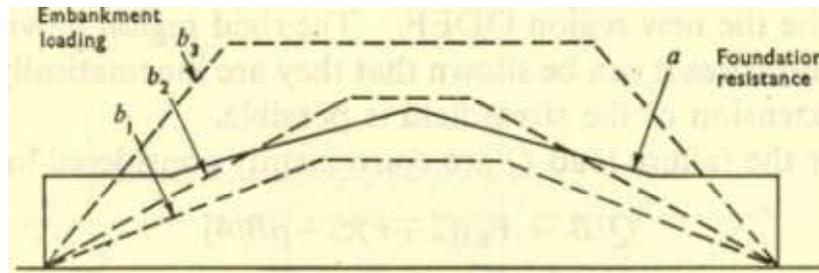


Figure 5.13 Application approximative de stabilité de remblai.

5.2.7 COMPARAISON AVEC LA SOLUTION DU CERCLE DE GLISSEMENT

Il est instructif de comparer les résultats de la solution de plasticité exacte présentée dans cette étude avec ceux donnés par la méthode du cercle de glissement conventionnelle. La méthode du cercle de glissement conventionnelle est essentiellement une méthode pour obtenir une limite supérieure à la solution correcte puisqu'elle postule un mode de mouvement possible sans une évaluation d'une distribution complète de contrainte. En considérant les cas des semelles rigides rugueuses et lisses, une solution résultant de la méthode du cercle de glissement doit impliquer un cercle qui passe à travers un bord de la semelle tel qu'illustré dans la figure 5.14. Tout autre type de rupture circulaire, comme celui de 2 cercles symétriques chacun passant à travers le centre de la semelle, ne serait pas cinétiquement admissible puisqu'une semelle rigide, qu'elle soit lisse ou rugueuse, ne peut pas simultanément suivre les deux mouvements rotationnels du sol. L'inadmissibilité cinétique d'un cercle unique ne passant pas par un bord de la semelle est encore plus évidente.

En utilisant un simple programme informatique pour trouver le cercle critique, le rapport du cercle de glissement et la solution de plasticité exacte est tracé sur la figure 5.14. Les solutions du cercle de glissement sont quelque peu inférieures (et par conséquent de meilleures limites supérieures) que celles données par Raymond (1967) puisqu'il ne semble par avoir déterminé précisément le cercle le plus critique. Quoiqu'il en soit, le résultat marquant de la comparaison est la conclusion que la méthode du cercle de glissement surestime considérablement la capacité de portance lorsque l'augmentation de la résistance avec la profondeur est prépondérante. Quand pB/co est égal à 0, la solution du cercle de glissement est seulement de 8% meilleure que la solution de plasticité exacte alors qu'elle est 350% plus grande lorsque co/pB est égale à 0. La faible performance de la méthode du cercle de glissement peut être comprise quand il est reconnu que cette méthode, dans sa forme conventionnelle, ne tient compte que d'un travail plastique se produisant sur la discontinuité de la vitesse représentée par le cercle lui-même, tandis que la proportion de travail plastique totale qui se produit comme une distorsion dans la région plastique dans la solution rigoureuse est très significative, comme illustré sur la figure 5.6. Une méthode du cercle de glissement plus élaborée que la méthode conventionnelle peut être mise au point, dans laquelle un glissement le long d'un nombre de cercles, pas nécessairement concentriques, est envisagé et par conséquent permet les effets de la distorsion plastique. Ceci donnerait probablement des réponses plus proches des réponses exactes, mais l'utilisation d'une telle méthode se révélerait perverse étant donné que le processus de découverte de la combinaison la plus critique de cercles serait plus difficile que l'évaluation de la solution rigoureuse.

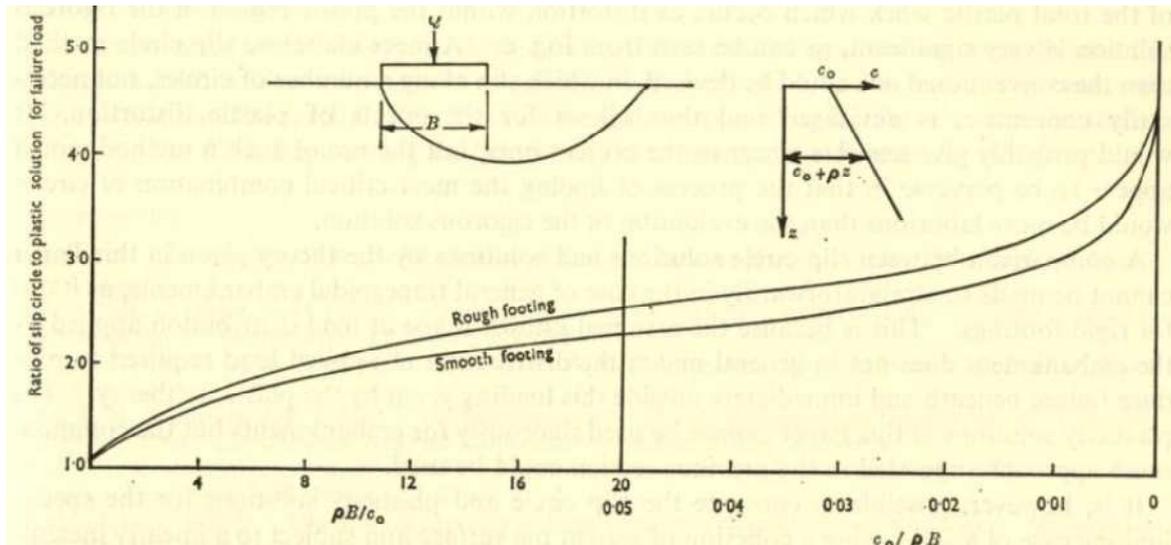


Figure 5.14 Erreur dans l'analyse du cercle de glissement.

Une comparaison entre les solutions du cercle de glissement et les solutions basées sur la théorie proposée par cette étude ne peut pas être faite directement dans les cas de remblais trapézoïdaux, comme c'est le cas pour les semelles rigides. Ceci est dû au fait que la forme admise que prend la distribution de la charge appliquée par le remblai ne convient pas en général à la distribution de la charge appliquée requise pour produire une rupture sous et immédiatement en dehors de ce chargement donné par la théorie de plasticité. Les solutions de plasticité de cette étude ne peuvent pas être utilisées rigoureusement pour des remblais mais l'approche de bon sens suggérée dans la section précédente peut l'être.

Il est cependant possible de comparer la solution du cercle de glissement et celle de plasticité pour le cas spécial de limitation d'un sol ayant une cohésion de 0 à la surface et sujet à une surcharge augmentant linéairement représentant la pente latérale du côté d'un remblai large. Dans ce cas le glissement circulaire donne exactement la même réponse pour le taux d'augmentation en surcharge que celle de la solution de plasticité comme illustré sur la figure 5.5, bien que le cercle critique corresponde à celui ayant un rayon infini et coïncide avec la surface. Ceci n'indique donc pas la pénétration de la rupture plastique illustrée dans la figure 5.5. Il est au moins une assurance que les solutions du cercle de glissement pour les remblais plus généraux et les hétérogénéités de la résistance du sol ne sont pas propices à donner des surestimations de stabilité. L'inaptitude de la méthode du cercle de glissement à prendre en compte la distorsion plastique résultant de la restriction

cinétique de la rigidité de la semelle n'est plus de grande importance pour les remblais.

5.3 Analyse de la capacité portante d'un bicouche à cohésion variable par FLAC.

Le comportement de la capacité portante des semelles sur les sols stratifiés a reçu l'attention considérable des chercheurs, mais la plupart des études rapportées sont limitées aux semelles posées sur la surface libre du sol et basées sur la supposition de petite déformation en simulant la pénétration d'une semelle filante sur une argile posée en deux couches.

Dans ce chapitre, on utilise comme auparavant le code FLAC^{2D} pour l'évaluation de la capacité portante non drainée d'une semelle filante et rigide reposant sur un dépôt argileux à deux couches.

Des études expérimentales (Bishop 1966) montrent que pour les argiles saturées normalement consolidées la cohésion varie linéairement avec la profondeur. La capacité portante ultime dans un tel sol est obtenue, généralement, par la méthode d'équilibre limite et de l'analyse limite. L'approche de Sokolovski (1960), par la méthode des caractéristiques, est utilisée pour trouver la capacité portante ultime des argiles saturées dont la cohésion est homogène et isotrope. Alors que, Siva Reddy (1991), utilise la même méthode, la méthode des caractéristiques, et fait l'extension à un sol argileux en bicouche avec la cohésion non drainée augmente linéairement avec la profondeur pour déterminer la capacité portante ultime.

5.3.1 Semelles reposant sur une couche d'argile avec c_u croissante linéairement.

Dans ce cas, la semelle de largeur B repose directement sur le sol d'argile de cohésion non drainée variable linéairement avec la profondeur de valeur initiale C_{u1-0} et qui s'étend à une profondeur infinie (figure 5.15 a). L'expression du facteur de portance N_c^* est donnée par l'équation (5.12). Il est fonction du facteur m . Pour m variant de 1 à 5. Les valeurs du facteur de portance N_c^* varie de 5.16 à 10.35 pour une semelle rugueuse et de 5.10 à 8.36 pour une semelle lisse (tableau 5.2 et 5.3).

5.3.2 Semelles reposant sur un bicouche argileux avec c_u croissante linéairement.

Généralement, Il est communément reconnu que la cohésion c_u d'une argile normalement consolidée et légèrement sur-consolidée augmente avec la profondeur, dans la présente analyse, les cas considérés de la variation linéaire de la cohésion avec la profondeur sont présentés comme cela est indiqué sur la figure 5.15.

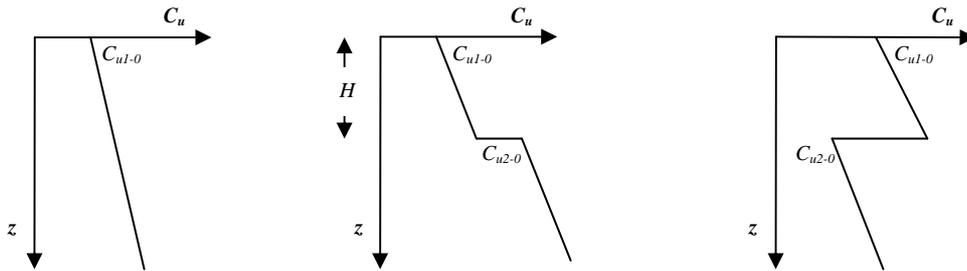


Figure 5.15 Cas considéré de variation de la cohésion avec profondeur.

Par conséquent, la couche supérieure d'argile est caractérisée par une épaisseur H et une résistance au cisaillement non drainée C_{u1} qui augmente linéairement avec la profondeur. La couche supérieure d'argile surmonte une couche d'argile de profondeur infinie caractérisée par une résistance au cisaillement C_{u2} et qui, elle aussi, augmente linéairement avec la profondeur. La pente représentative de la variation de la cohésion est similaire pour les deux couches à la fois.

Les cohésions augmentent linéairement avec la profondeur de la manière suivante:

$$C_{u1} = C_{u1-0} + m \times C_{u1-0} \times z / B \quad (5.10)$$

$$C_{u2} = C_{u2-0} + m \times C_{u2-0} (z - H) / B \quad (5.11)$$

Où :

z la profondeur à partir de la surface du sol,

C_{u1} et C_{u1-0} sont les valeurs de la cohésion respectivement à la profondeur z et à la surface libre du sol de la couche supérieure,

C_{u2} et C_{u2-0} sont les valeurs de la cohésion respectivement à la profondeur ($Z-H$) et à la surface supérieure de la couche inférieure,

m est un facteur adimensionnel qui définit le taux d'augmentation de la cohésion avec la profondeur.

Dans cette étude, des solutions ont été calculées en utilisant le code de calcul FLAC^{2D} pour des rapports de H/B variant de 0,125 à 1,5 et C_{u1-0}/C_{u2-0} variant de 0,25 à 5 avec le facteur adimensionnel m qui prend différentes valeurs ($m = 0, 0,5, 1, 1,5, 2, 3, 4, 5$). Ces cas couvrent la plupart des problèmes d'intérêt pratique.

Pour le cas des sols argileux disposés en couches dont la cohésion non drainée augmente linéairement avec la profondeur, il est pratique de réécrire l'équation (4.2) sous la forme :

$$N_c^* = q_u / C_{u1-0} \quad (5.12)$$

Et dans ce cas le facteur modifieur de la capacité portante N_c^* est fonction des rapports H/B , C_{u1-0}/C_{u2-0} et le facteur de m .

Des simulations préliminaires ont été réalisées par des tests de sensibilité de la capacité portante à la vitesse de chargement de la semelle, quelques résultats sont donnés dans le Tableau. 5.1 et représentés dans la figure 5.16, pour le cas de la semelle rugueuse reposant sur une seule couche d'argile homogène avec $m=0$ et $m=5$

Les résultats des simulations préliminaires ont montré une sensibilité très faible par rapport à la cohésion du sol (Burd and Frydman, 1997). Alors, une vitesse de chargement de $10e-6$ m/step a été appliquée jusqu'à ce qu'une condition d'écoulement plastique stable ait été atteinte (c'est à dire jusqu'à ce que les deux conditions soient vérifiées (i) la capacité portante est constante et (ii) les petites valeurs de force non équilibrées sont obtenues au cours de l'augmentation des pas de calcul).

Une valeur de la capacité portante plus-précise est obtenue en divisant la vitesse de déplacement appliquée à la semelle par dix, et on continue jusqu'à l'obtention d'un nouvel état d'équilibre en écoulement plastique.

La solution cinématique a été comparée à la solution statique (Tableau 5.1) en imposant une vitesse nulle au déplacement de la fondation, et continue les étapes de calcul afin de minimiser les forces non équilibrées.

Cela a réduit légèrement la capacité portante pour moins de 0,2 pour cent entre les deux solutions. En outre, la solution cinématique réduite a été très proche d'une solution où l'enfoncement a été réalisé avec des vitesses de $10E-7$ m/step constante sur l'ensemble du processus d'enfoncement.

Cette procédure réduit considérablement le temps de calcul environ 1 / 8 par rapport au cas de l'enfoncement avec une vitesse de $10E-7$ m/step.

Tableau 5.1 Variation de N_c^* calculé avec FLAC à vitesse contrôlée.

m	Solutions cinématiques pour différentes vitesses de déplacement (m/step)				Solutions statique
	1e-5	1e-6	1e-7	1e-8	
0	5.181	5.162	5.161	5.161	5.160
5	10.42	10.381	10.353	10.352	10.344

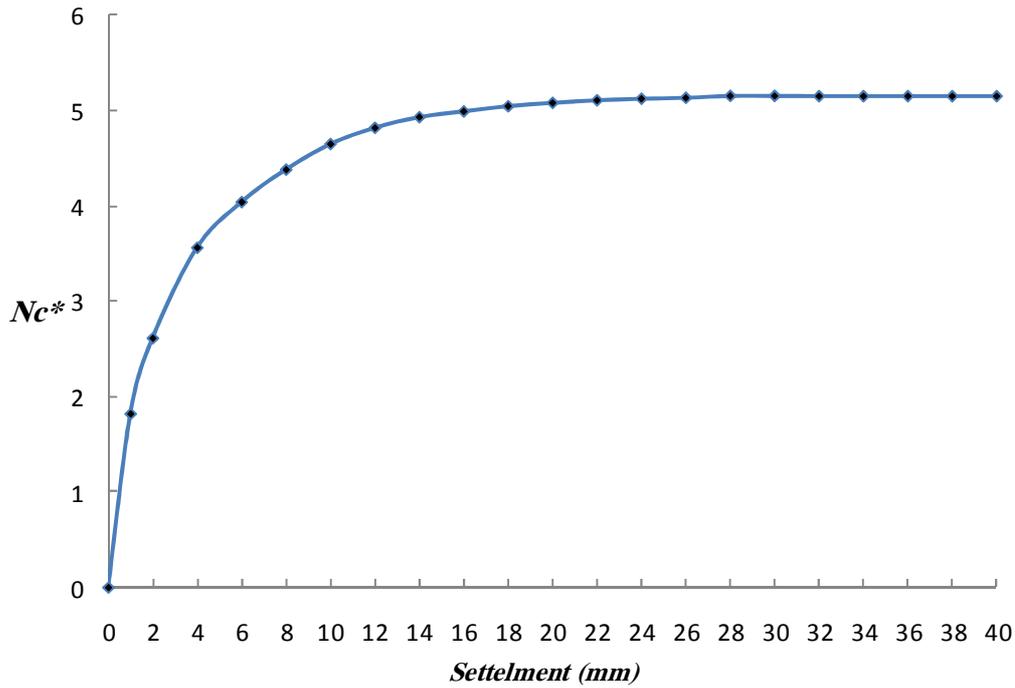


Figure 5.16 Courbe typique de N_c^* (charge – déplacement) par l'analyse FLAC.

Tableau 5.2 N_c^* pour les argiles disposées en couches avec une augmentation linéaire de la cohésion non drainée dans le cas d'une semelle rugueuse.

H/B	C_{u1-0}/C_{u2-0}	$m = 0$	$m = 0.5$	$m = 1$	$m = 1.5$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$
0.125	0.25	8.40	9.28	9.58	9.86	10.14	10.71	11.26	11.82
	0.5	8.40	9.14	9.58	9.86	10.14	10.71	11.26	11.82
	0.75	6.63	7.35	8.01	8.56	9.07	9.98	10.79	11.54
	1	5.16	5.98	6.65	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	1.25	4.31	5.02	5.63	6.16	6.64	7.48	8.23	8.93
	1.5	3.74	4.34	4.89	5.39	5.84	6.65	7.37	8.03
	2	2.95	3.44	3.90	4.32	4.71	5.44	6.11	6.72
	2.5	2.45	2.87	3.26	3.62	3.96	4.60	5.20	5.78
	3	2.11	2.48	2.83	3.14	3.44	4.00	4.53	5.05
4	1.68	1.96	2.24	2.50	2.74	3.20	3.64	4.06	

	5	1.40	1.63	1.87	2.09	2.29	2.69	3.06	3.41
0.25	0.25	6.50	6.96	7.37	7.78	8.18	8.96	9.73	10.48
	0.5	6.50	6.96	7.37	7.78	8.18	8.96	9.73	10.48
	0.75	6.31	6.82	7.34	7.78	8.18	8.96	9.73	10.48
	1	5.16	5.98	6.65	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	1.25	4.39	5.24	5.92	6.52	7.06	8.04	8.94	9.80
	1.5	3.78	4.65	5.31	5.90	6.44	7.43	8.33	9.18
	2	3.08	3.83	4.42	4.96	5.46	6.40	7.27	8.10
	2.5	2.61	3.29	3.81	4.30	4.75	5.62	6.44	7.22
	3	2.28	2.91	3.38	3.82	4.24	5.03	5.79	6.52
	4	1.85	2.38	2.79	3.17	3.52	4.20	4.85	5.49
	5	1.57	2.04	2.39	2.73	3.04	3.64	4.22	4.78
0.5	0.25	5.43	6.04	6.66	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	0.5	5.43	6.04	6.66	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	0.75	5.43	6.04	6.66	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	1	5.16	5.98	6.65	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	1.25	4.70	5.63	6.42	7.11	7.71	8.66	9.53	10.35
	1.5	4.29	5.24	6.07	6.80	7.48	8.66	9.53	10.35
	2	3.69	4.60	5.42	6.16	6.85	8.13	9.29	10.34
	2.5	3.28	4.12	4.89	5.60	6.28	7.55	8.72	9.82
	3	2.97	3.76	4.50	5.18	5.83	7.05	8.20	9.28
	4	2.53	3.25	3.91	4.53	5.12	6.25	7.32	8.35
	5	2.23	2.88	3.49	4.06	4.60	5.64	6.64	7.59
1	0.25	5.16	5.98	6.65	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	0.5	5.16	5.98	6.65	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	0.75	5.16	5.98	6.65	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35

	1	5.16	5.98	6.65	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	1.25	5.16	5.98	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	1.5	4.98	5.98	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	2	4.44	5.98	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	2.5	4.17	5.78	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	3	3.98	5.52	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	4	3.59	5.09	6.33	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	5	3.29	4.75	5.94	7.01	7.73	8.66	9.53	10.35
1.25	0.25	5.16	5.98	6.65	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	0.5	5.16	5.98	6.65	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	0.75	5.16	5.98	6.65	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	1	5.16	5.98	6.65	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	1.25	5.16	5.98	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	1.5	5.16	5.98	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	2	4.99	5.98	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	2.5	4.77	5.98	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	3	4.57	5.98	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	4	4.16	5.94	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	5	3.76	5.70	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
1.5	0.25	5.16	5.98	6.65	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	0.5	5.16	5.98	6.65	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	0.75	5.16	5.98	6.65	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	1	5.16	5.98	6.65	7.21	7.74	8.66	9.53	10.35
	1.25	5.16	5.98	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	1.5	5.16	5.98	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	2	5.16	5.98	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35

	2.5	5.05	5.98	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	3	4.85	5.98	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	4	4.53	5.98	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35
	5	4.25	5.98	6.65	7.21	7.73	8.66	9.53	10.35

Tableau 5.3 N_c^* pour les argiles disposées en couches avec une augmentation linéaire de la cohésion non drainée dans le cas d'une semelle lisse.

H/B	C_{u1-0}/C_{u2-0}	$m = 0$	$m = 0.5$	$m = 1$	$m = 1.5$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$
0.125	0.25	6.61	6.66	6.89	7.12	7.35	7.80	8.24	8.68
	0.5	6.61	6.66	6.89	7.12	7.35	7.80	8.24	8.68
	0.75	6.20	6.53	6.86	7.12	7.35	7.80	8.24	8.68
	1	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	1.25	4.27	4.83	5.21	5.56	5.89	6.49	7.05	7.59
	1.5	3.67	4.27	4.64	4.98	5.29	5.87	6.41	6.92
	2	2.90	3.43	3.84	4.15	4.44	4.96	5.45	5.92
	2.5	2.41	2.87	3.26	3.59	3.85	4.34	4.79	5.22
	3	2.09	2.48	2.82	3.14	3.42	3.88	4.30	4.69
	4	1.66	1.96	2.28	2.50	2.75	3.20	3.59	3.95
	5	1.39	1.64	1.87	2.09	2.29	2.68	3.05	3.40
0.25	0.25	5.37	5.71	6.04	6.36	6.68	7.28	7.85	8.39
	0.5	5.37	5.71	6.04	6.36	6.68	7.28	7.85	8.39
	0.75	5.37	5.71	6.04	6.36	6.68	7.28	7.85	8.39
	1	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	1.25	4.31	5.11	5.59	6.01	6.39	7.10	7.74	8.34
	1.5	3.76	4.60	5.19	5.63	6.04	6.78	7.46	8.11

	2	3.07	3.81	4.38	4.89	5.35	6.13	6.83	7.48
	2.5	2.60	3.28	3.80	4.27	4.71	5.52	6.23	6.89
	3	2.27	2.90	3.37	3.80	4.21	4.98	5.68	6.34
	4	1.83	2.39	2.79	3.16	3.51	4.18	4.81	5.42
	5	1.54	2.04	2.39	2.73	3.04	3.63	4.20	4.75
0.5	0.25	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	0.5	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	0.75	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	1	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	1.25	4.70	5.51	5.95	6.31	6.65	7.27	7.85	8.39
	1.5	4.30	5.19	5.91	6.31	6.65	7.27	7.85	8.39
	2	3.68	4.57	5.37	6.05	6.63	7.27	7.85	8.39
	2.5	3.28	4.11	4.88	5.57	6.20	7.26	7.85	8.39
	3	2.96	3.76	4.48	5.15	5.78	6.90	7.84	8.39
	4	2.53	3.23	3.90	4.51	5.10	6.18	7.16	8.10
	5	2.23	2.88	3.49	4.06	4.58	5.61	6.57	7.45
1	0.25	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	0.5	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	0.75	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	1	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	1.25	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	1.5	4.95	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	2	4.44	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	2.5	4.17	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	3	3.97	5.49	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	4	3.59	5.08	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36

	5	3.29	4.74	5.81	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
1.25	0.25	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	0.5	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	0.75	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	1	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	1.25	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	1.5	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	2	5.00	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	2.5	5.06	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	3	4.87	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	4	4.54	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
5	3.78	5.46	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36	
1.5	0.25	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	0.5	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	0.75	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	1	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	1.25	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	1.5	5.10	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	2	5.08	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	2.5	5.04	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	3	4.85	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
	4	4.52	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36
5	4.25	5.54	5.95	6.31	6.65	7.27	7.83	8.36	

5.4 Résultats et discussion

Les valeurs calculées du facteur modifié de la capacité portante N_c^* pour le cas d'une seule couche ou deux couches d'argiles, avec une cohésion non drainée croissante linéairement avec la profondeur, sont données dans les tableaux 5.3 et 5.4 respectivement pour les semelles lisses et rugueuses, et partiellement reproduites graphiquement sur les figures 5.17 et 5.18.

Le cas d'une semelle reposant sur une seule couche d'argile, dont la cohésion non drainée est croissante avec la profondeur, a été examiné et comparé aux résultats disponibles dans la littérature.

La figure 5.17 visualise la variation de N_c^* pour les deux cas de semelles lisses et rugueuses.

Les solutions données par Davis et Booker (1973) et Siva Reddy et al. (1991) basées sur la méthode des caractéristiques sont rapportées dans la Figure 5.17 dans le but de faire des comparaisons.

La valeur de N_c^* fournie par Davis et Booker (1973) pour une semelle rugueuse s'est trouvée un peu plus petite comparé à celle trouvée dans cette étude et présentée auparavant; cependant, la comparaison entre les résultats de cette étude et ceux donnés par Davis et Booker (1973) et Siva Reddy et al. (1991) pour une semelle lisse coïncide parfaitement.

L'effet de la rugosité est considérable et significatif sur l'augmentation de N_c^* chose qui est bien visualisée sur la Figure 5.17, lorsque la cohésion augmente linéairement avec la profondeur, par exemple, l'augmentation de N_c^* passe respectivement de 1% à 24% pour $m=0$ à $m=5$.

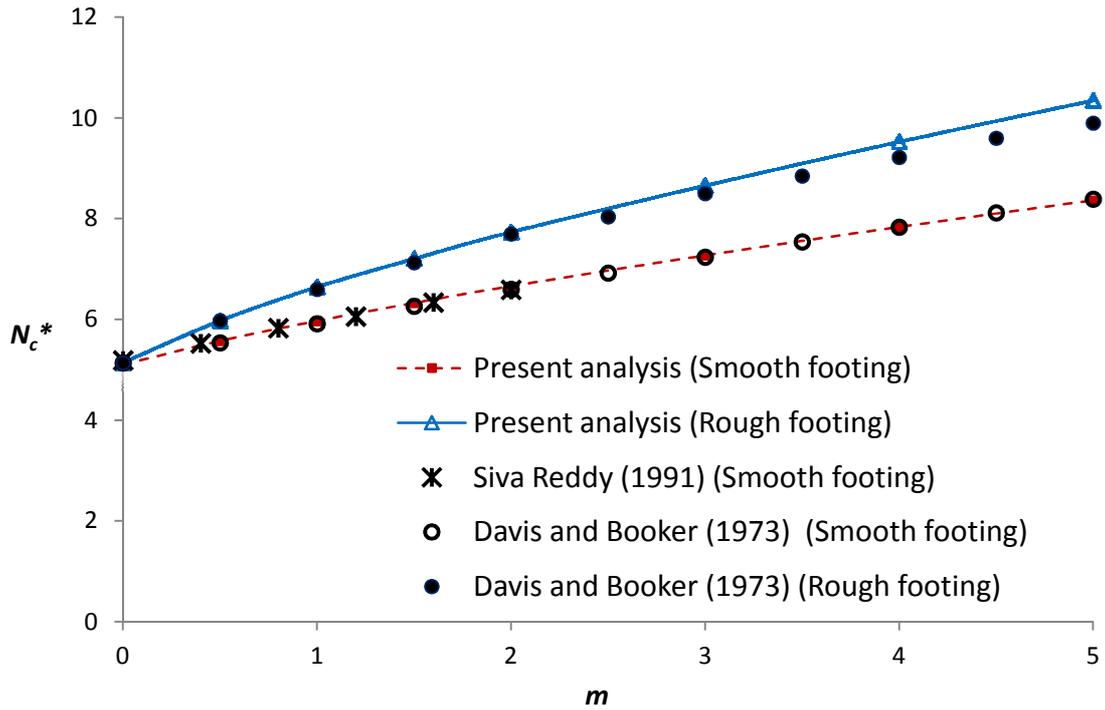


Figure 5.17 Une comparaison des valeurs de N_c^* de la présente étude avec celles trouvées en littérature.

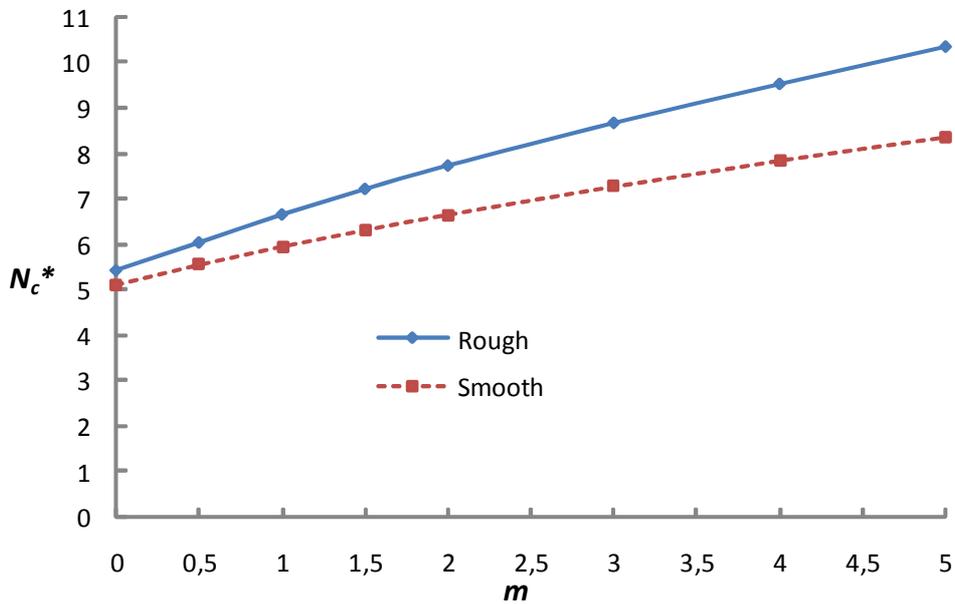


Figure 5.18 l'effet de la rugosité de l'interface sol-fondation sur la variation de N_c^* avec m pour $C_{u1-0}/C_{u2-0}=0.5$ et $H/B = 0,25$.

Les résultats des Tableaux 5.2 et 5.3 montrent une augmentation très considérable pour le facteur de portance N_c^* avec l'augmentation de la valeur de m pour toutes les combinaisons de H/B et C_{u1-0}/C_{u2-0} .

La figure 5.19 et la figure 5.20 illustrent les effets du facteur m et du rapport H/B pour les deux cas, un profil argileux résistant surmontant un autre mou ou

$C_{u1-0}/C_{u2-0}=5$ et le cas inverse profil argileux mou surmontant un autre résistant ou $C_{u1-0}/C_{u2-0}=0.25$ dans le cas d'une semelle rugueuse.

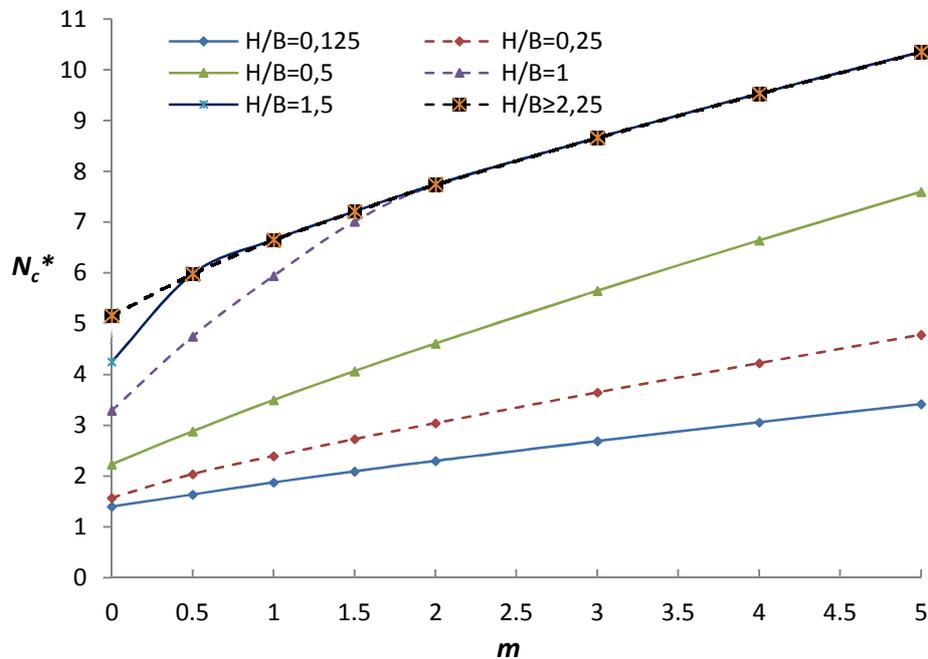


Figure 5.19 Variation de N_c^* avec H/B et m pour $C_{u1-0}/C_{u2-0} = 5$ dans le cas d'une semelle rugueuse.

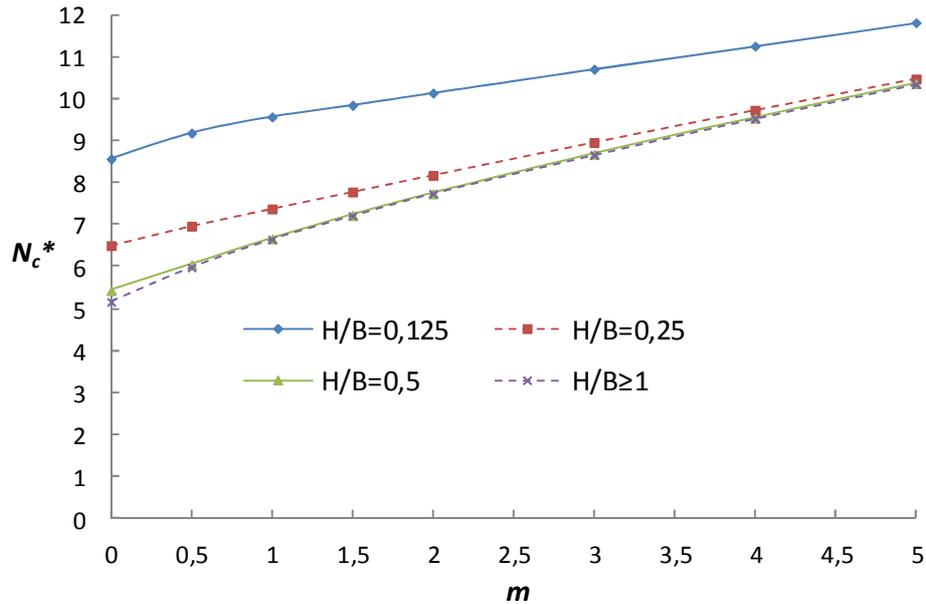


Figure 5.20 Variation de N_c^* avec H/B et m pour $C_{u1-0}/C_{u2-0} = 0.25$ dans le cas d'une semelle rugueuse.

Les résultats pour les deux cas d'interface semelle lisse et semelle rugueuse fournis dans les tableaux 5.2 et 5.3, indiquent qu'une réduction dans la capacité portante pour un profil argileux résistant surmontant un autre mou se produit jusqu'à un rapport de $H/B \approx 2, 1.5$ et 1 pour $m = 0, 0.5$ et 1.5 respectivement.

Ceux-ci montrent que l'augmentation de la valeur de m réduit la profondeur critique où la résistance de la couche inférieure n'affecte pas la capacité portante. Cependant, les résultats indiquent qu'une augmentation dans la capacité portante pour un profil argileux mou surmontant un autre résistant se produit jusqu'à un rapport de $H/B = 0.5$.

Pour les rapports de $H/B > 0.5$, les résultats (Tableaux 5.2 et 5.3) ne montrent aucune augmentation dans la capacité portante qui correspond complètement au mécanisme de rupture contenu dans la couche supérieure.

Des tableaux 5.2 et 5.3, il peut être distingué que l'effet de la rugosité de la semelle disparaît pour les cas d'un profil argileux résistant surmontant un autre mou

comme il est montré sur la Figure 5.21 pour le cas correspondant à $C_{u1-0}/C_{u2-0}=5$ et $H/B=0.5$.

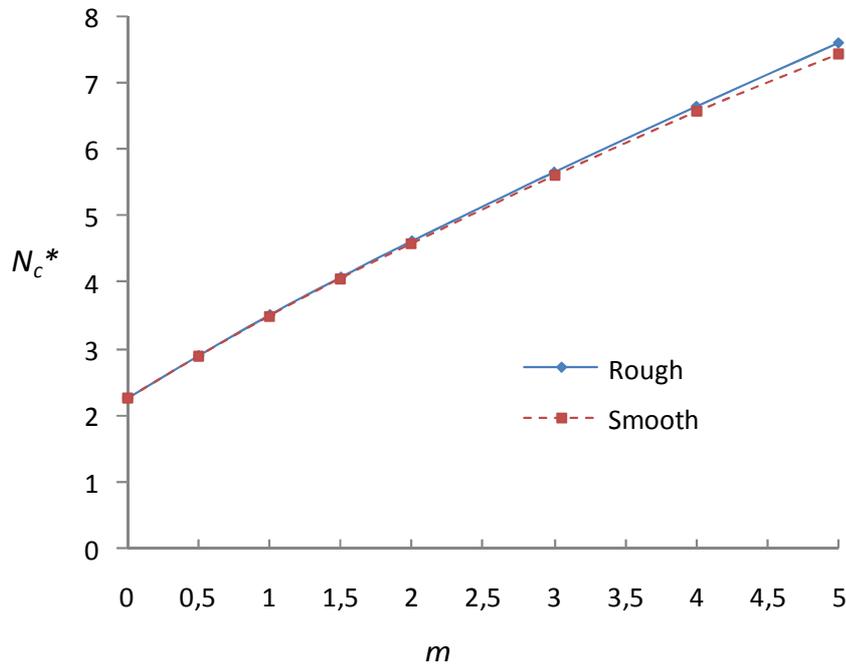


Figure 5.21 l'effet de la rugosité de l'interface sol-fondation sur la variation de N_c^* avec m pour $C_{u1-0}/C_{u2-0}=5$ et $H/B = 0,5$.

Ce phénomène peut être lié à la rupture qui se produit par poinçonnement à travers la couche supérieure. Cependant, l'effet de la rugosité sur la variation de N_c^* reste pour les cas d'un profil argileux mou surmontant un autre résistant comme il est visualisé sur la Figure 5.18 pour le cas correspondant à $C_{u1-0}/C_{u2-0}=0.5$ et $H/B=0.25$.

5.5 Conclusions.

Les calculs numériques de la capacité portante non drainée des semelles filantes sur un profil argileux disposé en deux couches ont été effectués en utilisant le code FLAC^{2D}. Les résultats obtenus ont été présentés en termes de facteur de la capacité portante modifié N_c^* sous forme de tableaux et de graphes pour faciliter leur utilisation en pratique :

- Pour une seule couche d'argile, l'effet de la rugosité de la semelle est plus constaté avec l'augmentation de cohésion en profondeur. la comparaison des

présentes solutions avec celles publiées en utilisant la méthode des caractéristiques montre un bon accord.

- N_c^* augmente continuellement avec le taux d'augmentation de cohésion avec la profondeur.
- La nature différente des mécanismes de rupture dans les cas d'un profil argileux résistant surmontant un autre mou, et d'un profil argileux mou surmontant un autre résistant, est indiqué clairement par les calculs numériques de cette étude qui utilisent le code FLAC^{2D}:
- Pour un profil argileux résistant surmontant un autre mou, les résultats montrent que l'augmentation de la valeur de m réduit la profondeur critique remarquablement par la réduction de la capacité portante qui a eu lieu jusqu'à un rapport de la profondeur $H/B \approx 2, 1.5$ et 1 pour $m = 0, 0.5$ et 1.5 respectivement. La réduction de l'augmentation de la capacité portante avec la diminution du rapport de la profondeur H/B et l'augmentation du rapport de la cohésion non drainée C_{u1}/C_{u2} . La rupture par poinçonnement à travers la couche supérieure se produit typiquement pour le rapport de $H/B \leq 0.5$ et dans ce cas l'effet de la rugosité de l'interface disparaît.

Pour un profil argileux mou surmontant un autre résistant où $H/B \leq 0.5$, la capacité portante augmente et l'effet de la rugosité de l'interface est plus constaté avec la diminution des deux rapports de la cohésion non drainée C_{u1}/C_{u2} et le rapport de la profondeur H/B . Cependant, pour $H/B > 0.5$, la rupture se produit tout à fait dans la couche supérieure et la capacité portante est indépendante de la couche inférieure.

Conclusion générale

La capacité portante non drainée d'une semelle filante reposant sur un profil d'argile en bicouche a été évaluée en utilisant un code de calcul bidimensionnel en différences finies $FLAC^{2D}$. Les résultats trouvés ont été comparés à ceux calculés par les formulations numériques récentes du théorème de l'analyse limite des bornes supérieures et inférieures.

Ces résultats ont été présentés en termes de facteurs de portance de la capacité portante N_c^* et N_c sous forme de tableaux et courbes pour faciliter leur utilisation dans la résolution des problèmes pratiques.

Les conclusions suivantes peuvent être avancées sur la base des résultats obtenus par $FLAC^{2D}$:

- Pour un sol bicouche purement cohérent, ou la cohésion est constante dans chaque couche, la variation du facteur de portance N_c dépend fortement du rapport H/B jusqu'à une valeur qu'on peut dire critique ou la valeur de N_c reste constante.
- Le taux d'augmentation de la cohésion avec la profondeur fait augmenter le facteur de portance N_c et réduit considérablement la profondeur de la couche d'assise c'est-à-dire la résistance de la couche inférieure n'affecte pas la capacité portante.
- Pour un sol bicouche, purement cohérent, différents mécanismes de rupture existent. Ces mécanismes sont fonction de l'épaisseur de la couche et de sa résistance relative à la couche la moins résistante. La supposition de l'existence d'une seule surface de rupture dans les solutions des méthodes de l'analyse limite, de l'équilibre limite et empirique, ne permet pas de modéliser réellement le mécanisme de rupture possible sur une grande gamme de problèmes géométriques. *Le code $FLAC^{2D}$ nous permet de simuler numériquement la surface de rupture et nous donne une idée réelle des déformations dans les différentes couches du sol sous la variation de différents paramètres.*
- L'effet de la rugosité de la semelle a été particulièrement mis en évidence. En effet, on constate *une majoration importante des valeurs des facteurs de portance* entre les cas extrêmes (parfaitement rugueuse et parfaitement lisse), ce qui n'a pas été suffisamment montré par les différents auteurs cités.
- L'effet d'un sol en bicouche sur les valeurs des facteurs de portance est clairement démontré. En particulier, la tendance est sensiblement accentuée lorsque l'épaisseur de la couche de fondation devient importante.
- Les simulations en utilisant $FLAC^{2D}$ ont donné des résultats très appréciables.

Avec cette approche de $FLAC^{2D}$, les résultats obtenus, en général, surestiment comparativement ceux des solutions (analyse limite, équilibre limite et empiriques) dans le

CONCLUSION GENERALE

cas d'étude d'une semelle filante reposant sur un sol bicouche purement cohérent. En ce qui concerne une semelle carrée, on n'a pas pu disposer de résultats suffisants pour pouvoir faire une étude comparative des résultats.

Travaux futurs

- Il serait intéressant de faire une étude comparative en faisant varier la cohésion, la densité et l'angle de frottement dans le cas des simulations tridimensionnelles.
- Il serait judicieux d'approfondir cette étude au cas d'une fondation superficielle avec activation des éléments d'interface proposés par FLAC^{2D} au lieu des cas extrêmes étudiés (parfaitement lisse et parfaitement rugueuse) et de faire une étude paramétrique en faisant varier les paramètres de résistance de l'interface (principalement la cohésion et l'angle de frottement).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Bishop AW (1966)** The strength of soils as engineering materials. *Geotechnique* 16:89–128
- Burd HJ, Frydman S (1997)** Bearing capacity of plane-strain footings on layered soils. *Can Geotech J* 34(2):241–253
- Button SJ (1953)** The bearing capacity of footings on a twolayer cohesive subsoil. *Proc 3rd Int Conf Soil Mech Found Eng Zurich* 1:332–335
- Casagrande, A. and N. Carrillo. (1954).** Shear failure in anisotropic materials, in *Contribution to soil mechanics 1941–53*, Boston Society of Civil Engineers, 122.
- Chen WF (1975)** Limit analysis and soil plasticity. Elsevier, Amsterdam
- Chen WF, Davidson HL (1973)** Bearing capacity determination by limit analysis. *J Soil Mech Found Div ASCE* 99(6): 433–449
- Cox AD, Eason G, Hopkins HG (1961)** Axially symmetric plastic deformations in soils. *Philos Trans R Soc Lond Ser A* 254:1–45
- Davis EH, Booker JR (1973)** The effect of increasing strength with depth on the bearing capacity of clays. *Geotechnique* 23(4):551–563
- De Beer EE (1970)** Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. *Geotechnique* 20:387–411
- DeBeer, E. E. (1975).** Analysis of shallow foundations, in *Geotechnical modeling and applications*, ed. S. M. Sayed, 212. Gulf Publishing Co. Houston, USA.
- Erickson HL, Drescher A (2002)** Bearing capacity of circular footings. *J Geotech Geoenviron Eng* 128(1):38–43
- FLAC (2005)** Fast lagrangian analysis of continua. Itasca Consulting Group, Inc., Minneapolis
- Florkiewicz A (1989)** Upper bound to bearing capacity of layered soils. *Can Geotech J* 26:730–736
- Griffiths DV (1982)** Computation of bearing capacity factors using finite elements. *Geotechnique* 32(3):195–202
- Hansen JB (1970)** A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity. *Bull Danish Geotech Inst* 28:5–11
- Khatri VN, Kumar J (2009)** Bearing capacity factor N_c under $\phi = 0$ condition for piles in clays. *Int J Numer Anal Meth Geomech* 33:1203–1225

- Mandel, J., and J. Salencon. (1972).** Force portante d'un sol sur une assise rigide (étude théorique). *Geotechnique* 22(1): 79.
- Marti J, Cundall PA (1982)** Mixed discretisation procedure for accurate solution of plasticity problems. *Int J Num Methods Anal Methods Geomech* 6:129–139
- Merifeld RS, Sloan SW, Yu HS (2001)** Rigorous plasticity solutions for the bearing capacity of two-layered clays. *Geotechnique* 51(2):179–183
- Merifeld RS, Sloan SW, Yu HS (1999)** Rigorous solutions for the bearing capacity of two layered clay soils. *Geotechnique* 49(4):471–490
- Meyerhof GG (1953)** The bearing capacity of foundations under eccentric and inclined loads. *Proc 3rd Int Conf Soil Mech Found Eng Switz* 1:440–445
- Meyerhof GG (1955)** Influence of roughness of base and ground water conditions on the ultimate bearing capacity of foundations. *Geotechnique* 5:227–242
- Meyerhof GG (1957)** Resting on a single homogeneous layer The Ultimate Bearing Capacity of Foundations on Slopes. *Proc 4th Int Conf Soil Mech Found Eng Lond* 1:384–386
- Meyerhof GG (1963)** Some recent research on bearing capacity of foundations. *Can Geotech J* 1(1):16–26
- Meyerhof GG, Hanna AM (1978)** Ultimate bearing capacity of foundations on layered soils under inclined load. *Can Geotech J* 15:565–572
- Michalowski RL, Shi L (1995)** Bearing capacity of footings over two-layer foundation soils. *J Geotech Eng ASCE* 121(5):421–428
- Nagtegaal JC, Parks DM, Rice JR (1974)** On numerically accurate finite element solutions in the fully plastic range. *Comput Methods Appl Mech Eng* 4:153–177
- Reddy, A. S., and R. J. Srinivasan. (1967).** Bearing capacity of footings on layered clays. *J. Soil Mech. Found. Div., ASCE*, 93(SM2): 83.
- Shiau JS, Lyamin AV, Sloan SW (2003)** Bearing capacity of a sand layer on clay by finite element limit analysis. *Can Geotech J* 40:900–915
- Siva Reddy A, Singh AK, Karnik SS (1991)** Bearing capacity of clays whose cohesion increases linearly with depth. *J Geotech Eng ASCE* 117(2):348–353
- Sloan SW, Randolph MF (1982)** Numerical prediction of collapse loads using finite element methods. *Int J Numer Anal Meth Geomech* 6:47–76
- Taiebat HA, Carter JP (2002)** Bearing capacity of strip and circular foundations on undrained clay subjected to eccentric loads. *Geotechnique* 52(1):61–64
- Terzaghi K (1943)** Theoretical soil mechanics. Wiley, New York

Vesic AS (1963) Bearing capacity of deep foundations in sand. Highw Res Rec 39:112–153

Vesic AS (1973) Analysis of ultimate loads of shallow foundations. J Soil Mech Found Div ASCE 99(1):45–73

Vesic, A.S. (1975). Bearing capacity of shallow foundations, in *Foundation engineering handbook*, ed. H. F. Winterkorn and H. Y. Fang, 121. New York: Van Nostrand Reinhold Co.