الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la technologie
Département : Génie Mécanique
Ref :……………………..............……

جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم: الهندسة الميكانيكية
المرجع:...........................

Thèse présentée en vue de l'obtention du diplôme de

Doctorat en sciences

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Génie Mécanique

Présentée par :

ZELLOUF Miloud

تعدد حلول واستقرار الجريانات المحدودة الحاملة والدوامية
Solutions multiples et stabilité des écoulements confinés convectifs et tourbillonnaires

Soutenue publiquement le ……………..……

Devant le jury composé de :

Dr. BRIMA Abdelhafidh	**Professeur**	**Président**	**Université de Biskra**
Dr. MOUMMI Noureddine	**Professeur**	**Rapporteur**	**Université de Biskra**
Dr. BENHAOUA Boubaker	**Professeur**	**Examinateur**	**Université de El-Oued**
Dr. BENMOUSSA Hocine	**Professeur**	**Examinateur**	**Université de Batna 2**

إلى فيلسوف الحضارة ..

« ولدت في عصر يدرك نصف الذي يقال بوضوح، لكن الذي يقول كلمة حول النصف الثاني يحاكم بكل قسوة » — مالك بن نبي،

« هنا نشير إلى ما كتبنا من قبل في (**شروط النهضة**)، فالأحداث الكبيرة لها ولادتان: ولادة تطابق الظاهرة النفسية، وولادة تتطابق زمنياً معها.

بالنسبة للمؤرخ فالتوقيت الزمني هو الذي يأخذه بعين الاعتبار، لأنه ينظر إلى الحدث في تسلسله التاريخي. أما عالِم الاجتماع والفيلسوف فالتوقيت النفسي هو الذي يأخذه بعين الاعتبار؛ لأنه يشير إلى الحدث في تسلسله السببي.

وهنا لا نقف كثيراً عند ولادة العالم الحديث الذي نسميه النهضة الأوروبية (La Renaissance)؛ لأن الذي يهمنا هو معرفة أي حلقة من التسلسل السببي كانت الولادة. »

وجهة العالم الإسلامي — الجزء الثاني: المسألة اليهودية (1951).

شكر وعرفان

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على أشرف الأنبياء والمرسلين، نبينا محمد وآله وصحبه أجمعين.

وبعد،

أوّد في المقام الأول أن أتوجه بآيات الشكر والعرفان إلى السيد نورالدين مومي، أستاذ التعليم العالي بجامعة بسكرة المشرف على هذه الرسالة وعلى ما أسداه خلال السنوات الماضية من ملاحظات وتوصيات، وكذلك تشجيعه في الأوقات الحاسمة من إنجاز هذ العمل. أحتفظ معه بذكريات لاتنسى على مدى سنوات من التعاون المثمر أين كان على الدوام حاضرا - رغم انشغالاته العديدة - ليقدم الدعم والاستشارة العلمية اللازمة خلال فترة انجاز هذه الأطروحة.

أعبر عن عميق شكري وامتناني إلى السيد عبد الحفيظ بريمة أستاذ التعليم العالي بجامعة باتنة (جامعة بسكرة سابقا)، الذي شرّفني بقبوله ترأس لجنة المناقشة.

كما أتقدم ببالغ الشكر والعرفان إلى السيد حسين بن موسى، أستاذ التعليم العالي بجامعة باتنة لقبوله تحكيم هذا العمل. فأقدم له خالص شكري وتقديري.

أود أن أتوجه بخالص الشكر والامتنان إلى السيد بوبكر بن حوة أستاذ التعليم العالي بجامعة الواد لقبوله تحكيم هذا العمل فأقدم له جزيل شكري وتقديري.

أغتنم كذلك هذه السانحة لأقدم كلمات الشكر والعرفان إلى طاقم التدريس بقسم الهندسة الميكانيكية وكذلك إلى جميع أصدقائي وزملائي بجامعة بسكرة.

في الأخير بعد إنجاز مخطوطة الأطروحة، لا شك أني كنت محظوظا أن أجد طوال مساري التعليمي والمهني..، مربين، أساتذة و معلمين، كانوا بحق نعم المرشدين لي فأنا مدين لهم بجزيل الشكر والتقدير على الجهد الذي بذلوه.

لن أنسى هنا أفراد عائلتي الذين قدموا لي نوعا آخر من المساعدة .. والدعم الكبير، ربما لا أحصيهم عددا لكنهم كانو لي ذخرا ومددا، فلهم خالص امتناني وأن كنت أعتقد جازما – مع صريح إعترافي – بأني لن أوفيهم حقهم أبدا.

الفهرس

المقدمة

تعدد حلول واستقرار الجريانات المحدودة الحاملة و الدوامية

« الأمر يشبه قائد طائرة قاذفة يرى طريقًا واحدا من خلال منظار القنابل لطائرة تحلق على ارتفاع منخفض ثم فجأة يرى ثلاثة طرق، وفقط عندما يلتقي اثنان منهما ثم يختفيان مرة أخرى، يدرك أنه ببساطة قد مر فوق تعرج طويل لطريق واحد » — ريتشارد فاينمان (1949).

هناك من الأمثلة ما لا يمكن حصره من جريانات الموائع، أين تؤدي أقل حركة إلى تطور سلسلة من البنى والأنماط ذات السلوك المعقد، منذ مايزيد عن قرن أعتبرت نظرية الإستقرار الهيدروديناميكية كأحد أهم محاور ميكانيكا الموائع ومدار رحاها في قسمها النظري ومحفزا لتقدم الأبحاث في قسمها التجريبي، وأداتها الفعالة في تحليل بنى الجريانات المعقدة ضمن الصنفين الأساسيين من الجريانات سواء كانت الحاملة أو الدوامية، وفقا لهذا التصنيف فإن هذا العمل يشتمل على جزأين:

يهتم **الجزء الأول** بمسائل الجريانات الحاملة، حيث أن معظم الأبحاث المنشورة في هذا الحقل مند نشأته وحتى اليوم يمكن تصنيفها إلى قسمين: التجاويف (المستوعبات، المضمنات أو الأوعية) ذات التسخين التفاضلي (النموذج الاعتيادي لجريان هادلي – المسألة الاصطلاحية للحمل الحراري)، الأوعية المسخنة من الأسفل والمبردة من الأعلى (النموذج الكلاسيكي لرايلي – بينارد – المسألة القياسية) كما جاء في المراجعات العامة للأعمال حول مسألة الحمل الحر في التجاويف المقفلة. أما مسألة الحمل الحراري في التجاويف المائلة فله أهمية خاصة بسبب ظهور أنساق انتقالية للجريان بالإضافة إلى ظاهرة التخلفية (تعدد الحلول المستقرة) التي لوحظت ووصِفت من طرف عديد الباحثين. يتم التركيز في هذا الجزء على المسألة الأخيرة والتساؤل حول مدى تمثيلها الدقيق لهذا الصنف من الجريان باختيار عدد محدود ضمن مروحة واسعة من البارمترات الناظمة لهكذا مسألة ومحاولة ايجاد سياق عام يربط بين أنماط الجريان التي من المرجح نشوءها وكذا إمكانية الإستفادة منها عمليًا.

أما **الجزء الثاني** فيتناول مسائل الجريانات الدوامية، تعدد الحلول والأنماط جراء الحالة اللامستقرة لبنى الجريان؛ ما يتسبب في انكسار تناظرها وظهور بنى أخرى قد تكون غير متناظرة لكنها على الأرجح أكثر استقرارا. إنشاء مخططات التشعب المناظرة لهذا التغير في بنية الجريان للتنبؤ ومتابعة الحلول المحتملة الظهور وتحليل استقرارها انطلاقا من نقاط التشعب وكذا القيم المناظرة لبارامترات (وسائط) التحكم الأساسية، فيما يبقى التساؤل حول إمكانية استعادة الحلول المرجحة منها بالنسبة للحالات المستقرة على الأقل بالنسبة للحالات المثبتة تجريبيا وكيفية الأستفادة منها.

هذه الأسئلة كلها، الباحثة عن أجوبتها سوف تصاحب فصول هذه الأطروحة الخمسة، مع فصلين إضافيين؛ أحدهما إفتتاحي (ماقبل الأول) يتطرق بإجمالٍ – عبر رحلة تاريخية موجزة – لكيفية صياغة المبادئ العامة وآخر ختامي (مابعد الأخير) جاء ليُتمم –لا لينقُض– المنهج (التاريخي) السابق على طريقة تيوفيل غوتييه في رواية "الليلة الثانية بعد الألف" ليُفصّل بعض ما أُجمل –في تسعة عشر نقطة– سابقًا. يجيب **الفصل الأول** عن أسئلة متعلقة بحدود معرفتنا حول الجريانات الحاملة وكذا الدوامية، من خلال مراجعة عامة للحالة الراهنة ومسح ببليوغرافي لأهم الدراسات – المتوفرة – التي لها وثيق الصلة بموضوعنا، خصوصا ما تعلق منها بالحلول المتعددة واستقرار الأنماط الإنتقالية للجريانات الحاملة في التجاويف المائلة وكذا الدوامية داخل التجاويف ذات الحواف القائدة. أما **الفصل الثاني** فيقارب الإجابة من منظور الصياغة الرياضية لنظام المعادلات اللاخطية الكامل والناظم للمسألتين، رغم أن التكافؤ التام بين صنفي الجريان من وجهة نظر رياضية لا يكون إلا في الحالة الثنائية الأبعاد حصرًا، برغم أن التشابهات والتناظرات الفيزيائية قد تسمح بتوسيعه أكثر من خلال المقاربات المختلفة، إذا تم احتواءها وصياغتها كمبادئ لاتغايرية تدخل ضمن المبادئ العامة للميكانيكا التحليلية وهذا ماناقشه **الفصل الخامس والأخير**. بالعودة إلى **الفصل الرابع** يتناول القضايا المتعلقة بالجريانات الدوامية، باعتبار جريانات ستوكس كمثال قياسي لتولد الدوامات وتحولها وسيرورة تخلُقها، تضخمها وحتى تلاشيها مع إمكانية فهم الآلية المسؤلة عن ذلك. باعتماد الحالة الأبسط لجريان داخل تجويف متعدد الحواف القائدة، بشروط حدية متناظرة والاقتصار على عدد رينولدز كوسيط تحكم رئيس في التقريب الأول، ليتم فيما بعد توسيع الدراسة للتجاويف الممتدة ضمن ما يعرف بجريان ستوكس المعمم. داخل التجويف المربع متعدد الحواف القائدة، نحصل على حلول مستقرة ومتعددة للحالتين الثنائية والرباعية الحواف القائدة، فمن أجل أعداد رينولدز المنخفضة تكون بنية الجريان متناظرة بالنسبة لأحد قطري التجويف أو بالنسبة لكليهما. عند بلوغ عدد رينولدز الحرج الموافق لكلا الحالتين، وجراء الحالة اللامستقرة لبنى الجريان؛ ما يتسبب في انكسار تناظرها و ظهور بنى أخرى غير متناظرة لكنها أكثر استقرارا. مخططات التشعب المناظرة لهذا التغير في بنية الجريان تظهر بوضوح وجود ثلاث حلول محتملة تقع وراء نقاط التشعب. إثنان منها مستقرة غير متناظرة، فيما الثالث غير مستقر ومتناظر. بانتفاء حالة التناظر واعتبار جريان ستوكس المعمم في حالة التجاويف الممتدة وإدخال برامترات تحكم إضافية ممثلة في نسبة الامتداد ونسبة سرعة الحواف يمكننا من أنشاء منحنيات للتشعب ومخططات للتحكم يمكن دمجعها في خرائط برامترية التي رغم كلفتها – من وجهة نظر حسابية – تُوضِّح بأناقة طوبولوجيا بنية الجريان المحلية وتلخص السَّمْت العام لأنماط الجريان بمجموعة متوافقة ومتسقة من البارامترات (الوسائط) المتحكمة في المسألة. أما **الفصل الثالث**، فيتطرق إلى أحد مسائل الجريانات الحاملة التي تعد – ولا غرْو– أقدمها على الإطلاق ممثلة في مسألة رايلي – بينارد الكلاسيكية من جهة، وجريان هادلي القياسي من جهة أخرى أين تم تركيز البحث على المسألة البَيْنية الحمل الحراري الحر داخل التجاويف المائلة، فضلا عن الشروط الحدية تتعلق هذه المسألة بعدة بارامترات (عدد برندتل (المائع)، نسبة الطول للعرض (هندسة النظام)، زاوية الميل، عدد رايلي، ..).

نقترح دراسة تأثير هذه البارامترات الناظمة في أنماط الجريان التي من المرجح نُشوءها في مثل هذه الوضعية، كتغير"عدد رايلي" ومدى تأثيره على نمط الجريان وبالتالي على نسق انتقال الحرارة، مع معرفة قيم "عدد رايلي" الحرجة التي يُهيمن بعدها نسق الحمل الحراري بدل نسق التوصيل الحراري بالاضافة إلى تتبع تأثير زاوية الميل وكذا الامتداد على نمط وبنية الجريان، بعد ملاحظة ظاهرة "التخلفية" أو "الهسترة" المعروفة جيدا و التي يُلاحظ وجودها في عديد المسائل، وهي التي تعبر عن تعقد ولا خطية النظام؛ حيث تم عرضها بطريقة "أنيقة" بواسطة الخرائط البارمترية.

قبل الفراغ من هذه المقدمة، لابد من الإشارة لمشروعية الجواب المؤجل عن التساؤل الكبير حول الصلة بين صنفي الجريان التوأم .. في إطار أعم من طرح مسألة استقرارية بنى الجريان المختلفة، تعدد الحلول، نشوء ظاهرة الهسترة وكذا الأنماط الإنتقالية في كل صنف على حدا، وهو الأمر الذي جرت به العادة (في الأنظمة الديناميكية عموما) بانتقال حالة الجريان من مستقر إلى مُتذبذب في مرحلة أولى، ومن ثم إلى شبه دوري و ينتهي أخيرًا إلى الحركة الفوضوية، الأمر الأكيد هو رغم التعقيد المدهش للسلوك الديناميكي لهذه التركيبات – على بساطتها – والاختلاف الظاهري للمسارات المؤدية إلى الفوضى والاضطراب في كلا النِظامين. فإنه لا يُغلق الباب أمام إمكانية فهم الإضطراب من مُنطلق مقاربة شاملة وعامة للحالات النهائية – ضمن المبادئ العامة للميكانيكا التحليلية – واجتراح مبدأ حدّي، باستخدام إحدى الصيغ التغايرية المتجذِّرة بعمق في الميكانيكا الكلاسيكية عبر مبدأ الفِعل الأقل. التركيز الرئيسي هنا ليس على مجرد تطوير مبدأ تغايري. بدلاً من ذلك، نسعى لاكتشاف الكمية الأساسية التي تقللها الطبيعة في مسائل جريان الموائع غير القابلة للانضغاط. باستقراء التشابهات والتناظرات الفيزيائية المختلفة وكذا الطرق والمقاربات المتنوعة، المطروحة لحل مسائل ميكانيكا الموائع وخاصة معادلات نافييه – ستوكس الحاكمة لكن ضمن سياقات منفصلة؛ تكون النتيجة هي استنباط مبدأ تغايري لمعادلات نافييه – ستوكس ينتج بشكل طبيعي من أحد المبادئ الأولى للميكانيكا، ما قد يلقي الضوء على مسألة جائزة الألفية المتمثلة في وجود حلول سلسة لهذه المعادلات. أيضًا، كمبدأ اقتصاد، قد لا يعاني من مشكلة الإغلاق، مما قد يمهد الطريق نحو حل المشكلة المزمنة لشروط إغلاق الجريانات الاضطرابية.

في الأخير، نقرر أن مبدأ الفعل الأقل يعيد ميكانيكا الموائع من التحليل الرياضي البحت إلى مستوى الميكانيكا النظرية، الأمر الذي يتيح إمكانية معالجة عديد المسائل التي تبدو مختلفة باستخدام هذا المبدأ العام ضمن إطار موحد. حيث لا يكون التركيز على الحل الرقمي للمعادلات الحاكمة، بل على البارمترات والتمثيل المناسب لحقول الجريان؛ هذا النهج .. حتى وإن لم يفي بجميع وعوده فهو لاريب يمثل خطوة في درب التوحيد المنشود المؤدي إلى فهم أعمق (..).

الفصل ماقبل الأول

المبادئ الرياضية للميكانيكا التطبيقية (ميكانيكا الموائع نموذجا)

400 عام من المنهج الرياضي – التجريبي

في هذا الفصل الافتتاحي من خلال رحلة تاريخية موجزة، تتم صياغة قائمة من المبادئ التي تثبت اختيار البديهيات والطرق من أجل دراسة الطبيعة (بالتراجع خطوة إلى الوراء .. يمكننا القفز خطوات للأمام !!).[00] تستند بديهيات جريان الموائع إلى قوانين الحفظ في أطار الرياضيات الهندسية والفيزياء (الميكانيكا) التقنية. في نظرية جريان الموائع ضمن نموذج الوسط المستمر، يتم تمييز الدور الرئيسي للطاقة الكلية. لوصف جريان الموائع، يتم اختيار نظام من المعادلات الأساسية، تضاف إليه معادلات الحالة لجهد جيبس وكثافة الوسط. يستكمل النظام بالشروط الأولية (الابتدائية) والحدودية (الحدية) القائمة على أساس فيزيائي ويتم تحليلها، مع مراعاة شرط التوافق. تصف الحلول الكاملة التي تم إنشاؤها كلا من بنية وديناميات الجريان الثابت (زمنيا). يتم تصنيف المكونات البنيوية (الهيكلية)، بما في ذلك الموجات، الأربطة والدوامات، على أساس الحلول الكاملة -بعد جعل- النظام خطي. تتم مقارنة نتائج الدراسات النظرية والتجريبية المتوافقة لحالات جريان كموني، متجانس وطبقي داخل تجويف موجه بشكل كيفي. تتضح أهمية دراسة عمليات النقل والتحويل لمكونات الطاقة من خلال وصف البنية الدقيقة للجريان التي تشكلها حركة جدران التجويف.

1. مقدمة

من خلال الاعتراف بأن الرياضيات "اللغة التي كتب بها كتاب الكون .." في أطروحته الجدلية "المجرب - *Il Saggiatore*"[أ، 01]، افتتح G. Galilei ([01] ,1623) حقبة جديدة في تطوير العلوم الطبيعية. يتيح توحيد الرياضيات مع التخصصات التطبيقية إدخال مفهوم "الدقة" كأداة لتقدير درجة مطابقة الاستنتاجات للبديهيات الأساسية. في الوقت نفسه، أدخل المفهوم المزدوج لقيمة "الخطأ" في الممارسة العملية كمقياس تغير (قابليتها للتغير – variability)[ب] للكميات الفيزيائية واختلافاتها عن "القيم الدقيقة" إما المحسوبة نظريا أو الموصوفة تجريبيا. يتضمن مفهوم الدقة تقدير الكفاية، وهو التطابق المتبادل بين الأفكار الأساسية في مختلف مجالات المعرفة. مع شرح المعنى الفيزيائي لكيفيات مثل "التسارع" و"القصور الذاتي"، وإدخال نظائرها من كميات مثل "الضغط" و "درجة الحرارة"، جاء العصر الجديد لتعريف الكمية الفيزيائية التي تميز بشكل كامل الحالة الفيزيائية للمادة وقياس تغيراتها. في الوقت نفسه، بذلت محاولات لإيجاد مقياس للحركة الميكانيكية للأجسام العيانية (الصلبة، السائلة أو الغازية).

مساهمة حاسمة أخرى في تطوير العلوم الرياضية والفيزيائية تنسب[02] إلى R. Descartes. كانت إنجازاته البارزة في سياق هذا الموضوع هي إدخال نظام الإحداثيات ([02] ,1637)، والذي تضمن التعريف الضمني للبعد على أنه ينتمي إلى نوع معين من المجموعات ذات الخصائص المعطاة، في هذه الحالة مع قياس الطول والقيمة العددية للكمية (أي النسبة عديمة الأبعاد للقيمة إلى وحدة القياس). بالنظر إلى قوانين الحفظ كأساس لتعريف عملية القياس، اختار ديكارت الزخم، كونه نتاج كتلة الجسم مضروبة في السرعة، كمقياس لحركة الجسم ([03] ,1641). أدرك J. C. Maxwell الطبيعة المتجهية للزخم والسرعة بعد أكثر من قرنين من الزمان ([04] ,1871) استنادا إلى نظرية W.R.H. Hamilton للرباعيات ([05] ,1866). من خلال إدخال نظام إحداثي، لم يقم ديكارت بتوحيد الجبر والهندسة فحسب، بل أنشأ أيضا أساسا للبحث عن روابط بين البارامترات (الوسائط) الديناميكية والهندسية للظواهر الفيزيائية، والتي يتم الحفاظ على خصائصها مع الانتقال إلى نظام إحداثي جديد.[02]

في مذكرة (رسالة موجزة – Note) جدل قصيرة، قدم G.W. Leibniz مفهوم ("القوة الحية") "vis viva"، أي ما يعادل ضعف الطاقة الحركية لحركة الجسم كمقياس جديد للحركة ([06] ,1686). "القوة الحية" هي جانب من الطاقة كبارامتر سلمي ذو طبيعة أكثر عمومية، والتي تشمل كلا من الطاقة الكامنة وأنواع أخرى من الطاقة في الحالات العامة. تتجاوز درجة عمومية مفهوم الطاقة إطار العمليات الميكانيكية. تستخدم الطاقة لوصف جميع العمليات الفيزيائية في أوسع نطاق من المقاييس الزمنية والمكانية.

(أ) اشتهرت – بانتشار اللغة الإنجليزية – بعنوان:«The Assayer» or «Assaying Master». راجع البند الأول في الفصل مابعد الأخير

(ب) رفعا لأي التباس، نشير إلى أنه قد استعملت (في هذا الفصل وبقية الفصول) كلمة التغير بمعنى (variation)، بينما التغاير (variation) – بألف ممدودة في الرسم (العربي)، على الرغم أن الرسم (اللاتيني) للفظ المقابل لايتغير! – للدلالة على معنى أكثر عمقا والامتداد للمفاهيم المرتبطة بالصيغ والمقاربات التغ(ا)يرية (المبادئ التغايرية – Variational Principles).

بالتزامن تقريبا مع رسالة لايبنتز، نشر I. Newton أطروحته الأساسية ([07] ,1687) مع نهج بديل[03] للميكانيكا يعتمد على مفهوم القوة وافتراض "قوانين الحركة". إن إدخال مفاهيم "النقطة المادية"، القوة والتسارع كان ولا يزال له تأثير حاسم على تطور الميكانيكا النظرية ([08] ,Zhuravlev 2001) والعديد من العلوم ذات الصلة. ساهمت أعمال كل من ديكارت، لايبنتز ونيوتن في التطوير المتضامن الناجح لكل من الهيدروديناميكا والرياضيات،[04] كأدوات توافقية لوصف الظواهر المعقدة في إطار مفهوم "الوسط المستمر".

استنادا إلى مفهوم "الكميات اللامتناهية الصغر"، بدأت نظرية جريان الموائع تأخذ شكلها الحديث في منتصف القرن 18، عندما كان J.-le R. d'Alembert أول من بنى حلا للمعادلة التفاضلية الجزئية التي تصف تذبذبات الأوتار. في وقت لاحق، صاغ دالمبرت معادلة الاستمرارية التي هي الشكل التفاضلي لقانون حفظ المادة لكل من السوائل غير القابلة للانضغاط والغازات القابلة للانضغاط ([09] ,1747). بهذا يكون قد أسس[05] للشكل الأكثر عمومية لمبدأ الحفظ المحلي كاتصال بين قيمة التغاير الزمني لحجم المائع مع كثافة التدفق (التدرج المكاني) عبر السطح (الغلاف). أظهرت سلسلة من التجارب على "قوة" جر حركة الجسم المغمور داخل مائع التي أجراها دالمبرت مع دي كوندورسيه – la Marquis de Condorcet ولابي بوسوت – l'abbe Bossut ([10] ,d'Alembert et al. 1777) فعالية الجهود المنسقة للرياضياتيين والمجربين في حل المسائل العملية الهامة.[06]

استنادا إلى قوانين نيوتن للحركة ([7] Newton, 1687)، طبق L. Euler "تصلب جسيم سائل" وحصل على أول نظام مغلق من المعادلات يصف حركة الموائع "المثالية" القابلة للانضغاط وغير القابلة للانضغاط. في التفسير الحالي، نظام أويلر المكتوب بدلالة الكثافة، السرعة، الضغط وتسارع الجاذبية ([11] ,Euler 1757) هو شكل من أشكال تمثيل الكتلة (استمرارية الوسط) ومعادلات الحفاظ على الزخم. كان الاستنتاج في [11] كما يلي:[07]

«.. toutes ce que la théorie des fluides renferme est contenu dans les deux équations rapportées cy-dessus (§XXXIV.) de sorte que ce ne sont pas les principes de Méchanique qui nous manquent dans la poursuite de ces recherches, mais uniquement l'Analyse, qui n'est pas encore assés cultivée, pour ce dessein»,

"..كل ما تحتويه نظرية الموائع هو المعادلتان أعلاه (§ 34)، حيث لا نفتقر في مواصلة هذه الأبحاث لمبادئ الميكانيكا، لكن فقط التحليل، الذي لم يتم تطويره بعد بشكل كاف لهذا الغرض"،(..)

قد يكون هذا الاستنتاج هو ماحفز البحث عن حلول لمعادلات أويلر. بالفعل لا يزال هذا البحث مستمرا ليقدم حلولا جديدة بعضها تقريبي والبعض الآخر دقيق لمسائل معينة، بما في ذلك وصف موجات الجاذبية المتنقلة في الماء ([12] ,Kistovich et al. 2018).[08]

الأداة اللازمة لتصحيح "نقص" معادلات أويلر - غياب الاحتكاك اللزج، الذي أصبح أكثر وضوحا - تم تطويرها من قبل J. B. J. Fourier ([13] ,1822) في بداية القرن 19. لا يمكن المبالغة في تقدير قيمة المعادلة التفاضلية المكافئية (من نوع القطع المكافئ) الجديدة التي وجدها فورييه عند تحليل عمليات التوصيل الحراري و طريقة حلها. خاصة، بعد أن تم تضمين هذا المؤثر المطور من قبل تلميذه[09] C. -L. -M. -H. Navier في المعادلة لوصف التبديد اللزج ([14] ,1822). المثير للاهتمام، ملاحظة أن تفسير نافييه لاشتقاق المعادلة من أجل

وسط مستمر لزج استند إلى فكرة P. -S. De - Laplace عن البنية المتقطعة (الذرية) للمادة.(10) استخدم A. E. Fick أيضا تمثيلات فورييه في اشتقاق معادلات الانتشار البسيط ([15] ,1855). من خلال العمل على تحسين دقة بندول قياس الجاذبية، أعاد G. G. Stokes تفسير معادلات نافييه في إطار نظرية حركة الوسط المستمر، ووضع عددا من الافتراضات المعقولة، لا سيما الإشارة إلى استقلالية القوى اللزجة عن الضغط، وإعطائها شكلها الحديث ([16] ,1845).(11) ظلت أعمال ستوكس لسنوات عديدة بعيدة عن مركز الاهتمام – وربما غير متداولة أو حتى مرئية تقريبا – في ظل البحث النشط والمهم عمليا الخاص بالموجات الخطية وغير الخطية (راسل، رايلي، بوسينسك، طومسون، .. وغيرهم) والدوامات (هيلمهولتز، طومسون، كيرشوف، .. وغيرهم)، حتى أن تلميذه هوراس لامب (1849–1934)، في أطروحته الموسعة ([17] ,Lamb 1879)، لم يؤكد على طبيعتها الأساسية. في الأساس، درس ستوكس – مثل معظم العلماء في القرن 19– جريان مائع متجانس متعدد الطبقات (ذو طبقتين)، على الرغم من أن حقيقة تقلب الكثافة كانت معروفة جيدا منذ القرن 18 (Franklin 1769, [18]).(12)

اهتم العلماء (العلميون) الروس تقليديا بدراسة تقلب الكثافة وتأثيره على جريان الموائع. في المقالات الشهيرة، وصف M. V. Lomonosov الطبيعة الذرية لمرونة الهواء ([19] ,1750) وأشار إلى تأثير عدم تجانس الكثافة على جريان الهواء في المناجم ([20] ,1750). المقال المطول الذي كتب بقلم لومونوسوف حول أهمية المحيط المتجمد الشمالي ([21] ,1763)، الذي تم تقديمه في عام 1763 ونشر لأول مرة بعد أكثر من مائة عام، تم تحليله والاستشهاد به على نطاق واسع حتى الآن.

كان المبادر بتطوير جهاز ثقيل للرحلات الجوية ومبتكر الأسس العلمية لنظرية الملاحة الجوية ([22] ,1880)، الموسوعي الشهير D. I. Mendeleev الذي حقق في معادلة الحالة للغازات ([23] ,1875)، والسوائل النقية ([24] ,1877) والمحاليل ([25] ,1892). كان عنوان أحد أبحاث مندلييف الأساسية ([23] ,1875) إعادة إنتاج لعنوان مقال ([20] ,Lomonosov 1750)، للتشديد على علائق الأفكار واستمرارها.

مع ذلك، لم يتحقق تفعيل احتساب تقلب الكثافة المستمر في جريان الموائع بسبب التأثير الصغير المفترض للتغيرات النسبية (غير المهمة) ضمن الظروف الطبيعية وفي العديد من التقنيات الصناعية. في الواقع، تم تقديم الشوائب في المائع بأنها "مواد سلبية"، مع الكثافة التي تعطي بعبارة تجريبية (Popov et al. 1979, [26]) مستقلة عن حالة السائل وحركات الغاز. علاوة على ذلك، تم استبعاد الكثافة عمليا من معظم أجزاء الأبحاث والتحقيقات النظرية من خلال افتراض ثباتها، بالتالي اختزالها كمضروب (معامل) كلي من المعادلات الديناميكية جنبا إلى جنب مع معادلة الحالة التي تغلق النظام. في هذا التقريب، كان كافيا لوصف الجريان حساب حقول مركبات السرعة والضغط فقط (Landau & Lifshitz 1959, [27]).(13)

بدأ الوضع يتغير بشكل كبير في نهاية القرن التاسع عشر، عندما اكتشف J. W. Gibbs العلاقات بين الكمونات الديناميكية الحرارية (الترموديناميكية) والخصائص الفيزيائية للسوائل والغازات؛ الكثافة، الضغط، الانتروبيا ودرجة الحرارة، من بين أمور أخرى (Gibbs 1902, [28]). علاوة على ذلك، كشف جيبس عن الطاقة السطحية الكامنة المتاحة، وهي شكل إضافي من أشكال الطاقة الداخلية في الموائع مع وجود التوتر السطحي المحدد للسطح الحر للمائع. الآن، عندما يتم تعريف البارمترات الديناميكية الحرارية للسوائل والغازات على أنها مشتقات من كمونات جيبس (Feistel et al. 2016, [29] & Feistel 2018, [30])، يتم استخدام

مفهوم الطاقة لوصف كل من الخصائص الثابتة للموائع وديناميكيات تغيراتها في الجريان. مع ذلك، فإن التعامل العملي مع الطبيعة المزدوجة لبارامترات الموائع، مثل الكثافة، الضغط والمحتوى الحراري (الانتالبي)، التي لها صبغة ميكانيكية و ثرموديناميكية في وصف جريان الموائع، لا يزال محدودا للغاية.

بحلول نهاية القرن 19، تم كتابة المعادلات التي تمثل جميع قوانين (مبادئ) الحفظ، التي كانت ضرورية لوصف جريان الموائع، من قبل دالمبرت (الاستمرارية) وكذلك نافييه، ستوكس لنقل الزخم (كمية الحركة)، فورييه وفيكخ لانتقال درجة الحرارة وتركيز المواد المذابة. علاوة على ذلك، تم بناء الأساس الطاقوي لوصف حالة الوسط (الكمون الثرموديناميكي ومشتقاته) ولاحقا تم تجسيده في شكل معادلات الحالة. مع ذلك، فإن فكرة اعتبار جميع المعادلات الحاكمة معا كنظام متسق ذاتيا (Self-consistent system) وإجراء عمليات التحليل مع مراعاة شرط التوافق لم يتم التعبير عنها بشكل عام ولم يتم تنفيذها عمليا في شكل أمثلة محددة. يرجع سبب إهمال ذلك إلى صغر النسبة بين التغيرات في الطاقة (والكثافة) والقيم الكلية لها، بالإضافة إلى عدم وجود تحليل تمحيصي لتوزيع الطاقة والكثافة في الموائع الجارية والراكدة.

في الوقت ذاته، ونظرًا للتطور غير الكافي لطرق تحليل الأنظمة المعقدة للمعادلات التفاضلية غير الخطية لحل المشكلات و المسائل العملية، تم إنشاء مجموعة متنوعة من النظريات شبه التجريبية وكذا التأسيسية البحتة. كانت هناك نظريات مقترحة للموجات الخطية وغير الخطية من قبل كل من: J. S. Russell 1844 [31] Lord Rayleigh (J. W. Strutt) 1877 [32]، و كذا الاضطراب؛ الذي كان يجري تطويره بنشاط في أعمال كل من W. Thomson (Lord Kelvin) و J. Boussinesq، وخاصة O. Reynolds (1883, [33]) & (1895, [34])، والطبقات الحدودية L. Prandtl (1905, [35]), H. Schlichting (1955, [36])، والدوامات Alekseenko et al. (2007, [37])، وغيرها.

في منتصف القرن الماضي، بدأت دراسة تأثيرات التطبُّق (الانقسام الطبقي للموائع وتشكلها في طبقات)، التي تكفل وجود موجات داخلية [38] وجريان الحمل الحراري متعدد الطبقات [39]. ومع ذلك، فإن الأعمال النادرة والمتفرقة لم تغير جوهر النهج العام، على الرغم من أن المجتمع العلمي ككل أدرك الحاجة إلى استخدام المعادلات الأساسية، والتي كانت نظائر تفاضلية لقوانين (مبادئ) حفظ المادة والزخم والطاقة معا [27، 40، 41]، وأهمية تأثيرات تقلب الكثافة. ومع ذلك، لم يتم بناء حلول كاملة، وتم عمليا دراسة الحلول الجزئية فقط التي تصف المكونات البنيوية المختلفة للجريان مثل الموجات المنفصلة، الدواميات، النوافث والآثار. بالنسبة للجزء الأكبر منها، حقق في المكونات واسعة النطاق (الموجة)، بينما لم تتم دراسة سوى عدد قليل من المكونات الدقيقة.

نظرا لأن النظام الخطي للمعادلات الأساسية ذو رتبة عالية، فإن الحل الكامل يتضمن عدة دوال من أنواع مختلفة [42]. مع ذلك، في الممارسة العملية، بعد أعمال ستوكس ورايلي، يتم البحث عن "حل رئيسي" واحد فقط. نادرا ما تتم مناقشة وجود دوال إضافية. أحد الأمثلة القليلة على الاستثناء هو حل مسألة ارتداد الصوت عن جدار صلب [27].

ميزة أخرى لم تناقش في الهيدروديناميكا الحديثة هي حرية اختيار نموذج المعادلات غير المتوافقة. تبقى النماذج الخاصة المختزلة وعائلاتها التأسيسية الأدوات الرئيسية لدراسة الظواهر (الموجات، الطبقات الحدية، النوافث، الآثار، الدواميات وأنظمة الدوامات – (waves, B-layers, jets, wakes, vortices & vortex system

بالنسبة لبعض النماذج، تكون نتائج حساباتها متسقة بشكل جيد بين بعضها البعض ومع التجارب، وإن كان ذلك في نطاق ضيق من البارمترات.

كما تظهر حسابات الزمر المستمرة، فإن كل نظام من المعادلات ضمن النماذج الشائعة لجريان الموائع يتميز بمجموعة خاصة به من التماثلات (التناظرات) اللامتناهية الصغر [43] مع عدد محدود من الكميات المحفوظة المناظرة. إن الاختلافات في المعنى الفيزيائي للكميات المستخدمة، والتي يشار إليها بنفس الرموز في مختلف أنظمة المعادلات، تجعل من الصعب بل والمستحيل مقارنة النتائج وردها إلى أشكالها (الاصلية) العامة، وهو أمر ضروري لتوحيد البيانات. لا تسمح الاختلافات في خصائص الكميات المدرجة بإنشاء متطلبات مشتركة للتقنيات الرقمية والتجريبية أو قواعد لمقارنة البيانات التي تم الحصول عليها. نتيجة لذلك، اختفت عمليا المطالبات بالإشارة إلى خطأ القياس التجريبي والاستبانة (مدى دقة القياس – Resolutions) الزمنية والمكانية للأدوات.

لا يزال الهدف الرئيس للدراسات في الهيدرودوديناميكا هو النظام المحدود للمعادلات، بما في ذلك معادلات الاستمرارية ونقل الزخم في مائع ذي كثافة ثابتة؛ ممثلة في معادلات أويلر (Euler Equations-EE) لمائع مثالي ومعادلات نافييه – ستوكس (Navier-Stokes Equations-NSE) لمائع لزج. لم يتم بعد إثبات قابلية المعادلات الكاملة لنافييه – ستوكس 3D-NSE للحل في تقريب الكثافة الثابتة ("المسألة السادسة من مسائل – معهد كلاي – الألفية" [44]).(14)

لا يمكن مقارنة حسابات سرعة الجريان في مائع متجانس من خلال معادلات أويلر أو حتى نافييه – ستوكس مباشرة بالبيانات التجريبية بسبب استحالة تحديد "جسيم المائع!"؛ فهو مائع حرفيا – إسم على مسمى – بمعنى ليس له حدود يمكن تمييزها. تستند جميع الطرق غير المباشرة والمرافقة لقياس سرعة الموائع إلى افتراضات صريحة أو ضمنية، بما في ذلك "سلبية" الشوائب، قابلية تطبيق معادلة برنولي (Bernoulli Equation-BE)، استقلالية برمترات عمليات الانتشار ونقل الحرارة عن الظروف التجريبية، مما يجعل من الصعب تقدير درجة صحة التنفيذ (الإجراء) من أجل الجريانات الحقيقية.(15)

تظهر الملاحظات (المشاهدات) المكثفة أن جميع جريانات الموائع الحقيقية تتميز ببنية دقيقة. يتم التعبير عن هذه البنية بشكل واضح أو بشكل أقل وضوحا اعتمادا على ظروف التجربة، الجودة واكتمال أنظمة القياس. تعتمد بارمترات بنية الجريان على عدد كبير من العوامل المؤثرة التي تميز خصائص الوسط، الشروط الحدودية والاضطرابات الخارجية. تحوي بنية الجريان حدودا عالية التدرج تفصل بين مناطقه المختلفة مع تغير التوزيع الأكثر انتظاما لبارمترات نمط الجريان تحت تأثير العمليات غير المتوازنة، التفاعلات الكيميائية وتحول المادة (على سبيل المثال، التأين، الإشعاع وامتصاص الطاقة الإشعاعية).

عند دراسة الجريانات، لا يتم تحليل تأثير عمليات انتقال الطاقة الداخلية وتحويلها عمليا. لم يتم بعد استكشاف تحول الطاقة الداخلية من شكلها الكامن-الخامل (Latent-potential form) إلى اضطرابات نشطة للضغط ودرجة الحرارة، كما لم يتم استكشاف تأثير تعقيد شكل معادلة الحالة، والتي يتم تحديدها في الفيزياء الحديثة على أساس الجهد الديناميكي الحراري (الكمون الثرموديناميكي).(16) يمكن للكميات الديناميكية الحرارية التقليدية، مثل الكثافة، الانتروبيا، الضغط والتركيز، التي يتم تعريفها على أنها مشتقات من المحتوى الحراري (الانتالبي) الحر (جهد جيبس [28] ,Gibbs 1902)، أن تتغير بسرعة كبيرة أثناء الجريان.

يسمح إدراج كمونات الثرموديناميكا بتوسيع عدد آليات انتقال الطاقة في الهيدروديناميكا. وبالتالي، فإن انتقال الطاقة التقليدي عن طريق جريان ذو سرعة يستكمل بالنقل بواسطة موجات – بمختلف الأنواع – ذات سرعة مجموعة، تأثير العمليات السريعة غير المتوازنة ثرموديناميكيا على الإصدار أو الامتصاص السريع الطاقة المحلية وكذا عمليات التبديد البطيئة. (تتجلى العمليات السريعة لتحويل الطاقة الداخلية في جريان ناتج عن سقوط حر لقطيرة في سائل راكد [45]).[17]

في الوقت نفسه، الذي تتزايد فيه الحاجة إلى تحسين نظرية الجريان. تتزايد كثافة وإجمالي استهلاك الطاقة في العمليات الطبيعية والتكنولوجية بسبب عديد العوامل، مما يؤدي إلى زيادة مقدار الأضرار الناجمة عن الكوارث الطبيعية على حد سواء المحلية منها (مثل الحرائق، الفيضانات والعواصف الشديدة) أوالعالمية المرتبطة بتقلبات الطقس وتغير المناخ، يكملها التأثير البشري غير المنضبط على البيئة.[ج]

إن الدور البارز للرياضيات في وصف العمليات الهيدروديناميكية يجبرنا على العودة مرة أخرى إلى تحليل تفاعل فرعين رئيسيين من فروع العلوم؛ الرياضيات و الهيدروديناميكا (الميكانيكا/الديناميكا)،[18] من أجل توضيح محتوى (موضوع) المصطلحات المستخدمة منهجيا، وقواعد اختيار أنظمة المعادلات، وطرق حلها التحليلية أو الرقمية، وكذلك متطلبات (البروتوكولات) التقنيات التجريبية التالية (أو حتى السابقة) للنظرية.

في ظل غياب تعريف قانوني للرياضيات، في الممارسة العملية، يتم استخدام تمثلات (صياغات ومقولات) تعبر عن ثلاثة مناهج مختلفة.[19] المنهج التحليلي؛ "الرياضيات هي علم الكمية: تتم دراسة الكميات المنفصلة (المتقطعة) عن طريق الحساب، ويتم إجراء (تنفيذ) الكميات المتصلة (المستمرة) عن طريق الهندسة" — Aristoteles، "الرياضيات تشمل فقط تلك العلوم التي يتم فيها اعتبار الترتيب أوالقياس" — R. Descartes، "الرياضيات .. علم العلاقات الكمية والأشكال المكانية للعالم الحقيقي" F. Engels & A.N Kolmogorov، المنهج التصويري؛ "الرياضيات هي مجموعة من الأشكال المجردة – البنى الرياضية" — N. Bourbaki، "الرياضيات هي لغة" — G. Galilei & J. Gibbs، "الرياضيات هي حجر الرحى الذي يطحن ما يصب فيها" T. G. Huxley — والمنهج البراغماتي (أكثر عملية)؛ "الرياضيات هي العلم في سياق القياسات غير المباشرة" — O. Comte

تعكس وفرة التعريفات المجموعة المتنوعة من الأساليب والأدوات لهذا الفرع من العلم، الذي يتم تطبيقه على عدد متزايد من التخصصات. من بينها، تحتل العلوم الهندسية مكانًا خاصًا، حيث تركز على الوصف المستخدم عمليًا لموضوع (كائن) البحث (سواء كان النظام طبيعي أو تكنولوجي) والتنبؤ بسلوكه المستقبلي.

(ج) قد يحتار المرء بين المشاهدات اليومية والتغطيات الإعلامية المكثفة (خصوصا –بالنسبة لي على الأقل– بعد حرائق الجزائر ومناطق أخرى عبر العالم هذا الصيف (2022)، ثم انعقاد مؤتمر قمة المناخ بمصر Cop'27 في ظل انقسام مايسمى بـ "المجتمع الدولي" جراء الأزمة الصينية التايوانية والحرب الروسية الأوكرانية الجارية أحداثها الآن مع نُذر لحرب عالمية ثالثة)، المركزة على احترار الأرض وتغير المناخ هذا من جهة، ومن جهة أخرى الأصوات المعارضة -على قلتها- لهذا الرأي السائد واتهامها لأصحابه (بالدوغمائية) ومحاولة إخفاء الحقائق، والتلويح بمقاربات ونظريات بديلة قد تقلب– إن ثبتت صحتها– الحقائق الراسخة رأسا على عقب، ضمن مروحة واسعة من العلوم النقدية –رغم تصنيف معظمها ضمن خانة العلوم الزائفة المغذية لنظرية المؤامرة (طبعا من قبل التيار السائد – The mean stream) – في شتى مجالات وحقول المعرفة؛ نذكر في هذا الخصوص نظرية ميلانكوفيتش لتاريخ المناخ المبكر (The Milankovitch theory of paleoclimates)، راجع:

László Szarka et al. (2021) How the astronomical aspects of climate science were settled? On the Milankovitch & Bacsák anniversaries, with lessons for today. Advances in Space Research. 67, p. 700–707.

العلوم الهندسية، التي تركز على تحسين وصف هذا الكائن (موضوع البحث)، التنبؤ بتقلبه وتغيره على المدى الطويل، تحديد معايير لتحديد السيناريوهات الكارثية للأحداث وكذا العلامات و الإرهاصات (الإشارات والتنبيهات) لتحققها، تقييم استجابة الكائن للعوامل البشرية المنشأ، بما في ذلك الجهود الموجهة للسيطرة على الحالة، تحوي تخصصات مثل الرياضيات الهندسية والميكانيكا التقنية (التطبيقية).

الرياضيات الهندسية التي تطبق لوصف جريان الموائع، وتعرف بأنها: "علم بديهي حول مبادئ اختيار محتوى الرموز، قواعد العمليات ومعايير تقييم الدقة". تتمثل أهداف الرياضيات الهندسية في وصف الحالة الفيزيائية الحالية للموائع بالإضافة إلى ديناميات وبنية الجريان والتنبؤ بتطوره الطبيعي واستجابته للتأثيرات الخارجية الإضافية، بما في ذلك استهداف التحكم به.

تتصل الميكانيكا التقنية (التطبيقية) بالمبادئ العامة بواسطة الرياضيات الهندسية، وتعرف بأنها "علم تجريبي بديهي حول قواعد اختيار الكميات الفيزيائية، وطرق قياس وتقييم الأخطاء عند تحديد قيمها."

الميكانيكا التقنية تهدف إلى اختيار الكميات الفيزيائية المقابلة لمبادئ الرياضيات الهندسية التي يمكن قياسها بقدر مضمون من الدقة في إطار علوم القياس الحالية أو عن طريق إدراج إجراء جديد، والذي يعطي مجالا لقياس الكميات الفيزيائية التي تميز ديناميكيات جريان الموائع وبنيتها. يجب أن تسمح البرمترات الفيزيائية المختارة القابلة للقياس للجريان بإجراء مقارنة نوعية وكمية مع نتائج الرياضيات الهندسية المطبقة لوصف الظاهرة قيد الدراسة. يولي كلا التخصصين مكانة خاصة لتعريف مفهوم "الدقة" و "الأخطاء أو عدم الدقة" في الوصف النظري والعملي للظواهر، على التوالي:

في الرياضيات، تتم صياغة المعايير الداخلية لتقييم الدقة بشكل طبيعي في الحساب والجبر لحقول الأعداد على أساس الخصائص المميزة للعددين: "صفر" و "واحد". في التحليل الرياضي للكميات المستمرة، يتم تطبيق إجراء مناظر لمقارنة التغيرات المتناقصة بشكل منتظم ولانهائي للمتغيرات الأولية (المستقلة) والدوال (التوابع) (خوارزمية كوشي - فايرشتراس – Cauchy - Weierstrass algorithm).

في الرياضيات التطبيقية الحديثة، حيث تجرى الحسابات باستعمال سلسلة متقاربة مشروطة ودوال متباعدة (متفردة) يتم استخدامها على نطاق واسع، إن إدراج معيار شامل في هذه المرحلة أمر صعب ويتطلب تحليلا فرديا للمسألة قيد الدراسة. واحدة من أدوات تحديد الدقة هي إجراء مقارنة الحسابات مع البيانات التجريبية، التي تحتاج إلى إثبات الهوية (التطابق) للكميات المقارنة المحددة في مختلف فروع العلوم.

يتم ضمان فرصة من أجل المقارنة المباشرة بين هذه التخصصات الهندسية المزدوجة للرياضيات والميكانيكا من خلال تنفيذ المبادئ العلمية العامة (المنطقية والفلسفية) التي تقوم عليها العلوم الطبيعية الحديثة، وكذلك من خلال الوحدة في تحديد محتوى المفاهيم المستخدمة، والتي تميز الكميات الفيزيائية وقوانين تغيراتها.

في الفيزياء، التي تعد قاعدة وصف ديناميات الطبيعة، يتم اختيار مجموعة من قوانين الحفظ لكميات فيزيائية أساسية أو نظيراتها التفاضلية. يأخذ تنفيذها في الاعتبار مبادئ المنطق التقليدية، مما يشكل الأساس القاعدي للقواعد الصورية الحاكمة للدراسات العلمية. وترد أدناه المجموعة الحديثة من هذه المبادئ.

7. مناقشة النتائج

بناء على نتائج رحلة قصيرة في تاريخ تطور أبحاث علوم الطبيعة، يتم صياغة المبادئ التالية لبناء منهجية التحقيق العلمي:

المعنى: تحديد جوهر الموضوع قيد الدراسة؛

الهوية: ثبات محتوى الموضوع؛

الاتساق: الوحدة الداخلية للعمليات؛

الواحدية: المنطق الثنائي؛

السبب الكاف: ما قبل التاريخ واتساق المحيط؛

الحد الأدنى من الكفاية: البساطة قدر الإمكان؛

السببية: التطور الزمني الموجه للأحداث؛

الاكتمال: وصف الخصائص المعروفة دون تضمين مفاهيم إضافية والانفتاح على قبول الحقائق الجديدة.

يتم تنفيذ المبادئ المدرجة في إطار الرياضيات الهندسية، والتي تعرف بأنها "العلوم البديهية لمبادئ اختيار محتوى الرموز وقواعد العمليات ومعايير تقييم الدقة"، وكذلك استكمال الميكانيكا التقنية، أو "العلوم التجريبية-البديهية لمعايير اختيار الكميات الفيزيائية وتقنيات القياس وإجراءات تقييم الخطأ".

تسمح وحدة القواعد العلمية بالمقارنة المباشرة لنتائج الدراسات النظرية والتجريبية مع التحكم المستقل والمتبادل في دقة الحسابات وأخطاء القياس.

القواعد العامة للرياضيات الهندسية المتسقة مع الميكانيكا التجريبية لجريان الموائع في إطار نموذج الوسط المستمر هو نظام المعادلات الأساسية المقدم بشكل بديهي ما يمثل النظير التفاضلي لقوانين (مبادئ) حفظ المادة، تركيز المكونات المذابة، الزخم والطاقة (بما في ذلك الطاقة الكامنة وآليات تحويلها إلى أشكال نشطة). يحدد نظام المعادلات الكميات الفيزيائية التي تميز توازن (سكون) وجريان الموائع.

يتضمن أساس الطاقة لوصف حالة المائع وجريانه جميع أشكال الطاقة؛ حركية ميكانيكية، كامنة وداخلية، بما في ذلك الطاقة الكيميائية، السطحية والكهرومغناطيسية. تشمل آليات نقل الطاقة المتبادلة عمليات الانتقال المباشر والعكسي من شكل إلى آخر (على سبيل المثال، يمكن تحويل الطاقة الكامنة السطحية أو الكيميائية المتاحة حسب تكوين المائع إلى طاقة ميكانيكية لجريان الموائع والعكس صحيح). يتم نقل الطاقة مع سرعة الجريان، سرعة المجموعة للموجات وعمليات التبديد لتتحول بسرعة من شكل إلى آخر نتيجة للتفاعلات الذرية – الجزيئية المباشرة.

مع الأخذ في الاعتبار الدور المتميز للطاقة في تكوين البنية والتأثير على ديناميات الجريان، تم اختيار الطاقة الداخلية كأول كمية فيزيائية تستخدم لوصف حالة توازن (سكون) الموائع في شكل جهد ديناميكي – حراري (تم ترشيح كمون جيبس كجهد أساسي). تحدد مشتقات كمون جيبس وتوليفاتها من الكميات الثرموديناميكية الكلاسيكية، مثل الكثافة، الضغط، درجة الحرارة، تركيز المكونات ومعامل التوتر السطحي. تتميز العمليات الجزيئية التي لا مناص منها للمادة والزخم والحرارة والانتقال بمعاملات حركية. تصف المعاملات الإضافية عمليات انتشار التيار الكهربائي، الموجات الصوتية (الميكانيكية) وكذا الكهرومغناطيسية بأطوال مختلفة. جميع المعاملات هي في الواقع دوال للمتغيرات الديناميكية الحرارية ويمكن أن تظهر في معادلات تكميلية للحالة.

يعرف جريان السوائل أو الغازات بأنه انتقال لا ينفصل عن المقاييس المستقلة لحركة الموائع، مثل الزخم، الطاقة والمادة، مصحوبة بتغيرات متسقة ذاتيا في الديناميكا الحرارية (الكثافة، الضغط، درجة الحرارة وتركيز المكونات)، والحركية (معاملات التبديد)، والمعاملات الإضافية التي تميز انتشار الموجات الصوتية أو الكهرومغناطيسية، والتيار الكهربائي، وغيرها من الظواهر.

في إطار نموذج "الوسط المستمر"، يتم وصف جريان الموائع بواسطة دوال مستمرة تستند إلى حلول نظام المعادلات الأساسية التي تم إدراجها بديهيا والتي تصف نقل الزخم، الطاقة والمادة بشروط أولية وحدودية مثبتة فيزيائيا.

تم إجراء تحليل النظام الأساسي للمعادلات مع الاخذ في الاعتبار شرط التوافق، الذي يحدد رتبة النظام غير الخطي الكامل، وترتيب نسخته الخطية، ودرجة معادلة (التشتت) المميزة. رتبة النظام، التي تحدد الحد الأدنى لعدد الدوال المستقلة التي تشكل الحل الكامل؛ 6 لوسط ذو مكون واحد بدون معادلة حالة ديناميكية حرارية (للموائع الطبقية والمتجانسة)، 8 عندما يؤخذ انتقال الطاقة (درجة الحرارة) في الاعتبار و10 في حال إدخال المعادلة الإضافية لانتقال المادة إلى النظام. بسبب لاخطية المعادلات، تتفاعل جميع مكونات الجريان مع بعضها البعض. يتجلى تراكب عدد كبير من الدوال الذاتية التي لا يمكن فصلها مع خصائص الزمكان (الزمان والمكان) المستقلة، والتي تشكل حقول الكميات الفيزيائية المسجلة، وتتجلى في عدم ثبات وتطور بنية الجريان.

يشمل تصنيف المكونات البنيوية لجريان مائع مع تبديد ضعيف، يتم تنفيذه على أساس الحل الكامل للنظام الخطي للمعادلات الأساسية، مكونات منتظمة واسعة النطاق، مثل الموجات أو الدوامات أو النوافث أو آثار الاعقاب، بالإضافة إلى مكونات مفردة، بما في ذلك عائلات الأربطة الدقيقة. يتم تحديد المقاييس العرضية للأربطة من خلال الخصائص التبديدية للوسط والزمن المميز للعملية (أي من خلال مدة تشكل الجريان، تردد جريان الدوري أو سرعة تيار حر منتظم). نظرا للطبيعة المزدوجة للأربطة، فإنها تعكس تأثير الخصائص الذرية-الجزيئية التي تقدمها المعاملات الحركية والميكانيكية التي يحددها نوع الجريان. تربط الأربطة العمليات على المقاييس الدقيقة والعيانية. تولد التفاعلات غير الخطية للمكونات البنيوية لجميع حلول النظام الخطي للمعادلات الأساسية مكونات جديدة، بما في ذلك الدوامات التي هي اضطرابات موضعية غير مستقرة ذات مستوى عال من الدوامية التي تشكلها الأربطة المدمجة.

إن إنشاء برامج للمحاكاة الرقمية والتقنيات التجريبية، مع مراعاة خصائص الموائع القائمة على نظام المعادلات الأساسية، يمكن من إجراء دراسات نظرية وتجريبية منسقة للجريان وتقدير دقة الحسابات وخطأ التجارب دون تضمين فرضيات، معادلات وبارمترات إضافية.

أما تطوير أكواد المحاكاة الرقمية القائمة على نظام المعادلات الأساسية في صيغتها الكاملة (3D) ثلاثية الأبعاد، إلى جانب تقنيات البحث التجريبية المتسقة؛ التي تسمح بتسجيل (أوالتقاط) مكونات الجريان على نطاق واسع وحل جميع (ألغاز!) المكونات البنيوية الدقيقة مع تقدير أخطاء القياس؛ ما سيساعد على تحسين دقة وصف ديناميات وبنية جريان السوائل والغازات بشكل كبير ووضع تقديرات مثبتة للتنبؤ بتطورها، مع طرق فعالة للتحكم في الجريان.

8. الاستنتاجات

ضمن سياق الرياضيات الهندسية (البديهية) المتوافقة مع الميكانيكا التقنية/الفنية (التجريبية – البديهية) كفروع للعلوم التي لها متطلبات تعريفية للتحكم في الدقة النظرية والأخطاء التجريبية، يعتمد وصف حالة المائع وجريانه على الكميات الرياضية والفيزيائية المحفوظة. تعرف الحركة بأنها تحويل الفضاء المتري إلى نفسه مع الحفاظ على المسافات. يعرف جريان الموائع بأنه نقل الزخم، المادة والطاقة.

يتم تعريف حالة وجريان المائع من خلال مجموعة كاملة من المعادلات الأساسية، التي تصف نقل المادة، المكونات، الزخم والطاقة الكاملة، بما في ذلك الطاقة الحركية، الكامنة والداخلية. يتم تعريف البارامترات الديناميكية الحرارية للمائع على أنها مشتقات للكمونات الديناميكية الحرارية (الثرموديناميكية). يتميز نقل الكميات الفيزيائية بمعاملات حركية ومادية. النظام الاصطلاحي للمعادلات الأساسية المكمل لمعادلات الحالة التجريبية للكمونات الديناميكية الحرارية (يتم اختيار جهد جيبس بالأساس) والكثافة، كذلك الشروط الحدودية والأولية (الابتدائية)، مغلق وجيد الطرح وقابل للحل. النظام، الذي يتميز برتبة عالية وبعد عال للفضاء الدالي، يتفكك إلى مكونات مفردة عند تقريب الكثافة الثابتة.

الحلول الكاملة لنظام المعادلات الأساسية، والتي تم تحليلها مع الأخذ بعين الاعتبار النسخة الحديثة اللازمة من القواعد الاصطلاحية من قبل أرسطو – لايبنيتز (المعنى، الهويات، الاتساق، الوحدوية، السبب الكافي، الحد الأدنى من الكفاية، السببية والكمال) وشروط التوافق، تصف مركبات الجريان واسعة النطاق (على سبيل المثال، الموجات، الدوامات، النوافث، وآثارالاعقاب) بالإضافة إلى عائلة غنية من الأربطة (المكونات المضطربة بشكل فردي في تقريب التبديد الضعيف). جريانات الموائع، نتيجة لتراكب العديد من الدوال ذات البارامترات الزمكانية المختلفة، غير المستقرة (زمنيا).

تؤدي التفاعلات غير الخطية لمكونات الجريان إلى التطور الدائم للبارامترات الديناميكية و البنيوية للجريان.

تسمح القواعد الأساسية المشتركة بتوفير مقارنة مباشرة للنتائج التجريبية والنظرية مع تقدير الدقة والخطاء. لزيادة دقة وصف حالة النظام والإمكانات التنبؤية للحلول، يجب تطوير أدوات تقنية وبرامج (أكواد) جديدة تسمح بتعريف جميع برامترات الجريان.

قائمة المراجع:

[01] Galilei, G. Il Saggiatore; Appresso, G., Ed.; Mascardi: Rome, Italy, 1623; p. 236.
[02] Descartes, R. A Discourse on the Method, Optics, Geometry and Meteorology; Olscamp, P.J., Ed.; Hackett Publishing: Indianapolis, IN, USA, 2001; p. 424.
[03] Descartes, R. Principia Philosophiae. Apud Ludovicum Elzevirium; Springer Science: Berlin, Germany, 1984; p. 328.
[04] Maxwell, J.C. Remarks on the Mathematical Classification of Physical Quantities. Proc. L. Math. Soc. 1871, 3, 224–233.
[05] Sir, W.R.H.; Hamilton, W.E. (Eds.) Elements of Quaternions; Longmans, Green, & Co.: London, UK, 1866; p. 800.
[06] Leibniz, G.W. Brevis demonstration erroris memorabilis Cartesii et al.lorum circa legem naturalem, secundum quam volunt a Deo eandem semper quatitatem motus conservari, quia et re mechanica abuntur. Acta Erud. 1786, 3, 161–163.
[07] Newton, I. Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica; J.Streater: London, UK, 1687; p. 320.
[08] Zhuravlev, V.F. Fundamentals of Theoretical Mechanics; Izdatel'stvo Fiziko-Matematicheskoj Literatury: Moscow, Russia, 2001; p. 320.
[09] D'Alembert, J.-L.R. Réflexions sur la Cause Générale des Vents; David: Paris, France, 1747; p. 372.
[10] D'Alembert, J.-L.R.; la Marquis de Condorcet, J.M.A.; l'abbe Bossut, C. Nouvelles Expériences sur la Résistance des Fluids; C.-A. Jombert: Paris, France, 1777; p. 232.
[11] Euler, L. Principes généraux du mouvement des fluids. Mémoires L'académie Des. Sci. Berl. 1757, 11, 274–315.
[12] Kistovich, A.V.; Chashechkin, Y.D. Propagating stationary surface potential waves in a deep ideal fluid. Water Res. 2018, 45, 719–727.
[13] Fourier, J.B.J. Théorie Analytique de la Chaleur; Firmin Didot Père et Fils: Paris, France, 1822; p. 639.
[14] Navier, C.-L.-M.-H. Mémoire sur les Lois du Mouvement des Fluids. Mém. l'Acad. Sci. 1822, 6, 389–417.
[15] Fick, A.E. On liquid diffusion. Philos. Mag. 1855, 10, 30–39.
[16] Stokes, G.G. On the theories of the internal friction of fluids in motion, and of the equilibrium and motion of elastic bodies. Trans. Camb. Philos. Soc. 1845, 8, 287–305.

[17] Lamb, H. A Treatise on the Mathematical Theory of the Motion of Fluids, CUP: Cambridge, UK, 1879; p.258.

[18] Franklin, B. Behavior of oil on water. Letter to J. Pringle. In Experiments and Observations on Electricity; R. Cole: London, UK, 1769; pp. 142–144.

[19] Lomonosov, M. De motu aeris in fodinis observato. Novi Comm. Acad. Scie. Petropolit. 1750, 1, 267–275.

[20] Lomonosov, M. Tentamen theoriae de viaëris elastic. Novi Comm. Acad. Scie. Petropolit. 1750, 1, 230–244.

[21] Lomonosov, M.V. A Brief Description of Various Voyages in the North. Seas and an Indication of the Possible Passage from the Siberian Ocean. to East. India; Marine Techn. Comm.: St. Petersburg, Russia, 1763; p. 34.

[22] Mendeleev, D.I. On Drag of Fluids and on Aeronautics; Typo. V. Demakova: St. etersburg, Russia, 1880; p. 80.

[23] Mendeleev, D.I. On the Elasticity of Gases; Typo. V. Demakova: St. Petersburg, Russia, 1875; p. 262.

[24] Mendeleev, D.I. Studies of Water Solutions on Specific Gravity; Typo. V. Demakova: St. Petersburg, Russia, 1877; p. 536.

[25] Mendeleev, D. The variation in density of water with temperature. Philos. Mag. 1892, 33, 99–132.

[26] Popov, N.I.; Fedorov, K.N.; Orlov, V.M. Sea Water; Nauka: Moscow, Russia, 1979; p. 330.

[27] Landau, L.D.; Lifshitz, E.M. Fluid Mechanics. V.6. Course of Theoretical Physics; Pergamon Press: Oxford, UK, 1987 (First Ed.-1959); p. 560.

[28] Gibbs, J.W. Elementary Principles in Statistical Mechanics; Scribner's and Sons: New York, NY, USA, 1902; p. 207.

[29] Feistel, R.; Harvey, A.H.; Pawlowicz, R. International Association for the Properties of Water and Steam. In Proceedings of the Advisory Note No.6: Relationship between Various IAPWS Documents and the International Thermodynamic Equation of Seawater—2010 (TEOS-10), Dresden, Germany, 1–5 September 2016.

[30] Feistel, R. Thermodynamic properties of seawater, ice and humid air: TEOS-10, before and beyond. Ocean. Sci. 2018, 14, 471–502.

[31] Russell, J.S. Report on Waves. In Proceedings of the 14th Meeting of the British Association for the Advancement of Science, York, UK, 2 September 1844; pp. 311–390.

[32] Rayleigh, L.; Strutt, J.W. Theory of Sound. V.1; CUP: Cambridge, UK, 1877.

[33] Reynolds, O. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. Proc. R. Soc. Lond. 1883, 35, 84–99.

[34] Reynolds, O. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. Philos. Trans. 1895, 186, 123–164.
[35] Prandtl, L. Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung. In Proceedings of the Verhandlungen des Dritten Internationalen Mathematiker-Kongresses, Heidelberg, Germany, 8–13 August 1904; Teubner: Leipzig, Germany, 1905; pp. 485–491.
[36] Schlichting, H. Boundary Layer Theory; McGraw Hill Co.: New York, NY, USA, 1955; p. 812.
[37] Alekseenko, S.V.; Kuibin, P.A.; Okulov, V.L. Theory of Concentrated Vortices; Springer: Berlin, Germany, 2007; p. 494.
[38] Lighthill, J. Waves in Fluids; CUP: Cambridge, UK, 1978; p. 504.
[39] Turner, J.S. Buoyancy Effects in Fluids; CUP: Cambridge, UK, 1979; p. 368.
[40] Müller, P. The Equations of Oceanic Motions; CUP: Cambridge, UK, 2006; p. 302.
[41] Vallis, G.K. Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics; CUP: Cambridge, UK, 2017; p. 745.
[42] Chashechkin, Y.D. Singularly perturbed components of flows—Linear precursors of shock waves. Math. Model. Nat. Phenom. 2018, 13, 1–29.
[43] Baidulov, V.G.; Chashechkin, Y.D. Comparative analysis of symmetries for the models of mechanics of nonuniform fluids. Dok. Phys. 2012, 57, 192–196.
[44] Ladyzhenskaya, O.A. Sixth problem of the millennium: Navier-Stokes equations, existence and smoothness. Russ. Math. Surv. 2003, 58, 251–286.
[45] Chashechkin, Y.D.; Ilinykh, A.Y. Drop decay into individual fibers at the boundary of the contact area with a target fluid. Dokl. Phys. 2021, 66, 101–105.
[46] Aristoteles, Metaphysics. Book IV.
[47] Manturov, O.V.; Solntsev, Y.K.; Sorkin, Y.I.; Fedin, N.G. Explanatory Dictionary of Mathematical Terms; Education: Moscow, Russia, 1964; p. 539.
[48] Serrin, J. Mathematical Principles of Classical Fluid Mechanics; Handbuch der Physik, Band VIII/1: Berlin, Germany, 1959; pp. 125–263.
[49] Mase, G.E. Theory and Problems of Continuum Mechanics; McGraw-Hill: New York, NY, USA, 1964; p. 270.
[50] Eisenberg, D.; Kauzmann, W. The Structure and Properties of Water; Oxford University Press: Oxford, UK, 2005; p. 308.
[51] Bunkin, N.F.; Suyazov, N.V.; Shkirin, A.V.; Ignat'ev, P.S.; Indukaev, K.V. Study of Nanostructure of highly purified water by measuring scattering matrix elements of laser radiation. Phys. Wave Phenom. 2008, 16, 243–260.
[52] Teschke, O.; de Souza, E. Water molecule clusters measured at water/air interfaces using atomic force microscopy. Phys. Chem.–Chem. Phys. 2005, 7, 3856–3865.

[53] Chashechkin, Y.D. Evolution of the fine structure of the matter distribution of a free-falling droplet in mixing liquids. Izv., Atmos. Ocean. Phys. 2019, 55, 285–294.

[54] Helmholtz, H. Über Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen. J. Reine Angewandte. Dieprechen 1858, 55, 25–55.

[55] Bertrand, J. Théorème relative au mouvement le plus général d'un fluide. Comp. Rend. 1868, 66, 1227–1330.

[56] Bertrand, J. Note relative à la théorie des fluides. Résponse à la communication de M. Helmholtz. Comp. Rend. 1868, 67, 267–269.

[57] Bertrand, J. Observations nouvelles sur un mémoire de M. Helmholtz. Comp. Rend. 1868, 67, 469–472.

[58] Lie, S. Zur Allgemeinen Theorie der Partiellen Differentialgleichungen Beliebiger Ordnung; Berichte Sächs. Ges.: Leipzig, Germany, 1895; pp. 53–128.

[59] Chashechkin, Y.D. Conventional partial and new complete solutions of the fundamental equations of fluid mechanics in the problem of periodic internal waves with accompanying ligaments generation. Mathematics 2021, 9, 586.

[60] Nayfeh, A.H. Introduction to Perturbation Techniques; John Wiley & Sons: New York, NY, USA, 2011; p. 533.

الفصل الأول

قراءات وتأملات حول طبيعة ديناميكا الموائع

200 عام من المنهج الرياضي – الإستنباطي

في ديناميكيات الموائع، يمكن للعديد من العوامل المحفزة أن تثير خطوطًا جديدة للتساؤل (والبحث). أحدها هو السعي المحمود لدراسة المسائل ذات الأهمية العلمية والتكنولوجية الأوسع نطاقًا، مثل –على سبيل المثال لا الحصر– تطور حالة الطقس، ديناميات قلب الأرض السائل، المحيطات، تفاعل الطائرات مع التيارات الهوائية الخارجية، الإنتاج الصناعي للعديد من المواد غير العضوية والعضوية (التي تمر قبل أن تصبح صلبة عبر الحالة السائلة)، تدفق الدم داخل جسم الإنسان، حركة النجوم داخل المجرة وحتى السلوك المراوغ للمادة الموجودة في كوننا مباشرة بعد الانفجار العظيم. عامل آخر يساهم في توسيع هذا المجال من الدراسة هو الفضول الجوهري الذي يسكن العقل البشري والرغبة اللاحقة في الاستكشاف عند مستوى أساسي للغاية تنوع الحلول التي يمكن أن تنتج بالنماذج الحالية (الموجودة) للواقع (الفيزيائي) وبالحالات المختلفة للمادة المحتواة فيه.

في هذا الفصل المركّز، بدءًا من الاعتبارات المجهرية حول تبادل الزخم الذي يحدث على مستويات صغيرة داخل المائع، وبعد تقديم تصنيف معمم لأنواع مختلفة من الأوساط المائعة، بعدها يتم تقديم تحليل نقدي للقضايا المعاصرة التي لا تزال محل جدل ونقاش في المجتمع العلمي. يتعلق هذا بآليات التطور غير المفهومة بالكامل بعد للعديد من أنظمة الموائع (بما في ذلك الغازات، المعادن السائلة، الموائع العضوية، السوائل اللزجة المرنة، السوائل ذات الجسيمات المشتتة والأوساط الحبيبية)، واعتمادها على الظروف الأولية وحالاتها النهائية.

تتضمن مناقشاتنا أيضًا الروابط المثيرة للاهتمام بين ديناميكيات الموائع وبعض فروع الرياضيات المحددة (أو الفيزياء المتقدمة المعنية بديناميات الأنظمة غير الخطية). على وجه الخصوص، نشدد على المفاهيم الحديثة مثل حوض الجذب، الجواذب الغريبة والفئات الشمولية في الاضطراب. كما أننا نولي اهتمامًا خاصًا للنتائج الأخيرة، والتي تقلب المعتقدات السابقة أو العقيدة السائدة، كمثال، الإدراك الحديث نسبيًا أن "تأثير الفراشة" المعروف سابقا، أي أن تباينًا صغيرًا لمتغير واحد يمكن أن ينتج عنه تغيير غير متناسب في نظام ديناميكي للموائع في وقت لاحق، ليس امتيازًا حصريًا للجريانات المضطربة. يتم تفصيل بعض الاعتبارات العامة حول "طبيعة" ديناميات الموائع (من حيث الأهداف العامة والغايات والتوجهات المستقبلية) وفقًا لذلك.

1. مقدمة: ما هي ديناميكيات الموائع؟

من الناحية الفنية (التقنية)، فإن ديناميكيات الموائع هي التخصص الذي يدرس ديناميات الموائع (بما في ذلك حركتها، وتطورها بمرور الزمن، وسلوكها النمطي، وعلى مستوى أكثر أساسية، "ما هو المائع"). يمكن أن يعود أصل هذا المجال (الحقل) من الدراسات إلى أكثر من 6000 عام(✯).

في اليونان القديمة،(‡) مهد الفكر الغربي،إعتقد الفلاسفة أن الكون بأكمله يتكون من أربعة مكونات أساسية(❁) فقط، ثلاثة منها كانت في الواقع "موائع"، أي "الهواء" و "الماء" و "النار" (على الرغم من أننا نعرف في الوقت الحاضر) أن العنصر الرابع أيضًا، أي "الأرض"، بمعنى الصخور، يمكن اعتباره "مائعًا" من منظور معين، كما سنرى لاحقًا في هذا الفصل). الفيلسوف اليوناني ما قبل سقراط، هيراقليطس من أفسس، اعتاد أن يقول أن "panta rhei"، أي "كل شيء يتدفق" (كلمة "rhei" هي الكلمة اليونانية للفعل "to stream جرى تيارا" [verb. Stream])، الجري أو السيلان والتدفق في تيار مستمر في اتجاه محدد ..

بعيدًا عن الميتافيزيقيا، من المدهش أن الدراسات الشبه العلمية الأولى حول سلوك الموائع يمكن أيضًا تتبعها إلى الفيزيائيين والرياضيين والباحثين الموسوعيين القدامى (أنظر، على سبيل المثال، مبدأ أرخميدس، آلة البخار التي نظّرها هيرو السكندري، الملاحظات البارزة ليوناردو عن حركة الماء وتطور الدوامات، فقط لنذكر بعض الأمثلة الشهيرة، Capra, 2013).

(✯) من الناحية التاريخية تعود بداية هذا العلم إلى عصور ما قبل التاريخ ..!؛ حيث أن الإنسان القديم عرف قيمة تحديب الرماح لتمر بسلاسة في الهواء لأغراض الطِراد و الصيد، كما أن آثار قنوات الري المكتشفة في حوض النيل، تؤكد وجود القنوات منذ 4000 سنة ق.م. أما وجود المياه داخل المدن فيعود إلى مدينة القدس؛ حيث تم إنشاء خزانات وقنوات لتوجيه المياه كما ظهرت هذه القنوات عند الفينيقيين في بلاد الإغريق (أنظرالحاشية التالية (‡))، لينقلها عنهم جيرانهم الرومان الذين ورّثوها بدورهم للبيزنطيين حيث ماتزال لها آثار باقية إلى الآن. لا ننسى الإشارة إلى وحي الله لنبيه ''نوح'' ﷺ ببناء الفلك قبيل الطوفان الكبير، ففي ميدان الملاحة وارتياد البحار تم إنشاء السفن الكبيرة من قبل الفينيقيين خصوصا وكذا المصريين والإغريق/الفينيقيون سواء في العصر الهيليني أو السكندري. في الإسكندرية بالذات عاش "أرخميدس (287-212 ق.م)"، وقام بصياغة قوانين الطفو وطبقها على الأجسام العائمة والمغمورة، ما شكل أحد أهم إنجازات ماقبل عصر النهضة.

(‡) كما ورد في الحاشية السابقة (راجع البند الأول الخاص بهذا الفصل في الفصل مابعد الأخير)؛ تكاد العديد الدراسات التاريخية الحديثة (بعد انحصار موجة الإستشراق المتعصب، الذي يرد كل علم، حكمة وفلسفة أوفن من رسم، شعر، موسيقى ومسرح أوحتى سياسة وفضيلة وأخلاق، .. إلى اليونان القديمة ويعتبرها مهد الفكر الغربي) من الشرقيين المخلصين والغربيين المنصفين، أن مايسمى بالحضارة اليونانية (وحتى الرومانية في بداياتها قبل غزو همج الشمال) أقامها لاجئون جاؤوا من الشرق (مايسمى بسوريا الطبيعية - الحضارة السريانية - وكانو يرسمون الحرف بالخط الآرامي/الفينيقي)، من الثابت تاريخيا أن ظهور اليونان القديمة كان فجأة، حضارة كاملة بدون مقدمات على أرض (صخرة بركانية) شحيحة المياه، كما أنها اختفت فجأة - ربما لزوال سبب اللجوء - بعد انتقالها من أثينا إلى الإسكندرية .. وهو ماينفي"أسطورة" المعجزة اليونانية على مذهب بيير روسي في كتابة "مدينة إيزيس، .. التاريخ الحقيقي للعرب ".

(❁) قد تبدو اليوم فكرة العناصر الأربعة للطبيعة (الهواء، الماء، التراب والنار) ساذجة للوهلة الأولى؛ لكنها في جوهرها ليست كذلك .. العناصر صنفت إلى أربعة ثم أضافو لها الأثير كعنصر خامس، في الوقت الحاضر نقر بأن حالات المادة أربع (الصلبة، السائلة والغازية، بالإضافة إلى البلازما) زيادة على ذلك هناك حالة أو عنصر خامس غير متفق عليه (قد يكون الأثير عند الأقلية المؤمنة به، المادة المظلمة التي تحوز اعترافا واسعا - بالإضافة للطاقة المظلمة- في الأوساط العلمية أو قد نعتبر ببساطة أن الحالة الخامسة هي الطاقة). كذلك بعد استحداث مفهوم القوة، اليوم تصنف القوى الأساسية إلى أربع (النووية الشديدة، الضعيفة، الكهرومغناطيسية والجاذبية) ويجري البحث حاليا عن القوة الخامسة التي تهيمن على المادة المظلمة (التي افتُرضت لتفسير جزء كبير من مجموع كتلة الكون) في إطار النموذج السالف الذكر.

تم وضع أسس ديناميكيات الموائع الحديثة بعد ذلك بكثير عندما وضع كلود لويس هنري نافييه وجورج غابرييل ستوكس هذا الحقل في سياق رياضي مناسب خلال القرن التاسع عشر باشتقاق معادلات توازن دقيقة لأول مرة قادرة على وصف حركة المواد المائعة مثل الغازات والسوائل (Navier, 1822 & Stokes, 1845).

هذه المعادلات، التي يمكن اعتبارها شرطًا مسبقًا ضروريًا للعديد من العلوم المشتقة من المجال الرئيسي لديناميكيات الموائع، مثل CFD (ديناميات الموائع الحاسوبية – Computational Fluid Dynamics) أو نظرية استقرار الجريان والانتقال إلى الاضطراب، ثبت ببساطة أن التغيرات في الزخم في الأحجام متناهية الصغر من المائع يجب أن تنتج عن تأثير القوى النشطة في المائع نفسه، بما في ذلك (على سبيل المثال لا الحصر) الاحتكاك، التغيرات في الضغط، الطفو، التوتر السطحي (إذا كان للسائل المعتبَر سطح حر يفصله عن سائل أو غاز آخر)، المجالات المغناطيسية أو الكهربائية (الكهرومغناطيسية) وغيرها من "القوى الظاهرية" التي تم استيعابها ضمن النموذج في حال لم يكن النظام المرجعي المدروس قصورياً (على سبيل المثال، تأثيرات الطرد المركزي أو تأثيرات كوريوليس، أنظر على سبيل المثال، Lappa, 2012).

تقف معادلات نافييه - ستوكس (يشار إليها فيما بعد باسم "معادلات ديناميكا الموائع") حقًا عند تقاطع العديد من المجالات المتباينة، مثل الأرصاد الجوية، علوم المحيطات، الفيزياء الفلكية والجيوفيزياء، علم المواد، الكيمياء، علم السطوح، علم الأحياء، الطب ومجموعة متنوعة من الفروع المتعلقة بالمجال العام للهندسة (الميكانيكا، الفضاء، المواد والهندسة الكيميائية والنووية).

في كل من الصيغتين الكاملة والمبسطة، يمكن لهذه المجموعة من المعادلات الحاكمة أن تُستخدم للتحقيق في عدد كبير من الظواهر (أكثر من أن تتم مناقشتها بالتفصيل هنا). فقط لضرب بعض الأمثلة ذات الصلة حول مرونة هذه المعادلات وطبيعتها واسعة النطاق و"مقياس" المسائل ذات الصلة، قد نذكر أنه يمكنها وصف ما يحدث داخل قطرة مطر واحدة (Le Clair et al., 1972) عاصفة، إعصار (Emanuel, 1991; Rotunno, 2013) أو حتى غلاف جوي كوكبي كامل (Lappa, 2012)؛ كمثال رائع للغاية، يتم الآن عن طريق الـ CFD محاكاة الغلاف الجوي للكواكب خارج المجموعة الشمسية، والذي لا يمكن ملاحظته بشكل مباشر بسبب الدقة غير الكافية للتلسكوبات الحالية، (Heng & Showman, 2015).

يعمل الجيوفيزيائيون أيضًا على حل معادلات ديناميكا الموائع للتحقيق في ظواهر أخرى مهمة واسعة النطاق، والتي قد تكون بعيدة المنال لولا ذلك. من بينها، الحركة السريعة للمعادن السائلة في قلب كوكبنا، والتي من خلالها يتولد المجال المغناطيسي للأرض (Busse, 1976 ; Glatzmaier & Roberts 1997) والإزاحة البطيئة للغاية للصخور في وشاح الأرض (Yanagisawa & Yamagishi, 2005)، الذي يتمثل مظهرها السطحي فيما يعرف بـ"الانجراف القاري".

في الفيزياء الفلكية، يمكن استخدام معادلات ديناميكيات الموائع لنمذجة حركة الغاز والحطام في السديم البدائي، مما يؤدي في النهاية إلى تكوين الكواكب والكويكبات (Bracco et al., 1999; Lappa, 2016) أو السلوك الجماعي للنجوم في المجرة (Su et al., 2017). في الآونة الأخيرة، تم النظر في هذه المعادلات فيما يتعلق بالإمكانية الرائعة لمعالجة الأسئلة على مستوى أساسي للغاية مثل سلوك ما يسمى بلازما كوارك-غلوون، أي المادة التي يتكون منها الكون حتى ميكروثانية الأولى (واحد من مليون جزء من الثانية) بعد الانفجار العظيم (ALICE Collaboration, 2018).

مجوعة أخرى مثيرة للاهتمام من المشاكل التي تندرج تحت العنوان العام لديناميكيات الموائع هي تلك المتعلقة بفيزيولوجيا الإنسان والآليات ذات الصلة. الموائع المتحركة شائعة جدًا في حقلي علم الأحياء والطب. الأمثلة النموذجية هي حركة الدم في نظام الدورة الدموية لدينا (Ku, 1997)، ودوران الهواء في رئتينا وحتى ظاهرة الحمل الحراري الموضعية التي تحدث في جزء معين لخلية بيولوجية أو بكتيريا معزولة عندما تتبادل الكتلة أو الطاقة مع البيئة المحيطة (المحيط الخارجي) (Benoit et al., 2008). علاوة على ذلك، يتم الحصول على العديد من البروتينات والمنتجات الصيدلانية الأخرى بدءًا من توزيع الجزيئات الكبيرة المشتتة في سائل (Lappa, 2003a). هذا هو الحال أيضًا بالنسبة للأنسجة العضوية المزروعة في المختبر حيث يمكن استخدام معادلات Navier-Stokes لنمذجة العديد من الجوانب المتعلقة بهذه العملية (مثل نقل العناصر الغذائية والغازات في الوسط المستزرع السائل، Lappa, 2003b).

بطريقة غير متوقعة للغاية، يمكن أن يكون تركيز ديناميكيات الموائع تحولت إلى القضايا "المجتمعية" مثل حركة الحشود البشرية الكبيرة، و التي في ظل ظروف محددة، تميل إلى إظهار سلوكيات جماعية تشبه الموائع (Bain & Bartolo, 2019 ; Ouellette 2019).

إلى جانب تحديات الطبائع المختلفة الموضحة أعلاه، يشتمل هذا المجال العام أيضًا على عدد لا حصر له من التطبيقات التكنولوجية والصناعية. يمكن استخدام معادلات Navier-Stokes لدراسة تفاعل بنية صلبة مع جريان مائع معين (على سبيل المثال، حركة الهواء عبر الطائرة، أو مرور الرياح عبر التوربينات أو المياه المتدفقة حول السفينة ، Sato et al. 1999.; Frulla et al. 2015) أو السلوك الديناميكي للموائع أثناء معالجة الحالة السائلة وتصنيع العديد من المواد (وكيف يؤثر هذا السلوك على خصائصها الهندسية في الحالة النهائية) ؛ هذا هو الحال، على سبيل المثال، للعديد من السبائك المعدنية (Lappa, 2005)، مواد أشباه الموصلات (Lappa & Ferialdi, 2017, 2019)، المواد البلاستيكية (Grewell & Benatar, 2007)، الزجاج وأكاسيد أخرى (Lappa, 2018a, 2019). ومع ذلك، في مجال الهندسة، تجدر الإشارة أيضًا إلى "أنظمة الموائع الدقيقة" والتطورات ذات الصلة (مثل تصميم الروبوتات النانوية الجديدة في شكل قطرات مائع ذاتية الدفع، أو تقنيات أخرى مشابهة للمختبر على رقاقة، التي تعتمد على التلاعب بكميات ضئيلة من المائع، انظر، Morris & Parviz, 2006; Abgrall & Gué, 2007; Chen et al., 2009). إن معالجة أو إنتاج العديد من أشكال الطاقة يمر حتما عبر التعامل أيضًا مع الموائع في مرحلة ما. على سبيل المثال، عندما يتم إنتاج الطاقة باستخدام الوقود الأحفوري، تمثل الموائع المعنية بالوقود نفسه و/أو الأنواع الكيميائية الناتجة عن عملية الاحتراق (Zhang et al., 2013). في تطبيقات الطاقة الشمسية، تستخدم الأملاح المنصهرة لنقل الحرارة (Ortega et al., 2008) في محطات الطاقة الكهرومائية، تمثل الطاقة الحركية للأنهار مصدرا الطاقة (Bermúdez et al., 2017). تستخدم مفاعلات الانشطار النووي سوائل مثل الماء أو المعادن السائلة كموائع للتبريد (Gorse-Pomonti & Russier, 2007). في تطبيقات الاندماج النووي، يكون المائع (على شكل بلازما مثل ذلك الموجود في قلب النجم) مرة أخرى في صلب عملية إنتاج الطاقة (يستخدم الهيدروجين مباشرة للحصول على الطاقة من خلال تحويله إلى الهيليوم، Hinton & Rosenbluthd, 1999).

4. الخلاصة

مجال ديناميكيات الموائع واسع للغاية. كلما استكشفنا أكثر، أدركنا أن علم الموائع موجود في كل مكان في العديد من العمليات الطبيعية والتكنولوجية التي تؤثر على حياتنا. لذلك، لا ينبغي أن يتفاجأ المرء من أنه، بدءًا من النظريات الفلسفية القديمة، كان هناك ارتفاع مطرد وهام على مر السنين في عدد خطوط البحث المتعلقة بالموائع التي تدعم مختلف فروع الفيزياء والهندسة والبيولوجيا. نظرًا لكونها متعددة التخصصات وعابرة للتخصصات بطبيعتها، توفر ديناميكيات الموائع عدًدا كبيرًا من الفرص للبحث على مجموعة متنوعة من المقاييس، والتي تتراوح من بضع نانومترات في مجال ميكانيكا الموائع الحيوية أو تطبيقات المختبر على الرقاقة (الشريحة) حتى الآلاف أو الملايين من الكيلومترات (الملائمة) لميكانيكا الموائع البيئية والجيوفيزيائية (أو حتى الكونية)، والتي تمر عبر جميع المقاييس النموذجية التي تتعلق بالأنشطة البشرية (التكنولوجية والمجتمعية).

من خلال تجاوز مشاكل وتطبيقات محددة لفترة من الوقت، من خلال القراءات المقارنة للأقسام المختلفة من هذا الفصل، نجد أن هناك خطين عامين من الأسئلة يسيران بالتوازي (في معظم الوقت) للتساؤل و الاستفهام حول سلوك الموائع وتوصيفاتها.

يتعلق السؤال الأساسي الأول بفهم كيف يمكن لشيء منفصل جوهريًا (كل مائع عبارة عن مجموعة من الجزيئات) أن يتصرف (ويتم تمثيله) على أنه وسط مستمر. هذه العملية ليست مباشرة كما يتصور المرء. لاتزال هناك مشاكل تنتظر الحل وبعض الجوانب لم يتم توضيحها بعد. ظهرت الأسس النظرية الصلبة الأولى لعملية التجريد هذه بشكل طبيعي من الرياضيات الكامنة وراء نظرية الغازات (المثالية).

نشأت فكرة ربط موتر (تنسور أو كمية ممتدة) الإجهاد في مائع ما بالخصائص العيانية (الماكروسكوبية) للجريان عبر مفهوم اللزوجة من حلول معادلة بولتزمان وتم تطويرها لاحًقا من قبل عدد كبير من العلماء في جميع أنحاء العالم، وبالتالي فتح نموذج (براديجم) جديد في الفيزياء الحديثة. حتى إذا لم يتم وضع صورة موحدة بعد، فقد ظهرت هذه النظرية كمرشح رئيسي لتحليل المواقف المتطرفة الأخرى مثل تلك المتعلقة بالسوائل ذات خصائص اللزوجة المرنة أو الأوساط الحبيبية.

علاوة على ذلك، حتى في أبسط أشكالها، فإن المعادلات غير الخطية التي تحكم حركة هذه الأوساط (سائل لزج مرن، مزيج من جسيمات سائلة وصلبة أو مائع نيوتوني بسيط)، تؤدي إلى مجموعة رائعة أخرى من الأسئلة. يبدو أن تنوع الحلول التي يمكن أن تمتلكها هذه المعادلات ليس له حدود. العلاقة بين الظروف الأولية والحلول الناشئة (الأنماط العيانية) هي مسألة صعبة و حساسة للغاية، خاصة عندما يقترب النظام المدروس من حالة غريبة تُعرف بالاضطراب.

يمكن أن يكون سبب الاضطراب تأثيرا ت مختلفة تماما، مثل القصور الذاتي في الموائع النيوتونية (تدفقات عالية السرعة) أو المرونة أو الطبيعة الحبيبية للمادة نفسها في فئات أخرى من الأوساط المستمرة (تدفقات منخفضة السرعة). ومع ذلك، توجد بعض التصنفات "الشمولية"، كما يتضح من "المسارات النموذجية" المختلفة نحو الفوضى التي تم تحديدها على مر السنين وميلها إلى أن يتم إنتاجها من خلال الاقتران المكاني بسما ت الحمل الحراري المحلية في العديد من الظروف.

علاوة على ذلك، على مستوى أساسي للغاية، قد يكون للاضطراب علاقة مثيرة للاهتمام بانهيار الوحدوية في حلول المعادلات الحاكمة (نافييه - ستوكس). تم اتخاذ خطوات أولية في هذا الاتجاه. كما هو مضمن في بيان ريتشارد فاينمان الشهير، فإن الفكرة القائلة بأن حل مايسمى بمسألة الألفية سيؤدي إلى فهم كامل للاضطراب قد تكون مجرد وهم!

للتلخيص، فإن التفكير في "طبيعة" ديناميكيات الموائع يؤدي إلى استنتاج مفاده أنه من بين العوامل المختلفة التي تحفز الدراسات الإضافية في هذا المجال، تظهر "ركيزتان" أساسيتان قبل كل شيء، إحداهما تتعلق بوفاء (درجة موثوقية) النماذج العيانية وحدودها، أي، إلى أي مدى يمكن أن تمثل آليات فعالة ضمن المقاييس الصغيرة، والأخرى تتعلق بالوضع (الطرح) الجيد للمعادلات العيانية والعلاقة بين الظروف الأولية وحالات الجريان النهائية. في حين أن الجانب الأول يهتم بعمق بـ "فيزياء" العمليات المجهرية، فإن الأخير يبدوا أنه ذو أهمية خاصة للرياضياتيين والفيزيائيين النظريين الذين يحاولون حاليًا توضيح التفاعل الغامض بين الحتمية والفوضى، النظام والاضطراب في المجال الأكثر عمومية المتعلق بديناميات جميع الأنظمة غير الخطية.

قائمة المراجع:

[01] Abgrall P and Gué A.M., (2007), "Lab-on-chip technologies: making a microfluidic network and coupling it into a complete microsystem-a review" J. Micromech. Microeng., 17: 15-49.

[02] ALICE Collaboration, (2018), "Anisotropic flow in Xe–Xe collisions at sqrt(SNN) = 5.44 TeV," Physics Letters B, 784(10): 82-95.

[03] Armstrong R.C., (1974a), "Kinetic theory and rheology of dilute solutions of flexible macromolecules. I. Steady state behavior," J. Chem. Phys., 60: 724-728.

[04] Avila K., Moxey D., de Lozar A., Avila M., Barkley D., Hof B., (2011), "The Onset of Turbulence in Pipe Flow," Science 333: 192-196.

[05] Bain N. and Bartolo D., (2019), "Dynamic Response and Hydrodynamics of Polarized Crowds," Science (First published: January 4, 2019).

[06] Balatoni J. and Renyi A., (1956), Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci. 1, 9 (in Hungarian) [translation: Selected papers of A. Renyi, Vol. 1 (Budapest Academy, 1976) p. 558].

[07] Benoit M.R., Brown R.B., Todd P., Nelson E.S. and Klaus D.M., (2008), "Buoyant plumes from solute gradients generated by non-motile Escherichia coli," Physical Biology, 5(4), 046007 (10pp).

[08] Benouaguef S.A., Zeghmati B., Bouhadef K. and Daguenet M., (2008), "Multiple Solutions in Natural Convection in an Air Filled Square Enclosure: Fractal Dimension of Attractors," Journal of Applied Sciences, 8: 218-229.

[09] Bergè P., Pomeau Y., and Vidal C., (1984), "Order Within Chaos-Towards a Deterministic Approach to Turbulence," John Wiley, New York, 1984.

[10] Bermúdez M., Cea L., Puertas J., Conde A., Martín A. and Baztán J., (2017), "Hydraulic model study of the intake-outlet of a pumped-storage hydropower plant," Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics, 11(1): 483-495.

[11] Bestehorn M., (1996), “Square patterns in Bénard-Marangoni convection,” Phys. Rev. Lett. 76: 46–49.

[12] Blanchard D., Bruyere N., and Guibé O., (2013), “Existence and uniqueness of the solution of a Boussinesq system with nonlinear dissipation,” Communications on Pure and Applied analysis, 12(5): 2213-2227.

[13] Borońska, K., Tuckerman, L.S. (2010a), “Extreme multiplicity in cylindrical Rayleigh-Bénard convection: I. Time-dependence and oscillations,” Phys. Rev. E, 81, 036320.

[14] Borońska, K., Tuckerman, L.S. (2010b) “Extreme multiplicity in small aspect ratio Rayleigh-Bénard convection: II. Bifurcation diagram and symmetry classification,” Phys. Rev. E, 81, 036321.

[15] Bracco A., Chavanis P.H., Provenzale A. and Spiegel E.A., (1999), “Particle aggregation in a turbulent Keplerian flow,” Phys. Fluids, 11: 2280–2287.

[16] Busse F.H., (1967a), “Non-Stationary Finite Amplitude Convection,” J. Fluid Mech., 28: 223-239.

[17] Busse F.H., (1967b), “The stability of finite amplitude cellular convection and its relation to an extremum principle,” J. Fluid Mech., 30: 625- 649.

[18] Busse F.H., (1967c), “On the stability of two-dimensional convection in a layer heated from below,” J. Math. Phys., 46: 140-150.

[19] Busse F.H., (1978), “Nonlinear properties of thermal convection,” Rep. Prog. Phys., 41: 1929-1967.

[20] Busse F.H., (1976), “Generation of planetary magnetism by convection,” Phys. Earth Planet. Int., 12 (4): 350-358.

[21] Capra F., (2013), Learning from Leonardo: Decoding the Notebooks of a Genius, Berrett-Koehler Publishers, 2013.

[22] Chandrasekhar S., (1961), “Hydrodynamic and Hydromagnetic stability,” Clarendon Press, Oxford, 1961. Republished by Dover publications, New York, 1981.

[23] Chen Y.J., Nagamine Y. and Yoshikawa K., (2009), “Self-propelled motion of a droplet induced by Marangoni-driven spreading,” Phys. Rev. E 80, 016303

[24] Choi H. and Moin P., (2012), “Grid-point requirements for large eddy simulation: Chapman’s estimates revisited,” Phys. Fluids, 24, 011702.

[25] Chorin A.J., (1968), "Numerical solutions of the Navier-Stokes equations," Math. Comput., 22: 745-762.

[26] Clever R.M. and Busse F.H., (1974), "Transition to time-dependent convection," J. Fluid Mech.., 65: 625-645.

[27] Coles D., (1965), "Transition in circular Couette flow," J. Fluid Mech., 21: 385–425.

[28] Colinet P., Legros J.C., and Velarde M.G., (2001), Nonlinear Dynamics of Surface-Tension-Driven Instabilities (John Wiley, 2001).

[29] Cortese T. and Balachandar S., (1993), "Vortical nature of thermal plumes in turbulent convection," Phys. Fluids A, 5: 3226-3232.

[30] Crespo del Arco E., Pulicani P.P. and Randriamampianina A., (1989), "Complex multiple solutions and hysteresis cycles near the onset of oscillatory convection in a Pr = 0 liquid submitted to a horizontal temperature gradient," C. R. Acad. Sci. Paris 309, II, 1869-1876.

[31] Curry J and Yorke J.A., (1977), "A transition from Hopf bifurcation to chaos: computer experiments with maps R2 ," in The structure of attractors in dynamical systems, Springer Notes in Mathematics, 668, 48.

[32] Curry J.H., Herring J.R., Loncaric J. and Orzag S.A., (1984), "Order and Disorder in Two- and Three-dimensional Bénard Convection," J. Fluid Mech., 147: 1-38.

[33] De A.K., Eswaran V., Mishra P.K., (2017), "Scalings of heat transport and energy spectra of turbulent Rayleigh-Bénard convection in a large-aspect-ratio box," Int. J. Heat Fluid Flow, 67: 111–124.

[34] Eckhardt B, Schneider T.M., Hof B., Westerweel J., (2007), "Turbulence transition in pipe Flow," Annu Rev Fluid Mech 39: 447–468.

[35] Emanuel K.A., (1991), "The Theory of Hurricanes," Annual Review of Fluid Mechanics, 23: 179-196.

[36] Farhangnia M., Biringen S, Peltier L.J., (1996), "Numerical Simulation of Two-dimensional Buoyancy-driven Turbulence in a Tall Rectangular Cavity," Int. J. Numer. Meth. Fluids, 23(12): 1311 - 1326.

[37] Feynman R.P., Leighton R.B., Sands M.L., (1963), The Feynman Lectures on Physics, Volume 1, Addison-Wesley, 1963.

[38] Frulla G., Gili P., Visone M., D'Oriano V. and Lappa M., (2015), "A Practical Engineering Approach to the Design and Manufacturing of a mini kW Blade Wind Turbine: Definition, optimization and CFD Analysis," Fluid Dynamics & Materials Processing, 11(3): 257-277.

[39] Galdi G.P., (2000), "An introduction to the Navier-Stokes initial-boundary value problem," Fundamental directions in mathematical fluid mechanics/Giovanni P. Galdi ed.,- Basel; Boston; Berlin: Birkhauser 2000, pp.1-70.

[40] Gelfgat A. Yu., Bar-Yoseph P.Z. and Yarin A.L., (1999), "Stability of Multiple Steady States of Convection in Laterally Heated Cavities," J. Fluid Mech., 388: 315-334.

[41] Georgiadis N.J., Rizzetta D.P. and Fureby C., (2010), "Large-Eddy Simulation: Current Capabilities, Recommended Practices, and Future Research," AIAA Journal, 48(8): 1772-1784.

[42] Glatzmaier G.A. and Roberts P.H., (1997), "Simulating the geodynamo," Contemp. Phys., 38: 269–288.

[43] Gollub J.P. and Benson S.V., (1980), "Many Routes to Turbulent Convection," J. Fluid Mech., 100: 449-470.

[44] Gorse-Pomonti D. and Russier V., (2007), "Liquid metals for nuclear applications," J. Non-Crystalline Solids 353: 3600–3614.

[45] Grassberger P., (1983), "Generalized dimensions of strange attractors," Physics Letters A, 97(6, 5): 227-230.

[46] Grebogi C, Ott E., and Yorke J.A., (1987), "Chaos, Strange Attractors, and Fractal Basin Boundaries in Nonlinear Dynamics," Science 238(4827): 632–638.

[47] Grewell D. and Benatar A., (2007), "Welding of plastics: Fundamentals and new developments," Int. Polym. Process. 22(1): 43–60.

[48] Groisman A. and Steinberg V., (1998), "Mechanism of elastic instability in Couette flow of polymer solutions, Experiment," Phys Fluids, 10(10): 2451-2463.

[49] Groisman A. and Steinberg V., (2000), "Elastic turbulence in a polymer solution flow," Nature, 405: 53–55.

[50] Harlow F.H. and Welch J.E. (1965), "Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow with free surface," Phys. Fluids, 8: 2182-2189.

[51] Heng K. and Showman A.P., (2015), "Atmospheric Dynamics of Hot Exoplanets," Annual Review of Earth and Planetary Sciences, 43: 509- 540.

[52] Hier Majumder C.A., Yuen D.A. and Vincent A., (2004), "Four dynamical regimes for a starting plume model," Phys. Fluids, 16(5): 1516-1531.

[53] Hinton F.L. and Rosenbluthd M.N., (1999), "Dynamics of axisymmetric (ExB) and poloidal flows in tokamaks," Plasma Physics and Controlled Fusion, 41(3A): A653-662.

[54] Hof B., Lucas, G.J. and Mullin T., (1999), "Flow state multiplicity in convection," Phys. Fluids, 11: 2815-2817.

[55] Hopf E., (1950-51), "Uber die Anfangswertaufgabe fur die hydrodynamischen Grundgleichungen," Math. Nachrichten, 4: 213– 231.

[56] Isaac K.M. and Jakubouski A.K., (1985), "Experimental study of the interaction of multiple jets with a cross flow," AIAA Journal, 23(11): 1679-1683.

[57] Jirka G.H., (2004), "Integral Model for Turbulent Buoyant Jets in Unbounded Stratified Flows. Part I: Single Round Jet," Environmental Fluid Mechanics 4: 1–56.

[58] Joseph D.D., (1976), "Stability of Fluid Motions I, Springer Tracts in Natural Philosophy, Vol. 27, Springer, Berlin, 1976 and Stability of Fluid Motions II, Springer Tracts in Natural Philosophy, Vol. 28, Springer, Berlin, 1976.

[59] Kalla L., Mamou M., Vasseur P., Robillard L., (2001), "Multiple solutions for double diffusive convection in a shallow porous cavity with vertical fluxes of heat and mass," Int. J. Heat Mass Transfer, 44(23): 4493-4504.

[60] Kaminski E. and Jaupart C., (2003), "Laminar starting plumes in high-Prandtl-number fluids," J. Fluid Mech, 478: 287-298.

[61] Kaminski E., Tait S. and Carazzo G., (2005), "Turbulent entrainment in jets with arbitrary buoyancy," J. Fluid Mech., 526: 361-376.

[62] Kaneko K., (1985), "Spatiotemporal Intermittency in Coupled Map Lattices," Progress of Theoretical Physics, 74(5): 1033–1044.

[63] Kerr R.M., (1996), "Rayleigh number scaling in numerical convection," J. Fluid Mech. 310: 139-179.

[64] Khayat R.E., (1997), "Low-dimensional approach to nonlinear overstability of purely elastic Taylor vortex flow," Phys. Rev. Lett., 78, 4918.

[65] Kolmogorov A.N., (1941a) “The local structure of turbulence in incompressible viscous fluids at very large Reynolds numbers,” Dokl. Akad. Nauk. SSSR 30: 299-303. Reprinted in Proc. R. Soc. London A 434: 9-13 (1991).

[66] Kolmogorov A.N., (1941b), “On the degeneration of isotropic turbulence in an incompressible viscous fluids,” Dokl. Akad. Nauk. SSSR 31: 538- 541.

[67] Kolmogorov A.N., (1941c), “Dissipation of energy in isotropic turbulence,” Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 32: 19-21.

[68] Kolmogorov A.N., (1942) “Equations of turbulent motion in an incompressible fluid,” Izv. Akad. Nauk. SSSR ser. Fiz. 6: 56-58.

[69] Kraichnan R.H., (1974), On Kolmogorov’s inertial-range theories, J. Fluid Mech., 62: 305-330.

[70] Ku D.N., (1997), “Blood flow in arteries,” Annual Review of Fluid Mechanics, 29(1): 399-434.

[71] Kukavica I., (2006), “Role of the pressure for validity of the energy equality for solutions of the Navier-Stokes equation,” J. Dyn. Differ. Equations, 18(2): 461-482.

[72] Ladyzhenskaya O.A. and Seregin G.A., (1999), “On partial regularity of suitable weak solutions to the three-dimensional Navier-Stokes equations,” J. Math. Fluid Mech., 1: 356-387.

[73] Ladyzhenskaya O.A., (1967), “On uniqueness and smoothness of generalized solutions to the Navier-Stokes equations,” Zapiski Nauchn. Seminar. POMI, 5: 169–185.

[74] Ladyzhenskaya O.A., (1969), “The Mathematical Theory of Viscous Incompressible Flow,” Gordon and Breach, 2nd Edition, New York - London, 1969.

[75] Ladyzhenskaya O.A., (2003), “Sixth problem of the millennium: Navier-Stokes equations, existence and smoothness,” Russ. Math. Surv., 58(2): 251-286.

[76] Lamsaadi M., Naïmi M., Bahlaoui A., Raji A. and Hasnaoui M., (2007), “Multiple Steady-State Solutions for Natural Convection in a Tilted Rectangular Slot Containing Non-Newtonian Power-Law Fluids and Subject to a Transverse Thermal Gradient,” Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, 51(4): 393-414.

[77] Lamsaadi M., Naïmi M., Hasnaoui M., (2006), “Multiple steady state solutions for natural convection in a shallow horizontal rectangular cavity filled with non-Newtonian

power-law fluids and heated from all sides," Int. J. Numer. Meth. Heat Fluid Flow, 16(7): 779-802.

[78] Landau L.D. and Lifshits E.M., (1971), "Mechanique des Fluides," Mir, Moscow, 1971.

[79] Landau L.D., (1944), "On the problem of turbulence," Compte Rend. Acad. Sci. de l'URSS, 1944, XLIV(8).

[80] Lappa M. and Ferialdi H., (2017), "On the Oscillatory Hydrodynamic Instability of Gravitational Thermal Flows of Liquid Metals in Variable Cross-section Containers," Phys. Fluids, 29(6), 064106

[81] Lappa M. and Ferialdi H., (2018a), "Gravitational Thermal Flows of Liquid Metals in 3D Variable Cross-section Containers: Transition from low-dimensional to high-dimensional chaos," Chaos, 28, 093114.

[82] Lappa M. and Ferialdi H., (2018b), "Multiple solutions, Oscillons and Strange Attractors in ThermoViscoElastic Marangoni Convection," Phys. Fluids, 30(10), 104104.

[83] Lappa M. and Ferialdi H., (2019), "Oscillatory and Turbulent Flows of Liquid Metals in Differentially Heated Systems with Horizontal and Non-Horizontal Walls," Chapter 3 in Recent Studies in Materials Science, Patrick R. Lind Editor, Nova Science Publishers Inc., Series: Materials Science and Technologies.

[84] Lappa M. and Gradiscak T., (2018), "On the Oscillatory Modes of Compressible Thermal Convection in inclined differentially heated cavities," Int. J. of Heat and Mass Transfer, 121: 412–436.

[85] Lappa M., (2004), Fluids, Materials and Microgravity: Numerical Techniques and Insights into the Physics, Elsevier Science (2004, Oxford, England).

[86] Lappa M., (1997), "Strategies for parallelizing the three-dimensional Navier-Stokes equations on the Cray T3E"; Science and Supercomputing at CINECA, 11, 326-340.

[87] Lappa M., (2003a) "An 'attachment-kinetics-based' Volume of Fraction Method for organic crystallization: a fluid-dynamic approach to macromolecular crystal engineering," Journal of Computational Physics, 191 (1): 97-129.

[88] Lappa M., (2003b), "Organic tissues in rotating bioreactors: Fluid-mechanical aspects, dynamic growth models and morphological evolution," Biotechnology & Bioengineering, 84 (5): 518-532.

[89] Lappa M., (2005) "Assessment of VOF Strategies for the analysis of Marangoni Migration, Collisional Coagulation of Droplets and Thermal wake effects in Metal Alloys under Microgravity conditions," Computers, Materials & Continua, 2(1), 51-64.

[90] Lappa M., (2009), Thermal Convection: Patterns, Evolution and Stability, John Wiley & Sons, Ltd (2009, Chichester, England).

[91] Lappa M., (2012), Rotating Thermal Flows in Natural and Industrial Processes, John Wiley & Sons, Ltd (2012, Chichester, England).

[92] Lappa M., (2016), "On the nature, formation and diversity of particulate coherent structures in Microgravity Conditions and their relevance to materials science and problems of Astrophysical interest," Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics, 110(4): 348-386.

[93] Lappa M., (2018a), "On the Formation and Propagation of Hydrothermal waves in Solidifying Liquid Layers," Computers & Fluids, 172: 741- 760.

[94] Lappa M., (2018b), "On the transport, segregation and dispersion of heavy and light particles interacting with rising thermal plumes," Phys. Fluids, 30(3), 033302.

[95] Lappa M., (2019), "Convective Effects and Traveling Waves in Transparent Oxide Materials processed with the Floating Zone Technique," Chapter 2 in Recent Studies in Materials Science, Patrick R. Lind Editor, Nova Science Publishers Inc., Series: Materials Science and Technologies.

[96] Larson R.G., (1992), "Instabilities in viscoelastic flows," Rheol. Acta, 31: 213-263.

[97] Larson R.G., Shaqfeh E.S.G., and Muller S.J., (1990), "A purely elastic instability in Taylor–Couette flow," J. Fluid Mech., 218: 573-600.

[98] Le Clair B.P., Hamielec A.E., Pruppacher H.R., and Hall W.D., (1972), "A Theoretical and Experimental Study of the Internal Circulation in Water Drops Falling at Terminal Velocity in Air," J. Atmos. Sci., 29: 728–740.

[99] Le Quéré P., (1990), "A Note on Multiple and Unsteady Solutions in Two-Dimensional Convection in a Tall Cavity," J. Heat Transfer 112(4): 965-974.

[100] Lee J.H.W. and Asce F., (2012), "Mixing of Multiple Buoyant Jets," J. Hydraul. Eng., 138(12): 1008-1021.

[101] Leray J., (1933), "Etude de diverses équations intégrales nonlinéaires et de quelques problemes que pose l'hydrodinamique," J. Math. Pures Appl., 12: 1-82.

[102] Leray J., (1934a), “Sur le mouvement d’un fluide visqueux emplissant l’espace,” Acta Math., 63: 193-248.

[103] Leray J., (1934b), “Essai sur les Mouvements Plans d’un Liquide Visqueux que Limitent des Parois,” J. Math. Pures Appl., 13: 331-418.

[104] Li Z. and Khayat R.E., (2005), Finite-amplitude Rayleigh–Bénard convection and pattern selection for viscoelastic fluids, J. Fluid Mech., 529: 221-251.

[105] Ma D.J., Sun D.J., Yin X.Y., (2006), “Multiplicity of steady states in cylindrical Rayleigh–Bénard convection,” Phys. Rev. E, 74, 037302.

[106] Mamou M., Vasseur P. And Bilgen E., (1995), “Multiple solutions for double-diffusive convection in a vertical porous enclosure,” Int. J. Heat Mass Transfer, 38(10): 1787-1798.

[107] Morozov A.N. and van Saarloos W., (2005), “Subcritical Finite-Amplitude Solutions for Plane Couette Flow of Viscoelastic Fluids,” Phys. Rev. Lett. 95, 024501.

[107] Morris C.J. and Parviz B.A., (2006), “Self-assembly and characterization of Marangoni microfluidic actuators,” J. Micromech. Microeng. 16: 972–980.

[108] Moses E., Zocchi G., and Libchaber A., (1993), “An experimental study of laminar plumes,” J. Fluid Mech., 251: 581-601.

[109] Navier C.L.M.H., (1822), “Memoire sur les lois du mouvement des fluides,” Mem. Acad. Sci. Inst. France, 6: 389-440.

[110] Newhouse S., Ruelle D. and Takens T., (1978), “Occurrence of Strange Axiom-A Attractors Near Quasi-Periodic Flows on Tm, m≥3,” Commun. Math. Phys., 64: 35-40.

[111] Ortega J.I., Burgaleta J.I. and Téllez F.M., (2008), “Central Receiver System Solar Power Plant Using Molten Salt as Heat Transfer Fluid,” J. Sol. Energy Eng, 130(2), 024501.

[112] Ouellette N.T., (2019), “Flowing Crowds,” Science (First published: January 4, 2019).

[113] Pallares J., Cuesta I., Grau F.X., Giralt F., (1996), “Natural convection in a cubical cavity heated from below at low Rayleigh numbers,” Int. J. Heat Mass Transf., 39: 3233-3247.

[114] Paolucci S., (1990), “Direct numerical simulation of two-dimensional turbulent natural convection in an enclosed cavity,” J. Fluid Mech., 215: 229-262.

[115] Pearson J.R.A., (1958), "On convection cells induced by surface tension," J. Fluid Mech. 4: 489–500.

[116] Pera L. and Gebhart B., (1971), "On the stability of laminar plumes: Some numerical solutions and experiments," Int. J. Heat Mass Transfer, 14(7): 975-982.

[117] Pomeau Y. and Manneville P., (1980), "Intermittent transition to turbulence in dissipative dynamical systems," Commun. Math. Phys., 74: 189-197.

[118] Pulicani J.P., Del Arco E.C., Randriamampianina A., Bontoux P., and Peyret R., (1990), "Spectral simulations of oscillatory convection at low Prandtl number," International Journal for Numerical Methods in Fluids, 10(5): 481-517.

[119] Rotunno R., (2013), "The Fluid Dynamics of Tornadoes," Annual Review of Fluid Mechanics, 45: 59-84.

[120] Ruelle D and Takens F., (1971), "On the Nature of Turbulence," Commun. Math. Phys., 20: 167-192.

[121] Sato Y., Miyata H., Sato T., (1999), "CFD simulation of 3-dimensional motion of a ship in waves: application to an advancing ship in regular heading waves," Journal of Marine Science and Technology, 4(3): 108–116.

[122] Scheel J., Kim E., and White K., (2012), "Thermal and viscous boundary layers in turbulent Rayleigh–Bénard convection," J. Fluid Mech., 711: 281-305.

[123] Schwabe D., (2006), "Marangoni instability in small circular containers under microgravity," Exp. Fluids 40: 942–950.

[124] Shirer H.N., Dutton J.A., (1979), "The Branching Hierarchy of Multiple Solutions in a Model of Moist Convection," Journal of Atmospheric Sciences, 36(9): 1705-1721.

[125] Shishkina O., Stevens R.J.A.M., Grossmann S. and Lohse D., (2010), "Boundary layer structure in turbulent thermal convection and its consequences for the required numerical resolution," New J. Phys. 12, 075022.

[126] Stokes G.G, (1845), "On the theories of the internal friction of fluids in motion," Trans. Cambridge Phil. Soc., Vol. 8.

[127] Su Y., Kraft R.P., Nulsen P.E.J., Roediger E., Forman W.R., Churazov E., Randall S.W., Jones C., and Machacek M.E., (2017), "Capturing the 3D motion of an infalling galaxy via fluid dynamics," the Astrophysical Journal, 835(1), 19.

[128] Swinney H.L., (1983), “Observation of order and chaos in non-linear systems,” Physica D., 7: 3-15.

[129] Temam R., (1968), “Une méthode d’approximation de la solution des équations de Navier-Stokes,” Bull. Soc. Math. France, 98: 115-152.

[130] Temam R., (1969), “Sur l’approximation de la solution des èquations de Navier-Stokes par la mèthode des pas fractionnaires (I),” Arch. Rat. Mech. Anal., 33: 377-385.

[131] Temam R., (1991), “Remark on the pressure boundary condition for the projection method,” Theoret. Comput. Fluid Dynam., 3: 181-184.

[132] Villermaux E., (1995), “Memory-induced low frequency oscillations in closed convection boxes,” Phys. Rev. Lett. 75: 4618–4621.

[133] Vincent A.P. and Yuen D.A., (1999), “Plumes and waves in twodimensional turbulent thermal convection,” Phys. Rev. E 60(3): 2957- 2963.

[134] Vincent A.P. and Yuen D.A., (2000), “Transition to turbulent thermal convection beyond Ra = 10^{10} detected in numerical simulations,” Phys. Rev. E, 61(5): 5241-5246.

[135] Whitehead J.A., (2000), “Stratified convection with multiple states,” Ocean Modelling, 2: 109-121.

[136] Wiegner M., (1999), “The Navier-Stokes Equations - A Neverending Challenge?,” Jber.d.Dt. Math.-Verein., 101: 1-25.

[137] Wygnanski I.J. and Champagne F.H., (1973), “On transition in a pipe. Part 1. The origin of puffs and slugs and the flow in a turbulent slug,” J. Fluid Mech., 59: 281-335.

[138] Yanagisawa T. and Yamagishi Y., (2005), “Rayleigh-Bénard Convection in Spherical Shell with Infinite Prandtl Number at High Rayleigh Number,” Journal of the Earth Simulator, 4: 11–17.

[139] Yao L.-S., (2009), “Multiple Solutions in Fluid Dynamics,” Nonlinear Analysis: Modelling and Control, 14(2): 263–279.

[140] M. Zellouf, N. Moummi, A. Labed and K. Aoues, (2011) “Multiple Solutions and Stability of Multi-Sided Lid-Driven Cavity Flows,” Revue ANDRU 1(3): 156–165.

[141] Zellouf M., Moummi N., Labed A., Aoues K., (2016), “Multiple Solutions for Flow Mode–transition In an Inclined Cavity Generated By Natural Convection,” Journal of Applied Engineering Science & Technology, 2(2): 75-85.

[142] Thelib O., Zellouf M., (2022), “Multiplicity of Steady State Solutions in 2-D Incompressible Viscous Wall Driven Arc-Shaped Cavity Flow”, Submitted to Fluid Dynamics Research

[143] Zhang J., Prationo W., Zhang L., and Zhang Z., (2013), “Computational Fluid Dynamics Modeling on the Air-Firing and Oxy-fuel Combustion of Dried Victorian Brown Coal,” Energy Fuels, 27 (8): 4258–4269.

الفصل الثاني

الجريانات غير القابلة للانضغاط وتقريب بوسينسك:

100 عام(*) من ديناميكا الموائع الحاسوبية.

نقدم عرضًا تركيبيًا عن حالة الفن الراهنة لحقل ديناميات الموائع الحاسوبية ذات الصلة بمعادلات نافييه - ستوكس مع تقريب بوسيناسك، يمزج بسلاسة تاريخ المجال مع عرض للمتاح من أسس المعقولية الرياضية، النظريات الحاملة و استقصاء (مسح ببليوغرافي) لأهم النتائج (خصوصا المعالم – المفصلية منها) حول هذا الموضوع.
يتم الاهتمام بتلك الجهود التي فتحت الباب أمام براديجمات جديدة لديناميكا الموائع الحاسوبية الحديثة، التقنيات التي ظهرت كمرشحين رائدين بالإضافة إلى انعكاساتها المتنوعة في إحداث قفزات في تعميق فهمنا للحمل الحراري بقوى الطفو (خاصة الحمل الحراري لرايلي بينارد وما يسمى بجريان هادلي) في كل من الشروط الصفائحية والاضطرابية.

(*) في عددها الأخير (أكتوبر 2022)، أصدرت مجلة "Benchmark" المتخصصة عددا خاصا بمناسبة المئوية بعنوان "مئة عام من الـ CFD"، راجع:
BENCHMARK October 2022 (nafems.org):
https://www.nafems.org/publications/benchmark-magazine/archive/october-2022-100-years-of-cfd-special-edition/

1. مقدمة

الحمل الحراري (الحر) المدفوع بقوى الطفو هو جنس السلوك السائد الذي يخضع له أي نظام لحركة الموائع نتيجة التسخين في مجال جاذبية ثابت (زمنيا) ولامتغير(مكانيا). تفعّل المبادئ الفيزيائية الأساسية في جذر هذا النوع من الحمل الحراري من خلال الاختلاف في الكثافة (نتيجة للتسخين التفاضلي) عبر الهندسة التي يتم فيها احتواء المائع المدروس. من المعروف أنه عندما يتم تسخين مائع فإنه يتلقى كمية من الطاقة الداخلية وبالتالي يخضع للتمدد الحراري وانخفاض الكثافة. على الأرض، بينما تميل الموائع الساخنة والأقل كثافة إلى الارتفاع، تميل الموائع الأكثر كثافة (الأكثر برودة نسبيًا) إلى الغرق والغوص للأسفل؛ وفقًا لذلك، يتم إنتاج نمط الدورة، في الجزء الأكبر من المائع. نتيجة لذلك، يتم نقل الحرارة بمعدل أسرع بكثير مما لو كان فقط من خلال الانتشار (نسق التوصيل) الحراري وحده.

هذه الظواهر منتشرة في كل مكان على سطح كوكبنا وتؤثر على عدد لا يحصى من العمليات الطبيعية والتكنولوجية. هذا هو السبب الرئيس ي الذي جعل درجة دقة النماذج الرياضية والرقمية اللازمة لتمثيلها بشكل مناسب مجال اهتمام كبير لفترة طويلة في المجالات الرئيسية للهندسة والعلوم الفيزيائية (ولا تظهر أي علامة على فتور هذا الاهتمام حتى الآن).

من اللافت للنظر، أنه في مسعى لا يزال مستمراً لإيجاد مسائل يمكن الوصول إليها والتي من شأنها أن تطرح تحديات حسابية مستعصية على الحل، تم تطوير فرع معين من ديناميكيات الموائع الحاسوبية (CFD) معتمد على فكرة أساسية قدمها في البداية، [1] (1879) Oberbeck وتم ضبطها و عقلنتها من طرف [2] (1903) Boussinesq لتوضع لها أسس نظرية أكثر صلابة و دقة من قبل العديد من المؤلفين على مر السنين (يمكن مراجعة Chandrasekhar (1961) [3], Mihaljan (1962) [4], Gray & Giorgini (1976) [5], Mahrt (1986) [6], Zeytounian (2003) [7]، [...] على سبيل المثال لا الحصر).

بالتحقيق في الرياضيات الكامنة وراء الحمل الحراري الطفوي (الثقالي أوالجذبوي) الناجم عن التأثيرات الحرارية،تم التوصل إلى فهم، أنه على عكس بناء استراتيجية محددة لمراعاة تباين الكثافة في كل من الحدود والأطراف التي تظهر فيها، يمكن إجراء تبسيطات واسعة النطاق للمعادلات الحاكمة التي تصف الفيزياء الأساسية للجريان من خلال اعتبار الكثافة ثابتة في كل مكان مع الاستثناء الوحيد "لطرف الإنتاج أو الفعل" في معادلة الزخم. تُستخدم بالتوافق مع فئات محددة من الطرق الرقمية الموضوعة "حسب الطلب" خصيصا للجريانات غير القابلة للانضغط (التي سنصفها لاحقًا)، تم التوصل إلى إجماع سليم في المجتمع العلمي على أن الاستخدام الصحيح لافتراض Boussinesq يمكن أن يبسط بشكل صارم الجهود الحسابية المطلوبة مع الحفاظ على الالتزام المعقول بالواقع الفيزيائي والسلامة الرياضية. أدى هذا التآزر على مر السنين إلى إنشاء إطار نظري مشترك "متين" و"أنيق" إلى حد ما، الأمر الذي لعب دور نقطة الأصل المشتركة التي انطلقت منها عديد الدراسات في "المجتمع" (المستهدف بهذه الأعمال

3.4 التوسع/التمديد إلى النسق الاضطرابي

على مدار العشرين عامًا الماضية، تم إيلاء اهتمام كبير لتوسيع جميع هذه الدراسات بناءً على تقريب Boussinesq للظروف التي يتم فيها تحقيق فوضى عالية الأبعاد أو ظروف مضطربة تمامًا. والجدير بالذكر أن هذا المسعى قد فتح خطاً جديداً من التحقيق، والذي لم يتم استكشافه بالكامل بعد، وقد شجع على قدر كبير من البحث وأدى إلى استراتيجيات مستقلة مثيرة للاهتمام. في محاولة لتصفية الاختلافات والتركيز على الجوانب المشتركة، يمكن تجميع هذه التغايرات المختلفة في ثلاث فئات رئيسية.
يُعرف النهج الأول المحتمل اختصارا باسم DNS، حيث يرمز هذا الاختصار إلى"المحاكاة الرقمية المباشرة – Direct Numerical Simulation". يمكن اعتبار هذا امتدادًا مباشرًا للتقنيات الموضحة في القسم 3 للأنساق التي يتخذ فيها الجريان سلوكًا مضطربًا؛ يتمثل المطلب الإضافي الوحيد أو الاحتياطي في الاختيار المناسب لخطوات (شبكة) تقطيع الفضاء والزمن) والتي يجب أن تكون "صغيرة" بما يكفي لالتقاط جميع الخصائص المكانية والزمانية (الزمكانية) للجريانات المضطربة على نطاق واسع من المقاييس، (Kerr (1996) [123], Farhangnia et al. (1996) [124]. على وجه الخصوص، المفاهيم الأساسية التي دعمت بشكل كبير سعي الباحثين لتحديد المتطلبات المناسبة من حيث "الدقة" الرقمية هي ما يسمى بمقياس طول Kolmogorov وسمك طبقات الحدود (الطبقات الحدية) الحرارية.
مقياس طول كولموغوروف (η) Kolmogorov length scale هو جذر النظريات التي وضعها الرياضياتي السوفياتي اندري نيكولايفيتش كولموغوروف (1903-1987) Andrey N.Kolmogorov في بداية اربعينيات القرن العشرين [125-128] (1941-1941) Kolmogorov والتي يفترض فيها أن الاضطراب يأخذ سلوكًا عامًا – Universal behavior (متجانسًا ومتماثل أو متناح الخواص homogeneous and isotropic) في مجال (فاصل زمني) محدد من المقاييس (ما يسمى بنطاق العطالة/القصور الذاتي [129] (1974) Kraichnan). على وجه الخصوص، يعتمد هذا الإطار النظري على فكرة أنه في مثل هذا الفاصل (الزمني) تتعاقب الطاقة الحركية الاضطرابية بمعدل منتظم حتى تتحول التأثيرات اللزجة (الاحتكاكية) إلى طاقة داخلية (يحدث هذا التحويل النهائي على مقياسη، وهو ما يفسر سبب تعريف η أيضًا كـ "مقياس طول التبديد"). من وجهة نظر نظرية، η يحد نسق القصور الذاتي من الأسفل؛ من وجهة نظر فيزيائية (أي بأخذ المنظور "المكاني") يمكن اعتباره حجم أصغر "الدوامات" الموجودة في الجريان المدروس. يوضح هذا التفسير سبب استخدام الجهود الحالية القائمة على مقاربة DNS عادةً η كقيمة مرجعية لتحديد الدقة المكانية المطلوبة. على أساس التحليل البعدي، يمكن تعريف η اللابعدي على النحو التالي:

$$\eta = L^{-1}\left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{1/4} \qquad (42)$$

حيث L هو طول مرجعي وε هو معدل تبديد الطاقة. بالانتقال إلى ما وراء النظرية، تجدر الإشارة إلى أنه خلال السنوات الأخيرة، تم إدخال صيغ ارتباط (correlations) مفيدة (عملية) في الأدبيات التي يمكن من خلالها تقدير هذه الكمية بسرعة باستخدام الأعداد المميزة التي يعتمد عليها الحمل الحراري. تختلف هذه العلاقات بشكل ملحوظ وفقًا لصنف الجريان (اعتمادًا على الاتجاه النسبي للجاذبية وتدرج درجة الحرارة). بالنسبة للحمل الحراري لرايلي– بينارد – Rayleigh-Bénard (RB) Convection (أنظر ، على سبيل المثال؛ Kerr (1996) [123], De et al. (2017) [130]) هو:

$$\eta_{Ra||} = 1.3Ra^{-0.32} \tag{43}$$

بالنسبة لجريان هادلي the Hadley flow (التدرج الأفقي لدرجة الحرارة)، فإن الصيغة المكافئة (Paolucci (1990) [131], Farhangnia et al. (1996) [124]) تكتب على النحو التالي:

$$\eta_{Ra\perp} = 8.88(Pr)^{3/8}(Ra)^{-3/8} \tag{44}$$

تم وضع مناهج ومقاربات رقمية محتملة أخرى لمحاكاة الجريانات الاضطرابية بهدف محدد للتخفيف من الموارد الحسابية الباهظة التي تتطلبها DNS عندما يأخذ عدد رايلي Ra قيمًا عالية (كما سندرك بسهولة من خلال إلقاء نظرة على كل من المعادلتين (43) - (44)، نجد $\eta \to 0$ عند الحد $Ra \to \infty$ بغض النظر عن الاتجاه النسبي لفرق درجة الحرارة بالنسبة للجاذبية). تم تصميم هذه الاستراتيجيات البديلة بقصد واضح للاستفادة من مزايا بعض الخصائص العامة أو العمومية للاضطراب (مثل الميل/النزعة المذكورة أعلاه لعرض سلوك متناحٍ على نطاقات ومقاييس مكانية صغيرة). علاوة على ذلك، فقد ساهموا بشكل مباشر في تقديم معلومات مفيدة وجديدة عن فيزياء هذه العمليات.

في هذا السياق، تجدر الإشارة إلى أنه بسبب الصعوبات في وضع المفاهيم ذات صلة بالكميات المشتقة مثل الدوامية أو المتغيرات الأخرى مع تفسيرات/تأويلات فيزيائية أقل فورية وغير مباشرة (أي، مثل المتجه الكموني)، فقد تم تطوير الغالبية العظمى من نماذج الاضطراب هذه بالتزامن مع التقنيات القائمة على المتغيرات البدئية (وهو ما يفسر إلى حد معين سبب ظهور هذه الفئة المحددة من الأساليب كمرشح رئيسي لتحليل كلاالجريانين الصفائحي والاضطرابي على مدار العشرين عامًا الماضية). على وجه الخصوص، تم تنفيذ استراتيجيتين رئيسيتين بنجاح للجريانات الاضطرابية وأدت إلى "إنفصام – dichotomy" حقيقي في الأدبيات.

تم الحصول على هذين البراديجمين البديلين عن طريق تصفية (فلترة) المعادلات في الزمن أو في المكان. في الحالة الأولى، المعروفة باسم «RANS»؛ أي نهج Reynolds - Average Navier - Stokes، يتم تقسيم السرعة إلى متوسط – زمني و مركبة متقلبة. من خلال استبدال السرعة المتحللة (المكونة من هذين الطرفين) في معادلات التوازن الأصلية وأخذ القيمة المتوسطة لكل طرف، يتم الحصول على مجموعة مكافئة صوريًا من المعادلات حيث تعتمد جميع الاطراف على السرعة المتوسطة زمنيا فقط، مع استثناء

واحد، هذا هو ما يسمى بطرف رينولدز. من وجهة نظر فيزيائية، يمثل هذا الطرف ضغوطًا إضافية ناتجة عن التقلبات اللحظية في حقل السرعة والتي تساهم في زيادة تبادل الزخم؛ من وجهة نظر رياضية، فهو يمثل "مشكلة"، أي يجب تقديم نموذج إغلاق مناسب يمكن من خلاله تحديد هذه الضغوط الإضافية كدالة للسرعة المتوسطة زمنيا. النهج الكلاسيكي للقيام بذلك هو ما يسمى بنموذج المعادلتين ε - k، حيث يرتبط موتر إجهاد رينولدز بتدرج السرعة المتوسطة عبر "اللزوجة الاضطرابية"، والتي يتم التعبير عنها بدورها على أنها النسبة بين مربع الطاقة الحركية الاضطرابية (k) ومعدل تبديد الطاقة (ε).

على مر السنين، تم ضبط هذه الفئة المحددة من الطرق لتأخذ في الاعتبار بعض الجوانب المحددة للطفو الحراري، خاصة تلك التي تسبب خروجًا عن افتراض الخواص المتناحية (المتماثلة) للاضطراب أو تتطلب نمذجة التفاعلات بين السرعات المتقلبة وحقول درجة الحرارة (يمكننا هنا الإحالة إلى المناقشات المفيدة المتوفرة في أعمال [133] (Davidson (1990) [132], Hanjalic & Vasic (1993).

نظرًا لطبيعته الجوهرية، فقد أثبت هذا البراديجم أنه إستراتيجية قابلة للتطبيق خاصة في الحالات التي تكون فيها حركة المائع الاضطرابية مستقرة زمنيا "في المتوسط"، وهذا على وجه الخصوص هو حالة الحمل الحراري لهادلي (التدرج الأفقي لدرجة الحرارة) في تجاويف ضحلة، مربعة (أو مكعبة) أو ممتدة، حيث يتطور الجريان نموذجيًا لخلية واحدة ويتكون الاضطراب من مجموعة من التذبذبات بترددات مختلفة متراكبة على مثل هذه الحالة "الأساسية"

(Dol et al. (1997) [134], Liu & Wen (1999) [135], Dol & Hanjalic (2001) [136], Hsieh & Lien (2004) [137], Altaç & Ugurlubilek Hanjalc (2016) [138])

توجد طريقة عمل بديلة. تقوم هذه الإستراتيجية المستقلة المعروفة باسم LES (محاكاة الدوامة الكبيرة – Large Eddy Simulation)، على منظور "أكثر مكانية". يعتمد على المفهوم أو الفكرة، أن مساهمة الطاقة المحتواة في الجريان على المقياس الواسع (الكبير) يجب أن تُحسب مباشرة، في حين أن التأثيرات على المقياس الضيق (الصغير) التي من المفترض أن تكون متناحية (متماثلة) الخواص وعمومية، (الظواهر التي تحدث في نطاق القصور الذاتي السابق ذكره)، يمكن "نمذجته". من خلال القيام بذلك، يمكن إعفاء المحلل فعليا من عبء حساب هذه التأثيرات رقميًا. ومع ذلك، فإن هناك تكلفة حسابية جراء عملية الحبيبات الخشنة هذه تتمثل في الحاجة لإيجاد صيغ ارتباط بين الاطراف التي تم حلها والتي لم يتم حلها. بعبارة أخرى، (تمامًا مثل RANS)، يدعو هذا البراديجم إلى "نموذج إغلاق" مناسب، والذي في هذه الحالة يجب أن يُنظر إليه على أنه وسيلة لتلبية الحاجة إلى حساب تأثير المقاييس المكانية الضيقة (الصغيرة) على مدى المقياس المكاني الواسع (الكبير).

يرجع أول تطبيق لطريقة التفكير هذه إلى العمل الرائد [139] (Smagorinsky (1963)، للجيوفيزيائي وخبير الأرصاد الجوية الأمريكي صاحب الرؤية في التنبؤ الرقمي بالطقس ونمذجة المناخ جوزيف (يوسف) سماغورينسكي (1924-2005) Joseph Smagorinsky ، حيث تم –في هذا العمل– توفير حساب بسيط لجميع المقاييس الضيقة (الصغيرة) التي لم يتم حلها من خلال تعريف بارامتر (وسيط) وحيد يشار

إليه باسم "لزوجة مقياس الشبكة الفرعية – Subgrid scale viscosity"؛ أي اللزوجة الزائدة لتضاف إلى اللزوجة الجزيئية الحركية في معادلات التوازن.

قدم Smagorinsky (1963) [139] علاقة مباشرة بين هذه اللزوجة الإضافية وحجم (خطوة التكامل المكاني) للشبكة التقطيع المدروسة ومعدل إجهاد الجريان. لاحقًا، توسع هذا النموذج ليشمل الظروف التي تلعب فيها التأثيرات الحرارية دورًا مهمًا و "تم تصحيحه" من أجل حالة الحمل الحراري الحر حيث من الواضح أن الجريان ناتج عن قوى الطفو وليس عن طريق التأثير الديناميكي القسري البحت. تم تطوير هذه المفاهيم في البداية بواسطة Lilly (1962) [140] من خلال إدخال "معامل الانتشار الحراري للشبكة الفرعية"، والذي يلعب في معادلة الطاقة نفس الدور الذي تلعبه لزوجة الشبكة الفرعية في معادلة الزخم. قام Mason (1989) [141] بمراجعة كلتا هاتين الكميتين من أجل الأخذ في الاعتبار التأثيرات المحددة الناتجة عن الطفو (الخلط والمزج ينتج بسبب الظروف غير المستقرة إحصائيًا).

في الآونة الأخيرة، ساهم باحثون آخرون في زيادة تعقيد هذه النماذج من خلال دمج المزيد من "الفيزياء". نظرًا لمحدودية عدد الصفحات المتاحة، نقتصر هنا ببساطة على التذكير بأنه، بشكل عام، أثبت نهج LES أنه الخيار الأكثر ملاءمة، خاصةً عندما تصبح ظاهرة التحام وانقسام الدوامة منتشرة في جميع أنحاء المجال الحسابي.

متابعة للنقطة السابقة، في الواقع، تجدر الإشارة إلى أن مقاربة RANS قد تم استخدامها من حين لآخر من أجل RBC ‏(Kenjeres & Hanjalic (1999 - 2006) [142, 143])، والعكس بالعكس، تم تطبيق مقاربة LES بشكل متقطع على مسائل الاختلاف (أو التدرج) الأفقي في درجة الحرارة HC (Peng & Davidson (2001) [144], Sergent et al (2003) [145], Salat et al. (2004) [146], Ham et al (2006) [147], Sergent et al (2013) [148], Zhang et al. (2014) [149])

من الناحية العملية، فإن القدرة الجوهرية لمقاربة LES على التعامل مع الديناميكيات غير المستقرة للغاية تفسر بطريقة ما سبب تمتعها باستخدام واسع لمحاكاة جريانات الحمل الحراري المضطرب لرايلي – بينارد (T-RBC)–Turbulent Rayleigh - Bénard convection، أنظر على سبيل المثال (..) (Eidson (1985) [150], Wong & Lilly (1994) [151], Kimmel & Domaradzki (2000) [152], Sergent et al. (2006) [153], Kenjeres & Hanjalic (2006) [143], Dabbagh et al. (2016) [154], Togni et al. (2019) [155])

قائمة المراجع:

[01] A. Oberbeck, “Ueber die Wärmeleitung der Flüssigkeiten bei Berücksichtigung der Strömungen infolge von Temperaturdifferenzen”, Ann. Phys. Chem. 7 (1879), p. 271-292.
[02] J. Boussinesq, Théorie analytique de la chaleur, mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière, vol. 2, Gauthier-Villars, Paris, 1903, 1901-1903 pages.
[03] S. Chandrasekhar, Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Clarendon Press, Oxford, 1961, Republished by Dover publications, New York, 1981.
[04] J. M. Mihaljan, “A rigorous exposition of the Boussinesq approximations applicable to a thin layer of fluid”, Astrophys. J. 136 (1962), p. 1126-1133.
[05] D. Gray, A. Giorgini, “The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases”, Int. J. Heat Mass Transf. 19 (1976), no. 5, p. 545-551.
[06] L. Mahrt, “On the shallow motion approximations”, J. Atmos. Sci. 43 (1986), p. 1036-1044.
[07] R. Kh. Zeytounian, “Joseph Boussinesq and his approximation: a contemporary view”, C. R. Méc. 331 (2003), no. 8, p. 575-586.
[08] M. Lappa, “On the nature of fluid-dynamics, Chapter 1”, in Understanding the Nature of Science (L. Patrick, ed.), Series: Science, Evolution and Creationism, Nova Science Publishers Inc., New York, 2019, BISAC: SCI034000, ISBN: 978-1-53616-016-1, p. 1-64, https://novapublishers.com/shop/understanding-the-nature-of-science/.
[09] M. Lappa, Thermal Convection: Patterns, Evolution and Stability, John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, England, 2009.
[10] M. Lappa, Rotating Thermal Flows in Natural and Industrial Processes, John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, England, 2012.
[11] S. Gauthier, “A spectral collocation method for two-dimensional compressible convection”, J. Comput. Phys. 75 (1988), no. 1, p. 217-235.
[12] R. C. Martineau, R. A. Berry, A. Esteve, K. D. Hamman, D. A. Knoll, R. Park, W. Taitano, “Comparison of natural convection flows under VHTR type conditions modeled by both the conservation and incompressible forms of the Navier–Stokes equations”, Nucl. Eng. Des. 240 (2010), p. 1371-1385.
[13] B. Gebhart, “Effects of viscous dissipation in natural convection”, J. Fluid Mech. 14 (1962), p. 225-232.

[14] M. Lappa, "A mathematical and numerical framework for the analysis of compressible thermal convection in gases at very high temperatures", J. Comput. Phys. 313 (2016), p. 687-712.

[15] M. Zellouf, N. Moummi, A. Labed, K. Aoues "Multiple solutions for flow mode–transition in an inclined cavity generated by natural convection", Journal of Applied Eng. Sci. & Tech. 2 (2), (2016), p. 75-85.

[16] C. Bensaci, A. Labed, M. Zellouf, A. Moummi, "Numerical study of natural convection in an inclined enclosure: application to flat plate solar collectors", Math. Model. Eng. Probl 4 (1) (2017), p. 1-6.

[17] M. Zellouf, (2021), "Computational fluid dynamics. a practical approach", Lecture note (Draft unpublished manusicript).

[18] P. M. Gresho, "Incompressible fluid dynamics: some fundamental formulation issues", Ann. Rev. Fluid Mech. 23 (1991), p. 413-453.

[19] F. H. Harlow, J. E. Welch, "Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow with free surface", Phys. Fluids 8 (1965), p. 2182-2189.

[20] F. Harlow, J. Shannon, J. Welch, "The MAC method: a computing technique for solving viscous, incompressible, transient fluid-flow problems involving free surfaces", Tech. Report LA-3425, Los Alamos Scientific Laboratory, 1965.

[21] J. R. Welch, F. H. Harlow, J. P. Shannon, B. J. Daly, "The MAC method", Tech. Report LA-3425, Los Alamos Scientific Laboratory, 1965.

[22] A. J. Chorin, "Numerical solutions of the Navier–Stokes equations", Math. Comput. 22 (1968), p. 745-762.

[23] R. Temam, "Une méthode d'approximation de la solution des équations de Navier–Stokes", Bull. Soc. Math. France 98 (1968), p. 115-152.

[24] R. Temam, "Sur l'approximation de la solution des èquations de Navier–Stokes par la mèthode des pas fractionnaires (I)", Arch. Ration. Mech. Anal. 33 (1969), p. 377-385.

[25] A. A. Amsden, F. H. Harlow, "The SMAC method: a numerical technique for calculating incompressible fluid flows", Tech. Report LA-4370, Los Alamos Scientific Laboratory, 1970.

[26] P. Moin, J. Kim, "On the numerical solution of time-dependent viscous incompressible flow involving solid boundaries", J. Comput. Phys. 35 (1980), p. 381-392.

[27] J. Kim, P. Moin, "Application of a fractional-step method to incompressible Navier–Stokes equations", J. Comput. Phys. 59 (1985), p. 308-323.

[28] J. Van Kan, "A second-order accurate pressure-correction scheme for viscous incompressible flow", SIAM J. Sci. Comput. 7 (1986), p. 870-891.

[29] S. A. Orszag, M. Israeli, M. O. Deville, "Boundary conditions for incompressible flows", J. Sci. Comput. 1 (1986), no. 1, p. 75-111.

[30] R. I. Issa, “Solution of the implicitly discretized fluid flow equations by operator splitting”, J. Comput. Phys. 62 (1986), p. 40-65.
[31] J. B. Bell, P. Colella, H. M. Glaz, “A second order projection method for the incompressible Navier–Stokes equations”, J. Comput. Phys. 85 (1989), no. 2, p. 257-283.
[32] G. E. Karniadakis, M. Israeli, S. A. Orszag, “High-order splitting methods for the incompressible Navier–Stokes equations”, J. Comput. Phys. 97 (1991), p. 414-443.
[33] R. Temam, “Remark on the pressure boundary condition for the projection method”, Theor. Comput. Fluid Dyn. 3 (1991), p. 181-184.
[34] J. Shen, “On error estimates of projection methods for Navier–Stokes equations: first-order schemes”, SIAM J. Numer. Anal. 29 (1992), no. 1, p. 57-77.
[35] R. Rannacher, On Chorin’s Projection Method for the Incompressible Navier–Stokes Equations, Lectures Notes in Mathematics, vol. 1530, Springer, Berlin, 1992, 167-183 pages.
[36] L. Quartapelle, International Series of Numerical Mathematics, vol. 113, Birkäuser, Berlin, 1993, ISBN 978- 3764329358.
[37] J. B. Perot, “An analysis of the fractional step method”, J. Comput. Phys. 108 (1993), p. 51-99.
[38] W. E, J.-G. Liu, “Projection method I: Convergence and numerical boundary layers”, SIAM J. Numer. Anal. 32 (1995), no. 4, p. 1017-1057.
[39] J. Shen, “On error estimates of the projection methods for the Navier–Stokes equations: Second-order schemes”, Math. Comput. 65 (1996), no. 215, p. 1039-1066.
[40] J.-L. Guermond, “Some practical implementations of projection methods for Navier–Stokes equations”, Model. Math. Anal. Numer. 30 (1996), p. 637-667.
[41] M. Lappa, “Strategies for parallelizing the three-dimensional Navier–Stokes equations on the Cray T3E”, in Science and Supercomputing at CINECA (M. Voli, ed.), vol. 11, CINECA, Bologna, Italy, 1997, ISBN-10: 88-86037-03-1, p. 326- 340.
[42] J.-L. Guermond, L. Quartapelle, “On stability and convergence of projection methods based on pressure Poisson equation”, Int. J. Numer. Methods Fluids 26 (1998), p. 1039-1053.
[43] J. C. Strikwerda, Y. S. Lee, “The accuracy of the fractional step method”, SIAM J. Numer. Anal. 37 (1999), p. 37-47.
[44] S. Armfield, R. Street, “The Fractional-Step Method for the Navier–Stokes equations on staggered grids: the accuracy of three variations”, J. Comput. Phys. 153 (1999), no. 2, p. 660-665.
[45] M. Lappa, R. Savino, “Parallel solution of the three-dimensional Marangoni flow instabilities in liquid bridges”, Int. J. Numer. Methods Fluids 31 (1999), p. 911-925.
[46] D. L. Brown, R. Cortez, M. L. Minion, “Accurate projecion methods for the incompressible Navier–Stokes equations”, J. Comput. Phys. 168 (2001), no. 2, p. 464-499.

[47] M. J. Lee, B. D. Oh, Y. B. Kim, “Canonical fractional-step methods and consistent boundary conditions for the incompressible Navier–Stokes equations”, J. Comput. Phys. 168 (2001), p. 73-100.
[48] N. A. Petersson, “Stability of pressure boundary conditions for Stokes and Navier–Stokes equations”, J. Comput. Phys. 172 (2001), p. 40-70.
[49] F. Goubaa, M. Zellouf, “Simultion numérique d’écoulement d’un fluide dans une chambre alimentée par un injecteur”, Mémoire d’Ingéniorat d’Etat, en Génie Mécanique, Université de Biskra (2002).
[50] M. Zellouf, “Etude de la convection thermosolutale dans une enceinte fermée”, Mémoire de Magistère en Génie Mécanique, Université de Biskra (2006).
[51] J.-L. Guermond, P. Minev, J. Shen, “An overview of projection methods for incompressible flows”, Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 195 (2006), p. 6011-6045.
[52] H. Helmholtz, ““Über Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welcher der Wirbelbewegungen entsprechen” (On integrals of the hydrodynamic equations which correspond to vortex motions)”, J. Reine Angew. Math. 55 (1858), p. 25-55.
[53] O. A. Ladyzhenskaya, The Mathematical Theory of Viscous Incompressible Flow, 2nd ed., Gordon and Breach, New York, NY, USA; London, UK, 1969.
[54] P. M. Gresho, R. T. Sani, “On pressure boundary conditions for the incompressible Navier–Stokes equations”, Int. J. Numer. Methods Fluids 7 (1987), p. 1111-1145.
[55] S. Paolucci, “On the filtering of sound from the Navier–Stokes equations”, Tech. Report SAND 82-8251, Sandia National Laboratories, Livermore, 1982.
[56] A. Majda, J. Sethian, “The derivation and numerical solution of the equation for zero Mach number combustion”, Combust. Sci. Technol. 42 (1985), no. 3–4, p. 185-205.
[57] S. Roller, C.-D. Munz, “A low Mach number scheme based on multi-scale asymptotics”, Comput. Vis. Sci. 3 (2000), no. 1/2, p. 85-91.
[58] B. Müller, “Low Mach number asymptotics of the Navier–Stokes equations”, J. Eng. Math. 34 (1998), no. 1-2, p. 97- 109.
[59] A. Beccantini, E. Studer, S. Gounand, J.-P. Magnaud, T. Kloczko, C. Corre, S. Kudriakov, “Numerical simulations of transient injection flow at low Mach number regime”, Int. J. Numer. Methods Eng. 76 (2008), p. 662-696.
[60] S. Benteboula, G. Lauriat, “Numerical simulations of anisothermal laminar vortex rings with large density variations”, Int. J. Heat Fluid Flow 30 (2009), p. 186-197.
[61] D. R. Chenoweth, S. Paolucci, “Natural convection in an enclosed vertical air layer with large horizontal temperature differences”, J. Fluid Mech. 169 (1986), p. 173-210.
[62] J. Fröhlich, S. Gauthier, “Numerical investigations from compressible to isobaric Rayleigh–Bénard convection”, Eur. J. Mech. B 12 (1993), p. 141-159.

[63] D. S. Crockera, M. Paranga, "Thermally driven convection in enclosed compressible fluids", Numer. Heat Transf. A 26 (1994), no. 5, p. 569-585.
[64] A. W. Cook, J. J. Riley, "Direct numerical simulation of a turbulent reactive plume on a parallel computer", J. Comput. Phys. 129 (1996), no. 2, p. 263-283.
[65] F. Nicoud, "Conservative high-order finite-difference scheme for low-Mach number flows", J. Comput. Phys. 158 (2000), no. 1, p. 71-97.
[66] K. S. Hung, C. H. Cheng, "Pressure effects on natural convection for Non-Boussinesq fluid in a rectangular enclosure", Numer. Heat Transf. A 41 (2002), p. 515-528.
[67] C.-D. Munz, S. Roller, R. Klein, K. J. Geratz, "The extension of incompressible flow solvers to the weakly compressible regime", Comput. Fluids 32 (2003), no. 2, p. 173-196.
[68] J. H. Park, C. D. Munz, "Multiple pressure variables methods for fluid flow at all Mach numbers", Int. J. Numer. Methods Fluids 49 (2005), p. 905-931.
[69] C. Weisman, D. Barkley, P. Le Quéré, "Transition to unsteadiness of Non-Boussinesq natural convection solutions", in 4th International Conference on Computational Heat and Mass Transfer, Paris, France, May 2005, 2005.
[70] O. Bouloumou, E. Serre, P. Bontoux, J. Fröhlich, "A 3D pseudo-spectral low Mach-number solver for buoyancy driven flows with large temperature differences", Comput. Fluids 66 (2012), p. 107-120.
[71] H. Paillère, P. Le Quéré, C. Weisman, J. Vierendeels, E. Dick, M. Braack, F. Dabbene, A. Beccantini, E. Studer, T. Kloczko, C. Corre, V. Heuveline, M. Darbandi, S. F. Hosseinizadeh, "Modelling of natural convection flows with large temperature differences: A benchmark problem for low Mach number solvers. Part 2. contributions to the june 2004 conference", ESAIM: Math. Model. Numer. Anal. 39 (2005), no. 3, p. 617-621.
[72] P. Le Quéré, C. Weisman, H. Paillère, J. Vierendeels, E. Dick, R. Becker, M. Braack, J. Locke, "Modelling of natural convection flows with large temperature differences: A benchmark problem for low Mach number solvers. Part 1. reference solutions", ESAIM: Math. Model. Numer. Anal. 39 (2005), no. 3, p. 609-616.
[73] J. E. Fromm, "The time dependent flow of an incompressible viscous fluid", Meth. Comput. Phys. 3 (1964), p. 345- 382.
[74] K. Aziz, J. D. Hellums, "Numerical solution of the three-dimensional equations of motion for laminar natural convection", Phys. Fluids 10 (1967), no. 2, p. 314-324.
[75] G. D. Mallinson, G. de Vahl Davis, "Three-dimensional natural convection in a box: a numerical study", J. Fluid Mech. 83 (1977), p. 1-31.
[76] G. J. Hirasaki, J. D. Hellums, "A general formulation of the boundary conditions on the vector potential in threedimensional hydrodynamics", Q. Appl. Math. XXVI (1968), p. 331-342.

[77] G. J. Hirasaki, J. D. Hellums, "Boundary conditions on the vector and scalar potentials in viscous three-dimensional hydrodynamics", Q. Appl. Math. 28 (1970), p. 293-296.

[78] S. M. Richardson, A. R. H. Cornish, "Solution of three-dimensional incompressible flow problems", J. Fluid Mech. 82 (1977), no. 2, p. 309-319.

[79] B. Farouk, T. Fusegi, "A coupled solution of the vorticity–velocity formulation of the incompressible Navier–Stokes equations", Int. J. Numer. Methods Fluids 5 (1985), p. 1017-1034.

[80] C. G. Speziale, "On the advantages of the vorticity–velocity formulation of the Navier–Stokes equations of fluid dynamics", J. Comput. Phys. 73 (1987), p. 476-480.

[81] F. Stella, G. Guj, "Vorticity–velocity formulation in the computation of flows in multi-connected domains", Int. J. Numer. Methods Fluids 9 (1989), p. 1285-1298.

[82] J. Dacles, M. Hafez, "Numerical methods for 3-D viscous incompressible flows using velocity-vorticity formulation", in AIAA paper, Aerospace Sciences Meeting AIAA-90-0237, 1990.

[83] M. Napolitano, G. Pascazio, "A numerical method for the vorticity–velocity Navier–Stokes equations in two and three dimensions", Comput. Fluids 19 (1991), p. 489-495.

[84] G. Guj, F. Stella, "A vorticity–velocity method for numerical solution of 3D incompressible flows", J. Comput. Phys. 106 (1993), p. 286-298.

[85] G. Pascazio, M. Napolitano, "A staggered-grid finite volume method for the vorticity–velocity equations", Comput. Fluids 25 (1996), p. 433-446.

[86] V. Ruas, "A new formulation of the three-dimensional velocity-vorticity system in viscous incompressible flow", Z. Angew. Math. Mech. 79 (1999), no. 1, p. 29-36.

[87] D. C. Lo, K. Murugesan, D. L. Young, "Numerical solution of three-dimensional velocity-vorticity Navier–Stokes equations by finite difference method", Int. J. Numer. Methods Fluids 47 (2005), p. 1469-1487.

[88] Y. Maekawa, "Solution formula for the vorticity equations in the half plane with application to high vorticity creation at zero viscosity limit", Adv. Differ. Equ. 18 (2013), p. 101-146.

[89] H. Kosaka, Y. Maekawa, H. Kozono, M. Okamoto, "On vorticity formulation for viscous incompressible flows in R+3", in Recent Developments of Mathematical Fluid Mechanics (H. Amann, Y. Giga, H. Yamazaki, eds.), Advances in Mathematical Fluid Mechanics, Birkhäuser, Basel, 2016.

[90] B. J. Schmitt, W. von Wahl, "Decomposition of solenoidal fields into poloidal fields, toroidal fields and the mean flow: applications to the Boussinesq equations", in The Navier–Stokes Equations II—Theory and Numerical Methods (J. G. Heywood, K. Masuda, R. Rautmann, S. A. Solonnikov, eds.), Lecture Notes in Mathematics, vol. 1530, Springer-Verlag, Berlin, 1992, Proceedings, Oberwolfach 1991, p. 291-305.

[91] H. Ferialdi, M. Lappa, C. Haughey, "On the role of thermal boundary conditions in typical problems of buoyancy convection: a combined numerical-experimental analysis", Int. J. Heat Mass Transf. 159 (2020), article no. 120012.

[92] J. S. Turner, "Buoyancy Effects in Fluids", Cambridge University Press, New York, 1973.

[93] G. De Vahl Davis, I. P. Jones, "Natural convection in a square cavity a comparison exercise", Int. J. Numer. Methods Fluids 3 (1983), p. 227-248.

[94] G. De Vahl Davis, "Natural convection of air in a square cavity: a benchmark solution", Int. J. Numer. Methods Fluids 3 (1983), p. 249-264.

[95] B. Roux (ed.), Numerical Simulation of Oscillatory Convection in Low-Pr Fluids, a GAMM Workshop, Notes on Numerical Fluid Mechanics, vol. 27, Vieweg, Braunschweig, 1990, ISBN 9783528076283.

[96] I. Goldhirsch, R. B. Pelz, S. A. Orszag, "Numerical simulation of thermal convection in a two-dimensional finite box", J. Fluid Mech. 199 (1989), p. 1-28.

[97] J. Mizushima, T. Adachi, "Sequential transitions of the thermal convection in a square cavity", J. Phys. Soc. Jpn. 66 (1997), no. 1, p. 79-90.

[98] J. P. Pulicani, E. C. Del Arco, A. Randriamampianina, P. Bontoux, R. Peyret, "Spectral simulations of oscillatory convection at low Prandtl number", Int. J. Numer. Methods Fluids 10 (1990), no. 5, p. 481-517.

[99] A. Yu. Gelfgat, P. Z. Bar-Yoseph, A. L. Yarin, "Stability of multiple steady states of convection in laterally heated cavities", J. Fluid Mech. 388 (1999), p. 315-334.

[100] R. M. Clever, F. H. Busse, "Three-dimensional knot convection in a layer heated from below", J. Fluid Mech. 198 (1989), p. 345-363.

[101] R. M. Clever, F. H. Busse, "Nonlinear oscillatory convection", J. Fluid Mech. 176 (1987), p. 403-417.

[102] R. M. Clever, F. H. Busse, "Tertiary and quarternary states of fluid flow and the transition to turbulence", J. Appl. Sci. Res. 51 (1993), no. 1-2, p. 25-29.

[103] R. M. Clever, F. H. Busse, "Steady and oscillatory bimodal convection", J. Fluid Mech. 271 (1994), p. 103-118.

[104] R. M. Clever, F. H. Busse, "Standing and traveling oscillatory blob convection", J. Fluid Mech. 297 (1995), p. 255-273.

[105] A. Nakano, H. Ozoe, S. W. Churchill, "Numerical computation of natural convection for a low-Prandtl-number fluid in a shallow rectangular region heated from below", Chem. Eng. J. 71 (1998), no. 3, p. 175-182.

[106] H. Tomita, K. Abe, "Numerical simulation of the Rayleigh–Bénard convection of air in a box of a large aspect ratio", Phys. Fluids 11 (1999), p. 743-745.

[107] E. Bucchignani, F. Stella, "Rayleigh–Bénard convection in limited domains: Part 2—transition to chaos", Numer. Heat Transf. A 36 (1999), no. 1, p. 17-34.

[108] F. Stella, E. Bucchignani, "Rayleigh–Bénard convection in limited domains: Part 1—oscillatory flow", Numer. Heat Transf. A 36 (1999), no. 1, p. 1-16.

[109] S. Yigit, J. Hasslberger, M. Klein, N. Chakraborty, "Near wall Prandtl number effects on velocity gradient invariants and flow topologies in turbulent Rayleigh–Bénard convection", Sci. Rep. 10 (2020), article no. 14887.

[110] T. Fusegi, J. M. Hyun, K. Kuwahara, B. Farouk, "A numerical study of three dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure", Int. J. Heat Mass Transf. 34 (1991), no. 6, p. 1543-1557.

[111] T. Fusegi, J. M. Hyun, K. Kuwahara, "Three-dimensional simulations of natural convection in a sidewall-heated cube", Int. J. Numer. Methods Fluids 13 (1991), p. 857-867.

[112] R. J. A. Janssen, R. A. W. M. Henkes, "Instabilities in three-dimensional differentially heated cavities with adiabatic horizontal walls", Phys. Fluids 8 (1996), no. 1, p. 62-74.

[113] G. Labrosse, E. Tric, H. Khallouf, M. Betrouni, "A direct (pseudo-spectral) solver of the 2D–3D Stokes problem: transition to unsteadiness of natural-convection flow in a differentially heated cubical cavity", Numer. Heat Transf. B 31 (1997), p. 261-276.

[114] F. X. Trias, M. Soria, A. Oliva, C. D. Pérez-Segarra, "Direct numerical simulations of two- and three-dimensional turbulent natural convection flows in a differentially heated cavity of aspect ratio 4", J. Fluid Mech. 586 (2007), p. 259-293.

[115] A. Yu. Gelfgat, "Instability of natural convection of air in a laterally heated cube with perfectly insulated horizontal boundaries and perfectly conducting spanwise boundaries", Phys. Rev. Fluids 5 (2020), article no. 093901.

[116] A. Yu. Gelfgat, "Instability of natural convection in a laterally heated cube with perfectly conducting horizontal boundaries", Theor. Comput. Fluid Dyn. 34 (2020), p. 693-711.

[117] D. Henry, M. Buffat, "Two and three-dimensional numerical simulations of the transition to oscillatory convection in low-Prandtl number fluids", J. Fluid Mech. 374 (1998), p. 145-171.

[118] S. Wakitani, "Numerical study of three-dimensional oscillatory natural convection at low Prandtl number in rectangular enclosures", J. Heat Transf. 123 (2001), p. 77-83.

[119] B. Hof, A. Juel, L. Zhao, D. Henry, H. Ben Hadid, T. Mullin, "On the onset of oscillatory convection in molten gallium", J. Fluid Mech. 515 (2004), p. 391-413.

[120] W. J. Hiller, T. Koch St., T. A. Kowalewski, F. Stella, "Onset of natural convection in a cube", Int. J. Heat Mass Transfer 36 (1993), no. 13, p. 3251-3263.

[121] T. A. Kowalewski, "Experimental validation of numerical codes in thermally driven flows", in Advances in Computational Heat Transfer, Begel House Inc., New York, 1998, p. 1-15.

[122] B. A. V. Bennett, J. Hsueh, "Natural convection in a cubic cavity: implicit numerical solution of two benchmark problems", Numer. Heat Transf. A 50 (2006), no. 2, p. 99-123.

[123] R. M. Kerr, "Rayleigh number scaling in numerical convection", J. Fluid Mech. 310 (1996), p. 139-179.

[124] M. Farhangnia, S. Biringen, L. J. Peltier, "Numerical simulation of two-dimensional buoyancy-driven turbulence in a tall rectangular cavity", Int. J. Numer. Methods Fluids 23 (1996), no. 12, p. 1311-1326.

[125] A. N. Kolmogorov, "The local structure of turbulence in incompressible viscous fluids at very large Reynolds numbers", Dokl. Akad. Nauk. SSSR 30 (1941), p. 299-303, Reprinted in Proc. R. Soc. Lond. A 434 (1991), p. 9–13.

[126] A. N. Kolmogorov, "On the degeneration of isotropic turbulence in an incompressible viscous fluids", Dokl. Akad. Nauk. SSSR 31 (1941), p. 538-541.

[127] A. N. Kolmogorov, "Dissipation of energy in isotropic turbulence", Dokl. Akad. Nauk. SSSR 32 (1941), p. 19-21.

[128] A. N. Kolmogorov, "Equations of turbulent motion in an incompressible fluid", Izv. Akad. Nauk. SSSR, Ser. Fiz. 6 (1942), p. 56-58.

[129] R. H. Kraichnan, "On Kolmogorov's inertial-range theories", J. Fluid Mech. 62 (1974), p. 305-330.

[130] A. K. De, V. Eswaran, P. K. Mishra, "Scalings of heat transport and energy spectra of turbulent Rayleigh–Bénard convection in a large-aspect-ratio box", Int. J. Heat Fluid Flow 67 (2017), p. 111-124.

[131] S. Paolucci, "Direct numerical simulation of two-dimensional turbulent natural convection in an enclosed cavity", J. Fluid Mech. 215 (1990), p. 229-262.

[132] L. Davidson, "Second-order corrections of the k-ε model to account for non-isotropic effects due to buoyancy", Int. J. Heat Mass Transf. 33 (1990), no. 12, p. 2599-2608.

[133] K. Hanjalic, S. Vasic, "Computation of turbulent natural convection in rectangular enclosures with an algebraic flux model", Int. J. Heat Mass Transf. 36 (1993), p. 3603-3624.

[134] H. S. Dol, K. Hanjalic, S. Kenjeres, "A comparative assessment of the second-moment differential and algebraic models in turbulent natural convection", Int. J. Heat Fluid Flow 18 (1997), p. 4-14.

[135] F. Liu, J. X. Wen, "Development and validation of an advanced turbulence model for buoyancy driven flows in enclosures", Int. J. Heat Mass Transf. 42 (1999), p. 3967-3981.

[136] H. Dol, K. Hanjalic, "Computational study of turbulent natural convection in a side-

heated near-cubic enclosure at a high Rayleigh number", Int. J. Heat Mass Transf. 44 (2001), p. 2323-2344.

[137] K. J. Hsieh, F. S. Lien, "Numerical modeling of buoyancy-driven turbulent flows in enclosures", Int. J. Heat Fluid Flow 25 (2004), no. 4, p. 659-670.

[138] Z. Altaç, N. Ugurlubilek, "Assessment of turbulence models in natural convection from two- and three-dimensional rectangular enclosures", Int. J. Therm. Sci. 107 (2016), p. 237-246.

[139] J. Smagorinsky, "General circulation experiments with the primitive equations. Part I: the basic experiment", Mon. Weather Rev. 91 (1963), no. 3, p. 99-164.

[140] D. K. Lilly, "On the numerical simulation of buoyant convection", Tellus 14 (1962), p. 148-172.

[141] P. J. Mason, "Large-Eddy simulation of the convective atmospheric boundary layer", J. Atmos. Sci. 46 (1989), p. 1492- 1516.

[142] S. Kenjeres, K. Hanjalic, "Transient analysis of Rayleigh–Bénard convection with a RANS model", Int. J. Heat Fluid Flow 20 (1999), p. 329-340.

[143] S. Kenjeres, K. Hanjalic, "LES, T-RANS and hybrid simulations of thermal convection at high Ra numbers", Int. J. Heat Fluid Flow 27 (2006), no. 5, p. 800-810.

[144] S. H. Peng, L. Davidson, "Large eddy simulation for turbulent buoyant flow in a confined cavity", Int. J. Heat Fluid Flow 22 (2001), p. 323-331.

[145] A. Sergent, P. Joubert, P. Le Quere, "Development of a local subgrid diffusivity model for large eddy simulation of buoyancy driven flows: application to a square differentially heated cavity", Numer. Heat Transf. A 44 (2003), no. 8, p. 789-810.

[146] J. Salat, S. Xin, P. Joubert, A. Sergent, F. Penot, P. Le Quere, "Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity", Int. J. Heat Fluid Flow 25 (2004), p. 824-832.

[147] F. E. Ham, F. S. Lien, A. B. Strong, "Multiple semi-coarsened multigrid method with application to large eddy simulation", Int. J. Numer. Methods Fluids 50 (2006), p. 579-596.

[148] A. Sergent, P. Joubert, S. Xin, P. Le Quéré, "Resolving the stratification discrepancy of turbulent natural convection in differentially heated air-filled cavities Part II: End walls effects using large eddy simulation", Int. J. Heat Fluid Flow 39 (2013), p. 15-27.

[149] Z. Zhang, W. Chen, Z. Zhu, Y. Li, "Numerical exploration of turbulent air natural convection in a differentially heated square cavity at $Ra = 5.33 \times 10^9$ ", Heat Mass Transf. 50 (2014), p. 1737-1749.

[150] T. M. Eidson, "Numerical simulation of turbulent Rayleigh–Bénard convection using subgrid scale modelling", J. Fluid Mech. 158 (1985), p. 245-268.

[151] V. C. Wong, D. K. Lilly, "A comparison of two dynamic subgrid closure methods for turbulent thermal convection", Phys. Fluids 6 (1994), p. 1016-1023.

[152] S. J. Kimmel, J. A. Domaradzki, “Large eddy simulations of Rayleigh–Bénard convection using subgrid scale estimation model”, Phys. Fluids 12 (2000), p. 169-184.
[153] A. Sergent, P. Joubert, P. Le Quere, “Large-eddy simulation of turbulent thermal convection using a mixed scale diffusivity model”, Prog. Comput. Fluid Dyn. 6 (2006), no. 1–3, p. 40-49.
[154] F. Dabbagh, F. X. Trias, A. Gorobets, A. Oliva, “New subgrid-scale models for large-eddy simulation of Rayleigh– Bénard convection”, J. Phys. Conf. Ser. 745 (2016), article no. 032041.
[155] R. Togni, A. Cimarelli, E. De Angelis, “Resolved and subgrid dynamics of Rayleigh–Bénard convection”, J. Fluid Mech. 867 (2019), p. 906-933

الفصل الثالث

50 عامًا من المقاربات الرقمية الفعالة لديناميكا الموائع الحاسوبية:

الجزء الأول

تعدد حلول واستقرار جريانات الحمل الحراري الحر ضمن التجاويف المائلة

الحمل الحراري الحر في مائع مطوق – حيز محدود – استرعى اهتماما كبيرا و دراسات شاملة نظرية و تجريبية. الاهتمام بهذا النوع من الجريان يرجع لتطبيقاته في العديد من المسائل الهندسية و بصورة خاصة الحمل الحراري الحر في التجويفات و المضمنات المائلة و الذي يبرز السلوك النموذجي لعديد الأنظمة الفيزيائية. على سبيل المثال: اللواقط الشمسية، المدخرات و الخزانات، المبردات و أنظمة السلامة في المفاعلات، بالإضافة إلى عمليات تبريد الأجزاء الالكترونية في الآلات وكذا الاستغلال الفعال للطاقة في تصميم الأبنية و الغرف، التركيب المزدوج أو المتعدد للنوافذ المائلة و المناور و معدات معالجة المواد كمفاعلات الصهر و التبلور.

معظم الأبحاث المنشورة في هذا الحقل منذ نشأته وحتى اليوم يمكن تصنيفها إلى قسمين: المضمنات أو الأوعية ذات التسخين التفاضلي (النموذج الاعتيادي للحمل الحراري – المسألة الاعتيادية أو الاصطلاحية) و الأوعية المسخنة من الأسفل و المبردة من الأعلى (النموذج الكلاسيكي لرايلي – بينارد – المسألة القياسية)، أما مسألة الحمل الحراري في التجاويف المائلة فله أهمية خاصة بسبب ظهور أنساق انتقالية للجريان بالإضافة إلى ظاهرة التخلفية (تعدد الحلول المستقرة) التي لوحظت و وصّفت من طرف عديد الباحثين.

1. المقدمة: الحمل الحراري .. نظرة على آليات عدم الاستقرار المعروفة

هناك تركيبتان رئيسيتان يمكن أن يأخذهما نظام – مائع ضمن مجال الجاذبية إذا تعرض لتدرج في درجة الحرارة؛ هما الحمل الحراري لرايلي – بينارد (RBC) Rayleigh-Bénard Convection وجريان الحمل لهادلي Hadely Convection or Horizontal Convection (HC) أو مزيج من الإثنين معًا. الأول يحدث عندما يكون لتدرج درجة الحرارة والجاذبية نفس المنحى والاتجاه بينما في الثاني، يكون المتجهان متعامدين. على الرغم من الطبيعة نفسها والتكوين المتماثل، باستثناء الزاوية بين الجاذبية واتجاه تدرج درجة الحرارة، فإن المسألتين تقدمان سلوكين مختلفين تمامًا وهو سبب التعامل معهما بشكل منفصل.

أخذ الحمل الحراري لرايلي- بينارد اسمه تيمنا بمن أعطى لأول مرة توصيفًا لهذه الظاهرة. على الرغم من تسمية هذا النوع من الحمل الحراري بكلا الاسمين، إلا أنه من الجدير بالذكر أن هذه الظاهرة قد تم تناولها نظريًا من طرف جون ويليام ستروت المعروف بـ اللورد رايلي Lord Rayleigh (1916) ودراستها تجريبياً قبل ذلك بواسطة هنري بينارد Henri Bénard (1900, 1901).

افترض التحليل النظري للحالة الأولى أن القوة الدافعة (أو القائدة) الوحيدة كانت بسبب تدرج درجة الحرارة وأن الجدران الجانبية تم افتراض أنها معزولة (كظومة أوغير نفاذة). أدت هذه الحقيقة إلى النظر في مسألة مختلفة عن تلك التي شاهدها Bénard تجريبياً حيث يوجد هناك تأثيرات الاجهاد السطحي أيضًا(*) (يسمى جريان الحمل الحراري لبينارد – مارنجوني Bénard-Marangoni Convection (BMC)، نسبة لهنري بينارد إضافة إلى كارلو جيوسيبي ماتيو مارنجوني Carlo Giuseppe Matteo Marangoni (1865, 1871)، عند وجود سطح حر؛ أين يعد هذا النوع من الجريان (BMC) ضمن الحمل الحرو-شعري (الدقيق) - Thermo Capillary Convection، فيما يصنف (HC) و (RBC) ضمن جريان الحمل الحرو-ثقالي - Thermo Gravitational Convection).

رفيق الحمل الحراري لرايلي – بينارد هو جريان حمل هادلي، نسبة للمحامي الإنجليزي وهاوي الأرصاد الجوية George Hadley (1685-1768) تكريما له على دراسته الرائدة Hadley (1735)، التي اقترح فيها نظرية حول دور دوران الأرض في آلية حركة الغلاف الجوي (الرياح التجارية التي تضمن وصول السفن الشراعية الأوروبية إلى شواطئ أمريكا الشمالية).(**)

لكن نظرًا لتداعياته على كلٍّ من المحيط الطبيعي وكذا الصناعي وديناميايتها المختلفة بالنظر للحمل الحراري Rayleigh-Bénard، يمكن اعتبار جريان Hadley كحقل مستقل (ضمن علم الأرصاد الجوية)، على الرغم من أوجه التشابه (الصوري) مع الأنظمة المسخنة من الأسفل في شكل المعادلات التي يحكم الظاهرة.

(*) تمت معالجة هذا الاختلاف الظاهر بين النظرية والتجارب بنجاح بواسطة Pearson (1958)، الذي اقترح أول تحليل للاستقرار الخطي (Linear Stability Analysis - LSA) للمسألة مع مراعاة تأثيرات التوتر/الاجهاد السطحي.

(**) برغم إغفال دورزمبله في الجمعية الملكية للعلوم بلندن Colin Maclaurin 1740) راجع، (Burstyn 1966).

نظرًا لأهميته النظرية والعملية – التي ظهرت للعيان – منذ إجراء الدراسات الأولى، حاز الحمل الحراري Rayleigh-Bénard الاهتمام الأول (دور البطل!) في عديد الدراسات خلال القرن الماضي. ربما كانت السمة الرائعة لمثل هذا الحمل الحراري (دون الأصناف الأخرى سالفة الذكر، إلى درجة أن نخال بأن عبارة "الحمل الحراري" مقتصرة عليه حصرا ..!!)(*)، هذه السمة الساحرة التي جذبت العديد من العلماء والدارسين للنظر فيه و بشكل مكثف من وجهة نظر نظرية، هي النطاق الواسع من سيناريوهات التشعب والطريق إلى الفوضى (Bifurcations and route to chaos scenarios (Gollub & Benson (1980)؛ التي تحدث في نظام يمر من حالة مستقرة إلى نمط مضطرب بالكامل.

تم بذل العديد من الجهود لتصنيف وتوصيف جميع السيناريوهات المحتملة التي تحدث بعد التشعب الثابت الأول Pellew & Southwell (1940). ما ظهر من وراء (أكمة..) هذه الدراسات كان منظرًا رائعًا ومعقدًا للغاية لأنماط مختلفة (حديقة "حيوان" الأنماط – Zoo of modes)(**) تم تلخيصها بفعالية (وأناقة في ذات الوقت!) في ما يسمى "بالون باس – Busse Ballon"؛ الذي جاءت تسميته بفضل الدراسات التاريخية(***) والأعمال التشخيصية والتصنيفية لـ Friedrich-H-Busse وزملائه الآخرين (Clever & Busse, 1974, Busse, 1978, Busse & Clever (1979)).

(*)كأن لسان حاله يقول:

إِذَا القَوْمُ قَالُوا مَنْ الفَتَىَ خِلْتُ أَنَّنِي   عُنِيْتُ فَلَمْ أَكْسَلْ وَلَمْ أَتَبَلَّدِ
أَنَا الرَّجُلُ الضَّرْبُ الَّذِي تَعْرِفُونَهُ   خَشَاشٌ كَرَأْسِ الحَيَّةِ المُتَوَقِّدِ
فَآلَيْتُ لا يَنْفَكُّ كَشْحِي بِطَانَةً   لِعَضْبِ رَقِيْقِ الشَّفْرَتَيْنِ مُهَنَّدِ
أَخِي ثِقَةٍ لا يَنْثَنِي عَنْ ضَرِيْبَةٍ   إِذَا قِيْلَ مَهْلاً قَالَ حَاجِزُهُ قَدِي
إِذَا ابْتَدَرَ القَوْمُ السِّلاحَ وجَدْتَنِي   مَنِيْعاً إِذَا بَلَّتْ بِقَائِمَهِ يَدِي

.. من معلقة طرفة بن العبد – الشاب القتيل.

(**)كأن مصطلح "حديقة حيوان" هنا .. يبدو غريبا وخارج السياق؛ لكنه في الحقيقة يصف بدقة غرابة هذه الظاهرة، هولا ينتمي بالأساس إلى ميكانيكا الموائع.. لكنه يعود أصلا إلى ميكانيكا الكم، لقد برز في الآونة الأخيرة إتجاه يربط بين هذين الفرعين من العلوم؛ حيث ترشح ميكانيكا الموائع (الملكة الأم)، لحل بعض المسائل العويصة في ميكانيكا الكم (الأمير ولي العهد) - راجع مقدمة الفصل الخامس.

(..)

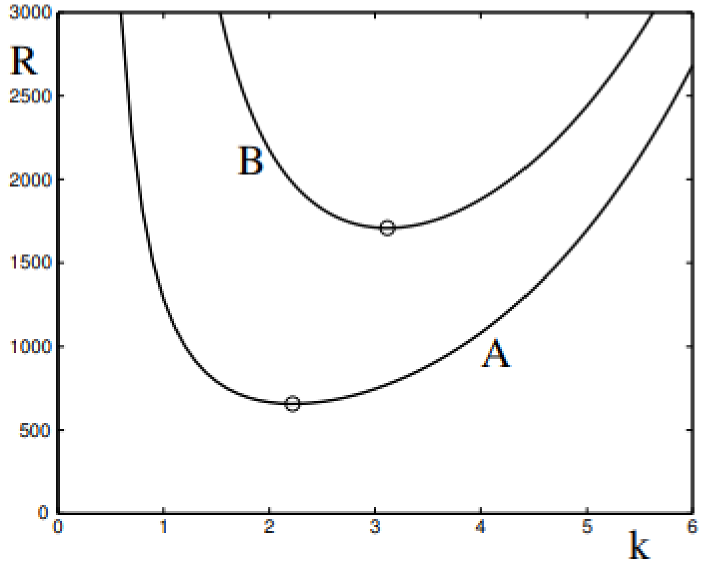
أما في ميكانيكا الكم وفيزياء الجسيمات على وجه الخصوص، مصطلح حديقة حيوان الجسيمات عبارة دارجة تستخدم لوصف قائمة واسعة نسبيًا من الجسيمات دون الذرية المعروفة بالمقارنة مع الأنواع المتنوعة في حديقة الحيوان .في تاريخ فيزياء الجسيمات، كان موضوع الجسيمات محيرًا بشكل خاص في أواخر الستينيات. قبل اكتشاف الكواركات ،كانت المئات من الجسيمات شديدة التفاعل (الهادرونات) معروفة ويعتقد أنها جسيمات أولية متميزة. اكتشف لاحقًا أنها لم تكن جسيمات أولية، بل مركبات من الكواركات. تُعرف مجموعة الجسيمات التي يُعتقد اليوم أنها أولية بالنموذج القياسي وتشمل الكواركات والبوزونات واللبتونات .صاغ مصطلح "حديقة الحيوانات دون النووية" أو شاع من قبل روبرت أوبنهايمر في عام 1956 في محاضرة عامة بمؤتمر روتشستر الدولي السادس لفيزياء الطاقة العالية.

للمزيد راجع:

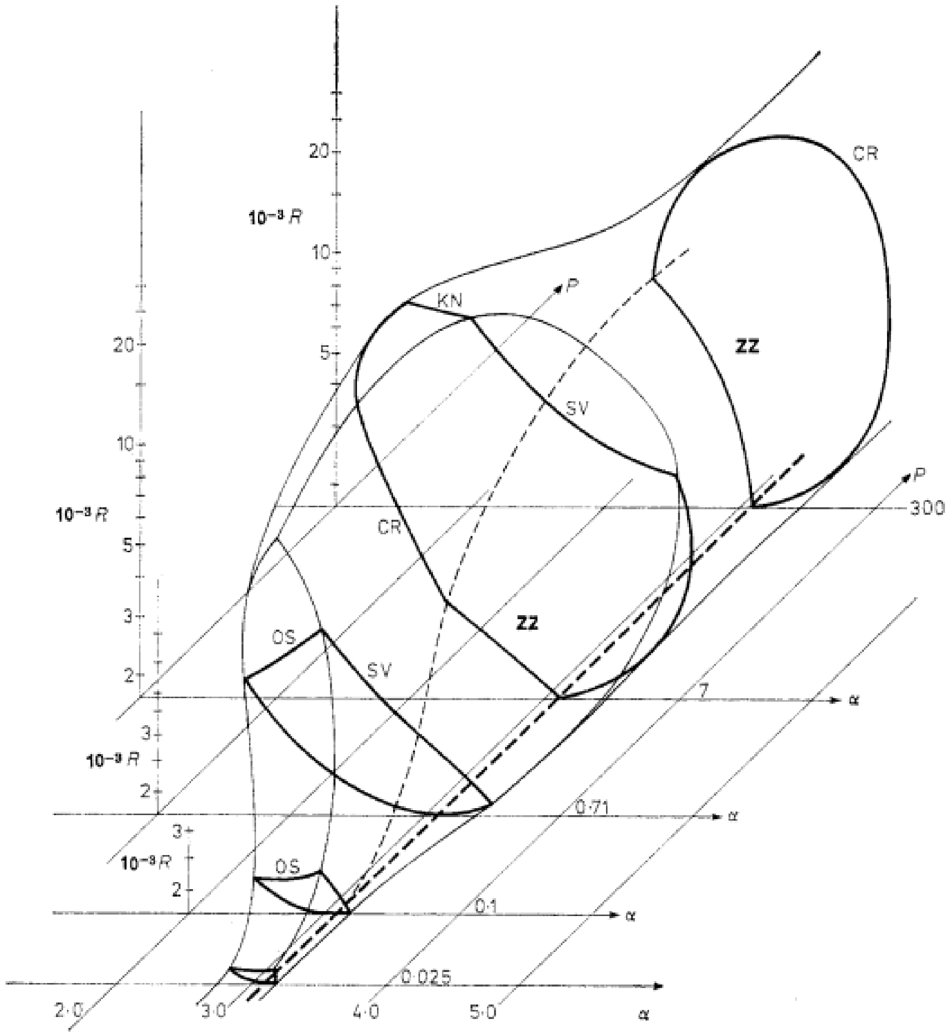
George Johnson (1999). Strange Beauty: Murray Gell-Mann and the Revolution in Twentieth-Century Physics, p. 755, footnote 108: Oppenheimer coined the term "subnuclear zoo" in a public lecture at the Rochester VI conference; Sec VIII, p 1 of the proceedings.

حاشية سفلية 108: صاغ أوبنهايمر مصطلح "حديقة حيوانات شبه نووية" في محاضرة عامة في مؤتمر روتشستر السادس القسم الثامن، ص1 من كتاب المؤتمر (Proceedings).

(***)كان .. السلف الأول للخرائط البارامترية، أنظر على سبيل المثال: Zellouf et al. (2016)



الشكل 1. منحنيات الإستقرار المحايدة لشروط الحدود الخالية من الإجهاد (A) وعدم الانزلاق (B).



الشكل 2. بالون "باس"– Busse (1978)، الأحرف المكتوبة خارج البالون تشير إلى تشعبات الأنماط غير المستقرة الثانوية:
ECK→Eckhaus instab., SV→Skewed Varicose instab., CR→Cross Roll instab., OS →Oscillatory instab., ZZ → Zig-Zag instab., KN → Knot insatb., OB → Oscillatory Blob instab.

الجدول 1. اتجاهات البارامترات الحرجة للأنماط النموذجية لعدم الاستقرار في التركيبات المائلة (عدد رايلي Ra يحدد بمعدل زيادة درجة الحرارة على طول المحور x ؛ يفترض أن تكون الجدران المعزولة الأطول) ؛ الثوابت R_0 و c_1 و c_2 و c_3 موضحة في Delgado-Buscalioni (2001).

Type of instability	Critical Ra	Critical wavenumber
ST	$\Pr << 1, Ra \propto \dfrac{\Pr}{\cos\theta}$ $\Pr \cong 1\ (\theta < 90°),\ Ra \cong \dfrac{R_0}{\sin\theta}$	$q_x = 1.35$ $q_x = 1.6$
OTL	$Ra \cong \dfrac{R_0}{\sin\theta}$	$q_x \cong 0.3$
SLL	$Ra \cong \dfrac{Ra_{cr(\theta=0)}}{\sin\theta}$	$q_z = 0$
SLS	$Ra \propto \dfrac{\Pr^{1/2}}{(c_1 - \Pr)^2}$	$q_z \cong 2.9$
OL	$Ra \propto \dfrac{\Pr^{1/2}}{(c_2 - \Pr)^{1/2}}$	$q_z \propto \dfrac{(c_3 - \Pr)^{2/5}}{\Pr^{-1/2}}$

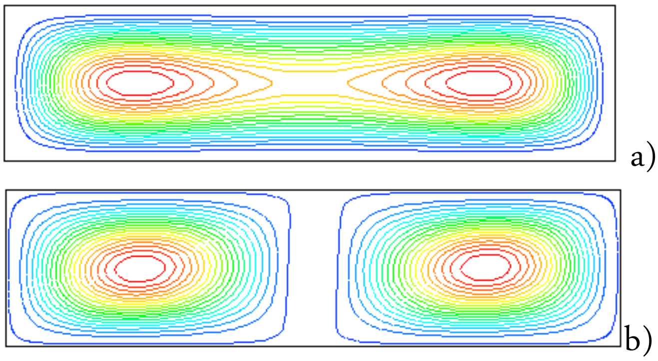
4. النظم المحدودة، التأثيرات الهندسية وتعدد الحلول

نظرًا لتوفر طرق حل المعادلات الحاكمة (الكاملة - ثلاثية الأبعاد أو حتى المختزلة – ثنائية الأبعاد، الغير خطية والمرتبطة بالزمن) مثل تلك الموضحة في الفقرة 2 من الفصل الثالث، على مر السنين، تم النظر في تركيبات أكثر واقعية من الطبقة اللانهائية. أدت الدراسات ذات الصلة إلى الإدراك الواسع الانتشار- إلى حد ما - أن نطاقات عدد Prandtl و Grashof (أو Rayleigh) التي يمكن العثور فيها على أنماط الحمل الهيدروديناميكي أو الهيدروحراري، تعتمد على الهندسة الفعالة للحاوية (التجويف أو المستوعب) التي تستضيف المائع.
ترجع دراسة عددية نموذجية على طول هذه الخطوط إلى Afrid & Zebib (1990)، يمكن أن تظهر بوضوح أن الامتداد الفعال للمجال الفيزيائي في اتجاه الامتداد (الاتجاه العمودي على الجريان الأساسي، أي المحور z في الشكل 3) يحدد تباينًا (تغايرا) مهمًا في القيمة الحدية لعدد رايلي. تم تأكيد النتائج الرئيسية لهذه المحاكاة الرقمية من خلال التجارب الفعالة على المعادن السائلة غير الشفافة – The opaque liquid metals
(أنظر، على سبيل المثال، Pr = 0.026 ،Hung & Andereck (1988), Pratte & Hart (1990)).
تمت كل هذه الدراسات باعتبار التجاويف المستطيلة الكلاسيكية بجدران رأسية (ساخنة أو مبردة) وأفقية، مع توفير تلميحات معقولة بأن موقع النقاط في فضاء – الطور (Ra, Pr) حيث تتقاطع الفروع المتعلقة بمختلف آليات عدم الاستقرار (العرضة أو الطولية) قد لا تكون خاصية لاتغايرية.
في مثل هذا السياق، ركز بعض المؤلفين صراحةً على التفاعل المحتمل بين هذين النمطين الأساسيين للحمل الحراري. على سبيل المثال، يمكن أن يحدد Braunsfurth & Mullin (1996) بشكل تجريبي أربعة أنماط

تذبذب "جديدة ظاهريا – على ما يبدو" للمعادن السائلة مع $0.016 \le Pr \le 0.022$ وبالمثل، من خلال المحاكاة الرقمية البارامترية في المجال $0 \le Pr \le 0.027$، وجد Wakitani (2001) أن قيمة عدد رايلي الحرج Ra_C يتضخم عند زيادة Pr و/أو عن طريق تقليص توسع التجويف في اتجاه الامتداد. الأكثر إثارة للاهتمام، هذه التغايرات لم تكن منتظمة، التي تم تفسيرها كدليل على وجود تعايش (تواجد متزامن) بين أنماط تذبذبية مختلفة للجريان تتنافس في البداية (ضمن النسق دون الحرج). كما تم الإبلاغ أيضًا في دراسات رقمية ثلاثية الأبعاد من أجل التجاويف المائلة عن وجود أنماط من جريان الحمل الحراري تتعايش في ظروف النسق فوق الحرج Delgado-Buscalioni et al. (2001).

نترك جانبا لبعض الوقت هذه النتائج المثيرة للاهتمام، تجدر الإشارة إلى أن خط تحقيق آخر مثير للاهتمام قد نشأ عن إدراك أن كل هذه العوامل المؤثرة (المائع المدروس (Pr)، برامترات التحكم (Gr, Ra) والتكوين المكاني الفعال للتجويف (هندسة المجال الفيزيائي)، طبيعة الشروط الحدودية (الجدران العلوية والسفلية ذات شروط ثابتة (كظومة) أو الموصلة حراريا) و انتهاء بميل النظام العام زاوية ميل التجويف (θ)) قد لاتكون هي الوحيدة القادرة على التأثير على حلول الوضع الجيد المذكور أعلاه (Lappa 2002) (مسألة قيمة الحدود الأولية - Initial Boundary Value Problem IBVP). يمكن للشروط الحدود الأولية أن تلعب أيضًا دورًا مهمًا. تم الكشف عن هذا من خلال مجموعة من الدراسات الرقمية التي أجريت في الأصل على افتراض الجريان ثنائي الأبعاد ; (Crespo del Arco et al., 1989; Pulicani et al., 1990; Okada & Ozoe, 1993ab Gelfgat et al., 1999)، حيث تم العثور على الاضطرابات الهيدروديناميكية (الوحيدة المسموح بها في تلك الظروف) لإنتاج مجموعة متنوعة (متغايرة) من السلوكيات الكامنة، بما في ذلك حالات اللفائف-المتعددة، والتشعب من الحلول الثابتة إلى الحلول الدورية زمنيا، ظهور أنماط هجينة للحمل الحراري بسبب التعايش والتفاعل بين الحالات المتعددة والانتقالات المتخلفة (الارتجاعية ليست بمعنى الهسترة) من الأنساق متعددة اللفائف (الخلايا) إلى أحادية الخلية. ربما كانت أكثر هذه الميزات إثارة للاهتمام هي "تعدد" الحلول الممكنة، أي وجود فروع متميزة من الحلول من أجل مجموعة ثابتة من البارمترات.
أوضحت هذه الدراسات أنه على الرغم من أن مثل هذه الفروع يمكن أن توجد كمجموعات مستقلة من الحلول؛ فإن الجريان الناشئ فعلا في محاكاة رقمية (أو في الواقع الفيزيائي) يعتمد بشكل أساسي على الشروط الابتدائية المحددة للنظام قيد النظر.

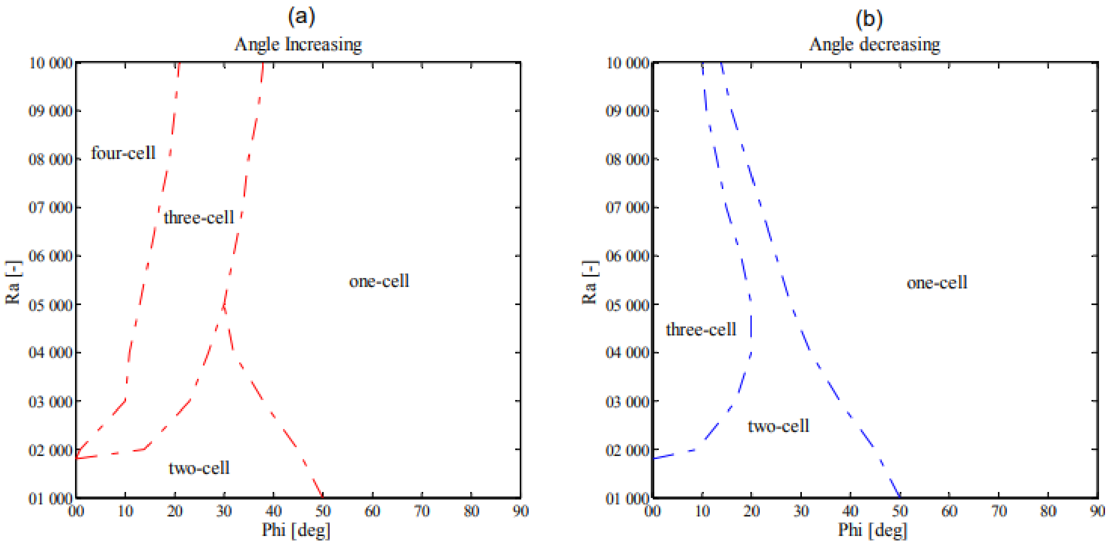
بمعنى آخر، حتى إذا تم تثبيت نوع المائع (Pr)، الهندسة (نسبة أبعاد التجويف)، الشروط الحدودية، النسق المطبق والاضطرابات المحتملة (الأنماط الهيدروديناميكية فقط للأنظمة ثنائية الأبعاد) ، يمكن أن تتغير طبيعة الجريان الناشئ شكليا/مرفولوجيا (عدد اللفائف) مكانيا وسلوكيا/فسيولوجيا (ثابتة أو متذبذبة) زمنيا، اعتمادًا فقط على الحالة الأولية للنظام. باستخدام لغة مستعارة ذات صلة بمجال دراسة مرافق (حقل البحث الأكثر شمولا) المتعلق بتحليل الأنظمة غير الخطية، يمكن اعتبار هذه الحلول المتعددة عمومًا بمثابة "جاذبات"' متعايشة



الشكل 8. تعدد الحالات (الحلول) لحمل حراري ثابت (زمنيا) ضمن تجويف مستطيل ثنائي الأبعاد بنسبة امتداد AR = 4، يخضع لشروط حدودية ذات جوانب باردة وساخنة على اليسار وعلى اليمين على التوالي، أما الحدود العلوية والسفلية فهي معزولة (تدرج ثابت للحرارة)؛ تنشأ الحلول المتعددة للجريان عند العتبة (المعروفة جيدًا نظريًا 1708 ∽ Ra) لكن بمسارين مختلفين لنفس الشرط الابتدائي (كلاهما ينطلق من نسق انتشاري (توصيل) حرارياً وهامد (ساكن) ديناميكيا):

(a) المسار الأول (يبدأ من $Ra = 10^3$ ويزداد تدريجيا إلى غاية $Ra = 2x10^3$) يفضي لحالة لفيفة متطاولة ثنائية،

(b) المسار الثاني (يبدأ مباشرة عند $Ra = 2x10^3$) يفضي لحالة لفيفة مزدوجة (لفيفتان منفصلتان).



الشكل 9. خرائط الفضاء البارامتري (Ra, ɸ) تظهر تعدد الحالات (الحلول) لحمل حراري ثابت (زمنيا) ضمن تجويف مستطيل ثنائي الأبعاد بنسبة امتداد AR = 4، يخضع لشروط حدودية ذات جوانب باردة وساخنة على الأعلى والأسفل على التوالي (تدرج ثابت للحرارة)، أما الحدود اليمنى واليسرى فهي معزولة؛ تنشأ الحلول المتعددة للجريان عند العتبة (المعروفة جيدًا نظريًا 1708 ∽ Ra) لكن بمسارين مختلفين لنفس الشرط الحدودية:

(a) المسار الأول: ينطلق من حالة 4 لفائف (الزاوية تبدأ من °00 = ɸ وتزداد تدريجيا إلى غاية °90 = ɸ)، يفضي لحالة لفيفة وحيدة،

(b) المسار الثاني: ينطلق من حالة لفيفة وحيدة (الزاوية تبدأ من °90 = ɸ وتتناقص تدريجيا إلى غاية °00 = ɸ) ويفضي لحالة 3 لفائف.

في فضاء الأطوار (الفضاء ذو عدد الأبعاد المماثل لدرجة حرية النظام المدروس). مع ذلك، باستخدام لغة تقنية محددة، فمن المعروف أنه في مسألة تطور فروع متعايشة للحلول، يمكن لمسار النظام في الفضاء الطوري أن يميل بشكل انتقائي إلى جاذب مختلف وفقًا لـ "حوض الجذب" المدروس، الذي بحكم التعريف، يمثل مجموعة الشروط الإبتدائية التي تقود مسار النظام إلى تلبية (نداء) جاذب معين (راجع الفقرة 1.3 من الفصل الأول). يظهر مثال على هذا السلوك في الشكل 8.

بدء عملية محاكاة رقمية بظروف انتشار حراري ($V_0 = 0$)، من أجل عدد رايلي منخفض نسبيًا، ($Ra=10^3$)، فإن الجريان يُعطى ببساطة من خلال إعادة-دوران "ملتوي" يطوق ثلاثة لفائف بتدوير متعاضد (في الاتجاه ذاته) Twisted recirculation embracing three co-rotating rolls؛ هذا الصنف من الجريان يبقى حلاً إذا ما، تم الانطلاق من الشروط الموضحة في الشكل 8 a ($V \neq 0$)، بزيادة عدد رايلي إلى غاية $Ra = 2000$. مع ذلك، إذا تكررت نفس المحاكاة منذ البداية من أجل $Ra = 2000$ بافتراض شروط الانتشار الأولية، يمكن أيضًا الحصول على نمط دوامة مزدوجة؛ هذه الجريانات ثابتة (زمنيا) ومتناظرة مركزيًا (أي أن النمط لا يتغير بالدوران 180° درجة حول مركز التجويف).

يوضح هذا المثال البسيط أنه من أجل تحديد النافذة التي يتعرض فيها النظام لجواذب متعددة تتعايش، يجب أن تستند إستراتيجية التحليل النموذجية إلى استكشاف استجابة النظام لتغاير الشروط الابتدائية (الأولية). في الممارسة العملية، بالإضافة إلى الشروط الابتدائية "المعيارية" المناظرة لحالة هامدة (ساكنة) مع توزيع إنتشاري (النسق التوصيلي الذي يسبق الحمل الحراري) لدرجات الحرارة، يجب مراعاة الشروط الابتدائية الأخرى (عادةً ما يمكن استخدام الحلول المقابلة لفرع واحد كشروط أولية لتحديد الحلول المتعلقة بفرع آخر، أنظر على سبيل المثال، Kengne et al. (2018), Zellouf et al. (2016), Gelfgat et al. (1999)).
بسبب طبيعة النظام اللاخطية العالية، يمكن ظهور تعدد للحلول والأنساق الانتقالية. من أجل التحقيق في ظاهرة التخلفية، نقوم بعكس مسار الحسابات، أي قمنا بتغيير زاوية الميل من 90° إلى غاية 00° فيُلاحظ أن انتقال نمط الجريان يمكن أن يتأثر و بشدة بمسار زاوية الميل. يمكن أن تكون الخرائط البارامترية مفيدة جدا من أجل تلخيص أنماط جريان بمجموعة متوافقة ومتسقة من البارامترات (الوسائط) المتحكمة في المسألة.

بالاعتماد على النتائج المحوسبة، الخرائط البارامترية للفضاء (Ra, θ) من أجل مسارين متعاكسين مع تزايد وتناقص زازوة الميل مبينة في الشكل 9. من الواضح أنه من أجل زوايا متزايدة نمط الخلايا المتعددة يتواجد في حالة زوايا ميل ضئيلة، حيث تسيطر آلية عدم الاستقرار الحراري. بزيادة عدد رايلي Ra، تصبح أنساق الجريان المتعددة الخلايا أكبر. كما ينسب ذلك إلى الدور المهم لخلايا الحمل الحراري، وعند زوايا الميل الكبيرة، يظهر نمط الخلية الواحدة بسبب الجريان المنحدر القوي الموجود على طول الجدار الساخن، والذي يكون سببه قوى الطفو الكبيرة في ذلك الاتجاه. حيث أن الجريان الطولي يدمر البنية المتعددة الخلايا.

قائمة المراجع:

[01] Afrid M. and Zebib A., (1990), "Oscillatory three-dimensional convection in rectangular cavities and enclosures", Phys. Fluids, 2(8): 1318-1327.

[02] Bénard H., (1900), "Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide," Rev. Gén. Sci. pures et appl. 11 1261–1271 & 1309–1328.

[03] Bénard H., (1901), "Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide transportant de la chaleur par convection en régime permanent". Annales de Chimie et de Physique 23, 62–144.

[04] Braunsfurth M.G. and Mullin T., (1996), "An experimental study of oscillatory convection in liquid gallium", J. Fluid Mech., 327: 199- 219.

[05] Burstyn H. L., (1966), "Early Explanations of the Role of the Earth's Rotation in the Circulation of the Atmosphere and the Ocean", Isis, Vol. 57, No. 2, pp. 167-187

[06] Busse F. H., (1978), "Non-linear properties of thermal convection.", Rep. Prog. Phys. 41 (1978) 1929–1967.

[07] Busse F. H. and Clever R. M., (1979), "Instabilities of convection rolls in a fluid of moderate prandtl number.", J. Fluid Mech., 92 (2): 319-335

[08] Clever R. M and Busse F. H., (1974), "Transition to time-dependent convection.", J. Fluid Mech., 65 (4): 625-645

[09] Crespo del Arco E., Pulicani P.P. and Randriamampianina A., (1989), "Complex multiple solutions and hysteresis cycles near the onset of oscillatory convection in a Pr = 0 liquid submitted to a horizontal temperature gradient", C. R. Acad. Sci. Paris 309, II: 1869-1876.

[10] Delgado-Buscalioni R., (2001), "Convection patterns in end-heated inclined enclosures", Phys. Rev. E 64, 016303 17 pages.

[11] Delgado-Buscalioni R., Crespo del Arco E. And Bontoux P., (2001), "Flow transitions of a low-Prandtl-number fluid in an inclined 3D cavity", Eur. J. Mech. B/Fluids, 329: 1-17.

[12] Drazin P. and Howard L.N., (1966), "Hydrodynamic stability of parallel flow of inviscid fluid", Adv. Appl. Mech., 9: 1-89.

[13] Gelfgat A.Yu., Bar-Yoseph P.Z. and Yarin A.L., (1999), "Stability of Multiple Steady States of Convection in Laterally Heated Cavities", J. Fluid Mech., 388: 315-334.

[14] Gershuni G.Z., Laure P., Myznikov V.M., Roux B., Zhukhovitsky E.M., (1992), "On the stability of plane-parallel advective flows in long horizontal layers", Microgravity Q., 2(3): 141-151.

[15] Gill A.E., (1974), "A theory of thermal oscillations in liquid metals", J. Fluid Mech. 64 (3): 577-588. Grassberger P. and Procaccia I., (1983a), "Characterization of Strange Attractors", Phys. Rev. Lett., 50: 346-349.

[16] Gollub J. P and Benson S. V., (1980), "Many routes to turbulent convection.", J. Fluid Mech., 100 (3): 449-470

[17] Hadley G., (1735), "Concerning the cause of the general trade winds", Phil. Trans. Roy. Soc. Lond., 29, 58-62.

[18] Hart J.E., (1972), "Stability of thin non-rotating Hadley circulations", J. Atmos. Sci., 29: 687-697.

[19] Hart J.E., (1983), "A note on the stability of low-Prandtl-number Hadley circulations", J. Fluid Mech., 132: 271-281.

[20] Hung M.C. and Andereck C.D., (1988), "Transitions in convection driven by a horizontal temperature gradient", Physics Letters A 132(5): 253- 258.

[21] Kengne J., Nguomkam Negou A., Tchiotsop D., Kamdoum Tamba V., Kom G.H., (2018), "On the Dynamics of Chaotic Systems with Multiple Attractors: A Case Study", In: Kyamakya K., Mathis W., Stoop R., Chedjou J., Li Z. (eds) Recent Advances in Nonlinear Dynamics and Synchronization. Studies in Systems, Decision and Control, vol 109. Springer, Cham.

[22] Kuo H.P. and Korpela S.A., (1988), "Stability and finite amplitude natural convection in a shallow cavity with insulated top and bottom and heated from the side", Phys. Fluids, 31: 33–42.

[23] Lappa M., (2002), "Well-posed problems for the Navier-Stokes equations in the microgravity environment", Microgravity & Space Station Utilization (ISSN: 0958-5036), 3(4): 51-62.

[24] Laure P. and Roux B., (1989), "Linear and non linear study of the Hadley circulation in the case of infinite cavity", J. Cryst. Growth 97(1): 226- 234.

[25] Lin C.-C., (1944), "On the stability of two-dimensional parallel flows", Proc. NAS, 30(10): 316-324.

[26] Marangoni C.G.M., (1865), "Sull' expansione dell goccie di un liquido galleggianti sulla superficie di altro liquido", Tipografia dei fratelli Fusi, Pavia.

[27] Marangoni C.G.M., (1871), "Ueber die Ausbreitung der Tropfen einer Flüssigkeit auf der Oberfläche einer anderen", Ann. Phys. Chem. (Poggendorf), 143 (7), 337-354.

[28] Okada K., and Ozoe H., (1993a), "Various computational conditions of oscillatory natural convection of zero Prandtl number fluid in an open boat heated and cooled from opposing vertical walls", Numerical Heat Transfer, Part A Applications, 23(2): 171-187.

[29] Okada K. and Ozoe H., (1993b), "The Effect of Aspect ratio on the critical Grashof number for Oscillatory Natural Convection of Zero Prandtl Number Fluid: Numerical Approach", J. Cryst. Growth, 126: 330-334.

[30] Paolucci S., (1990), "Direct numerical simulation of two-dimensional turbulent natural convection in an enclosed cavity", J. Fluid Mech., 215: 229-262.

[31] Pearson J. R. A., (1958), "On convection cells induced by surface tension," J. Fluid Mech. vol. 4, no. 5, pp. 489 – 500.

[32] Pellew A. and Southwell R., (1940), "On mantained convective motion in a fluid heated from below." Proc. R. Soc. London.

[33] Pratte J.M. and Hart J.E., (1990), "Endwall driven, low Prandtl number convection in a shallow rectangular cavity", J. Cryst. Growth, 102: 54- 68.

[34] Rayleigh J. W. S., (1880), "On the stability or instability of certain fluid motions", Proc. Lond. Math. Soc. 9: 57–70.

[35] Rayleigh J. W. S., (1916), "On the convective currents in a horizontal layer of fluid when the higher temperature is on the under side." Phil. Mag. 32: 529–546.

[36] Rosenbluth M.N. and Simon A., (1964), "Necessary and sufficient conditions for the stability of plane parallel inviscid flow", Phys. Fluids, 7(4): 557-558.

[37] Squire H.B., (1933), "On the stability of three-dimensional disturbances of viscous flow between parallel walls", Proc. R. Soc. London, Ser. A, 142: 621-628.

[38] Tollmien W., (1936), "General instability criterion of laminar velocity distributions", Tech. Memor. Nat. Adv. Comm. Aero., Wash. No. 792.

[39] Wakitani S., (2001), "Numerical study of three-dimensional oscillatory natural convection at low Prandtl number in rectangular enclosures", J. Heat Transfer, 123: 77-83.

[40] Zellouf M., Moummi N., Labed A. and Aoues K., (2016), "Multiple solutions for flow mode–transition in an inclined cavity generated by natural convection", Journal of Applied Eng. Sci. & Tech. 2 (2), p. 75-85.

الفصل الرابع

50 عامًا من المقاربات الرقمية الفعالة لديناميكا الموائع الحاسوبية:

الجزء الثاني

تعدد حلول واستقرار جريانات التجاويف ذات الحواف القائمة

يعد الجريان ضمن التجويف ذو الحواف القائمة مسألة أساسية في مكانيك الموائع. حيث يندرج هذا النوع من الجريان ضمن طيف واسع من الظواهر الطبيعية وكذا التطبيقات الهندسية، كما يعد مسألة أساسية ضمن الأبحاث النظرية، تعود شعبية هذه المسألة إلى بساطة هندستها في الوقت الذي تجمع فيه عديد الظواهر في سياق ميكانيكا الموائع على سبيل المثال: دناميات الدوامات، الهدرودنيامية و الاستقرار، تشعبات الجريان، الظواهر العابرة و الانتقال إلى الاضطراب، كما تستعمل كمسألة مرجعية لاختبار مختلف النماذج والطرق الرقمية وكذا مسألة الاستقرارالهيدروديناميكي.

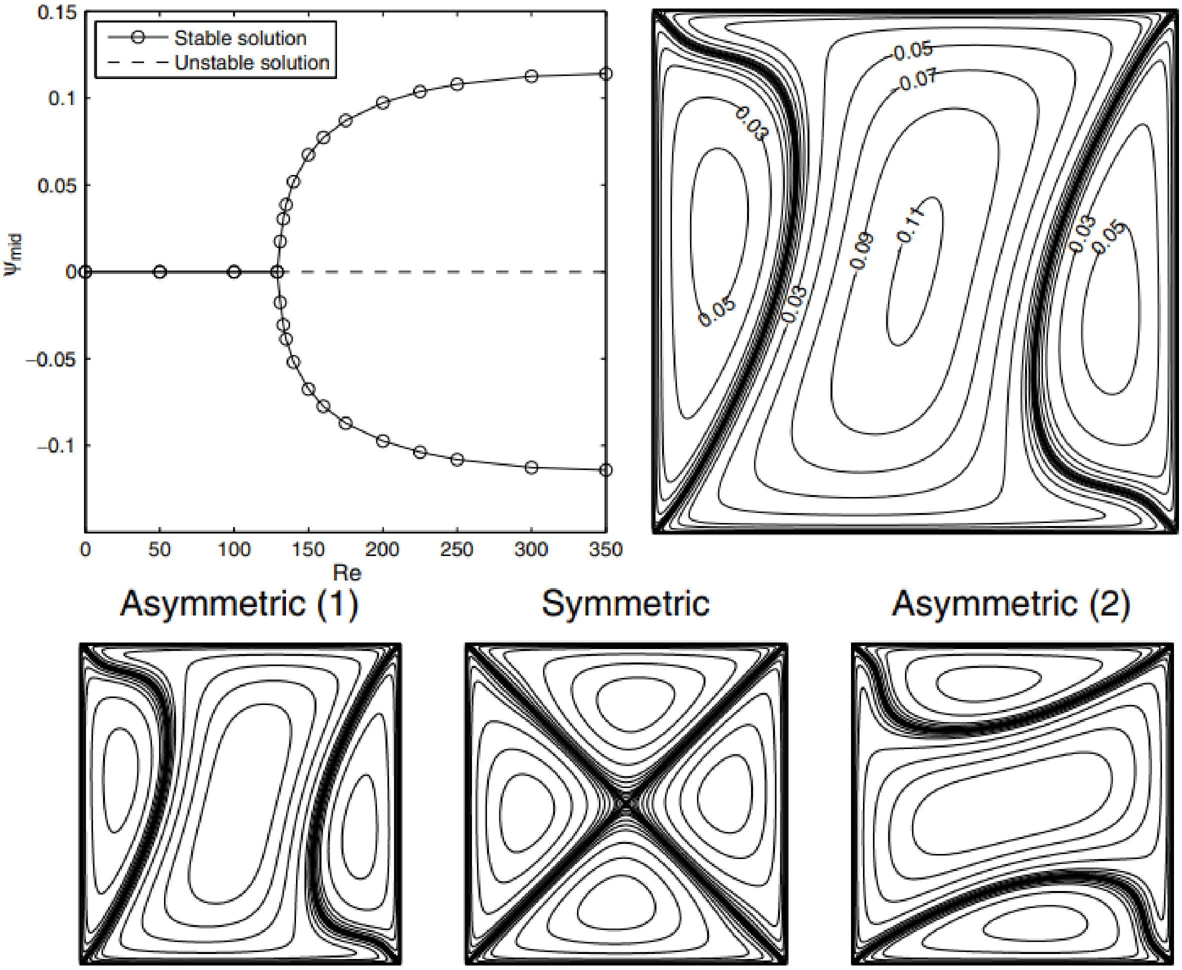
1. مقدمة: مراجعة مركزة لأبرز الأعمال والنتائج المفصلية

نظرًا لبساطتها الظاهرية، فقد تم فحص ودراسة ظاهرة الجريان داخل التجويف الذي يحركه الغطاء (جريان التجويف ذو الحافة القائدة – Lid-driven cavity flow) بكثافة وعلى نطاق واسع، حيث تم استخدامها كنموذج نظري معياري وكمسألة رقمية مرجعية، بالإضافة لاعتبارها منصة اختبار لدراسة مختلف التأثيرات الفيزيائية الأخرى. البحث في موقع شبكة العلوم Web of Science – عن هذا الموضوع (lid-driven) يعطي مايقرب من 2000 نتيجة (2000 hits ~) ووصلة متفرعة. لهذه الأسباب، وبسبب التطور السريع لهذا المجال من البحث، يبدو البون شاسعا بين آخر مراجعة Kuhlmann & Romanŏ (2019) لجريانات التجويف ذو الحافة القائدة بالمقارنة مع المراجعة العامة التي سبقتها Shankar & Deshpande (2000).

بعد التحقيقات الرقمية الأولى لـ Kawaguti (1961) و Burggraf (1966) بدأ البحث عن الكفاءة والدقة مع أعمال كل من: Ghia et al. (1982) و Schreiber & Keller (1983)، الذين قاموا بحوسبة الجريان الثنائي الأبعاد المستقر عند عددرينولدز Reynolds number $Re > 10^4$ داخل تجويف مربع تحده ثلاث جدران صلبة وغطاء يتحرك بسرعة ثابتة. أجرى كل من جي. آر. كوسيف – J. R. Koseff وآر. إل. ستريت – R. L. Street، سلسلة من التجارب على الجريان داخل تجاويف ثلاثية الأبعاد بامتدادات مختلفة (أطوال مختلفة في البعد الثالث)، تم تلخيص العديد منها في Koseff & Street (1984c).

بتحفيز من هذه النتائج التجريبية وكذا الأسئلة المفتوحة المتبقية، كرست حالات اختبارية ثلاثية الأبعاد تم تحديدها والتحقيق فيها رقميًا بواسطة مجموعات بحثية مختلفة وانتهت بجمع نتائجها في Deville et al (1992). بعد هذا الجهد المشترك، الذي لم يسفر عن نتائج حاسمة للغاية من أجل عدد رينولدز المستهدف $Re = 3200$، تم الوصول إلى مستوى جديد من الدقة في حوسبة الجريانات ثنائية الأبعاد بواسطة Botella & Peyret (1998) اللذين استخدما طرقًا طيفية مقترنة/ متآلفة بمعالجة مكرسة للأركان - الزوايا/ الحواف المفردة حيث يلتقي الجدار المتحرك بالجدار الثابت. طريقتهم تعطي حلًا رقميًا عالي الدقة للمسألة ثنائية الأبعاد لنسق يصل إلى $Re = 10^3$ (أنظر أيضا Auteri et al., 2002b). مع تطور وازدياد قدرة الحوسبة لاستيعاب النمذجة الثلاثية الأبعاد، أصبحت معيارية الجريانات الثلاثية الأبعاد ذات جدوى. بتطبيق طريقة Botella & Peyret (1998) وتوسيعها لتشمل الأبعاد الثلاثة، قدم Albensoeder & Kuhlmann (2005) حلًا عالي الدقة لحقول الجريان الثلاثي الأبعاد من أجل $Re = 10^3$ لتجاويف بمختلف الأطوال في اتجاه الامتداد ومن أجل شروط حدية جاسئة ودورية عند الجدران النهائية.

بعيدا عن كونها معيار رقمي، تنشأ العديد من ظواهر ميكانيكا الموائع الأساسية في مسألة التجويف ذو الحافة القائدة. أحد الجوانب المهمة للمعالجة التحليلية والرقمية للمسألة هي الشروط الحدودية المتقطعة على طول الحواف التي تلتقي فيها الجدران المتحركة والثابتة. هذه المسألة هي حالة خاصة من مسألة كشط تايلور Taylor's scraping problem التي قدم لها حلول متشابهة (Taylor, 1960, 1962). على طول حافة ذات شروط حدودية متقطعة للمركبة العمودية للسرعة على الحافة، تتباعد الدوامة والضغط عند القمة. من أجل الجريان ثنائي



الشكل 7. تعدد الحلول لجريان التجويف رباعي الحواف القائدة $\Gamma = 1$. ثلاث حلول مختلفة عند $Re = 200$ من اليسار إلى اليمين: غير متناظر مستقر1، حل متناظر غير مستقر و ثالث غير متناظر مستقر2، مع مخطط التشعب المناظر.

من أجل أعداد رينولدز المنخفضة تكون بنية الجريان متناظرة بالنسبة لأحد قطري التجويف (الحالة ثنائية الحواف "TSNFLD") أو بالنسبة لكليهما (الحالة رباعية الحواف "FSLD"). عند بلوغ عدد رينولدز الحرج الموافق لكلا الحالتين ("TSNFLD", $Re_C = 1175$) و ("FSLD", $Re_C = 125$), وجراء الحالة اللامستقرة لبنى الجريان؛ ما يتسبب في انكسار تناظرها وظهور بنى أخرى غير متناظرة لكنها أكثر استقرارا[*]. مخططات التشعب المناظرة لهذا التغير في بنية الجريان تظهر بوضوح وجود ثلاث حلول محتملة تقع وراء نقطة التشعب. اثنان منها مستقرة غير متناظرة, فيما الثالث غير مستقر و متناظر. في الأخير فإن جميع الحلول قد تمت استعادتها من اجل حالتين محددتين بعينهما؛ وذلك عند ($Re = 2000$) بالنسبة لجريان التجويف الثنائي الحواف ($Re = 200$) بالنسبة لجريان التجويف رباعي الحواف القائدة.

[*] في مقدمة ورقتنا Zellouf et al. (2011)، تمت الإشارة إلى عدم التطرق للنتائج الخاصة بمسألة التجويف ثلاثي الحواف القائدة وذلك من أجل الحفاظ – عند عرض النتائج – على البنية المتناظرة لحقل الجريان وبغية حصر تأثير إنكسار التناظر فقط في وسيط (باراميتر) التحكم الرئيسي للجريان

المتمثل في عدد رينولدز (Re). رغم ذلك فإن لهذه النتائج أهميتها البالغة لكونها أصلية ولاسابق لها؛ وبمقارنتها – بأثر رجعي– نجدها متطابقة مع أخرى ظهرت مؤخرًا في الأدبيات المنشورة Kamel et al. (2020) و Azzouz & Houat (2022). لماذا التركيز على انكسار التناظر؟.. التناظر يعني الجمال أو بالأحرى "النظام"، لكن الطبيعة لا تعترف به وتفضل "الفوضى" في جميع أشكالها (ظواهرها)؛ فالاستقرار مرتبط بانكساره –كما تمت الإشارة إليه سابقا – بل أن حتى وجود الكون ذاته – وفق نظرية الحقول الكمومية Quantum Fields Theory (QFT) – يرجع لانكسار التناظر .. لهذا تم إغفال تلك النتائج – ونتائج أخرى مسكوت عنها إلى حين – في خضم الرغبة والسعي للوصول لنموذج أو براديجم موحد وما يستدعيه من التطرق لمسائل التناظر وكسره واتصالها بمعضلة الفهم (الكلي) والاختزال (الجزئي) والنقاش المنهجي (الفلسفي) الدائر حوله منذ منتصف الستينيات الذي لخصه فيليب أندرسون الحائز على جائزة نوبل للفيزياء العام (1977) في مقاله الشهير "المزيد مختلف" (1972) Anderson. خير مثال على ذلك النموذجين المعياريين – على ما يعتريهم من تشكيك واعتراضات – للمتناهي في الصغر (الكوارك – Quarks) والمتناهي في الكبر (الانفجار العظيم – Big Bang)، للتوضيح نقصِر الحديث هنا ونربطه فقط بمسألة انكسار التناظر على النموذج المعياري الأول – وإن كانا مرتبطين "سُرّيا" ببعضها البعض – خاصة فيما يتعلق بمسألة توحيد القوى؛ .. فرغم ما تبدو عليه أنواع القوى من تعدد وتنوّع، فإنها ترد إلى أربع قوى أساسية: الكهرومغناطيسية، الجاذبية، النووية الشديدة والنووية الضعيفة (..).

في عام 1959م، قدم "العلامة" محمد عبدالسلام (1926-1996) من إمبيريال كوليج في لندن وستيف وينبرج (1933-2021) من هارفارد بشكل مستقل نظرية مفادها أن هذه القوى الأربع ما هي إلا بقايا قوة واحدة انكسر تناظرها منذ الأزمنة المبكّرة للكون، فاكتسبت خصائص مختلفة. في عام 1962 نشر شلدون جلاشو (1932-) من هارفارد ورقة اعتمدت على نظرية عبدالسلام – وينبرج تنبأت بوجود الجسيمات – الحاملة للقوة في النموذج المعياري الذي اكتمل فيما بعد – W وZ، لكن ذلك كله لم ينل تجاوباً مُرضياً من المجتمع العلمي، فثبطت هممهم وقال عبدالسلام: « إن تناظراً مكسوراً يكسر قلبك ».

لكن سرعان ما تم اكتشاف هذه الجسيمات فعلاً في عام 1978 في مسرع ستانفورد الخطي، فنال الثلاثة جائزة نوبل للفيزياء عام 1979 عن هذه النظرية التي استطاعت توحيد القوتين الكهرومغنطيسية والنووية الضعيفة في قوة واحدة تسمى القوة الكهرضعيفة. ولايزال البحث جاريا عن نسخة توحد كل القوى في قوة واحدة ضمن نظرية أُطلق عليها اسم "نظرية كل شيء".

يشرح محمد عبدالسلام هذا الانكسار التلقائي للتناظر من خلال مثال بسيط: « تخيّل قبعة مكسيكية مطلية بلون متجانس، ولا يوجد على سطحها أي رسم أو إشارة، وأن على قمة هذه القبعة توجد كرة مطلية بلون واحد أيضاً وبلا إشارة أو رسم على سطحها. فإذا قمت بفتل هذه القبعة حول محورها العمودي، فإنك لن تلاحظ أنها قد دارت سواء أنظرت إليها جانبياً أم نظرت إليها من الأعلى، وهذا عائد إلى تناظرها الدائري. لكن هذا التناظر –كما يقول عبدالسلام – "قلق" لأن الكرة لن تظل ساكنة عند رأس القبعة إذا تركناها لشأنها، بل لابد أن تسقط تلقائياً نحو إحدى الجهات، وهذا المكان الذي ستستقر الكرة فيه اعتباطي ولا يشترط له أن يحوي أي ميزة عن سواه من المواضع المرشحة لسقوط الكرة إليها، فإذا شبّهنا القوة البدائية التي كانت متناظرة خلال الأزمنة المبكّرة للكون بهذه القبعة قبل أن ينكسر تناظرها، يمكننا القول إن تلك القوة لم تكن مستقرة، فانكسر تناظرها معطياً للقوتين الشديدة والضعيفة كتلاً كبيرة على حساب القوتين الباقيتين بشكل تلقائي لا يميز واحدة عن أخرى ».

ربما يؤدي فهم آلية انكسار التناظر إلى فهم أعمق لأسرار الكون؛ لكن الأكيد وكما قال هاينريش هيرتز (1857-1894) بخصوص تناظر معادلات ماكسويل: « إن هذه المعادلات الرياضية تعلم أكثر مما نعلم، بل وأكثر مما يعلم مَن كتبوها ».

قائمة المراجع:

[01] M. Ahmed and H. C. Kuhlmann, (2012) Flow instability in triangular lid-driven cavities with wall motion away from a rectangular corner. Fluid Dyn. Res., 44: 025501–21.

[02] C. K. Aidun, N. G. Triantafillopoulos and J. D. Benson, (1991) Global stability of a lid-driven cavity with through flow: Flow visualization studies, Phys. Fluids A, 3: 2081–2091.

[03] S. Albensoeder, Lineare und nichtlineare Stabilität inkompressibler Strömungen im zweiseitig angetriebenen Rechteckbehälter, Cuvillier Verlag, Göttingen, (2004).

[04] S. Albensoeder and H. C. Kuhlmann, (2003) Stability balloon for the double-lid-driven cavity flow. Phys. Fluids, 15: 2453–2456.

[05] S. Albensoeder and H. C. Kuhlmann, (2005) Accurate three-dimensional lid-driven cavity flow. J. Comput. Phys., 206: 536–558.

[06] S. Albensoeder, H. C. Kuhlmann and H. J. Rath, (2001a) Three-dimensional centrifugal-flow instabilities in the lid-driven cavity problem. Phys. Fluids, 13: 121–135.

[07] S. Albensoeder, H. C. Kuhlmann and H. J. Rath, (2001b) Multiplicity of steady two-dimensional flows in two-sided lid-driven cavities. Theor. Comp. Fluid Dyn., 14: 223–241.

[08] P. W. Anderson, (1972) More Is Different: Broken symmetry and the nature of the hierarchical structure of science, Science, New Series, Vol. 177, No. 4047: 393–396.

[09] F. Auteri, N. Parolini and L. Quartapelle, (2002a) Numerical investigation on the stability of singular driven cavity flow. J. Comput. Phys., 183: 1–25.

[10] F. Auteri, L. Quartapelle and L. Vigevano, (2001b) Accurate ω-ψ spectral solution of the singular driven cavity problem. J. Comput. Phys., 180: 597–615.

[11] E. Azzouz and S. Houat, (2022) Numerical solutions of steady slow in a three-sided lid-driven square cavity, Int. J. Appl. Comput. Math., 8: 118–144

[12] G. K. Batchelor, (1956) On steady laminar flow with closed streamlines at large Reynolds numbers. J. Fluid Mech., 1: 177–190.

[13] Z. Belhachmi, C. Bernardi and A. Karageorghis, (2004) Spectral element discretization of the circular driven cavity. part iv: The Navier–Stokes equations. J. Math. Fluid Mech., 6: 121–156.

[14] J. D. Benson and C. K. Aidun, (1992) Transition to unsteady nonperiodic state in a through flow lid-driven cavity. Phys. Fluids A, 4: 2316–2319.

[15] B. B. Beya and T. Lili, (2008) Three-dimensional incompressible flow in a two-sided nonfacing lid-driven cubical cavity. C. R. Mecanique, 336: 863–872.

[16] U. T. Bŏdewadt, (1940) Die Drehströmung über festem Grunde. Z. Angew. Math. Mech., 20: 241–253.

[17] O. Botella and R. Peyret, (1998) Benchmark spectral results on the lid-driven cavity flow, Comp. Fluids, 27: 421–433.

[18] C.-H. Bruneau and M. Saad, (2006) The 2D lid-driven cavity problem revisited, Comp. Fluids, 35: 326–348.

[19] O. R. Burggraf, (1966) Analytical and numerical studies of the structure of steady separated flows. J. Fluid Mech., 24: 113–151.

[20] J. M. Cadou, Y. Guevel and G. Girault, (2012) Numerical tools for the stability analysis of 2D flows: application to the two and four-sided lid-driven cavity. Fluid Dyn. Res., 44: 031403–12.

[21] W. Cazemier, R. W. C. P. Verstappen and A. E. P. Veldman, (1998) Proper orthogonal decomposition and low-dimensional models for driven cavity flows. Phys. Fluids, 10: 1685–1699.

[22] K.-T. Chen, C.-C. Tsai, W.-J. Luo and C.-N. Chen, (2013) Multiplicity of steady solutions in a two-sided lid-driven cavity with different aspect ratios, Theor. Comput. Fluid Dyn., 27: 767–776.

[23] K.-T. Chen, C.-C. Tsai, W.-J. Luo, C.-W. Lu and C.-H. Chen, (2015) Aspect ratio effect on multiple flow solutions in a two-sided parallel motion lid-driven cavity. J. Mech., 31: 153–160.

[24] M. Cheng and K. C. Hung, (2006) Vortex structure of steady flow in a rectangular cavity, Comp. Fluids, 35: 1046–1062.

[25] W.-L. Chien, H. Rising and J. M. Ottino, (1986) Laminar mixing and chaotic mixing in several cavity flows, J. Fluid Mech., 170: 355–377.

[26] N. Cohen, A. Eidelman, T. Elperin, N. Kleeorin and I. Rogachevskii, (2014) Sheared stably stratified turbulence and large-scale waves in a lid driven cavity. Phys. Fluids, 26 (10): 105106–16.

[27] M. Deville, T.-H. Lê and Y. Morchoisne, Numerical Simulation of 3-D Incompressible Unsteady Viscous Laminar Flows, volume 36 of Notes on Numerical Fluid Mechanics. Vieweg, Braunschweig (1992).

[28] E. Erturk, T. C. Corke and C. Gökcöl, (2005) Numerical solutions of 2d steady incompressible driven cavity flow at high Reynolds numbers, Int. J. Num. Meth. Fluids, 48: 747–774.

[29] Y. Feldman and A. Y. Gelfgat, (2010) Oscillatory instability of a three-dimensional lid-driven flow in a cube. Phys. Fluids, 22: 093602–1–093602–9.

[30] Y. Feldman and A. Y. Gelfgat, (2011) From multi to single-grid CFD on massively parallel computers: Numerical experiments on lid-driven flow in a cube using pressure velocity coupled formulation. Comp. Fluids, 46(1): 218–223, 2011. ISSN 0045-7930. 10th ICFD Conference Series on Numerical Methods for Fluid Dynamics (ICFD 2010).

[31] A. Fortin, M. Jardak, J. Gervais and R. Pierre, (1997) Localization of Hopf bifurcation in fluid flow problems. Int. J. Numer. Methods Fluids, 24: 1185–1210.

[32] U. Ghia, K. N. Ghia and C. T. Shin, (1982) High-Re solutions for incompressible flow using the Navier–Stokes equations and a multigrid method. J. Comput. Phys., 48: 387–411.

[33] R. Glowinski, G. Guidoboni and T.-W. Pan, (2006) Wall-driven incompressible viscous flow in a two-dimensional semi-circular cavity. J. Comput. Phys., 216: 76–91.

[34] A. M. Gomilko, V. S. Malyuga and V. V. Meleshko, (2003) On steady Stokes flow in a trihedral rectangular corner. J. Fluid Mech., 476: 159–177.

[35] L. M. Gonzålez, M. Ahmed, J. Kühnen, H. C. Kuhlmann and V. Theofilis, (2011) Three-dimensional flow instability in a lid-driven isosceles triangular cavity. J. Fluid Mech., 675: 369–696.

[36] J. W. Goodrich, K. Gustafson and K. Halasi, (1990) Hopf bifurcation in the driven cavity. J. Comput. Phys., 90: 219–261.

[37] M. M. Gupta, R. P. Manohar and B. Noble, (1981) Nature of viscous flows near sharp corners. Comp. Fluids, 9: 379–388.

[38] K. Gustafson and K. Halasi, (1987) Cavity flow dynamics at higher Reynolds number and higher aspect ratio. J. Comput. Phys., 70: 271–283.

[39] K. Ishii, C. Ota and S. Adachi, (2012) Streamlines near a closed curve and chaotic streamlines in steady cavity flows. Proc. IUTAM, 5: 173–186. ISSN 2210-9838. IUTAM Symposium on 50 Years of Chaos: Applied and Theoretical.

[40] S. C. Jana, G. Metcalfe and J. M. Ottino, (1994a) Experimental and numerical studies of mixing in complex Stokes flow: the vortex mixing flow and multicellular cavity flow. J. Fluid Mech., 269: 199–246.

[41] S. C. Jana, M. Tjahjadi and J. M. Ottino, (1994b) Chaotic mixing of viscous fluids by periodic changes in geometry: baffled cavity flow. AIChE J., 40: 1769–1781.

[42] D. D. Joseph, (1977) The convergence of biorthogonal series for biharmonic and Stokes flow edge problems. Part I. SIAM J. Appl. Math., 33: 337–347.

[43] D. D. Joseph and L. Sturges, (1978) The convergence of biorthogonal series for biharmonic and Stokes flow edge problems: Part II. SIAM J. Appl. Math., 34:7–26.

[44] A. G. Kamel, E. H. Haraz and S. N. Hanna, (2020) Numerical simulation of three-sided lid-driven square cavity. Engineering Reports 2, no. 4: e12151–22.

[45] M. Kawaguti, (1961) Numerical solution of the Navier–Stokes equations for the flow in a two-dimensional cavity. J. Phys. Soc. Jap., 16: 2307–2315.

[46] M. A. Kelmanson and B. Lonsdale, (1996) Eddy genesis in the double-lid-driven cavity, Q. J. Mech. Appl. Math., 49: 635–655.

[47] J. R. Koseff and R. L. Street, (1984a) Visualization studies of a shear driven three-dimensional recirculating flow. J. Fluids Eng., 106: 21–29.

[48] J. R. Koseff and R. L. Street, (1984b) On end-wall effects in a lid-driven cavity flow. J. Fluids Eng., 106: 385–389.

[49] J. R. Koseff and R. L. Street, (1984c) The lid-driven cavity flow: A synthesis of qualitative and quantitative observations. J. Fluids Eng., 106: 390–398.

[50] H. C. Kuhlmann and S. Albensoeder (2014) Stability of the steady three-dimensional lid-driven flow in a cube and the supercritical flow dynamics. Phys. Fluids, 26(2): 024104–1–024104–11, Feb. 2014. ISSN 1070-6631, 1089-7666.

[51] H. C. Kuhlmann, M. Wanschura, and H. J. Rath, (1997) Flow in two-sided lid-driven cavities: Non-uniqueness, instabilities, and cellular structures. J. Fluid Mech., 336: 267–299.

[52] H.C. Kuhlmann and F. Romanò, The Lid-Driven Cavity. In: Gelfgat, A. (eds) Computational Modelling of Bifurcations and Instabilities in Fluid Dynamics. Computational Methods in Applied Sciences, Vol. 50. Springer (2019).

[53] E. Leriche, (2006) Direct numerical simulation in a lid-driven cubical cavity at high Reynolds number by a Chebyshev spectral method. J. Sci. Comput., 27: 335–345.

[54] E. Leriche and S. Gavrilakis, (2000) Direct numerical simulation of the flow in a lid-driven cubical cavity. Phys. Fluids, 12: 1363–1376.

[55] M. Li and T. Tang, (1996) Steady viscous flow in a triangular cavity by efficient numerical techniques. Comput. Math. Appl., 31: 55–65.

[56] L.-S. Lin, Y.-C. Chen and C.-A. Lin (2010) Multi relaxation time lattice Boltzmann simulations of deep lid driven cavity flows at different aspect ratios. Comp. Fluids, 45(1): 233–240. ISSN 0045-7930. 22nd International Conference on Parallel Computational Fluid Dynamics (ParCFD 2010).

[57] J.-C. Loiseau, J.-C. Robinet and E. Leriche, (2016) Intermittency and transition to chaos in the cubical lid-driven cavity flow. Fluid Dyn. Res., 48(6): 061421–1–061421–11.

[58] J. M. Lopez, B. D. Welfert, K. Wu and J. Yalim, (2017) Transition to complex dynamics in the cubic lid-driven cavity. Phys. Rev. Fluids, 2: 074401–1–074401–23.

[59] C. Migeon, A. Texier and G. Pineau, (2000) Effects of lid-driven cavity shape on the flow establishment phase. J. Fluids Struct., 14: 469–488.

[60] H. K. Moffatt, (1964a) Viscous and resistive eddies near a sharp corner., Journal of Fluid Mechanics, 18: 1–18.

[61] H. K. Moffatt, (1964b) Viscous eddies near a sharp corner. Archiwum Mechaniki Stosowanej, 16: 365–372.

[62] H. K. Moffatt, Singularities in Fluid Dynamics and their Resolution, In: Lecture Notes in Mathematics, Volume 1973: 157–166. Springer (2001).

[63] A. A. Mohamad and R. Viskanta, (1995) Flow and heat transfer in a lid-driven cavity filled with a stably stratified fluid. Appl. Math. Modelling, 19: 465–472.

[64] E. Nobile, (1996) Simulation of time-dependent flow in cavities with the additive-correction multigrid method, part I: mathematical formulation. Num. Heat Transfer B, 30 (3): 341–350.

[65] F. Pan and A. Acrivos, (1967) Steady flows in rectangular cavities. J. Fluid Mech., 28: 643–655, 1967.

[66] Y.-F. Peng, Y.-H. Shiau and R. R. Hwang, (2003) Transition in a 2-D lid-driven cavity flow. Comp. Fluids, 32: 337–352.

[67] M. Poliashenko and C. K. Aidun, (1995) A direct method for computation of simple bifurcations. J. Comput. Phys., 121: 246–260.

[68] L. Prandtl, Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung, In Verhdlg. III Intern., Math.-Kongr., pp: 484–491, Leipzig, Teubner (1904).

[69] A. K. Prasad and J. R. Koseff, (1996) Combined forced and natural convection heat transfer in a deep lid-driven cavity flow. Int. J. Heat Fluid Flow, 17: 460–467.

[70] J. Riedler and W. Schneider, (1983) Viscous flow in corner regions with a moving wall and leakage of fluid, Acta Mech., 48: 95–102.

[71] F. Romanŏ, S. Albensoeder and H. C. Kuhlmann, (2017) Topology of three-dimensional steady cellular flow in a two-sided anti-parallel lid-driven cavity, J. Fluid Mech., 826: 302–334, 2017.

[72] M Turkyilmazoglu, (2022) Driven flow motion by a dually moving lid of a square cavity, Eur. J. Mech-B/Fluids 94, 17-28.

[73] M. Sahin and R. G. Owens, (2003) A novel fully-implicit finite volume method applied to the lid-driven cavity problem Part II: Linear stability analysis, Int. J. Num. Meth. Fluids, 42(1): 79–88.

[74] R. Schreiber and H. B. Keller, (1983) Driven cavity flows by efficient numerical techniques. J. Comput. Phys., 49: 310–333.

[75] J. F. Scott, (2013) Moffatt-type flows in a trihedral cone. J. Fluid Mech., 725: 446–461.

[76] L. E. Scriven and C. V. Sternling, (1960) The Marangoni effects. Nature, 187: 186–188.

[77] P. N. Shankar, (2005) Moffatt eddies in the cone. J. Fluid Mech., 539: 113–135.

[78] P. N. Shankar and M. D. Deshpande, (2000) Fluid mechanics in the driven cavity. Annu. Rev. Fluid Mech., 32: 93–136.

[79] J. Shen, (1991) Hopf bifurcation of the unsteady regularized driven cavity flow. J. Comput. Phys., 95: 228–245.

[80] R. Sousa, R. Poole, A. Afonso, F. Pinho, P. Oliveira, A. Morozov and M. Alves, (2016) Lid-driven cavity flow of viscoelastic liquids. J. Non-Newtonian Fluid Mech., 234: 129–138.

[81] G. I. Taylor, Similarity solutions of hydrodynamic problems. In Aeronautics and Astronautics (Durand Anniversary Volume), pp: 21–28, Pergamon (1960).

[82] G. I. Taylor. On scraping viscous fluid from a plane surface. In G. K. Batchelor, editor, The Scientific Papers of Sir Geoffrey Ingram Taylor, volume IV: Mechanics of Fluids - Miscellaneous Papers, pp: 410–413. Cambridge University Press, (1971), Cambridge, UK, (1962).

[83] S. J. Tsorng, H. Capart, D. C. Lo, J. S. Lai and D. L. Young, (2008) Behaviour of macroscopic rigid spheres in lid-driven cavity flow, Int. J. Multiphase Flow, 34: 76–101.

[84] E. M. Wahba, (2009) Multiplicity of states for two-sided and four-sided lid-driven cavity flows, Comput. Fluids, 38: 247–253.

[85] M. Zellouf, N. Moummi, A. Labed and K. Aoues, (2011) Multiple solutions and stability of multi-sided lid-driven cavity flows, Revue ANDRU 1(3): 156–165.

[86] K. Zhanga, H. F. Jing, X-F. Feng and Y-L. Jiang, (2022) Numerical investigation of flow structures in multi-sided lid-driven cubic cavities with various ratios by MRT-LBE. Chinese J. phys., 77: 2472-2489.

الفصل الخامس و الأخير

المبادئ العامة للميكانيكا التطبيقية (مبدأ الفعل الأقل نموذجا): 20 عامًا من المناهج البديلة.

الانتصارات العظيمة في الميكانيكا التي حققها الفيزيائيون في القرن الماضي (خصوصا) تم تحقيقها بشكل أساسي من خلال المناهج التغايرية. بينما تفشل الميكانيكا الكلاسيكية في المقاييس الصغيرة (الذرة) والمقاييس الكبيرة (المجرة)، فإن الميكانيكا التحليلية (بمبدأ الفعل الأقل) قدمت نهجًا أساسيًا في كل من النسبية العامة وميكانيكا الكم، بالإضافة إلى استعادة ميكانيكا نيوتن الكلاسيكية في المقاييس العادية. من ناحية أخرى، عندما نركز اهتمامنا على ميكانيكا الموائع، نجد أن القليل من النجاح قد تحقق باتباع المقاربة النيوتونية التي بلغت ذروتها في معادلات نافييه – ستوكس للحركة. ربما يكون مجال ميكانيكا الموائع النظرية راكدا بسبب افتقاده لصياغة تغايرية مناسبة.

1. مقدمة: تمثُّلات واقْتباسات

بل لا يزال الاختصاص القديم الذي مضت عليه قرون لديه الجرأة على منح الإلهام للأجيال القادمة؟(*)
في مقال حديث (نسبيًا) بحثًا عن تناظرات (تماثلات) فيزيائية بين ميكانيكا الموائع وميكانيكا الكم، كتب الرياضياتي التطبيقي في معهد ماساتشوستس للتكنولوجيا MIT، John W.M. Bush بصيغة شاعرية (الفيزياء اليوم، أغسطس 2015، ص 47-53 (Bush, 2015)):
« إذا كانت فيزياء الجسيمات هي ولي العهد المبهر للعلم، فإن ميكانيكا الموائع هي الملكة الشريرة المشاكسة؛ في حين أن رعاياها المخلصين يتملقونها لكونها غنية وناضجة وذات بصيرة، يعتبر الكثيرون أنها قديمة الطراز "démodé" وغير مثيرة للاهتمام بل صعبة المراس. في شبابها، كانت أكثر جاذبية. تم اعتبار تناقضاتها على أنها مفارقات منحتها جوًا (إيهابًا) من العمق والغموض. أدى حل مفارقاتها إلى جعلها أقل خداعًا ولكن أكثر قوة، مما جعلها تبلغ سن الرشد. ومنذ ذلك الحين، شاهدت كل شيء ورجحت اهتمامها في موضوعات تتراوح من علم الكونيات إلى علم الملاحة الفضائية. يستكشف العلماء حاليًا ما إذا كان لديها أي حكمة لتقدمها في الموضوع المثير للجدل للأسس الكمية ».
ثم أضاف؛ « توفر الاستعارة وسيلة لاستخدام موضوع ما للتعرف على موضوع آخر. حتى في هذا المستوى غير المناسب من المقارنة، فإن ميكانيكا الموائع هي مصدر غني - على سبيل المثال، تحدث إسحاق نيوتن عن جزيئات من الضوء تتخطى الأثير مثل الأحجار على سطح البركة. يسمح الوصف الرياضي للأنظمة الفيزيائية بمقارنات أكثر دقة. ينشأ التشابه الديناميكي، وهو حجر الزاوية في النمذجة المختبرية في ديناميكيات الموائع، بين نظامين مائعين عندما يتم تحقيق تكافؤ رياضي صارم: تخضع الأنظمة بالضبط لنفس المعادلات. وهكذا، من خلال التجارب على مقياس متر، يمكن للمرء أن يستكشف كل شيء من الجريانات في الفيزياء الفلكية إلى سباحة البكتيريا».
ليردف بعد ذلك؛ « التشابه الفيزيائي أقوى من الاستعارة ولكنه أضعف من التكافؤ الرياضي، والذي يمكن رسمه بين نظامين يمكن مقارنتها في جوانب مهمة بسبب أوجه التشابه في الفيزياء الأساسية والهيكل الرياضي الأساسي. في هذا المستوى، توفر ميكانيكا الموائع إطارًا لوصف فئة أوسع من الأنظمة غير الموائعية. على سبيل المثال، استخدم توماس يونغ تجارب خزان التموج لتوضيح طبيعة موجة الضوء ».

(*) كانت هذه افتتاحية محمد جاد الحق في مستهل مقاله المكرس للذكرى التسعين لتأسيس قسم الموائع لجمعية الأمريكية للمهندسين الميكانيكيين (American Society of Mechanical Engineers — ASME):

The legendary dynamicist Mohamed Gad-el-Hak celebrates with the ASME Division of Fluids Engineering its 90th Anniversary (founded in 1926. The division’s name was changed from Hydraulics Division (HD) to the Fluids Engineering Division (FED) in 1962.). See; Gad-el-Hak, 2016.

See also : Mohamed M. Awad, Francine Battaglia, Adrian Bejan, Peyman Givi, James T. McLeskey, Jr., Mohamed A. Samaha, Homage to a Legendary Dynamicist on His Seventy-Fifth Birthday, *J. Fluids Eng.* Jul 2020, 142(7): 070201.

في ترويسة مقال بوش كتب: « بينما كان الآباء المؤسسون (لميكانيكا الكم) يتألمون بشأن سؤال "الجسيم" أو "الموجة" في عام 1925 دوبرلي de Broglie اقترح الإجابة الواضحة "الجسيم" و "الموجة" .. هذه الفكرة تبدو طبيعية وبسيطة للغاية، لحل معضلة الموجة والجسيم بطريقة واضحة وعادية، وهو لغز كبير بالنسبة لي لدرجة أنه تم تجاهلها بشكل عام» — جون. إس. بيل، "المباح والمسكوت عنه في ميكانيكا الكم" (Bell, 2004).

قبل الوصول إلى ميكانيكا الكم؛ فالميكانيكا الكلاسيكية ذاتها، تعج بالتشابهات وتضج بالتناظرات والتماثلات؛ حيث نجد روابط بين اختصاصات ومواضيع تبدو للوهلة الأولى منفصلة تماما عن بعضها، والأمثلة والشواهد على هذا كثيرة جدًا إلى حد لا يمكن حصرها، لكن الأهم .. أن هذا التناظر يساعدنا على فهم أعمق لجوهر الظواهر والقوانين والمبادئ الحاكمة لها. أما القفز من العالم الكلاسيكي إلى عالم الكم فقد تم .. ومنذ زمن؛ بل ومن اليوم الأول لولادته عندما اقترح ماكس بلانك مفهوم الكم ودالة الفعل (Planck, 1900)، قبل بلانك ومعه اينشتين(❁) قام ماكسويل –البطل المفضل لأينشتين– باستغلال هذا التشابه الصوري فيما أسماه "طريقة التناظر الفيزيائي – Method of physical analogy".

بل إن إسحاق نيوتن –كبيرهم الذي علمهم السحر– (✯) تبنى هذا المنهج كما ورد في الاقتباس السابق. يمكن اعتبار حقيقة أن نفس المعادلات أو النماذج الرياضية (البارديجمات) تظهر المرة تلو الأخرى لتصف الأنظمة الفيزيائية المتباينة على أنها مظهر آخر من مظاهر "الفعالية غير المعقولة للرياضيات" لويجنر.(‡)

(❁) كان الافتراض المركزي وراء اشتقاق بلانك Max Karl Ernst Ludwig Planck (1858-1947) الجديد "الكونتا"، الذي تم تقديمه إلى الجمعية الألمانية للفيزياء "Deutsche Physikalische Gesellschaft" – DPG في 14 ديسمبر 1900، المعروف باسم افتراض بلانك، القائل بأن الطاقة الكهرومغناطيسية لا يمكن أن تنبعث إلا في شكل مكمم، بعبارة أخرى، يمكن أن تكون الطاقة فقط من مضاعفات وحدة أولية: $E = h\nu$ ، حيث h هو ثابت بلانك، المعروف أيضا باسم فعل بلانك الكمي – Planck's action quantum (تم تقديمه بالفعل في عام 1899 ضمن إحدى النسخ الأولى لنظريته "مبدأ الاضطراب الأولي – Principle of elementary disorder" و أطلق عليه تعبير "متغير مساعد – Hilfsgrösse" (auxiliary variable)، في البداية اعتبر بلانك أن التكميم كان مجرد "افتراض صوري بحت"؛ أما في الوقت الحاضر، يعتبر هذا الافتراض، الذي لا يتوافق مع الميكانيكا الكلاسيكية، ولادة ميكانيكا الكم وأعظم إنجاز فكري في مسيرة بلانك المهنية)، وν هو تردد الإشعاع. وجداؤهما يسمى بـ"كم أو كونتا الضوء (الفوتون) – Light quanta (photon)".

في عام 1905 "السنة المعجزة أو الرائعة – Annus mirabilis" بتوصيف أينشتاين، تم نشر الأوراق التاريخية الأربع التي كتبها ألبرت أينشتاين Albert Einstein (1879-1955) في مجلة "حوليات الفيزياء – Annalen der Physik". كان بلانك (الذي تولى رئاسة تحرير القسم النظري فيها طيلة 37 عام (1907 – 1943)، وقد كان قبل ذلك محررًا مساعدًا منذ عام 1895) من بين القلائل الذين أدركوا على الفور أهمية النظرية النسبية الخاصة. بفضل تأثيره، سرعان ما تم قبول هذه النظرية على نطاق واسع في ألمانيا (في هذا الوقت، لم تكن مراجعة الأوراق من قبل الأقران أمرًا قياسيًا بعد. أينشتاين، ببساطة، أرسل مخطوطاته إلى بلانك، الذي قرر نشرها بعد ذلك). ساهم بلانك أيضا بشكل كبير في توسيع نظرية النسبية الخاصة. حيث؛ أعاد صياغتها بدلالة الفعل الكلاسيكي (Planck, 1901 & 1915).

فرضية أينشتاين لكمات الضوء (الفوتونات)، بناء على اكتشاف هاينريش هيرتز عام 1887 (مع مزيد من التحقيق من قبل فيليب لينارد في الفترة بين عامي 1888-1903) للتأثير (الفعل) الكهروضوئي – photoelectric effect، تم رفضها في البداية من قبل بلانك. لم يكن راغبا في التخلص تماما من نظرية ماكسويل James Clark Maxwell (1831-1879) في الديناميكا الكهربائية. "لن يتم إرجاع نظرية الضوء إلى الوراء لعقود، ولكن بقرون، إلى العصر الذي تجرأ فيه كريستيان هيغنز على محاربة نظرية الإصدار العظيمة لإسحاق نيوتن" (Todd, 2015).

(✯) نيوتن تعلّم في بداية حياته وعلّم الفيزياء ليتحول في النهاية إلى الخيمياء والسحر؛ راجع Auffray, 2012 (Doc 2013) and Nicolayva, 2020

(‡) مقال أثار جدلا واسعًا ولايزال (Wigner, 1960)، نُشر عام 1960 للفيزيائي يوجين ويجنر E. P. Wigner (1902-1995)، الحائز على جائزة نوبل (1963). يقرر أن البنية الرياضية للنظرية الفيزيائية غالبا ما تشير إلى الطريق المفضي لمزيد من التقدم في النظرية و ربما حتى إلى التنبؤات التجريبية.

قد يقول قائل هذا جانب رياضي (وصف مجرد وصوري) أما الجانب الفيزيائي فقُتل بحثا منذ زمن نيوتن؛ فأقول من جانب منهجي (والعلم بالأساس، .. منهج، موضوع ومصطلح)، أن ما قام به ماكسويل – بما يتسق مع تلك الفترة من ملابسات ومقتضيات – يمكن أن نسميه "منهج القياس المادي"، لنوصله بمنهج القياس عند أرسطو وهو ميزان العقل عند الغزالي.(۞) فالقياس – كما يقال دائما؛ .. قياسٌ مع الفارق – لا يكون إلا بين المتشابهات. هو التشابه الفيزيائي (كنظرية يسعى واضعوها أن تكون فرضية ناجحة كما يجزم بذلك كارل بوبر(‡)) أقوى من الاستعارة (قطعا) .. وأضعف من التكافؤ الرياضي؛ لكنه رغم ذلك يطمح أن يقترب –على الأقل– من مرتبة اليقين الرياضي.

التشابه الفيزيائي بالأساس تشابه ديناميكي وهو موضوع القياس؛ أما الفارق أو الفرق فيحدد مبدئيًا بواسطة دالة الفعل .. وهي مايمثل الفرق الجوهري بين الميكانيكا الكلاسيكية والكمية والنسبية. يقودنا هذا إلى "مبدأ الفعل الأقل – The least action principle" في الديناميكا، وهو بالطبع ليس جزءًا – كما هو متعارف عليه تقليديا – من الميكانيكا فقط؛ فهناك من يرى أنه لايمثل "نظرية كل شيئ!" "Theory of Everythings" فحسب؛ بل و ربما "علم كل شيئ !! Science of Everything".

(۞) هو الدعامةِ الثانيةِ في المنطِق، والتي تعرف بـ"القِياس" بلغة "أرسطو" و بِـ"المِيزانِ" بِلغة "الغزالي". أما الدعامة الأولى فتتمثل في الحدِّ المنطقيّ وتتمثل قيمته في اقتناصِ المَفاهِيمِ وتحصِيلِ المقصودِ من العُلومِ وهو مبني على المَطالِبِ الأربعةِ المُوصِلةِ إلى التصوّرِ (الحد التام، الناقص، الجزئي والكلي)، وعلى المفرداتِ الخمسِ (أي الكليات الخمس، وهي: الجنس، النوع، الفصل، الخاصة، والعرض العام)، التي تحدد شرُوطَ الحدِّ الصحيح عند "الغزالي". يقول الإمام الغزالي - رحمه الله-: « فإذن الكليات خمسة، ويسميها المنطقيون: الخمسة المفردة .. فإن قال قائل: إذا كان الأعم من الذاتيات يسمى جنسا، والأخص يسمى نوعا، فالذي هو بين الأخص والأعم، كالحيوان الذي هو: بين الجسم – فإنه أعم من الحيوان– وبين الإنسان – فإنه أخص من الحيوان – ما اسمه؟ قلنا: هذا يسمى نوعا بالإضافة إلى ما فوقه، وجنسا بالإضافة إلى ما تحته، فإن قلت: اسم النوع للمتوسط، وللنوع الأخير الذي هو الإنسان، بالتواطؤ، أو باشتراك الاسم؟ فاعلم: أنه بالاشتراك؛ فإن الإنسان يسمى نوعا بمعنى أنه لا يقبل التقسيم بعد ذلك إلا بالشخص والعدد كزيد وعمرو، أو بالأحوال العرضية، كالطويل والقصير وغيره » – معيار العلم في المنطق، ص 71 (الغزالي، 485 هـ).

يقول الإمام عبد الرحمن الأخضري - رحمه الله -:

وَالكُلِّيَّاتُ خَمْسَـةٌ دُونَ انْتِقَاصْ ** جِنْسٌ وَفَصْلٌ عَرَضٌ نَوْعٌ وَخَاصْ

وَأَوَّلٌ ثَـلاثَـةٌ بِـلاَ شَطَـطْ جِنْسٌ قَرِيبٌ أَوْ بَعِيـدٌ أَوْ وَسَـطْ

من متن السلم المرونق في فن المنطق (الأخضري، 941هـ).

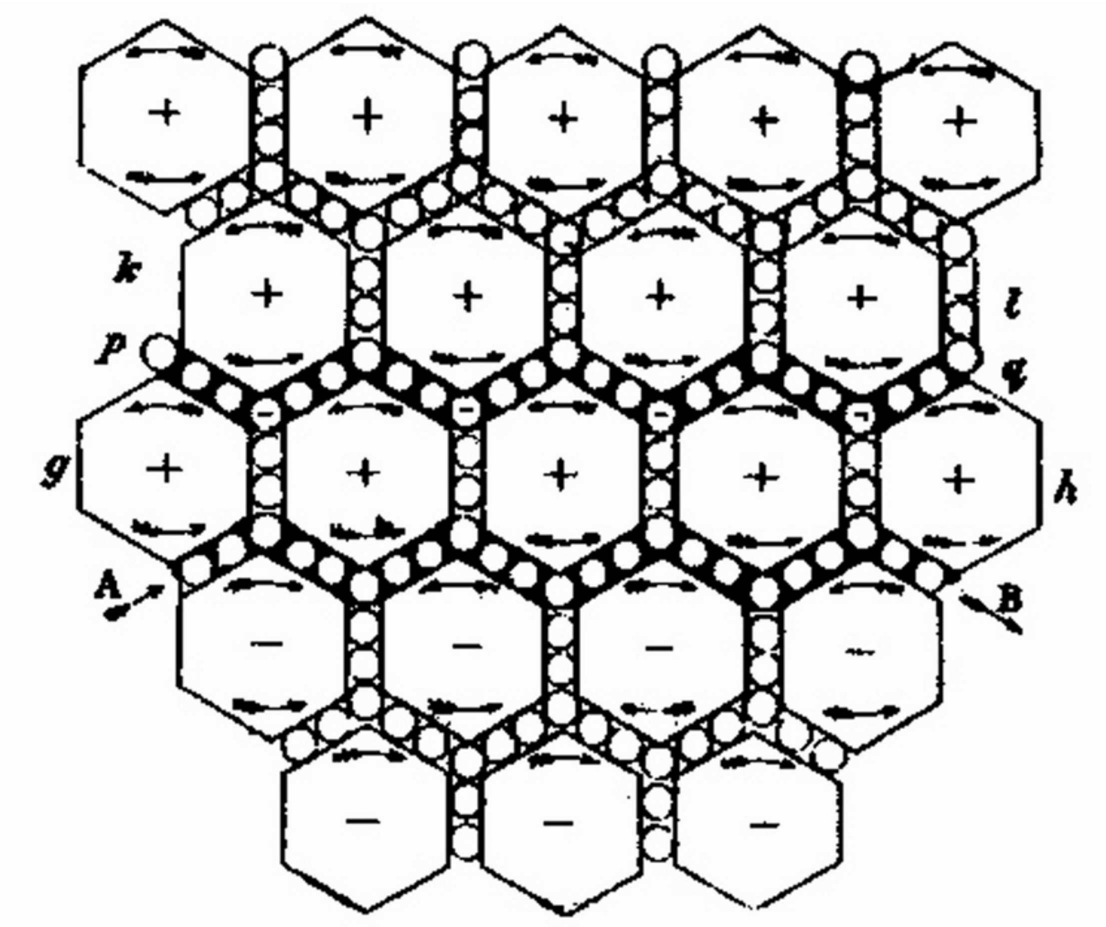
على الرغمِ مِن مَواقِفِهِ المُعارضَة لِمَقاصِد الفَلاسِفَة (كِتابُه تهافُت الفَلاسِفة، والردُّ عَليهِ من بن رُشد القَاضِي والفَيلسُوف بكتابه تهافُت التَهافُت) إلا أن علَّةِ انجذابِهِ نحوَ المَنطق هو كونه أمضَى سِلاح في الحَملةِ المعرفيّةِ التي قادها لنقد دَعاوى الفِرق (المتكلمون، الفلاسفة، الباطنيّة و الصوفيّة)، ونظرًا لتضلع خصُومِهِ بالعلوم الفلسفيّةِ والمَنطِقيّةِ، فلم يَجِدْ بُداً من الاحتماء بالمنطِقِ لمقارعَتِهِم به. بِالإِضَافةِ إلى السَعْيّ إلى "تقريبِ المَنقُول المَنطِقيّ إلى عِلمِ أصُول الفقه"، نقولُ عِلم أصُول الفِقه، ذَلك العِلم الذي يُوضِّح عَلاقة العَقل بالشّريعة، بَعيداً عن عِلم أصُول الدِين، العِلم الذي يُظهِر عَلاقة العَقل بالعَقِيدة. الأمر الذي يظهر الأسُس المَنطِقيّة التي عَوّلَ عليها "الغزالي" لتشيّيدِ عِلم أصُول الفِقه من جهة الحدّ والقِيّاس، وقَصَدْنَا القِياس المَنطِقيّ بِنَوعيْهِ "الحَمْلِي" و"الشَرطِي" (مغربي، 2009).

(‡) تمثل فلسفة كارل بوبر (1902-1994) Karl Raimund Popper، نقطة تحول حاسمة، مادامت فلسفة العلم قد انتقلت معها من منطق التبرير إلى منطق الكشف العلمي والمعالجة المنهجية له، على أساس من قابليته المستمرة للاختبار التجريبي والتكذيب، لتعيين الخطأ كي يحل محله يوما ما كشف أفضل وأكفأ وأقرب إلى الصدق، وسوف نرى أن الكشف علمي بقدر ما يكون قابلا للتكذيب، بقدر ما يفتح طريقا إلى تقدم أبعد (Popper, 1934). إن كارل بوبر هو المفرد العلم الذي يشار إليه بالبنان حين يُطرح السؤال عن المنهج العلمي. كما قال عالم الفلك الإنجليزي سير هيرمان بوندي: « إن العلم ببساطة ليس شيئا أكثر من منهجه، وليس منهجه شيئا أكثر مما قاله بوبر».

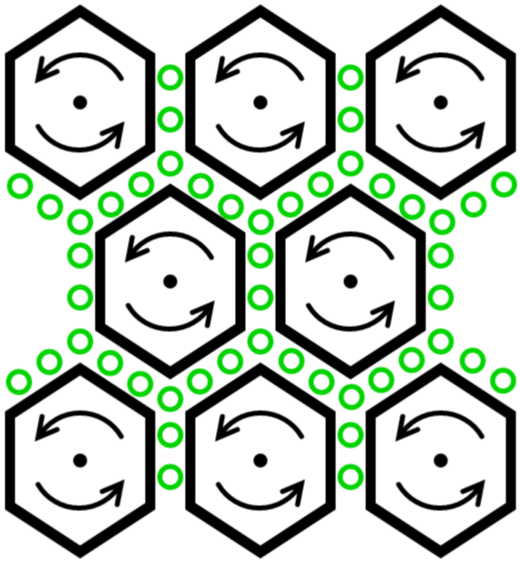
2. التناظرات واالتشابهات

1.2 التشابهات بين الهيدروديناميكا والكهرومغناطيسية

استخدم منهج القياس (التناظر) الفيزيائي، التي اقترحه ماكسويل لأول مرة، أوجه التشابه الصوري بين حقلين متمايزين من مجالات العلوم (Bokulich, 2015). الأمر الذي قدم فهمًا أفضل وعزز بشكل كبير تطور الفيزياء عبر تاريخها. على سبيل المثال، قام W. Thomson (1842) بحل مسائل الكهرباء الساكنة عن طريق التشابه بين القوة الكهروستاتيكية وتدفق الحرارة، بينما طور Maxwell (1861) معادلات الكهرومغناطيسية على نموذج دوامة-عجلة خاملة للوسط الكهرومغناطيسي. لوحظ التشابه بين الهيدروديناميكا والكهرومغناطيسية منذ القرن التاسع عشر. اعتبر هيلمهولتز عنصر المائع الدوار مماثلاً للتيار الكهربائي، حيث يكون مجال السرعة v مشابهًا لشدة الحث المغناطيسي B (Bokulich, 2015). مستخدمًا معادلة Biot-Savart للكهرومغناطيسية لاشتقاق السرعة من الدوامة (Darrigol, 1998).



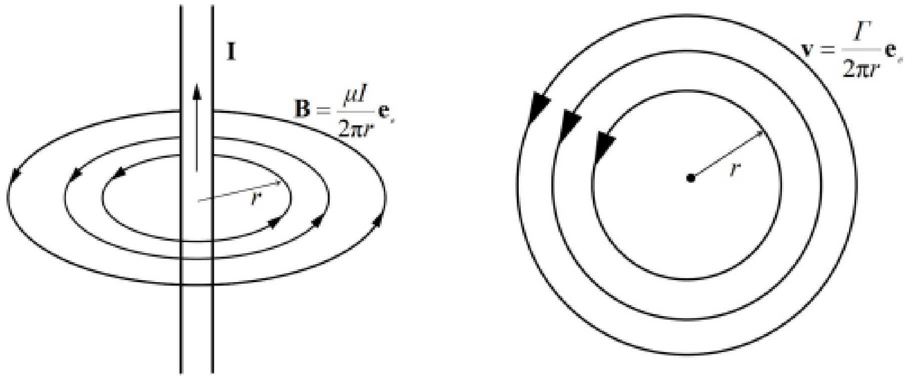
الشكل 1. مخطط ماكسويل من Philosophical Magazine لعام 1861 يوضح الدوامات الدوارة التي تمثلها الأشكال السداسية والعجلات الخاملة بينها [(Maxwell, 1861)، اللوحة V، شكل 2].



الشكل 2. رسم مسبط لنموذج الدوامة الجزيئية لجيمس كلارك ماكسويل.

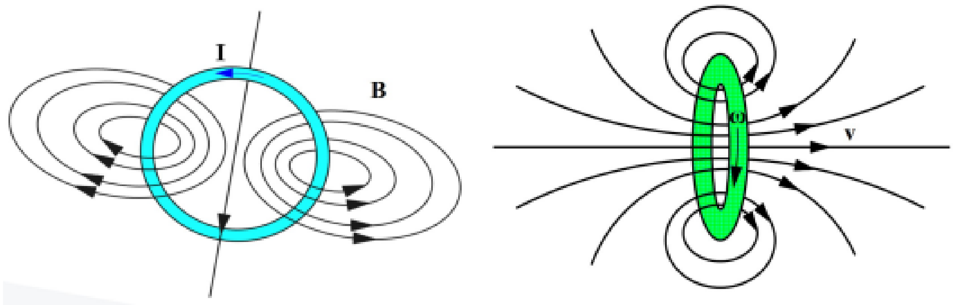
مع ذلك، كان Maxwell (1861) يعتقد أن Holmoholtz (1858) قد أساء فهم القياس المقابل، واقترح تشابهًا آخر، حيث يتم مقارنة المجال المغناطيسي والتيار الكهربائي في الكهرومغناطيسية بدوران (تدويم) وحركة (انتقال) الموائع في الهيدروديناميكا، على التوالي. في القرن العشرين تكرر استخدام هذا المنهج حيث قام J. J. Thomson (1931) باقتراح تشابه بين خطوط القوة الكهربائية في الفراغ وخطوط الدوامة في مائع غير لزج.

في السنوات – العشرين– الأخيرة، تم تطوير القياس الذي اقترحه ماكسويل من قبل الكثير من المؤلفين. قام (Marmanis, 1998 & 2000) بصياغة نظرية جديدة للاضطراب، على أساس التماثل بين حقلي الكهرومغناطيسية والهيدروديناميكا الاضطرابية. يتوافق الحقلين الكهربائي E والمغناطيسي B مع الدوامية $\omega = \nabla \times V$ ومتجه لامب $L = \omega \times V$ على التوالي، ضمن جريان الموائع غير اللزجة. لاحقا، تم اعتماد هذا التناظر من قبل Martins & Pinheiro (2009), Büker & Tripoli (2010). أثبت Arbab (2011) وجود تماثل بين الهيدرو ديناميكا والكهرومغناطيسية، حيث يلعب الحقل المغناطيسي دور الدوامية بينما يتوافق المجال الكهربائي مع المجال الهيدروديناميكي: $\mathbf{E}_h = -\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - \nabla\left(\frac{1}{2}|\mathbf{v}|^2\right)$ كما قدم Scofield & Huq (2014) نظير من ديناميكا الموائع لقانون قوة لورنتز ونظرية بوينتينغ في الديناميكا الكهربائية، حيث الدوامية في النظرية الديناميكية الهندسية للموائع هي مماثلة للمجال المغناطيسي. تم تقديم قياس آخر مع تناظر جديد بين كل من معادلات الموائع القابلة للانضغاط ومعادلات ماكسويل بواسطة Kambe (2010, 2014). يقارن المجال المغناطيسي بالدوامية، وشدة المجال الكهربائي (E) بتسارع (حد) الحمل الحراري v (v .∇) = ac، وموجة الصوت مماثلة للموجة الكهرومغناطيسية. تابعه في ذلك Jamati (2018)، الذي قام بعمل تشابه بين موجات الدوامة والموجات الكهرومغناطيسية.



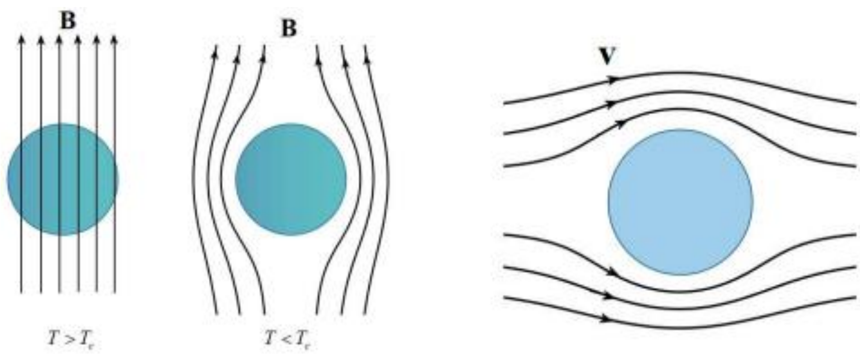
(a) (b)

الشكل 3. (a) المجال المغناطيسي حول خيوط التيار، (b) مجال السرعة لدوامة نقطية.



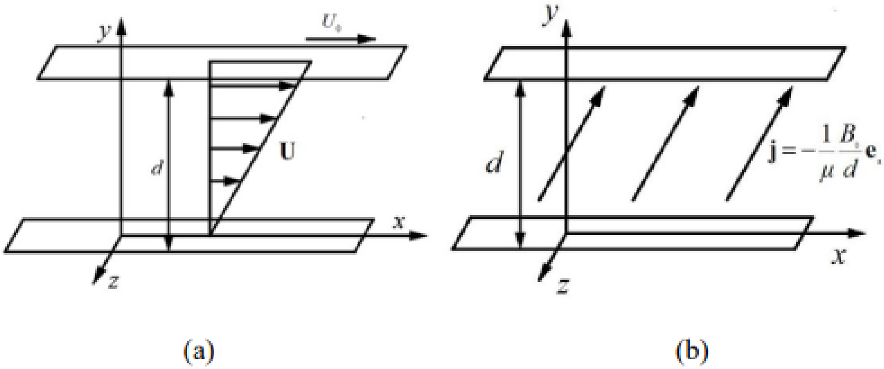
(a) (b)

الشكل 4. (a) المجال المغناطيسي الناجم عن حلقة تيار، (b) مجال السرعة الناجم عن حلقة دوامة.

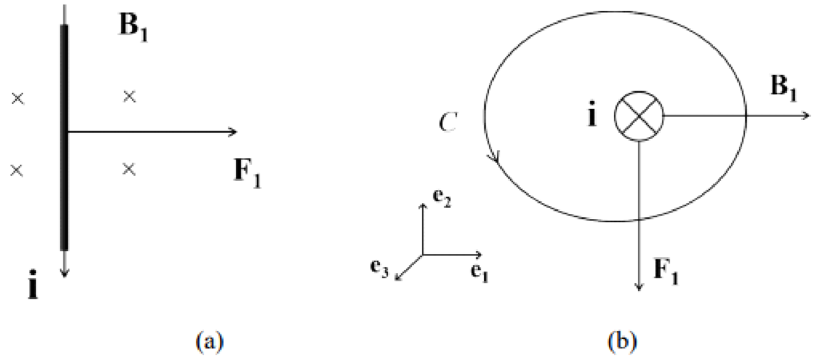


(a) (b)

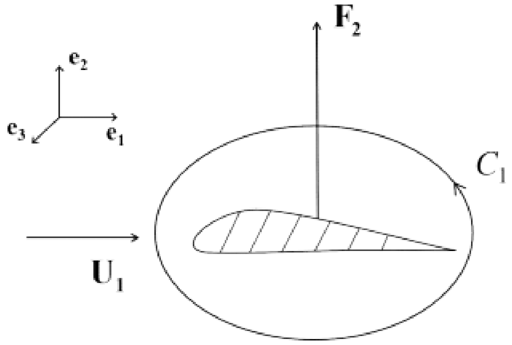
الشكل 5. (a) المجال المغناطيسي حول الموصل، (b) مجال السرعة حول الكرة.



الشكل 6. (a) جريان كوات – Couette flow المستوي، (b) مجال تيار منتظم بين لوحين متوازيين.



الشكل 7. قوة لامبير – Ampère force (a) منظر جانبي، (ب) منظر علوي.



الشكل 8. الجريان الغير دوراني – Irrotational ثنائي الأبعد الغير قابل للانضغاط حول مقطع الجنيح (airfoil).

بالعودة لنظرية (2000) Marmanis، نشير أن هذا العمل قد جاء باقتراح من رائد نظرية الاضطراب الإحصائية في القرن العشرين روبرت كريشنان (1928-2008)، فإنه قد تم اعتماد ذات التناظر في أعمال ظهرت حديثا جدًّا Panakkal et al. (2020), Hu (2022) & Send (2022). من أجل اشتقاق معادلة نافييه – ستوكس من معادلات ماكسويل وقوة لورنز وقانون أوم. كما تم عرض أوجه التشابه في المعادلات والأنماط بين حقلي الكهرومغناطيسية والجريان. حيث قانون أوم للمقاومة مشابه لقانون اللزوجة لنيوتن، ومعادلة قوة لامبير مماثلة لنظرية (برندتل) كوتا – جوكوفسكي للرفع.(*)

(*) نظرية كوتا – جوكوفسكي للجناح (1915/1908) تتعلق أساسا بمفهوم الطبقة الحدية لبرندتل (1904)، الذي جاء كحل لمفارقة دالمبير (1752)؛ أنظر Zellouf (2014). هناك حلول ظهرت في الآونة الأخيرة؛ باستخدام التماثلات الكمية Quan & Eyink (2022)، وكذا باستعمال الصياغات التغايرية ومبدأ الفعل الأقل Gonzalez & Taha (2022).

2.2 التشابهات الهيدروديناميكية

في مجال الهيدروديناميكا نفسه يوجد عديد التشابهات و التناظرات، فيما يخص الجريانات الحاملة وكذا الدوامية بالتحديد(*) نجد Contreras (2019) قد قرر باعتبار جرياني تجويف تقليديين (كلاسيكيين) في ديناميات الموائع كتركيبات تمثيلية. باعتماد جريان يحركه الطفو (تجويف مسخن تفاضليًا) وآخر يحرك بالغطاء. بافتراض أن الموائع نيوتونية والجريانات غير قابلة للانضغاط. بالإضافة إلى ذلك، في الجريان الذي يحركه الطفو، يتم اعتماد تقريب Boussinesq. يتم إنشاء الجريان الذي يحركه الطفو بواسطة تدرج أفقي لدرجة الحرارة. نعتبر تجويف مكعب بجدارين عموديين متعاكسين متساويين، والجدران الأربعة الأخرى معزولة حرارياً. يتم تحفيز الجريانات المدفوعة بالغطاء الفردي والمزدوج في تجويف أسطواني بواسطة حركة الجدار السفلي والحركة المتضادة على التوازي بنفس السرعة للجدارين السفلي والعلوي، على التوالي. تخضع الجريانات التي يحركها الطفو والغطاء لأعداد Grashof (Gr) و Reynolds (Re)، على التوالي. هذه البارمترات تقيس الطفو والقصور الذاتي (العطالة) في الجريان المدفوع بالطفو وتأثيرات القصور الذاتي في الجريان الذي يحركه الغطاء.

كان الهدف الرئيسي من هذا التحقيق هو فحص الردود على اللاخطية في الجريانات الثابتة ثلاثية الأبعاد. من الممكن إجراء دراسة شاملة لديناميكيات اللاغرانجية مع التركيز على تطور طوبولوجيا الجريان عن طريق البارامترات الملائمة ووسائطه الذاتية (عبر Gr أو Re) لإدخال سلس للتأثيرات غير الخطية.

هذه المقاربة على وجه الخصوص، تسهل تحديد الحالات المشتركة للطبولوجيا اللاغرانجية الثلاثية الأبعاد لفئات الجريان المدروسة. حالتان أساسيتان للجريان تتعلقان بجريانات التجويف الثابت (زمنيا) (i) الحد الخطي ($Gr, Re = 0$)، الذي يتميز بخطوط تيار مغلقة. (ii) النسق غير الخطي ($Gr, Re > 0$)، حيث توجد خطوط تيار مفتوحة (غير مغلقة) بشكل عام وتصبح حدود النقل/التأفق (The advective terms) ضمن المعادلات الحاكمة ذات صلة (مؤثرة). يمثل هذا أول تشابه رئيسي بين الجريانات المدفوعة بالطفو والجريانات التي يحركها الغطاء.

(*) نجد أن المثالين الأشهر لهذين النوعين من الجريان واللذان – تم تناولها في الفصلين الثالث والرابع – يشار إليهما بالجريانين التوأم هما: Rayleigh-Bénard Convection (RBC)، حركة جراء قوى الطفو لمائع مسخن من الأسفل .. Taylor-Couette Flow (TCF)، حيث يتم قص المائل بين أسطوانتين صلبتين تفاضليتين، هي نماذج في العلوم الفيزيائية والهندسية التي تمت دراستها على نطاق واسع لاكتساب نظرة أدق على الاضطراب. لقد تم الاعتراف منذ فترة طويلة أنه على الرغم من الاختلافات النوعية، إلا أنهما يشتركان في العديد من الميزات، فيزيائيًا ورياضيًا . في الواقع، ترجع المقارنة بين RBC و TCF تقريبًا إلى الفترة التي تم فيها التعريف الأصلي لهاتين المسألتين .كما ورد في (1928) Jeffreys:

« اقترح علي كل من البروفيسور جي. آي تايلور والرائد أ. ر. لوو أنه يجب أن يكون هناك تشابه في الشروط بين طبقة من المائع المسخن من الأسفل و المائع بين أسطوانتين متحدتي المركز تدوران بمعدلات مختلفة.» (..). للمزيد راجع (2020) .Eckhardt et al.

نذكر هنا أن (2020) .Eckhardt et al، بحث في العلاقة الدقيقة بين جريان رايلي – بينارد و جريان تايلور– كوات المستوي، هذا الأخير يتطابق مع جريان كوات المعروف وبالتالي مع جريان التجاويف ذات الحواف القائدة في الحالة المحدودة. في هذا الصدد نشير إلى أعمال Reetz & Schneider (J. Fluid Mech., vol. 898, 2020, A22), Reetz et al. (J. Fluid Mech., vol. 898, 2020, A23) حول تفسير لغز الميل الطبيعي للاضطراب في الموائع للانتقال من الفوضى الاضطرابية إلى أنماط لا تغايرية متوازية. نُشرت النتائج التي توصلوا إليها في مجلة Nature المرموقة (F Reetz, T Kreilos, TM Schneider - Nature communications, 10 (1): 2277, 2019).

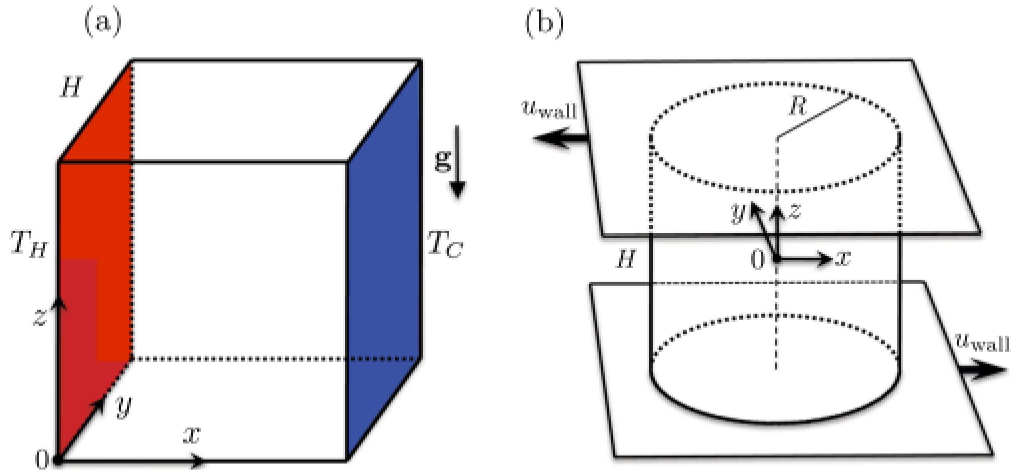
علاوة على ذلك، وجدت هذه الدراسة أنه يمكن استخدام التناظرات لتحديد الخصائص الأساسية لأنماط خطوط التيار ثلاثية الأبعاد بشكل منهجي وبالتالي تحديد التشابهات الطوبولوجية بين فئات الجريانات. الاستجابة إلى اللاخطية في الجريان المدفوع بالطفو (زيادة Gr) لها نظير مكافئ في الجريانات التي يحركها الغطاء (ذو الحافة القائدة) التي تشمل التأثير القسري الأحادي والمزدوج: (i) ينتج عن حد التلاشي(0 = Gr) نفس الطبولوجيا مثل حد Stokes (Re = 0) للجريان ذو الغطاء المفرد (أحادي الحافة القائدة). (ii) تؤدي زيادة Gr لتغيير طوبولوجية الجريان بطريقة مماثلة لإدخال تأثير عطالة (القصور الذاتي) المائع (Re> 0) في الحالة ذات الغطاء المفرد. (iii) تؤدي زيادة الإضافية في Gr إلى حدوث تشعب لنمط خطوط التيار ناتج عن تأثير الطفو ما يذكرنا بالجريانات ذات الغطاء المزدوج.

الحدود الخطية للجريانات المدفوعة أو المحركة بتأثير الطفو والغطاء الفردي (أحادية الحافة القائدة) لها طبولوجيات جريان لاغرانجي مكافئة تتكون من خطوط تيار مغلقة. علاوة على ذلك، فإن هذه الجريانات لها بنية أو هيكل هاميلتوني (محليًا). هذا له نتيجة مهمة تتمثل في أن استجابة طوبولوجيا الجريان في النسق غير الخطي (بداية) تتبع نفس مسار هاملتونيان العام: اندماج خطوط التيار المغلقة في حلقة ومن ثمة تفككها التدريجي إلى خطوط تيار فوضوية.

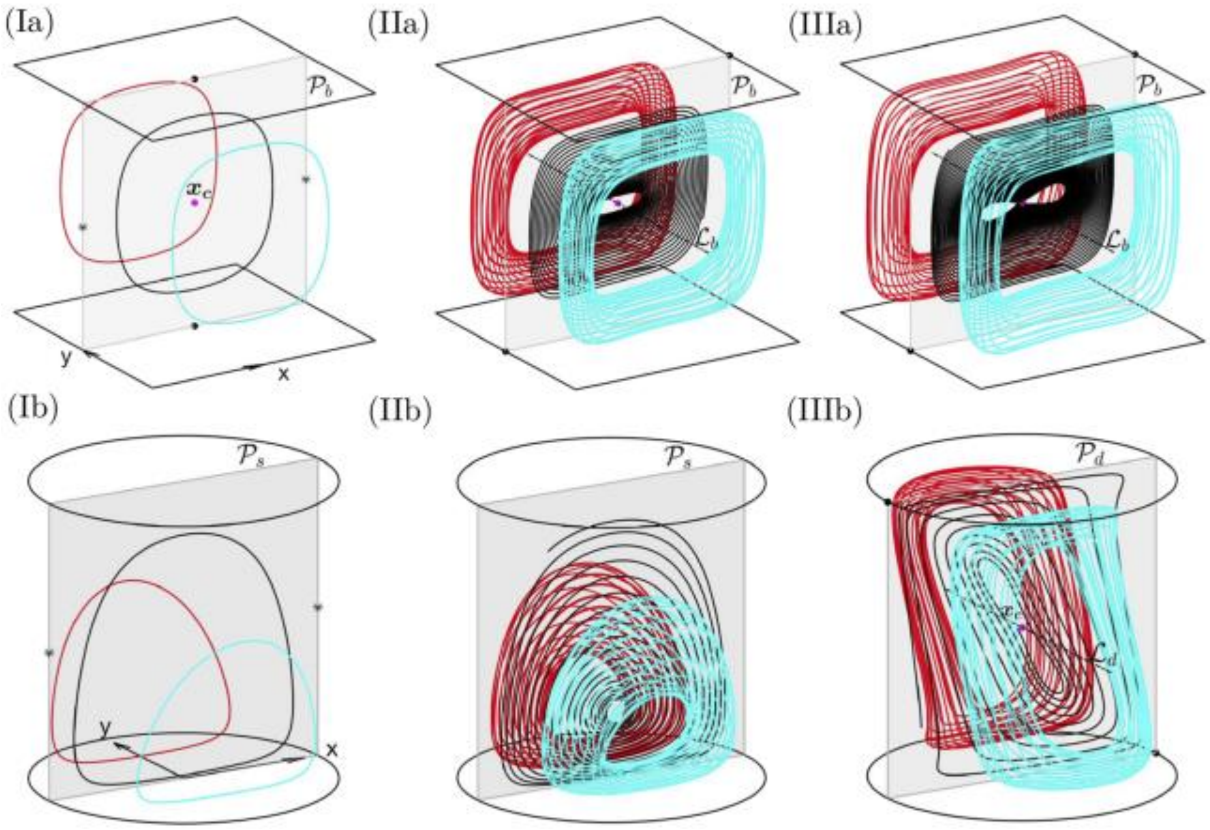
القصور الذاتي للمائع هو آلية كسر التناظر السائدة لقيم "Gr" الصغيرة وهذا يفسر التشابه مع الجريانات ذات الغطاء المفرد (حيث يتم تحديد معيار القصور الذاتي للمائع بواسطة Re) تخضع طوبولوجيا الجريان العام المقابلة لنقطة ركود من نوع البؤرة الفردية؛ تتوافق مطوياتها(*) أحادية وثنائية البعد مع مستوى التناظر والمحور الحلقي، على التوالي. تؤدي زيادة عدد Gr إلى تشعب ناتج عن الطفو لطوبولوجيا جريان اللاغرانجي من بؤرة واحدة إلى سرج مع زوج من البؤر المصاحبة. التناظرات واللاتغايرات الطوبولوجية بالاقتران مع الاعتبارات الفيزيائية تعني أنه بغض النظر عن عدد Prandtl (Pr)، فإن النظام يتبع هذا السيناريو. هذا يمثل بشكل عام تشعبًا في الجريان الذي يحركه الطفو. على الرغم من أن التشعبات المماثلة قد تم النظر فيها على نطاق واسع في الجريانات ثنائية الأبعاد، إلا أن تداعيات هذا النوع من التشعبات على الطبولوجيات اللاغرانجية ثلاثية الأبعاد قد تم استكشافها بشكل أقل. كان هذا هو الدافع وراء هذه الدراسة. على وجه الخصوص، فإن التشعب المذكور يكمن وراء ظهور "اللفائف الثانوية" التي اشارت إليها عديد الدراسات في الأدبيات. فيمايلي يتم تلخيص الديناميكيات ثلاثية الأبعاد وتأثير التشعب بعد الإشارة إلى وجود تشعب مماثل في جريانات التجاويف ذات الحواف القائدة.

يولد التأثير القسري المزدوج (ثنائي الحواف القائدة) أساسًا نفس التشعب للجريانات التي تحركها حافة بمفردها مع زيادة في اللاخطية (Re> 0). على وجه الخصوص، يتميز الجريان المزدوج الغطاء بهيكل بؤرسرجي مماثل في مستوى التناظر، مما يعني وجود تكافؤ طوبولوجي بين هذا الجريان والجريان الذي يحركه تأثير الطفو. مما يوسع الرابط المذكور أعلاه بين الجريان الذي يحركه الطفو والجريانات أحادية الحافة القائدة.

(*) المطوية أو المشعب (Manifold) هو فضاء رياضي مجرد يشبه، بالنظر له عن كثب، الفضاءات التي تصفها الهندسة الإقليدية، لكنه فضاء ذو n بعد، تكمن أهميتها في توصيف اللامتغيرات في إطار نظرية نوثر (1918) الحاكمة لمبادئ الحفظ.



الشكل9. رسم تخطيطي لجريانات التجويف الثابت ثلاثي الأبعاد: (a) تدفق مدفوع بالطفو ضمن تجويف مكعب و (b) جريان مدفوع بغطاء مزدوج (ثنائي الحواف القائدة) داخل تجويف أسطواني.



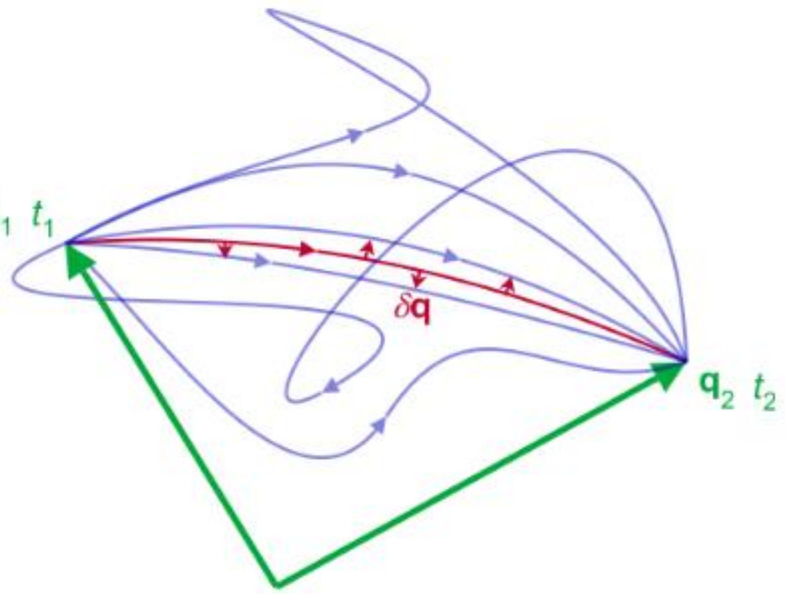
الشكل10. التكافؤ الطوبولوجي بين فئات الجريان، (a) جريان يحركه الطفو (الصف العلوي). (b) جريان يحركه الغطاء (الصف السفلي). (Ib، IIb) جريان يحركه غطاء واحد. (IIIb) جريان يحركه غطاء مزدوج (ثنائي الحواف القائدة) (2019) Contreras.

أخيرا نشير إلى أن Feynman (1986) كان قد أظهر أيضًا العديد من الأمثلة الأخرى على التشابه بين المسائل الفيزيائية المختلفة في محاضراته (وكان قبل ذلك قد استعمله في أطروحته العام 1942، أين قام بتوسيع مبدأ الفعل الأقل الكلاسيكي إلى صيغة حاصل جمع المسارات الكمية).

3. مبدأ الفعل الأقل

مبدأ الفعل الأقل – أو بشكل أكثر دقة، مبدأ العمل الثابت – هو مبدأ تغايري، عند تطبيقه على عمل نظام ميكانيكي، يمكن استخدامه للحصول على معادلات الحركة لهذا النظام. كان يطلق عليه تاريخيا "الأقل" لأن حله يتطلب إيجاد مسار الحركة في الفضاء الذي له أقل قيمة. يمكن استخدام المبدأ لاشتقاق معادلات الحركة النيوتونية، اللاغرانجية والهاملتونية وحتى النسبية العامة (دالة فعل أينشتاين–هيلبرت). سواء في النسبية وقبلها الميكانيكا الكلاسيكية وكذا التأثيرات الكهرومغناطيسية وهي نتيجة لميكانيكا الكم؛ الذي ساعد هذا المنهج أيضًا في تطويره.

في عام 1933، أوضح الفيزيائي بول ديراك كيف يمكن استخدام هذا المبدأ في الحسابات الكمومية من خلال تمييز الأساس الميكانيكي الكمومي للمبدأ في التداخل الكمي للسعة. بعد ذلك، طبق جوليان شفينجر وريتشارد فاينمان هذا المبدأ بشكل مستقل في الديناميكا الكهربائية الكمومية. يظل المبدأ مركزيا في الفيزياء والرياضيات الحديثة، حيث يتم تطبيقه في الديناميكا الحرارية، ميكانيكا الموائع، ونظرية النسبية، وميكانيكا الكم، وفيزياء الجسيمات، ونظرية الأوتار، وهو محور التحقيق الرياضي الحديث في نظرية مورس.



الشكل 11. مع تطور نظام ما، يتتبع q مسارًا عبر فضاء التمثيل (يظهر بعضها فقط). المسار الذي يتخذه النظام (باللون الأحمر) من بين المسارات الممكنة (باللون الأزرق) له فعل ثابت (δZ = 0) في ظل تغييرات صغيرة في تكوين النظام (δq).

4. المقاربات وصيغ التغايرية لميكانيكا الموائع

الانتصارات العظيمة في الميكانيكا والفيزياء عمومًا التي تم تحقيقها في القرن الماضي (خصوصًا) كانت بشكل أساسي من خلال المناهج (المقاربات) التغايرية. بينما تفشل الميكانيكا الكلاسيكية في المقاييس الصغيرة (الذرة) والمقاييس الكبيرة (المجرة)، فإن الميكانيكا التحليلية من خلال مبدأ الفعل الأقل قدمت نهجًا أساسيًا في كل من النسبية العامة لأينشتاين Einstein (1916) وميكانيكا الكم Feynman (1942)، بالإضافة إلى استعادة ميكانيكا نيوتن الكلاسيكية في المقاييس العادية. من ناحية أخرى، عندما نركز اهتمامنا على ميكانيكا الموائع، نجد أن القليل من النجاح قد تحقق باتباع المقاربة النيوتونية التي بلغت ذروتها بصياغة معادلات نافييه – ستوكس للحركة. ربما يكون مجال الميكانيكا الموائع النظرية راكدًا بسبب افتقاده لصياغة تغايرية مناسبة. قدم Penfield (1966) و Salmon (1988) بعض الأسباب لـ "لماذا لم يتم استخدام مبدأ هاملتون على نطاق واسع في مجال ميكانيكا الموائع؟". لماذا تأخرت الصيغ التغايرية (الهاميلتونية) لميكانيكا الموائع وضلت "لفترة طويلة غير مستكشفة" مقارنة بالمجالات الأخرى (على سبيل المثال، ميكانيكا الكم)؟ نقدم النقطتين التاليتين في هذا الصدد:

أولاً، مبدأ التغاير "الميمون" في الفيزياء هو مبدأ هاملتون للفعل الأقل. نظرًا لأن مبدأ هاملتون لا يسمح بشكل مباشر بالقوى غير المحافظة، فقد تم تطوير معظم المبادئ التغايرية لميكانيكا الموائع في الأدبيات من أجل الموائع المثالية (الموائع غير اللزجة التي تحكمها معادلات أويلر)، التي تتجاهل السمات المهمة (مثل اللزوجة والاضطراب والظواهر الأخرى اللاعكوسة). مع ذلك، كان هناك عدد قليل من الصيغ التغايرية (الغير مستندة على الهاملتونيان) التي تم تطويرها من أجل الجريانات الزاحفة الثابتة والمستقرة (حيث لا توجد قوى القصور الذاتي وكذا تسارع الحمل الحراري) Finlayson (1972).

ثانيًا، ينطبق مبدأ هاملتون جوهريًا على الجسيمات المنفصلة، كما أن توسيعه إلى ميكانيكا الأوساط المتصلة (بصيغة أويلر) ليس مباشرًا ويستدعي إدخال متغيرات اصطناعية (على سبيل المثال، تمثيل كليبش لحقل السرعة (Clebsch representation of the velocity field [Clebsch, 1859] وفرض قيود إضافية (قيود لين Lin's constraints [Lin, 1959]). لذلك، في كثير من الأحيان، تكون هذه المعالجات التغايرية في الأدبيات مشبعة بإحساس أنها معالجات مخصصة (لغرض ما) ومفتعلة، مما ينتقص من جمال الصيغ التحليلية والتغايرية. أخيرًا، تجدر الإشارة إلى جهود Yasue (1983) و Sheu (1989) و Kerswell (1999) من بين آخرين في اتجاه تطوير صيغة تغايرية ضمن هذا المبدأ لمعادلات نافييه – ستوكس.

في الختام؛ وفي ظل غياب صيغة عامة لمعادلات نافييه – ستوكس المرتبطة بالزمن مشتقة مباشرة من المبادئ الأولى – حتى أن بعض المؤلفين يجادلون بأنها غير موجودة Finlayson (1972) – بسبب طبيعة المعادلة غير ذاتية الربط. قد يُحدث مبدأ التغاير هذا ثورة في ميكانيكا الموائع من خلال الكشف عن الكمية الأساسية التي تقللها الطبيعة في جميع مسائل جريان الموائع وغير القابلة للانضغاط خصوصًا.

قائمة المراجع

A. I. Arbab. The analogy between electromagnetism and hydrodynamics Phys. Essays 24 254-9, (2011).

V. I. Arnold, Sur la géométrie différentielle des groupes de lie de dimension infinie et ses applications à l'hydrodynamique des fluides parfaits, in Annales de l'institut Fourier, Vol. 16. pp. 319–361, (1966).

F. T. Baker, Atoms and Photons and Quanta, Oh My!: Ask the physicist about atomic, nuclear, and quantum physics. Morgan & Claypool Publishers (2015).

H. Bateman, Notes on a differential equation which occurs in the two-dimensional motion of a compressible fluid and the associated variational problems, Proc. R. Soc. Lond. A 125, 598 (1929).

J. S. Bell. Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics, 2nd ed., Cambridge University Press, (2004).

A. Bokulich. Maxwell, Helmholtz, and the unreasonable effectiveness of the method of physical analogy Stud. Hist. Philos. Sci. Part A 50 28-37, (2015).

M. L. Büker and G. Tripoli. The electromagnetic-hydrodynamic analogy: an approach to vortex dynamics and preservation in tornadic simulations in 25th Conference on Severe Local Storms, (2010).

J.W.M, Bush, The new wave of pilot-wave theory, Physics Today, 68 (8), 47-53, (2015).

J. W. M. Bush and Anand U Oza. Hydrodynamic quantum analogs, Rep. Prog. Phys. 84 017001, (2021).

A. J. Chorin, Numerical solution of the navier-stokes equations, Mathematics of computation 22, 745 (1968).

A. Clebsch. Ueber die integration der hydrodynamischen gleichungen., Journal für die reine und angewandte Mathematik 56, 1, (1859).

P. S. Contreras, I. Ataei-Dadavi, M. F. M. Speetjens, C. R. Kleijn, M. J. Tummers & H. J. H. Clercx. Topological equivalence between two classes of three-dimensional steady cavity flows: A numerical-experimental analysis. Phys. Fluids 31 p. 123601-1_16, (2019).

O. Darrigol. From organ pipes to atmospheric motions: Helmholtz on fluid mechanics Hist. Stud. Phys. Biol. Sci. 29, 1-51, (1998).

F. J. Dyson, Birds and frogs in mathematics and physics. Physics-Uspekhi, 53(8): pp, 825–834, (2010).

H. S. Dou, Origin of Turbulence: Energy Gradient Theory, Springer (2022).

B. Eckhardt, R. C. Doering and J. P. Whitehead, Exact relations between Rayleigh–Bénard and rotating plane Couette flow in two dimensions, J. Fluid Mech., vol. 903, R4, (2020).

A. Einstein, Relativity: the special and the general theory (General Press, 1916).

R. P. Feynman, The principle of least action in quantum mechanics, in Feynman's Thesis—Princeton (1942). A New Approach to Quantum Theory, pp. 1–69, World Scientific, (2005).

R. P. Feynman, R. B. Leighton and M. Sands, The Feynman Lectures on Physics, Addison-Wesley Publishing (1986) [1962].

B. A. Finlayson, Existence of variational principles for the navier-stokes equation, The physics of fluids 15, 963 (1972).

M. Gad-el-Hak. Nine Decades of Fluid Mechanics, ASME J. Fluids Eng. 138 (10), 100802-1_10, (2016).

C. Gonzalez and H. E. Taha, A variational theory of lift, J. Fluids Mech. 941 (10), A58-1_21, (2022).

H.V. Helmholtz. On integrals of the hydrodynamic equations which express vortex-motions. Crelle's Journal für die reine und angewandte Mathematik, Vol. 55, pp. 25-55. (1858). English Translation by P. Tait. in Philosophical Magazine, Series 4, 33(226):485–512, (1867).

K-X. Hu, The Analogy between Electromagnetics and Hydrodynamics, arXiv: 2207.12902, (2022).

F. Jamati, Analogy between vortex waves and EM waves Fluid Dyn. Res. 50 065511, (2018).

H. Jeffreys, Some cases of instability in fluid motion. Proc. R. Soc. Lond. A 118, 195–208, (1928).

T. Kambe. A new formulation of equations of compressible fluids by analogy with Maxwell's equations Fluid Dyn. Res. 42 055502, (2010).

T. Kambe .On fluid Maxwell equations in Frontiers of Fundamental Physics And Physics Education Research, Springer, (2014).

R. R. Kerswell, Variational principle for the navier-stokes equations, Physical Review E 59, 5482 (1999).

C. C. Lin, Hydrodynamics of liquid helium II, Physical Review Letters 2, 245 (1959).

M. I. Loffredo, Eulerian variational principle for ideal hydrodynamics and two-fluid representation, Physics Letters A 135, 294 (1989).

H. Marmanis, Analogy between the Navier–Stokes equations and Maxwell's equations: application to turbulence Phys. Fluids 10 1428-37 (1998).

A. A. Martins and M. J. Pinheiro, Fluidic electrodynamics: Approach to electromagnetic propulsion Phys. Fluids 21, 097103, (2009).

J. C. Maxwell, On physical lines of force. New York: Reprinted in Niven W The scientific papers of James Clerk Maxwell, (1861).

S. M. Panakkal, R. Parameswaran and M. J. Vedan, A geometric algebraic approach to fluid dynamics Phys. Fluids 32 087111, (2020).

J. Papastavridis, Analytical mechanics: a comprehensive treatise on the dynamics of constrained systems – Reprint edition. Word Scientific Publishing Company, (2014).

P. Penfield Jr, Hamilton's principle for fluids, The Physics of Fluids 9, 1184 (1966).

M. Planck, Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum Verhandl-ungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft. **2**: 237, (1900). Translated in ter D. Haar, On the Theory of the Energy Distribution Law of the Normal Spectrum. The Old Quantum Theory. Pergamon Press. p. 82. LCCN 66029628, (1967).

M. Planck, Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspektrum. Annalen der Physik. 309 (3): 553–563, (1901). Translated in Ando, K. "On the Law of Distribution of Energy in the Normal Spectrum" . Archived from the original (PDF) on 6 October 2011. Retrieved 13 October (2011).

M. Planck, Eight Lectures on Theoretical Physics. Wills, A. P. (transl.). Dover Publications. (Delivered at Columbia University in 1909), Vol.6, Printed (1915).

K. Popper, Logik der Forschung. Zur Erkenntnistheorie der modernen Naturwissenschaft. Wien Verlag Von Julius Springer (1934) [imprint 1935].

K. Popper, Karl Hansen, Troels Eggers (ed.). The Two Fundamental Problems of the Theory of Knowledge. Andreas Pickel, trans. Abingdon-on-Thames: Routledge, p. 485. (2014) [1979].

K. Popper, The Logic of Scientific Discovery. Abingdon-on-Thames: Routledge. p. 66. (2002) [1959].

G. L. Eyink, Josephson-Anderson relation and the classical D'Alembert paradox, Physical Review X, 11(3): 031054, (2021).

H. Quan and G. L. Eyink, Onsager Theory of Turbulence, the Josephson-Anderson Relation, and the D'Alembert Paradox, arXiv: 2206.05326, (2022).

F. Reetz, T. Kreilos and T. M. Schneider, Exact invariant solution reveals the origin of self-organized oblique turbulent-laminar stripes. Nature Communications, 10(1): 2277, (2019).

F. Reetz and T. M. Schneider, Invariant states in inclined layer convection. Part 1. Temporal transitions along dynamical connections between invariant states. J. Fluid Mech. 898, A22, (2020).

F. Reetz, P. Subramanian and T. M. Schneider, Invariant states in inclined layer convection. Part 2. Bifurcations and connections between branches of invariant states. J. Fluid Mech. 898, A23, (2020).

D. Sen, Field theoretic formulation of Fluid Mechanics according to Geometric Algebra, Draft unpublished manuscript (2022).

R. Salmon, Hamiltonian fluid mechanics, Annual Review of Fluid Mechanics 20, 225 (1988)

D. Scofield and P. Huq, Fluid dynamical Lorentz force law and Poynting theorem — derivation and implications Fluid Dyn. Res. 46, 055514, (2014).

T. W. H. Sheu, A variational finite element method for compressible Navier-Stokes flows, in Recent Advances in Computational Fluid Dynamics pp. 263– 276, Springer, (1989).

W. Thomson, On the uniform motion of heat in homogeneous solid bodies and its connection with the mathematical theory of electricity Cambridge mathematical diary 3 71-84, (1842).

J. J. Thomson, On the analogy between the electromagnetic field and a fluid containing a large number of vortex filaments Lond. Edinb. Dubl. Phil. Magazine 12 1057-63, (1931).

E. P. Wigner, The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. Richard Courant lecture in mathematical sciences delivered at New York University, May 11, 1959". Communications on Pure and Applied Mathematics. 13: 1–14, (1960).

J. Z. Wu, H. Y. Ma, and M. D. Zhou, Vorticity and vortex dynamics, Springer Science & Business Media (2007).

K. Yasue, A variational principle for the Navier-Stokes equation, Journal of Functional Analysis 51, 133 (1983).

ميلود زلوف، ميكانيكا الموائع بين الفجر والغسق: الشكوك على جوكوفسكي – كوتا – برندتل: ميراث بن الهيثم، .. لفهم مبني على الاستقصاء النقدي البناء – (1) مفارقة دالمبير (1752): كيف يطير الطائر ؟ – (2) مفارقة برندتل (1904): كيف تطير الطائرة؟ – نسخة مخطوطة غير منشورة (2014).

Miloud Zellouf, Fluid mechanics between dawn and dusk: doubts on Jukowsky-Kutta-Prandtl: legacy of Ibn al-Haytham, .. towards understanding by critical constructive Inquiry – (1) D'Alembert's paradox (1755): How bird fly? – (2) Prandtl paradox (1904): How plane fly? – Draft unpublished manuscript (2014).

دكتاتورية المستنيرين: روح الإنسانوية العابرة وأهدافها/ أولغا تشيتفيريكوفا نيكولايفنا، ترجمة باسم الزعبي، مراجعة رفعت فرج. الطبعة الأولى (الطبعة الروسية 2015) – الآن (2020).

Четверикова Ольга Николаевна, Диктатура "просвещенных". Дух и цели трансгуманизма, Благословение (2015).

نيوتن أو انتصار الخيمياء/ تأليف جون بول أوفري، ترجمة عزالدين الخطابي، مراجعة فريد الزاهي. الطبعة الأولى (الطبعة الفرنسية 2012) – كلمة (2016).

Jean-Paul Auffray, Newton ou le triomphe de l'alchimie, Le Pommier (2012).

Isaac Newton: The Last Magician Biography Documentary hosted by Helen McCrory (Narrator), directed by Renny Bartlett, published by BBC in 2013 - English narration

زين العابدين مغربي، «الأسُس المنطقيّة لتشيّيد عِلم أصُول الفقه عند"أبي حَامد الغزالي" من جهة الحَدّ و القِياس»، إنسانيات / Insaniyat، 43 | 2009، 37-46.

الفصل مابعد الأخير

الملحقات، الملاحظات و التعليقات

.. وتفصيل للفصل ماقبل الأول

من

تعدد حلول واستقرار الجريانات المحدودة الحاملة والدوامية

« لا أحب طرح مشكلة ما ثم اقتراح وسيلة لحلها، وأشعر بالمسؤولية بعد أن يعجز الطالب عن التعامل مع المسألة باستخدام الطريقة المقترحة في الوقت الذي توشك فيه زوجته على الولادة فلا يحصل على وظيفة. وما يحدث هو أنني لا أقترح ما لا أعلم إن كان سينجح أم لا، والسبيل الوحيد الذي أعلم به ما سينجح هو أن أجربه بالمنزل مسبقًا، لذا فإنني أعتبر أن المقولة القديمة: "رسالة الدكتوراه هي بحث أجراه أستاذ في ظروف شديدة المشقة" حقيقة لا مراء فيها » — ريتشارد فاينمان (1950).

في هذا الفصل الإختتامي نعود – بعد لأيٍّ وجهد – للرحلة التي قد بدأناها في الفصل ماقبل الأول ونحاول الآن، .. على طريقة تيوفيل غوتييه في روايته "الليلة الثانية بعد الألف" لنُفصّل بعض ما أُجمل – في تسعة عشر نقطة – ثم نُعلق عليها .. ونُضيف أكثر (بالتراجع خطوة إلى الوراء، .. يمكننا القفز خطوات للأمام !!).

تفصيل الفصل ماقبل الأول

﴿00﴾ بالتراجع خطوة إلى الوراء .. يمكننا القفز خطوات للأمام !!. كان الحافز للعودة إلى البديهيات التي تسبق المبادئ أو مايسمى "المصادريات"[أ] كما تمنى روبير بلانشي في كتابه الأكسيوماتيك (1955) وقرر وترجم ذلك محمود يعقوبي بالمصادريات (2004). بالإضافة إلى "فائدة المعرفة عديمة الفائدة"[ب] كما توسل في مقاله أبراهام فليكسنر (1939) وعلق ووضح روبرت ديجكراف (2017).

﴿01﴾ «المجرب أو المحلل» – The Assayer (Il Saggiatore) كتاب جاليليو جاليلي الذي نشره في روما أكتوبر 1623 الذي يعتبر علامة فارقة في تاريخ العلوم وأحد الأعمال الرائدة في المنهج العلمي، حيث طرح فكرة أن كتاب الطبيعة يجب قراءته بأدوات رياضية بدلا من أدوات الفلسفة المدرسية، كما كان الحال في ذلك الوقت. حيث ورد فيه تصريحه الشهير "الرياضيات هي لغة العلوم. فقط من خلال الرياضيات يمكن للمرء أن يحقق حقيقة دائمة في الفيباء. أولئك الذين يهملون الرياضيات يتجولون إلى ما لا نهاية في متاهة مظلمة" [ج].

(أ) روبير بلانشي، المصادريات (الأكسيوماتيك)، ترجمة محمود اليعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون- الجزائر، 2004. روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو إلى راسل، ترجمة محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، الجزائر، ط1، 2004.
Robert Blanché, L'Axiomatique, PUF, coll. « Quadrige », 1955, 112 p.

(ب) فلكسنر أبراهام. فائدة المعرفة غير المجدية (عديمة الفائدة). هاربرز، العدد 179 (يونيو / نوفمبر1939)، ص 544-552.
________ فائدة المعرفة غير المجدية (عديمة الفائدة)، طبعة ثانية – (تعليق) روبرت ديجيكراف، منشورات جامعة برنستون (2017).
Abraham Flexner, The usefulness of useless knowledge, Harper's Magazine, 179 (Jun 1939), pp. 544-552.
Robbert Dijkgraaf (Commentary). Princeton University Press. (2017).

(ج) لطالما كان جاليليو جاليلي (غاليليو غاليلي) (1564–1642) شخصية محورية في تاريخ العلم. كما اعتُبِرَ في كثير من تواريخ الفلسفة، أحدَ أهم شخوص الثورة العلمية في القرن السابع عشر إن لم يكن الأهمَّ بإطلاق. حيث ما تزال أعمالُه في الفيزياء (أو الفلسفة الطبيعية)، وعلمِ الفلكِ، ومنهجية العلم مثاراً للجدل بعد أكثر من 400 عام! [أنظر الفصل ما قبل الأول: المبادئ الرياضية للميكانيكا التطبيقية (ميكانيكا الموائع نموذجا) .. 400 عام من المنهج الرياضي – التجريبي].

في سنة 1623 نشرَ جاليليو مؤلّفاً عَنْونَهُ بـ «المحلل»، يتناول فيه المذنباتِ، حيث زعم أنّها ظواهر أرضيّة. وفي كتابه هذا الكثير من الإشارات المنهجيّة المشهورة: كتلك التي يقول فيها جاليليو أنَّ كتاب الطبيعةِ مكتوبٌ بلغة الرياضيّات.(د)

في العام ذاتهِ، اعتلى صديقُ جاليليو (غاليليو) ومناصرُه مافيو باربيريني كرسي البابوية، وعُرف باسم (أوربان الثامن). شدَّ ذلك من عزيمة جاليليو ودفعه لبدأ العمل على كتابه «حوار حول النظامين الرئيسيين للكون»، الذي نُشر بتصريح من فلورنسا – وليس من روما– في سنة 1632. لكن بعد ذلك بفترة وجيزةٍ، حظرتْ مَحكمةُ التفتيش تداول كتاب جاليليو هذا، واستدُعي جاليليو فوراً إلى روما، للمثول أمام المحكمة، ليُدانَ لاحقاً في سنة 1633.

في الوقت الذي كان فيه جاليليو (غاليليو) رهن الإقامة الجبرية في سنة 1634، توفيت ابنته ماريا شيلستي. بعدئذٍ بدأ جاليليو العملَ على آخر مؤلفاتهِ «مقالات عن علمين جديدين»، الذي نُشرَ في هولندا بعد أن هُرّبَ من إيطاليا. مات جاليليو في أوائل سنة 1642، ونظراً لإدانته، ظَلَّ مكانُ دفنهِ سِرّاً حتى سنة 1737. أما كتبه [وكل ما جاء به .. مايسمى بالمذهب الكوبرنيكي] فظلت ممنوعة إلى ماقبل 200 سنة [أنظر الفصل الأول: قراءات وتأملات حول طبيعة ديناميكا الموائع .. 200 عام من المنهج الرياضي – الاستنباطي] بالضبط العام 1822!(هـ)

منذ وفاة جاليليو في سنة 1642، وأعمالُه عرضةً لتأويلات شتى، ومثاراً لنزاع لا ينتهي، .. في حين أنَّ الكثيرين قد يطرحون أسئلةً أهمَّ فلسفياً، من قبيل:

كيف ترتبط رياضيات جاليليو بفلسفته الطبيعية؟ وكيف قام بصنعِ التلسكوب ومن ثمَّ باستخدام ما تحصّل عليه من نتائجَ في التدليل على نظرية كوبرنيكوس؟

هل كان جاليليو تجريبياً؟

هل كان أفلاطونيا فيما يخص الرياضيات؟

هل كان أرسطيّاً يشدد على الخِبرة؟

هل كان َالبشير بالعلم الوضعيّ الحديث؟

أم لعلَّه كان أرخميدياً؟

هل استخدم حقاً منهجاً سكولاستيّاً منقحاً في التدليل؟

أم أنّه كان بلا منهجٍ، بل عقاباً محلقاً في جوّ السماء كما يحلّقُ العباقرةُ؟ (Feyerabend 1975).(و)

من المفيد في سياق الحديث عن إنجازات جاليليو (غاليليو)، أن نلاحظ اهتمامَه بتكوين نظرية رياضيّةٍ موّحدةٍ للمادة التي تشكل الكون بأكمله. ولعّله لم يدركْ أن فعل هذا هو هَدفُه الأسمى حتى بدأ فعلياً العملَ على كتابه «مقالات عن علمين جديدين» في سنة 1638. ومع أنَّه بدأ منذ 1590 الاشتغال على بعض مشكلات طبيعة المادة، لكنّه لم يكن بوسعه إنجاز مؤلَّفِه سابق الذكر قبل 1638. بالأخص ليس قبل نشر «رسول النجوم» في سنة 1610، ولا قبل سنة 1632 حين نشرَ «حوار حول النظامين الرئيسيين للكون». حيث أنّه قبل سنة 1632 لم يكن لديه لا النظرية، ولا الأدلة الكافية لدعم مزاعمه حول المادة المفردة الموّحدة. ومع أنّه فكّر طويلاً في طبيعة المادة وحاول أن يجدَ أفضل طريقة لوصفها قبل سنة 1610، ولكنَّ فكرةَ نظرية المادة المّوحدة كان ينبغي لها أن تنتظر حتى يَفرغ صاحبُها من إتمام مبادئ حركة المادة، وذلك لم يحدث قبل نشر كتاب «حوار حول النظامين الرئيسيين للكون».

بدأ جاليليو (غاليليو) نقد أرسطو في عام 1590، وذلك في مخطوط «في الحركة». حيث وجّهَ جاليليو في الجزء الأول من هذا المخطوط سِهامَ نَقْدِه لنظرية أرسطو حول المادة الأرضيّة. فبينما يرى أرسطو أنَّ المادة الأرضيّة تشكُّلها أربعةُ عناصر (التراب، الهواء، الماء والنار) منها الثقيل، ومنها الخفيف. تختلف حركتها للأعلى وللأسفل تبعاً لدرجة ثقلها أو خفتها. استناداً إلى مبادئ أرخميدس حول الأجسام الطافية، الموازين والأثقال [ميزان القفان أو القبان في الفارسية (كبان)، باللاتينية (كمبانا) أما القرسطون (خاريستيون) باليونانية (السريانية) فميزان أرخميدس .. كما نقله ثابت بن قرة الحراني الصابئي (836-901) في كتابه "رسالة في القرسطون" الكتاب المؤسس للميكانيكا العربية، مُعرّبه القُسطار يظهر أنه تحريف للأصل العربي القُسطاس، آلة، ميزان دقيق، يعتبر أضبط الموازين وأقومها، ويعبر به عن العدالة، يقالُ: فلانٌ يقيس الأمر بمقياسه ويزنه بقسطاسه] زعم جاليليو أنَّه يوجد مبدأٌ واحد للحركة، حيث يرى أن الثِقل (أو الجاذبية – gravità) هي سبب جميع الحركات الأرضيّة الطبيعيّة.(ز)

بعد ذلك بفترة، في عام 1600، قدَّم جاليليو في مخطوط «الميكانيكا (Galileo 1600/1960)» مفهومَ الـ(momento)، وهو مفهوم شبيه بمفهوم القوّة، يُؤثّر على الجسم لحظيّاً، ومتناسب بطريقةٍ ما مع الوزن أو مع الجاذبية النوعيّة.

في عام 1623 قدّم جاليليو (غاليليو) في كتابه «المحلل» أطروحةً خاطئةً تماماً حول المادة. حيث حاول أن يثبتَ أنَّ المذنباتِ ظواهرُ أرضيّة، ولذلك يمكن تفسيرُ خصائصها باستخدام الانكسار الضوئيّ. وفي حين أنَّ كتابه هذا يعتبر آيةً في الكتابة العلميّة، إلا أنَّه من الغريب جداً أن يجادل جاليليو ضد الطبيعة الفوق– قمرية للمذنبات. وهي النظرية التي قدّمها في وقت سابق عالمُ الفلك الدنماركي الكبير تيخو براهي.

(د) أنظر مستهل الفصل ماقبل الأول، المبادئ الرياضية(*) للميكانيكا التطبيقية (ميكانيكا الموائع نموذجا) 400 عام من المنهج الرياضي – التجريبي
(*) [الرياضيات ≠ Mathematics ومشتقاتها اللاتينية ذات الأصل الفينيقي (μάθημα) máthēma، ويمكن أن نجادل بأنها علم الأرض]
كذلك راجع: بيتر ماكمر، جاليليو جاليلي، موسوعة ستانفورد للفلسفة، 2017.
Peter, Machamer, Galileo Galilei, The Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2017.

(هـ) أدت محاكمة جاليليو جاليلي إلى مناقشات طويلة عبر التاريخ. (..) في عام 1741 صدر تصريح من البابا بنديكت الرابع عشر بطباعة كل كتب جاليليو. وفي عام 1758، رُفع الحظر عن جميع أعماله الداعمة لنظرية كوبرنيكوس، وفي عهد البابا بيوس السابع عام 1822 أصدر تصريح بطباعة الكتب عن النظام الشمسي لكوبرنيكوس وأنه يمثل الواقع الطبيعي، لتتخلى الكنيسة في عام 1835 عن موقفها تجاه مركزية الأرض نهائياً. قبل هذا بوقت طويل وبرغم هذا الجدل فقد انتشرت مؤلفات جاليليو حيث ترجمت للانجليزية من قبل (1665) Thomas Salusbury، في حين ترجمها للفرنسية بعد عام واحد فقط من تأليفه كتاب حوار (1638) الأب ماران مرسين (1639) Marin Mersenne(‡) (..).

(‡) [بعد ثلاثة قرون بالضبط، عام 1939 قام البابا بيوس الثاني عشر بعد أشهر قليلة من رسامته لمنصب البابوية بوصف جاليليو "أكثر أبطال البحوث شجاعة ... لم يخش من العقبات والمخاطر ولا حتى من الموت". وفي 15 أكتوبر من نفس العام، قام الكاردينال راتزنجر (والذي أصبح لاحقا البابا بندكتيوس السادس عشر) في خطاب لجامعة لا سابينزا بوصف جاليليو "بحالة عرضية التي سمحت لنا ان نرى مدى عمق الشك بالذات في علوم وتكنولوجيا العصر الحديث".
في 31 أكتوبر 1992 قدمت الهيئة العلمية بتقريرها إلى البابا يوحنا بولس الثاني، الذي قام على أساسه بإلقاء خطبة، وفيها يقدم اعتذار من الفاتيكان على ما جري لجاليليو جاليلي أثناء محاكمته أمام الفاتيكان عام 1623. وحاول البابا إزالة سوء التفاهم المتبادل بين العلم والكنيسة. وأعاد الفاتيكان في 2 نوفمبر 1992 لجاليليو كرامته و براءته رسميًا، وتقرر عمل تمثال له فيها.
وفي مارس 2008 قام الفاتيكان باتمام تصحيح أخطائه تجاه جاليليو بوضع تمثال له داخل جدران الفاتيكان. وفي ديسمبر من العام نفسه أشاد البابا بندكتيوس السادس عشر بمساهماته في علم الفلك أثناء احتفالات الذكرى ال400 لأول تليسكوب لجاليليو.
في نوفمبر 2008 تراجع الفاتيكان من جديد عن الحكم الذي كان قد صدر ضده من محكمة البابا عام 1632. على الرغم من أن البابا أوربان الثامن لو يوقع على الحكم الصادر من محكمة التفتيش آنذاك ضد جاليليو، فلم يكن البابا والكرادلة مؤيدين جميعًا للحكم].
(..) وأخيرا صدرت الطبعة العربية العام 2022!، .. بعد أربعة قرون:
Galileo Galilea Discorsi Dimostrazioni Mathematiche Intorno a due nuoue Scienze Attenenti Mecanica i Movimenti Locali Leida 1638 - Translated into Arabic by:
جاليليه جاليليو، محادثات حول علمين جديدين: الميكانيكا والحركة المكانية ترجمة وتحقيق: محمد أسعد عبد الرؤوف، دار الأهرام (2022).

(و) بول فييرآبند، ضد المنهج: الخطوط العريضة لنظرية لاسلطوية للمعرفة، فيرسو لندن، 1975.
Paul Feyerabend, Against Method: Outline of an Anarchist Theory of Knowledge, London: Verso, and New York: Humanities Press, 1975.
نشر أول إصدار عدة مرات حتى صدرت الطبعة المنقحة 1988 ثم نقحت مرة أخرى في الطبعة الثالثة 1993، وآخر طبعة «الرابعة» كانت:
Feyerabend, Paul. Against Method. 4th ed., New York, NY: Verso Books, 2010.

الفيلسوف النمساوي الأصل بول فييرآبند (1924 - 1994)، كان مولع في بداية حياته الفكرية بالمسرح ثم درس فيما بعد الفيزياء، علم الفلك، والتاريخ بجامعة فيينا. عرفت أفكاره بالفوضوية ورفض وجود نسق علمي ثابت ونهائي. سافر إلى إنجلترا لمتابعة دروس مواطنه كارل بوبر (1902 - 1994)، وأيد أهم أفكاره حول منطق تحول العلوم. إذ رفض الثقة المطلقة في العلم، واعتبر الدحضانية أو قابلية النظرية العلمية للتكذيب معيارا أساسيا للتمييز بين النظرية العلمية وغير العلمية (أنظر الهامش السادس و الأخير لمقدمة الفصل الخامس(‡)-(06)).
مال فييرآبند في شبابه إلى التوجه الوضعي وشارك في برامج «دائرة كرافت» واعتنق الإبستيمولوجيا التفنيدية البوبرية بعد تعرفه على كارل بوبر، ودافع عنها زمنا ضدّ النزعة الاختبارية الاستقرائية؛ بل ترجم لبوبر كتاب «المجتمع المفتوح وأعداؤه»، لكن سرعان ما انقلب ضده. وكتب مقالا عام 1970 تحت عنوان «ضدّ المنهج»؛ واتفق مع صديقه الفيلسوف و الرياضياتي المجري إيمري لاكاتوس (1922 - 1974) على تأليف كتاب مشترك بينهما تحت عنوان «مع المنهج وضد المنهج»، حيث يكتب لاكاتوس دفاعا عن العقلانية العلمية، بينما يكتب عنها فيرابند مهاجما ومبطلا. لكن رحيل لاكاتوس المفاجئ عام 1974 حال دون ذلك؛ فقرّر فيرابند نشر ما كتبه عام 1975.

(ز) راجع الإشارة/الملاحظة الثالثة الخاصة بالعناصر الأربعة في هامش مقدمة الفصل الأول: قراءات وتأملات حول طبيعة ديناميكا الموائع 200 عام من المنهج الرياضي – الإستنباطي.

﴿02﴾ مساهمة(ǂ) رينيه ديكارت (1596-1650) بإدخال نظم الإحداثيات (1637)، بالقيمة العددية للكميات. اتخاذ قوانين الحفظ كأساس لتعريف عملية القياس، اختار ديكارت الزخم، كونه نتاج كتلة الجسم مضروبة في السرعة، كمقياس للحركة (1641). يعتبر ديكارت في نظر مؤرخي الآداب الفرنسية(ǂ) أول رجل عبر عن آرائه الفلسفية بلغة واضحة، وجعل لغة الفرنسيين "لغة فلسفية"، بعد أن كان الفلاسفة من قبله يكتبون فلسفتهم باللغة اللاتينية. لكن ربما هذه ليست هي الحقيقة .. على الأقل، ليست الحقيقة الكاملة. عُرف منهج ديكارت "بالشك المنهجي" أو "المنهج الشكوكي" وهناك شك كبير حول حقيقة نسبة هذا المنهج لديكارت .. وقد يتسرب هذا الشك إلى أعمال معاصريه كجاليليو، وإلى مانسب لمن سبقهم من الآباء الذين أشرفوا على حركة الترجمة الكثيفة للعلوم العربية(۞) خلال القرون الخمسة السابقة لما يسمى بعصر النهضة.

(ǂ) تزامنت لحظة جاليليو .. (أو إصبع جاليليو .. بالمعنى الحرفي والمجازي أو حتى الرمزي الذي قصده بيتر أتكينز – Peter Atkins في كتابه Galileo's Finger) .. واللحظة الديكارتية بزعم نحت لفظة Réflexion (من الجذر REFLEXIO بمعنى انعكاس الذات على نفسها تأمليا، تساؤليا وشكيًّا ..) يدّعون بأن ديكارت قد ولج مجاهل جديدة كانت عصية على الاقدمين سواء فلاسفة اليونان أو رهبان السكولائية .. بحسب هؤلاء – وهم التيار العام من أتباع المركزية الأوروبية – أصبح الفكر مع ديكارت موضوعا للفكر ذاته شكا وتمحيصا وإعادة تركيب من جديد من هنا "الكوجيطو" الديكارتي الشهير أنا أفكر je pense .. إنني أصبحت أفكر في كوني أفكر في شيء مُفكَّرٍ فيه .. يقول ديكارت بهذا الصدد:
EX EO QUIOD MENS HUMANA IN SE CONVERSA .. réfléchir c'est l'esprit .. faisant réflexion sur lui-même..
وجود التفكير كحقيقة لا تقبل الجدل أو الظن أو الشك هي "الكوجيطو" الفكري الحديث المنافس للفكر القديم .. فكر الكنيسة ميتافيزيقيا و فكر أرسطو كوسمولوجيا وعلميا.. "أنا أشك، أنا افكر، إذن انا موجود" .. EGO COGITO ERGO SUM .. je pense donc je suis هذه قضية غير قابلة للتجزيء أو للتفاوض إنها قضية بمضامينها وبمفاهيمها لا تقبل التجزيء. إنها نقطة ارتكاز صلبة جديدة وسط عالم حديث بدأ يدب فيه الشك ويسائله العقل والعلم الحديث في أكثر مسلماته بداهة.. من الأمور التي عابها ديكارت على جاليليو، كونه يبني أساسًا لصرح علمي فلكي جديد دون دلائل عقلية وفكرية قوية تكون ذات طبيعة ميتافيزيقية وليست رياضية أو فلكية فقط، لكي تستطيع مجابهة فكر آخر لا يقل قوة وقتها ومسلح بفكر مزدوج ميتافيزيقي فكري ورياضي نظري علمي.. إنه الفكر الكنسي السكولائي العتيد.. تأثر ديكارت كثيرا بالكوبرنيكية واعترف في مراسلاته و مذكراته أنه كوبرنيكي في مسألة الفلك الجديد، في مراسلاته مع صديقه الحميم الراهب ماران مرسين (مترجم كتاب جاليليو الأخير إلى الفرنسية كما تمت الإشارة إليه سابقاً) و خاصة تلك المتعلقة بسنة 1633 توضح بشكل جلي مدى ذهابه بعيدا في هذا، .. ولكنه في الأخير خاف محاكم التفتيش فاحجم عن إتمام كتابه "رسالة في العالم – Traité du" أو نشره علانية، وإن كان مخطوطه السري ظل شاهدا ومصانا في رفوف مكتبته و عند صديقه المخلص الأب مرسين. [مصائبُ جاليليو عند ديكارت (وآخرين) .. فوائدُ]. أنظر:
محمد كزو، عقيدة الحقيقتين: أقنعة جاليلو جاليلي تتكشف في رسالة للدوقة كريستينا، دار الآن ناشرون وموزعون، الأردن، الطبعة الأولى 2021.
Peter Atkins, Galileo's Finger: The ten great ideas of science, Oxford University Press (2003).
Alice Dreger, Galileo's Middle Finger: Heretics, activists & the search for justice in science, Penguin Press (2015)

يذكر أنه في جوان 2010، أُعيدت الى فرنسا رسالة نادرة تقع في أربع صفحات كتبها ديكارت عام 1641 كانت قد سُرقت في القرن التاسع عشر. عُثر على الرسالة في كلية هايفرفورد بولاية بنسلفانيا الاميركية التي قررت اعادتها الى موطنها الأصلي. وفي احتفال أُقيم في مكتبة المعهد الفرنسي أعرب رئيس المعهد غابريل دي برولي عن شكره لرئيس الكلية الاميركية ستيفن ايمرسون على "الأمانة والنزاهة" التي ابدتها الكلية بمبادرتها إعادة الرسالة التي تنضم الى 16 رسالة أخرى من رسائل ديكارت لدى المعهد. ويبدو ان "الكونت" و"عالم الرياضيات" الايطالي غوغليلمو ليبري "سرق" الرسالة في منتصف القرن التاسع عشر ليضيفها الى مجموعته الضخمة من المخطوطات المسروقة. وقال دي بروغلي ان الكلية الاميركية بإعادتها رسالة ديكارت ستمحو الذكريات "المريرة" التي تركها الكونت ليبري في المعهد. كُتبت الرسالة في 27 ماي عام 1641 حين كان ديكارت يتبادل الرسائل مع صديقه الحميم الأب ماران مارسين و تتعلق بنشر عمله تأملات في الفلسفة الأولى وتبرعت بالرسالة الى كلية هافرفورد في عام 1902 لوسي برانسون روبرتس التي كان زوجها تشارلس روبرتس شغوفا بجمع المخطوطات وحصل على الرسالة "دون ان يعلم انها مسروقة"!.
راجع: Dheepthi Namasivayam (June 08, 2010). "Descartes letter returns home". The New York Times.
Kim Willsher (June 22, 2010). "Descartes letter found by web surfer heads home to France". The Guardian

(۞) فيهايلي سنورد –كنثال– مقدمة الطبعة الرابعة كاملة لكتاب المنهج الفلسفي بين الغزالي وديكارت لمحمود حمدي زقزوق [الشكل﴿02﴾ — 1]:

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة الطبعة الرابعة

الموضع الذى يتناوله هذا الكتاب تمت دراسته فى رسالة علمية باللغة الألمانية تقدمنا بها إلى جامعة ميونيخ بألمانيا عام ١٩٦٨م . وقد أثبت هذا البحث بالنصوص القاطعة التطابق الواضح بين المنهج الفلسفى لدى كل من الغزالى وديكارت ، وهو المنهج المعروف بالشك المنهجى . وقد أشرف على هذه الرسالة الأستاذ راينهارد لاوت **Reinhard Lauth** ، وهو من أشد المعجبين بفلسفة ديكارت ، وكان يعلن فى محاضراته أن الفلسفة الحقيقية قد بدأت بديكارت .

والمعروف أن ديكارت يحظى فى الغرب بتقدير عظيم ،وأنه لقب فى تاريخ الفلسفة بأبى الفلسفة الحديثة . ومن المعروف أيضا أن الغزالى الفيلسوف قد قوبل فى الشرق ولايزال بالجحود والإهمال على المستوى الفلسفى ، واتهم بأنه قضى على الفلسفة فى الشرق قضاء مبرما لم تقم لها بعده قائمة . ولكن البحث الذى نقدمه إلى القارئ يعطى صورة أخرى مختلفة تمامًا عن هذا الفيلسوف ، تكشف عن مدى تهافت الأسس التى قامت عليها التصورات الشائعة عن الغزالى .

ونحن نزعم أن هذا البحث قد لفت الأنظار إلى أمرين هامين :

أولاً : إبراز التطابق بين أفكار كل من الغزالى وديكارت من خلال المقارنة التفصيلية بين المنهج الفلسفى لدى كل منهما .

ثانيًا : وهذا أمر فى غاية الأهمية من وجهة نظرنا – إبراز التفسير الفلسفى لخروج الغزالى من مرحلة الشك إلى مرحلة اليقين ، وتفنيد التفسيرات الصوفية واللاعقلية التى انتشرت وشاعت وكادت تصبح حقائق مقررة لدى الدارسين لفكر الغزالى ، ينقلها اللاحق عن السابق دون بحث أو مناقشة .

وقد كان أمرًا مفاجئًا للأستاذ المشرف – بطبيعة الحال – أن يرى أن الغزالى قد سبق ديكارت إلى اكتشاف واستخدام الشك المنهجى . ولكنه – وهو العالم الجاد – لم يعترض على شيء مما قدمته له ، غير أنه طلب تحويل الرسالة إلى أحد المستشرقين ليراجع النصوص المترجمة إلى الألمانية نظرًا لأنه لا يعرف العربية . وقد تم ذلك بالفعل ، وراجعها الأستاذ أنطون اشبيتالر **A. Spitaler** - وهو من كبار المستشرقين الألمان[1] – ولم يغير فيها حرفًا واحدًا ، ولكنه فقط رفض فكرة أن يكون ديكارت قد تأثر بالغزالى ، وعزا هذا التشابه فى المنهج إلى أنه مجرد توافق أو توارد خواطر دون

(١) وقد تتلمذ عليه كل من الزميلين الدكتور محمود فهمى حجازى والدكتور رمضان عبد التواب .

١١

أن تكون هناك معرفة لديكارت بأفكار الغزالى . وقد بينت له حينذاك أن مسألة التأثير والتأثر هذه لم تكن تعنينى فى هذا البحث ، فهى قضية تاريخية تتطلب أدلة مادية . وكل ما يهمنى كان المقارنة الفلسفية .

وقد تم نشر الرسالة بالألمانية فى حينها فى طبعة جامعية .وفى عام ١٩٩٢م قامت بنشرها دار نشر كبرى وهى **Peter Lang - Verlag**. وتناول الرسالة بعض الباحثين الغربيين بالتعليق ، وأشادت بها الصحيفة السويسرية اليومية **Neue Zuricher Zeitung** التى تصدر فى زيوريخ[1] . فى مقال كتبه « كريستوف فون فولتسوجن » **Christoph von Wolzogen** تحت عنوان : هل كان الغزالى ديكارتا قبل ديكارت ؟ وأشار الكاتب إلى أهمية الكتاب بوصفه عملاً علميًّا جديرًا بالاعتبار مبينًا أنه قد كشف عن حقيقة مفادها أن الشك المنهجى – الذى يعد عملا تأسيسيا حاسما فى الفكر الغربى – مرتبط بالفلسفة الإسلامية فى القرن الحادى عشر ، أى قبل ديكارت بأكثر من خمسة قرون ، كما أشار الكاتب إلى أن التطابق المدهش بين الأفكار الواردة فى كتاب « المنقذ من الضلال » للغزالى وكتاب « التأملات » لديكارت يوحى فى حد ذاته بأن هناك مؤثرات فيلولوجية ، وأن هذه المقارنة – التى جرت لأول مرة من الناحية المنهجية – قد برهنت على وجود تطابق أساسى فى المنهج الفلسفى لكلا الفيلسوفين .

وفى نهاية مقاله أشار الكاتب إلى أن « على من يعتقد أنه يرى فى الغزالى مجرد صوفى منحاز لصوفيته ويرى فى ديكارت مجرد عقلانى منحاز لعقلانيته أن يعيد النظر فى آرائه بالنظر إلى هذا العمل العلمى الذى يعد نموذجًا ممتازًا لاتجاه مستقبلى يمكن أن يطلق عليه اسم علم المقارنات الفلسفية » .

وقد سبق أن أشرنا فى مقدمة الطبعة العربية الثانية إلى ما قاله المؤرخ التونسى عثمان الكعاك من اطلاع ديكارت على أفكار الغزالى عن طريق ترجمة لاتينية لكتاب المنقذ من الضلال للغزالى لا تزال موجودة فى مكتبة ديكارت بالمكتبة الوطنية فى باريس[2] . ولكن المكتبة الوطنية فى باريس نفت أن يكون لديها ما يسمى بمكتبة ديكارت ، ونفت وجود الترجمة اللاتينية التى أشار إليها الكعاك ، وذلك فى خطاب تلقاه الزميل الدكتور عبد الصمد الشاذلى من المكتبة المذكورة فى ١٩٨٥/٨/٢٩م ردًّا على استفساره عن هذا الموضوع بعد حوار دار بيننا فى هذا الصدد . وقد توصل الدكتور الشاذلى – الذى يعمل فى جامعة جوتنجن بألمانيا – إلى شواهد توحى بتأثر ديكارت

(١) فى عددها رقم ٢٨١ الصادر فى ١٩٩٣/١٢/٢م صفحة ٢٩ .

(٢) راجع فى ذلك ص ٣٣٣ من المجلد الأول من « محاضرات ومناقشات الملتقى العاشر للفكر الإسلامى » – عنابة (الجزائر) ١٣٩٦ هـ – ١٩٧٦ م .

١٢

بأفكار الغزالى . فقد أشار الدكتور الشاذلى فى مقدمته للترجمة الألمانية لكتاب « المنقذ » إلى إثبات أن ديكارت كانت تربطه صلة صداقة ببعض المستشرقين الذين كان لديهم النص العربى لكتاب المنقذ . ومن بين هؤلاء الأصدقاء كان المستشرق الشهير جاكوب جوليوس **Jacob Golius** (١٥٩٦م – ١٦٦٧م) ، كما كان لدى ليفينيوس فارنر**Levinius Warner** - وهو تلميذ لجوليوس المشار إليه – مخطوط لكتاب المنقذ . وقد آل هذا المخطوط عام ١٦٦٥م إلى حوزة مكتبة جامعة ليدن بهولاندا ، أى بعد وفاة ديكارت بخمسة عشر عاما فقط . وهذا المخطوط موجود الآن فى مكتبة جامعة ريك بليدن تحت رقم : **Or.946 (1)**. وفضلاً عن ذلك يضم قسم المخطوطات العربية بالمكتبة الوطنية فى باريس مخطوطًا لكتاب المنقذ تحت رقم : **1331 (Fol. 25-24)**- كان معروفًا فى العصر الذى عاش فيه ديكارت[1] .

والموضوع لايزال فى حاجة إلى مزيد من البحث حتى يمكن التوصل إلى حكم قاطع فى هذه القضية . وقد أبدت بعض الجهات فى فرنسا رغبتها فى ترجمة الكتاب إلى الفرنسية . ويعكف حاليًا أحد الباحثين الفرنسيين على القيام بترجمة الكتاب من النص الألمانى إلى اللغة الفرنسية .

ولسنا نقصد من وراء الكشف عن الصلة بين منهجى ديكارت والغزالى أن نتغنى بأمجاد أسلافنا ونجتر ذكريات حلوة جميلة تدغدغ عواطفنا ، وإنما نحاول بعقلانية أن نواجه مركب النقص الذى يعانى منه الكثيرون منا إزاء الغرب ، وذلك باستعادة الثقة فى أنفسنا وتراثنا بهدف أن يكون ذلك حافزًا لنا إلى الانطلاق من جديد نحو ترسيخ دعائم نهضة فكرية جديدة وبناء فلسفة إسلامية جديدة .

ومن جانب آخر لست أجد تبريرًا لهذا الميل الذى ينحو إليه البعض والذى يتمثل فى تعذيب أنفسنا بلا مبرر وترسيخ مركب النقص فى عقولنا ، وأعنى بذلك تلك النغمة التى نجدها فى بعض البحوث العربية التى تعلى دائمًا من كل فكرة تجدها فى الفلسفة الغربية ، وتقلل فى الوقت نفسه من أهمية الفكرة ذاتها إذا كانت واردة فى الفلسفة الإسلامية[2] .

إن التراث الإنسانى أخذ وعطاء ، ولا توجد أمة عريقة فى التاريخ إلا وقد أعطت كما أخذت من هذا التراث . والعقل الإنسانى – كما قال ديكارت أيضا – أعدل الأشياء قسمة بين الناس . ولا يجوز لنا أن ننسى أننا أصحاب حضارة عريقة قدمت الكثير للإنسانية . وإذا كان عطاؤها قد توقف فى القرون الأخيرة بفعل عوامل كثيرة فليس معنى ذلك محوها من تاريخ الحضارات .

(١) **Al - Ghazali: Der Erretter aus dem Irrtum. herausg.von Elschazli . XXXIV f.,amburg 1988.**

(٢) انظر – على سبيل المثال – كتاب : فى عالم الفلسفة للمرحوم الدكتور أحمد فؤاد الأهوانى ص ١١٧ ، القاهرة ١٩٤٨م .

١٣

وكلنا أمل فى أن يتجه بعض الباحثين فى الحقل الفلسفى إلى الاهتمام بصلة الفلسفة الإسلامية بالفلسفة الأوربية الحديثة . فالأمر لا يقتصر على التشابه الواضح بين ديكارت والغزالى ، بل يتعداه إلى فلاسفة آخرين . ففكرة السببية لدى الغزالى هى نفسها لدى دفيد هيوم ، ومذهب الذرات الروحية لدى ليبنتز له ما يماثله فى مذهب الجوهر الفرد لدى فلاسفة المسلمين ومتكلميهم . وهناك صلة وثيقة بين اسبينوزا والفكر الإسلامى عن طريق الترجمات اللاتينية وعن طريق موسى بن ميمون ، ولدى ابن عربى أفكار لها ما يماثلها لدى اسبينوزا ، ولابن سينا أفكار لها ما يماثلها لدى ديكارت وغيره . ولا نعدم أن نجد صلة بين ميتافيزيقا الغزالى وكانت . وهذ كلها مجرد أمثلة وليس حصرًا للمجالات التى يمكن البحث فيها عن صلات بين الفلسفة الإسلامية والفلسفة الأوربية الحديثة . أما صلة الفلسفة الإسلامية بالفلسفة الأوربية فى العصر الوسيط فقد توفر على بحثها العديد من الباحثين فى أوربا . وقد أشرنا إلى ذلك بشىء من التفصيل فى نهاية الباب الأول من كتابنا هذا .

وفى ختام هذه المقدمة نأمل أن يكون فى إعادة نشر هذا الكتاب فائدة لقارئ أو نفع لباحث .

والله من وراء القصد .

أ . د . محمود حمدى زقزوق

صفر ١٤١٨ هـ

يونية ١٩٩٧ م

الشكل (02) — 1:

راجع الإشارة (۞) أعلاه.

يُذكر أنه اثناء فعاليات الملتقى العاشر للفكر الإسلامي بعنابة العام 1976 .. كشف عثمان الكعاك (1903-1976) عن حقيقة أذهلت جميع المؤتمرين، ذكر أن محمد عبد الهادي أبو ريدة (1909-1991)، الذي كانت تربطه بالكعاك علاقة وثيقة، طلب إليه أن يعاونه في عمل بحثي بخصوص تأثير الغزالي في الفكر الغربي، وبما أن الكعاك كان يعمل أميناً عاماً للمكتبة الوطنية بباريس، فإنه استطاع أن يصل إلى مكتبة ديكارت، وفُوجئ بنسخة من كتاب الغزالي "المنقذ من الضلال" مترجمة إلى اللاتينية في مقتنياته، وبقلم ديكارت خطوط حمراء تحت أكثر من فكرة من أفكار الغزالي، منها قول الغزالي "الشك أولى مراتب اليقين"، ومكتوب عليها "ينقل هذا إلى منهجنا"، أي إلى كتاب "مقال في المنهج"، .. سرقة واضحة بخط ديكارت نفسه !. بعد هذه المفاجأة، يُصدم الجميع في اليوم التالي للمؤتمر بالعثور على الكعاك ميتاً في غرفته! وحينها قال محمد سعيد البوطي (1929-2013) "لا ندري ماذا حصل؟، [فلا يُدرى أوافق المقدور أم أن الرجل دُسَّ له شيءٌ أو مات اختناقاً] .. لا أحد يعرف إن وافته المنية أم قُتلْ"!! ..؟.

راجع: عماد الدين الجبوري، دراسات فلسفية مختارة، الطبعة الأولى، الناشر e-Kutub Ltd، لندن (2023)، ص 94.

بعد هذا العرض المجتزأ[أ]، .. ولكي ننتقل من الفلسفة إلى العلم، يمكن أن نتبنى في العلاقة بين العلم والفلسفة مقولة – مجتزأة هي الأخرى[ب]– لعالم الفلك الإنجليزي سير هيرمان بوندي: "إن العلم ببساطة ليس شيئا أكثر من منهجه، ..".

العلم .. منهج (منهج، موضوع ومصطلح)، أما الفلسفة فنشاط يتناول كما هو معروف مباحث: الإلهيات، الرياضيات [تشمل المنطق المفضي لآلة القياس؛ فالمنطق طفولة الرياضيات .. أما الرياضيات فهي شباب المنطق، في صورته الناضجة كمايقول .. برتراند راسل] والطبيعيات، بينما بعدها يقع في ما وراء الطبيعة، أو ما يسمى بالميتافيزيقا وفلسفة الأخلاق بمعنى تدبير الفرد، كما هو الاقتصاد تدبير المنزل والسياسة تدبير المدينة. تناولنا في الفصل الخامس مبدأ الفعل الأقل ضمن إطار التناظرات واالتشابهات بعد استدعاء جملة من تمثُّلات واقْتباسات تمت الإشارة فيها إلى مبدأ القياس .. وهو ميزان العقل عند الإمام الغزالي.[ج]

[أ] هذا العرض المتمثل في مقدمة كتاب محمود حمدي زقزوق، المنهج الفلسفي بين الغزالي وديكارت، الطبعة الرابعة: دار المعارف (1997)، سوف يستكمل أدناه بتصدير كتاب محمد ياسين عريبي، مواقف ومقاصد في الفكر الإسلامي المقارن، الطبعة الثانية: الدار العربية للكتاب، (1982).

[ب] العبارة الكاملة للفلكي الإنجليزي سير هيرمان بوندي: "إن العلم ببساطة ليس شيئا أكثر من منهجه، وليس منهجه شيئا أكثر مما قاله بوبر". راجع الهامش .. في الفصل الخامس والأخير: المبادئ العامة للميكانيكا النظرية (مبدا الفعل الأقل نموذجًا)، .. عشرون 20 عامًا من المناهج البديلة.

[ج] تم التركيز هنا على الإمام الغزالي .. نظرًا لأن هناك تساؤل شهير ذاع صيته شرقا وغربا مفاده؛ هل كان الغزالي سببا في تدهور الفلسفة والعلوم في الحضارة العربية الإسلامية؟. "أول ما يلفت الانتباه أنَّ الإمام أبي حامد الغزالي سمى كتابه "تهافت الفلاسفة"، ولم يسمّه "تهافت الفلسفة"، ما يوحي أن أبا حامد لا مشكلة لديه مع الفلسفة من حيث هي موضوع معرفي متمايز عما سواه، ولكن لديه مشكلة مع الفلسفة من حيث هي مذاهب موجّهة لأصل الموضوع. فمنذ ردح من الزمن، ما فتئ يكرر كثيرٌ من الغربيين وحتى الرشديين العرب أنَّ المسار الفلسفي كان في تصاعد متسارع في العالم الإسلامي حتى جاء أبو حامد فانتكس وتقهقر. حتى أن فيزيائيًا أمريكيًا شهيرا (نيل غريس تايسون في ضيافة الحائز على جائزة نوبل للفيزياء العام 1979 ستيفن واينبرغ) ألقى محاضرة العام 2006[1] يشرح فيها أن الحضارة الإسلامية كانت في ازدهار مطرد حتى جاء الغزالي وحرَّم الفلسفة، وبعدها تهاوت على أم رأسها، كمالو أنه لولم يخلق الله الغزالي لكانت اليوم ربما تفوق الحضارة الغربية ازدهارًا وتقدمًا!! أعتقد أن هذا افتراء على أبي حامد الغزالي، فلم يحرم أبو حامد الفلسفة لا من حيث هي ممارسة، ولا من حيث هي صناعة، بل أكثر من ذلك أنَّه إذا كان ثمة عقل إسلامي مارس الفعل الفلسفي من حيث هو تأمّل منهجي فيما وراء المعلوم ممارسة حقيقية فهو أبو حامد، وهو أحقُّ بوصف الفيلسوف من الفارابي وابن سينا وابن باجه وابن طفيل وحتى ابن رشد؛ لأنه وحده الذي اعتمد على مقاربة من الذات الحضارية للموضوع الفلسفي، خلافًا لهم إذ اعتمدوا على مقاربات من ذات الآخر للموضوع الفلسفي"[2]. لا أدّعي هنا الإحاطة بهذا السؤال الكبير .. "لماذا تقدم الغرب وتأخر الشرق"، بيد أن هذه الإشارة في حقيقتها إعتذار أكثر منها ردًا، فضلا أن تكون إجابة، فأنا شخصيا مدين باعتذار لهذا الرجل الكبير .. (أقتبس هنا اعتذارا كتبته عند كتابة مذكرة التخرج باللغة الفرنسية عام 2002، وهأنااذا – بحمد الله– أصححه بعد عشرين عامًا)[3، 4]: "نخص بالذكر القدماء .. ونقدم اعتذارنا، القدماء اجدادنا – السّادة البعُول الغرانيق الغُلا– طبعا العرب المسلمين عموما، لأنه وإن كان المغلوب مولع بتقليد الغالب، فالغالب مولعٌ أكثر بأن يكون انتصاره كاملاً .. ليقرر ان الضعف ليس حالة عارضة، بل هو أصلٌ أصيل في المغلوب ولإثبات هذا يزور التاريخ .. التاريخ الذي يقول ان الأيام دُوَل .. ونكرر الاعتذار لأرواح الأجداد الساكنة فينا؛ لأننا نخاطبها بغير اللسان الذي تحب". لأنني في مرحلة ما انسقت وراء هذا الطرح للأسف!.

أضيف إليه الاهداء الذي صدّر به محمد ياسين عريبي، كتابه مواقف ومقاصد في الفكر الإسلامي المقارن، في طبعته الثانية: "إلى شهداء القدس وما حولها. إلى شهداء الماضي الذين أدركوا أن حبر علمائهم أفضل من دمائهم فقاموا يناهضون الغزاة الذين أخفقوا في جعل الشرق غربا. وإن نجحوا في سلب حضارة الشرق وجعلها نواة حضارة الغرب. وإلى شهداء الحاضر الذين عرفوا أنه لا خيار لهم سوى البقاء أو الفناء. وهاهم أولاء يبذلون دماءهم من أجل بقاء أمتهم. وإلى شهداء المستقبل الذين سيؤكدون وحدة ماهية أمتهم ووجودها فتعود حضارة الشرق من جديد نورا يهدي البشرية جمعاء".

فيمايلي سنورد في الشكل﴿02﴾ — 2 مقدمة الطبعة الثانية من كتاب محمد ياسين عريبي، مواقف ومقاصد في الفكر الإسلامي المقارن، وقبل ذلك بعض الفقرات (بتصرف)[5] من مقالة فلاسفة المسلمين القدماء وفلاسفة أوربا المحدثين .. هل من علاقة؟، راجع:

(1) Neil deGrasse Tyson & Steven Weinberg, “on the collapse of Islamic "Golden Age"”, Beyond Belief Conference (2006),

(2) George Saliba, “Islamic science and the making of the european renaissance”, MIT Press (2007).

(3) Fateh Goubaa & Miloud Zellouf, “Simultion numérique d’écoulement d’un fluide dans une chambre alimentée par un injecteur”, Mémoire d’Ingéniorat d’Etat, en Génie Mécanique, Université de Biskra (2002).

(4) Miloud Zellouf, “Etude de la convection thermosolutale dans une enceinte fermée”, Mémoire de Magistère en Génie Mécanique, Université de Biskra (2006).

(5) Zaki Al-Milad (2014), “Early Muslim Philosophers and Modern European Philosophers, Is there any Relation?”, Al-Muslim al-Muasser Magazine. 152. PP. 15- 39.

الغزالي والفلاسفة المحدثون

التفت بعض الكتاب المشتغلين بحقل الدراسات الفكرية والفلسفية، إلى وجود حالة من التشابه وحتى التطابق على مستوى الأفكار والمناهج، سواء من طرف قريب أو من طرف بعيد، ما بين أساطين فلاسفة المسلمين (القدماء)، وأعمدة الفلسفة الأوروبية (المحدثين)، دفعت بهم لإجراء مقارنات ومقاربات وموازنات استطلاعية واستكشافية وحتى تحليلية في هذا الشأن، عبروا عنها في كتابات ومؤلفات وأطروحات جامعية.

لعل من أقدم الأعمال الفكرية والأكاديمية في هذا النطاق، رسالة الدكتوراه الأولى للأديب المصري زكي مبارك (1892-1952)، الموسومة بعنوان (الأخلاق عند الغزالي)، التي ناقشها في الجامعة المصرية سنة 1923، وأثارت في وقتها من الجدل والسجال ما أثارت، لأن صاحبها تجرأ وانتقد الإمام الغزالي وهو الموصوف –حقًّا وصدقًا– بحجة الإسلام.

في هذه الرسالة، خصص زكي مبارك بابا هو الباب الثالث عشر والأخير، حمل عنوان (في الموازنة بين الغزالي وبين الفلاسفة المحدثين)، اعتبر فيه أن لآراء الغزالي أشباها كثيرة في الفلسفة الحديثة، ولكن حملته الرغبة في الإيجاز على الاكتفاء بأهم وجوه المقابلة بين الغزالي وبين الفلاسفة المحدثين، وحسبه كما يقول أن يدل القارئ على كيفية السير في هذا الطريق.

وقد أشار في هذه الموازنة والمقابلة، إلى ثمانية من المفكرين والفلاسفة الأوروبيين، وهم حسب دولهم، الفرنسيون: ديكارت (1596-1650) باسكال (1623-1662)، جاسندي (1592-1655) ومالبرانش (1638-1715)، الإنجليز: هوبز (1588-1679)، بوتلير (1692-1752) وكارليل (1795-1881) وأخيرًا الهولندي اسبينوزا (1632-1677).

ومن أبرز ملامح وجوه الشبه بين الغزالي وهؤلاء الفلاسفة في نظره، ديكارت الذي يرى أنه أقربُ الفلاسفة شبها بالغزالي، فإنه ارتاب كما ارتاب الغزالي، وبقي في شكه وارتيابه زمنا غير قليل.

ووجه الشبه بين الغزالي وباسكال، هو أن كلا منهما ابتدأ حياته بقوة قهارة، ثم انتهت به صحته إلى الرضا بالخمول في ظلال التنسك والزهد. والشبه بين الغزالي وجاسندي، في أن الأخير عني باللذة كما تكلم عنها الغزالي، لكن الفرق بينهما بعيد باعتبار أن جاسندي يرى اللذة غرضا من أهم أغراض الإنسان، في حين أن الغزالي يراها صفة من صفاته ويجب أن تحدد بحدود العقل والشرع. والشبه مع مالبرانش أنه لا يصح عنده أن نحب خيرا من الخيرات حبا تاما ما دمنا نستطيع ألا نحبه بلا ندم، وهنا يتفق مع الغزالي الذي يقرر أنه لا يجب أن نحب غير الله حبا تاما مطلقا، كما يتفق مالبرانش مع الغزالي في عدم الثقة بأحكام الحواس.

ووجه الشبه بين الغزالي وهوبز، أنهما يتفقان في تكييف وجهة الطبيعة الإنسانية، وإن اختلفا في غاية الأخلاق. والشبه مع بوتلير في أن الواجب والمنفعة لا يختلفان عنده، وهنا يتفق مع الغزالي بعض الاتفاق، لأن وجهة النظر الإسلامية ترى المنفعة في الواجب، وإن كانت لا ترى أيضا الواجب في المنفعة، فإن هذا الشيء يكون وقد لا يكون. والشبه مع كارليل في أنه والغزالي كلاهما مؤمن ثابت اليقين، ويختلفان في فهم السريرة الإنسانية، وفي نتيجة التفكير. والشبه مع اسبينوزا أنه يتفق مع الغزالي في اعتبار أن غاية الأخلاق هي كمال الطبيعة الإنسانية، فكل علم لا يفضي إلى ذلك فهو غير مفيد.

بعد هذه الموازنات والمقابلات الموجزة، أوصى الدكتور مبارك القارئ بأن يعتبر هذا الباب لمعة يسيرة في جانب ما يجب من درس آراء الفلاسفة المحدثين، وحضه على إتمام ما فاته.(أ)

[أظن أن هذه أول محاولة في المجال العربي المعاصر، يتم فيها إجراء هذا النمط من الموازنة والمقابلة بين الغزالي وبعض الفلاسفة الأوروبيين المحدثين، بقصد الكشف عن بعض جوانب الشبه والتشابه، وبعض جوانب الافتراق والاختلاف على مستوى الآراء والأفكار.

يبدو أن هذه المحاولة – التي مر عليها قرن من الزمان – على أهميتها وقيمتها لم تلفت الانتباه كثيرًا، ولم تلعب دورا في إثارة الدهشة، أو تحفيز الفضول العلمي، مع أنها تناولت قضية لا تخلو من دهشة، والاقتراب منها يثير الفضول، ونادرا ما يتم الاقتراب منها، وبرهان ذلك أنها لم تتابع من الآخرين، وتعرضت للإهمال، وباتت بعيدة عن التذكر.

عند البحث عن تفسير لهذا الأمر، فإنه إما يرجع إلى تراجع الفلسفة، وانحدار الفكر الفلسفي بصورة عامة في المجال العربي المعاصر، وإما أنه يرجع إلى أن قضية الموازنة والمقابلة بين فلاسفة المسلمين القدماء وفلاسفة الغرب المحدثين ما زالت خارج دائرة البحث الفكري والفلسفي، وإما أنه يرجع إلى أن طريقة المعالجة التي تناولت جوانب الشبه والتشابه العام، وليس جوانب الأثر والتأثير الذي يمكن أن يثير الدهشة، وإما أنه يرجع إلى هذه العوامل مجتمعة].

ما بين الفلسفتين.. تشابه والتقاء

تجدد الاهتمام بهذه القضية مع إبراهيم مدكور (1902-1995)، التي أشار إليها، وتحدث عنها بعناية واهتمام في كتابه (في الفلسفة الإسلامية.. منهج وتطبيق) الصادر سنة 1947، فمدكور هو الذي خلف طه حسين (1889-1973)، في رئاسة مجمع اللغة العربية في القاهرة سنة 1974، وبقي فيه إلى سنة 1995، ويعد من رواد البحث الفلسفي في مصر والوطن العربي.

وأول ما لاحظه إبراهيم مدكور، أن الشبه بين فلاسفة المسلمين والفلاسفة المحدثين لم يعره الباحثون من قبل عناية تذكر، وإثبات هذه الصلة وهذه العلاقة في نظره ربما يبدو غريبا، فقد جرت عادة مؤرخي الفلسفة الإسلامية أن يقفوا بها عند حدود القرون الوسطى، ولم يفكر واحد من

هؤلاء – حسب قوله– أن يدرس بجدية الصلة بين الفلسفة الإسلامية وفلسفة العصور الحديثة دراسة منظمة، الصلة التي يرى فيها مدكور أنها جديرة بالبحث والدرس.

وعند بحثه حول هذا الموضوع، وجد أن هناك مواطن شبه والتقاء يحمل على الظن –حسب قوله– بأن ما بين التفكير الفلسفي في الإسلام وفلسفة العصر الحديث، وفي تشابه الأفكار والآراء ضربا من النسب والقرابة، وإذا كانت هذه القرابة غير ظاهرة الروابط آنذاك، في طيات بحثه ما يكشفها ويؤكدها.

في هذا النطاق، وجد أن لدى اسبينوزا ولايبنتز آراء كثيرة الشبه بآراء فلاسفة المسلمين، فالحب الفلسفي الذي قال به اسبينوزا يشبه كل الشبه نظرية السعادة عند الفارابي، ومشكلة العناية عند لايبنتز لا تختلف كثيرا عما قال به ابن سينا من قبل، وحين توقف أمام شك ديكارت، تساءل مدكور بقوله: ومن يدرينا أن هذا الشك لم يتأثر في قليل أو كثير بشك الغزالي؟

وأضاف .. وإن لم يكن ثمة تأثير أو تأثر، فلا أقل أن نحاول القيام بشيء من المقارنة والموازنة، وقد وجد أن "الكوجيتو" الديكارتي لا يمت بصلة فقط إلى القديس أوغسطين، بل هناك شبه كبير بينه وبين فكرة الرجل المعلق في الفضاء الذي قال به ابن سينا، وهذا الشبه أصبح من المسلمات عنده.[ب]

في الجزء الثاني من كتابه، اعتبر مدكور أنه ليس بعزيز علينا أن نعقد مقارنات بين فكرة الألوهية عند فلاسفة المسلمين، ونظائرها لدى الفلاسفة المحدثين، أمثال ديكارت واسبينوزا ولايبنتز، وأن نقد كانْت للأدلة التقليدية لإثبات وجود الله يعود بنا إلى الفكر الإسلامي وما دار فيه حول هذه الأدلة من أخذ ورد.

كما أنه ليس بعسير كذلك في نظر مدكور، كشف أن نظرية وحدة الوجود عند اسبينوزا تكاد تلتقي تماما مع ما قال به ابن عربي، وفكرة التناسق الأزلي التي قال بها لايبنتز لا تبعد كثيرا عن فكرة الصلاح والأصلح التي قال بها المعتزلة، ولا عن فكرة العناية التي قال بها المشاؤون العرب.[ج]

هذه الإشارات السريعة من الدكتور مدكور، جاءت بقصد ربط الفلسفة الإسلامية بمراحل التفكير الإنساني القديم والوسيط والحديث، وأنها تمثل مرحلة من مراحله المهمة والمؤثرة، وحلقة من حلقاته المتصلة والفاعلة.

هذه هي الأطروحة التي حاول مدكور تأكيدها والدفاع عنها، والتمسك بها، ولفت الانتباه إليها، ولم يكن بصدد البحث في هذه القضية والتوغل والتوسع فيها بحثا ودراسة وتحقيقا.

والملاحظ أن مدكور لم يكن جازما وواثقا تمام الثقة في هذه الموازنات التي أشار إليها، لأن هذه القضية في نظره لم تكن ظاهرة في زمنه بالقدر الواضح والثابت، ولأنه أيضا لم يكن معنيا أساسا بدراسة هذه القضية، بقدر ما كان بحاجة إلى إشارات يبرهن من خلالها على صحة أطروحته السالفة الذكر، وحتى هذه الإشارات جاءت عابرة ومتفرقة ومقتضبة، وكانت بحاجة إلى تركيز وتكثيف وتوسيع، وإلى مزيد من البرهنة عليها.

ولو اعتنى الدكتور مدكور بهذه القضية، وبذل جهدًا في بحثها ودراستها لأنجز لنا عملا مهما في هذا الشأن، يمكن أن يحدث تغييرا في وجهة هذه القضية ومسارها، وفي نمط الاهتمام بها، ولجرى التعامل معها بغير الصورة التي هي عليه اليوم، ولكان – ربما – بالإمكان دراسة هذه القضية، والنظر فيها بصورة أفضل.

الموقف الذي أشار إليه مدكور، يطابقه تماما ما انتهى إليه محمد يوسف موسى (1899-1963)، في خاتمة رسالته للدكتوراه التي ناقشها بجامعة السوربون الفرنسية سنة 1948م، وكانت بعنوان (الدين والفلسفة في رأي ابن رشد وفلاسفة العصر الوسيط)، في هذه الرسالة رأى محمد يوسف موسى، ما أسماه "تشابها إلى حد كثير أو قليل بين بعض آراء مفكري الإسلام ومفكري الغرب، ومن مثل ذلك الغزالي من ناحية ومالبرانش وهيوم وديكارت وكانت من ناحية أخرى في مشكلة السببية، وبني ابن رشد نفسه من ناحية، وسبينوزا من ناحية أخرى، في ضرورة فصل الفلسفة عن الدين بالنظر إلى العامة [في نظر العوام]."[د]

ولا يزعم الدكتور موسى بسبب هذا التشابه، أنه كان هناك انتقال لبعض الآراء من مفكر إلى آخر عن معرفة وعلم، لكنه أراد بهذه الإشارة أن يذكر حسب قوله "أنه من الخير عدم إقامة الحدود الفاصلة بصفة قاطعة بين العقل في الشرق والغرب، فإن العقل لا يعرف فواصل الجنس والزمن، وأنه من الخير أن يعاد النظر في الفلسفة الإسلامية على هذا الأساس، لنستطيع بالقدر الممكن لمؤرخ الفلسفة تقدير ما أسهم به الفكر الإسلامي، في إقامة صرح التفكير الفلسفي العالمي كله."[هـ]

الغزالي وديكارت.. وتطابق المنهج الفلسفي

من المحطات التي يمكن التوقف عندها في الحديث عن تجدد الاهتمام بقضية التشابه ما بين فلاسفة المسلمين القدماء وفلاسفة أوروبا المحدثين، هي المحطة التي ترجع إلى سنة 1968م، حين تقدم محمود حمدي زقزوق (1933-2020) برسالته للدكتوراه باللغة الألمانية إلى جامعة ميونيخ بألمانيا، بعنوان (المنهج الفلسفي بين الغزالي وديكارت)، ونشرت حينها في طبعة جامعية باللغة الألمانية، وصدرت بالعربية في كتاب سنة 1973.

في هذه الرسالة اعتبر زقزوق أنه أثبت بالنصوص القاطعة، التطابق الواضح بين المنهج الفلسفي لدى كل من الغزالي وديكارت، وهو المنهج المعروف بالشك المنهجي، التطابق الذي فاجأ الأستاذ المشرف على الرسالة راينهارد لاوت، الذي يعد حسب قول زقزوق، من أشد المعجبين بفلسفة ديكارت، وكان يعلن في محاضراته أن الفلسفة الحقيقية بدأت مع ديكارت.

لهذا كان من الصعب على المشرف الألماني حسب قول زقزوق، معرفة أن الغزالي قد سبق ديكارت في اكتشاف واستخدام الشك المنهجي، لكنه مع ذلك لم يعترض على شيء، غير أنه طلب تحويل الرسالة إلى أحد المستشرقين الألمان لمراجعة النصوص المترجمة إلى الألمانية لكونه لا يعرف العربية، وكان هذا المستشرق هو أنطون اشبيتالر، الذي وصفه زقزوق بأنه من كبار المستشرقين الألمان، وبعد مراجعة الرسالة لم يغير فيها حرفا واحدا، لكنه رفض فكرة أن يكون ديكارت قد تأثر بالغزالي، وعزا التشابه في المنهج بينهما إلى أنه مجرد توافق أو توارد خواطر، نافيا أن تكون هناك معرفة لديكارت بأفكار الغزالي.(و)

وفي سنة 1992 صدرت الرسالة في طبعة جديدة باللغة الألمانية، وتوقف عندها الكاتب السويسري كريستوف فون فولتسوجن الذي نشر مقالة في ديسمبر 1993، بعنوان (هل كان الغزالي ديكارتا قبل ديكارت؟)، أشار فيها حسب قول زقزوق (إلى أهمية الكتاب بوصفه عملا علميا جديرا بالاعتبار، مبينا أنه قد كشف عن حقيقة مفادها أن الشك المنهجي الذي يعد عملا تأسيسيا حاسما في الفكر الغربي، مرتبط بالفلسفة الإسلامية في القرن الحادي عشر، أي قبل ديكارت بأكثر من خمسة قرون، كما أشار الكاتب إلى أن التطابق المدهش بين الأفكار الواردة في كتاب"المنقذ من الضلال" للغزالي وكتاب "التأملات" لديكارت، يوحي في حد ذاته بأن هناك مؤثرات فيلولوجية، وأن هذه المقارنة التي جرت لأول مرة من الناحية المنهجية، قد برهنت على وجود تطابق أساسي في المنهج الفلسفي لكلا الفيلسوفين).(ز)

هذا الالتقاء الفكري والمنهجي بين الغزالي وديكارت، طالما شغل اهتمام البعض في المجال العربي، الذين توقفوا أمام تساؤلات ظلت بدون إجابات حاسمة، من قبيل: هل تعرَّف ديكارت على أفكار الغزالي أم لا؟ وهل اطلع ديكارت على كتاب الغزالي (المنقذ من الظلال) مترجما في نسخة مخطوطة، عن طريق بعض المستشرقين الذين ربطتهم بديكارت صلة صداقة أم لا؟ أو عن طريق بعض الكتاب الغربيين الذين سبقوا ديكارت في الاقتباس من الغزالي؟

مع تعدد الأقوال في هذه القضية، والتي تميل في معظمها من جهة العرب والمسلمين إلى ترجيح تأثر ديكارت بالغزالي عن طريق إطلاعه على كتابه (المنقذ من الضلال)، مع ذلك فإن هذا الموضوع حتى سنة 1997، ما زال في نظر زقزوق بحاجة إلى مزيد من البحث، حتى يمكن التوصل إلى حكم قاطع. ففي مقدمة الطبعة الرابعة(٭) من كتابه الصادر سنة 1997، دعا الباحثين في الحقل الفلسفي، إلى الاهتمام بصلة الفلسفة الإسلامية بالفلسفة الأوروبية الحديثة، لأن الأمر في نظره لا يقتصر على التشابه الذي يصفه بالواضح بين ديكارت والغزالي، بل يتعداه إلى فلاسفة آخرين، ففكرة السببية لدى الغزالي هي نفسها لدى دفيد هيوم، ومذهب الذرات الروحية لدى لايبنتز له ما يماثله في مذهب الجوهر الفرد لدى فلاسفة المسلمين ومتكلميهم، وهناك صلة وثيقة بين اسبينوزا والفكر الإسلامي عن طريق الترجمات اللاتينية، وعن طريق موسى بن ميمون، ولدى ابن عربي أفكار لها ما يماثلها لدى اسبينوزا، ولابن سينا أفكار لها ما يماثلها لدى ديكارت وغيره، ولا نعدم أن نجد صلة بين ميتافيزيقا الغزالي وكانت، هذه كلها حسب قول زقزوق، مجرد أمثلة وليس حصرا للمجالات التي يمكن البحث فيها عن صلات بين الفلسفة الإسلامية والفلسفة الأوروبية.(ح)

الملاحظ أن الدكتور زقزوق، الذي وصف العلاقة بين فكر الغزالي وفكر ديكارت تارة بالتشابه الواضح، وتارة بالتطابق الواضح، وتارة بالتطابق الذي يكاد أن يكون تاما، مع ذلك تجنب الحديث عن تأثر ديكارت بالغزالي، لا من جهة المنهج ولا من جهة الأفكار، واعتبر نفسه معنيا فقط بمقارنة منهج الغزالي بمنهج ديكارت، وناظرا إلى مسألة التأثر والتأثير بوصفها قضية تاريخية تتطلب أدلة مادية دامغة، وآخر ما انتهى إليه في سنة 1997م أن موضوع الأثر والتأثر لا زال بحاجة إلى مزيد من البحث.

من التشابه إلى الاستيلاء

لعل من أكثر المحطات إثارة للجدل والانتباه، في قضية الحديث عن العلاقة ما بين فلاسفة المسلمين القدماء وفلاسفة أوروبا المحدثين، المحطة التي مثلها وكشف عنها الباحث الليبي محمد ياسين عريبي (1939-1998)، أستاذ الفلسفة الإسلامية، وعضو جمعية كانت الفلسفية بألمانيا، وشرحها في كتابه (مواقف ومقاصد في الفكر الإسلامي المقارن) الصادر سنة 1982. يعتبر عريبي نفسه أنه صاحب منهج في اكتشاف العلاقة بين الفكر الإسلامي والفكر الأوروبي الحديث، منهج بدأه وتعرف عليه وطبقه في بحثه الأكاديمي الموسوم بـ(وصف نقدي لمشكلة العلية عند الغزالي)، أعده باللغة الألمانية، ونال عليه درجة الماجستير من جامعة فريدرخ فلهم في مدينة بون سنة 1968، واتضح له في هذا البحث العلاقة بين الغزالي وهيوم، وتبينت له العلاقة أيضا بين الغزالي ولايبنتز، العلاقة التي خصص لها لاحقا رسالته للدكتوراه، وجاءت بعنوان (إشكالات فلسفة الغزالي وعلاقتها بمبدأ العلية)، أعدها كذلك باللغة الألمانية، وناقشها في الجامعة نفسها، وحصل على درجة الدكتوراه سنة 1972.

(٭) راجع صورة مقدمة الطبعة الرابعة أعلاه و الإشارة المجملة الواردة فيها التي أحال فيها لمقدمة الطبعة العربية الثانية لكتابه ومقتبسًا من الصفحة 333 من المجلد الأول من محاضرات ومناقشات الملتقى العاشر للفكر الإسلامي – عنابة (الجزائر) 1396هـ – 1976م، إلى ماقاله المؤرخ التونسي عثمان الكعاك (1903-1976) من إطلاع ديكارت على أفكار الغزالي عن طريق ترجمة لاتينية لكتاب "المنقذ من الضلال" للغزالي لاتزال موجودة في مكتبة ديكارت بالمكتبة الوطنية في باريس. إضافة إلى التفصيل الذي أوردناه أسفل الصورة(+).. بإنه استطاع أن يصل إلى مكتبة ديكارت، وفُوجئ بنسخة من كتاب الغزالي "المنقذ من الضلال" مترجمة إلى اللاتينية في مقتنياته، وبقلم ديكارت خطوط حمراء تحت أكثر من فكرة من أفكار الغزالي، منها قول الغزالي "الشك أولى مراتب اليقين"، ومكتوب عليها "ينقل هذا إلى منهجنا"، أي إلى كتاب "مقال في المنهج"، .. سرقة واضحة بخط ديكارت نفسه ! بعد هذه المفاجأة، يُصدم الجميع في اليوم التالي للمؤتمر بالعثور على الكعاك ميتاً في غرفته! وحينها قال محمد سعيد البوطي (1929-2013) "لا ندري ماذا حصل؟، [فلا يُدرى أوافق المقدور أم أن الرجل دُسَّ له شيئٌ أومات اختناقاً] .. لا أحد يعرف إن وافته المنية أم قُتلْ"؟!!

(+) راجع: عماد الدين الجبوري، دراسات فلسفية مختارة، الطبعة الأولى، الناشر e-Kutub Ltd، لندن (2023)، ص 94.

في نطاق هذا الاهتمام، وفي إطار هذا المنهج، توصل عريبي إلى نتائج ليس من السهولة التوصل إليها، وليس من البساطة التثبت منها، كما ليس من اليسير البوح بها، نتائج يمكن وصفها بالمذهلة والخطيرة، بغض النظر عن تصويبها أو تخطئتها كليا أو جزئيا، وهي من نوع النتائج التي تثير الجدل والاختلاف، وستظل تثير الجدل والاختلاف دوما وعلى طول الخط. هذه النتائج التي توصل إليها، تتعلق بصورة رئيسية بثلاثة من الفلاسفة الكبار وهم: "ديكارت"،"كانت" و"هيجل". فبشأن "ديكارت" الذي وصفه عريبي بأنه صاحب أول محاولة تركيب للفكر الإسلامي تميزت بالشمول، فقد اعتبر أنه "اعتمد في مبحثي المعرفة والوجود على مذهب ابن سينا، وفي الطبيعيات على المذهب الأشعري، وفي المنهج على الغزالي وابن الهيثم، ومن هنا جاءت اعتراضات جاسندي ومن معه على الكوجيتو مطابقة لاعتراضات طلبة ابن سينا، وجاءت ردود "ديكارت" مطابقة لردود ابن سينا، وكذلك جاءت اعتراضات "كانت" على الميتافيزيقا وعلم النفس مطابقة لاعتراضات الغزالي، أما تطوير "لايبنتز" لمفهوم المادة الديكارتي من نقطة رياضية إلى نقطة ميتافيزيقية، فهو نفس العمل الذي قام به الغزالي لإصلاح مفهوم المادة عند الأشاعرة كنقطة رياضية لتكون نقطة ميتافيزيقية. وقد كرس الغزالي لتوضيح هذا المذهب كتابه "مشكاة الأنوار"، أما لايبنتز فقد وضع كتابه "المونادولوجيا" موازيا لكتاب الغزالي".[ط]

وفيما يتعلق بـ"كانت" وكتابه (نقد العقل المحض)، الذي يعده عريبي بحق أنه يمثل محطة روحية لتطور الفكر الحديث والمعاصر، فهذا الكتاب في صميمه حسب قول عريبي هو مجرد محاولة لفهم كتاب (تهافت الفلاسفة) للغزالي، ونقد "كانت" للميتافيزيقا في القسم الثالث من كتابه والمعنون بالجدل المتعالي، فهذا النقد جاء مطابقا لما ورد في كتاب التهافت للغزالي من دون أن يتقدم عليه خطوة واحدة.

أما نظريات "كانت" عن الزمان والمكان والأحكام، كما وردت في القسم الأول من كتابه السالف الذكر، القسم المعنون بالحساسية المتعالية، فهذه النظريات يعتبرها الدكتور عريبي أنها تمثل خلاصة الصراع في الفكر الإسلامي بين ما يسمى بعلماء الكلام من جهة، وفلاسفة الإسلام من جهة أخرى، كما وردت كذلك عند الغزالي في كتابيه (التهافت) و(معيار العلم).

وبشأن ما تحدث به "كانت" في القسم الثاني من كتابه المذكور، القسم المعنون بالتحليل المتعالي، والمتعلق بمشكلة العلية، فإنه في نظر عريبي أن "كانت"وإن ادعى أنه يرد على ديفيد هيوم، إلا أنه ينتقد موقف الغزالي من علاقة السبب بالمسبب، باعتبار أن فلسفة هيوم كما يرى عريبي، تعتمد أولا وأخيرا على تحليل المسألة السابعة عشر من التهافت. لهذا فإن نقد "كانت" في تقدير عريبي ليس جديدا، إذ اعتمد فيه على نظرية الأحوال الكلامية، التي رفضها الغزالي في تهافته حفاظا على منهجه الجدلي.[ي]

أما ما يتعلق بهيجل، فقد وجد عريبي أن العلاقة بينه وبين الغزالي أقوى من أي علاقة أخرى، لأن كليهما يلتقيان في تحديد مسار الجدل، من جهة أن كل مفهوم ينطوي على تناقض، ومن التعصب في نظره أن يرد جدل هيجل إلى اليونان، دون إشارة إلى جدل الفلاسفة المسلمين.[ك]

على ضوء هذه النتائج، أنكر الدكتور عريبي على الغرب ما أسماه إخفاء الحقيقة، ونسبة تلك الآراء الفلسفية لغير أصحابها بموجب التمويه والتضليل حسب قوله، مما أدى إلى الاعتقاد على أن الكثير من نظريات الفكر الفلسفي في الإسلام هي من إبداع الفكر الغربي، مثل مسألة العلية التي سميت بمشكلة هيوم، ومبدأ السبب الكافي الذي نسب إلى لايبنتز، والكوجيتو الذي تحدد على أنه لديكارت، والمذاهب المتعددة كالمذهب الأسمى والمثالي والواقعي والجدلي .. إلخ، تلك بعض من الاتجاهات والأفكار التي استلبها الغرب من أصحابها، إلى أن أصبحنا في ضوء منهج التلقي والتقليد – والمغلوب مولع بتقليد الغالب كما يقول عبد الرحمن بن خلدون – نؤكد على أنها إبداع غربي خالص!. باختصار.. يمكن القول .. لقد سرق فلاسفة الغرب الجوانب الإبداعية في الفكر الإسلامي ونسبوها إلى أنفسهم.[ل]

(أ) زكي مبارك، الأخلاق عند الغزالي، بيروت: دار الجيل (1988)، ص335.

(ب) إبراهيم مدكور، في الفلسفة الإسلامية منهج وتطبيقه، الطبعة الثالثة، القاهرة: دار المعارف، ج1 (1976)، ص187.

(ج) إبراهيم مدكور، المصدر نفسه، ج2، ص88-187.

(د) محمد يوسف موسى، بين الدين والفلسفة في رأي ابن رشد وفلاسفة العصر الوسيط، بيروت: دار العصر الحديث (1988)، ص227.

(هـ) محمد يوسف موسى، المصدر نفسه، ص228.

(و) محمود حمدي زقزوق، المنهج الفلسفي بين الغزالي وديكارت، الطبعة الرابعة، القاهرة: دار المعارف، (1997)، ص11.

(ز) محمود حمدي زقزوق، المصدر نفسه، ص12.

(ح) محمود حمدي زقزوق، المصدر نفسه، ص14.

(ط) محمد ياسين عريبي، مواقف ومقاصد في الفكر الإسلامي المقارن، طرابلس: الدار العربية للكتاب (1982)، ص9.

(ي) محمد ياسين عريبي، المصدر نفسه، ص8-9.

(ك) محمد ياسين عريبي، المصدر نفسه، ص11-253.

(ل) عبدالرحمن بن خلدون، مقدمة ابن خلدون، ضبط وتقديم: محمد اسكندراني، بيروت: دار الكتاب العربي (1998)، ص146.

بســم الله الرحمن الرحيم

تصدير

تضاربت الآراء حول ماهية الفكر الانساني هل هي وحدة ثابتة من جهة ، ومتطورة متجددة من جهة أخرى ، أم أنها كثرة متغايرة تتجلى من خلال الصراع بين الأفكار المتناقضة ؛ ويمثل الاتجاه الأول أرسطو ARISTOTLE في الفكر اليوناني ، والفارابي وابن سينا في الفكر الاسلامي ، وليبنتز G. LEIBNIZ في الفكر الأوربي الحديث . أما بالنسبة للاتجاه الثاني فإنه يمكننا أن نعتبر أعمدة المنهج الجدلي خير مثال على ذلك ، ونعني بأولئك : أفلاطون PLATO صاحب الجدل السلبي ، والغزالي صاحب الجدل الاشكالي ، وهيجل G. HEGEL الذي يسمي نفسه بصاحب الجدل الحقيقي أو الجدل المطلق .

وإذا كانت أمانة ابن سينا العلمية تأبى عليه « شق العصا ومخالفة الجمهور »[1] في أن يبني علما شرقيا موازيا للفكر اليوناني وذلك حفاظا على وحدة الفكر الانساني ، فإن رجال الفكر الغربي رفضوا الاعتراف للشرق بأي مساهمة فعلية في بناء هذا الفكر ، حيث حددوا بداية الفكر الفلسفي بطاليس THALES ، واتخذوا من الفكر اليوناني منطلقا لتمثل الفكر الشرقي وصهر لبناته في بوتقة الفكر الغربي[2] .

١) قارن : ابن سينا ، منطق المشرقيين ص : ٣ .

٢) نجح الغرب في تحديد مسار تاريخ الفلسفة والعلم على أنه غربي محض ، ولم تصدر حتى الآن دراسة جادة تعمل على جمع الحلقات المفقودة والمتمثلة في فكر الشرق القديم والاسلامي الوسيط على أنها جزء لا يتجزأ من هذا المسار .

٧

وقد عمد ديكارت R. Descartes ـ الذي سمي بأبي الفلسفة الحديثة . إلى وضع اطار فلسفي شامل أصبح هو الجدار الذي تتحدد من خلاله النظريات الحديثة والمعاصرة ، وأصبح هو الجسر الذي يربط بين الفكر اليوناني القديم والفكر الأوربي الحديث دون الرجوع الى الفكر الاسلامي الوسيط ، وقد أصبح هذا الإطار الفلسفي الجديد ستارا لتبني نظريات ومذاهب فلسفية بعينها من الفكر الإسلامي ، اعتبرت من ابداع الحضارة الغربية ، ونخص بالذكر ما فعله فلاسفة القرنين السابع عشر والثامن عشر الميلاديين .

ولو ألقينا نظرة خاطفة على كتاب « نقد العقل المحض Kritik der reinen Vernunft » للفيلسوف الألماني كانط E. Kant و هو يعد بحق محطة روحية لتطور الفكر الحديث والمعاصر ، هذا الكتاب ـ الذي احتفل هذا العام بمرور مائتي سنة على اصداره[1] ـ هو في صميمه مجرّد محاولة لفهم كتاب « تهافت الفلاسفة » للغزالي .

وإذا كان ابرهارد Eberhard يقول منتقدا ما ورد في كتاب « النقد » بأن « ما هو جديد ليس جيدا وما هو جيد ليس بجديد »[2] ، على اعتبار أن كل ما ورد في هذا الكتاب مرده الى فلسفة ليبنتز ، فإننا نقول بدورنا أنه لا جديد عند كانط أو ليبنتز لأن فلسفتهما تعتمد أولا واخيرا على نظريات المتكلمين وفلاسفة الاسلام ، والفرق بينهما يرجع الى القدرة على عملية التركيب بين هذه النظريات المختلفة ووضع المصطلحات الجديدة .

وينقسم كتاب « النقد » إلى ما يسميه كانط بالحساسية المتعالية Transzendentale Asthetik والتحليل المتعالي Transzendentale Analytik

١) عقد المؤتمر العالمي الخامس لكانط بمدينة ماينتز Moinz بالمانيا الغربية ما بين ٤ ـ ٨ ابريل ١٩٨١ م وذلك احتفالا بمرور مائتي سنة على تأليف كتاب نقد العقل المحض .

٢) قارن G. Martin : Immanuel Kant S. 86

٨

والجدل المتعالي Transzendentale Dialektik . وقد جاء نقد كانط للميتافيزيقا في هذا الجزء الأخير مطابقا لما ورد في كتاب « التهافت » للغزالي دون أن يتقدم خطوة واحدة ، وقد عرضنا لمقارنة النقدين في الموقف الثالث من هذا الكتاب . أما نظريات كانط عن الزمان والمكان والأحكام كما ترد في القسم الأول من « النقد » وفي مقدمته فإنها تمثل خلاصة الصراع في الفكر الاسلامي بين ما يسمى بعلماء الكلام وفلاسفة الاسلام كما ترد عند الغزالي في « التهافت » وفي « معيار العلم » وقد عرضنا أيضا لمقارنة هذه النظريات بين كانط والغزالي وابن سينا في الموقف السالف الذكر . أما موقف كانط في القسم الذي يسميه بالتحليل الذي يتعلق بمشكلة العلية فإنه وان ادعى بأنه يردّ على ديفد هيوم D. Hume إلاّ أنه ينتقد في الواقع موقف الغزالي من علاقة السبب بالمسبب حيث نجد أن فلسفة هيوم تعتمد أولاً وأخيرا على تحليل المسألة السابعة عشرة من « التهافت » . ونقد كانط ليس بجديد اذ اعتمد فيه على نظرية الأحوال الكلامية التي رفضها الغزالي في تهافته حفاظا على منهجه الجدلي ؛ وقد عرضنا لمشكلة العلية بصورة مختصرة في المقصد الأول من الموقف الأول من هذ الكتاب ؛ وليس هدفنا هنا إلا التمهيد لمقارنات تفصيلية بين هيوم وكانط من جها والغزالي من جهة أخرى .

ولعل أول محاولة تركيب للفكر الاسلامي تميزت بالشمول هي محاولة ديكارت R. Descartes حيث اعتمد في مبحثيْ المعرفة والوجود على مذهب ابن سينا ، وفي الطبيعيات على المذهب الأشعري وفي المنهج على الغزالي وابن الهيثم . ومن هـ جاءت اعتراضات جاسندي Gassendi ومن معه على الكوجيتو مطابقة لاعتراضات طلبة ابن سينا ، وجاءت ردود ديكارت مطابقة لردود ابن سينا ، وكذلك جاءت اعتراضات كانط على الميتافيزيقا وعلم النفس مطابقة لاعتراضات الغزالي ، أما تطوير ليبنتز لمفهوم المادة الديكارتي من نقطة رياضية الى نقطة ميتافيزيقية فهو نفس العمل الذي قام به الغزالي لاصلاح مفهوم المادة عند الأشاعرة بصفتها نقطة رياض لتكون نقطة ميتافيزيقية. وقد كرّس الغزالي لتوضيح هذا المذهب كتابه «مشكاة الأنوار

٩

أما ليبنتز فقد وضع كتابه « المونادولوجيا » موازيا لكتاب الغزالي . وإذا كنا نرجئ المقارنة بين الكتابين لعمل مقبل فإننا عرضنا للعلاقة بين الغزالي وليبنتز في صورة اشارات مبثوثة في أكثر من موقف واكثر من مقصد في هذا الكتاب ، أما العلاقة بين ديكارت وابن سينا فقد أوضحناها بصورة مقتضبة في المقصد الثاني لكل من الموقف الأول والثاني لهذا الكتاب ولخصنا العلاقة بين ديكارت والفارابي في المقصد الرابع من الموقف الأول .

مهما يكن من شيء فإننا لا ننكر على الغرب عملية التركيب نفسها وإنما ننكر عليه اخفاء الحقيقة ونسبة هذه الآراء الفلسفية لغير أصحابها على سبيل التمويه والتضليل ، مما أدى الى الاعتقاد بأن الكثير من نظريات الفكر الفلسفي في الاسلام هي من ابداع الفكر الغربي مثل مسألة العلية التي سميت بمشكلة هيوم ، ومبدأ السبب الكافي الذي تسب الى ليبنتز والكوجيتو الذي يعزى لديكارت ، والمذاهب المتعددة كالمذهب الأسمى والمثالي والواقعي والجدلي ، الخ . . ذلك من الاتجاهات التي استلبها الغرب من أصحابها ، وأصبحنا في ضوء منهج التلقي والتقليد نؤكد على أنها إبداع غربي .

ولا عجب في تحديد مسار الفكر الانساني على أنه غربي محض فباسم النزعة الانسانية درست الفلسفة في الاسلام على أنها وسيلة وليست غاية في حد ذاتها فقد عمد الاستشراق إلى وصفها على أنها أمشاج من الفكر المشائي الأفلاطوني بل وصفوها بأنها فلسفة يونانية مكتوبة بحروف عربية وباسم التحرر انتزع فلاسفة الغرب الجوانب الابداعية في الفكر الاسلامي ونسبوها إلى أنفسهم ، وقد سبق المحدثين فلاسفة اليونان حيث انكروا على الفكر الشرقي أن يكون فلسفة ، واعتمدوا في كثير من نظرياتهم كما فعلت الفيثاغورية والأفلاطونية على المذاهب الشرقية . وقد ساهم الشرق في تأكيد الانحراف بمسار الفكر الانساني على أنه من صنع الغرب وذلك من خلال التكرار والتعود حتى أصبح اعتقادا .

١٠

الشكل﴿02﴾ — 2. صورة مقدمة الطبعة الثانية لكتاب محمد ياسين عريبي، مواقف ومقاصد في الفكر الإسلامي المقارن (1982) (يتبع ..).

ولعل هذه الروح الغربية المتمثلة في استلاب ابداع الآخر مردّهاالى وجهة نظر اليونانيين القديمة ، حيث اعتقد الاثينيون بأنهم وحدهم أحرار وما عداهم برابرة ، وهذا الاستعلاء غير المشروع هو الذي دفـع بأصحاب وحدة ماهية الفكر الانساني في الغرب الى القول بأن الفلسفة والعلم غربيان محضان ، وقد حذرنا ابن سينا من خطيئة مثل هذا الانحراف ، ومن ثم فإننا نؤكد على ضرورة وجود منطلق جديد لإعادة كتابة تاريخ الفكر الانساني يكوّن وحدة متصلة من الفكر الشرقي والغربي على السـواء ، وهـذا يقتضي دراسـات نقـدية تحليلية تكتشف السرقـات الفكرية و تعيد هذه الأفكار والنظريات لأصحابها ليحق الحق ويبطل الباطل .

ولو انتقلنا الى أصحاب النظرة التعددية في بناء الفكر الانساني لوجدناهم في الغرب يتعصبون كأسلافهم اصحاب الاتجاه الأحادي ، فها هو افلاطون الذي ترتد نظريته في المثل الى فكر الشرق القديم نجده يكاد لا يعترف في تحديد جذور فلسفته وجدله إلا الى أسلافه من اصحاب الفكر الغربي من أمثال سقراط وزينون وبارمنيدس وهيراقليطس ، واذا كان هيجل في الفكر الحديث يعرض لفكر الشرق القديم ، فإنه لا يعترف بفضل السبق عليه في جدله إلا للمدرسة الغربية كالجدل الإيلي والأفلاطوني ؛ ومن الانصاف أن نقـول بأن العلاقة بين جدل هيجـل والغزالي أقوى من أية علاقة أخرى لأن كليهما يلتقيان في تحديد مسار الجدل وهو أن كل مفهوم ينطوي على تناقض وهذا الأساس هو ما لا نجده واضحا عند افلاطون وقد حاولنا أن نوضح العلاقة بين جدل الغزالي وهيجل في الجـزء الأخـير من هذا الكتاب على أمل أن نعود إلى التفاصيل في دراسة لاحقة .

وإذا كان الغزالي في جدله لا يذكر هو الآخر من سبقه في ذلك فإننا نجده في حلّه لإشكالات هذا الجدل يأخذ أحيانا بمذهب الفلاسفة ومرة أخرى بمذهب الأشاعرة وثالثة بمذهب المعتزلة ورابعة بمذهب المتصوفة وهكذا ، بل نجده ينتقد الفكر المشائي ليضع أسسا جديدة للنقد والبحث حيث استطاع تحديد أساس المنهج

١١

التجريبي من خلال نقده للعلية ، واستطاع أن يجدد المنهج الجدلي كمحك لتطوير المباحث الفلسفية ، وبتحديد الكثير من قواعد الفهم والتأويل استطاع أن يساهم في تحديد منهج العلوم الانسانية ، وقد عرضنا لتحديد مثل هذه المناهج بصورة مختصرة في المقصد الأول من الموقف الأول لهذا الكتاب ؛ ويمكن القول بحق ان اتجاه الفكر الفلسفي في الاسلام الى تحديد مناهج البحث وعدم إقتصاره على المنطق الصوري هو الذي جعله يستوعب ما جاء قبله وما جاء بعده.

وبسبب روح الاستلاء على الفكر الشرقي ورده للحضارة الغربية ظهرت عدة وجهات نظر قاصرة حول نشأة الفكر الفلسفي في الاسلام **كالفصل** بين من سموا بفلاسفة الاسلام وعلماء الكلام أو رد الفكر الاسلامي الى الفلسفة اليونانية أو رد نشأة هذا الفكر إلى العامل الاقتصادي إلى غير ذلك من التصورات القائمة على التقليد الساذج بعيدا عن التحليل والنقد البناء؛ لأن الفكر واحد، سواء أكان فلسفة أم علم كلام، وهذا هو ما برهنت عليه عملية التركيب للفكر الإسلامي داخل الفكر الأوربي الحديث ، بل نجد نظريات علماء الكلام ومناهـج بحثهـم تحظّى بنصيب الأسد في عملية التركيب للفلسفة الحديثة والمعاصرة ، أما رد الفكر الفلسفي في الإسلام إلى الفلسفة اليونانية ، فإنه يكفي لدحض هذا الرأي واقعية الفكر نفسه الذي استمر هذه القرون الطويلة متميزا بإنّيته ، ولو لم يكن هذا الفكر أصيلا لما تميزت الحضارة العربية الاسلامية عن الحضارة الغربية لأن الفكر هو روح الحضارة وماهيتها وبذلك تسقط نزعة التمادي في الفصـل المتعمـد بـين ما يسمى بالفلسفة العربية والاسلامية خاصة وأن الوجود الحضـاري العربي وجود ثقـافي عقائدي ومن ثم فإن العـربية مظهـر لحضـارة روحهـا الاسـلام . أمـا « المثالية السـاذجة » التي ترد الفكر الفلسفي في الاسلام الى عوامل اقتصادية مادية ، فإنها ترتد الى عقلية تقليدية ليست قادرة على التحليل ولا التّركيب، لأنه مما لا يخفى على المبتدي أن الفكر الفلسفي في الاسلام له منطلقات متعددة متشعبة ومن بينها على سبيل المثال المنطلق الأخلاقي الذي تحدد من خلال السؤال عن ماهية مرتكب الكبيرة

١٢

فتولدت عن ذلك مشاكل منطقية ومباحث فلسفية متشعبة . وكذلك المنطلق المتعلق بنظرية المعرفة الذي تحدد من خلال السؤال عن ماهية العلم وكذلك المنطلق المتعلق بالخالق والوجود الى غير ذلك من المنطلقات التي لا تمنع شموليتها أن يكون العامل الاقتصادي أحد اجزائها إن صح التعبير . أما تحديد منطلقات مثل هذا الفكر من وجهة نظر واحدة فهو اشبه من ينظر الى مطلق الشيء « بالعين العوراء » حسب تعبير الغزالي ، ومن هنا نؤكد على الدراسة النقدية للفكر الاسلامي حتى يتضح لنا شموليته وضروريته .

بقي أن نقول إن محتويات هذا الكتاب عبارة عن مجموعة من البحوث المتعددة التي تشدها وحدة واحدة ، وهي عبارة عن مداخـل أو تمهيد لمقارنـة الفلسفـة في الاسلام بالفكر الأوربي الحديث ، وقد رتبنا هذه البحوث في وحـدات سميناهـا مواقف ، وكل موقف يعد تمهيدا لكتاب بعينه ، كما قسمنا كل موقف الى مجموعة فصول سميناها مقاصد ويعد كل مقصد مقدمة أو مدخلا لكتاب . وقد دفعنا بهذه المقالات غير المكتملة الى النشر لكي تتمكن من مواصلة المقارنات التفصيلية خاصة بين كانط وهيوم من جهة والغزالي من جهة أخرى .

أما منهجنا في اكتشاف العلاقة بين الفكر الاسلامي والفكر الأوربي الحديث فقد بدأناه ببحث سميناه « وصف نقدي لمشكلة العلية عند الغزالي :

Die Kritische Darstellung des Kausalproblemsbei Alghazali

نـلت به درجة الماجستير بجامعة فريدرخ فلهم بمدينة بون سنة ١٩٦٨ وقد اتضح لنا في هذا البحث العلاقة بين الغزالي وهيوم كما القى هذا البحث الضوء على العلاقة بين الغزالي وليبنتز خاصة فيما يتعلق بمشكلة السبب الكافي ؛ وفي ضوء هذه العلاقة وضعت كتابي « إشكالات فلسفة الغزالي وعلاقتها بمبدأ العلية » :

AL«GHAZALIS APORIEN Im zusammen hang mit dem Kunsalproblem

والذي تحصلت به على درجة الدكتوراة سنة ١٩٧٢ م من نفس الجامعة . وفي هذا الكتاب ، اتضحت لي العلاقة الكبرى بين كتابي « تهافت الفلاسفة » للغـــزالي

١٣

و « نقد العقل المحض » لكانط ، وقد خصصت هذا المنهـج المقصـد الرابع من الموقف الثالث .

وإذا كان « النقد » يضع حدودا للجدل على عكس « التهافت » لاعتقـاد الغزالي بامكانية اظهار التناقض في كل مفهوم كما يوضح بصفة خاصة في « محك النظر » فإننا نجد هيجل يبدأ جدله بنفس المسلّـمة معترضا بذلك على تحديد كانط لمجال الجدل في الميتافيزيقا فحسب . وهكذا اتضح لنا أخيرا أن أساس الجدل عند الغزالي وهيجل شيء واحد أما بقية التفريعات كالوقوف عند مجرد اظهار التناقض أو محاولة حل اشكال باظهار اشكال آخر أو اكتشاف جدل الكل ومتناقضاته أو جدل الصيرورة فإن هذه جميعا يحكمها تصور واحد وهو القدرة على إظهار التناقض في كل مفهوم ، وقد حاولنـا أن نلقي الضـوء على هذا الأسـاس الواحـد في خاتمة هذا الكتاب .

ومن خلال مثل هذه الدراسات اتضح لنا الكثير من العلاقات بـين الفـكر الاسلامي وفلاسفـة الغـرب من امثـال ديكارت واسبينـوزا Spinoza ومالبـرانش Malebranche وباركلي G. Berkley ولوك J. Locke وغيرهم ، لأن الفكر حلقـات متشابكة ومتصلة مع بعضها البعض . وفي ختام هذا التصدير نعود فنؤكد من جديد على ضرورة دراسة الفكر الانساني على أنه وحدة متماسكة يتصل بعضها ببعض ومن ثم لابد من اعادة كتابة هذا التاريخ؛ خاصة وأن علم تاريخ هذا الفكر لا زال في معظمه من جنس الجهـل حيث نسـب الكثير من النظريات والمذاهـب لغير اصحابها ، كما نؤكد على ضرورة دراسة مظهر ومخبر الفكر الاسلامي من عدة زوايا بحيث تكون هذه الدراسة نقدية تحليلية ندرك من خلالها خصوبة هذا الفكر وأثره الفعال في تطور الحضارات البشرية .

ياسين عريبي

طرابلس ـ ٢٢ رمضان ١٣٩٠ و.ر

٢٤ يوليو ١٩٨١ م

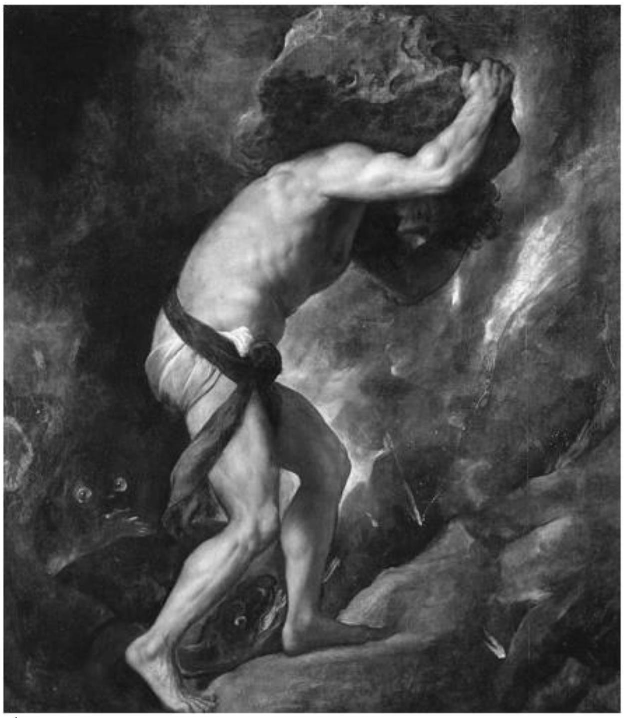
١٤

(.. تابع) الشكل﴿02﴾ — 2. صورة مقدمة الطبعة الثانية لكتاب محمد ياسين عريبي، مواقف ومقاصد في الفكر الإسلامي المقارن (1982).

﴿03﴾ في عام 1686، اقترح لايبنيز مبدأ الفعل الحي (القوة الحية)، الذي يعرف أيضا بمبدأ حفظ الطاقة الحركية، وهو يعني أن الطاقة الحركية الإجمالية لنظام ما تبقي ثابتا إذا لم يكن هناك قوى خارجية تؤثر عليه. هذا المبدأ قد عدل في وقت لاحق من قبل يوهان بيرنولي في عام 1717 بحيث يصبح مبدأ الحفظ للطاقة الإجمالية للنظام، الذي يشمل كل من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة(★).

من جانب آخر، في عام 1687، اقترح نيوتن مبدأ التأثير (الصدم)، الذي يعرف أيضا بمبدأ حفظ الزخم (كمية الحركة)، وهو يعني أن الزخم الإجمالي لنظام ما يبقي ثابتا إذا لم يكن هناك قوى خارجية تؤثر عليه. مبدأ نيوتن يبني على مفهوم القوة وعلاقة القوة بالحركة، وهو الأساس لقوانين الحركة الخاصة به. كلا المبدأين مهمين في دراسة الميكانيكا، لكنهما مبنيان على مفاهيم مختلفة ولهما تأثيرات مختلفة في فهم الحركة والطاقة. يركز مبدأ الفعل الحي على الطاقة الحركية للنظام، في حين يركز مبدأ التأثير على زخم النظام. يعد مبدأ الفعل الحي مفيداً في دراسة الأنظمة المحافظة، في حين يعد مبدأ التأثير مفيداً في دراسة الأنظمة غير المحافظة.

(★)الآن، نستبدل قوة نيوتن بمعدل تغير لتغير الطاقة الكامنة في الفضاء. فكر في الأمر بهذه الطريقة. حكم على سيزيف، ملك إيفيرا، إلى الأبد بدفع صخرة ضخمة إلى قمة التل، فقط لأنها تتراجع إلى القاع (الشكل 3). عندما يدفع الصخرة لأعلى، استهلاك الطاقة الحركية في الطريق، تحدده كتلة الصخرة والسرعة التي يدحرجها بها أو يحملها. إذا أهملنا أي ضياع ناتج عن الاحتكاك، يتم تحويل كل هذه الطاقة الحركية إلى طاقة كامنة، ممسكة بالصخرة، تطفو في الأعلى. يتم تمثيل هذه الطاقة الكامنة بالطريقة التي ينحدر بها التل لأسفل. عندما تتدحرج الصخرة أسفل المنحدر، يتم تحويل الطاقة الكامنة مرة أخرى إلى الطاقة حركية. بالنسبة لكتلة معينة، كلما كان المنحدر أكثر انحدارًا (كلما زادت القوة)، زاد التسارع الناتج. .. سيزيف هو رمز من الأساطير اليونانية، ولكن هناك العديد من التلال الحقيقية والعديد من الصخور الحقيقية كذلك، ولا نشك فيما سيحدث عندما تتدحرج الصخرة.(*)



الشكل﴿03﴾ — 1. أسطورة سيزيف (تيتيان، 1549)، .. جدل العلاقة بين الطاقة الحركية والكامنة.

(*) المصدر:

Jim Baggot, Quantum Reality: The Quest for the Real Meaning of Quantum Mechanics - A Game of Theories, Oxford University Press (2020). p. 72-73.

[حكمت الآلهة على سيزيف[*] بأن يدحرج بلا انقطاع إلى قمة الجبل صخرة تعود لتهوي إلى الأسفل بسبب ثقلها. فقد ظنوا، ولسبب معقول، أنه ليس هناك عقاب أبشع من العمل التافه والذي لا أمل منه.

إن صدَّقنا ما قاله هوميروس، فإن سيزيف كان أكثر الفانين حكمةً وحصافةً. وتروي رواية أخرى أنه كان ميالاً إلى مهنة قطاع الطرق. وأنا لا أرى أي تناقض في هذا. فقد اختلفت الآراء حول الأسباب التي جعلته عامل جحيم لا جدوى من عمله. لأن أول ما لاموه عليه هو سخريته من الآلهة التي سرق أسرارها. حيث يقال إن جوبيتر اختطف أيجين ابنة أيسوبوس، فتأثر والدها من هذا الفعل وشكا أمره إلى سيزيف. فعرض عليه سيزيف، الذي كان على علم بذلك، أن يساعده، شريطة أن يقدِّم ماءً إلى قلعة كورنتوس. ما يعني أنه فضَّل نعمة (بركة) الماء على الرعود السماوية. فعاقبه الجحيم على ذلك. كما يخبرنا هوميروس أيضًا أن سيزيف يقيد الموت، فلم يتحمل بلوتو مشهد إمبرطوريته التي أضحت صامتة ومهجورة، فأرسل إله الحرب الذي عاد لحرر الموت من يد من قهره]. أسطورة سيزيف – ألبير كامو.

[Les dieux avaient condamné Sisyphe à rouler sans cesse un rocher jusqu'au sommet d'une montagne d'où la pierre retombait par son propre poids. Ils avaient pensé avec quelque raison qu'il n'est pas de punition plus terrible que le travail inutile et sans espoir.

Si l'on en croit Homère, Sisyphe était le plus sage et le plus prudent des mortels. Selon une autre tradition cependant, il inclinait au métier de brigand. Je n'y vois pas de contradiction. Les opinions diffèrent sur les motifs qui lui valurent d'être le travailleur inutile des enfers. On lui reproche d'abord quelque légèreté avec les dieux. Il livra leurs secrets. Egine, fille d'Asope, fut enlevée par Jupiter. Le père s'étonna de cette disparition et s'en plaignit à Sisyphe. Lui, qui avait connaissance de l'enlèvement, offrit à Asope de l'en instruire, à la condition qu'il donnerait de l'eau à la citadelle de Corinthe. Aux foudres célestes, il préféra la bénédiction de l'eau. Il en fut puni dans les enfers. Homère nous raconte aussi que Sisyphe avait enchainé la Mort. Pluton ne put supporter le spectacle de son empire désert et silencieux. Il dépêcha le dieu de la guerre qui délivra la Mort des mains de son vainqueur]. Le Mythe de Sisyphe – Albert Camus.

---

[*] سيزيف أو سيسيفوس (Sisyphus or Sisyphos)، اسمه يعني «الخنفسة أو خنفسة الروث»، هو ملك تساليا وإناريتي ومؤسس كورنثة. كما أسس مع غيره الألعاب الإستيمية. يُقال إنه كان لئيمًا شريرًا يكمن للمسافرين ويقتلهم.كان أحد أكثر الشخصيات مكراً في الميثولوجيا الإغريقية، حيث استطاع أن يخدع إله الموت ثاناتوس مما أغضب كبير الآلهة زيوس، فعاقبه بأن يحمل صخرة من أسفل الجبل إلى أعلاه، فإذا وصل القمة تدحرجت إلى الوادي، فيعود إلى رفعها إلى القمة، ويظل هكذا إلى الأبد، فأصبح رمزًا للعذاب الأبدي. ومن خلال التأثير الكلاسيكي على الثقافة الحديثة، توصف المهام الشاقة وغير المجدية بالتالي بأنها عبثية أو سيزيفيّة.[1]

هناك عديد التفسيرات: طبقا للنظرية الشمسية، فإن سيزيف هو قرص الشمس الذي يطلع كل صباح من الشرق ويهوى غاربا في الغرب. ويعتبره آخرون تجسيدا وتشخيصا للأمواج المائجة ارتفاعا وانخفاضا أو للبحر الغدار. في القرن الأول قبل الميلاد فسر الفيلسوف الأبيقوري لوكريتوس أسطورة سيزيف كتجسيد للساسة الذين يطمحون ويسعون باستماتة إلى الكرسي والمنصب السياسي وأنهم محزومون مغلوبون في مسعاهم بصفة دائمة مستمرة، وأن السطوة والسلطة مجرد شيء فارغ خاو في حقيقتها، تماما مثل دحرجة الجلمود لأعلى التل. وقد اقترح فيلكر أنه يرمز إلى الصراع العبثي للإنسان في سبيل المعرفة، وقال رايناخ أن عقابه تم بناء على صورة يظهر فيها سيزيف مدحرجا حجرا ضخما هو أكروكورنثوس، وهو رمز الكدح والمشقة والحنكة والمهارة التي استخدمها في بناء السيزيفيوم.[2]

يرى الفيلسوف العبثي ألبير كامو (1913-1960) الحائز على جائزة نوبل للأدب (1957) في مقاله المنشور عام 1942[3] والمسمى أسطورة سيزيف – Le Mythe de Sisyphe، أن سيزيف يجسد هراء وسخف ولا منطقية ولا عقلانية الحياة الإنسانية « .. ليس هناك عقاب أفظع من عمل متعب لا أمل فيه ولا طائل منه.». في هذا المقال، يقدّم كامو فلسفته حول «العبث»: بحث الإنسان عن المعنى، تطلعه لوحدة العالم والوضوح، في عالم غير مفهوم، عالم من دون الله [والعياذ بالله] ومن دون أي حقائق أو قيم خالدة. ويتسائل هل الإحساس بشعور «العبث» يدفع الانتحار؟ كامو يجيب: «لا، بل يدفع إلى الثورة.»

(1) حنا عبود.، موسوعة الأساطير العالمية (ط. الأولى). اللاذقية، سورية: دار الحوار للنشر والتوزيع (2018).

(2) Lucretius. On the Nature of Things: De rerum natura. Anthony M. Esolen, transl. Baltimore: The Johns Hopkins Univ. Pr., (1995).

(3) Albert Camus, Le Mythe de Sisyphe, « cycle de l'absurde » Gallimard, coll. « Folio Essais » (1942).

﴿04﴾ كان كل من ديكارت، لايبنتز، ونيوتن قد ساهم في التطوير المتضامن الناجح للهيدروديناميكا، بجانب التطوير الذي قدمه العديد من العلماء الآخرين، عن طريق تطبيق الرياضيات لحل مسائل الهيدروديناميكا. من جانب آخر ربط فلاديمير إيغوروفيتش أرنولد (1937-2010) الرياضيات بالهيدروديناميكا(*) باستخدام الطرق الهندسية والطوبولوجية لدراسة ديناميات الموائع. حيث أظهر أن معادلات ديناميات الموائع، مثل معادلات نافييه – ستوكس، يمكن فهمها على أنها تصف هندسة وطوبولوجيا جريان الموائع. سمح ذلك بفهم أعمق للهياكل والبنى الرياضية الأساسية لديناميات الموائع وأدى إلى تطوير أدوات رياضية جديدة لدراسة جريان الموائع. بالإضافة إلى ذلك، ألهم عمل أرنولد أيضًا مناهج جديدة لحل معادلات نافييه – ستوكس، مثل استخدام الأساليب الهندسية والطوبولوجية لتحليل وفهم سلوك الجريانات الاضطرابية.

(*) "في جميع الكتب المدرسية تقريبًا، حتى الأفضل، يتم تقديم هذا المبدأ بحيث من المستحيل فهمه." ك. جاكوبي (1843-1842) محاضرات حول الديناميكا، أنا (بدوري) لن أختار الخروج عن هذا التقليد. يوجد "دليل" مثير للاهتمام على مبدأ موبُرتوي(1) في القسم 44 من الميكانيكا، الكتاب المدرسي (الشهير) للانداو وليفشيتز (ميكانيكا، أكسفورد، بيرغامون، 1960). ف. إ. أرنولد، (كتاب) الطرق الرياضية للميكانيكا – الكلاسيكية (1980)، حاشية سفلية، ص. 246.

"In almost all textbooks, even the best, this principle is presented so that it is impossible to understand." (K. Jacobi, Lectures on Dynamics, 1842-1843). I do not choose to break with tradition. A very interesting "proof" of Maupertuis' principle (‡) is in Section 44 of the mechanics textbook of Landau and Lifshitz (Mechanics, Oxford, Pergamon, 1960).V. I. Arnold, Mathematical Methods of Classical Mechanics, (1980), footnote on p. 246.

هذا ماورد في كتاب ف. أرنولد: V.I. Arnold, Mathematical Methods of Classical Mechanics, Springer Verlag, 1980

النص الأصلي للاقتباس: "In almost all textbooks, even in the best, [those of Poisson, Lagrange and Laplace], the principle has been so presented that, in my view, it is impossible to understand"

في كتاب (1804-1851) Carl Gustav Jakob Jacobi، الذي يكتب أسمه أحيانا Carolus Gustavus Iacobus Iacobi في كتبه المؤلفة باللاتينية، كما يرد أسمه الأول في بعض الأحيان Karl (..).

محاضرات جاكوبي حول الديناميات: ألقيت بجامعة كونيغسبرغ في الفصل الدراسي الشتوي 1842-1843 وفقا للملاحظات أعدها C. W. Brockardt - C. G. J. Jacobi, Vorlesungenüber Dynamik. Ed. by A. Clebsch, Georg Reimer, Berlin (1866) Jacobi's lectures on dynamics, edited by A. Clebsch; translated from the original German version (1866), by K. Balagangadharan; translation edited by Biswarup Banerjee. 2nd revised edition. Texts and Readings in Mathematics, vol. 51. New Delhi: Hindustan Book Agency, (2009).

غاية إقتباس أرنولد، أنه لم يرِد الخروج عن هذا التقليد فيما يخص إعتماد مبدأ موبُرتوي أو مبدأ الفعل الأقل (وأشار إلى كتاب الميكانيكا المجلد الأول من المجلدات العشر لدروس الفيزياء النظرية – الحد الأدنى النظري للانداو المقابل "السوفييتي" لمحاضرات فاينمان "الأمريكي" في الفيزياء النظرية) .. هذا المبدأ الجامع المانع .. المبدأ الذي كان –وربما لايزال– أحد الأهداف الأكثر إلحاحا في حقول العلم طُرًا على مر السنين. إيجاد مبدأ، أبسط ما يمكن، يناسب جميع الظواهر (الطبيعية)، ومن شأنه أيضا أن يسمح بحساب جميع الأحداث الماضية والأحداث المستقبلية بشكل أساسي. من الواضح أن هذا أبعد ما يكون عن الوصول إليه وربما لا يوجد أصلا. مع ذلك، فإن الاقتراب لهذا المثل الأعلى ممكن دائما ويظهر تاريخ العلم أنه تم تحقيق بعض النتائج في هذا الاتجاه. وهذا، ما يفسر البحث عن مثل هذا المثل الأعلى.

(طبعا لم يخرج عن هذا التقليد الفصل الخامس والأخير: المبادئ العامة للميكانيكا النظرية (مبدأ الفعل الأقل نموذجا)، 20 عامًا من المناهج البديلة).

---

‡Pierre-Louis Moreau de Maupertuis (1698-1759)–رغم وجود نزاع تاريخي كبير حول نسبة المبدأ، إلا أنه قد عرف بمبدأ موبُرتوي

P. L. M. De Maupertuis, Accord des Différents Lois de la Nature qui Avaient Jusqu'ici Paru Incompatibles, Memoires de l'Academie des Sciences de Paris, (1744).

بالمقابل يرى البعض أوَلِيّة لايبنتز [وآخرين .. راجع الهامش (1) من الفقرات التالية] في اكتشاف المبدأ ..!

تعود أصول مبدأ الفعل الأقل (LAP) Least Action Principle إلى Leibniz[1]. في النظرية التي أعلنها، أثبت أنه من بين جميع العوالم التي يمكن إنشاؤها، فإن العالم الفعلي هو الذي يحتوي، إلى جانب كل الشر الذي لا مفر منه، على أقصى قدر من الخير. بالرغم من إعتبارها ضمن المجال الأخلاقي (الميتافيزيقي)، تقترح النظرية حلا من النوع التغايري LAP. وفقا لبعض المؤرخين، صاغ لايبنتز هذا المبدأ لأول مرة في رسالة مؤرخة عام 1707، فُقد أصلها!!. في وقت لاحق، سيتم تطوير LAP من قبل بيير لويس مورو دي موبرتوي (1698-1759)، أويلر ولاغرانج[2].
يرتبط LAP باسم Maupertuis، الذي لم يعترف فقط بوجود وأهمية هذا المبدأ، لكنه أيضا استخدم كل نفوذه في "المجتمع العلمي" من أجل قبوله. كونه عضو الأكاديمية الملكية الفرنسية للعلوم منذ عام 1723، كما لا يمكننا أن نتجاهل أنه تم ترشيحه بعد ذلك من قبل فريديريك الثاني الكبير(Friedrich II. der Große) ليترأس الأكاديمية البروسية للعلوم عام 1742.
يُعد موبرتوي أحد أكبر ناشري النظريات النيوتونية في فرنسا، وخاصة نظريات الميكانيكا وقانون الجذب العام. تحقيقا لهذه الغاية، قام برحلة استكشافية إلى لابلاند، بتكليف من أكاديمية العلوم الفرنسية عامي 1736-1737، لقياس تسارع الجاذبية، بهدف تأكيد افتراض نيوتن حول شكل (تفلطح) الأرض. أثرت النتائج الإيجابية التي حصلت عليها هذه البعثة بشدة على قبول أفكار نيوتن في القارة الأوروبية[3]. تمت مناقشة LAP من قبل Maupertuis في ورقته المعنونة «Accord des Différentes Lois de la Nature qui Avaient Jusqu'ici Paru Incompatibles» المقدمة لأكاديمية العلوم في باريس عام 1744. تمت صياغة هذا المبدأ في الأصل للبصريات الهندسية وتم توسيعه لاحقا ليشمل مجال الميكانيكا[4].
في ورقته، يعلن موبرتوي القوانين الثلاثة التي يجب أن تحكم الضوء:
1) في وسط موحد (الخواص) يتحرك الضوء في خط مستقيم.
2) عندما يواجه الضوء وسطا لا يمكنه اختراقه، ينعكس وزاوية الانكسار تساوي زاوية السقوط.
3) عندما يمر الضوء من وسط شفاف إلى آخر، فإن مساره، بعد مقابلة الوسط الجديد، يشكل زاوية مع المسار السابق، بحيث تكون دائما نسبة جيب زاوية الانكسار لجيب زاوية السقوط ذاتها.
لقد تم بالفعل اقتراح مايسمى بقانون الجيب للانكسار من قبل ديكارت (1596-1650) وبشكل مستقل من قبل سنيليوس (1591-1626)[5]. الديوبتركس– Dioptrics هو أحد أقدم أعمال ديكارت. يشير إليها بالاسم في رسالة إلى مارين ميرسين (1588-1648) بتاريخ 25 نوفمبر 1630. أخيرا، تم نشر Dioptrics جنبا إلى جنب مع مقالة في المنهج، الأرصاد الجوية والهندسة صيف 1637.[6] اختلف بيير دو فيرما (1601-1665) مع حجج ديكارت، وفقط مع تجارب ليون فوكو (1819-1868) وهيبوليت فيزو (1819-1896)، في منتصف القرن التاسع عشر سيتم تأكيد فرضيات فيرما. من المهم التأكيد على شخصية فيرما في تاريخ LAP. يظهر مبدأ يحمل اسمه في سياق البصريات. كان البيان الأصلي لمبدأ فيرما هو: "المسار الفعلي بين نقطتين يسلكها شعاع من الضوء هو المسار الذي يتم اجتيازه في أقل وقت". تم استخدام هذا المبدأ لاشتقاق قانون سنيل[يوس] عام 1657، كونه أول مبدأ تغايري معلن في الفيزياء بحيث يتم التعرف على فيرما كشخصية رئيسية في التطور التاريخي لمبدأ LAP الأساسي في الفيزياء.[7]
لنرى الآن كيف صاغ Maupertuis الـ LAP، مقتبسين من الورقة الشهيرة (de Maupertuis, 1744) الجزء الذي يظهر فيه المبدأ:
".. بعد التأمل بعمق في هذا الموضوع، خطر لي أن الضوء، عند المرور من وسط إلى آخر، يجب أن يختار، إما اتباع مسار بأقصر مسافة (الخط المستقيم) أو مسار بأقل زمن. ولكن لماذا يجب أن تفضل الزمان على المكان؟ لا يمكن للضوء أن يسافر في كلا المسارين في وقت واحد، ولكن كيف يقرر أن يأخذ مسارا دون آخر؟ بدلا من اتخاذ أي من هذين المسارين في حد ذاته، يأخذ الضوء المسار الذي يوفر ميزة حقيقية: يأخذ الضوء المسار الذي يقلل من فعله. الآن يجب أن أحدد ما أعنيه بـ "الفعل". عندما يتم نقل جسم مادي من نقطة إلى أخرى، فإن هذا ينطوي على فعل يعتمد على سرعة الجسم والمسافة التي يقطعها. مع ذلك، فإن "الفعل" ليس السرعة ولا المسافة، إذا ماتم أخذهما بشكل منفصل؛ بل يتناسب طرديا مع مجموع المسافات المقطوعة مضروبة في السرعة التي قطعت بها. ومن ثم، يزداد الفعل خطيا مع سرعة الجسم والمسافة المقطوعة. هذا الفعل هو الثمن الحقيقي في الطبيعة، التي تمكنت من جعله صغيرًا قدر الإمكان في حركة الضوء".
بهذه الطريقة توصل موبورتوي إلى مسألة التقليل. بجعل هذه الدالة حدًا أدنى، خلص إلى أن جيوب زاوية السقوط والانكسار تساوي النسبة العكسية للسرعات التي يتحرك بها الضوء في كل وسط. هذه النتيجة لا تتفق مع نتيجة فيرما لكنها تتفق مع ماخلص إليه ديكارت. هذه الصيغة التي اقترحها موبرتوي لا تسمح باستخلاص استنتاجات بشأن القوانين التي تحكم الظاهرة ولا الشروط التي يجب الوفاء بها.
باتباع المسار الذي افتتحه موبرتوي، وسّع ليونهارد أويلر[8] الأفكار الكامنة وراء مبدأ الفعل الأقل واقترح مبدأ تمت صياغته كنظرية رياضية مطبقة على الميكانيكا لحالة الطاقة الثابتة. يؤكد أويلر: "نظرًا لأن جميع العمليات الطبيعية تخضع لقوانين معينة بحد أقصى أو أدنى، فلا شك أن المنحنيات التي تخطها الأجسام تحت تأثير القوى الكيفية، تمتلك أيضا بعض خصائص الحد الأقصى و الأدنى". أضاف كذلك "أن الشكل الذي اقترحه لايتم تطبيقه إلا عندما تعتمد القوى على الموضع (مشتقة لجهد أوكمون) وأن الأنظمة المبددة (غير المحافظة) لاتصلح لوصفٍ من هذا النوع".
بعد أويلر (Euler, 1744)، كان لاغرانج هو الذي عبر عن LAP في صياغة عامة تماما كمبدأ للفعل الثابت لنظام عام مكون من n جسيم تتفاعل فيما بينها. تم تقديم هذا التصور في كتابه «Mécanique Analytique»، الذي نشر عام 1788.[9]

في عام 1834، بيّن ويليام روان هاميلتون (1805-1865) أن LAP يقبل بتمثيلات أخرى. بهذه الطريقة أسس تشابها قويا بين الميكانيكا (الثقاليات) والبصريات، وربط مبدأ فيرما بمبدأ موبرتوي. كانت هذه هي الطريقة التي وصل بها إلى الشكل الحالي والأكثر استخداما لـ LAP كمبدأ تغايري للميكانيكا، والمعروف باسم مبدأ هاملتون (Dugas, 1950, 1955, 1988).

في البداية، لم يثر LAP كافتراض– مصادراتي (postulation) ضجة كبيرة ولم يكن له أي تأثير يذكر على تقدم العلم، حتى بعد الصيغة العامة التي قدمها لاغرانج. اعتُبر البحث في وجود مثل هذا المبدأ فضولا رياضيا لاأكثر وحتى نتيجة–لازمة (corollary) غيرضرورية لقوانين نيوتن. كما لم يكن هناك نقص في الأصوات المنادية بلافائدتها (usefulness). في عام 1837، أطلق بواسون علىLAP اسم القاعدة التي لاقيمة لها.(10) فيما بعد فقط ومن خلال التحقيقات التي أجراها ويليام طومسون (1824-1907)، وبيتر جوثري تايت (1831-1901)، وغوستاف روبرت كيرشوف (1824-1887)، كارل جوتفريد نيومان (1832-1925) ولودفيج إدورد بولتزمان (1844-1906)، بشكل أساسي، ثبت أن LAP الطريقة الأنسب لحل مسائل المرونة والهيدروديناميكا. علاوة على ذلك، مثّل LAP أداة لاتقهر في وقت كانت الطرق المعتادة للميكانيكا تعمل فقط بصعوبة أو حتى تفشل. هنا فقط بدأ إدراك قيمته ومدى شموله. مايظهر بوضوح في التأكيد التالي، الذي أدلى به توماس تايت عام 1867: "حتى الآن، كان يُنظر إلى مبدأ موبرتوي الشهير للفعل الأقل على أنه فضول وخاصية لبعض أشكال الحركة الغريبة أكثر من كونه قاعدة مفيدة في التحقيقات الحركية. نحن معجبون بشدة ومقتنعون بأهمية أكثر عمقا مرتبط به، ليس فقط في الديناميكية المجردة، ولكن أيضا في مختلف نظريات فروع العلوم الفيزيائية التي بدأت لتوها تفسر ديناميكيا" (Plank, 1922, 1993).

مع مرور الوقت ومع نجاح تطبيقاته، كان هناك تصور للأهمية الأساسية لـ LAP كمبدأ عام يمكن تطبيقه على الأنظمة التي كانت آلياتها الفيزيائية الداخلية غير معروفة تماما، أو معقدة للغاية بحيث لا يمكن تمثيلها بواسطة أنظمة الإحداثيات العادية. حقيقة أخرى مهمة هي أنه بعد بولتزمان، أدرك رودولف جوليوس كلاوسيوس (1822-1888) العلاقات الوثيقة بين LAP والقانون الثاني للديناميكا الحرارية (Truesdell, 1980). من الممكن اشتقاق LAP من قانون الانتروبيا القصوى. علاوة على ذلك، يوضح هيرمان فون هيلمهولتز (1821-1894)، لأول مرة، وجود تطبيق منهجي كامل لـ LAP على الفروع الثلاثة الكبرى للفيزياء: الميكانيكا (الديناميكا)، الديناميكا الكهربائية والديناميكا الحرارية. أعطى هذا LAP مكانة أعلى وأعمق لفهمه كمبدأ عام.

بهذه الطريقة، اتبع LAP مسارا تاريخيا مشابها لمبدأ انحفاظ الطاقة والذي كان يعتبر في الأصل مبدأ ميكانيكيا، على الرغم من صلاحيته العامة. مع بداية القرن الـ20، استنتج جوزيف لارمور (1857-1942) في عام 1900 وكارل سيجموند شوارزشيلد (1873-1916) في عام 1903، من بين آخرين، المعادلات الأساسية للديناميكا الكهربائية ونظرية الإلكترون من مبدأ هاملتون. بعد ذلك، في مستهل العقد الثاني من القرن كانت إحدى النتائج الأكثر إشراقا التي حققها LAP، بإثبات أن الدالة المقوّمة بالفعل لنظرية النسبية، وفقا لهاميلتون، وإن لم تكن دالة موبرتوي، ثابتة فيما يتعلق بجميع تحويلات هندريك أنطون لورينز (1853-1928)، مما يدل على أنها مستقلة عن أي نظام مرجعي للمراقبين. قبل انقضاء النصف الأول من القرن أظهر LAP أيضا صلاحيته وإمكاناته التفسيرية، فيما يتعلق بالميكانيكا الكمومية. في البداية، بدا أن الخاصية الاحتمالية لميكانيكا الكم تستبعد LAP من مجال تطبيقها. مع ذلك، أظهر فاينمان، العام 1942 في أطروحته «مبدأ الفعل الأقل في الميكانيكا الكمومية»، أنه من الممكن إدراجه في هذا المجال وخلق مبدأ تغايري يجسد الظواهر الكمومية.

(1) أكد يوهان صموئيل كونيج (1712-1757)، الأستاذ في جامعة لاهاي وعضو أكاديمية برلين، أن لايبنتز كان أول من صاغ مبدأ الفعل الأقل. استند هذا التأكيد إلى رسالة من لايبنتز إلى هيرمان بتاريخ 16أكتوبر 1707، والتي شكك العديد من العلماء في صحتها (Gueroult, 1967).

(2) على الرغم من عدم العثور على هذه المراسلات مطلقا، فقد أعلن لايبنتز عدة مرات عن مبدأ الفعل الأقل، فليس من غير المحتمل أن يكون هو نفسه أول من صاغ هذا المبدأ. ومع ذلك، يجادل المدافعون عن موبرتوي بأنه كان مسؤولا عن شمولية ودقة الصياغة (Gueroult, 1967).

(3) للمزيد راجع: (Iliffe, 1993 & Terrall, 2002)

(4) للحصول على عرض مفصل لمبدأ موبرتوي وكذلك المذكرة المذكورة، أنظر الصفحات: 154 – 173 من كتابه (de Maupertuis, 1750). هذا الكتاب الذي كان ربما "العنة" عليه، نقتبس هنا من مقال جون كاستي بمجلة "العلمي الجديد - NewScientist" (Casti, 1998):

« منتصف الليل في برلين، .. الليلة الأولى من صيف عام 1753. رجل مرهق في الخمسينيات من عمره، يرتدي ملابس جيدة لكنه غير حليق، يجلس بمفرده في مكتبه المظلم الهادئ. بيدين مرتجفتين، يتصفح كتيبا رقيقا بعنوان "مقال عن علم الكونيات". إنها المخطوطة التي حطمت حياته. قبل ثلاث سنوات،.. نشر بيير لوي مورو دي موبرتوي كتيبه في محاولة لإثبات وجود الله من خلال إعادة صياغة رياضية ولاهوتية غريبة لقوانين نيوتن للميكانيكا. كان يتوقع الإشادة. لكن بدلا من ذلك، سخر المثقفون في جميع أنحاء أوروبا من حججه. هذه الليلة،.. يحاول موبرتوي مرة أخرى طمأنة نفسه. لكن إيمانه يتقوض. لقد قرر الاستقالة من منصبه كرئيس لأكاديمية برلين للعلوم والفرار من المدينة.

لقد تم الآن نسيان دليل موبرتوي على وجود الله منذ فترة طويلة. لكن في السنوات الـ 270 منذ رحلته المتسرعة، تمت تبرئة موبرتوي. احتوى الجزء الرياضي من نصه المرفوض على تطور غريب ودقيق لقوانين نيوتن. لقد تبين أن "مبدأ الفعل الأقل"، كما أطلق عليه موبرتوي، هو أحد أكثر الأفكار تأثيرا في [الميكانيكا] والفيزياء النظرية».

(5) تبين – لاحقًا – بأن هذا القانون قد "سُرِق" أو على الأقل تمت إعادة إكتشافه (إذا حسنت النوايا)، خصوصا أنه ورد في أعمال–أبي علي الحسن بن الهيثم (965-1040) المعروفة جيدا في أوربا وقتها، نورد فيمايلي فقرة من كتاب "مصباح علاء الدين" لجون فريلي (Freely, 2010):

« نوّه بن الهيثم بجهود متقدّمٍ من معاصريه هو أبو سعد العلاء بن سهل، الذي كان قد وضع رسالة في البصريات مؤرخة في 983 – 985 أكتشفت حديثًا. يتضح من هذه الرسالة، ومن إشارة بن الهيثم إليها، أن بن سهل نص على قانون الانكسار بوجهه الصحيح الذي لم يُكتشف في أوروبا حتى القرن السابع عشر. ومع أن بن الهيثم كان مطلعا على مُكتَشَف بن سهل، فإنه لم يستعمله في دراسته الخاصة بالانكسار»

تم الاعتراف بأن أبو العلاء سعد بن سهل (940-1000) Abū Sa'd al-'Alā' ibn Sahl أول من وصف قانون الانكسار وصفًا صحيحًا بعد نشر أعمال مؤرخ العلوم رشدي راشد (Rashed, 1990)، كما كتب جون دادلي (Kwan et al., 2002) في تغريدة له العام 2020:

" يمكن تنزيل ورقة 2002 التي كتبت بها مع @libroraptor [Alistair Kwan] على هذا الرابط (..)، تم إدراج مساهمات ابن سهل في التدريس الفرنسي لـ[قانون] الإنكسار منذ أوائل عام 2000 بسبب تأثير رشدي راشد. " (@johnmdudley)

(6) أربعة كتب: [D I S S E R T A T I O De M E T H O D, D I O P T R I C E, M E T E O RA et GEOMETRIA] تنشر دفعة واحدة صيف 1637، لاعجب إذًا مما سجلته محاضر الملتقى العاشر للفكر الإسلامي بعنابة العام 1976؟، راجع هوامش الملاحظة ﴿02﴾ حول إسهامات ديكارت

(7) بيير دو فيرما (1601–1665) Pierre de Fermat، كان محامي معاصر لويلبرورد سنيليوس (1591–1626) Willebrørd Snellius ورينيه ديكارت (1596–1650) René Descartes، إلا أنه ولد بعد وفات بن سهل بستة قرون!!

فيرما معروف أكثر بمبرهنته (مبرهنة فيرما الأخيرة – Fermat Last Theorem) التي لم يبرهنها!، ملاحظةٌ على هامش الصفحة 85 من كتاب الحساب [أريثميتيكا Arithmetica] لديوفانتوس السكندري، [طبعة كلود جاسبارد باشي (1621)]، كتبها المحامي المؤلع بالرياضيات، تنص على:

« لا يمكن أن نفرق مكعبًا إلى مكعبين، ولا أن نفرق قوة رابعة إلى قوتين رابعتين، وعموماً يستحيل لأي قوة أعلى من القوة الثانية أن تُفرق إلى مجموع قوتين من نفس الدرجة، وجدت برهانا مدهشا لايمكن لهذا الهامش الصغير أن يحتويه » بمعنى: توجد ثلاثة أعداد صحيحة موجبة a، b، c تفي بالمعادلة $a^n + b^n = c^n$ فقط لأي عدد صحيح n أكبر من 2. [من نافلة القول .. بأنها مرتبطة مباشرة بثلاثيات فيثاغورس ومثلثاته، .. سنعود للموضوع في آخر هامش الملاحظة ﴿07﴾]

ظَهَرَ نَصُّ المبرهنة المزعومة، بعد وفاته عندما حرَّرَ ابنه كليمون-صمويل بعضَ مذكراته وأوراقه، وُجِد مكتوبًا بطريقةٍ متعجلة دون عنايةٍ، في هامش من نسخة فيرما من الكتاب. هذا الأخير اكتُشِفت له نسخة مخطوطة، كُتِبت بالإغريقية، في فينيسيا عام 1462 وبعد أكثر من قرن ونصف تُرجمت إلى اللاتينية ونشرها كلود باشي في عام 1621. فيما بعد تضمنت طبعة الكتاب لعام 1670 تعليق فيرما، الذي يشار إليه في الصفحة 61 بـ [ملاحظة المبجل بيتري دو فيرما Observatio Domini Petri de Fermat]. نذكر أنها حُلت عام 1995، لكن تلك قصة أخرى (..).

مبرهنة فيرما الأخيرة تذكرنا بماكتبه [صاحب (محرر) مجلة Isis الملقب بأب تاريخ العلوم] جورج سارتون (1884-1956) George Sarton:

« .. أطروحته [شرف الدين الطوسي] في الجبر .. [كُتبت] عام 1209 [لكنها] عُرفت عبر "تعليق" مؤلف غير معروف» (Sarton, 1950)

قصَدَ سارتون بكلمة "تعليق"، تلك الكتابة على هامش نسخة مخطوطة من كتاب رسالة في الجبر والمقابلة للرياضي شرف الدين المظفر بن محمد بن المظفر الطوسي (1135-1213) والتي كَتَبَ فيها المؤلِف (Rashed, 1986):

«أردت بهذا العمل؛ أن أُلخص فن الجبر والمقابلة، وأُكيف ما نجا من عمل الفيلسوف العظيم شرف الدين المظفر بن المظفر الطوسي، وأختصر شرحه الطويل وحذفت الجداول التي وضعها لإجراء حساباته وحل مسائله.»

إن هذه الاطروحة التي ورد فيها هذا النسب للطوسي؛ هي بالأساس تتضمن حلولاً للمعادلات التكعيبية، هذه المعادلات التي لا تتبّع التطور العام الذي بحثت فيه مدرسة الكرجي في الجبر. بدلا عن ذلك كما كتب رشدي راشد (Rashed, 1984, 1994):

« .. هي تمثل مساهمة أساسية في جبر آخر يهدف إلى دراسة المنحنيات عن طريق [حل] المعادلات، وبالتالي وضع بداية الهندسة الجبرية».

الهندسة الجبرية تنسب لديكارت، لكن أعيد نسبها للخيام – وبعد مراجعتنا لمشجر نسبه الأكاديمي اتضحت– صلته بابن يونس سليل الطوسي!

(8) وفقا لما ذكره كورنيليوس لانكزوس (1893-1974) Cornelius Lanczos في كتابه الذائع الصيت المكرس والمهدى حصرًا لألبرت نشتاين "المبادئ التغايرية للميكانيكا- "The Variational Principles of Mechanics (Lanczos, 1970) أن أويلر اكتشف مبدأ الفعل الأقل بشكل مستقل عن موبرتوي، مع ملاحظة أن عملهما نشرا في العام نفسه 1744 (لاحظ ان أويلر تلميذ برنولي الذي بدوره تلميذ موبرتوي!).

(9) كما نعلم، عرض لاغرانج في كتابه "Mécanique Analytique" صياغة عامة لمبدأ الفعل الأقل لنظام من الهيئات (الأجسام) المتفاعلة. أنظر (Lagrange, 1788, 1811, 1815)، كما هو ظاهر هناك ثلاث طبعات أصلية للكتاب. إثنان (الطبعة الأولى بالإضافة لأخرى مزيدة ومنقحة) طبعت في حياة لاجرانج أما طبعة (1815) كانت بعد وفاته. في الذكرى المئوية الثانية لوفاته (2013) كُشف النقاب عن نسخة أصلية من طبعة (1815)، مرفق بها في آخر المجلد الثاني ورقة إضافية مكتوب عليها بخط لاجرانج العبارة الشهيرة لمجموع الطاقة الحركية والكامنة تساوي الطاقة الميكانيكية الكلية معبرًا عنها بالحرف H!

كان الملك لويس XVI المسؤول عن فكرة استقدام لاغرانج من برلين إلى باريس عام 1787، مقابل عديد المزايا من بينها طباعة كتابه على نفقته. في نهاية حياته، حفزه أحد أفضل طلابه، سيميون دوني بواسون (1781-1840) Siméon Denis Poisson، وتعهد بكتابة طبعة جديدة من كتابه الميكانيكا التحليلية «التي قام المؤلف بمراجعتها وتوسيعها». كما ورد في التنويه تحت العنوان المعدل [العنوان في الطبعة الأولى 1788، «Méchanique Analitique» (عشية الثورة الفرنسية 1789) وأصبح «Mécanique Analytique» في طبعة 1811 (بعدالثورة و في ظل الحكم الإمبراطوري لنابليون بونابرت)]، تم الانتهاء من طبع المجلد الأول ونشره عام 1811؛ لكن كما يمكننا أن نقرأ في التحذير الافتتاحي: «لقد تأخر نشر هذا المجلد الثاني من الميكانيكا التحليلية، وسنشرح الأسباب الرئيسية لذلك. كان السيد لاغرانج قد طبع الأوراق الأولى بالفعل عندما أبعده الموت عن [ساحة] العلم». في 8 أبريل 1813. آل الأمر إلى أحد طلابه في مدرسة البوليتكنيك، وهو جاك فيليب ماري بينيه (1786-1856) Jacques Philippe Marie Binet، الذي عُهد إليه بالمهمة الثقيلة المتمثلة في إكمال نشر المجلد الثاني استنادًا إلى مخطوطات معلّمه، والتي أنهاها العام 1815.

تم تضمين الصفحة المكتوبة بخط يد لاغرانج في تجليد نسخة الكتاب التي تعود إلى جاك بينيه نفسه الذي أصبح بعدها مديرا لمدرسة البوليتكنيك (تولى لاحقا رئاسة أكاديمية العلوم الفرنسية عام 1855)، التي قدمها كهدية لمدير مدرسة الهندسة البحرية – École du génie maritime [تأسست عام 1741 كمدرسة للمهندسين– بناة السفن الملكية –École des Ingénieurs-Constructeurs de Vaisseaux Royaux، غدت – ومنذ 1970– مدرسة وطنية عليا للتقنيات المتقدمة (ENSTA) École Nationale Supérieure de Techniques avancées] ربما تم هذا التبرع عام 1816 (بالتأكيد ليس بعد سنة 1820، (Perez, 2022)) عندما أصبحت رسميا مدرسة تطبيقة (ملحقة بالبوليتكنيك) في وقت كان قدتم تعيين بينيه مديرا لمدرسة البوليتكنيك (5 سبتمبر 1816) من قبل لويس XVIII (عقب عودة الملكية لفرنسا إثر هزيمة نابليون واستعراش آل بوربون، فاستعرش البوليتكنيك !l'Ecole Impériale Polytechnique devint l'Ecole Royale Polytechnique)

يرمز الحرف H للطاقة الميكانيكية أو مايسمى بالهاملتونيان وينسب لوليام روان هاملتون (1805-1865) William Rowan Hamilton لكن هذا الكشف جعل هذه النسبة في غير محلها، بالفعل .. عند وفاة جوزيف-لوي لاجرانج (1736–1813) Joseph-Louis Lagrange [توفي في باريس، أماعند ولادته بمدينة تورينو مملكة بيدمونت-سردينيا –آنذاك– (إيطاليا حاليا) فقد سُمي Giuseppe Luigi Lagrangia] كان عمر هاملتون 8 سنوات!

فماذا كان يقصد لاجرانج بهذا الرمز؟، على الأرجح أن المقصود هو «هيجنز – Huygens» [Christianus Hugenius (1629-1695)]، لأن الصيغة تعبر عن حفظ الطاقة (القوة الحية vis-viva). حقيقة أن الصيغة H=T+V "تحتوي" على مبدأ حفظ القوة الحية مذكور بشكل منهجي وصريح من قبل لاغرانج؛ يظهر مبدأ حفظ هيجنز – Huygens للقوة الحية عندما لا يتعرض النظام لأي قوة (صدمة حرة ومرنة): الطاقة الكامنة U ثابتة (معدومة إذا اخترنا مرجع الإحداثيات بشكل صحيح). هل اختار لاغرانج التسمية بالحرف H تكريما لهيغنز؟ إذا كان هذا هو الحال، فمن المؤسف أن التاريخ أراد لاحقا خلاف ذلك (..).

الصيغة العامة لمبدأ الفعل الأقل تعود للاغرانج (1788، 1811) ومن بعده هاملتون (1834)]، بناء على أعمال موبرتوي وأويلر (1744) ومن قبلهم لايبنتز (1707)، كتعميم لمبدأ فيرما (1657) الذي تأوّل قانون سنيل-ديكارت (1621-1637)، وماهو إلاّ قانون بن سهل (984) الذي "وثّقه" بن الهيثم (1011-1021)، المُرتبط بشكل وثيق، مثلما هو حال نهج الطوسي (1209) وأعمال سليله الأكاديمي كمال الدين بن يونس (1221) [راجع مشجر النسب الأكاديمي] بأعمال ثابت بن قرة (870) التي ترجع بأصولها للحكيم فيثاغورس (500 ق.م) والحكماء الأوائل من قبله (..؟).

(10) راجع الملاحظة ﴿00﴾ حول المعرفة غير المجدية (أو عديمة الفائدة) .. بعد تصريح لابلاس (1837) بقرنين يأتي منهج فليكسنر (1939).

مصادر ومراجع الواردة في متن النص:

P. L. M. De Maupertuis, Accord des Différents Lois de la Nature qui Avaient Jusqu'ici Paru Incompatibles, Mémoires de l'Academie des Sciences de Paris, (1744).

R. Dugas, Histoire de la mécanique, Neuchâtel, Éditions du Griffon (1950). A History of Mechanics. London: Routledge & Kegan Paul (1955). Reprinted New York: Dover Publications, Inc. (1988).

L. Euler, Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici lattissimo sensu accepti, Lausanne & Geneva: Marcum-Michaelem Bousquet, (1744). [Trad: «A method for finding curved lines enjoying properties of maximum or minimum, or solution of isoperimetric problems in the broadest accepted sense»]. In 1913, Swedish Mathematician Gustav Eneström completed a comprehensive survey of Euler's works: Euler Archive -- Enestrom Index (maa.org)

M. Plank, A Survey of Physical Theory. New York: Dover Publication, Inc (1922). Reprinted (1993).

C. Truesdell, Tragicomical history of thermodynamics, Springer (1980). C. Truesdell, Fundamentals of Maxwell's kinetic theory of a simple monatomic gas: treated as a branch of rational mechanics, Academic Press (1980).

مصادر ومراجع الشروح، الاقتباسات والاختصارات الواردة أعلاه:

جون فريلي، مصباح علاء الدين: كيف وصلت العلوم الإغريقية إلى أوروبا عبر العالم الإسلامي، ترجمة سعيد محمد الأسعد و مروان البواب، دار الكتاب العربي (2010).
John Freely, Aladdin's Lamp: How Greek Science Came to Europe Through the Islamic World, Vintage (2010).

M. Gueroult, Leibniz, Dynamique et Métaphysique, Aubier Editions Montaigne Paris (1967).

Rob. Iliffe, (1993) Aplatisseur du Monde et de Cassini: Maupertuis, Precision Measurement, and the Shape of the Earth in the 1730s, History of Science, Vol. 31, (4), p.335-375.

Mary Terrall, The Man Who Flattened the Earth: Maupertuis and the Sciences in the Enlightenment, The University of Chicago Press (2002).

Pierre-Louis Moreau de Maupertuis, Essay de cosmologie, [Editeur indefinit] (1750).

John Casti, (1998) Easy does it, NewScientist, issue 2133. pp: 1-2.

R. Rashed, A pioneer in anaclastics: Ibn Sahl on burning mirrors and lenses, Isis 81, p. 464–491, 1990.

Kwan, A., Dudley, J., & Lantz, E. (2002). Who really discovered Snell's law? Physics World, 15(4), 64–64.

@johnmdudley : https://twitter.com/johnmdudley/status/1216398920408018948 (retrived: 12/01/2020).

George Sarton, Introduction to the history of science: I. From Homer to Omar Khayyam (1927), II. From Rabbi Ben Ezra to Roger Bacon, pt. 1-2 (1931), III. Science and learning in the fourteenth-century, pt. 1–2, (1947–48). 3 Vol. Baltimore Williams and Wilkins (1950). ["George Sarton, a pioneer in establishing the history of science as a discipline in its own right. Founder and editor for forty years of Isis, the field's primary journal, Sarton also wrote what many consider to be one of the most definitive works of this infant field, the mammoth Introduction to the History of Science.' The three-volume, 4,236-page work consists of five tomes, in which Sarton reviews and catalogs the scientific and cultural contributions of every civilization from antiquity through the fourteenth century". E. Garfield, (1985). The life and career of George Sarton: The father of the history of science. Journal of the History of the Behavioral Sciences, 21(2), 107–117.]

R. Rashed (ed.), Sharaf al-Dîn al-Tûsî: Œuvres mathématiques. Algèbre et géométrie au XIIe siècle 2 Vols. Les belles lettres. Paris, (1986).

R. Rashed, Sharaf al-Dîn al-Tûsî: Œuvres mathématiques. Algèbre et géométrie au XIIe siècle . T. 1 et 2. Paris, Les belles lettres, (1986). Traduit en arabe par N. Farès: éd. "Centre of Arab Unity Studies" Beyrouth (1998).

R Rashed, Entre arithmétique et algèbre: Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes Les belles lettres. Paris, (1984).

R. Rashed, The development of Arabic mathematics: between arithmetic and algebra, translated by Angela Armstrong, Boston Studies in the Philosophy of Sciences – BSPS, Vol. 156, Kluwer Academic Publishers (1994).

Sharaf al-Din al-Tusi (1135 - 1213) - Biography - MacTutor History of Mathematics (st-andrews.ac.uk)
https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Al-Tusi_Sharaf/ (retrived: 22/12/2022).

C. Lanczos, The Variational Principles of Mechanics, University of Toronto Press (1949). [dedicated to Albert Einstein], followed by 1962, 1966 and 1970 editions. All page numbers will refer to the fourth edition, Dover Publications, Inc. New York (1970). (He cited: A. Mayer, Geschichte des Princips der kleinsten Aktion (Leipzig, 1877)).

J. L. Lagrange, Mécanique Analytique, Imp. Mallet-Bachelier (1788). Nvelle éd revue et augmentée par l'Auteur (1811). Avec J. P. M. Binet 2e éd. Imp. MME VE Courcier (1815). Éditions Jacques Gabay Paris (1989)

Jérôme Perez, Théorie des champs, Les équations de la physique : mécanique analytique, relativité restreinte et générale, mécanique quantique. 3e édition. Les Presses de l'ENSTA, Palaiseau (2022).

﴿05﴾ جون لورون دالمبير[2] (1717–1783) معروف بشكل أفضل بمساهماته في الميكانيكا، وخصوصا مبدأه الشهير للعمل الافتراضي وكذا مبدأ حفظ الكتلة. في مقالته التي كتبها عام 1743 "رسالة في الديناميكا – Traité de Dynamique"، قرر دالمبير بأن مبدأ حفظ الكتلة يمكن الحصول عليه من مبدأ حفظ الحركة. وأشار إلى أن في أي نظام مغلق، يبقى مجموع الكتل الموجودة في النظام ثابتا، وأن أي تغيير في حركة هذه الجسيمات هو نتيجة نقل الزخم بينها. هذا المبدأ كان خطوة هامة لتطوير قوانين الثرموديناميكا وحفظ الطاقة.

﴿06﴾ في عام 1777، كتب جون لو رون دالمبير (1717 – 1783) و تلميذيه(‡) [راجع شجرة النسب الأكاديمي(*)] الماركيز نيكولا دو كوندورسي (1743 – 1794) و شارل بوسو (1730 – 1814) في كتاب "Nouvelles Expériences sur la Résistance des Fluides" عن مزايا التجارب الجديدة على مقاومة المائع. هذا الكتاب يعد خطوة عظيمة في تطوير "فلسفة" الهيدروديناميكا وكان يشير إلى العديد من التجارب الجديدة على مقاومة الموائع وعلى تأثيرها على تحريك جسيمات المائع.

(*) شجرة النسب الأكاديمي:

ضمن هذه الأطروحة، يتم تضمين وتصديق نسبنا داخل الشجرة الأكاديمية، لقد كان ولا يزال للعرب اهتمام بالغ في حفظ الأنساب وتعليمها، وكانوا يقسمون النسب على درجات عرفت بطبقات النسب، علم الأنساب أو "جينيالوجيا" هو علم مهتم بالأنساب والطبقات. الشجرة أو المشجر هو لفظ من الألفاظ اللتي توارد استخدامها من أرباب الفنون والمعارف، ليدللوا عليه. في الأوساط الأكاديمية اليوم هناك محاولات لإقامة علم أنساب (سلالات) أكاديمي. نجد في هذا الصدد مشروعين مهمين: مشروع أنساب الرياضيات – The Mathematics Genealogy Project [(a)] وشجرة العائلة الأكاديمية – The Academic Family Tree [(b)]، لكن تبقى أولية العرب والمسلمين في علم الأنساب على العالمين، ويكفي أن نذكر مثال (واحد) ليتضح المقال كما يقال – لا نقصد هنا مؤلفات الإمام النسّابة هشام بن محمد بن السائب الكلبي المتوفى سنة 204 هـ؛ بل – "الوافي بالوفيات" التذكرة والأنيس و السفر النفيس وأضخم مؤلفات الصَّفَدي[(أ)] (صلاح الدين أبو الصَّفاء خليل بن أيبك بن عبد الله الألبَكي الفاري الصَّفديّ الدِّمشقيّ الشَّافعيّ المتوفي 764هـ)، وأوفى الكتب المؤلفة في الإسلام في تراجم الرجال، وضعه الصفدي في ثلاثين مجلدة، وهو يأتي في المرتبة الثانية من ناحية الحجم بعد كتابه: "التذكرة الصفدية أو التذكرة الصلاحية"، الذي ما يزال مخطوطًا وهو كتابٌ كبيرٌ في التاريخ واللغة والأدب، وقد أشار الصَّفدي في "أعيان العصر وأعوان النصر" إلى المجلد السادس والأربعين منه، وأحال عليه. لقد جاءت تراجم الكتاب ممتدة زمانيًا، إذ تبدأ بما قبل الإسلام، وتنتهي ببعض من عاش في القرن الثامن الهجري، فالكتاب يترجم لمن حدثت وفاته قبل سنة 764هـ، وهي سنة وفاة المؤلف، ويضم أكثر من أربعة عشر ألف ترجمة، وكثير منها لا يُعرف لها مصدر آخر غيره، كما استوعبت التراجم مساحات مكانية واسعة، من أقصى الشرق إلى أقصى الغرب. وعلى كتاب الوافي ألف ابن تغري بردي كتابه (المنهل الصافي والمستوفى بعد الوافي) ليكون ذيلاً للوافي، من سنة 650 هـ إلى آخر أيام ابن تغري بردي سنة 874 هـ. [كما نشير هنا إلى كتاب: عيون الأنباء في طبقات الأطباء لابن أبي أصيبعة (1203 - 1270)، الذي يُعدّ أول كتاب تخصصي في بابه يحصي الأطباء و الحكماء من القرن 5 قبل الميلاد إلى منتصف القرن الثالث عشر، وعلى مثاله أُلف أحمد عيسى بك (1876 - 1946) معجم الأطباء[(ب)] كذيل لعيون الأنباء في طبقات الأطباء العام 1942، 60 عاما بعد نشره من قبل المستشرق الألماني آوغست مولر August Müller (1848 - 1892) العام 1882.[(ج)] الذي تَسمَّى باسم امرُؤُ القيس بن الطحان ..].

(أ) الصفديّ، الوافي بالوفيات، اعتناء هلموت ريتر(ج1) ومجموعة من المحققين، شتوتغارت، دار فرانز شتاينر فيسبادن، 1962-2013، 32 جزءاً (جمعية المستشرقين الألمان Deutsche Morgenländische Gesellschaft (DMG) والمعهد الألماني للأبحاث الشرقيّة، النشرات الإسلاميّة، BI)

(ب) أحمد عيسى، معجم الأطباء: من سنة 650 هـ إلى يومنا هذا (ذيل عيون الأنباء في طبقات الأطباء)، جامعة فؤاد الأول بالقاهرة (1942).

(ج) إبن أبي أصيبعة، أحمد بن القاسم، 1200-1270. عيون الأنباء في طبقات الأطباء. جمع امرؤ القيس بن الطحان، المطبعة الوهبية (1882). Ibn Ab Uaybia, Amad ibn al-Qsim Muwaffaq al-Dn Abu al-Abbs (1200-1270). Auteur du texte. / Ibn Abi Useibia, herausgegeben von August Müller. (Königsberg i. Pr. 1884).

(a) https://www.mathgenealogy.org

(b) https://www.academictree.org

(‡) D'Alembert, Jean le Rond (1717-1783); Bossut, Charles (1730-1814); Condorcet, Nicolas (1794-1743).

ذكر الصفدي في مقدمة كتابه سبب تأليفه، قال: « وَوجدت النَّفس تستروح إِلَى مطالعة أَخْبَار من تقدم ومراجعة آثَار من خرب ربع عمره وتهدم ومنازعة أَحْوَال من غبر فِي الزَّمَان وَمَا ترك للشعراء من متردم(*) إِذْ هُوَ فن لَا يمل من أثارة دفائن دفاتره وَلَا تبل جوانح من الفه إِلَّا بمواطن مواطره كم من نَاظر اجتنى زهراً ناضراً من أوراقه».

وبَسَطَ فِي من ترجم لهم قائلًا: « فَأَحْبَبْت أَن أجمع من تراجم الْأَعْيَان من هَذِه الْأمة الْوسط وكملة هَذِه الْملَّة الَّتِي مد الله تَعَالَى لَهَا الْفضل الأوفى وَبسط ونجباء الزَّمَان وأمجاده ورؤوس كل فضل واعضاده وأساطين كل علم وأوتاده وأبطال كل ملحمة وشجعان كل حَرْب وفرسان كل معرك لَا يسلمُونَ من الطعْن وَلَا يخرجُون عَن الضَّرْب مِمَّن وَقع عَلَيْهِ اخْتِيَار تتبعي واختباري ولزني إِلَيْهِ اضطرام تطلبي واضطراري مَا يكون متسقا فِي هَذَا التَّأْلِيف دره منتشقا من روض هَذَا التصنيف زهره فَلَا أغادر أحدا من الْخُلَفَاء الرَّاشِدين وأعيان الصَّحَابَة وَالتَّابِعِينَ والملوك والأمراء والقضاة والعمال والوزراء والقراء والمحدثين وَالْفُقَهَاء والمشايخ والصلحاء وأرباب الْعرْفَان والأولياء والنحاة والأدباء وَالْكتاب وَالشعرَاء والأطباء والحكماء والألباء والعقلاء وَأَصْحَاب النَّحْل والبدع والآراء وأعيان كل فن اشْتهر مِمَّن اتقنه من الْفُضَلَاء من كل نجيب مجيد ولبيب مُفِيد.»

جاء ترتيب الكتاب على نسق تأليفات المؤلفين المعاصرين والمتقدمين عن الصفدي، حيث استدرك – ولا .. ينبغي له إلا أن يستدرك ويخلُف ترتيب الأحرُف .. كمن لا يقول لا إلّا في تشهده – قائلا: « وَجعلت تَرْتِيبه على الْحُرُوف وتبويبه وتذهيب وَضعه بذلك وتهذيبه على أنني ابتدأت بِذكر سيدنَا مُحَمَّد رَسُول الله صلى الله عَلَيْهِ وَسلم إِذْ هُوَ الَّذِي أَتَى بِهَذَا(**) الدّين الْقيم وسراجه الوهاج وَصَاحب التَّنْبِيه على هَذِه الشرعة والمنهاج ..»

(*) يشير الصفدي هنا إلى مطلع معلقة أبو الفوارس عنترة بن شداد:

هَل غادَرَ الشُعَراءُ مِن مُتَرَدَّمِ ❁ أَم هَل عَرَفتَ الدارَ بَعدَ تَوَهُّمِ
يادارَ عَبلَةَ بِالجِواءِ تَكَلَّـــمي ❁ وَعَمي صَباحاً دارَعَبلَةَ وَاسلَمي
فَوَقَفتُ فيها ناقَتي وَكَأَنَّها فَدَنٌ ❁ لِأَقضِيَ حاجَـــةَ المُتَلَـــوِّمِ
وَتَحُلُّ عَبـــلَةُ بِالجِواءِ وَأَهلُنا ❁ بِالحَزنِ فَالصَمّانِ فَالمُتَثَـــــلَّمِ
حُيِّيتَ مِن طَلَلٍ تَقادَمَ عَهدُهُ ❁ أَقوى وَأَقفَرَ بَعدَ أُمِّ الهَيـــثَمِ

(**) تذكرنا هذه الإشارة وكذا اسم الإشارة [إِذْ هُوَ الَّذِي أَتَى بِهَذَا ..] بقصيدة الفرزدق أبو فراس همام بن غالب التي مطلعها:

هَذا الَّذي تَعرِفُ البَطحاءُ وَطأَتَهُ ❁ وَالبَيتُ يَعرِفُهُ وَالحِلُّ وَالحَـــــرَمُ
هَذا اِبنُ خَيرِ عِبادِ اللَهِ كُلِّهِـــمُ ❁ هَذا التَقِيُّ النَقِيُّ الطاهِرُ العَـــلَمُ
هَذا اِبنُ فاطِمَةٍ إِن كُنتَ جاهِلَهُ ❁ بِجَدِّهِ أَنبِياءُ اللَهِ قَد خُتِمـــــــوا

ذلك عندما .. حجّ هشام بن عبد الملك قبل أن يلي الخلافة وجهد أن يستلم الحجر الأسود، فلم يصل إليه لكثرة زحام الناس عليه. فنُصبت له قُبة ومنبر فجلس عليه وأطاف به أهل الشام، فبينما هو كذلك إذ أقبل علي بن الحسين .. فطاف بالبيت، فلما بلغ الحجر الأسود تنحّى الناس كلّهم وأخلَوا له الحجر ليستلمَه، قال رجل شامي: من هذا الذي قد هابه الناس، فتظاهر هشام أنه لا يعرفه وقال لمن حوله مستنكرا: مَنْ هذا؟ .. فلم يتمالك الفرزدق نفسه وارتجل القصيدة مُنشئا إلى قوله:

وَلَيسَ قَولُكَ مَن هَذا بِضائِـــرِهِ ❁ العُربُ تَعرِفُ مَن أَنكَرتَ وَالعَجَمُ
حَمّالُ أَثقالِ أَقوامٍ إِذا اِفتُدِحـــوا ❁ حُلوُ الشَمائِلِ تَحلو عِندَهُ نَعَـــــمُ
ما قالَ لا قَطُّ إِلّا في تَشَهُّـــدِهِ ❁ لَولا التَشَهُّدُ كانَت لاءَهُ نَعَـــــمُ

(..)

سوف نرى هنا .. بالمقارنة مع أمتداد النسب في مشروع أنساب الرياضيات [خلال عام كامل في الفترة من ديسمبر 2021 إلى ديسمبر 2022] أن هذا السفر العظيم في صفحة منه (الصفحة 101، الجزء الثاني)، .. يل في سطر واحد من هذه الصفحة يرفعها ثلاثة أجيال (أسماء مازالت غير مدرجة!، .. وسنعمل بإذن الله على إدراجها)، فيما السطر السابق له يثبت الأجيال الأربعة التالية (الإسمين التاليين كانا مدرجين بالفعل، فيما الأولين أضيفا فقط خلال الفترة المذكورة أواخر عام 2022) تليها أربعة أخرى كانت مدرجة كذلك قبل عام 2016 (بمجموع 11 جيل بداية من القرن 11)، المشكّلة للجذع الذي تفرعت منه بعد خمسة قرون (منتصف القرن 15) جميع العائلات الـ 24 التي تضم كل الرياضياتيين الموجودين إلى اليوم!!. راجع: D. Castelvecchi (2016), Majority of mathematicians hail from just 24 scientific ‘families’ Nature 537, 20–21.

﴿07﴾ تم الاقتباس –ضمن متن الاطروحة– من ثلاثي الرياضياتيين السحرة [Mathemagicians (ERF)]: في الفصل ماقبل الأول ليونارد أويلر (1717 - 1783)، الفصل الأول ريتشارد فاينمان (1918 - 1988) هنا(الفصل مابعد الأخير) نأتي على ذكر ثالثهم سيرينيفازا رامانوجان (1887 - 1920) الذي يعد أسطورة![☆] البعض يضيف إلى الفرسان الثلاثة–Three Musketeers السابق ذكرهم عملاق الرياضيات في القرن20 ديفيد هيلبرت (1862 - 1943)، فيما يرى آخرون ألبرت أينشتاين (1879 - 1955) الساحر الأكبر!![א]

(☆)كانت اكتشافات (حدوس .. أو حتى اختراعات) رامانوجان غاية في الأصالة. على عكس نتائج الرياضياتيين التقليديين، كانت نتائجه تُعطى عادة دون أي برهان. لقد استغرق الأمر عدة عقود لإثبات أن العديد من نتائجه صحيحة وبعضها [.. ربما] غير صحيح؛ فيما كثير من النتائج الأخرى لا تزال لغزًا. عندما سُئِل كيف اكتشف معادلاته، ردَّ رامانوجان أنها أعطيت له في أحلامه!. تظهر "إلهة" هندوسية تدعى "ناماكال" تُقدم له الصيغ الرياضية التي يتحقق منها ويدونها بعد الاستيقاظ. روى رامانوجان ما يلي:

« أثناء نومي، مررت بتجربة غير عادية. كانت هناك شاشة حمراء تشكلت بتدفق الدم، ظلت كما هي. كنت أراقب ذلك. فجأة بدأت يد تكتب على الشاشة. استحوذت [اليد] على كامل اهتمامي. كتبت تلك اليد عددًا من التكاملات الإهليلجية. انطبعوا في ذهني. بمجرد أن استيقظت، ألزمتهم [دفتر الملاحظات الشهير] كتابة .. » — سيرينيفازا رامانوجان.[1]

«While asleep, I had an unusual experience. There was a red screen formed by flowing blood, as it were. I was observing it. Suddenly a hand began to write on the screen. I became all attention. That hand wrote a number of elliptic integrals. They stuck to my mind. As soon as I woke up, I committed them to writing ..» — Srinivasa Ramanujan[1]

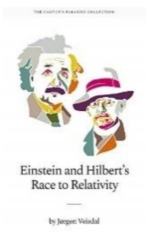
سجل رامانوجان معظم نتائجه في أربع مجموعات من الأوراق السائبة قبل مغادرته إلى إنجلترا في عام 1914. تمت الإشارة إلى هذه المجموعات باسم دفاتر الملاحظات. تم نشر الدفاتر الثلاثة الأولى، الدفاتر 1، 2 و 3 في مجلدين، كنسخة مصورة من المخطوطات الأصلية، بخط يده في عام 1957 من قبل معهد "تاتا" للبحوث الأساسية Tata Institute of Fundamental Research (TIFR)، مومباي. عثر جورج أندروز على دفتر الملاحظات المفقود في ربيع عام 1976 أثناء زيارته لكلية ترينيتي. تم نشره في 22 ديسمبر1987 من قبل دار نشر ناروسا، دلهي[4-2]

(א) بالنظر لما حدث في بداية القرن العشرين؛.. فبعد سنة اينشتاين الميمونة (1905)، ثم المنافسة بين هيلبرت واينشتاين (1915)،[5، 6] .. (1920) ظهور معاداة لينارد لأينشتاين والفيزياء النظرية، رغم نيله لجائزة نوبل (1905)، لكنه وُصم بالنازية وبتعصبه "للفيزياء الآرية" كما اشتهر بلقب "الرجل الذي طارد أينشتاين".[7]

مصادر ومراجع الشروح، الاقتباسات والاختصارات الواردة أعلاه:

Euler-Ramanujan-Feynman (ERF): Leonhard Euler (1717-1783), Srinivasa Aiyangar Ramanujan (1887-1920) and Richard Phillips Feynman (1918-1988).[1] Hilbert-Einstein (HE): David Hilbert (1862-1943) and Albert Einstein (1879-1955).[5,6] (DA): abreviation for Jean le Rond «dit» D'Alembert, (1717-1783) not for David & Albert!, see the similarity between Euler-D'Alembert (EDA) and there relationships with Joseph-Louis Lagrange (1736–1813) (L). Einstein-Hilbert (EH) [E, first!] relationships with Philipp Lenard (1862-1947) (L).[7] [The Musketeers more than threes!]

The Three Musketeers by Alexandre Dumas (illustration of the Calmann-Lévy edition, Paris, 1894).



1. Belal, Baaquie, E.Willeboordse and Frederick H. Exploring Integrated Science. CRC Press (2009).

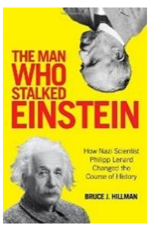
2. Srinivasa Ramanujan (http://ramanujan.sirinudi.org)

3. K. Srinivasa Swayambhu Rao, Srinivasa Ramanujan: Life and Work of a Natural Mathematical Genius, Swayambhu/self-born genius, Springer (2021).

4. Robert Kanigel, The Man Who Knew Infinity: A Life of the Genius Ramanujan, Charles Scribner's Sons, New York (1991).

5. Einstein and Hilbert's Race to Generalize Relativity. Who got there first? | by Jørgen Veisdal | Medium: published in Cantor's Paradise (CP), retrived Jun 23, 2019.

Jørgen Veisdal, Einstein and Hilbert's Race to Generalize Relativity Kindle Edition (2020)



6. Leo Corry, Jürgen Renn and John Stachel, (1997), Belated Decision in the Hilbert-Einstein Priority Dispute. Science 278 (5341), 1270-1273.

7. Bruce J. Hillman, Birgit Ertl-Wagner, Bernd C. Wagner, The Man Who Stalked Einstein: How Nazi Scientist Philipp Lenard Changed the Course of History, Lyons Press [Guilford, Connecticut] (2015).

برغم أن "فولكانيلي – Fulcanilli" الساحر الأكبر والخيميائي الأشهر في القرن العشرين،[1] «بينما نازع هنري بوانكاريه (1854-1912) ألبرت أينشتاين [الأحقية] في نشأة نظامه الذي أدى إلى الصيغة "النحوية" التي يعرفها الجميع، لكن سيكون أكثر عدلاً وأمان[ةً] ذكر سلَفهِ[ما] المرْمُوق الذي بدونه لم يكن ليطوِّر مفهومه للنسبية الخاصة، أي جول فيول[غير] المعروف باسم فولكانيلي (..)»[2]

[1] «كان الخيميائي فولكانيلي الخبير الأشهر في القرن 20، الرجل الذي حقق 'العمل العظيم' قبل [أقل من] 100 عام، لكن هويته الحقيقية ظلت محاطة [بهالة] الأسطورة والتكهنات غير المطلعة ... حتى الآن ». باتريك ريفيير، فولكانيلي: كشف هويته الحقيقية، منشورات ريد بيل المحدودة (2006).

«The alchemist Fulcanelli was the most famous adept of the 20th century, the man who achieved the Great Work [less] than 100 years ago, but his true identity has always been shrouded in myth and the uninformed speculation ... until now»

From: Patrick Rivière, Fulcanelli: His True Identity Revealed, Red Pill Press, Ltd (2006).

Original Book: Patrick Rivière, Fulcanelli, Sa veritable idenité enfin révélée, la lumière sur son œuvre, Vecchi, Paris (2000).

[2] جوان درو، فولكانيلي، نيوتن وألبرت أينشتاين: درس السادة – كراسات إل. أي. آر. إل. (wordpress.com):

Johan Dreue, Fulcanelli, Newton et Albert Einstein : la leçon du Maître – Les cahiers de l'Arl (wordpress.com):

https://cahiersdelarl.wordpress.com/2014/01/09/fulcanelli-newton-et-albert-einstein-la-lecon-du-maitre/

نورد هنا مقتطفات من المقال:

Fulcanelli, Newton et Albert Einstein : la leçon du Maître

Publié le 09 janvier 2014

Le feu Mercuriel. On a souvent opposé Henri Poincaré à Albert Einstein dans la genèse de son système ayant abouti à la formule graalique que tout le monde connait, mais il serait plus juste et plus sûr de citer son prestigieux prédécesseur sans lequel il n'aurait pas élaboré son concept de relativité restreinte, à savoir Jules Violle alias Fulcanelli. (..)

..

Cette hypothèse est née d'une remarque de J. Stachel : en 1895 Einstein, à l'age de 16 ans, s'était préparé pour l'examen d'admission à l'ETH (Ecole Polytechnique de Zurich) en étudiant la mécanique sur l'édition allemande (1892) du livre du français J. Violle.

Stachel également a remarqué l'importance de ce livre : « Violle fonde son traité de mécanique sur le principe des mouvements relatifs en même temps que sur le principe d'inertie » (p.259). Pour cette raison selon Stachel « le principe de la relativité en mécanique classique était très probablement familier à Einstein » (p.258). Einstein lui-même précisément l'a noté en marge de la page 90 qui correspond aux pp. 99-100 de l'édition française (définition de la masse et énoncé du principe F = ma). Cependant ni Stachel, ni aucun autre ne semblent avoir prêté plus d'attention à ces faits.

Selon la plupart des gens le travail d'Einstein en 1905 est considéré comme celui qui a marqué la naissance des symétries en physique théorique. C'est seulement après Einstein, quand les principes d'invariance se sont imposés au premier plan de la scène, qu'on s'est intéressé au rôle du principe de la relativité en mécanique classique, en faisant les prémisses de la première loi de Newton. Ce prétendu primat d'Einstein vient confirmer la grande importance que le texte de Violle a eu sur lui, en ce sens que celui-ci semble avoir aidé Einstein à concevoir la théorie de la relativité restreinte. (..).

– انتهى الاقتباس.

كراسات إل. أي. آر. إل. (wordpress.com)، مدونة لنشاطات وأعمال جوان درو (منها، .. على سبيل المثال):

Les cahiers de l'Arl (wordpress.com), c'est un blog rassemblé les activités et les œuvres de Johan Dreue (par ex.):

Johan Dreue, En Héliopolis, Portrait d'un adepte du XXème siècle. (Première partie) Le Lys Rouge édition (2015).

Johan Dreue, à l'ombre des chênes, Portrait d'un adepte du XXème siècle. (Première partie) Lux in Arcana édition (2015).

Johan Dreue, à l'ombre des chênes, Jules Violle alias Fulcanilli:

Vol. 1: Les données biographiques & récite scientifiques,

Vol. 2: Le canevas & les références croisées,

Vol. 3: Les pièces du Finis Gloriae Mundi le testament,

La trilogie d'un mystère annoncé (Le Lys Rouge édition & Lux in Arcana édition).

Johan Dreue, Fulcanelli, l'alchimiste de la République. Le lys rouge édition (2016).

Johan Dreue, Fulcanelli, l'alchimiste de la République. Lux in Arcana édition (2019).

الآن .. نورد المقتطفات السابقة [مترجمة] من المقال:
جوان درو، فولكانيلي، نيوتن وألبرت أينشتاين: درس السادة
نشر 09 يناير 2014

{النار الزئبقية}. غالبا ما عارض هنري بوانكاريه ألبرت أينشتاين في نشأة نظامه الذي أدى إلى الصيغة النحوية التي يعرفها الجميع ، ولكن سيكون من الأكثر عدلا وأمانا اقتباس سلفه المرموق الذي بدونه لم يكن ليطور مفهومه للنسبية الخاصة ، أي جول فيول المعروف باسم فولكانيلي. (..)
..

نشأت هذه الفرضية من ملاحظة كتبها J. Stachel: في عام 1895، استعد أينشتاين، في سن 16، لامتحان القبول في ETH (بوليتكنيك زيورخ) من خلال دراسة الميكانيكا على الطبعة الألمانية (1892) من كتاب الفرنسي J. Violle.

أشار ستاتشل أيضا إلى أهمية هذا الكتاب: «يبني فيول أطروحته للميكانيكا على مبدأ الحركات النسبية في نفس الوقت مع مبدأ القصور الذاتي» (ص 259). لهذا السبب وفقا لستاتشل «كان مبدأ النسبية في الميكانيكا الكلاسيكية مألوفا على الأرجح لأينشتاين» (ص 258). لاحظ أينشتاين نفسه ذلك على وجه التحديد في هامش الصفحة 90 التي تتوافق مع الصفحات 99-100 من الطبعة الفرنسية (تعريف الكتلة وبيان المبدأ F = ma). ومع ذلك، لا يبدو أن ستاتشل ولا أي شخص آخر قد أولى المزيد من الاهتمام لهذه الحقائق.

وفقا لمعظم الناس، يعتبر عمل أينشتاين في عام 1905 بمثابة علامة على ولادة التناظرات في الفيزياء النظرية. فقط بعد أينشتاين، عندما ظهرت مبادئ اللاتغاير في مقدمة المشهد، أصبحنا مهتمين بدور مبدأ النسبية في الميكانيكا الكلاسيكية، بجعل المقدمات قانون نيوتن الأول [نفسه]. تؤكد هذه الأولوية المزعومة لأينشتاين الأهمية الكبيرة التي كانت لنص فيول [وتأثيره] عليه، حيث يبدو أنها ساعدت أينشتاين على تصور نظرية النسبية الخاصة. (..)
انتهى الاقتباس. – (لاحظ أن الاقتباس في متن النص المذيل بالإشارة (2)، هو الجزء المسطور من الهامش (2) مع بعض التصرف، مع حذف عبارة {النار الزئبقية}. التي وردت كاستهلال، سواء كانت لإظهار الإثارة أم للإختفاء وراء الإشارة ..)

تجدر الإشارة .. إلى ما ورد في مقدمة الطبعة الإنجليزية (2006) لكتاب باتريك ريفيير [صدرت الطبعة الأصلية الفرنسية من الكتاب (2000)، راجع الهامش (1)]:
«قدمت هذه المعلومات كعرض أولي لصديقي جوان درو الذي، بعد إذني، تناول بعض المواضيع على موقعه على الإنترنت والقرص المضغوط الذي كان يعده آنذاك»
من الواضح أن هذا كان (fl. 1990's) قبل نشر الكتاب سنة 2000، بالفعل .. فمنظم الندوة الأولى المكرسة ليوجين كانسيليه (1899-1982)، في عام 1999، جوان درو، الذي كان آنذاك محررا في أرخميدس [وأشرف] على قرص مضغوط حول السيد الأخير، [فولكانيلي].[أ]

فولكانيلي (fl. 1920's) كان الاسم المستخدم من قبل الخيميائي الفرنسي والمؤلف الباطني، الذي لا تزال هويته موضع نقاش. كما يبدو أن اسم فولكانيلي هو تلاعب بالكلمات: فولكان، إله النار الروماني القديم، بالإضافة إلى إيل، وهو اسم كنعاني للإله وبالتالي معناه النار المقدسة. {النار الزئبقية}

باتريك ريفيير Patrick Rivière (1952-2021) تلميذ يوجين كانسيليه Eugène Canseliet (1899-1982)، هذا الأخير يقدم نفسه بأنه التلميذ الأول لفولكانيلي [المدعو لوي جول غابريل فيول Louis Jules Gabriel Violle (1841-1923)]، حيث تعاون مع الرسام جوليان شومبان Julien Champagne (1877-1932) لإصدار كتابيه الأسطوريين –كأشهر الأعمال الباطنية عن الرمزية الخيميائية في العصر الحديث– "سر الكاتدرائيات–Le Mystère des Cathédrales" 1926 و"مأوى الفلاسفة–Les Demeures Philosophales" 1929. كما أن كتابًا ثالثًا بعنوان: "نهاية مجد العالم–Finis Gloriae Mundi"، كان قيد الإعداد للنشر. ترك مسودة الكتاب لبعض الوقت مع تلميذه الوحيد، كانسيليت. قرر فولكانيلي أن توقيت نشر الكتاب لم يكن مناسبا وبالتالي لم يتم نشره في الواقع. تم نشر كتاب يحمل نفس العنوان، نقلا عن فولكانيلي كمؤلف، في وقت لاحق (1960)، ولكن ثبت أنه مزيف.

نعود لكتاب يوهان جي. ستاتشل، سنة أينشتاين الميمونة: خمس أوراق غيرت وجه الفيزياء، منشورات جامعة برينستون (1998) [للتأكد من صحة الاقتباس] نجد:
«من المعروف أن عناصر مهمة في تمييز أينشتاين بين النظريات الأولية والبنائية موجودة في كتابات بوانكاريه. هناك مصدران أقل شهرة ربما أثرا في تأكيد أينشتاين على دور المبادئ في الفيزياء، وهما كتابات يوليوس فيول وألفريد كلاينر، والتي من المعروف أيضًا أنه قرأها» ص 19. [ليست الصفحة 258!]
«It is well known that important elements of Einstein's distinction between principle and constructive theories are found in Poincaré's writings. Two lesser-known sources that may have influenced Einstein's emphasis on the role of principles in physics are the writings of Julius Violle and Alfred Kleiner, which he is also known to have read. » p. 19

«[بحلول هذا الوقت] كان [من المفترض أن يكون] أينشتاين على دراية بمبدأ النسبية في الميكانيكا الكلاسيكية. أثناء التحضير لامتحان القبول في ETH في عام 1895، درس النسخة الألمانية من كتاب فيول المدرسي. في الواقع، اعتمد فيول في معالجته للديناميات على "مبدأ الحركات النسبية" بالإضافة إلى مبدأ القصور الذاتي» ص 108، [ليست الصفحة 259!]
«[By this time] Einstein [presumably] was familiar with the principle of relativity in classical mechanics. While preparing for the ETH entrance examination in 1895, he had studied the German edition of Violle's textbook. Violle actually based his treatment of dynamics on the "principle of relative motions" together with the principle of inertia.» p.108, From:
John J. Stachel, Einstein's miraculous year: five papers that changed the face of physics, Princeton University Press (1998).

شارك جوان درو "صديقه" باتريك ريفيير الأطروحة "الأكثر تماسكا" –رغم وجود أطروحات أخرى– حول الهوية الحقيقية لفولكانيلي، بأنه جول فيول (1841-1923)، ليطور هذه الأطروحة – على ما فيها من ادعاء كما يرى البعض– باعتماده على أرشيف ومذكرات غير منشورة منحته أفضلية أن يطلّع ويكشف المكانة المرموقة بل والمركزية "لمرشحه" المزعوم –كمثل الشمس رمزا ومعنى، .. بين الدين والعلم–ضمن سياق تاريخ العلوم ظاهرها وباطنها. فلم يكتفي بالرابط بين فيول ونيوتن، بل وصله بأينشتاين. كما انطلق من صِلاته بكيميائيي العصر ماقبل الجزيئي، .. ليربطه بفيزيائيي العصر الذري.(*)

(*) نيوتن، .. الخيميائي الأخير، كما ورد في كتاب " نيوتن أوانتصار الخيمياء " لـ جان بول أوفري (1926-2022) Jean-Paul Auffray، [راجع الهامش (☆،03) من الفصل الخامس والأخير– المبادئ العامة للميكانيكا التطبيقية (مبدأ الفعل الأقل نموذجا)، 20 عامًا من المناهج البديلة]، فولكانيلي، .. الخيميائي مابعد الأخير، صلته بأينشتاين ونسبيته الخاصة تم ذكرها في فقرات سابقة، صلاته بالبقية نتناولها بإيجاز في فقرة تالية، بداية، بعد هذا التقديم (التهويم) ندلُف مباشرة للصميم، نمد الخط على استقامته ليشمل كل مابين حدي المتناهيين (ميكانيكا الكم والنسبية العامة، والمشترك الوحيد بين البردايمين ممثلا بمبدأ الفعل الأقل LPA)، .. بينما حاول فيول تحديد الثابت الشمسي في سبعينيات القرن الـ19،[3] بعده عارض زميله لوي مرسيل بريوين(1854-1948) Louis Marcel Brillouin نتائج النسبية العامة ممثلة بنقط التفرد(الثقوب السوداء)[4] حينها (1923) .. ابنه ليون نيكولا بريوين (1889-1969) Léon Nicolas Brillouin وزميله الأمير لوي فيكتور بيار ريموند، دوق دوبرولي Louis Victor Pierre Raymond, duc de Broglie (1892-1987)، كان أستاذهم بول لونجوفان (1872-1946) Paul Langevin تلميذ لـ إيلوتارنيكولا ماسكار (1837-1908) Eleuthère Elie Nicolas Mascart [السلف الأكاديمي لمارسيل بريوين، ويشترك مع فيول في سلف أكاديمي واحد –مع وجود جذر آخر مستقل لكل منهما– هو مارسيل إيميل فاردي (1824-1866) Marcel Émile Verdet، راجع شجرة النسب الأكاديمي خاصتنا] كتب مرثيته الرسمية عقب وفاته واصفا إياه ".. أستاذي ماسكار المدعو جوبار".[5] بينما علاقته غير خافية مع بيار كوري (1859-1906) Pierre Curie ومع ماري سكلودوفسكا-كوري Marie Skłodowska-Curie (1867-1934) رواد الفيزياء الإشعاعية. أما الانشطار النووي، فيخرج عن المجال الزمني، لأن التواصل المزعوم مع جاك برجييه (1912–1978) Jacques Bergier لتحذير عالم الفيزياء الذرية الفرنسي أندريه [سامسون سيبي] هيلبرونر (1877-1944) André [Samson Seby] Helbronner كان في جوان 1937 (!) قبيل إعلان الكيميائيين الألمانيين أوتو هاهن (1879-1968) Otto Hahn وفريدريش فيلهالم ستراسمان (1902-1980) Friedrich Wilhelm Strassmann في ديسمبر 1938 بأنهم اكتشفوا عنصر الباريوم بعد قصف اليورانيوم بالنيوترونات وتفسير- مساعدة هاهن السابقة- ليز مايتنر (1878-1968) Élise «Lise» Meitner و بن أختها أوتو روبرت فريش (1904-1979) Otto Robert Frisch هذه النتائج بشكل صحيح على أنها انشطار نووي، أما نواة [باطن] الشمس وآلية الاندماج النووي تشير ضمنا للفيزيائي هانز ألبرخت بيثه (1906-2005) Hans Albrecht Bethe الأب الروحي لريتشارد فيليبس فاينمان (1918-1988) Richard Phillips Feynman ومستفيضة في جامعة كورنيل، دون إغفال رابط "فِعْل – action" بين فيول وفاينمان.[6، 7] أما إشعاع سطح [ظاهر] الشمس وطاقتها المتجددة تشير صراحة إلى ميشال لو ري (1943-؟) Michel Le Ray (سليل فيول وبريوين أكاديميا بعد 3 أجيال) وزواياه المفظلة، .. التي ترجع لفلسفة العدد عند فيثاغورس، .. التي وصلت من طريق ثابت بن قرة الحرّاني الصابئي، .. وقبله جابر بن حيان الأزدي (..).

مصادر ومراجع النصوص والاقتباسات الواردة أعلاه:

(1) Jean-Paul Auffray, Newton ou le triomphe de l'alchimie, Le Pommier (2012).

(2) Fulcanelli, A 20th-Century Missing Alchemist Who Accomplished Great Work
Fulcanelli warned of the devastating nuclear weapon eight years before the first atomic bomb was tested
by Irena Curik | Nov 4, 2022 | Science | History of Yesterday: Uncovering the Events That Shaped Our World
https://historyofyesterday.com/fulcanelli-a-20th-century-missing-alchemist-who-accomplished-great-work/ (Retrieved: 22/12/2022)

(3) Olympe Jouet, Axelle Amon and Dominique Bernard (2012) Jules Violle's Actionometer: Asimple instrument to deduce the temperature at the surface of the sun, Bulletin of the Scientific Instrument Siciety, N° 112, 28-31.

(4) Marcel Brillouin. Les points singuliers de l'univers d'Einstein. J. Phys. Radium, 1923, 4 (1), pp.43-48.

(5) Eleuthère Elie Nicolas MASCART (1837-1908) (annales.org)
https://www.annales.org/archives/x/mascart.html (Retrieved: 22/12/2022).

(6) R. P. Feynman's Phd Thesis — The principle of least action in quantum mechanics, (IAS) — Princeton (1942).

(7) Jules Violle (1878) Mesures actinométriques relevées en Algérie pendant l'été de 1877, CR Acad Sc, t.86, p. 818.

لتفصيل ما أجمل أعلاه، نعود ونورد فيمايلي فقرات [كاملة بهوامشها ونُعلّق عليها] من كتاب"مصباح علاء الدين" لجون فريلي (Freely, 2010):
«ينتمي ثابت [بن قرة][*] إلى سلسلة طويلة من العلماء – السحرة، تمتد من فيثاغورس إلى نيوتن؛ إذ يسود الاعتقاد لدى العامة أن من يبلغ درجة إدراك كنه الطبيعة يكتسب سلطانا عليها. ويلاحظ أن معظم المؤرخين المحدثين لا يركزون إلا على الجانب العقلاني لنواحي التطور التي أفضت إلى الثورة العلمية، ويغفلون ما دعاه أفلاطون "محور الضرورة الذي تدور عليه جميع الأفلاك"،[425] في إشارة إلى الكرات السماوية التي كانت تحمل الأجرام فيما مضى في تناسق سماويّ بديع.»

ذكر قبلها مباشرة: « لطالما تساءل طلابي مستغربين كيف يصنف ثابت بن قرة كتابا في سحر الطلسمات، وصفته إحدى الطالبات بأنه من ضروب السحر الأسود والعرافة. وقد بينت لها أن العلماء منذ عهود قدماء المصريين والبابليين والإغريق كانوا منخرطين في ممارسة التنجيم والخيمياء والكهانة والسحر والشعوذة. وكان ثابت يعمل في بغداد في الزمن الذي ألفت فيه حكايات ألف ليلة وليلة، عندما كان العصر الذهبي لخلافة هارون الرشيد مايزال غضا في الذاكرة. وكان (ثابت) أشهر علماء زمانه، معروفا بسعة علمه بالسحر، إضافة إلى الرياضيات. ولعله كان يمثل صورة للمغربي الشرير ـ العالم "بالشعوذة والرقى والضرب بالرمل والخيمياء والتنجيم والتبخير"ـ[424] الذي دل علاء الدين على مصباحه السحري.»

وكان قبل ذلك قد ذكر: «.. يجدر بالذِّكر أن المرجع الموسوعي المسمى [*] MASI (اختصارًا) يورد 80 مخطوطة باقية من مخطوطات بن قرة، منها 30 في علم الفلك، 29 في الرياضيات، 4 في التاريخ، 3 في الميكانيكا، 3 في الجغرافيا الوصفية، 2 في الفلسفة، 2 في الطب، 2 في علم المعادن، 2 في الموسيقى،1 في علم الطبيعة، 1 في علم الحيوان و 1 في الروحانيات.
تتناول مصنَّفاتُ ين قرة التاريخية الأربعة الباقية جميعها موضوعات تتصل بالصابئة: تاريخهم ومعتقدهم الديني وأعرافهم وتقاليدهم. ويعرض في أحدها، وهو مخطوطة سريانية بعنوان: "Book of Confirmation of the Faith of Heathens – (كتابٌ في توكيد ديانة الوثنيين)"، زعْمه أن الصابئة هم ورَثة الحضارة الوثنية التي بثّت المدنيّة في أرجاء العالم: "نحن وَرَثَةُ الوثنية وأبناؤها، تلك التي انتشرت في أمصار الأرض. سعيدٌ من يَحمل – في سبيلها – عِبأه على كاهله بلا سَأَم. من الذي بثّ المدنية في العالم وشاد مدائنه سوى أعيان الوثنية وملوكها؟ من بنى الموانئ وشقّ القنوات؟ الوثنيون الأمجاد هم الذين صنعو كل ذلك، هم الذين عرفوا فن علاج النفوس ومداواة الأجساد، وملؤوا الدنيا مدنيةً وحضارةً وحكمة، وتلك أعظم الخيرات. لولاهم لكان العالم فارغًا كئيبًا، غارقًا في الفقر" [422]
أما في جانب الروحانيات، فثمة مصنَّفٌ وحيدٌ باقٍ هو "كتاب الحِيَل"، لايتوفَّر إلا بترجماتٍ لاتينيةٍ من العصور الوسطى، .. إحداها بعنوان De Prestigious (في السّحر) وآخر بعنوان De Imagininbus (في الصُّوَر والأخيلة). وتصف موسوعة MASI هذا المؤلف بأنه "كتاب يبحث في صنع أيقونات معدنية وشمعية وصلصالية لبشر وحيوانات ومدن ودول لأغراض سحرية تتصل بالتنجيم".[423] وتشير بحوث أجريت حديثا إلى أن أحد أحفاد ثابت بن قرة، الذي عمل في بغداد في منتصف القرن العاشر، علم طلابه فنون سحر الطلسمات التي يعتقد أنه أخذها بدوره عن ثابت. ويذكر أن اثنين من طلاب أحفاد ثابت كانا حفيدي علم من أعلام الطب في الأندلس هو الحرَّاني، الذي عمل في بلاط الأمير عبد الرحمان الثاني (حكم بين عامي 822 و852) في قرطبة. وعن طريق هؤلاء وصلت أعمال ثابت في العلوم الباطنية إلى إسبانيا، ومن ثم إلى الغرب المسيحي.»

---

[*] أبو الحسن ثابت بن قرة بن مروان بن ثابت بن كرايا بن إبراهيم بن كرايا بن مارينوس الحراني الصابئي رئيس المنجمين والأطباء ببغداد ولد (221هـ/836م) توفي (288هـ/901م). عمل مترجمًا تحت إشراف (الإخوة) بنو موسى بن شاكر في عهد الخليفة المعتصم كأحد أعمدة بيت الحكمة [التي تأسست في عهد هارون الرشيد الذي تولى عام (170هـ/786م) وهُدمت في عهد آخر خلفاء بني العباس المستعصم (656هـ/1258م) مع غزو المغول. قام قبل حصار بغداد – العالم الفذ، .. والسياسي الدموي– "الخواجة" نصير الدين الطوسي (وزير السفاح هولاكو ومنجمه!) بنقل حوالي 400,000 مخطوطة إلى مرصده الشهير بمراغة، حيث يُعد أشهر تلاميذ الجد (الجذر) كمال الدين بن يونس (شجرة النسب الأكاديمي)].
كان قد تقدم ذكر جابر بن حيان، .. أبو الكيمياء الذي يقترن به بن قرة (مع آخرين) عند الحديث عن الخيمياء التي عرفت في أوروبا في شق منها (علم الباطن) بفلسفة جابر، هو أبوموسى جابر بن حيان بن عبد الله الكوفي الأَزْديّ تلميذ جعفر الصادق [الحميري وخالد بن يزيد بن معاوية] ولد (101هـ/721م) وتوفي (197هـ/813م) بالكوفة. عام تولي المأمون الخلافة [وقيل قبل ذلك، 810] حيث شهد جنازته باعتباره أحد تلاميذه.

راجع:

[*] MASI: Mathematicians, Astronomers & other Scholars of Islamic civilization and their works, 1983–2003, in 5 volumes.

(422) Rosenfeld and Ihsanoğlu, MASI, p. 56.

(423) Rosenfeld and Ihsanoğlu, MASI, p. 55.

(424) Thousand Night and One Night, vol. 3, p. 382.

(425) Plato, Republic X, 617c.

(*) الموسوعة الموسومة اختصارا بـ (MASI)، تحرير بوريس أبراهموفيتش روزنفيلد وأكمل الدين إحسان أوغلو، صدرت 2003 باللغة الإنقليزية
(أ)"Mathematicians, Astronomers and other Scholars of Islamic civilization and their works (7^{th}–19^{th}C)"
تُعد نسخة موسعة من العمل الببليوغرافي الحيوي باللغة الروسية الذي نشره عام 1983 المستشرقين جالينا بافلوفنا ماتفييفسكايا وبوريس أبراهموفيتش روزنفيلد،"Matematiki i astronomy musulmanskogo srednevekovya i ikh trudy (VIII-XVII vv.)"(ب)
الذي هو بدوره توسيع لكتاب صدرباللغة الألمانية "Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke"(ج) للمستشرق هاينريش سوتر عام 1900. استكمل هذا العمل، على وجه الخصوص، بمجلد "الرياضيات وعلم الفلك والجغرافيا العثمانية" التي حررها المؤلف الثاني (أكمل الدين إحسان أوغلو)، وتحتوي الطبعة الإنقليزية (2003) على 1423 مدخلا مرتبا زمنيا للعلماء و288 مدخلا غير مؤرخ. إلى جانب ذلك، هناك نظرة عامة على الأعمال المجهولة في مكتبات العالم مرتبة حسب البلد. يتضمن باقي الكتاب ببليوغرافيا من 223 صفحة وفهارس لأسماء المؤلفين وعناوين الأعمال. على الرغم من أن هذه الموسوعة تمثل بلا شك عملا مرجعيا قياسيا، إلا أنه من المؤسف أن المؤلفين والمحررين لم يصححوا الأخطاء المطبعية العديدة والأخطاء الأخرى في السلف الروسي، بل أدخلوا أخطاء جديدة في تحديث الببليوغرافيا.

بالعود لمبرهنة فيرما الأخيرة – Fermat Last Theorem [مثلما تم التنويه في الهامش (7) من الاستطراد الخاص بمبدأ الفعل الأقل LPA ضمن الملاحظة﴿04﴾]، وهي ملاحظةٌ على هامش الصفحة 85 من كتاب [أريثميتيكا – ARITHMETICA] لديوفانتوس السكندري، التي يُزعم أنه كتبها حوالي العام 1637، الأكيد أنه في ثلاثينيات القرن 17 بدأ يُراسِل العلماءِ داخل وخارج فرنسا، وذلك من خلال الأب مارين ميرسين بالتحديد، في وقت مبكر من عام 1636 ذات السنة التي أتم فيها ترجمة ونشر كتاب أبولونيوس دي بيرغا (البرغاوي) "Τόποι ἐπίπεδοι" إلى اللاتينية "De Locis Planis"، بعد قرن من نشر الكتب الأربعة الأولى (من أصل ثمانية) لكتابه الأشهرفي المخروطات [كونيكا – CONICA] العام 1537 من قبل جيوفاني باتيستا ميمو مع تعليقات أوطقيوس – Εὐτόκιος (Eutocius)، أما الكُتب من الخامس إلى السابع فلم توجد إلاّ في الترجمة العربية لثابت بن قرة التي نقّحها بعده نصير الدين الطوسي (تلميذ بن يونس وسليل المظفر الطوسي) فيما الكتاب الثامن ضلّ مفقودًا. «أثار فقدانه خيال عدد من علماء الرياضيات على مدى القرون؛ فقد كتب ابن الهيثم <مقالة في تمام كتاب المخروطات> في منتصف حياته تقريبا، كما قام إدموند هالي [الذي تعلّم العربية] بضم صياغته الخاصة للكتاب الثامن إلى ترجمته اللاتينية للنصوص العربية و"الإغريقية" عام 1710»(د)
[إدموند هالي (1665-1742) ناشر كتاب نيوتن الأشهر "المبادئ الرياضية للفلسفة الطبيعية" عام 1687 قبل 101 عام من نشر كتاب لاغرانج!](#)

كان فيرما قد كتب في رسالته الأولى [للأب مارين ميرسين] يسأله عن الاكتشافات التي ظهرت في الرياضيات خلال السنوات الخمس الماضية. في نفس العام 1636، –كما ذكرنا – نشر ترجمته لكتاب أبولونيوس. في نهاية عام 1637، تلقى ديكارت من ميرسين مقالاً (رسالة) لفيرما يتضمن طريقته في الحد الأدنى بعنوان:"Methodus ad disquirendam maximám et minimam". في 18 يناير 1638، هاجمه ديكارت في رسالة إلى ميرسين حول شغفه الذي تشاركه مع فييت وغيتالدي وسنيل، في العمل على استعادة "تراث" الإغريق [كورثة لعلم الأوائل].

(أ) بوريس روزنفيلد وأكمل الدين إحسان أوغلو، الرياضياتيون، الفلكيون وغيرهم من علماء الحضارة الإسلامية وأعمالهم (من القرن 7 إلى 19)، مركز أبحاث تاريخ الفنون والثقافة الإسلامية (إرسيكا)، إسطنبول، 5 مجلدات (2003)[ترجمة لعنوان موسوعة (MASI) من اللغة الإنقليزية].
(ب) جالينا ماتفييفسكايا وبوريس روزنفيلد، الرياضياتيون والفلكيون في العصور الوسطى الإسلامية وأعمالهم (من القرن 8 إلى 17) موسكو، ناوكا، 3 مجلدات، (1983). [ترجمة للعنوان من اللغة الروسية].
(ج) هاينريش سوتر، الرياضياتيون والفلكيون العرب وأعمالهم (أطروحات في تاريخ العلوم الرياضية وتطبيقاتها. العدد العاشر.)، لايبزيغ بي جي تيوبنر (1900). [ترجمة للعنوان من اللغة الألمانية].
(د) Dr Nathan Sidoli, 'ترجمة عمل في الرياضيات العليا', مكتبة قطر الرقمية <https://www.qdl.qa/العربية/ترجمة-عمل-في-الرياضيات-العليا>
[١٣ سبتمبر ٢٠١٨، تم الوصول إليها في ٦ أكتوبر ٢٠٢٣]

(*) MASI: Mathematicians, Astronomers & other Scholars of Islamic civilization and their works, 1983–2003, in 5 volumes.
Boris Abramovič Rosenfeld and Ekmeleddin Ihsanoğlu, Mathematicians, Astronomers and other Scholars of Islamic civilization and their works (7^{th}–19^{th}C). Istanbul Research Centre for Islamic history, Art & Culture IRCICA, 5 vols., (2003)
Olds Version of Encyclopedea:
- Galiana Pavlovna Matvievskaya and Boris Abramovič Rosenfeld, Matematiki i astronomy musulmanskogo srednevekovya i ikh trudy (VIII-XVII vv.). Moscow, Nauka, 3 vols., (1983).
- Heinrich Suter, Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke (Abhandlungen zur Geschichte der mathematische Wis senschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen. X Heft.), Leipzig B. G. Teubner (1900).

(#) Michael N. Fried, Edmond Halley's Reconstruction of the Lost Book of Apollonius's Conics, Springer (2012).

لاحظ أن المراسلات تمر حصرًا عبر ميرسين!، أو ماعُرف بأكاديمية ميرسين غير الرسمية[أ] التي استحدثها عام 1635، والتي سبقت إنشاء كولبير [وزير الملك لويس XIV، الذي أبقى الوزراة وألغى منصب الوزير الرئيسي- رئيس الحكومة بعد وفاة الكاردينال مازاران (1602-1661)[ب]] لأكاديمية العلوم (الفرنسية) 1666، (..).

لتوضيح الدور المحوري للأب مارين ميرسين، .. نقتبس من كتاب "تاريخ الرياضيات: مقدمة قصيرة جدًّا" لجاكلين ستيدال (J. Stedall, 2012): «حتى فيرما، الذي ظلَّ في تولوز منشغلًا بوظيفته السياسية الصارمة التي تستغرق كلَّ ساعات يومه، لم يكن منعزلًا تمامًا كما قد يبدو للوهلة الأولى. أحد أصدقائه من أيام دراسته المبكرة في بوردو كان إيتين دي إسباجنيه، الذي كان والدُه صديقًا لقانونيٍّ ورياضيٍّ فرنسيٍّ هو فرانسوا فييت؛ كانت أعمال فييت فذَّةً في نواحٍ أخرى، لكنْ كان لها تأثيرٌ عميق على تقدُّم فيرما كرياضيٍّ. هناك صديق آخَر، ومستشار زميل في تولوز، هو بيير دي كاركافي، الذي عندما انتقلَ إلى باريس في عام 1636 اصطحَبَ معه أخبارَ فيرما ومكتشفاته، ومن خلال كاركافي أصبح فيرما معروفًا لدى مارين ميرسين، ومن خلال ميرسين تَراسَل مع روبيرفال، الذي ربما كان أفضل رياضي في باريس، وكذلك مع ديكارت في هولندا. وفيما بعدُ أرسَلَ بعضَ مكتشفاته، التي ظهرت عند دراسته أعمالَ ديوفانتس، إلى بليز باسكال في روان، وإلى جون واليس في أكسفورد. وهكذا فإنه حتى فيرما، البعيد عن مراكز التعليم المهمة، ارتبط بشبكة اتصالات امتدَّتْ عبر أوروبا، وبمجتمعٍ افتراضيٍّ من العلماء، سُمِّي فيما بعدُ "جمهورية الخطابات"»[1، 2].

[أ]أكاديمية مارسين الباريسية (L'Académie de Mersenne ou l'Academia Parisiensis) مثلت كيانًا موازٍ للأكاديمية الفرنسية التي تأسست عام 1634 وترسمت 1635، من قبل الكاردينال روشيليو (1585-1642). لعب الأب مارين ميرسين (1588-1648)، المعروف أيضًا بلقبه اللاتيني "مارينوس ميرسينيوس" دورًا، في وقت لم تكن فيه المجلات العلمية موجودة بعد، كان مركز شبكة لتبادل المعلومات، كإرهاص لأكاديمية العلوم المستقبلية (1666)،[4] كما يتضح من مراسلاته الضخمة باللاتينية كما بالفرنسية، .. التي كان أحد أهم المترجمين إليها والمروجين لها، [نذكر مثلا ترجمته لكتاب جاليليو حوار بين عالمين جديدين العام (1639)، بعد عام واحد فقط من تأليفه!، راجع الاستطراد (ه) لهامش الملاحظة ﴿04﴾]، وأحد الشخصيات المركزية بين علماء عصره، وبحسب تعبير المؤرخ الهولندي المختص بعلوم القرن17 كورنيليوس دي ورد(1879-1963) Cornelis de Waard: «الأمين العام لأوروبا العلمية – le secrétaire général de l'Europe savante»[3،2] كان فيثاغورسّي، مقتنعًا مع كبلر بـ "الانسجام العالمي"، ثم انفصل عن هذه المثالية. في عام 1623، انتقد الكابالا المسيحية ومعاصريه الربوبيين والملحدين في كتابه «أسئلة المشاهيرفي سفر التكوين – Quæstiones celeberrimæ in Genesim (Questions sur la Genèse)»[4،3]

[ب] بموجب وصيته، أمرالكاردينال مازاران ببناء[5] Collège des Quatre-Nations (التي أصبحت معهد فرنسا–Institut de France)، كما يتضح من النقش الموجود على واجهة المبنى "JUL. MAZARIN S.R.E CARD BASILICAM ET GYMNAS F.C.A M.D.C.LXI"، والتي تعني "أمر جول مازارين، كاردينال الكنيسة الرومانية الكاثوليكية المقدسة، ببناء هذه الكنيسة وهذه الكلية في عام 1661". الكلية مخصصة للتعليم المجاني لستين "رجلاً" من الدول "الأمم" الأربع المتحدة تحت الطاعة الملكية بموجب معاهدات وستفاليا في عام 1648 ومعاهدة البيرينيه عام 1659، وهي: أرتوا، الألزاس، بينيرول وروسيون (مع سيردانيا)[6،5] [l'Artois, l'Alsace, Pignerol et le Roussillon (avec Cerdagne)]

مصادر ومراجع النصوص والاقتباسات الواردة أعلاه:

(1) جاكلين ستيدال، تاريخ الرياضيات: مقدمة قصيرة جدًّا، ترجمة محمد عبد العظيم سعود ومراجعة محمد فتحي خضر، مؤسسة هنداوي (2016).

(1) Jacqueline Stedall, The History of Mathematics: A Very Short Introduction, OUP Oxford (2012).

(2) Cornelis de Waard (avec la collab. de Mme Tannery et René Pintard) Correspondance du P. Marin Mersenne, religieux minime, Presses universitaires de France, XVII volumes (1932-1988).

(3) Robert Lenoble (1948), Quelques aspects d'une révolution scientifique - A propos du troisième centenaire du P. Mersenne, Revue d'histoire des sciences, vol. 2, n° 1, pp. 53-79.

(4) Pierre Sergescu (1948), Mersenne l'animateur (8 septembre 1588 - 1er septembre 1648), Revue d'histoire des sciences et de leurs applications, vol. 2, n° 1, pp. 5-12.

(5) C. Dulong (1992), Les origines du Collège des Quatre-Nations, Revue des Sciences morales & politiques, n° 2,p.247-256

Cinq Académies, dont les réunions solennelles ont lieu en habit vert sous la coupole de l'ancien collège des Quatre-Nations:

l'Académie française (40 membres) ; fondée en 1635 par Richelieu

l'Académie des inscriptions et belles-lettres (55 membres) ; fondée en 1663 par Colbert.

l'Académie des sciences (263 membres) ; fondée en 1666 par Colbert.

l'Académie des beaux-arts (63 membres) ; fondée en 1816 par Louis XVIII.

l'Académie des sciences morales et politiques (50 membres). fondée en 1795 par la Convention.

(6) «Notre histoire», sur institut-de-france.fr (consulté le 14 février 2022).

على الرغم من أن فيرما لم يكن في باريس، إلا أن أصدقاءه الرياضياتيين مثلوه لدى [أكاديمية] ميرسين. كان جون دو بوجراند، إيتيان باسكال وجيل بارسونيي روبرفال هم الذين انبروا لدعم أفكاره، عندما نشب في عام 1640 أول جدل مع رينيه ديكارت حول موضوع البصريات. كما كان يتراسل مع إيفنقليستا توريسيلي، بيير دو كاركافي، جون واليس، ويليام برونكر، بيرنارد فرينيكل دو باسي ..، ونظرا لأنه كان يطلب بشكل منهجي إثبات النظريات التي يطرحها بالدليل، فإن هذا الإلحاح كان يثير أحيانا غضب الآخرين تجاهه. كتب إلى ميرسين: « لدي قليل من الراحة لتدوين إثباتاتي ...، لدرجة أنني أكتفي باكتشاف الحقيقة ومعرفة وسائل إثباتها، ريثما يكون لدي وقت فراغ للقيام بذلك ».[a] كما كتب مرة أخرى لروبرفال: « ليس لدي [أدنى] شك في أن [هذا] الأمر لم يكن من الممكن أن يكون أكثر صقلاً، لكنني الأكثر كسلاً بين جميع الرجال».[b]

في العام التالي، أثار ديكارت نزاعا جديدًا حول عمومية طريقة فيرما (طريقة الحد الأقصى والحد الأدنى) لتحديد ظلال المنحنى الجبري بشكل صحيح. تم ذلك مرة أخرى من خلال ميرسين.[c] لكن سيعترف ديكارت – في الأخير– بأهمية طريقة فيرما، وهي طريقة ستصبح فيما بعد أساس حساب التفاضل والتكامل. الذي سيكون – بعد نصف قرن – محل نزاع بين لايبنتز ونيوتن، بل سيتطور لنزاع بين إنجلترا وألمانيا ليشمل لاحقًا باقي القارة، لأن مفهوم الدالة، تفاضلها وتكاملها كان قد شاع – خارج انجلترا – على طريقة لايبنتز، الذي كان له نظريات في الرياضيات والطبيعة تَفوّق بعضُها على نظريات نيوتن الذي اتُّهِم أحيانا بسرقة أعمال منافِسه الألماني.

الجدير بالذكر أن المظفر الطوسي [مثلما تمت الإشارة إليه في الهامش (7) من الاستطراد الخاص بمبدأ الفعل الأقل LPA ضمن الملاحظة﴿04﴾]، كان السباق باقتراح فكرة الدالة (1209)، بالرغم من أن مقاربته في هذا الشأن –كأي عمل رائد– لم تكن صريحة بما فيه الكفاية، إلى أن تبلورت حركة الجبر الصريحة باتجاه الدالة والمفاهيم المرتبطة بها بعد خمسة قرون (!!) على يد غوتفريد لايبنتز (1694).

في الحقيقة، لايبنتز هو السليل الأكاديمي الـ21 للطوسي؛ بمراجعة مُشجرة النسب الأكاديمي خاصتنا والتي تتشعب –بعد الأجيال الخمسة الأخيرة– إلى فرعين، أحدهايبدأ بـ Marcel Brillouin والفرع الآخر الذي سبقت الإشارة إليه ابتداء من Jules Viole، Pasteur يليه Biot مرورا بـ Laplace, d’Alembert & Varignon إلى غاية Malebranche السليل المباشر لـ Leibniz. جذور الشجرة لا تتوقف هنا؛ بل تمتد خلال الخمسة قرون السابقة له عبر عشرين جيلاً من مدارس ومراكز تعليمية عدة، من بينها القسطنطينية و مرغه .. أين نجد نصير الدين الطوسي التلميذ الأشهر لكمال الدين بن يونس الذي يعد بدوره التلميذ الأشهر للشرفين: شرف الدين المسعودي المرويزي و شرف الدين المظفر الطوسي.

(a) « J’ay si peu de commodité d'escrire mes démonstrations ..., que je me contente d'avoir découvert la vérité et de sçavoir le moyen de la prouver, lorsque j'auray le loisir de le faire. »

(b) « Je ne doute pas que la chose n'eût pu se polir davantage, mais je suis le plus paresseux de tous les hommes. »

Voir :

Fermat (Pierre de), géomètre, membre du parlement de Toulouse. Par L. Taupiac, Avocat. (pp : 468-516), Dans Émerand Forestié Neveu, Biographie de Tarn-et-Garonne : études historiques et bibliographiques, Montauban, Forestié neveu, Première Série p. 519, (1860), pp : 483-484.

(c) Ibid, dans la page 492 :

“On trouve dans les lettres de Descartes, dans celle qu'il adressa alors à Fermat, une expression touchante de ses nouveaux sentiments à l'égard du grand géomètre, exprimée fort originalement et dans le goût de l'époque :

« Je n'ai pas eu moins de joie de recevoir la lettre par laquelle vous me faites la faveur de me promettre votre amitié, que si elle me venait d'une maîtresse dont j'aurais passionnément désiré les bonnes grâces. »

Je n'ai pas eu moins de joie, disait-il à Fermat, de recevoir la lettre par laquelle vous me faites la faveur de me promettre votre amitié, que si elle me venait d'une maîtresse dont j'aurais passionnément désiré les bonnes grâces. Et vos autres écrits qui ont précédé me font souvenir de la Bradamante de nos poètes, laquelle ne voulait recevoir personne pour serviteur, qu'on ne se fût auparavant éprouvé contre elle au combat, etc.[1] »

..

..

(1) On trouve cette lettre en tête de l'édition de Diophante et des Faria Opera, publiés par Samuel de Fermat.”

هذه الشجرة، إضافة للايبنتز تشمل [بعض فروعها] نيوتن نفسه، لترسم في جزء منها تاريخ تطورحساب التفاضل والتكامل بشكل عام، .. ولاغرو في ذلك، فهي [مثلما تمت الإشارة إليه في الاستطراد الخاص بالهامش (۞) ضمن الملاحظة﴿06﴾]، قد تفرغت منها منذ منتصف القرن الـ 15 جميع العائلات الـ 24 التي تضم كل الرياضياتيين الموجودين إلى اليوم!!.[1]

في العادة يُعزى تطور حساب التفاضل والتكامل متناهي الصغر إلى أرخميدس، فيرما، لايبنتز ونيوتن، ويأتي في سياق نزاع الأوليّة الذي نشب بين الأخيرين [الأمر الذي أحدث شرخًا بين الرياضياتيين الناطقين باللغة الإنجليزية ونظرائهم في بقية أوروبا لسنوات عديدة. أدى هذا إلى تأخير تقدم التحليل (كمايسميه الفرنسيون وهي الرياضيات القائمة على حساب التفاضل والتكامل متناهي الصغر) في بريطانيا لفترة طويلة] ومن نافلة القول بأن هذا الجدل والنزاع قد حجب إلى حدما مساهمة فيرما،[2] كما غطت التطورات اللاحقة، من قِبل لايبنتز ونيوتن، ممثلة في الرموز، وقد كانت مساهمة لايبنتز الرئيسية بلا شك نظامه في التدوين. من الواضح أن رموز نيوتن وتدويناته كانت أقل مرونة من رموز لايبنتز. ومع ذلك، تم الحفاظ عليها حتى أوائل القرن التاسع عشر، عندما نجح عمل الجمعية التحليلية في اعتماد تدوين لايبنتز في بريطانيا.[3]

أما مساهمة أرخميدس، .. الذي يعتبره معظم مؤرخي الرياضيات أحد أعظم علماء الرياضيات في كل العصور. فقد أتقن طريقة التكامل التي سمحت له بإيجاد المساحات والأحجام للعديد من الأجسام. نذكر هنا قول ميشال شازل Michel Chasles (1793-1880)، بأن أعمال أرخميدس على التكامل: «.. أنجبت حساب التفاضل والتكامل "اللانهائي" الذي تم تصوّره وإيصاله للكمال من قبل كبلر، كفاليري، فيرما، لايبنتز ونيوتن»[4]

[« .. gave birth to the calculus of the infinite conceived & brought to perfection by Kepler, Cavalieri, Fermat, Leibniz & Newton»]

يجزم شازل هنا ويُرسّم يوهانس كبلر Johannes Kepler (1571-1630) وبونافنتورا كفاليري Bonaventura Cavalieri (1598-1647)، ورثةً لأرخميدس (!!)، وهوماتمت الإشارة له في الفقرات السابقة "ضِمنًا" عند ذكر الرسالة المؤرخة في 18 يناير 1638، من ديكارت إلى ميرسين – في معرض هجومه على فيرما– حول شغفه الذي تشاركه مع فييت وغيتالدي وسنيل [لاحظ الرابط سنيل-ديكارت، مايفسر انتحال أعمال بن سهل، راجع الهامش (5) من الاستطراد الخاص بمبدأ الفعل الأقل LPA ضمن الملاحظة﴿04﴾]، في العمل على استعادة "تراث" الإغريق [كورثة حصريين "لعلم الأوائل"، اصطلاح استخدمه العلماء المسلمين –بعكس نظرائهم الغربيين– اعترافًا بعلوم السابقين وتوخيًّا للأمانة في نقلها].

ماعلاقة هؤلاء – في مطلع القرن 17 – بأرخميدس الذي عاش في القرن الثالث قبل الميلاد (؟)، قفزة بألفي سنة (!!)، كان يمكن التخفيف منها بالتوقف قبل ذلك (..) لكن كيف ذلك؟ وجلُّ مايسبِقها يقع في إطار العلوم والرياضيات العربية – مثلما ذكرنا في الفقرات السابقة – بدأً بفكرة الدالة وانتهاءً بالمفاهيم المرتبطة بها (تفاضلاً وتكاملاً)، سبق إليها الطوسي بداية القرن 13، بينما الإرهاصات[5] كانت منذ منتصف القرن9، مع ثابت بن قرة مُتجاوزًا إسهام أرخميدس الذي سبقه بألف عام –أقله نقلص الفجوة، فنصف الطريق أصبح مُعبدًا ومالايُدرك كلُه لا يُترك جُله– بالعودة لمشجر النسب الأكاديمي لمحاولة ردم هذه "الفجوة الألفية" – الممتدة من نهاية القرن الثالث قبل الميلاد إلى بداية القرن الثامن الميلادي– في مشروع أنساب الرياضيات The Mathematics Genealogy Project [a] – وشجرة العائلة الأكاديمية The Academic Family Tree [b] – لأرخميدس (287 ق.م – 212 ق.م) السيراكوزي (مدينة سرقوسة، شرق صقلية على الحدود بين الإمبراطوريّة القرطاجيّة والجمهوريّة الرّومانيّة)، لا نجد إلاّ أسلافه (بلاخلف) في شجرة العائلة الأكاديمية (ولانتائج البتة في أرضية مشروع أنساب الرياضيات!)، وبالتالي تبقى تلك الفجوة قائمة.[6]

[هو مايمكن تعميمه فيما تلى هذه الفترة من تاريخ ماسُمي "بلاد اليونان" خصوصا بعد النصف الأول من العصرالهلنستي (323 ق.م – 30 ق.م)، الذي جاء بعد العصرالكلاسيكي (490 ق.م – 323 ق.م) الفترة اللاحقة للعصر العتيق بين القرنين الثامن والخامس (الغزو الفارسي 480 ق.م)، أما الفترة السابقة لذلك (قبل القرن الثامن قبل الميلاد) فتوصف "باليونان المظلمة"، ومن ورائها كل أوروبا ضمن هذه الحقبة من التاريخ المجهول، الذي بغض النظر عن رأينا فيه، والتاريخ رواية .. ورؤية، وإن كنت أتبنى فيه رؤية مدرسة المؤرخ وعالم الاجتماع الفرنسي الكبير بيير روسي[7]]

(1) D. Castelvecchi (2016), Majority of mathematicians hail from just 24 scientific ‘families’ Nature 537, 20–21.

(2) Jean-Marie Duhmel, Mémoire sur la méthode des maxima et minima de Fermat et sur les méthodes des tangentes de Fermat et Descartes, Gauthier-Villars (1864).

(3) «Analytical Society» renamed «Cambridge Philosophical Society» in 1819: "Our History". Cambridge Philosophical Society archive, 2 July 2018 (Retrieved January 5th, 2023).

(4) Carl Benjamin Boyer, The History of the Calculus and Its Conceptual Development, Dover, (1949).

(5) Histoire du calcul infinitésimal — Wikipédia (wikipedia.org): (Consulté le 5 Janvier 2023).

(6) The item, Archimedes of Syracuse in Mathematics Genealogy Project (MPG) & The Academic Family Tree (AFT):

(a) MPG: The Mathematics Genealogy Project (mathgenealogy.org) : Your search has found 0 records in our database !

(b) AFT: Neurotree - Archimedes of Syracuse Family Tree (https://neurotree.org/neurotree/tree.php?pid=169808)

(7) Pierre Rossi, La cité d’Isis : histoire vraie des Arabes. Nouvelles éditions latines, (1976).

على الرغم من استمرار التعليم بشكل ما في أكاديمية أفلاطون (إلى غاية 529 م)، وإلى حد ما في الأسكندرية (إلى غاية الفتح العربي 642 م)، [تستمر الفجوة المظلمة قرنًا آخر (من السبات) لتظهر حافتها وتبرز منها جذور مُشجر النسب الأكاديمي تزامنًا مع إرهاصات نهضة العلوم العربية (منتصف القرن الثامن الميلادي) وبالتالي يمكن إعادة رابطة التواصل المعرفي لجذور المعارف القديمة مع فروع العلوم الحديثة. الأمر الذي يُناظر نهضة العلوم الأوروبية بعد ألف عام (باحتساب قرن السبات، الذي كُمِنت فيه المعارف واخْتمرت قبل الانفجار الكبير لحركة الترجمة إلى العربية) منتصف القرن السابع عشر]. ربما هذا يفسر كيف أن ثابت بن قرة الحرّاني وكذلك الحسن بن الهيثم (الذي عاش، عمل وتوفي في مصر الفاطمية) يمثلان حلقة الوصل عند منتصف الفجوة بين أرخميدس من جهة وبين من تلاهم من جهة أخرى، فيما يخص (مثلا)، مفهوم الدالة وما يرتبط بها من مفاهيم وصولاً لتطوير حساب التفاضل والتكامل. للتوضيح نقتبس هنا فقرة من مقدمة الجزء الأول لكتاب الباحث وأستاذ الفلسفة الإسلامية حسين أزهري "مدرسة الإسكندرية المتأخرة وأثرها في التراث الفلسفي الإسلامي: الجزء الأول – أمونيوس بن هرمياس وأثره في فلسفة الفارابي":

« .. بعد حظر التعليم الفلسفي في أثينا بإغلاق أكاديمية أفلاطون بأمرٍ ملكي من الإمبراطور البيزنطي جستنيان سنة 529 ميلادية، وفرار "الدمشقي" آخر رؤساء المدرسة وستة من تلاميذه .. استقر الحال ببعضهم .. في مدينة حرّان الوثنية ».[1]

أما في تصدير الكتاب نفسه الذي كتبه إسماعيل سراج الدين مدير مكتبة الإسكندرية: « .. بعد إغلاق مدرسة أثينا بأمرٍ ملكي من الإمبراطور يوستنيانوس عام 529 م. وبالرغم من بدء ماسمّي بعصور الظلام في أوربا، استمر إشعاع المدرسة السكندرية الفلسفي والعلمي حتى مجيئ العرب إلى الإسكندرية عام 642 م ».[1]

أفلاطون مؤسس أكاديمية أثينا (427 – 347 ق.م)، تلميذٌ لسقراط (470 – 399 ق.م)، إضافة لثيودورس القوريني (465 – 398 ق.م) وسليل[2] [بعد خمسة أجيال من طريق أوريتوس[3]] لمؤسس أكاديمية كروتون فيثاغورس الساموسي (570 – 495 ق.م بوجه التقريب)، أما أرخميدس (287 – 212 ق.م)، فهو سليل أفلاطون [بعد ستة/ثمانية أجيال[3] من طريق إيراتوستينيس الكيراني–الليبي (276–194 ق.م) وهو المعروف بأول من قام بحسب محيط الأرض، وقد كان رئيس مكتبة ومتحف / معبد الأسكندرية طيلة أربعين عاما (234 – 195 ق.م)] يعيدنا هذا لمبرهنة فيرما (1637) [.. إستكمالا لما ورد في الهامش (7) من الاستطراد الخاص بمبدأ الفعل الأقل LPA ضمن الملاحظة ﴿04﴾] فالأصول الفيثاغورسية لمبرهنة فيرما واضحة، تحتوي معادلة فيثاغورس $x^2 + y^2 = z^2$ على عدد لا نهائي من حلول الأعداد الصحيحة الموجبة لـ x و y و z؛ تُعرف هذه الحلول بثلاثيات فيثاغورس (أبسط مثال 3،4،5). معادلة فيرما أُكثرعمومية $a^n + b^n = c^n$؛ حيث خمّن – بلا دليل بأن ليس لها حلول في الأعداد الصحيحة الموجبة إذا كان n عددًا صحيحًا أكبر من 2.

أما مبدأ فيرما (1657) الذي تأوّل قانون سنيل – ديكارت (1621-1637)، وماهو في الحقيقة إلاّ قانون بن سهل (984) [راجع الهامش (9) ضمن الملاحظة ﴿04﴾].. الصياغة العامة لمبدأ الفعل الأقل – Least Action Principle (LAP)، التي تعود للاغرانج (1788) ومن بعده هاملتون (1834)، بناء على أعمال موبرتوي وأويلر(كل منهما بشكل مستقل 1744) ومن قبلهم لايبنتز(1707)، .. هي تعميم لمبدأ فيرما (1657)] مُرتبط بشكل وثيق، مثلما هو الحال مع طريقة فيرما (طريقة الحد الأقصى والأدنى، السلف المباشر لحساب التفاضل والتكامل المتناهي الصغر)، بأعمال ثابت بن قرة (870) [وأعمال من أتو بعده، .. بن سهل (984)، بن الهيثم (1011-1021) والطوسي (1209)]، الذي يقف – كماذكرنا– عند منتصف الفجوة – التي نأمل أن نتمكن من ردمها مستقبلاً – وصولاً لأرخميدس ومن ورائه – كماذكرنا في الفقرات السابقة – فيثاغورس.

---

(1) حسين أزهري، مدرسة الإسكندرية المتأخرة وأثرها في التراث الفلسفي الإسلامي: الجزء الأول – "أمونيوس بن هرمياس وأثره في فلسفة الفارابي"، مركز المخطوطات – مكتبة الإسكندرية (2015).

(1) Hussain Azhari, The Late school of Alexandria and its Influence on Islamic Philosophical Heritage: Part I – "Ammonius son of Hermias and his influence on the philosophy of Al-Farabi", Manuscripts Center – BIBLIOTHECA ALEXANDRINA, (2015).

(2) Eurytus (Εὔρυτος; fl. 400 BC) was a disciple of Philolaus, Diogenes Laërtius mentions him among the teachers of Plato: "Diogenes Laërtius (Διογένης Λαέρτιος; fl. 3rd century AD): The work by which he is known, Lives and Opinions of Eminent Philosophers (Greek: Βίοι καὶ γνῶμαι τῶν ἐν φιλοσοφίᾳ εὐδοκιμησάντων; Latin: Vitae Philosophorum), was written in Greek and professes to give an account of the lives and sayings of the Greek philosophers". The last translation, published by Cambridge University Press in 2020:

(-) Diogenes Laërtius, Lives of Eminent Philosophers. Translated by Stephen White, Cambridge University Press (2020).

(3) Neurotree - Plato of Greece Family Tree: (Retrieved January 5th, 2023).
https://neurotree.org/neurotree/tree.php?pid=5575&fontsize=1&pnodecount=10&cnodecount=2

(4) Neurotree - Archimedes of Syracuse Family Tree : (Retrieved January 5th, 2023).
https://neurotree.org/neurotree/tree.php?pid=169808&pnodecount=10&cnodecount=2&fontsize=1

بعد أن تناولنا بإيجاز العلاقات المتشعبة والمتلبسة بين العلم و الدين، الفلسفة واللاّهوت، الأخويات والحركات الباطنية .. وصولًا إلى تخوم الميثولوجيا(*). ثم مددنا الخط على استقامته من فيول إلى فيثاغورس. بعدها قمنا بتفصيل ما تم إجماله، مع إبراز حجم "فجوة الألفية" ضمن هذا المسار.(*) مع التركيز على ثابت بن قرة عند طرفها وذلك لعديد الأسباب، [ليس أقلها ماذكرناه بدايةً في الهامش (د)، ضمن المِلاحظة ﴿01﴾: « .. ميزان أرخميدس كما نقله ثابت بن قرة في كتابه "رسالة في القرسطون" الكتاب المؤسس للميكانيكا العربية، مُعرّبه القُسطار يظهر أنه تحريف للأصل العربي القُسطاس، آلة، ميزان دقيق، يعتبر أضبط الموازين وأقومها ويعبر به عن العدالة، يقالُ: فلانٌ يقيس الأمر بمقياسه ويزنه بقِسطاسه»] من هذه الحافة وهذا الطرف – فللميزان كفتان وللمعادلة طرفان – نعود القهقرى إلى الزمن المعاصر، لاستكمال مابدأناه من التفاصيل متبّعين فروع مُشجر النسب الأكاديمي خاصتنا، ونتوقف قبل نهاية – أحد فروعه – بخطوتين، .. عند ميشال لو ري (1943) Michel Le Ray،[1] والزوايا المفضلة – Les Angles Privilégiés. [مثّل ميشال لو ري، نقطة مفصلية لإلتقاء فرعي شجرة النسب الأكاديمي الجزائري–الفرنسي].[2] يعد إقتران الظاهر بالباطن، الذي ظهر من خلال الدراسات وخاصة التصورات التي قدّمها الباحث الفرنسي ميشال لو ري[3] أن الشكل وخاصة قيم الزوايا المسماة المفضلة يمكن أن تساهم في تفسير الظواهر الفيزيائية، خصوصا مع اقتران الزيادة في الصفات الجمالية بالأداء الديناميكي، إستجابة لمبدأ البساطة والجمال .. والتماثل بين الظواهر الدقيقة والعيانية. خاصة وأنها ترتبط بشكل ما من خلال مبدأ الفعل الأقل مع نظرية المتغير الخفي.[4] [نظرية المتغيرات الخفية – Hidden Variables Theory، كانت تسميتها الأولى Bohm (1952)، في حين تغيرت لنظرية دوبرولي – بوهم de Broglie – Bohm Theory ثم عُرفت أخيرا بنظرية الموجة القائدة – Pilote Wave Theory، راجع الهوامش ضمن الملاحظة ﴿15﴾] التي تربط خصوصا الأنظمة الهيدروديناميكية بالأنظمة الكمومية، باستدعاء نظرية سبقت تفسير كوبنهاجن، هي نظرية الموجة الدليلية لدو برولي.[5]

(*) عند الحديث عن حساب التفاضل والتكامل التغايري، تُستدعى مسألة ديدو (الملكة ديدون) لتوضيح المسألة التغايرية الأكثر أساسية: "إيجاد منحنى محيط معطى الذي يحد أكبر مساحة". أدى هذا النوع من المسائل لتطوير طريقة الحد الأقصى والأدنى، السلف [القريب، .. فقط] للحساب التغايري كفرع متميز من التحليل [مواكبًا للمبدأ التغايري في الميكانيكا، مبدأ الفعل الأقل– LAP].[6] هذه المسألة مستوحاة من "أسطورة" تأسيس قرطاج [المدينة القديمة في شمال أفريقيا، (قرب تونس الحالية) «قَرْتْ حَدَشْتْ» (أي القرية الحديثة) في الفينيقية – القرن الثامن (ق.م)، قبل حقبة "اليونان المظلمة"، ومن ورائها كل أوروبا – الذي بالمناسبة هو إسم لأميرة فينيقية أخرى! – والتي حينها لم تكن قد ولدت بعد!] من قبل الأميرة الفينيقية ["عليسة" أو "أليسار" المعروفة بديدو أو ديدون في اللاتينية] كما رواها الشاعر الروماني فيرجيل، وبشكل مستقل المؤرخ اللاتيني جاستنوس في القرنين الأولين قبل الميلاد. ناقش المؤرخون الحقائق المحيطة بميلاد قرطاج. لكن علماء الرياضيات المعاصرين قبِلوا الأحداث الغامضة التي وصفها فيرجيل في الإنياذة – Aeneid (19 ق.م)، مع النظر في تفاصيل القصة لاستقراء بعض المقاطع واستخدامها كأساس لمبرهنة تساوي المحيط – The Isoperimetric Theorem. لينشب نزاع آخر [بعد الذي كان بين لايبنتز و نيوتن] بين ليونارد أويلر واللورد كلفن حول .. من أولُ من أوّلَ (فسّر) قصيدة فيرجيل بأنها مسألة حساب تغايري؟[7]

(*) كما تمت الإشارة إليه سابقا، فترة ما قبل القرن الثامن (ق.م)، توصف "باليونان المظلمة"، ومن ورائها كل أوروبا ضمن هذه الحقبة من التاريخ المجهول تمامًا، وبالتالي تقبع من خلفها فجوة مظلمة أكبر بكثير من "الفجوة الصغرى" التي تشكلت بعد ذلك (القرن الثالث ق.م) واستمرت إلى غاية نهضة العلوم العربية [(منتصف القرن الثامن)، والتي يجري إعادة اكتشافها من خلال مراجعة وترجمة مؤلفات العصر الكلاسيكي المتأخر، المشتملة على حواشي وشروح للمؤلفات الخاصة بعلم الأوائل، راجع: Azhari (2015)]. أما ظُلمة "الفجوة العظمى" فلا تبددها إلاّ الأنوار المسلطة من الضفة الجنوبية للمتوسط، سواء من شمال إفريقيا، مصر، والإمتداد شرقًا نحو الشام وصولا إلى بلاد مابين النهرين (يتبع ..).

للمزيد راجع:

(1) Michel Le Ray, Contribution à l'étude des tourbillons dans l'hélium liquide II, Thèse Doctorat, Faculté des Sciences, Université de Paris (1970) — E-Tree - Michel Le Ray Family Tree (academictree.org): [Le Ray -> Moummi -> Zellouf]

(2) https://academictree.org/etree/tree.php?pid=906610&fontsize=1&pnodecount=4&cnodecount=2 (Retrieved May 5th, 2023).

(3) M. Leray, M.J. Deroyon, M., Francois and F, Vidal, New results on the vortex lattice, Proceedings of the 13th international Conference on Low Temperature, Physics LT 13 Boulder, Colorado - USA 20-25 August (1972).

(4) David Bohm (1952), A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden Variables", Physical Review. 85 (2): 166–179.

(5) Louis Victor de Broglie, "Recherches Sur la Theorie des Quanta", Thèse Doctorat, Faculté des Sciences, Université de Paris (1924). Appeared in (Ann. de Phys., 10e serie, t. III (Janvier-Février 1925). Translated to "On the Theory of Quanta" [English translation by A.F. Kracklauer], Foundation of Louis de Broglie (2004.).

(6) Alberto Rojo & Anthony Bloch, The principle of least action: History and physics, Cambridge University Press (2018).

(7) Dora Musielak, Dido's Problem: when a myth of ancient literature became a problem of variational calculus. arXiv: 2301.02917.

قام لو ري مع فريقه البحثي (Leray et al. 1972) عن طريق قياس تخامد للموجات الحروصوتية التي تنتشر عبر شبكة متراصفة من دوامات تم إنشاؤها بواسطة دوران الهيليوم السائل، بحيث يتزامن هذا مع جريان انسحابي لإيجاد دوامات حلزونية تصنع حول محورها زوايا معطاة بالصيغة:

$$Cos\,\theta_{l,m} = \frac{m}{\sqrt{l(l+1)}} \qquad \begin{cases} m, l \text{ entiers} \\ m \leq l \end{cases}$$

مُشكلةً بهذا أول عرض للتجلي على المستوى العياني ضمن وسط مستمر ذي خصائص مماثلة لتلك التي تظهر بشكل عام على المستوى الذري. المعنى الفيزيائي [الهندسي – Engineering]؛ أن أفضل أداء ديناميكي للشكل الخارجي للآلات والمركبات (الأرضية، البحرية والجوية) فائقة السرعة، .. إضافة للهياكل والبنى الطبيعية التي تخضع وتتفاعل باستمرار لتتجاوز (طفوًا) وسط مائع، غنيّة بالزوايا المفضلة (المميزة) وتلعب دورًا رئيسيًا في استقرار الجريانات حولها مقارنة بالزوايا الأخرى غير المميزة. هذه الزوايا تشكل عائلتين رئيسيتين، يمكن تلخيصها في الجدول التالي:

	Première famille (l=m)			Deuxième famille (m=2, $l \geq 2$)	
$\theta_{l,m}$	Valeurs au 1/100 près	Valeurs usuelles	$\theta_{l,m}$	Valeurs au 1/100 près	Valeurs usuelles
$\theta_{1,1}$	45	45			
$\theta_{2,2}$	35.26	35.3	$\theta_{2,2}$	35.26	35.3
$\theta_{3,3}$	30	30	$\theta_{3,2}$	54.73	54.7
$\theta_{4,4}$	26.57	26.6	$\theta_{4,2}$	63.43	63.4
$\theta_{5,5}$	24.09	24.1	$\theta_{5,2}$	68.58	68.6
$\theta_{6,6}$	22.21	22.2	$\theta_{6,2}$	72.02	72
$\theta_{7,7}$	20.70	20.7	$\theta_{7,2}$	74.50	74.5
$\theta_{8,8}$	19.47	19.5	$\theta_{8,2}$	76.37	76.4
$\theta_{9,9}$	18.43	18.4	$\theta_{9,2}$	77.83	77.8
$\theta_{10,10}$	17.55	17.5	$\theta_{10,2}$	79.01	79
$\theta_{11,11}$	16.78	16.8	$\theta_{11,2}$	79.98	80
$\theta_{12,12}$	16.10	16.1	$\theta_{12,2}$	80.79	80.8
$\theta_{13,13}$	15.50	15.5	$\theta_{13,2}$	81.47	81.5
$\theta_{14,14}$	14.96	15	$\theta_{14,2}$	82.07	82.1
$\theta_{15,15}$	14.47	14.5	$\theta_{15,2}$	82.58	82.6
$\theta_{16,16}$	14.03	14	$\theta_{16,2}$	83.03	83
$\theta_{17,17}$	13.63	13.6	$\theta_{17,2}$	83.43	83.4
$\theta_{18,18}$	13.26	13.3	$\theta_{18,2}$	83.79	83.8
$\theta_{19,19}$	12.92	12.9	$\theta_{19,2}$	84.11	84.1

(.. تابع) – كشفت أبحاث حول تاريخ تطور الأفكار الرياضية لفريق كلية الرياضيات والإحصاء بجامعة نيوساوث ويلز باستراليا، نُشر أحدثها بدورية " فاونديشنز أوف ساينس – Foundations of Science" العلمية،(1) سر الأشكال الهندسية المرسومة على لوح طيني غامض يعود للعصر البابلي قبل حوالي 3700 عام وظل دون تفسير منذ اكتشافه [عام 1894، حيث عثرت بعثة علمية فرنسية في موقع تل أبو حبة الأثري وسط العراق على لوح شكل قرص نحتت عليه خطوط متعامدة بدقة متناهية وأشكال مثلثية أخرى أطلق عليه اسم "إس آي 427" (Si.427) وأودع متحف إسطنبول]. تظهر الأشكال استخدام البابليين لقواعد هندسية تُنسب لفيثاغورس (570–495 ق.م) الذي جاء بعد ألف عام [في حينها لم تكن بلاد اليونان – وأوروبا من خلفها – في حقبة "الفجوة المظلمة العظمى" وحسب، بل لم تكن موجودة أصلاً (تاريخيا)].

خلصت الدراسة، أن البابليين كانوا أول من استخدم الهندسة التطبيقية في التاريخ البشري. كما سلطت الضوء من جديد على لوح طيني آخر [تمت دراسته بالتعاون مع باحث آخر من نفس الكلية قبل سنوات(2) وكان يُعتقد حينها أنه يستخدم – فقط – لحسابات بناء القصور والمعابد] يعرف باسم "بليمبتون 322" (Plimtpon 322) [يعني أن ترتيبه الـ 322 ضمن مجموعة جي. آيه. بليمبتن في مكتبة الكتب والمخطوطات النادرة بجامعة كولومبيا في نيويورك – The Rare Book & Manuscript Library at Columbia University in New York، أشتراه الناشر الأمريكي جورج بليمبتن من تاجر الآثار إدجر بانكس في عام 1923 وقد انضم مع باقي مجموعته إلى جامعة كولومبيا في منتصف الأربعينيات] و يعود لفترة أحدث نسبيا (حوالي 1900 ق.م)، عُثر عليه في عام 1922 بمنطقة تل سنكرة، موقع جنوب العراق مطابق لمدينة لارسا القديمة) وقد نُقشت عليه جداول عددية لحساب المثلثات. هذه الجداول تجرد جميع ثلاثيات فيثاغورس حسب نظام الأساس الستيني المستخدم في بابل آنذاك – مقابل النظام العددي العشري المستخدم اليوم – مما يثبت أن البابليين – وليس الإغريق – كانوا أول من درس علم المثلثات.

(1) Daniel. F. Mansfield (2021), Plimpton 322: A Study of Rectangles. Foundations of Science, 26 (4), 977–1005.

(2) Daniel. F. Mansfield & Norman J. Wildberger (2017), Plimpton 322 is Babylonian exact sexagesimal trigonometry. Historia Mathematica, 44 (4), 395–419.

يتعلق الأمر هنا – فقط – بالجريانات الخارجية، المفتوحة وغير المحدودة – External, opned & non confined flows، فيما يخص الجريانات الداخلية، المغلقة والمحدودة – Enternal, closed & confined flows، فلا توجد – على حد علمنا على الأقل – دراسات وأبحاث – على كثرتها – سجلت أو أشارت – لا من قريب ولا من بعيد – لارتباط هذا النوع من الجريان بمسألة الزوايا المفضلة (المميزة/الذهبية). لكن بالرجوع للنتائج التي تحصلنا عليها – والتي تم عرض بعضها في الفصلين الثالث والرابع – [راجع: Zellouf et al. (2011, 2016)] [(1–3)] نجد زوايا ذهبية [الجدول] من أجل زاوية التناظر القُطرية (45°) للحل غير المستقر المتناظر والزاويتين (13°،84°) لانفصال الدوامات الرئيسية والثانوية للحلين المستقرين غير المتناظرين لجريان التجويف (المربع) ثنائي الحواف القائدة.[(1)] كما نجد زوايا الميل (45°، 35.26° و 30°) موافقة للبنية أحادية الخلية من أجل أعداد رايلي Ra= 2000, 5000 & 10000، لجريان التجويف (المستطيل) المائل المولد بالحمل الحراري الحر.[(2)]

[طبعا، الفصل الثالث – 50 عامًا من المقاربات الرقمية الفعالة لديناميكا الموائع الحاسوبية: الجزء الأول – تعدد حلول واستقرار جريانات الحمل الحراري الحر ضمن التجاويف المائلة، الفصل الرابع – 50 عامًا من المقاربات الرقمية الفعالة لديناميكا الموائع الحاسوبية: الجزء الثاني – تعدد حلول واستقرار جريانات التجاويف ذات الحواف القائدة، حيث يتعلق الأمر بمسألة جريانات داخلية، مغلقة ومحدودة، لكن جوهرها يكمن في تحدي الجمع والتوحيد بين البراديمين الرئيسيين للجريان الحامل (||) والدوامي (O): تعدد الحلول واستقرار الجريانات المحدودة الحاملة والدوامية – Multiple Solutions and stability of confined convective and Swilrling flows، العنوان المعتمد ضمن قاعدة البيانات (CERIST): Solutions multiples et stabilité des écoulements confinés convectifs & tourbillonnaires لأطروحتنا[(3)] التي يشرف عليها أستاذ التعليم العالي بجامعة بسكرة (الجزائر) نور الدين مومي[(4)] سليل الأستاذ الفخري بجامعة فالونسيان (فرنسا) ميشال لو راي[(5)]]

مفهوم الزوايا المفضلة (الذهبية) معروف على المقياس المجهري منذ 1923، تم توسيعه بعد ذلك بخمسين عام (1973) إلى المقياس العياني ثم تطبيقه حصرًا وفقط على الجريانات الخارجية، المفتوحة وغير المحدودة (1983)، الآن – بعد خمسين عام أخرى – (2023) يمكننا الحديث عن إمكانية تمديده للجريانات الداخلية، المغلقة والمحدودة. للتوضيح نقتبس من آخر مؤلف – على حد علمنا – لميشال لو راي "تصميم الهرم الأكبر خوفو: نموذج للتناسب والزوايا الذهبية (المفضلة)" :

« عرف مفهوم الزوايا المفضلة على المقياس المجهري منذ 1925-1930، (..). خلال 1972-1973، باتـ تعميمه على المقياس الأكبر أمرا مُلِحًا، لوراي ومعاونوه (لو راي، دوريون، فرنسوا وفيدال، 1972؛ دوريون ولو راي، 1973) أثبتو أنه يوجد داخل الهيليوم السائل فائق الميوعة دوامات بمقياس عياني (..). .. تساءل لو راي ومعاونوه عن احتمال وجود نفس الزوايا المميزة في بعض الهياكل الطبيعية المحاطة بالتيارات المائية أو الهوائية، وخاصة الرياح الطبيعية. تمت مقارنة الخطوط المستقيمة أوالمنعطفة المجاورة في أغصان الأشجار وفي الكثبان الرملية الناعمة جدًا كتلك الموجودة في الصحراء الكبرى، بالزوايا المفضلة. [يذكرنا هذا برحلة فيول العلمية للجزائر[(6)] قبل قرن (صيف 1877) خاصة أنه سليله الرابع: Violle -> Camichel -> Foch -> Fortier -> Le Ray -> Moummi -> Zellouf | ضمن مشجر النسب الأكاديمي خاصتنا، .. للمزيد، راجع – المرجع (7) في آخر الهامش (*) ضمن الملاحظة﴿07﴾][(3–6)] فخلال الفترة 1976-1977، قُدِّمت آلاف التحقيقات دليلاً على تكيّف هذه الأشكال الطبيعية مع الشروط الزاوّية لتوازن الدوامات. »[(7)]

« Cette notion d'angles privilégiés est connue à l'échelle microscopique depuis 1925‑1930, (..). En 1972‑1973, généralisant à beaucoup plus grande échelle ce fait capital, Le Ray et ses collaborateurs (Le Ray, Deroyon, François et Vidal, 1972 ; Deroyon et Le Ray, 1973) démontrent l'existence dans l'hélium liquide superfluide de tourbillons obéissant à une échelle macroscopique (..). Le Ray et ses collaborateurs se sont interrogés sur l'éventuelle présence des mêmes angles privilégiés dans certaines structures naturelles soumises à un contournement par des courants d'eau ou d'air, en particulier par le vent naturel. Les lignes droites ou inflexives voisines dans les branches d'arbres et dans des dunes de sable très fin telles que celles du Sahara, ont été confrontées avec les angles privilégiés. Des milliers de vérifications ont fourni dès 1976‑1977, la preuve de l'adaptation de ces formes naturelles aux conditions angulaires d'équilibre des tourbillons. »[(7)]

(1) M. Zellouf, N. Moummi, A. Labed, K. Aoues (2011), Multiple solutions and stability of multi-sided lid-driven cavity flows, Revue ANDRU, 1 (3), pp. 156-165.

(2) Zellouf M., Moummi N., Labed A. and Aoues K., (2016), Multiple solutions for flow mode-transition in an inclined cavity generated by natural convection, Journal of Applied Eng. Sci. & Tech. 2 (2), pp. 75-85.

(3) Physics Tree - Miloud Zellouf Family Tree (academictree.org): (Retrieved January 5th, 2023) https://academictree.org/physics/tree.php?pid=906603&fontsize=1&pnodecount=4&cnodecount=2

(4) E-Tree - Noureddine Moummi Family Tree (academictree.org): (Retrieved May 5th, 2023) https://academictree.org/etree/tree.php?pid=906609&fontsize=1&pnodecount=4&cnodecount=2

(5) E-Tree - Michel Le Ray Family Tree (academictree.org): (Retrieved January 5th, 2023) https://academictree.org/etree/tree.php?pid=906610&fontsize=1&pnodecount=4&cnodecount=2

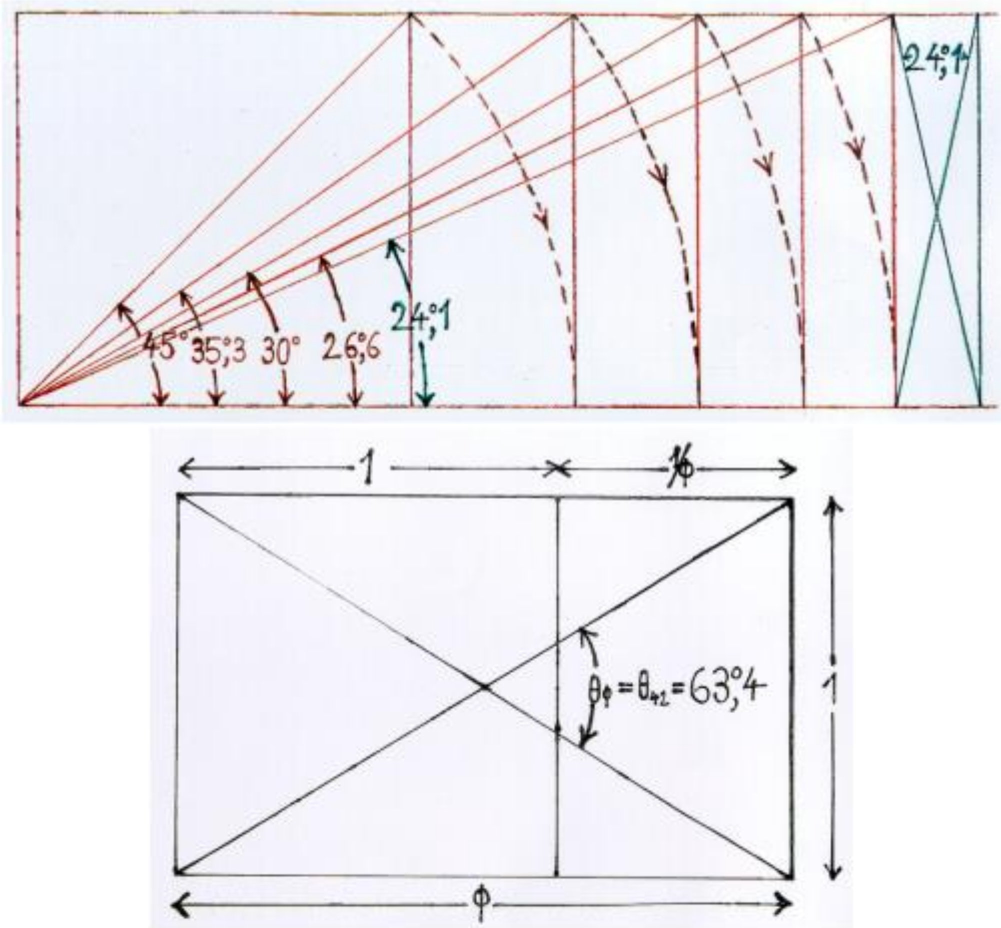
(6) Jules Violle (1878) Mesures actinométriques relevées en Algérie pendant l'été de 1877, CR Acad Sc, t.86, p. 818.

(7) Michel Le Ray & Jean‑Pierre Mathieu (2015), Le design de la grande pyramide de Chéops : un modèle de proportions et d'angles d'or (ou privilégiés). RHPM – Revue d'histoire & de prospective du Management, Vol. 1, n° 1, p. 77-89.

ويضيف: « في 1980[1] لو راي نشر أول مقال من خلال تحليل آلاف الخطوط لبعض الوثائق (أعمال فنية، صور إعلام، إعلانات، ...) لإثبات وجود اقتران بين خطوط مهمة فيزيائيا أو نفسيا وفق الزوايا المفضلة المسماة أيضا الزوايا الذهبية. »

« En 1980[1] Le Ray publie un premier article de synthèse à partir de l'analyse de milliers de traits sur des centaines de documents (œuvres d'art, photos d'information, publicité, ...), qui montre l'existence du couplage entre lignes physiquement ou psychologiquement importantes selon des angles privilégiés encore appelés angles d'or. »

عند هذه النقطة نصل للمعنى الفيزيائي [الهندسي–Geometrics]؛ الأكثر عمومية (و أوليّة) من المعنى الفيزيائي [الهندسي–Engineering] لمفهوم الزوايا الذهبية مثلما تناولناه [وما طُبق سابقًا –حصرًا وفقط– على الجريانات الخارجية، المفتوحة وغير المحدودة بداية من عام (1983)[3,2]] ويستتبع ذلك بقية السلسلة، إبتداء بالمستطيلات الذهبية وانتهاء بالمفهوم الأشهر النسبة الذهبية: $\phi=(1+\sqrt{5})/2=1,618$، التي تنسب لفيثاغورس!



الشكل﴿07﴾ — 1. الزوايا الذهبية؛ الخمس الأولى من العائلة الأولى (l = m) المشكلة للمستطيلات الديناميكية الستة الأوّل. الزاوية الذهبية الثالثة من العائلة الثانية (m =2, l>2) بين قطري المستطيل الذهبي المشهور.[3]

(1) Le Ray M. (1980), Dialogue du physicien et de l'esthète, Communication et langages, Paris, 45, p. 49-69.

(2) Minair C., Thèse de 3ème Cycle, Contribution à la définition des formes optimisées en mécanique des fluides par l'application des structures d'angles privilégiés, notamment à finalité énergétique, Université de Valenciennes (1983).

(3) Le Ray M., Deroyon J.P., Deroyon M.J. et Minair C. (1985), Critères angulaires et stabilité d'un tourbillon hélicoïdal ou d'un couple de tourbillons rectilignes, rôles des angles privilégiés dans l'optimisation des ailes, voiles, coques des avions et navires, Bulletin de l'Association technique maritime et aéronautique, Paris, p. 511-529.

(4) Michel Le Ray & Jean-Pierre Mathieu (2015), Le design de la grande pyramide de Chéops : un modèle de proportions et d'angles d'or (ou privilégiés). RHPM – Revue d'histoire & de prospective du Management, Vol. 1, n° 1, p. 77-89.

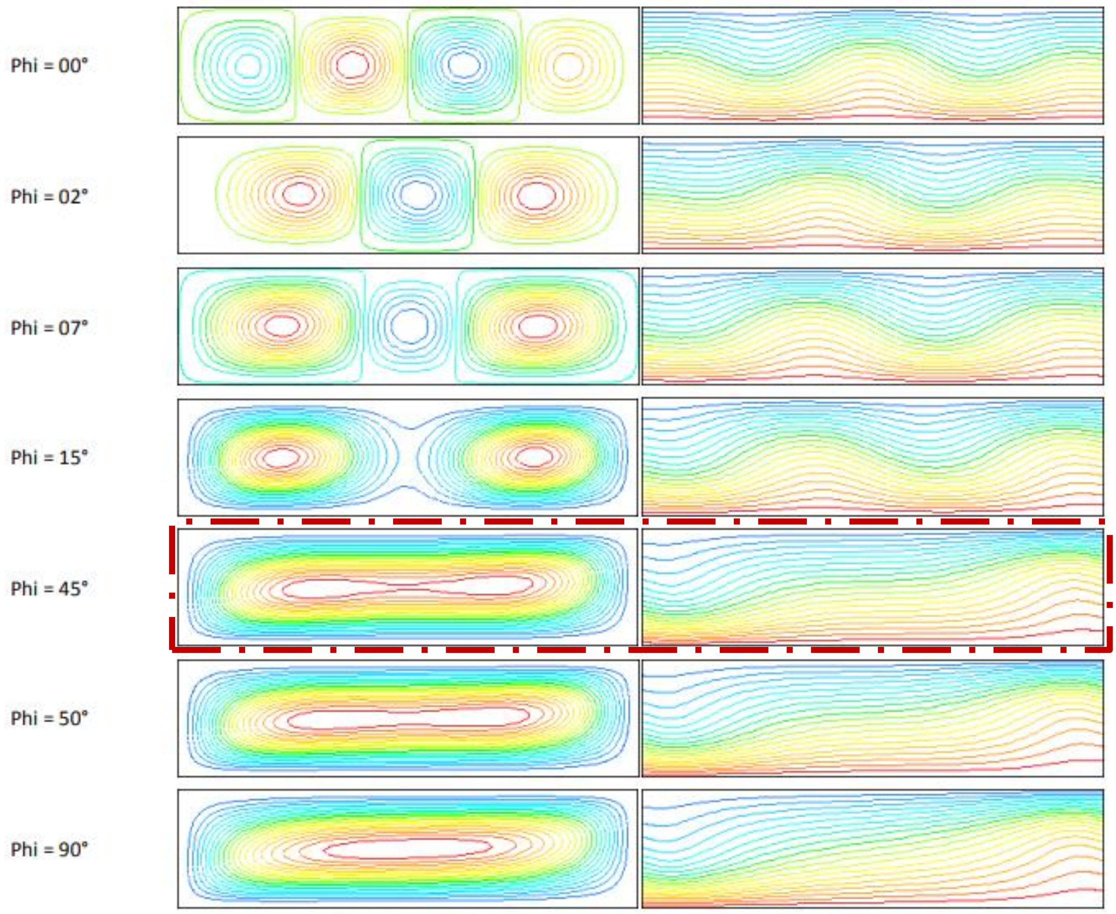


Fig. 5. Streamlines (left column) and isotherms (right column) for Ra = 2000 and ϕ increasing.

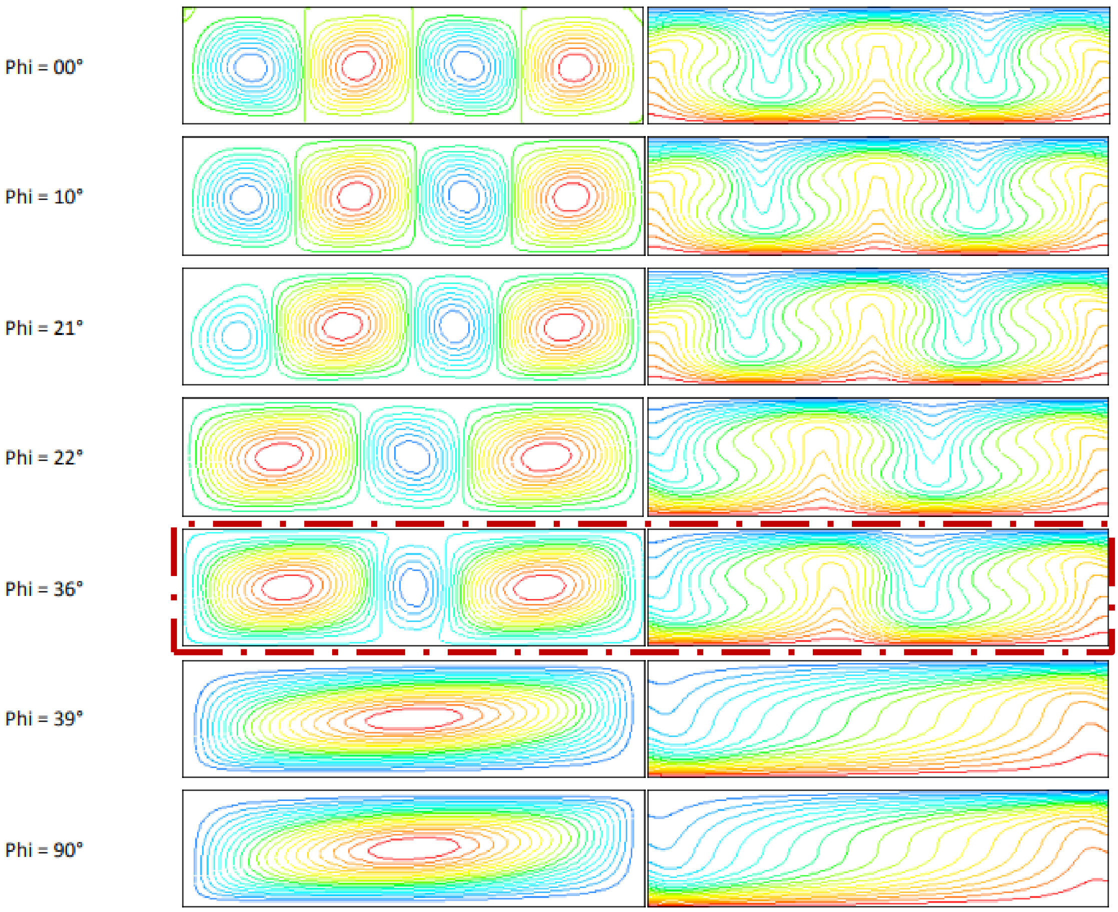


Fig. 7. Streamlines (left column) and isotherms (right column) for Ra = 10000 and ϕ increasing.

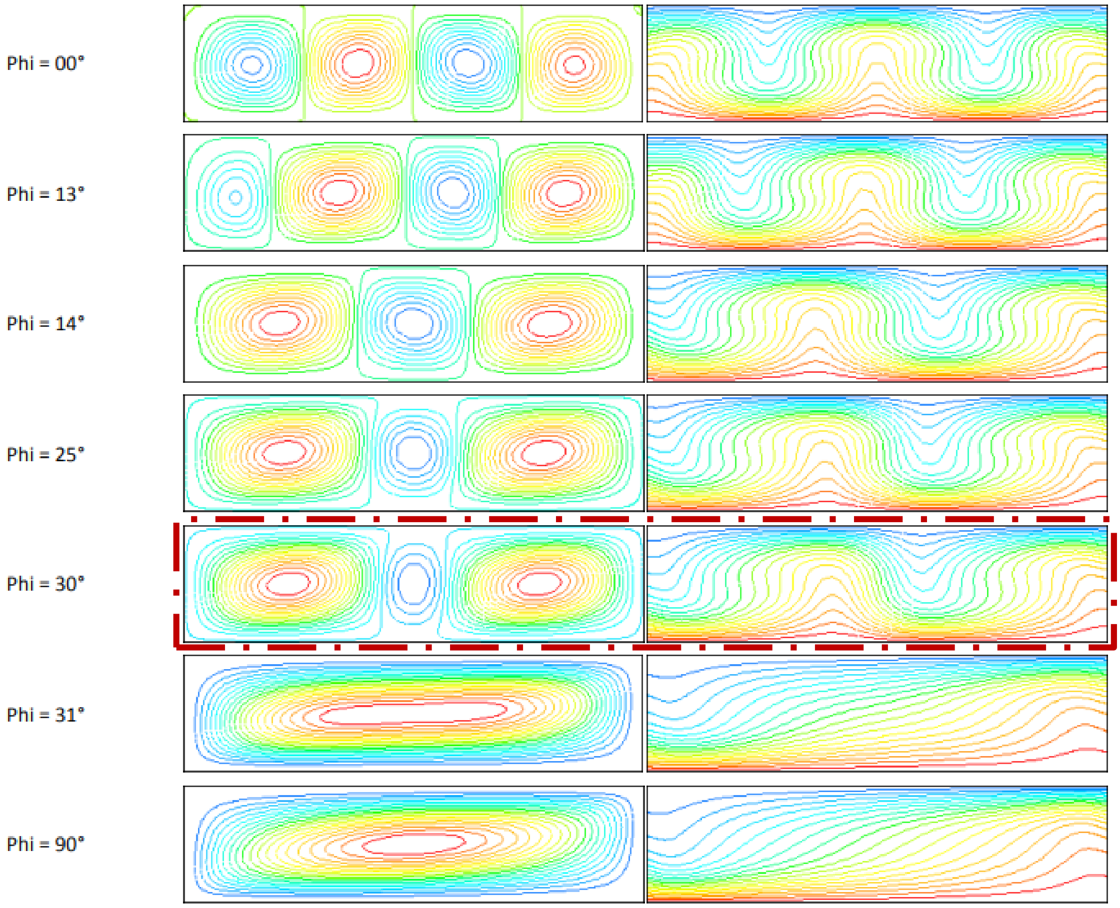
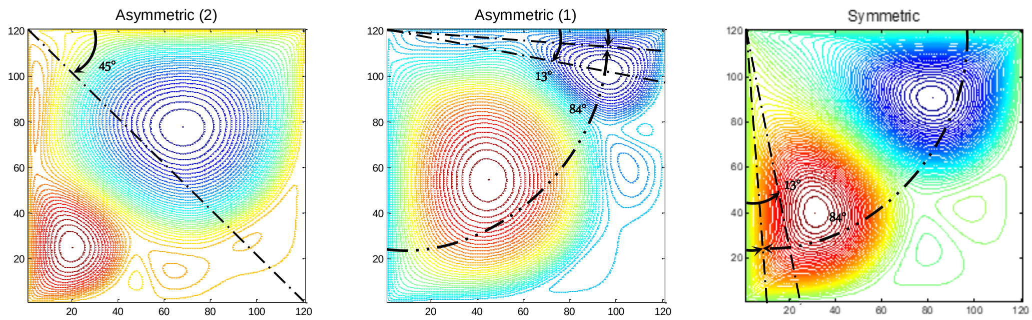


Fig. 6. Streamlines (left column) and isotherms (right column) for Ra = 5000 and ϕ increasing.



الشكل﴿07﴾ — 2. الزاويا الذهبية؛ التناظرية القُطرية (45°) للحل غير المستقر المتناظر واللاتناظرية (13°،84°) لانفصال الدواماتين الرئيسية والثانوية للحلين المستقرين غير المتناظرين لجريان التجويف (المربع) ثنائي الحواف القائدة.[1] زاويا الميل (45°، 35.26° و 30°) الموافقة للبنية النهائية أحادية الخلية من أجل أعداد رايلي Ra= 2000, 5000 & 10000، لجريان التجويف (المستطيل) المائل المولد بالحمل الحراري الحر.[2]

(1) M. Zellouf, N. Moummi, A. Labed, K. Aoues (2011), Multiple solutions and stability of multi-sided lid-driven cavity flows, Revue ANDRU, 3 (1), pp. 156-165.

(2) Zellouf M., Moummi N., Labed A. and Aoues K., (2016), Multiple solutions for flow mode-transition in an inclined cavity generated by natural convection, Journal of Applied Eng. Sci. & Tech. 2 (2), pp. 75-85.

﴿08﴾ نميز هنا بين انتشار موجات الكمون الثقالية (الجاذبية) المحكومة بمعادلات أويلر للموائع المثالية وموجات الثقالة (الجاذبية) التي تنتشر عبر الزمكان حسب النظرية النسبية التي تم التنبؤ بها عام 1916 واكتشفت بعد مئة عام 2016 عبر مرصد موجات الجاذبية The Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (LIGO) فيما تم أول حل دقيق للمسألة الكلاسيكية لانتشار موجات الجاذبية غير الخطية في سائل عميق بلا حدود بواسطة غيرستنر عام 1802، أما الحل المشار إليه فكان – وياللمصادفة !! – العام 2016 ونشر 2018.

﴿09﴾ كلود لوي ماري هنري نافييه (1785 - 1836) تلميذ جان باتيست جوزيف فورييه (1768 - 1830) (لاحظ شجرة النسب الأكاديمي).(❁) لا يمكن القول بالمبالغة في تقدير قيمة المعادلة التفاضلية المكافئية الجديدة التي وجدها جان بابتيست جوزيف فورييه (1768 - 1830) بتحليل عمليات التوصيل الحراري وطريقة حلها. خاصة، بعد أن تم تضمين المؤثر الذي طوره فورييه من قبل تلميذه السابق كلود لوي ماري هنري نافييه (1785 - 1836) في ذات العام الذي نُشرت فيه أعماله (1822).(❁)

(❁) بمراجعة شجرة النسب الأكاديمي نجد أن Fourier & Biot، يلتقي نسبهم عند Malebranche السليل المباشر لـ Leibniz، لاحظ أن كاتب هذه السطور ينحدر من Biot وبالتالي من Leibniz، وذلك مرورا بـ Laplace, d'Alembert & Varignon. الشجرة لا تتوقف هنا؛ بل قمنا - بعد بحث طويل - بإضافة خمسة أجيال (راجع الهامش السابق) لتصل شجرة النسب الأكاديمي إلى الشيخ الرئيس بن سينا؛ مرورا بفخر الدين الرازي بن خطيب الري، شرف الدين المسعودي المرويزي وحجة الحق غياث الدين أبو الفتوح عمر الخيام النيسابوري (يتبع ..).

لاحظ أن حجة الحق أو "حجّة الإسلام" لقب – من بين ألقاب كثيرة [أ] – تَسمَّى به الإمام الغزالي وهو نيسابوري كذلك، .. أما أبو الفتوح فهو أخوه أحمد الواعظ – الذي اشتغل بالوعظ – والذي يقال إنه دخل يومًا على أخيه أبي حامد الغزالي وكان يعظ الناس وقد ارتفعت نفسه وعلا شأنه فوعظه بأبيات .. يقال أنها كانت سببا في تركه مجلسه وهام في الأرض ودخل في خلوته المشهورة:

أخَذْتَ بِأَعْضَـــادِهِمْ إِذْ وَنُوا ❁ وَخَلَّفَكَ الْجُهْدُ إذ أسرعوا
وَأَصْبَحْتَ تَهْدِي وَلاَ تَهْتَدِي ❁ وتُسْمِعُ وَعْظًا وَلاَ تَسْمَعُ
فَيَا حَجَرَ الشَّحْذِ حَتَّى مَتَى ❁ تَسُنُّ الْحَدِيدَ وَلاَ تَقْطَعُ

هذه الأبيات لطالما تمثلتها، وكثيرا مايتيه المرء بعيدا عن مراميه وأهدافه، إضافة لقصته عندما قطع عليه العيّارون طريق عودته من الطلب، يُحدِّث مولانا أبو حامد يقول: [فبين أنا في طريق العودة من جرجان إلى طوس إذ قطع علينا الطريق العيّارون وأخذوا كل ما معنا، وأخذوا مخلاتي وفيها تعليقتي، قال ثم انطلقوا فاعترتني حسرة عظيمة، فقلت له أسألك بالذي ترجو السلامة منه أن ترد عليّ تعليقتي، قال فالتفت مُقدَّمهم وقال ويحك تُعرِّض نفسك للهلاك، .. ما هذه التعليقة؟ قال له المخلاة التي أخذتموها ليس فيها شيئ، أي ذو بال، لكن فيها تعليقتي، قال ما تعليقتك ويحك؟ قال فيها علم أخذته عن شيخي أبي نصر وعرفت علمه، قال ما أحمقك! كيف تدّعي أنك عرفت علمه وها نحن قد أخذناها فضاع عليك كل شيئ، لو عرفته ما ضاع منك، فأفحمه! قال فقلت في نفسي هذا مُستنطَق، هذا الرجل أنطقه الله – تبارك وتعالى – ليُفهِّمني، ثم أمر بدفعها إليه فدفعوها، قال أخذتها، فلما عُدت إلى طوس مكثت ثلاث سنوات أتحفَّظ ما فيها، قال حتى حفظتها من عند آخرها، فلو ضاعت فلم يضع شيئٌ من علمها] [ب]، وهكذا نجا بكلمة مُقدَّم العيّارين، وذكرنا بقول القائل:

اسْتَوْدَعَ الْعِلْمَ قِرْطَاسًا فَضَيَّعَهُ ❁ وَبِئْسَ مُسْتَوْدَعُ الْعِلْمِ الْقَرَاطِيسُ

وقد حدث لي غير مرة أن ضيعت كل ماجمعته وكتبته –وفي أوقات حاسمة – سواء بعطب في الحاسوب أو للوسائط التي أُخزّن فيها الملفات، على أن العيّارين في الحالتين – إن شاء الله – مُعيّرين دالين لطريق الحق لنَصدُق ونُصدِّق على قول الإمام أبي حامد الذي كان بعد ذلك يقول – قدَّس الله سره – طلبنا العلم لغير الله فأبى العلم إلاّ أن يكون لله.

[أ] أبو حامد محمد الغزّالي الطوسي النيسابوري الصوفي الشافعي الأشعري، أحد أعلام عصره وأشهر علماء المسلمين في القرن الخامس الهجري، (450 هـ -505 هـ / 1058م – 1111م). كان فقيهاً، أصولياً وفيلسوفاً، وكان صوفيّ الطريقة، شافعيّ الفقه إذ لم يكن للشافعية في آخر عصره مثلَه، وكان على مذهب الأشاعرة في العقيدة، وقد عُرف كأحد مؤسسي المدرسة الأشعرية في علم الكلام، وأحد أصولها الثلاثة بعد أبي الحسن الأشعري، (الباقلاني، الجويني والغزّالي). لُقّب الغزالي بألقاب كثيرة في حياته، أشهرها لقب "حجّة الإسلام"، وله أيضاً ألقاب مثل: زين الدين، ومحجّة الدين، والعالم الأوحد، ومفتي الأمّة، وبركة الأنام، وإمام أئمة الدين، وشرف الأئمة .

[ب] تاج الدين السبكي، طبقات الشافعية الكبرى، تحقيق محمود محمد الطناحي وعبد الفتاح محمد الحلو، ج6، دار هجر، الطبعة الثانية (1413هـ/1993م)، ص195-201.

لقد جاء نافييه (الرياضياتي والمهندس الفرنسي) بفكرة إدخال حد إضافي في معادلة أويلر في عام 1820، من المفترض أن يمثل فقدان الطاقة في السائل. من خلال المبالغة في تبسيط نهجه، يمكننا اعتبار أنه سعى إلى دمج ما يسمى بمعادلة الحرارة في معادلات أويلر بدقة. تستند هذه المعادلة الأخيرة إلى قانون فورييه، الذي أنشأه جان بابتيست بيو (1774 - 1862) رياضيًا في عام 1804 ثم بشكل تجريبي بواسطة فورييه في عام 1822.(‡) فإذا كانت T هي درجة حرارة مادة صلبة، فإن تطورها بمرور الوقت يخضع للقانون:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \nu \Delta T = 0,$$

حيث:

$$\Delta T = \nabla \cdot \nabla T$$

يجب الانتباه، المثلثات مختلفة! **ν** معامل موجب من المفترض أن يصف معدل تبديد الحرارة. وهكذا، اقترح نافييه عام 1823، وطوره فيما بعد ستوكس (الرياضياتي و الفيزيائي الإيرلندي) في عام 1845، النموذج التالي لوصف تطور المائع اللزج (هذا الحد يمثل بدقة تبديد الطاقة على شكل حرارة):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u - \nu \Delta u = -\nabla p, \quad \nabla \cdot u = 0.$$

﴿10﴾تفسير نافييه لاشتقاق المعادلة من أجل وسط مستمر لزج استند إلى فكرة لابلاس عن البنية المتقطعة (الذرية) للمادة. تبنى نافييه أفكار بيار سيمون دو لابلاس (1749 - 1827) حول القوى الجزيئية، وأكد أن شروط توازن وحركة الموائع لا يمكن تأسيسها بدون وجهة النظر الجزيئية(*،**).

﴿11﴾ في الحقيقة كانت أفكار نافييه حول القوى الجزيئية – النظر في استقلال الضغط عن الضغوط اللزجة في الجريان غير القابل للانضغاط، والتي تُترجم إلى المساواة بين الضغط الديناميكي والضغط الثرموديناميكي– رائعة، بالنظر إلى نموذجه الجزيئي الهش. يُظهر النهج المتبع من قبل نافييه في تطوير النموذج – الذي سيعرف فيمابعد– بمعادلة فورييه – نافييه – ستوكس(۞) (Fourier-Navier-Stokes Equation) قدرته الكبيرة، من خلال بناء نظريته – مستعينا بالمؤثر الذي طوره فورييه – على مفهوم لابلاس الجديد

(‡) Isabelle Gallagher, «Autour des équations de Navier-Stokes» sur images.math.cnrs.fr, 28 janvier 2010 (consulté le 14 février 2014).

(*) Olivier Darrigol, «Worlds of Flow: A History of Hydrodynamics from the Bernoullis to Prandtl», Oxford University Press (2005).

(**) S. R. Bistafa, «On the development of the Navier-Stokes equation by Navier» Revista Brasileira De Ensino De Física, vol. 40, nº 2, e2603 (2018).

(۞) عادة ما يقتصر تسمية المعادلة على نافييه – ستوكس، بإسقاط إسم فورييه إلا فيماندر، .. فمن بين المؤلفين الذين يؤكدون و يركزون على هذه التسمية نجد:

Califano, F., Rashad, R., & Stramigioli, S. (2022). A differential geometric description of thermodynamics in continuum mechanics with application to Fourier–Navier–Stokes fluids. Physics of Fluids, 34(10), 107113.

Zeytounian, Radyadour Kh. Navier-Stokes-Fourier equations: a rational asymptotic modelling point of view. Springer Science & Business Media, (2012).

Orum, John Christopher. "Stochastic cascades and 2D Fourier Navier-Stokes equations." In Lectures on multiscale and multiplicative processes, www. maphysto. dk/publications/MPS-LN/2002/11. pdf (2002), pp, 99-107.

–آنذاك– للقوى الجزيئية، والذي اعتقد أنه قادر أيضا على التقاط تأثيرات اللزوجة، ليتمكن من الوصول لأول مرة إلى المعادلة النهائية للحركة الصفائحية للموائع اللزجة الحقيقية.

يبدو أن هذا هو الحال بالنسبة للنموذج الهش الذي كان قادرا على توليد تنبؤ حقيقي، مقارنة بالنماذج الأكثر صرامة للمطورين الآخرين للمعادلة.(**) على الرغم من حقيقة أن العديد من المؤلفين قد حصلوا على معادلة Navier-Stokes ربما بطرق أكثر صرامة، فقد تمت إعادة الفضل لمناهج Navier، ليس فقط لأنها كانت رائدة (ظهرت الاشتقاقات الأولى للمعادلة في مذكرتين كتبهما كلود لوي ماري هنري نافييه (1785-1836): "حول قوانين حركة الموائع، مع مراعاة التصاق الجزيئات"، ويشار إليها باسم المذكرة الأولى، نشرت ضمن حوليات الكيمياء والفيزياء العام 1821؛ "حول قوانين حركة الموائع"، ويشار إليها باسم المذكرة الثانية، قُرأت في الأكاديمية في الـ 18 مارس 1822، وظهرت في مذكرات الأكاديمية الملكية للعلوم في معهد فرنسا لعام 1823، ولكن أيضا لأنه حتى بعد بناء تطويراته على طرق غير مؤكدة للتعامل مع القوى الجزيئية التي تعتبر مسؤولة عن الإحتكاك، تمكن و بشكل غير متوقع من تطوير ولأول مرة المعادلة النهائية لحركة الموائع اللزجة الحقيقية.

حظيت نماذج قليلة في الميكانيكا بالاهتمام الممنوح لنموذج مائع Navier-Stokes ومع ذلك، هناك العديد من الموائع التي لا يمكن وصفها بشكل مناسب بواسطة هذا النموذج.(***) تعود أصول النموذج إلى أعمال نيوتن (1687)، الذي ناقش المقاومة التي تحدث في حركة الموائع في كتابه "المبادئ الرياضية للفلسفة الطبيعية" الذي تكفل بنشره إدموند هالي العام 1687.(۞) تم تعميم فكرة المقاومة التي يبديها المائع أثناء الحركة بشكل كبير من قبل: Navier (1823), Cauchy (1828), Poisson (1831), Saint-Venant (1843) & Stokes (1845)، مما أدى إلى النموذج الشائع الذي يحمل أسماء أول وآخر هؤلاء المؤلفين. في ورقته الرائعة، "حول نظريات الاحتكاك الداخلي للسوائل المتحركة، وتوازن وحركة المواد الصلبة المرنة"، استطاع ستوكس (1845) أن يبني نموذجه من خلال مفهومي صمود (لاتغير) الإطار المرجعي وتناحي (تماثل) الخواص ويوفر العلاقة التأسيسية لضغط الذي يتطابق مع الشكل الذي يستخدم اليوم. كما يلاحظ ستوكس – نفسه – أن أفكاره في هذا الشأن أقرب بكثير إلى أفكار بواسون منه إلى نافييه.

(**) S. R. Bistafa, «On the development of the Navier-Stokes equation by Navier» Revista Brasileira De Ensino De Física, vol. 40, nº 2, e2603 (2018).

(***) J. Hron, J. Malek, & K. R. Rajagopal, (2001). Simple flows of fluids with pressure-dependent viscosities. Proc. of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 457, 1603–1622.

See also:

C.L. M. H. Navier, Annales de Chimie et de Physique, XIX, 244 (1821).

C. L. M. H. Navier, 1823 Mémoire sur les lois du mouvement des fluides. Mem. Acad. R. Sci. Inst. France, VI, 389–416, read at the Academy of Sciences on 18th March (1822).

A.L. Cauchy, Exercises de Mathématiques, Chez de Bure Fréres, Paris, (1828).

S. D. Poisson, 1831 Mémoire sur les équations générales de l'équilibre et du mouvement des corps solides élastiques et des fluides. J. Ecole Royale Polytech. XX, 1–174, read at the Academy of Sciences on 12th October (1829).

A. B. Saint-Venant, Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences, 1240 (1843).

G. G. Stokes, 1845, On the theories of the internal friction of fluids in motion, and of the equilibrium and motion of elastic solids. Trans. Camb. Phil. Soc. VIII, 287–305.

(۞) كما أشرنا في الاستطراد (*) بعد الاستطراد (۞) في الهامش (*) ضمن الملاحظة ﴿07﴾:

« قام إدموند هالي (1665-1742) [ناشر كتاب نيوتن الأشهر "المبادئ الرياضية للفلسفة الطبيعية" 1687 قبل 101 عام من نشر كتاب لاغرانج!]

بضم صياغته الخاصة للفصل الثامن (المفقود) من كتاب المخروطات لأبولونيوس إلى ترجمته اللاتينية للنصوص العربية و"الإغريقية" عام 1710»[#]

تجدر الإشارة كذلك، .. لكتاب معاصر [بالأحرى مجموعة كتب،.. حيث كان قد لفت نظري – قبل حوالي عقد مضى – عندما كنت أطالع المقال المذكور في الهامش السابق: Isabelle Gallagher, «Autour des équations de Navier-Stokes» sur images.math.cnrs.fr [‡] عدة مقالات في نفس الموقع "المرموق" لرياضي جزائري، أكتشفه لأول مرة، يتحدث عن المنحنيات ووجدت له كتاب في ذات الموضوع، .. كان انطباعي الأول أنه كتاب أبولونيوس المعاصر!] للرياضي والأستاذ حمزة خليف[1]، كنت قد وجهت له – مؤخرًا – رسالة للمشاركة في الملتقى العربي الثاني للميكانيكا والهندسة المزمع تنظيمه بجامعة بسكرة – ديسمبر 2023،[2] .. أقتبس منها بعض الفقرات:

« بداية اسمح لي أن أعبر لكم باسمي ونيابة عن اللجنة المنظمة للملتقى عن حرصنا الشديد بان تكون جزء من عائلة الملتقى العربي الثاني للميكانيكا والهندسة وبأن تكون - بالإضافة لعضوية اللجنة العلمية - ضيف شرف هذه الطبعة بين أبنائك وتلاميذك وأنا واحد منهم؛ حيث أني وإن لم أتشرف بالتتلمذ على يديك مباشرة فقد قرأت منذ مدة كتابك الفريد معجم "حديقة المنحنيات"[3] باللغة الفرنسية وأدهشني الحشد الهائل من هذه الكائنات الرياضية الذي جُمع في هذا الكتاب الذي أراه –بالأضافة إلى معجمكم الضخم "حديقة السطوح"[4] يُعدّان وبلا مُبالغة ومن وجوه عدة – المناظر المعاصر لكتاب القطوع المخروطية لأبولونيوس. بالإضافة لإعادة قراءتي مؤخرا - باستمتاع كبير وإعجاب شديد - ترجمتك لكتاب جيفري رينويك ويكس "شكل الفضاء"[5] الذي طالما استحضرت في قاعات الدرس مقتطفات من الفصل الأول "الأرض المسطحة" – مع الربط بينها وبين رواية الأرض المسطحة لإدوين أ. آبوت التي ألفت قبل قرن (1884)[6] من الكتاب (طبعته الأولى 1985)[7] في معرض النقد السياسي للنفاق في العصر الفيكتوري – وكذا الفصلين الرابع والخامس بالإضافة إلى مسائل أخرى مفيدة ومسلية في آن واحد. إلاّ أن ترجمتك الدقيقة لطبعته الثالثة (2020)[8] ولاغرو أن الترجمة – وإن لم تكن تأليف ثان للنص– هي تحرير وتضليل وربما تلوين للنص الأصلي. دون أن أنسى ترجمتك الرائعة لكتاب إيتيين جيس (المُؤَلَّف بالإنقليزية ولا ترجمة فرنسية له لحد الآن) "نزهة رياضياتية فريدة" إلى العربية[9]. هذا الكتاب الذي تجمعه مع كتابكم (ولغته فرنسية) وكتاب أبولونيوس (الذي ظلّ متداولاً بنسخته العربية إلى بداية القرن الثامن عشر، إلى حين أكمل إدموند هالي ترجمة فصوله – من الأصل العربي – العام 1710[#]) غربة الشكل – ناهيك عن وحدة الموضوع والمحتوى – بحيث يصدق فيهم (الكتب) أو بالأحرى في السادة مؤلفيهم وصف المتنبي لغربة الوجه واليد فضلا عن غربة اللسان، وهي أقسى أنواع الغربة، في قصيدته التي مطلعها:

مَغَاني الشِّعْبِ طِيباً في المَغَاني
بمَنْزِلَةِ الرّبيعِ منَ الزّمَانِ
وَلَكِنّ الفَتى (العَرَبي) فِيهَا
غَرِيبُ الوَجْهِ وَاليَدِ وَاللّسَانِ
مَلاعِبُ جِنّةٍ لَوْ سَارَ فِيهَا
سُلَيْمَانٌ لَسَارَ بتَرْجُمَانِ

لهذا أستاذي الفاضل نتمنى أن تكون بيننا إن شاء الله كما نتمنى أن تقوم بمداخلة - ضمن فعاليات الملتقى – بهدف نشر الثقافة العلمية والرياضياتية بالخصوص لجمهور غير المتخصصين (..) ».

(#) Michael N. Fried, Edmond Halley's Reconstruction of the Lost Book of Apollonius's Conics, Springer (2012).

(1) ESPACE MATHÉMATIQUE (google.com): https://sites.google.com/site/espacemathematique/

(2) Home – ARCME23 (univ-biskra.dz): https://arcme.univ-biskra.dz/10-2/

(3) Hamza Khelif, Le jardin des courbes: dictionnaire raisonné des courbes planes célèbres et remarquables, ellipses (2010)

(4) Hamza Khelif, Le jardin des surfaes: dictionnaire raisonné des courbes gauches, des surfaces et d'autres variétés célèbres et remarquables, ellipses (2020).

(5) Jeffrey Renwick Weeks, The Shape of Space, 2nd Edition, New York ■ Basel – MARCEL DEKKER, INC (2002).

(6) Edwin Abbott Abbott, Flatland: A Romance of Many Dimensions, Dover (1992) [originally published 1884].

(7) Jeffrey Renwick Weeks, The Shape of Space, How to Visualize Surfaces and Three-Dimensional Manifolds, New York ■ Basel – MARCEL DEKKER, INC (1985).

(8) جيفري رينويك ويكس، شكل الفضاء، ترجمة حمزة خليف (2020)، من النص الأصلي للطبعة الإنقليزية:

(8) Jeffrey Renwick Weeks, The Shape of Space, Third Edition, Taylor & Francis Group, LLC, (2020)

(9) إيتيين جيس، نزهة رياضية فريدة، ترجمة حمزة خليف (2021)، من النص الأصلي للطبعة الإنقليزية:

(-) Étienne Ghys, A singular mathematical promenade, ENS Éditions (2017).

(.. تابع) تنتهي الشجرة الأكاديمية (Academy tree) إلى الشيخ الرئيس أبي علي الحسين بن عبد الله بن الحسن بن علي بن سينا البلخي ثم البخاري (370 – 427هـ/980 – 1037م)، أما شجرة مشروع أنساب الرياضيات (MGP) تصل في أقصى امتدادها إلى غياث الدين أبو الفتح (الفتوح) عمر بن ابراهيم الخيام النيسابوري (440 أو 444 – 517 أو 525هـ/1048 أو 1052 – 1123 أو1131م). بمراجعة تاريخ الميلاد والوفاة نجد أختلاف بين التاريخين كما هو موضح واللذان يردان في المصادر، سواء كان ذلك بالتأريخ الهجري أو ما يوافقه بالميلادي، لكن كلاهما يشير إلى بلوغ ألألفية [التي سنعود إليها وإلى أمور أخرى لاحقا[❁]] بتاريخ الميلاد (هجريا) أو الوفاة (ميلاديا)!!

نذكر أن أبي حاتم المظفّر بن إسماعيل الإسفزاري[أ] قد تم إغفاله – مع كثير من العلماء المسلمين – من كلا المشروعين، مايدعونا – بالإضافة إلى العمل بإذن الله على إدراجه في كلا المشروعين مع آخرين، مع الطموح لإنشاء مشروع خاص بأنساب الميكانيكا[❁] – من خلال بحث علاقته بالخيام وتلميذه الخازني في إطار البرنامج الذي عملوا عليه – رفقة آخرين – في مرصد سمرقند بأصفهان (مرصد أصفهان الكبير)[ب] الذي كان مع مرصد مرغه حلقتي الوصل في انتقال العلوم من المشرق الإسلامي لأوروبا القروسطية[ج] – بينما نافذة المغرب الإسلامي كانت الأندلس – وإن تأخرت قليلا – بعد موقعة بلاط الشهداء (بواتييه) ومن ورائها عُدوة المغرب ومن أشهرها مرحلة الإتصال ببجاية الناصرية بواسطة فيبوناتشي[*]/ليوناردو (بيزانو) دو بيزا (1170 - 1250) Leonardo de Pisa بمملكة النورمان جنوب إيطاليا. على الرغم من أهمية الاسفزاري وأعماله[د] على وجه الخصوص كمحور لمتن الميكانيكا العربية [من ثابت بن قرة الحراني (221/836 - 288/901) الذي تتلمذ عل بني موسى في القرن التاسع إلى تقي الدين محمد بن معروف الشامي (1526-1585) في القرن السادس عشر] بشقيها النظرية (الأثقال) والتطبيقية (الحيل)، الأمر الذي تكشف خلال العشرين سنة الماضية فقط،[هـ] ما قد يفكك كثير من ألغاز تطور الفلسفة الطبيعية وأصل منشئها الميكانيكي العربي إلى جانب ميكانيكا أرسطو المستقل عن ميكانيكا أرخميدس [الذي لا يوجد له ذكر خلال القرون الثانية من سطوة العلوم والميكانيكا العربية[و]]، فكان القبان بديل الرافعة، وإن شكلا معًا السلف العملي والمثال التطبيقي على – نحو ما – لمبدأ الفعل الأقل.[ز] مع الاعتماد على فنون (صنعة) القبّان لإثبات قانون المستوى المائل (إجرائيًا) [يُنسب إثباته (وضعيًا) لجوردانو ومن بعده جاليليو واعتباره نقطة بداية "علمه الجديد" للحركة][ح]

[❁] هذا الهامش يتعلق بهواش أخرى تالية، لذا راجع مابعد الهامش الأخير (ح)،.. على سنة هذا الفصل [مابعد الأخير] تأتي الليلة الثانية بعد الألف .. بعد ألف ليلة وليلة!

[أ] أبو حاتم المظفر بن إسماعيل الأسفزاري (توفي 515هـ/1121م)، فلكي ومهندس ورياضي نشأ في مدينة إسفزار من نواحي سجستان .برز في العلوم الرياضية والميكانيكية التطبيقية، عاصر عمر بن إبراهيم الخيام (ت. 517هـ)، ويقال أنه قد جرت بينهما مناظرات (فيما تذهب الأغلبية أنه تلميذ الخيام وأستاذ للخازني – تم إغفال ذكره كذلك – الذي يجعله البعض تلميذ مباشر للخيام). اهتم بعلوم الهيئة والأثقال والحيل الهندسية. وصرف عمره في عمل ميزان يُعرف به الغش والعيار، فكسره خازن السلطان وفتّت أجزاءه خوفاً من كشف اختلاسه من الخزانة. ويقال إن المظفر الأسفزاري مرض ومات أسفاً لدى سماعه ما حدث. ذكره ابن الأثير في حوادث عام 467هـ، وذكر أنه أحد الثمانية (رفقة الخيام والخازني و خمسة آخرين – لحد الآن – غير معروفين!) الذين قاموا ابلأرصاد للسلطان السلجوقي ملكشاه في تلك السنة.

[ب] مرصد أصفهان الكبير بناه الوزير نظام الملك في عهد السلطان السلجوقي جلال الدولة – ملك شاه، وأبرز منجزاته التقويم الجلالي (1079) بإشراف الخيام وفريقه.

[ج] مثل مرصد مرغه و أصفهان إلى حد ما جسر العبور الأول للعلوم العربية نحو أوربا القروسطية، وهو الأمر الذي توثقه شجرة النسب الأكاديمي مع مدرسة القسطنطينية كرافد احتفظ بشذرات من علوم الأوائل، فيما نسجل غياب منفذ المغرب الإسلامي رغم وجود حالات مشهورة مثل فيبوناتشي[*] لكن لم توثق في مشجر الأنساب، واحتمال وجود حالات أخرى غير معروفة نظرا للقرب – بل الالتحام – الجغرافي، ..!!

[*] ليوناردو فيبوناتشي (بيزا، 1170م - 1250م) رياضي إيطالي عاش ودرس ببجاية؛ يعد من أبرز رياضياتي العصور الوسطى في أوروبا والمسؤل عن انتقال الأعداد العربية إليها. عُرف باسم ليوناردو بيزانو (نسبة إلى مدينته بيزا)، كما كان يعرف باسم ليوناردو بيغولو (وتعني Bigollo المسافر)، لكن اسمه الحقيقي كان ليوناردو غيليلمي (بالإيطالية: Leonardo Gulielmi) وقد اشتهر حديثا باسم فيبوناتشي، الذي يعني ابن بوناتشي (filius Bonaccio)، الاسم الذي تعلّق به بعد وفاته.

[د] للمظفر الاسفزاري عدة مؤلفات أشهرها كتاب"إرشاد ذوي العرفان إلى صناعة القبان"، في علم مراكز الأثقال والموازين. يحتوي ثلاثة فصول تبحث في مبادئ الصنعة والبراهين عليها وفوائدها. يقول المؤلف في مقدمة كتابه « إني لما رأيت العلوم منبتة عن البراهين الهندسية، ومستنبطة عن العلل الطبيعية، وقد نسي من يعرف مراكز الأثقال، الذي هو أجلّ أقسام العلوم الرياضية وأشرفها فأقول: إن لكل صناعة مبادئ يُبنى عليها، ومصادرات يستند إليها ..». ومن كتبه الأخرى: "اختصار الأصول لإقليدس"، "أرشميد المقياس"؛ وهو ميزان يعرف به الغش والعيار، "مقدمة في المساحة"، "اختصار كتاب الحيل" لبني موسى بن شاكر، وينسبه ابن النديم لأحمد بن موسى بن شاكر. كما كان أول من جمع، في العالم، ظواهر الأرصاد الجوية في كتابه "آثار علوي" [لاحظ التشابه مع ما نشره ديكارت صيف العام 1637، راجع .. الهامش (6) من الاستطراد الخاص بمبدأ الفعل الأقل LPA ضمن الملاحظة﴿04﴾، وكذا جميع هوامش الملاحظة ﴿02﴾ التي ذكر فيها 62 مرة من مجموع 81 في هذا الفصل!]. تجدر الإشارة إلى أنه تم تحقيق كتاب الاسفزاريالأشهر "إرشاد ذوي العرفان إلى صناعة القبان"، ونشره باللغتين العربية (2013) والإنجليزية (2015)؛[1]

[هـ] كان المحقق الأول [محمد أبطوي، خلال عمله بمعهد ماكس بلانك لتاريخ العلوم ببرلين[2]وهو حاليا باحث بالمركز العربي للأبحاث ودراسة السياسات بالدوحة[3]] لكتاب الاسفزاري، قد نشر منذ بداية الألفية سلسلة من الدراسات حول الميكانيكا العربية،[4-6] أدّت لتغيير جوهري في النظرة إليها– مثلما كان قبل ذلك مؤرخ العلوم العربية رشدي راشد، والباحث بالمركز الوطني للأبحاث العلمية بباريس[7] قد حقق اختراقا على مستوى الرياضيات (أطروحة الطوسي) والبصريات (قانون بن سهل) العربية [راجع، .. الهامشين (5) و (7) من الاستطراد الخاص بمبدأ الفعل الأقل LPA ضمن الملاحظة﴿04﴾]– ووجدت صداها في مؤلفات لاحقة لمؤرخين غربيين،[8-9] وصلت إلى حد إعادة نسبة الكثير من المفاهيم أوجذورها الأساسية؛ أهمها مبدأ العمل الافتراضي لدالمبير [مايعني كذلك، أن الأمر ذاته ينسحب على مبدأ الفعل الأقل؛ الذي صيغته العامة فيها لدالمبير أكثر مما للاغرانج، والعلاقة بينهما لاتخفى فمراسلاتهما (1765-1783) بحجم مجلد كامل][10] لأصولها الحقيقية ضمن إطار متن الميكانيكا العربية!

(و) في هذا الخصوص نورد مقتطفا من حوار مع مؤرخ العلوم العربية محمد أبطوي (1959-) [الباحث بمشروع معجم الدوحة التاريخي للغة العربية، والمركز العربي للأبحاث ودراسة السياسات بالدوحة – قطر[4]] لمركز بن البناء المراكشي للبحوث والدراسات في تاريخ العلوم في الحضارة الإسلامية:[11]

« .. هناك تقليد واحد رئيسي في علم الميكانيكا العربية يجمع بين تيارين موروثين عن الميكانيكا الإغريقية، يُنسب أحدهما إلى أرسطو والآخر إلى أرخميدس، والتقى هذان التقليدان في علم الأثقال العربي وليس في علم الحيل، نظرا لأن هذا الأخير هو امتداد للميكانيكا العملية الإغريقية التي انتقلت بعض مؤلفاتها، ومنها مدخل إلى علم الحيل لبابوس وكتاب رفع الأشياء الثقيلة بالقوّة اليسيرة لإيرُن السكندري، الذي ترجمه قُسطا بن لوقا، وكتاب الآلات الروحانية لفيلون البيزنطي وغيرها. أما في علم الأثقال، أي الميكانيكا النظرية، فقد تلقى المسلمون فقط بعض الشذرات، نظرا لأن كتاب أرخميدس الأساسي في هذا الباب وهو استواء البسائط لم يترجم للعربية. وما نُقِل لم يتعد الشذرات والنُتف من التقليد الميكانيكي الأرسطي المتمثل في كتاب المسائل الحيليّة (Problemata mechanica) الشهير، وبعض المقتطفات من نظرية مضطربة في الميزان منسوبة إلى إقليدس ولم يُعثر قط على ما يقابلها من أصل إغريقي. أسّس ثابت بن قرة علم الأثقال وأطلق البحث في الميكانيكا النظرية بالعربية وطوّر نظرية الميزان القباني انطلاقا من هذه الشذرات. ومن هذا القليل أنتج علما جديدا في كتاب في القرسطون، وهو ما انتبه له الفارابي في إحصاء العلوم وعدّه حدثا إبستيمولوجيا ينبغي تسجيله وإشهاره، وفعل ذلك بتمييزه علما رياضيا متمايزا عن علم الحيل ومباينا له. يمثل إنجاز ثابت بن قرة أساس علم الأثقال العربي، وأقامه على تحليل مزدوج – رياضي وتجريبي– لمبرهنات تصف سلوك ميزان غريب انقرض تقريبا اليوم وبقيت تسميته بالميزان القباني المقابل لقرسطون ثابت ومعاصريه. وحتى نتجنب الإطالة في الحديث عن نتائج بحوث منشورة ويمكن العودة إليها، يكفينا القول بأنه قبل انصرام الربع الأخير من القرن الثالث الهجري كانت الميكانيكا النظرية (علم الأثقال) قائمة الذات، وبات ما انطوت عليه من كشوف ووعود علمية خصبة أساسا لتقليد بحثي امتد البحث فيه بالعربية حتى القرن التاسع عشر (..).»[11]

[أبطوي[1] واحد من جيل ثالث من الباحثين في تاريخ العلوم العربية، بعد الجيل الأول ممثلا في عبد الحميد صبرة (1924-2013) وأحمد يوسف الحسن (1925-2012) مؤسس معهد التراث العلمي العربي بحلب العام 1976، أما الجيل الثاني فمن رشدي راشد (1936-) إلى أستاذنا أحمد جبار (1941-) وجورج صليبا (1939-)[23]]

(ز) القبان أو القرسطون شكل من الموازين أكثر تطورًا، أشبه مايكون بالرافعة، وإن كانا متكافئين من ناحية المبدأ (يعوض المكسب في القوة بخسارة في الإزاحة والعكس، مجسدًا – «القاعدة الذهبية للميكانيكا») الذي يعبر عمليا – وظيفيا وحتى لغويا – عن مبدأ الفعل الأقل حيث يُؤرِّخ له باعتباره أحد الروافد التي ساعدت على ظهوره.

["مبدأ الإزاحات الافتراضية هو أعم مبدأ في الاستاتيكا التحليلية، منه يمكن الحصول على شروط اتزان اية مجموعة ميكانيكية معينة"، يمكن اعتباره حالة خاصة أوالمقدمة لمبدأ دالمبير (1743) السابق لصيغة لاجرانج الأولية (1760) والعامة (1788) لمبدأ الفعل الأقل، والمكافئ لمبدأ غاوس (1829) للقيد الأقل مع تعقيد أكثر إلى حد ما] إقتبسنا "هنا" من الكتاب الذائع الصيت؛ الميكانيكا التحليلية [12] للميكانيكي السوفيتي الشهير فيلكس خانتماخر (1908-1964) ويضيف:"كان مبدأ الإزاحات الافتراضية (..) معروفا في أيام جاليليو باسم « القاعدة الذهبية للميكانيكا »(*)". يشير في الهامش إلى نسبة القاعدة (من طرف جاليليو) لأرسطو عكس ماهو شائع أنها لأرخميدس: " (*) نسب جاليليو إثبات «القاعدة الذهبية للميكانيكا» إلى أرسطو، لقد ظهرت الصيغة العامة لمبدأ الإزاحات الافتراضية لأول مرة في أعمال يوحنا برنولي عام 1717".

" فيلكس خانتماخر، عالم رياضي معروف، ودكتور في العلوم الرياضية والطبيعة (D.Sc)، ويحمل لقب أستاذ ورئيس قسم الميكانيكا النظرية بمعهد الفيزياء والتكنيك بموسكو. ولقد كرس جهوده العلمية لحل مشاكل تطبيق الميكانيكا على فروع العلم المختلفة. وفيليكس جانتماخر مؤلف عدد كبير من الأعمال العلمية المنشورة. ومن كتبه التي نالت شهرة واسعة في العالم«نظرية تحليق الأجهزة غير الموجهة» و«الجزيئات والنويات المتذبذبة والإهتزازات الضعيفة في المجموعات الميكانيكية» وغيرها. ولقد مُنح فيلكس جانتماخر، تقديرًا لخدماته في مجال العلم ولنشاطه في مجال التعليم، جائزة الدولة للاتحاد السوفييتي.[12]" – هذا ماورد في مغلف الكتاب، أضيف عليه فيما يلي مقتطف من مذكرات أوليغ داشيفسكي، خريج كلية الفيزياء والتكنولوجيا [وردت في مقال لفلاديمير شابيرو في معرض حديثه عن سيرة والده الرياضي جينريك ميخائيلوفيتش شابيرو (1903-1942) وربطه بمدينة أوديسا الأوكرانية وتراثها الرياضياتي في مقال نشر في العدد 96/97 (تموز/ يوليو 2008) من مجلة مجدال تايمز[13]]:

"يتم تدريس الميكانيكا النظرية والتحليلية في كلية الفيزياء والتكنولوجيا في السنة الثانية. قرأها البروفيسور يزرمان لنا ببراعة، كما نفهمها. كان ذلك في 1965-66 ، وحتى عام 1964 تم تدريس هذا التخصص من قبل البروفيسور فيليكس روفيموفيتش غانتماخر، وهو عالم مشهور عالميا، ليس فقط أكاديميا، ولكن أيضا عضوا في أكاديمية العلوم. في عام 1964، أصيب بمرض خطير، وكان من الواضح أنه لن يكون قادرا على تدريس مساره لطلاب السنة الثانية آنذاك. كان في المستشفى وعرف أنه لن يخرج منه أبدا. تم وضع تلميذه وصديقه، البروفيسور يزرمان، على الجدول الزمني. – لكنه أراد أن يلقي على الأقل المحاضرة التمهيدية الأولى من أجل أن يظهر للطلاب عظمة وروعة علمهم المحبوب. تم إحضاره من المستشفى في سيارة إسعاف وحمل إلى الطابق الثاني بين ذراعيه. احتشد الطلاب في قاعة المحاضرة. ألقى جانتماخر محاضرة بينما كان مستلقيا على كرسي بذراعين بينما كتب مساعده الصيغ على السبورة ورسم الرسومات بعيون مليئة بالدموع. لم يكن هناك همس أو سعال عرضي في الغرفة – كان الجميع يعرفون أنهم كانوا يشهدون عملا شجاعا غير عادي وتفانيا في العلم". – أوديسا "الرياضية"، ف. شابيرو. مجدال تايمز[13]

من المثير للاهتمام أن نلاحظ أن أحد أكثر الأساتذة والمحاضرين موهبة، بالمعنى الدقيق للكلمة، لم يكن لديه تعليم ثانوي أو عالي: لم يكن لديه أي ورقة حول هذا الموضوع. هذا يذكرنا[14] .. ستيفان تيموشينكو Stephen Timoshenko (1878-1972) المخترع وأحد المهندسين الميكانيكيين البارزين في جامعة سانت بطرسبرغ متعددة التقنيات. عضو مؤسس بالأكاديمية الوطنية للعلوم في أوكرانيا والأستاذ البارز بجامعة ميشيغان وستانفورد، الملقب بأب الهندسة الميكانيكية [.. نذكر(*) سيرته الذاتية[15] وكتابه تاريخ جلد المواد[16] والاقتراح ليكون نواة مشروع مستقل خاص بأنساب الميكانيكا؛(*) الذي دارت حوله منذ مدة نقاشات عدة[17،18]]. إضافة للفيزيائي الشهير ليف دافيدوفيتش لانداو Lev Davidovich Landau (1908 - 1968) الحائز على جائزة نوبل للفيزياء (1962) وآخرين – أقل شهرة ربما – مثل سيمن بيتروفيتش شوبين Semen Petrovich Shubin (1908-1938)، زميل لانداو (الذي شغل خلال الثلاثينات منصب رئيس القسم النظري بمعهد للفيزياء والتكنيك بخركيف (أوكرانيا)) حيث ترأس القسم النظري لمعهد للفيزياء والتكنيك بسفردلوفوسك (الأورال)، ..كماورد في الكتاب الذي يسرد ترجمة (بيوغرافيا)[19] زميلهم ماتفي بيتروفيتش برونشتاين Matvei Petrovich Bronstein (1906 -1938) في معرض الحديث ضمن الفصل 5 عن فيزياء [الثوابت، التي سنعود لها لاحقا ..] c,G,ħ في حياته:

« هناك حاجة إلى بعض التعليقات التاريخية القصيرة هنا. قبل عام 1934 لم تكن هناك ألقاب أكاديمية في الاتحاد السوفيتي: فقد تم إلغاؤها مع الرتب العسكرية بعد ثورة 1917. في العلوم، لا يكون نظام القيادة والانضباط الموثوق به بارزًا كما هو الحال في الجيش. إنها تفضل بالأحرى هيكلًا مرنًا والمبادرة غير المقيدة. في الواقع، هل يمكن للمرء أن يضع الإنجازات العلمية في نمط جامد؟ هل هناك أي حاجة للقيام بذلك؟ في الثلاثينيات، كان الفيزيائيون الروس الشباب متشككين في هذا الأمر. ومع ذلك، فإن الحكومة السوفيتية،"من أجل تعزيز النشاط البحثي ورفع مستوى الباحثين المشاركين والمحاضرين"، أعادت تقديم الرتب الأكاديمية في مستويين: المرشح والدكتور. من الطبيعي أن تكون هناك حاجة لعدد معين من الدكاترة لتشغيل المنظومة؛ تم منح أعضاء أكاديمية العلوم درجة الدكتوراه. علاوة على ذلك، فإن بعض "الأفراد الأصغر سنًا" (على سبيل المثال، رؤساء الأقسام النظرية في معاهد الفيزياء المنشأة حديثًا في خاركوف وسفيردلوفسك لانداو وشوبين) حصلوا على شهادات الدكتوراه دون الدفاع عن الأطروحات. بينما كان على برونشتاين، الذي كان يقف في أسفل السلم الإداري وبقي في لينينغراد بين العديد من علماء الفيزياء اللامعين، أن يمر عبر الدائرة.

كما هو الحال في أي مكان آخر في العالم، كان الفيزيائيون الشباب والموهوبون يعاملون الرتب الأكاديمية دون قدر كبير من الاحترام. لقد بذل مدير ورؤساء القطاعات في معهد لينينغراد الفيزيائي التقني الكثير من الجهد لتحفيز زملائهم الأصغر سنًا على كتابة الأطروحات والدفاع عنها في الوقت المحدد قبل نهاية عام 1935. وفقًا لزميله I. Kikoin، الذي شهد توبيخًا منتظمًا في مكتب المدير، قدم برونشتاين دفاعًا هائلاً بإصراره على أن أطروحة الدكتوراه بدون صيغ طويلة لن تكون مقنعة بما يكفي، (وبالتالي فإن أشباه الموصلات كانت خيارًا سيئًا. لقد كانت مزحة تحتوي على ذرة من الحقيقة: لقد كان منشغلًا بالفعل بتقدير كمية الجاذبية، الأمر الذي يتطلب بالفعل صياغة رسمية واسعة النطاق). في ضوء هذا، جاء كيكوين إلى عرض برونشتاين للأطروحة مزودًا بتلسكوب للتأكد من عدم تفويت أي من مؤشراته على السبورة.
أكمل برونشتاين عمله خلال صيف 1935: في 10 جوان، كان المجلس العلمي لا يزال يتوقع أطروحة حول أشباه الموصلات، عندما قدم برونشتاين في أغسطس مقالًا عن الجاذبية الكمية. دافع برونشتاين عن أطروحته في 22 نوفمبر 1935. وكان مُحكموه، فلاديمير فوك وإيجور تام، وهما من المنظرين البارزين، مسرفين في مدحهم. يُظهر تقرير الاختزال وروايات شهود العيان أن الأمر كان بمثابة محاضرة أكثر من كونه إجراءً دفاعيًا مناسبًا - في نهاية المطاف، كانت مكانة برونشتاين عالية في المجتمع الأكاد.»[19]

(ح) الاثبات الاجرائي، بمعنى قبول مفهوم التناسب بين الثقل والقوة (واستُخدم لذلك الميزان والقبان خصوصا) ومن الواضح أنه معروف في كلا التقليدين الأرسطي و الأرخميدي ثم استمر وتطور ضمن التقليد العربي وظل معتمدًا حتى القرن 17. في حين أن الإثبات الوضعي (المنطقي) لا يكتفي بالقبول والتفسير النوعي بل يتطلّب تفسيرًا كميا يستدعي تقنيات هندسية وحسابات عددية؛ الأمر الذي نُسب – عادة – لجوردانوس دي نيمور (النيموري) ثم سيمون ستيفان وبعدهم جاليليو جاليلي واعتبر نقطة البداية لعلم الحركة الجديد كما سماه هو ذاته (جديد على ماتوصل إليه جوردانوس، ناهيك على من سبقه – طبعا ليس المقصود أعلام الميكانيكا العربية بل القفز كما هي عادة معظم المؤرخين الغربيين مباشرة لأعلام الفترة الأسبق– إيرُن و بابوس، .. وحتى دافنشي وإن جاء بعده).[21,20] تميّز جاليليو عن جوردانوس وستيفان – وإن اشترك معهما في التقنيات الهندسية – بالنموذج الإرشادي (البردايم) والتمييز المفاهيمي بين الثقل (الدفع) والحركة (كمية الحركة) (gravità & momento) حتى وإن عرفها من كان قبله.[22] لايمكن المجادلة في جِدّة ميكاميكا جاليليو في صورتها المكتملة – مع مايمكن أن يكون قد أضيف إليها بأثرٍ رجعي – أما ماسيق ذلك، بالتأكيد ليس تقليدًا جديدًا بل هو من صميم الميكانيكا العربية، فمفهوم الثقل والحركة يرجعان للشيخ الرئيس ابن سينا (فقد وردا صراحة في كتاب الشفاء الذي تحل ذكرى ألفيته (1023-2023) هذا العام(*)) لا إلى جوردانوس. هذا من الناحية المفاهيمية، أما التقنيات الهندسية (حساب المثلثات) فكانت قد اكتملت على يد حفيده في مشجر النسب الأكاديمي حجة الحق عمر الخيام، وبالتالي لاشك في اكتمال هذا المبحث في إطار متن الميكانيكا العربية، وأصبح الطريق ممهدا لمن أتى بعد ذلك (الإسفزاري والخازني، ..) وهذا قبل ولادة جوردانوس [المفترضة، لأنه مجرد اسم علَم: (1225 - 1260) Jordanus Nemorarius -- de Nemore، لا يُعرف عنه شيئًا تقريبًا، كما أن الأعمال التي تُنسب له ومن أشهرها كتاب: "Liber de ratione ponderis (De ponderibus)" مضطربة ومشوشة في بنيتها النصية، لكنها مع ذلك تتضمن نتائج مهمة تتجاوز ما وصله علم الأثقال العربي، ومن المحتمل أنها تنطوي على نصوص عربية مترجمة إلى اللاتينية لم نعثر على أصولها حتى الآن (..)] بأكثر من قرن من الزمان!. بل إن مفهومًا آخر وهو الاندفاع (الفعل)، إضافة للثقل أو الدفع (القوة) و الحركة (كمية الحركة) قد كان معروفا – وإن كان مضطربا – حينها. بالتالي لا يبقى من أُسس بناء التقليد الجديد إلا حجرٌ واحد تقريبًا، هو مفهوم القصور [مع ذلك، لا يمكن القطع بعدم وجوده ولو في طورٍ جنيني في سياق الميكانيكا العربية (احتمال واردٌ جدًا. أولاً، لوجود نسبة كبيرة من المخطوطات غير محققة. ثانيًا، باعتبار كل التقليد السابق لعصر جاليليو كوحدة واحدة – يميّزها عن التقليد الهلنستي تأسيس علم الأثقال = scientia de ponderibus، وتطوره على مدى 5 قرون من كتاب ثابت بن قرة في القرن 9 إلى كتاب جوردانوس في القرن 13 – يصبح وجود جذور لمفهوم القصور مؤكدًا وحتمية لامفر منها)]، خصوصا أن التقليد العربي قد اتخذ بعد نضوجه مسارًا معاكسا (وتصادميًا) مع التقليد الأرسطي الذي يتناقض مع مبدأ القصور وبالتالي تأتي النقلة (الثورة) القصورية الجاليلية إستنادًا إلى نتائج مدرسة سمرقند (كمركز توحيد للميكانيكا باجتماع عِلميّ الأثقال والحيل) كما هو الأمر في حالة أخرى شهيرة هي استناد النقلة (الثورة) الهليومركزية – الكوبرنيكية إلى نتائج مدرسة مراغه (المشككة بالنظام البطليمي وإن تواءمت معه مؤقتًا عبر آلية الطوسي) وأبحاث الفلكي بن الشاطر الدمشقي،[23] سلف تقي الدين بن معروف (الفلكي الدمشقي المعاصر لجاليليو) الذي يعدُ آخر عالم كبير في التقليد العلمي العربي الكلاسيكي.

مصادر ومراجع النصوص والاقتباسات الواردة أعلاه:

(1) محمد أبطوي، متن المظفّر الإسفِزاري في عِلمَي الأثقال والحِيَل: تحقيق نقدي ودراسة تاريخية لنصوص جديدة في تقليد الميكانيكا العربية (لندن: مؤسسة الفرقان للتراث الإسلامي، 2013) 520 صفحة؛ و:

(1) Mohammed Abattouy, The Corpus of Al-Isfizārī in the Sciences of Weights and Mechanical Devices. New Arabic Texts in Theoretical and Practical Mechanics from the Early XIIth Century. English Translation, Partial Analysis and Historical Context (London: Al- Furqān Islamic Heritage Foundation, 2015, pp. 419).

(2) Max-Planck-Institut für Wissenschaftsgeschichte (MPIWG): Home Page | MPIWG | https://mpiwg-berlin.mpg.de
(–) Islamic Scientific Manuscripts Initiative (ISMI): Home Page | ISMI | https://ismi.mpiwg-berlin.mpg.de

(3) Arab Center for Research & Policy Studies (ACRPS): Home Page | dohainstitute | https://dohainstitute.org
(–) The Doha Historical Dictionary of Arabic (DHDA): Home Page | dohadictionary | https://dohadictionary.org

(4) Mohammed Abattouy (2001), Greek Mechanics in Arabic Context: Thābit ibn Qurra, al-Isfizārī and the Arabic Traditions of Aristotelian and Euclidean Mechanics. Science in Context, 14(1-2), 179-247.

(5) Mohammed Abattouy, The Aristotelian foundations of Arabic mechanics: From the ninth to the twelfth century. In : The dynamics of Aristotelian natural philosophy from Antiquity to the seventeenth century, pp. 109-140. Brill, (2002).
(6) Mohammed Abattouy, "The Arabic–Latin intercultural transmission of scientific knowledge in pre-modern Europe: Historical context and case studies." In: The Role of the Arab-Islamic World in the Rise of the West: Implications for Contemporary Trans-Cultural Relations, pp. 167-219. London: Palgrave Macmillan UK, (2012).

(7) Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS): Home Page | cnrs | https://cnrs.fr

(8) Danilo Capecchi, History of Virtual Work Laws: A History of Mechanics Prospective, Springer (2012).

(9) Raffaele Pisano & Danilo Capecchi, Tartaglia's Science of Weights and Mechanics in the 16th Century Springer (2016).

(10) Joseph-Alfred Serret, Œuvres de Lagrange – TOME XIII : CORRESPONDANCE DE LAGRANGE AVEC D'ALEMBERT, Paris, Gauthier-Villars (1867).

(11) حوار مع مؤرخ العلوم العربية د. محمد أبطوي – بوابة الرابطة المحمدية للعلماء(arrabita.ma) - بتاريخ: 2022/04/05، تم الاطلاع: 2023/01/05.
(12) https://www.arrabita.ma/blog/حوار مع مؤرخ العلوم العربية د. محمد أبطوي

(12) فيلكس خانتماخر، الميكانيكا التحليلية، ترجمة محمد اسماعيل، الطبعة الثانية، دار "مير" للطباعة والنشر – الاتحاد السوفييتي موسكو (1975).

(13) владимир шапиро, одесса «математическая», мигдаль times №96-97 июнь-июль/2008, accessed June 19, 2023, http://www.migdal.ru/times/96/17029/index.html

(14) Richard C. Soderberg, Stephen P. Timoshenko, in Biographical Memoirs Vol. 53. pp: 322-349. National Academy of Sciences USA, Washington, D.C. National Academy Press (1982).

(15) Stephen P. Timoshenko, History of strength of materials: with a brief account of the history of theory of elasticity and theory of structures. London: McGraw-Hill Publishing Company, Ltd., (1953).

(16) Stephen P. Timoshenko, As I Remember (Autobiography), New-York: D. Van Nostrand Company, Ltd., (1968).

(17) Mechanics Genealogy | iMechanica | https://imechanica.org/node/6172 (created July 19, 2009 – accessed June 19, 2022).

(۞) بعد الإضافة التي قمنا بها – ولله الحمد– يكون مشجر أنساب الميكانيكا قائم بالفعل يبقى فقط إعلانه، .. خصوصا في ذكرى ألفية الخيام وكتاب الشفاء لابن سينا كما ذكرنا، بالأخص أن كليهما يتربّعان على قمة هرم مشروع أنساب الرياضيات وشجرة عائلة النسب الأكاديمي على التوالي. بذكر مذكرات تيموشينكو (As I Remember) نتذكر الفيلم (A Night to Remember, 1958) عن الرواية الشهيرة بنفس العنوان للكاتب (1955) John Walter Lord Jr.، فقد تم نقل النسخة المرصعة بالجواهر من رباعيات عمر الخيام [أحد أكثر الكتب التي شهدها العالم فخامة من لندن إلى نيويورك في أبريل/نيسان من عام 1912] على متن السفينة تيتانيك آر إم إس التي غرقت في قاع المحيط الأطلسي قبل 111 عام. كان "الأكثر شهرة" من بين الكنوز المفقودة، كما يتضح من ذكره في مقدمة الكتاب، الذي ألهم بعد ذلك بأربع عقود فيلم جيمس كاميرون Titanic عام 1997؛ راجع:

(18) The book that sank on the Titanic and burned in the Blitz - BBC News
https://www.bbc.com/news/uk-england-london-57683638 (created April 15, 2022 – accessed June 19, 2022).

(19) Gennady E. Gorelik and Victor Ya. Frenkel, Matvei Petrovich Bronstein and Soviet Theoretical Physics in the Thirties, Translated by Valentina M. Levina, Birkhäuser Basel (1994). Originally published in 1990 under the title Matvei Petrovich Bronshtein, 1906 – 1938, in the series "Nauchno-biograficheskaya literatura" by Nauka Moscow (1990).

(20) Egidio Festa and Sophie Roux, "The Enigma of the Inclined Plane from Heron to Galileo." In: Mechanics and Natural Philosophy Before the Scientific Revolution. Boston Studies in the Philosophy of Science, vol 254. pp: 195-220. Springer, Dordrecht (2008).

(21) Paolo Palmieri, "A History of Galileo's Inclined Plane Experiment and Its Philosophical Implications," St. John's College Digital Archives, https://digitalarchives.sjc.edu/items/show/6543 (created April 1st, 2011 – accessed June 19, 2022).

(22) William A. Wallace, Galileo and His Sources: Heritage of the Collegio Romano in Galileo's Science, PUP (1984).

(22) Ivan Malara, Galileo and His Sources? A Different Methodological Approach to Galileo's Juvenilia, Galilæana : journal of Galilean studies in renaissance and early modern science /Istituto e Museo di storia della scienza. A.16 – 2019, pp, 1-40.

(23) George Saliba, Islamic science and the making of the european renaissance, MIT Press (2007).

﴿12﴾ رغم أن أعمال ستوكس(*) لعام 1845[1] حول اللزوجة بقيت مهملة لعدة سنوات وبعيدة عن مركز الاهتمام نظرًا للبحث النشط – آنذاك – حول الموجات الخطية وغير الخطية لمتطلبات الأغراض العملية و التطبيقية، الذي كان –وللمفارقة– دافعا من بعض الوجوه للبحث التأسيسي الذي نشره ستوكس عام 1847[2] بعنوان: "حول نظرية تذبذب الموجات" –عامين فقط!! – بعد عمله الأول عام 1845 بعنوان: "حول نظريات الاحتكاك الداخلي للموائع المتحركة، وتوازن وحركة المواد الصلبة المرنة" الذي أعطى الشكل النهائي لنموذج (المائع اللزج) الذي يحمل أسمه إلى جانب كلود لوي هنري ماري نافييه. إلى درجة أن تلميذه هوراس لامب (1849–1934)، في أطروحته الموسعة الأولى لعام 1879[3] لم يؤكد على طبيعتها الأساسية!.(**) تم صياغة النظرية الدقيقة للموجات التذبذبية الدائمة وتطويرها من طرف ستوكس عام 1847، الذي مثل الحل في شكل توسع (سلسلة فورييه. بعد قرن من الأعمال الرائدة لجون لورون دالمبير عام 1747.[5،4] في الأساس، درس ستوكس – مثل معظم علماء الطبيعة في القرن 19– جريان مائع متجانس متعدد الطبقات (ذو طبقتين)، على الرغم من أن حقيقة تقلب الكثافة كان معروفا جيدا منذ القرن 18 [راجع، رسالة فرانكلين إلى برنجل حول سلوك الزيت في الماء].[6]

(*)ساهم السير جورج غابريال ستوكس (1819-1903) في تأسيس الهيدروديناميكا بصياغة العلاقة التأسيسية للضغط. رغم أن تراثه لم يتضمن نشر أي كتب، لكنه كان قارئًا وكاتبًا غزيرًا للأوراق للجمعية الملكية، والجمعية البريطانية لتقدم العلوم، وغيرها من المؤسسات العلمية. وبالتالي، هذه الأوراق التي تم جمعها (وإصدارها بين عامي 1880-1905) هي السجل الوحيد المتاح لعمله كرياضياتي بارز ومؤثر، أستاذًا للرياضيات في كامبريدج لأكثر من 50 عامًا، رئيس الجمعية الملكية (1885-1890)، مساعد أمين اللجنة الملكية في جامعة كامبريدج وعضو البرلمان عن الجامعة.

(**)لم يشر لامب لورقة ستوكس لعام 1845 صراحة في مؤلفه الأول "رسالة حول النظرية الرياضية لحركة الموائع"[3] لعام 1879 بخلاف كتابه "هيدروديناميكا"[7] [الذي اعتبر الأول في قائمة كتبه، وهو طبعة مزيدة ومنقحة لرسالة 1879، نُشر الكتاب – الأكثر تأثيرا في حقله خلال الثلث الأول من القرن 20 باستعارة عنوان كتاب ظهر عام 1738 لدانيال برنولي– في طبعته الأولى عام 1895 ووصل للسادسة في عام 1933. الاختلاف بين الطبعتين؛ يرتبط بما ورد في الهامش السابق إضافة لأمور تتعلق بسيرة لامب نفسه، منها أنه لم يُنتخب عضوًا في الجمعية الملكية إلاّ عام 1884 بعد أن قضى 10 أعوام في جامعة أديلايد جنوب أستراليا بعيدًا عن إنجلترا التي عاد إليها (جامعة فيكتوريا بمنشستر) العام 1885].

(1) George Gabriel Stokes (1845), On the theories of the internal friction of fluids in motion, and of the equilibrium and motion of elastic solids. Trans. Camb. Phil. Soc., VIII, pp: 287–305.

(2) George Gabriel Stokes (1847), On the theory of oscillatory waves. Trans. Camb. Phil. Soc., VIII, pp: 441–455.

(3) Horace Lamb, A Treatise on the Mathematical Theory of the Motions of Fluids, UK, Cambridge University Press (1879).

(4) Jean Le Rond D'Alembert (1747a). "Recherches sur la courbe que forme une corde tenduë mise en vibration (Researches on the curve that a tense cord forms [when] set into vibration)". Histoire de l'académie royale des sciences et belles lettres de Berlin. Vol. 3. pp. 214–219.

(5) Jean Le Rond D'Alembert (1747b). "Suite des recherches sur la courbe que forme une corde tenduë mise en vibration (Further researches on the curve that a tense cord forms [when] set into vibration)". Histoire de l'académie royale des sciences et belles lettres de Berlin. Vol. 3. pp. 220–249.

(6) Benjamin Franklin (1769), Behavior of oil on water. Letter to J. Pringle. In Experiments and Observations on Electricity; R. Cole: London, UK; pp. 142–144.

(7) Horace Lamb, Hydrodynamics. Cambridge University Press (1895) (6th ed. 1933).

﴿13﴾ اهتم العلميون الروس والسوفييت من لومونوسوف إلى لانداو تقليديا بدراسة تقلب الكثافة وتأثيره على جريان الموائع. في مقالاته الشهيرة، وصف لومونوسوف الطبيعة الذرية لمرونة الهواء(أ) وأشار إلى تأثير عدم تجانس الكثافة على جريان الهواء في المناجم(ب). أما مقاله المطول الذي كتبه حول أهمية أبحاث القطب الشمالي، مع إثبات إمكانية أن يقوم الملاحون الروس بشق طريقهم عبر البحار الشمالية إلى المحيط الهادئ(ج)، فقد تم تقديمه في عام 1763 ونشر لأول مرة بعد مائة وخمسين عام (في الذكرى المئوية الثانية لمولده 1911)، حيث تم تحليله والاستشهاد به على نطاق واسع حتى الآن(د).

(أ) كتب ميخائيل فاسيليفيتش لومونوسوف (1711-1765) Mikhail Vasilyevich Lomonosov أعماله العلمية والأدبية باللغتين الروسية واللاتينية، وأحيانا كان يترجم أعماله الخاصة من واحدة إلى أخرى والعكس. علاوة على ذلك، تأثر أسلوب وبناء مجل أعمال لومونوسوف الروسية بشكل كبير بالأسلوب اللاتيني. كانت أطروحاته البلاغية (1744-1748)، التي حققت نجاحا كبيرا في روسيا، مليئة بالإشارات إلى المؤلفين القدامى وترجماته الخاصة من اللاتينية واليونانية. نجد مقالته المذكورة بعنوان:"حول حرية حركة الهواء داخل المناجم" مكتوبة باللغتين[a]:

(a) M. V. Lomonosov, De motu aeris in fodinis observato. Novi Comm. Acad. Scie. Petropolit. 1750, 1, 267–275.

ФЭБ: Ломоносов. De motu aeris in fodinis observato. — 1950 (feb-web.ru)

(ب) مقاله الذي أشار فيه إلى تأثير عدم تجانس الكثافة على جريان الهواء في المناجم تحت عنوان: "محاولة لصياغة نظرية القوى المرنة للهواء" نجده في المجلد العاشر (1959) من الأعمال الكاملة التي نشرتها – باللغة الروسية – أكاديمية العلوم بموسكو ولينينغراد (سان بطرسبورغ):

M.V. Lomonosov, Tentamen theoriae de vi aëris elastic, Novi Comm. Acad. Scie. Petropolit, 1750. Translation into English (An Attempt at a Theory of the Elastic Force of Air) Published by Harvard University Press 1970

From the book: Lomonosov, Mikhail Vasil'evich (1959). Mikhail Vasil'evich Lomonosov on the Corpuscular Theory. Translated by Leicester, Henry M. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press (1970).

(Complete Collection of Papers of Lomonosov published in 10 vols. by the Academy of Sciences, Moscow and Leningrad, 1951-1959)

(ج) كان مشروع لومونوسوف قبيل حرب القرم (1768 - 1774) بين روسيا والدولة العثمانية. التي سبقت حركات القرصنة (الجهاد البحري)[b] المناهضة لحملات الاستكشاف التي تعد رأس جسر للاستعمار، مايذكرنا بشركة الهند الشرقية[c] [The East India Company - (EIC)]، التي تأسست العام (1599) بعد قرن ونصف من فتح القسطنطينية (إسطنبول/إسلام بول 1454) وزهاء قرن بعد سقوط غرناطة (1495) واكتشاف الأمريكيتين(1492-1498). لتبدأ (EIC) بعد قرن ونصف مشروع السيطرة على شبه القارة الهندية وجنوب شرق آسيا(1757-1803)، ليتم بعد ذلك التمدد إلى الصين التي ستدخل في قرن الإذلال (1839-1949). وقبلها بقرن كانت قد باتت الدولة العثمانية "رجل أوربا المريض" برغم تَسيُّد أسطوليها البحار والقيام برحلات طويلة، نظرًا للخرائط التي أكتشفت حديثا [مثل نسخة: Mo Yi Tong, "1418 Map" (1763)]، وتشير لاكتشاف العالم الجديد قبل كولومبس.[d]فتاريخ القرصنة والاستكشاف الذي تغذيه تجارة شعوب البحر يمتد من ماقبل أخيل إلى مابعد بربروسا.

(b) Яцек Маховский, История морского пиратства, Римис (1972-2023) باتسيك موخوفسكي، تاريخ القرصنة في العالم،ترجمة أنور إبراهيم، هنداوي

(c) William Dalrymple, The Anarchy: The Relentless Rise of the East India Company, Bloomsbury (2019).

(d) Gavin Menzies, 1421, the year China Discovered America, Transworld Publishers Ltd (2002).

أُعيد تحرير المقالة ضمن مشروع لومونوسوف"وصف موجز للرحلات المختلفة إلى بحار الشمال وإشارة إلى احتمال المرور من المحيط السيبيري إلى شرق الهند"، من قبل الجغرافي يوليو(س) ميخائيلوفيتش شوكالسكي (1856-1940 Yuly (Julius) Mikhailovich Shokalsky ، في الذكرى 200 لميلاد لومونوسوف بعنوان:

وصف موجز للرحلات المختلفة إلى بحار الشمال وإشارة إلى مرور محتمل للمحيط السيبيري إلى شرق الهند: (مع 1 بطاقة) / يو. م. شوكالسكي. - سانت بطرسبرغ: مطبعة الأكاديمية الإمبراطورية للعلوم، 1911، ص 107-125، 1ص. بطاقة؛ 24 سم– تمت رقمنته 2011 في الذكرى الـ 300 لميلاد لومونوسوف (1711-1765)، بدون عنوان، من "أعمال لومونوسوف في مجال علوم التاريخ الطبيعي":

1. لومونوسوف ، ميخائيل فاسيليفيتش (1711 - 1765) - كجغرافي. 2.(مجموعة) الإقليم. 3.(مجموعة) تطوير القطب الشمالي. 4. MV Lomonosov - الذكرى 300 للولادة (مجموعة). 5. طريق بحر الشمال - مشروع لومونوسوف.

Lomonosov, M.V. A Brief Description of Various Voyages in the North. Seas and an Indication of the Possible Passage from the Siberian Ocean to East India; Marine Techn. Comm.: St. Petersburg, Russia, 1763; p. 34.

مصدر النسخة الإلكترونية: BORIS YELTSIN PRESIDETIAL LIBRARY (https://www.prlib.ru/en/node/425623)

A brief description of various trips to the North Seas and an indication of the possible passage of the Siberian Ocean to East India | Presidential Library (prlib.ru): https://www.prlib.ru/en/node/425623

(د) يعد لومونسوف أول مواطن روسي يتم تعيينه في أكاديمية العلوم في سانت بطرسبرغ في عام 1742 (كان جميع الأعضاء السابقين – لهذه الأكاديمية التي أسسها بطرس الأكبر (Peter the Great) العام 1724– من النجوم اللامعة المستقدمة من ألمانيا، فرنسا وسويسرا وبقية أوروبا مثل دي. برنولي، جي إن. دي. ليسل، جي. إف. ميلر و إل. أويلر وغيرهم). شارك في تأسيس جامعة "لومونوسوف" موسكو الحكومية عام 1755 وهي تسمى اليوم باسمه. اشتهر بملاحظاته عن عبور كوكب الزهرة. وكان إدموند هالي قد دعا في وقت سابق إلى برنامج عالمي لمراقبة المرر التالي لكوكب الزهرة عبر الشمس في عام 1761 ، على أمل أن ينتج مسافة دقيقة من الأرض إلى الشمس. شارك المئات من علماء الفلك من عشرات البلدان في ساعة دولية لكوكب الزهرة في عام 1761 ، ومن بين كل هؤلاء المراقبين ،كان لومونوسوف هو الوحيد الذي أدرك أن النيمبوس الصغير الذي يحيط بكوكب الزهرة أثناء دخوله وخروجه من قرص الشمس هو مؤشر على أن كوكب الزهرة لديه غلاف جوي. عندما أعلن ويليام هيرشل ويوهان شروتر، بعد 30 عاما، اكتشافها للغلاف الجوي لكوكب الزهرة، لم يكونا على دراية تامة بأن لومونوسوف قد توقعها. لم يكن لومونوسوف موضع تقدير حتى في بلده لمدة خمسين عاما بعد وفاته. ولكن تم إعادة تأهيله في القرن 19 ويعتبر الآن على نطاق واسع واحدا من الموسوعيين الروس العظماء. في دراسة حديثة لتحديد العالم الروسي الأكثر استشهادا على الإطلاق، كان لومونوسوف فائزا واضحا، حيث تغلب على أمثال ديمتري مندلييف ("مخترع" الجدول الدوري) وإيفان بافلوف ("مكتشف" المنعكس المشروط). يأتي الإعتراف الواسع به في روسيا بمثابة مفاجأة لبقية العالم، الذين لم يسمع معظمهم حتى يومنا هذا عن لومونوسوف.

فيما يخص الفيزيائي السوفيتي الشهير لِف دافيدوفيتش لاندو Lev Davidovich Landau (1908-1968)، فقد أشرنا [لكتبه[1، 2]] في الهامش (*) ضمن الملاحظة ﴿04﴾، وله في الهامش (ز) لاستطراد الهامش (❁) ضمن الملاحظة ﴿08﴾ بعد هوامش واستطرادات الملاحظة ﴿11﴾] مع مجايليه؛ ماتفي بيتروفيتش برونشتاين (1906 -1938) Matvei Petrovich Bronstein في معرض الحديث [والاقتباس من الكتاب المكرس لسيرة حياته[3]] عن فيزياء الثوابت c,G,ħ [التي وعدنا بالعودة لها لاحقا ..]، والتي يمكن أن نجملها في خريطة برونشتاين لعالم الفيزياء: [« ..كان لخريطة برونشتاين تاريخ خاص بها. بدأ الأمر بورقة جاموف، إيفانينكو ولاندو "الثوابت العالمية والعبور إلى الحد" التي ظهرت 1928.[4] (..) شارك[هم] برونشتاين القناعة[5] (..) الخاصة بـ c,G,ħ [لذا] من الصعب تصديق أنه لم يكن له أي إصبع في "فطيرة" الفرسان لعام 1928. (..) في عام 1927 (الورقة مؤرخة في نوفمبر 1927)كان "الفرسان الثلاثة"، جوني، ديموس وداو، قد تخرجوا للتو (..) من المحتمل أن برونشتاين هو من طرح الموضوع في محادثات فرقة الجاز؛ ربما كان غائباً عن العشاء الذي لا يُنسى الذي كتب فيه المقال.»[3] من جهتنا نعتبر وفق منهج القياس (التناظر والتماثل) والتشابه الفيزيائي الذي اعتمدناه في الفصل الخامس — المبادئ العامة للميكانيكا التطبيقية (مبدأ الفعل الأقل نموذجا)، 20 عامًا من المناهج البديلة؛ أن هناك – منذ أكثر من عقد مضى – خريطة لبراداتمات ميكانيكا الموائع؛ .. لكن هذه قصة أخرى ولها موضع آخر].

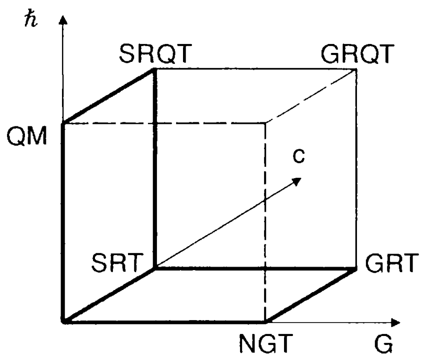


Fig. 3. The "space" of the physical theories in the cG$\hbar$ system of coordinates.

NGT – Newton's gravitation theory
SRT – Special relativity theory
QM – Quantum mechanics
GRT – General relativity theory
SRQT – Special relativity quantum field theory
GRQT – General relativity quantum theory

الشكل﴿13﴾ — 1. "فضاء" النظريات الفيزيائية في نظام c,G,ħ للإحداثيات[3]

(1) L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Mechanics, Vol. 1 – Course of Theoretical Physics, Pergamon, Oxford (1960).

(2) L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Mechanics, Vol. 6 – Course of Theoretical Physics, Pergamon, Oxford (1959).

(3) Gennady E. Gorelik and Victor Ya. Frenkel, Matvei Petrovich Bronstein and Soviet Theoretical Physics in the Thirties, Translated by Valentina M. Levina, Birkhäuser Basel (1994). Originally published in 1990 under the title Matvei Petrovich Bronshtein, 1906 – 1938, in the series "Nauchno-biograficheskaya literatura" by Nauka Moscow (1990).

(4) G. Gamow, D. Ivanenko & L. Landau (1928) Mirovye postoyannye i predel'nyi perekhod, ZhRFKhO, Vol. 60, pp. 13-17

(5) M. Bronstein (1933) K voprosu o vozmozhnoi teorii mira kak tselogo, Uspekhi astron. nauk., Coll. 3, Moscow, ONTI, pp. 3-30; [50, pp. 186-215].

﴿14﴾كما تظهر الحسابات وفق نظرية الزمر المستمرة، فإن كل نظام من المعادلات ضمن النماذج الشائعة لجريان الموائع يتميز بمجموعة خاصة به من التماثلات (التناظرات) ذات الأبعاد اللانهائية[أ].

لا يزال الهدف الرئيس لدراسات الهيدروديناميكا هو النظام المحدود للمعادلات، بما في ذلك معادلات الاستمرارية ونقل الزخم في مائع ذي كثافة ثابتة؛ ممثلة في معادلات أويلر (Euler Equations-EE) لمائع مثالي ومعادلات نافييه – ستوكس (Navier-Stokes Equations-NSE) لمائع لزج.[ب] للأسف لم يتم (لحد الآن) إثبات قابلية المعادلات الكاملة لنافييه – ستوكس 3D-NSE للحل في تقريب الكثافة الثابتة ("المسألة السادسة من مسائل – معهد كلاي– الألفية").[ج]

(أ) يتم حساب التماثلات (التناظرات) للنماذج الرئيسية لميكانيكا الموائع بطرق نظرية الزمر المستمرة. يتميز النظام الأساسي للشكل التفاضلي لقوانين الحفظ الرئيسية بزمرة جاليلية ذات عشرة برامترات. تمتلك مجموعة معادلات نافييه – ستوكس مجموعة ممتدة من التماثلات ذات الأبعاد اللانهائية. يغير تبسيط النموذج ترتيب مجموعة معادلات الحركة، مما يؤدي إلى استحالة معالجة المجموعة الكاملة من شروط الحدود وتشكيل الانقطاعات في حلول النماذج المختزلة[a].

(ب) في الأدبيات العلمية العالمية، يعتبر عام 1822 هو عام ميلاد معادلات نافييه – ستوكس، على الرغم من اشتقاق هذه المعادلات في شكلها الحديث تم إجراؤه في عشرينيات وخمسينيات القرن التاسع عشر. في الوقت الحاضر، يمكن القول إن أكبر مساهمة قدمها نافييه[b, c] بواسون[d]، سان فينون[e] وستوكس[f]. تبين أن معادلات نافييه – ستوكس كانت موضوعًا رياضيًا صعبًا للغاية للدراسة. تنبع الصعوبة الرئيسية التي ينطوي عليها حل هذه المعادلات من اللاخطية التربيعية للمعادلات بسبب مشتق الحمل الحراري (الحمل و التأفق/convection & advection) والحساسية الشديدة للشروط الإبتدائية والحدودية[g, h].

(ج) في منتصف عام 2000، صاغ معهد كلاي الرياضي سبع مسائل تسمى مسائل جائزة الألفية. في هذه القائمة، تم تخصيص (القسم) ستة لمعادلة نافييه – ستوكس. تمت صياغة المسألة من طرف الرياضياتي الأمريكي Charles L. Fefferman تحت عنوان "نافييه – ستوكس، وجود وانتظام".[i, j] الهدف هو إثبات وجود وتفرد الحل لمشكلة كوشي وللظروف الحدودية الدورية في المتغيرات المكانية (الإحداثيات). بعد فترة وجيزة من نشر مسائل جائزة الألفية، أوضحت Olga A. Ladyzhenskaya وأشارت بحق إلى أن تركيز Fefferman، كان على ما يسمى بالحلول ذات المغزى المادي (دوال متسلسلة بلاحدود)؛ في حين أنها اقترحت البحث عن حلول معممة لاستخدام الهويات المتكاملة والتقديرات على الرغم من حقيقة أن Ladyzhenskaya عرضت خطة لحل المسألة المطروحة[k] من أجل تلبية صياغة Fefferman تلقائيًا، إلاّ أن المحاولات العديدة لحل مسألة جائزة الألفية السادسة فشلت حتى الآن.

هذا الفشل بالأساس يرجع إلى في عدم إقتناع (أو القدرة على إقناع) مجتمع المشتغلين بالمسألة بالحلول والطروحات المقدمة؛ كما سبقت الإشارة، على سبيل المثال يوجد هناك اختلاف في طرح المسألة بين Fefferman و Ladyzhenskaya، أما من ناحية معالجة المسألة فهناك العديد من المقاربات والمطالبات بأحقية وأولية الحل وحتى في نفي وجوده من الأساس!

في هذا الصدد نسجل نداء Solomon I. Khmelnik الذي وجهه منتصف عام 2021 إلى Martin R Bridson FRS رئيس معهد كلاي للرياضيات Clay Mathematics Institute (CMI)، من أجل الاعتراف بحله منذ العام 2010 للمسألة السادسة من "مسائل الألفية"[l] بينما قام في نفس السنة Alexander G. Ramm بتحليل "مسألة نافيه – ستوكس"[m] ونتيجة هذا التحليل – الذي نشر في كتاب بنفس العنوان – أن المسألة متناقضة، وبالأساس خاطئة فيزيائيا، وعموما لا حل لها معرف على المجال $t \in [0, \infty[$!

تباين الآراء هذا، في الحكم على نفس المسألة ليس جديدا، هناك نقود وردود واختلاف كثير، نذكر منه السجال الشهير بين عالمي الرياضيات غاريت بيرخوف (1911 – 1996) Garrett Birkhoff من هارفارد ورئيس جمعية الرياضيات التطبيقية والصناعية بين عامي 1966 –1968 Harvard mathematician & President of Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM) وجيمس جي. ستوكر (1905 – 1992) James J. Stoker، أحد مؤسسي معهد كورانت للعلوم الرياضية ورئيسه في الفترة 1958 – 1966 (CIMS) The Courant Institute of Mathematical Sciences، هذا النزاع الذي سنورد فيمايلي جانبا منه؛ هو في حقيقة الأمر نتاج اختلاف بين ثقافتين في الرياضيات [نقتبس هنا بتصرف من مقال نشر أخيرا للرياضي والمؤرخ "William Hackborn "Bill].[n]


Garrett Birkhoff, *MacTutor*

« مثلما رثى ثقافتي العلوم والعلوم الإنسانية، سي. بي. سنو C. P. Snow في محاضرة ريد (Rede Lecture) المؤثرة والمثيرة للجدل [n4]، هناك ثقافتان داخل مجتمع الرياضيات نفسه. استخدم سنو أمثلة محددة من الصدامات الثقافية لإلقاء الضوء على حجته، وبالمثل هنا سأحاول إلقاء بعض الضوء على الثقافات المختلفة للرياضيات البحتة والتطبيقية من خلال سرد صراع 1950-1951 الذي شارك فيه عالم الرياضيات في جامعة هارفارد غاريت بيرخوف Harvard mathematician Garrett Birkhoff و جي. جي. ستوكر، أحد مؤسسي معهد كورانت للعلوم الرياضية – J. J. Stoker one of the founders of Courant Institute of Mathematical Sciences شارك غاريت بيرخوف، كما يعرف معظم المهتمين، في تأليف – مع سوندرز ماك لين Saunders Mac Lane – النص الكلاسيكي، مسح (دراسة استقصائية) للجبر الحديث /A Survey of Modern Algebra. مع ذلك، أثناء وبعد الحرب العالمية الثانية، بدأ العمل في مجالات أكثر تطبيقا. واجهت دراسته لأول مرة حول ديناميكيات الموائع [n1] عندما كنت أستكشف دور أويلر في تاريخ مفارقة دالمبرت [n2]. » [n]

كعالم رياضيات تطبيقي أجرى أبحاثًا حول جريان الموائع [وطور لاحقا اهتماما بتاريخ الميكانيكا]، أدهشني النهج الجديد والوضوح في كتابة بيرخوف حول هذا الموضوع. الفصل الأول بأكمله [n1، الصفحات 3-39] من دراسته مكرس لمفارقات جريان الموائع. مفارقة دالمبير هي أول ماتمت مناقشته [n1، ص 10-13]. وكما أوضح بيرخوف، فإن هذه المفارقة تنطوي على جريان موحد[منتظم مكانيا] وثابت [زمنيا] لمائع غير لزج وغير قابل للانضغاط (غالبا ما يسمى المائع المثالي) يمر حول جسم أملس ومحدود (مثل الكرة). يمكن وصف الجريانات من هذا النوع من خلال تدرج دالة جهد[كمون]، مما يعني أن الجريان لا يمارس أي سحب على الجسم، وهي نتيجة تتناقض مع الحقيقة الفيزيائية للسحب الكبير الذي تمارسه الجريانات الفعلية. بالنسبة لبيرخوف، فإن مفارقة دالمبرت وغيرها هي « جزئيا على الأقل، مفارقات الإفراط في التبسيط الطوبولوجي ومفارقات التماثل/التناظر » [n1، ص 22]. تحدى حل أويلر لمفارقة دالمبير افتراض وجود مائع غير قابل للانضغاط (خاصة بالنسبة للكرة التي يتم إطلاقها في الهواء) [n2]؛ فيمايلي نعتبرحلين معقولين آخرين.

أحد التبسيطات الطوبولوجية المفرطة المرتبطة بـ "فرضية المائع المثالي" هو «أن جهد [كمون] السرعة أحادية القيمة محليا U ذو قيمة واحدة كليا/إجمالا» للجريان ثنائي الأبعاد حول الجسم. ولتجنب مفارقات التماثل، نصح بيرخوف القارئ بأن «يعترف بامكانية ألا يكون *للمسألة المعلنة بأنها متماثلة لاتحوز أي حل متماثل مستقر*»؛ في حالة الجريان المنتظم لمائع مثالي يمر عبر كرة، على سبيل المثال، يوجد حل رياضي ثابت[مستقر] ومتماثل[متناظر] محوريا، ولكن «لا يوجد سبب لافتراض أن أي جريان ثابت [زمنيا] *مستقر*». عدم الاستقرار يجعل الجريان الرياضي الثابت (زمنيا) غير قابل للتحقق فيزيائيا، و "الدوامات" غير المنتظمة والمضطربة ... في "أعقاب" العائق « قد يحدث بالتالي في الجريانات الفعلية » [n1، ص20-21؛ النص بين معقوفين «» لبيرخوف ومابين حاضنتين [ ] إضافة]. بالتالي فإن عدم الاستقرار من هذا النوع قد يحل مفارقة دالمبير. رأى بيرخوف أنه يمكن تعلم نظريات ديناميكا الموائع «بشكل أكثر فعالية ... من خلال دراسة المفارقات». وانتقد الكتب المدرسية (textbooks) التي عزت الفجوة بين النظرية والتجربة إلى الفرق بين الموائع الحقيقية ذات "اللزوجة الصغيرة ولكن المحدودة" والموائع المثالية ذات "اللزوجة الصفرية"، واعتقد «أن عزوها [إرجاعها] جميعا [المفارقات التي يصفها] إلى إهمال اللزوجة هو تبسيط مفرط لا مبرر له – الجذر يكمن أعمق، في غياب تلك الدقة الاستنتاجية التي يتم تقليل أهميتها بشكل شائع من قبل الفيزيائيين والمهندسين» [n1، صفحات 3–4]. تحذر المفارقات من «الانطباع ... أن الاستنتاج [الاستنباط] الرياضي يجب أن يحل محله المنطق [الاستقراء] "المادي/الفيزيائي"»، والذي يمكن أن يؤدي إلى تقريب معيب وتبسيط مفرط، على الرغم من أن بيرخوف اعترف بفائدة التبسيط المفرط على أساس التقريب "الصحيح". وتابع: «يمكن لعلماء الرياضيات أداء خدمة مفيدة إذا قاموا بتحليل نقدي لهذا التبسيط المفرط، بالطريقة الاستنتاجية (المنهج الاستنباطي)، وبالتالي تحديد حدودهم بشكل أكثر وضوحا» [n1، ص 37]. قدم بيرخوف مفارقاته لموضوع هو في المقام الأول مجال المهندسين وعلماء الرياضيات التطبيقية [مثلي، كمتخصص في ديناميكا الموائع]. كانت انتقاداته شديدة، بالفعل، فقد وصف J. J. Stoker، كشخص "استغل بشكل فعال" "التشابه" بين


J. J. Stoker, ca 1960, Courant Institute

نوعين من الموجات، على الرغم من أنها مفارقة أخرى [ليست مفارقة دالمبير] جعلت نوعا واحدا "*مستحيلا رياضيا*" [n1، الصفحات 22-24]. كما هو حال الحياة والحظ، كتب J. J. Stoker مراجعة [n5] لدراسة Birkhoff لعام 1950. كان تقييم ستوكر للفصول من 2 إلى 5 لكتاب بيرخوف متوازنا، بل ومجاملاً في حالات الفصل 2 (حول مسائل الحدود الحرة) والفصل 3 (حول النمذجة وتحليل الأبعاد). غير أن استعراض ستوكر للفصل 1 كان لاذعًا. ووجد أنه «من الصعب أن نفهم لأي فئة من القراء كتب الفصل الأول»؛ أشار إلى أن «غالبية الحالات التي استشهد بها كمفارقات» كانت إما «أخطاء تم تصحيحها منذ فترة طويلة» أو «تناقضات بين النظرية والتجربة التي تفهم أسبابها جيدا أيضا»؛ وخشيته من أن «غير المتخصين [المبتدئين] من المرجح جدا أن يحصلوا على أفكار خاطئة حول بعض الإنجازات المهمة والمفيدة في الهيدروديناميكا من قراءة هذا الفصل». في إشارة إلى «بعض الملاحظات العامة المتعلقة بالفلسفة والموقف الصحيح تجاه الرياضيات التطبيقية» التي أدلى بها بيرخوف، أقرّ ستوكر بأن معظم «العاملين في هذا المجال يتفقون بشكل جيد مع ملاحظات المؤلف»، لكنه اعتقد أنهم «ربما يكونون أكثر اطلاعا في بعض الحالات مما يبدو أن المؤلف يوحي به» [n5، ص 497-498].

لتوضيح هذه النقطة الأخيرة، أعطى ستوكر منطقا رياضيا بارزا يكمن وراء القبول العام لمفارقة دالمبير: «تحدث المعاملات الصغيرة التي تنطوي على اللزوجة بحدود تحتوي على مشتقات من رتب أعلى في نظام المعادلات التفاضلية، وبالتالي فإن التطورات في جوار اللزوجة الصفرية تنطوي على تأثيرات الطبقة الحدية بسبب فقدان حد الرتبة الأعلى للمعادلات التفاضلية عند النهاية». كان ستوكر يشير إلى حقيقة أن معادلات نافييه – ستوكس، التي تصف الجريان اللزج وغير القابل للانضغاط حول الجسم، هي معادلات تفاضلية جزئية من الدرجة الثانية تسمح بتلبية ما يسمى بشرط عدم الانزلاق (أن سرعة المائع تختفي على حدود الجسم)؛ في حالة اللزوجة الصفرية، تصبح معادلات نافييه – ستوكس نفسها معادلات أويلر، وهي من الدرجة الأولى وتسمح بوصف الجريان بواسطة دالة جهد[كمون] ولكنها تسمح باختفاء سرعة الجريان الطبيعية فقط إلى حدود الجسم؛ يحدث الانتقال من الجريان اللزج (مع شرط عدم الانزلاق على الحدود) إلى الجريان غير اللزج (مع الخسارة المقابلة لحدود الدرجة الثانية) بعيدا عن الحدود في ما يعرف باسم الطبقة الحدودية، حيث يتم تقريب سرعة المائع رياضيًا باستخدام توسعات مقاربة ومتطابقة (أو حوسبيًا باستخدام شبكة دقيقة جدًا).

توقع بيرخوف هذه الحجة المقنعة من الرياضيات التطبيقية «لدعم وجهة النظر القائلة بأن مفارقات ميكانيكا الموائع ترجع إلى إهمال غير مبرر للزوجة». وأقر بأن الحجة لها "بعض المزايا" لكنه اعتقد أنها "غير حاسمة". بالنسبة له، «السؤال الحقيقي هو، لماذا يحدث فصل الطبقة الحدودية؟» ألمح هذا السؤال إلى ملاحظات مفادها أن الطبقة الحدودية المجاورة لجسم مغمور داخل جريان غالبا ما تنفصل عن ذلك الجسم (في اتجاه التيار من حيث يبدأ) لتصبح حدود الاضطراب تنشأ خلف الجسم. يعتقد بيرخوف أن هذا السؤال «يتعلق *باستقرار* الجريانات غير اللزجة تقريبا» [n1، ص 27]. يبدو أن حجة ستوكر لم تكن حاسمة بالنسبة لبيرخوف لأنها فشلت في استبعاد مسألة الاستقرار التي أثارتها مفارقة دالمبير وغيرها.

رأى بيرخوف، باعتباره واحدا من الغارقين في ثقافة الرياضيات البحتة، مفارقاته كمبادئ توجيهية لشحذ المهارات الاستنتاجية للباحثين في ديناميكا الموائع. ورفض ستوكر انطباق تلك المبادئ التوجيهية. في الطبعة الثانية (1960) من كتاب بيرخوف، تضاعف الفصل الأول حول المفارقات وقُسِّم إلى فصلين (غطى أحدهما الجريان غير لزج، والآخر الجريان لزج)، لكن تم حذف انتقادات بيرخوف السابقة للفيزيائيين والمهندسين وافتقارهم إلى الدقة الاستنتاجية [أستجابة لنقد ستوكر ربما ..]. علاوة على ذلك، لم يقدم بيرخوف أي اقتراح بأن عدم الاستقرار في جريان المائع المثالي قد يحل مفارقة دالمبير. شخصيًا أفضل أن أفهم أن هذه الإغفالات هي دليل على محاولة بيرخوف للتصالح مع أولئك الذين يعملون في ثقافة الرياضيات التطبيقية. مع ذلك، ومن المفارقات، أن الأبحاث الحديثة (التي لم تكن سائدة بعد) [n3] تشير إلى أن فرضية بيرخوف المقترحة لمفارقة دالمبير قد تكون الأفضل.

[a] V.G. Baidulov and Y.D. Chashechkin, Comparative analysis of symmetries for the models of mechanics of nonuniform fluids. Dok. Phys. 2012, 57, 192–196.

[b] P. F. Neményi, Recent Developments in Inverse and Semi-Inverse Methods in the Mechanics of Continua, in Adv. in Applied Mechanics: Vol. 2, R. von Mises, Th. von Kármán (Eds.), New York: Acad. Press, 1951, pp. 123–151.

[c] C. L. M. H. Navier, Mémoire sur les lois du mouvement des fluides, Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France, 1827, vol. 6, pp. 389–440.

[d] S. D. Poisson, Mémoire sur les équations générales de l'équilibre et du mouvement des corps solides élastiques et des fluid, J. l'École Polytechnique, 1831, vol. 13, pp. 139–186.

[e] B. Saint-Venant, Note à joindre au Mémoire sur la dynamique des fluides, C. R. Acad. Sci. Paris, 1843, vol. 17, pp. 1240–1244.

[f] G. G. Stokes, On the Theories of the Internal Friction of Fluids in Motion, and of the Equilibrium and Motion of Elastic Solids, in Mathematical and Physical Papers: Vol. 1, Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2009, pp. 75–129. See also: Trans. Cambridge Philos. Soc., 1880, vol. 8, pp. 287–319.

[g] P. G. Drazin and N. Riley, The Navier – Stokes Equations: A Classification of Flows and Exact Solutions, London Math. Soc. Lect. Note Ser., vol. 334, Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2006.

[h] S. V. Ershkov, E. Yu. Prosviryakov, N. V. Burmasheva and V. Christianto, Towards Understanding the Algorithms for Solving the Navier – Stokes Equations, Fluid Dyn. Res., 2021, vol. 53, no. 4, 044501, 18 pp.

[i] Ch. L. Fefferman, Existence and Smoothness of the Navier – Stokes Equation, Cambridge, Mass.: Clay Mathematics Institute, 2000.

[j] Ch. L. Fefferman, Existence and Smoothness of the Navier – Stokes Equation, in The Millennium Prize Problems, Cambridge, Mass.: Clay Mathematics Institute, 2006, pp. 57–67.

[k] O. A. Ladyzhenskaya, Sixth Problem of the Millennium: Navier – Stokes Equations, Existence and Smoothness, Russian Math. Surveys, 2003, vol. 58, no. 2, pp. 251–286; see also: Uspekhi Mat. Nauk, 2003, vol. 58, no. 2, pp. 45–78.

[l] S.I. Khmelnik. The open letter to the Clay Mathematics Institute (CMI) «On the sixth problem of millennium» Aug/2021. See also: S. I. Khmelnik, Navier-Stokes equations. On the existence and the search method for global solutions. "MiC" – Mathematics in Computer Corp., (2010) & (2018).

[m] A. G. Ramm, The Navier-Stokes Problem. Synthesis Lectures on Mathematics & Statistics. Springer (2021).

[n] W. Hackborn, The Two Cultures of Mathematics, CSHPM Notes, 2020, Vol. 52, No. 2, pp. 15-16. See also:

[n1] G. Birkhoff (1950) Hydrodynamics: A Study in Logic, Fact, and Similitude. Princeton University Press.

[n2] W. W. Hackborn (2018) Euler's Discovery and Resolution of D'Alembert's Paradox. In M. Zack and D. Schlimm (eds), Research in History and Philosophy of Mathematics, 43–57. Proceedings of the Canadian Society for History and Philosophy of Mathematics. Birkhäuser.

[n3] J. Hoffman and C. Johnson (2010) Resolution of d'Alembert's Paradox. J. Math. Fluid Mech.12, 321–334.

[n4] C. P. Snow and S. Collini. (1993) The Rede Lecture (1959). In The Two Cultures, 1–52. Cambridge University Press

[n5] J. J. Stoker (1951) Review of Hydrodynamics: A Study in Logic, Fact, and Similitude, by Garrett Birkhoff. Bull. Amer. Math. Soc. 57, 497–499.

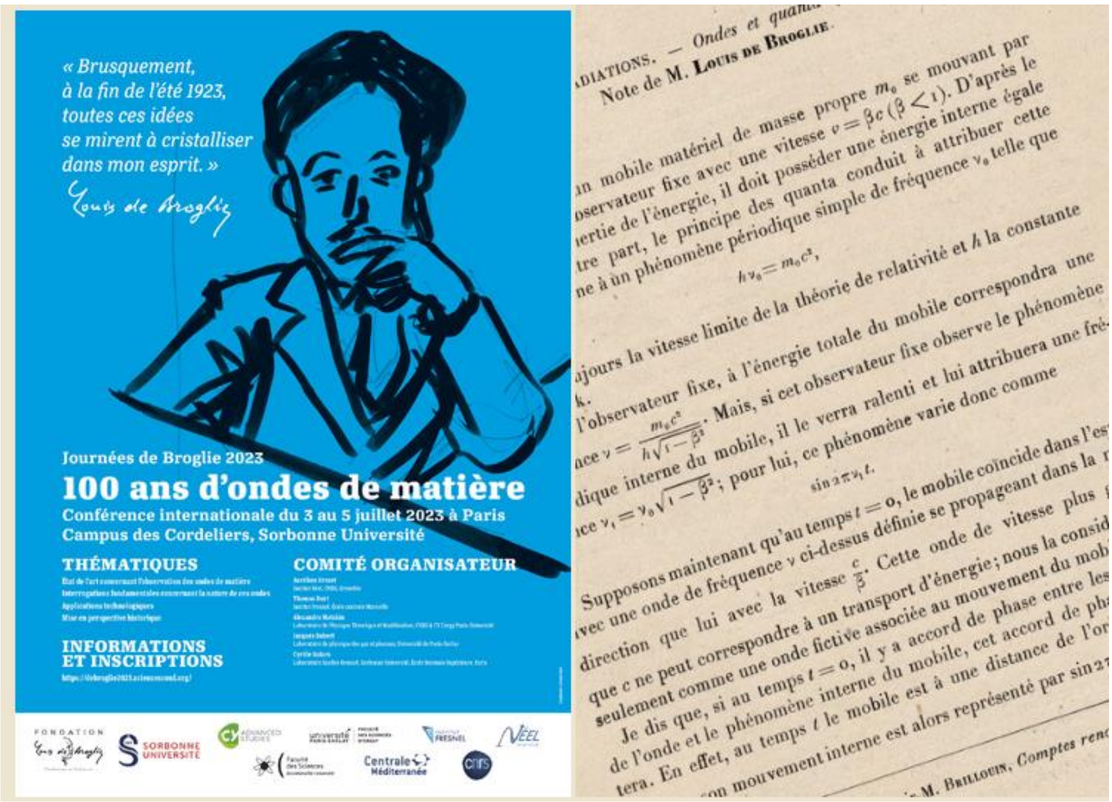
﴿15﴾ تعذُّر مقارنة حسابات سرعة الجريان من خلال المعادلات مباشرة بالبيانات التجريبية بسبب استحالة تحديد "جسيم المائع!"؛ يذكرنا بالحالات الكمية .. « فهل لا يزال الاختصاص القديم الذي مضت عليه قرون لديه الجرأة على منح الإلهام للأجيال القادمة؟»(*) في مقال حديث (نسبيًا) بحثًا عن تناظرات فيزيائية بين ميكانيكا الموائع وميكانيكا الكم، كتب الرياضياتي التطبيقي في معهد ماساتشوستس للتكنولوجيا MIT، John W.M. Bush بصيغة شاعرية (الفيزياء اليوم،أغسطس 2015، ص47-53 (Bush, 2015a))[1]:
« إذا كانت فيزياء الجسيمات هي ولي العهد المبهر للعلم، فإن ميكانيكا الموائع هي الملكة الشريرة المشاكسة؛ في حين أن رعاياها المخلصين يتملقونها لكونها غنية وناضجة وذات بصيرة، يعتبر الكثيرون أنها قديمة الطراز "démodé" وغير مثيرة للاهتمام بل صعبة المراس. في شبابها، كانت أكثر جاذبية. تم اعتبار تناقضاتها على أنها مفارقات منحتها جوًا (إيهابًا) من العمق والغموض. أدى حل مفارقاتها إلى جعلها أقل خداعًا ولكن أكثر قوة، مما جعلها تبلغ سن الرشد. ومنذ ذلك الحين، شاهدت كل شيء ورجحت اهتمامها في موضوعات تتراوح من علم الكونيات إلى علم الملاحة الفضائية. يستكشف العلماء حاليًا ما إذا كان لديها أي حكمة لتقدمها في الموضوع المثير للجدل للأسس الكمية».[1]
في ترويسة مقاله، كتب جي. دبليو. إم. بوش مقتبسًا:« بينما كان الآباء المؤسسون (لميكانيكا الكم) يتأملون بشأن سؤال "الجسيم" أو"الموجة" اقترح دوبرولي عام 1925 الإجابة الواضحة "الجسيم" و"الموجة"(‡) .. هذه الفكرة تبدو طبيعية وبسيطة للغاية، لحل معضلة موجة — جسيم بطريقة واضحة وعادية، هو لغز كبير بالنسبة لي لدرجة أنه تم تجاهلها بشكل كامل» — جون. إس. بيل، "المباح والمسكوت عنه في ميكانيكا الكم" (Bell, 1987/2004).[2]
في نفس العام (2015)، بوش نفسه وفي مقال آخر لحولية مراجعة ميكانيكا الموائع (Bush, 2015b)[3] وقبل الشروع في التقديم للمقال عاد للاستشهاد بـ جون. إس. بيل، لكن في مقال سابق لكتابه الملهم [المفضل بالنسبة لي ولكثيرين] السابق الذكر .. « لفترة طويلة، قد يستمر لويس دي بروي في إلهام أولئك الذين يشكون في أن ما ثبت من خلال براهين الاستحالة هو الافتقار إلى الخيال» — جون. إس. بيل، "حول استحالة الموجة القائدة" (Bell, 1982).[4]

(*) راجع الهامش الأول في الفصل الخامس — المبادئ العامة للميكانيكا التطبيقية (مبدأ الفعل الأقل نموذجا)، 20 عامًا من المناهج البديلة.

(‡) على الأرجح أن ذلك كان العام 1923، حيث يتم الإحتفال بمئوية الأوراق الثلاثة التي نشرها دوبرولي بأكاديمية العلوم الفرنسية بباريس في ملتقى دولي يقام من 03-05 جويلية 2023: Journées de Broglie 2023 - 100 years of matter waves - Sciencesconf.org:
https://debroglie2023.sciencesconf.org/ (يتبع) ..

للمصادر أعلاه، .. راجع:

1. Bush, J.W.M, 2015a. The new wave of pilot-wave theory, *Physics Today, **68** (8),* 47-53.
2. J. S. Bell, Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics, Cambridge University Press (1987).
_ J. S. Bell, Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics, 2nd ed., Cambridge U. Press (2004).
3. Bush, J.W.M., 2015b. Pilot-wave hydrodynamics, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **47**, 269-292.
4. Bell J.S, 1982. On the impossible pilot wave. *Found. Phys, **12** (),* 989–99.



الشكل﴿15﴾ — 1. ملصق الملتقى الدولي"100 عام على موجات المادة" من 3 إلى 5 جويلية 2023 بمجمع كورديليه — جامعة السوربون، باريس

.. (تابع) ملتقى الاحتفال بالذكرى المئوية لمساهمات لويس دي برولي في نظرية الكم:(‡)

قبل 100 عام، اقترح لوي فيكتور الدوق السابع لـ دي برولي (1892 - 1987) Louis Victor Pierre Raymon, 7ème duc de Broglie، الذي واجه أزمة الفيزياء في عصره، فرضية، على حد تعبير أينشتاين، "ترفع زاوية من الحجاب العظيم". ستشكل هذه الفرضية، فرضية موجات المادة، نقطة البداية الفعلية لميكانيكا الكم الحديثة.

سيكون الغرض من الملتقى هو إحياء ذكرى الأوراق الثلاث لـ دي برولي (لاحظ في الشكل أعلاه، ملصق الإعلان لفعاليات الملتقى مقرون بالصفحة الأولى من الورقة الأولى) حول موجات المادة المنشورة في عام 1923 مع 3 أيام من العروض التقديمية والمناقشات حول الجوانب المعاصرة لموجات المادة. سنتناول موضوعات تتراوح من أحدث ما توصلت إليه التكنولوجيا فيما يتعلق بمراقبة موجات المادة (الجزيئات الكبيرة، قياس التداخل الذري والذرات الباردة، بصريات الإلكترونات والنيوترونات)، إلى الأسئلة الأساسية المتعلقة بطبيعة هذه الموجات، من خلال العروض التقديمية التي تناقش التطبيقات التكنولوجية أو إعطاء منظور تاريخي. يرتبط هذا الملتقى بأنشطة الاحتفال بالذكرى 150 للجمعية الفيزيائية الفرنسية (Société Française de Physique - SFP)، التي تأسست العام 1873، و سيعقد مؤتمرها في نفس الأسبوع بباريس (Congrès Général des 150 ans de la SFP du 3 au 7 juillet 2023).

قبل مئة عام اقترح دي برولي (de Broglie 1923)(*) أول نظرية للموجة الدليلية، حيث تصور أن الجسيمات الميكروسكوبية تقاد (تسترشد) بمجال موجة مصاحب، مدفوعًا في اتجاه عمودي على أسطح الطور الثابت. قبل ذلك، وبداية من عام 1919 نشر مارسيل بريلوين ثلاث أوراق بحثية متتالية (1919، 1920 و 1922)(**) عن النموذج الهيدروديناميكي للذرة المهتزة. في ورقته الأولى، درس الحركة الدورية للجسيم المهتز في وسط مرن وأظهر أنه مع كل موضع معين للجسيمات، يمكن ربط عدد محدود من المواضع السابقة بحيث يصل الجسيم في المكان (والزمان) المحدد إلى تلك الموجات المرنة التي نشأت من الجسيم في المواضع السابقة.

للمزيد حول المصادر الواردة أعلاه المشار إليها بـ (*) و (**) راجع:

Marcel Brillouin, "Actions mécaniques a hérédité discontinue par propagation ; essai de théorie dynamique de l'atome a quanta," *Comptes Rendus 168*, 1318-1320 (1919)

Marcel Brillouin, "Actions a hérédité discontinue et raies spectrales," Comptes Rendus 171, 1000-1002 (1920)

Marcel Brillouin, "Atome de Bohr-Fonction de Lagrange Circumnucléaire," Journal de Physique 3, 65-73 (1922)

Louis de Broglie, "Ondes et quanta." *Comptes Rendus* 177, 507-510 (1923)

Louis de Broglie, "Quanta de lumière, diffraction et interférences." *Comptes Rendus* 177, 548-550 (1923)

Louis de Broglie, "Les quanta, la théorie cinétique des gaz et le principe de Fermat." *Comptes Rendus* 177, 630-632 (1923)

هذه الأوراق حددت اتجاه أفكار لويس دي برولي. كان يبحث عن "ظرية تركيبية للإشعاع" تجمع بين جوانب الأمواج والجسيمات. بعد أينشتاين، عالج إشعاع الجسم الأسود على أنه غاز من كوانتا الضوء وأظهر أن مثل هذه المعالجة، إذا خضعت للميكانيكا الإحصائية الكلاسيكية، تؤدي إلى قانون توزيع فيين. في مذكرته الثانية، التي حاول فيها التوفيق بين فرضية أينشتاين عن كمات الضوء وظاهرة التداخل والانعراج، اقترح لأول مرة فكرة أنه سيكون من الضروري ربط هذه الكمات بعنصر معين من الدورية. بحثًا عن مثل هذه الدورية، درس التشابهات/التناظرات والتماثلات بين الصياغات الشكلانية للميكانيكا التحليلية ونظريات التموج. أخيرًا، في نهاية صيف عام 1923، بدأ مفهومه لموجات الطور في التبلور [لاحظ الاقتباس خاصته في أعلى الملصق يسار الصورة]. يُنظر إلى الورقة الأولى [لاحظ صفحتها الأولى على يمين الصورة، في الأسفل تظهر الإشارة إلى الموضوع والإحالة إلى مذكرة بريلوين لعام 1919[أ]] التي اقترح فيها هذه الأفكار على أنها بداية لنظرية الميكانيكا الموجية[1].

كان دي برولي قادرًا على ربط نتائجه بمبدأ فيرما، بالنسبة له، كان «الرابط الأساسي الذي يوحد المبدأين الكبيرين للبصريات الهندسية والديناميكا، ما يسلط عليها الضوء بالكامل». مع افتراض احتمالي إضافي، قام بالتوفيق بين التداخل والانعراج مع فرضية كمة الضوء ونجح في شرح تجربة توماس يونغ[2] عام 1804. كان يعتقد أن استنتاجاته يجب أن تنطبق على الإلكترونات[ب] أيضًا: « يجب أن يُظهر تيار من الإلكترونات يمر عبر ثقب ضيق بما فيه الكفاية أيضًا ظاهرة الانعراج.»، « في هذا الاتجاه ربما يتعين .. البحث عن تأكيدات تجريبية لأفكارنا »، «العلاقة بين الديناميات الجديدة للجسيمات الحرة والديناميات القديمة هي بالضبط ما بين البصريات الموجية والبصريات الهندسية »، واختتم بهذا البيان:[3-5]« قد يتم انتقاد العديد من هذه الأفكار وربما إصلاحها، ولكن يبدو أنه لا يزال هناك القليل من الشك في الوجود الحقيقي لكمات الضوء. علاوة على ذلك، إذا تم قبول آرائنا، كونها تستند إلى نسبية الزمن، فإن كل الأدلة التجريبية الهائلة على "الكم" سوف تصب لصالح تصورات أينشتاين.»، في الـ 29 نوفمبر 1924، قدم دي بروي أطروحة الدكتوراه[ج،3] "Recherches sur la Théorie des Quanta" لكلية العلوم بجامعة باريس (يتبع ..)

[أ] شجرة النسب الأكاديمي خاصتنا (كما سبقت الإشارة) تتشعب – بعد الخمسة أجيال الأخيرة – إلى فرعين، الأول الذي سبقت الإشارة إليه ابتداء من Jule Violle، يليه Pasteur مرورا بـ Biot إلى غاية Laplace, d'Alembert & Varignon السليل المباشر لـ Malebranche. المشجر لا يتوقف هنا؛ بل تصل إلى عدة فروع من بينها القسطنطينية و مرغه .. قمنا – بعد بحث طويل – بإضافة خمسة أجيال (راجع الهامش السابق) لتصل شجرة النسب الأكاديمي إلى الشيخ الرئيس بن سينا؛ مرورا بفخر الدين الرازي، شرف الدين المسعودي وحجة الحق غياث الدين أبو الفتوح عمر الخيام النيسابوري. الفرع الثاني يبدأ بموريس لوي بريلوين (1854– 1948) Mourice Louis Brillouin، الذي ينحدر أكاديميا وقانونيا من [صهره؛ أبو زوجته] إيلوتار إيلي نيكولا ماسكارا (1837 – 1908) Éleuthère Élie Nicolas Mascart، الذي يشترك مع ركن الفرع الأول لوي جول غبريال فيول (1841 – 1923) Louis Jules Gabriel Violle؛ في أنهما معًا ينحدران من جهة –فرع مبتور يمثله– الرياضياتي مارسيل إيميل فاردي (1824 – 1866) Marcel Émile Verdet.

[ب] جائزة نوبل في الفيزياء لعام 1929 نالها لوي دو برولي عن اكتشاف موجة الإلكترون؛ راجع:
The Nobel Prize in Physics 1929 - NobelPrize.org | https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1929/summary/

[ج] في أطروحته عام 1924، خمن دي بروي أن للإلكترون ساعة داخلية تشكل جزءًا من الآلية التي توجّه بها الموجة الدليلية (القائدة) الجسيم. بعد ذلك، اقترح David Hestenes رابطا إياها بمفهوم zitterbewegung الذي اقترحه Erwin Schrödinger.[5-4]

(1) Kojima, Chieko. "La physique Français avant Louis de Broglie." Ann. Fond. Louis de Broglie 29 (2004): 767-783.

(2) Thomas Young, The Bakerian Lecture: experiments and calculations relative to physical optics. Philos. Trans. R. Soc. Lond. 94: 1–16, (1804).

(3) Louis Victor de Broglie, "Recherches Sur la Theorie des Quanta", Thèse Doctorat, Faculté des Sciences, Université de Paris (1924). Appeared in (Ann. de Phys., 10e serie, t. III (Janvier-Février 1925). Translated to "On the Theory of Quanta" [English translation by A.F. Kracklauer], Foundation of Louis de Broglie (2004.).

(4) Max Jammer, The conceptual development of quantum mechanics. McGraw-Hill, 1966 .

(5) ___________The Conceptual Development of Quantum Mechanics [2nd. Revised and Expanded], in The History of Modern Physics 1800-1950, Volume 12, American Institute of Physics (1989).

الشكل﴿15﴾ — 2. إعلان الملتقى الدولي حول "مئوية مذكرات دوبرولي عام 1923"[#] — بمؤسسة لوي دوبرولي (المؤسسة والمعهد)، باريس.

(.. تابع) في الجزء الثاني من أطروحته عام 1924، استخدم دي بروي تكافؤ المبدأ الميكانيكي للفعل الأقل مع مبدأ فيرما البصري: "مبدأ فيرما المطبق على موجات الطور مطابق لمبدأ موبرتويس المطبق على الجسم المتحرك؛ المسارات الديناميكية المحتملة لـ الجسم المتحرك مطابق للأشعة المحتملة للموجة ".كان هاملتون قد أشار إلى هذا التكافؤ قبل قرن من الزمان، ونشره حوالي عام 1830، في عصر لم تقدم فيه أي خبرة دليلًا على مشاركة المبادئ الأساسية للفيزياء في وصف الظواهر الذرية.

[#] على ذكر مئوية الأوراق الثلاث لدويرولي (1923 – 2023)، يصادف العام (2022) ألفية (1022 - 2022) كتاب الشفاء (ترجم إلى اللاتينية Sufficientia، يعرف أيضًا باسم The Cure أو Assepha) للشيخ الرئيس بن سينا، .. بدأ تأليفه [على الأرجح] عام 1014، أتمه 1022، ونشره عام 1027، كما احتفل العالم بألفية كتابه الآخر القانون في الطب العام 2012[1] حيث بدأ تأليفه عام 1012 وفرغ منه 1024. العام 2022 وهو عام الميكانيكا في فرنسا (ميكانيكا المستقبل 2021-2022) بداية من 21 أكتوبر 2021، بمثل ماكانت عليه 2019-2020 (بداية من 01 أكتوبر 2019) عام الرياضيات. ربما .. إحتفالاً[2] بمرور ثلاثة قرون على وفاة بيار فارنيون (1654-1722) Pierre Varignon، سبق ذلك المئوية الثالثة[3] لجون لورون دالمبير (1717 - 1783) Jean-Le Rond D'Alembert، في يوم الثلاثاء، 14 نوفمبر 2017، عقد مؤتمر "دالمبرت: الذكرى المئوية الثالثة لعالم الرياضيات وفيلسوف التنوير" بأكاديمية العلوم. بالمناسبة تم تدشين مشروع رقمنة جديد للموسوعة .. الطبعة الرقمية التعاونية والإبداعية للموسوعة أو القاموس العقلاني للعلوم والفنون والحرف **لديدرو، دالمبير و جوكور (1751 - 1772).**[4]

(1) Masic, Izet. (2012) Thousand-year anniversary of the historical book: "Kitab al-Qanun fit-Tibb"-The Canon of Medicine, written by Abdullah ibn Sina. Journal of research in medical sciences, 17 (11), pp: 993-1000.

(2) Etienne Ghys, Pierre Varignon, passerelle entre maths et physique, Le Monde- Carte Blanche, le 02 février 2023.
(-) Académie des sciences - Pierre Varignon, un géomètre 'professionnel' à l'aube des Lumières / Du 17 au 19 janvier 2023 (academie-sciences.fr) : https://academie-sciences.fr/fr/Colloques-conferences-et-debats/pierre-varignon-geometre.html
(-) Exposition « Pierre Varignon, pratique et transmission des mathématiques à l'aube des Lumières », Bibliothèques Mazarine et de l'Institut de France / Du 18 janvier – 15 avril 2023. https://bibliotheque-institutdefrance.fr/expositions

(3) D'Alembert : tricentenaire du mathématicien et philosophe des Lumières : https://public.weconext.eu/academie-sciences/2017-11-14/index.html
(4) Édition Numérique Collaborative et CRitique de l'*Encyclopédie* ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers de **Diderot, D'Alembert et Jaucourt (1751-1772) :** http://enccre.academie-sciences.fr/encyclopedie/

﴿16﴾ نحن معتادون بالفعل على فيزياء القوى، وندرك أنه لا يمكن تسريع الجسم إلا إذا أثرت عليه قوة. ومع ذلك، فقد تجنبنا الأسئلة الأساسية حول كيفية قيام "كائن" ما بوضع قوة ما على جسم آخر. يمكننا الرد: "يا لها من سخافة، قوة تُوضع على جسم عندما يدفعه جسم آخر أويسحبه!". لكن هناك قوى لاتحتاج للتماس المباشر؛ مثل الجاذبية حيث يمكن لكوكب جذب آخر رغم المسافة التي بينهما. أعاق هذا "العمل عن بعد" العديد من العقول العظيمة، ولم يتحقق الفهم الكامل لهذه المسألة إلا خلال الخمسين عامًا الماضية. على عكس النظريات الأخرى، فهي ليست من عمل عبقري منعزل، ولكنها تتويج لعمل كثيرين عبر قرون من التراكم.
السؤال الذي سنجيب عليه هو كيف يمكن لشيء ما أن يضع قوة على شيئ آخر دون أي اتصال ظاهر بينهما على الإطلاق؟ يجب أن يمر شيء بين الجسمين لتُحمَل القوة، وسنسميه الحقل. سنوجه انتباهنا من القوى إلى الحقول نفسها. لاحظ أن هذا يرفع مستوى التجريد[1] بشكل كبير، لكن يجب ألا تنسى أن سبب اللجوء لمفهوم الحقل هو إيجاد القوة. نسأل أنفسنا دائمًا، "الآن بعد أن وجدت هذا المجال، ما القوة التي سيضعها هذا المجال على نظامي". جوهر دراسة فيزياء الحقول (الكمون، التدرج والضغط) – في إطار نظريات المجال الكلاسيكي– معرفة الخصائص التي يجب أن تحتوي عليها الحقول، وكيف نصف هذه الحقول؟ اتضح، كما سنرى، أن نظريات المجال الكلاسيكي لا تجيب بشكل أساسي على السؤال المطروح لأنه لا يمكن للمرء أن يلمس أو يشعر بحقل كهربائي كلاسيكي. والأهم من ذلك، أن الحقول الكهرومغناطيسية غير محفوظة على الإطلاق!، يمكن إنشاؤها وتدميرها. حسنًا، إذا لم يكن بالإمكان رؤيتهم [الحقول] أو الشعور بهم ولم يتم حفظهم، فهل هم موجودون؟ قد لا تكون أكثر من خدعة رياضية؟
لا توجد طريقة حتى الآن لمعرفة ما إذا كانت الحقول الكهرومغناطيسية الكلاسيكية موجودة بالفعل، لكن على أي حال، فإن السؤال غير ذي صلة لأن النظرية الأحدث التي تحمل الاسم غير العملي:[*] الديناميكا الكهربية أو الكهروديناميكا – الكمية (يشار إليها باسم Quantum ElectroDynamics – QED)[2] قد جمعت بين نظريتي المجال، النسبية وميكانيكا الكم في نظرية قوية تتفق مع التجربة إلى 14 منزلاً عشريًا! في نظرية QED، يتم الجمع بين المجال الكهربائي والمغناطيسي لتشكيل حزم خفية أو كوانتا تسمى الفوتونات.

(1) راجع [الفقرة الثانية من الفصل الخامس والأخير– المبادئ العامة للميكانيكا التطبيقية (مبدأ الفعل الأقل نموذجا)، 20 عامًا من المناهج البديلة]: Roland Omnès, Philosophie de la science contemporaine, Gallimard, (1994). (EN) Quantum Philosophy – understanding & interpreting contemporary science, Princeton University Press, (1999,2002). (AR) (2008) فلسفة الكوانتم، عالم المعرفة العدد 350 ابريل

(2) تُعد أنجح نظرية في الفيزياء نال لتطويرها (الفرسان الثلاثة): فاينمان،شفينجر وتوموناغا جائزة نوبل 1965.[يوجد اختصار رياضي مشابه QED
QED: is an initialism of the Latin phrase "quod erat demonstrandum" meaning, "which was to be demonstrated"
[*] بمعنى– «وهو المطلوب إثباته»، طبعا لابد من نسبها –كعادة المؤرخين الغربيين– للإغريق؛ فعلا فالأدبيات تنسبها لإقليدس برغم أنها لاتينية!! أصبحت جملة «وهو المطلوب إثباته» رمزية للمنطق الذي لا يمكن دحضه، تستخدم أحيانا في سياقات غير رياضية بالإضافة لتكثيف التأكيدات.]
هناك فارس رابع [جون فريمان دايسون John Freeman Dyson (1923-2020)، عُرف بإثباته لتكافؤ صياغات نظرية الكهروديناميكا الكمية في عام 1949. (مخططات ريتشارد فيليبس فاينمان Richard Philips Feynmann (1918-1988) من ناحية وصياغة المؤثرات لجوليان سيمور شفينجر Julian Seymour Schwinger (1918-1994) وشينيتشيرو توموناغا 朝永振一郎 (1906 - 1979) من ناحية أخرى] لكنه بلاجواد؛ حُرم الجائزة وقد اعتبر البعض أن لجنة نوبل «خدعت» دايسون الذي اشتهر بتصنيف الطيور والضفادع في الرياضيات والفيزياء: « بعض العلماء طيور والبعض الآخر ضفادع. تطير الطيور عالياً وتستكشف آفاقًا واسعة (..). يُعنوْن بالمفاهيم التي توّحد تفكيرنا وتجمع مسائل متنوعة من أجزاء مختلفة من المشهد. تعيش الضفادع في الوحل بالأسفل وترى فقط الزهور التي تنمو بقربها. يُعنوْن بتفاصيل الأشياء، (يتبع ..)

في النسبية، الكتلة والطاقة متكافئان، وبالتالي، من الممكن تكوين كتلة من الفوتونات، وعلى العكس من ذلك، فناء المادة والمادة المضادة لإنتاج الفوتونات. يتم ذلك بسهولة تامة في مسرعات الجسيمات الحديثة. تعطي النسبية قانونًا عامًا للحفظ، وعلى الرغم من عدم حفظ عدد الفوتونات وعدم حفظ الكتلة، يتم الحفاظ على الكمية الإجمالية للفوتونات بالإضافة إلى الكتلة. وبالتالي، في الفيزياء الحديثة، من الممكن الإثبات ضمنيا أن الفوتونات، وحزم الحقول الكهرومغناطيسية، موجودة بالفعل، وأن قوانين الحفظ المفيدة مصونة. في حين أن نظرية QED قد تكون معقدة للغاية لنتناولها هنا، فإن الأساسيات الكامنة وراء نظرية المجال الكلاسيكية تفي بالغرض، وهي نسخة ذات صيغة يتراوح استخدامها من الثرموديناميكا والهيدروديناميكا إلى الكهرومغناطيسية وعلوم الحاسوب وفي كل مجالات العلوم تقريبًا التي تستخدم فيها الرياضيات المتقدمة.

﴿17﴾ مع بداية الألفية وفي عام الفيزياء 2005، اكتشف إيفيس كودي (1941-2019) Yves Couder[†] وتلميذه إيمانويل فور (1968-) Emmanuel Fort، نظام لموجة قائدة هيدروديناميكية يتكون من قطرة زيت مليمترية ذاتية الدفع عبر حوض اهتزازي من نفس المائع[1،2]. وسع هذا النظام نطاق الفيزياء الكلاسيكية[3] ليشمل العديد من السمات التي كان يُعتقد سابقًا أنها كمومية حصرًا.[4-7]

(.. تابع) يحلون المسائل واحدة تلو الأخرى. تصادف أنني ضفدع، لكن العديد من أعز أصدقائي هم من الطيور. الموضوع الرئيسي لحديثي الليلة هو هذا؛ الرياضيات تحتاج للطيور والضفادع. الرياضيات غنية وجميلة لأن الطيور تعطيها رؤى واسعة والضفادع تعطيها تفاصيل معقدة. تعتبر الرياضيات فنًا عظيمًا وعلمًا مهمًا، لأنها تجمع بين عمومية المفاهيم وعمق التراكيب. من الغباء الادعاء بأن الطيور أفضل من الضفادع لأنها ترى أبعد، أو أن الضفادع أفضل من الطيور لأنها ترى أعمق. عالم الرياضيات واسع وعميق، ونحن بحاجة إلى عمل الطيور والضفادع معًا لاستكشافه.»[8]
[من مقدمة محاضرة "الطيور والضفادع"؛ ألقيت بالجمعية الأمريكية للرياضيات وبعدها بمعهد ليبيديف - موسكو بملتقى «أفكار محرطقة حول العلم والمجتمع» ونشرت 2010][8]

[†] راجع العددين (6-7) لتقارير (الميكانيكا) لأكاديمية العلوم الفرنسية المجلد 348 (2020)؛[7] نُشرت عقب وفاته بصفته عضو الأكاديمية منذ 2013 [بالإضافة للفقرة الأولى من الفصل الخامس والأخير – المبادئ العامة للميكانيكا التطبيقية (مبدأ الفعل الأقل نموذجا)، 20 عامًا من المناهج البديلة، كذلك آخر استطراد للهامش [*] ضمن الملاحظة ﴿07﴾ والملاحظات ﴿13﴾ ﴿15﴾ والهوامش المتعلقة بها من الفصل الحالي (ما بعد الأخير)].

(1) Y. Couder, S. Protier, E. Fort, A. Boudaoud, “Dynamical phenomena: walking and orbiting droplets”, Nature 437 (2005), no. 7056, p. 208.

(2) S. Protière, A. Boudaoud & Y. Couder (2006) Particle–wave association on a fluid interface, J. F. Mech. 554, p. 85- 108.

(3) Y.D. Chashechkin & A.Y. Ilinykh (2021) Drop decay into individual fibers at the boundary of the contact area with a target fluid. Dokl. Phys., 66, p. 101–105.

(4) J. W. M. Bush (2015) Pilot-wave hydrodynamics, Annu. Rev. Fluid Mech. 47, p. 269-292.

(5) J. W. M. Bush (2015) The new wave of pilot-wave theory, Phys. Today 68, p. 47-53.

(6) J. W. M. Bush, Y. Couder, T. Gilet, P. A. Milewski & A. Nachbin (2018) Introduction to focus issue on hydrodynamic quantum analogs, Chaos: An Interdiscip. J. Nonlinear Sci. 28, no. 9, 096001.

(7) Martine Ben Amar, Laurent Limat, Olivier Pouliquen, Emmanuel Villermaux (Rédacteur en chef invité) : Tribute to an exemplary man: Yves Couder [Hommage à un homme exemplaire : Yves Couder], Tome 348 (2020), no. 6-7, pp. 393-692.

(8) F. J. Dyson, (2010). Birds and frogs in mathematics and physics. Physics-Uspekhi, 53(8), 825–834.

﴿18﴾ تحليل تفاعل (الـ)فرعين (الـ)رئيسيين من فروع العلوم؛ الرياضيات و الهيدروديناميكا (الميكانيكا/الديناميكا) وفقا لماورد في ورقة لِعالم الرياضيات الروسي الراحل V. I. Arnold[(1)] "الرياضيات المتعددة: هل الرياضيات علم واحد أم مجموعة من الفنون؟"، حيث لخّص الرياضيات في ثلاثة أقسام: التشفير، الهيدروديناميكا والميكانيكا السماوية:

« تنقسم الرياضيات بأكملها إلى ثلاثة أجزاء:[(†)] التشفير (الذي تطوره سي آي إي والكي جي بي وما شابه)، الهيدروديناميكا (بدعم من الشركات المصنعة للغواصات الذرية) والميكانيكا السماوية (بتمويل من المؤسسات العسكرية وغيرها من المؤسسات التي تتعامل مع الصواريخ، مثل ناسا).

- أنتج التشفير نظرية الأعداد، الهندسة الجبرية على الحقول المحدودة، الجبر[(#)] و الحساب التوافقي.
- خلقت الهيدروديناميكا التحليل العقدي، المعادلات التفاضلية الجزئية، الزمر والنظريات الجبرية، نظرية التماثل والحوسبة العلمية.
- الميكانيكا السماوية أصل الأنظمة الديناميكية، الجبرالخطي، الطوبولوجيا، حساب التفاضل والتكامل التغايري والهندسة التماثلية.»[(1)]

كما نورد هنا تحليل الرياضياتي John D. Cook[(2)] [فقط لجزء من مقدمة][(*)] وورقة Arnold ذاتها:

« .. بالطبع لم تكن كل الرياضيات محفزة بالتشفير، الهيدروديناميكا والميكانيكا السماوية، لكن أكثرها كذلك. حجته الضمنية بأن الرياضيات التطبيقية تولّد الرياضيات البحتة صحيحة تاريخيًا. أحيانا تؤدي الرياضيات البحتة لظهور الرياضيات التطبيقية، لكن غالبا ما يكون العكس هو الصحيح.»[(2)]

الذي يضيف معلقا – وإن كان خارج الأقواس – [لاحظ صورة الصفحة في الشكل (2)]:

«[(†)] يلمح أرنولد إلى السطر الافتتاحي ليوليوس قيصر في حروب الغال[(‡)] مما يشير إلى أنه مرح قليلا. النسخة غير المحررة لا تترك أي شك في أنه مرح وساخر. يضيف حاشية سفلية للتعليق حول التشفير[(#)]: كان مبتكر الجبر الحديث، Viète هو مشفر الملك هنري الرابع ملك فرنسا.»[(2)]

[(*)] كماهو واضح في الشكل (1) تناول كوك فقط الأسطر الأولى، كما تجاهل الديباجة "الترويسة" .. المقتبسة من رسالة للاجرانج موجهة لدالمبير:[(3)] "يصبح العمود عميقًا جدًا .. إذا لم يتم اكتشاف عروق جديدة، ستصبح أماكن الهندسة في الأكاديمية ماهي عليه [الآن] الكراسي العربية في الجامعات"

[(†)] التي تترجم .. "بلاد الغال كلها مقسمة إلى ثلاثة" ________________ "Gallia est omnis divisa in partes tres" [(‡)]

تعليقات على الحرب الغالية باللاتينية (Commentarii de Bello Gallico) وأيضا ببساطة الحرب الغالية (Bellum Gallicum)؛ هو سجل يوليوس قيصر الشخصي عن الحروب الغالية، وكُتب بمنظور الرجل الثالث. يصف فيه المعارك والمؤامرات التي وقعت في السنوات التسع (58-49 ق.م) التي قضاها في محاربة الجيوش المحلية في بلاد الغال التي عارضت الهيمنة الرومانية. «غاليا – Gallia» التي يشير إليها قيصر هي كل «بلاد الغال» باستثناء مقاطعة غاليا نربوننسس الرومانية (إقليم بروفانس في العصر الحديث)، وتشمل بقية فرنسا الحديثة وبلجيكا وبعض من سويسرا. في مناسبات أخرى، تشير فقط إلى الأراضي التي تسكنها الشعوب السلتية التي عرفها الرومان باسم الغال، من بحر المانش إلى لوغدونوم (ليون). كان العمل دعامة أساسية في تعليم اللاتينية بسبب نثره البسيط والمباشر. ويبدأ بمقولة تتكرر في كامل العمل «بلاد الغال في مجملها مقسمة إلى ثلاثة أجزاء؛ Gallia est omnis divisa in partes tres». ينقسم العمل إلى ثمانية أقسام، تتفاوت الكتب من الأول إلى الثامن في حجمها بين حوالي 5000 إلى 15000 كلمة. الكتاب الثامن كتبه أولوس هيرتيوس، بعد وفاة القيصر.[(4)]

[(#)] كان لأعمال فرونسوا فييت François Viète (1540 - 1603) تأثيرٌ عميق على فيرما، [راجع استطراد الهامش (*) ضمن الملاحظة ﴿07﴾].

(1) V. I. Arnold, Polymathematics: Is mathematics a single science or a set of arts? – In: Boris A. Khesin, Serge L. Tabachnikov (eds.), Arnold Swimming Against the Tide, Chapter V, pp. 35 – 46, American Mathematical Society (2014). Oridinally published in: Mathematics: Frontiers and Perspectives, American Mathematical Society, Providence, RI, 2000, pp. 403 – 416.

(2) Cryptography, hydrodynamics, and celestial mechanics (johndcook.com): https://www.johndcook.com/blog/2022/10/21/math-origins/

(3) Joseph-Alfred Serret, Œuvres de Lagrange – TOME XIII : CORRESPONDANCE DE LAGRANGE AVEC D'ALEMBERT, Paris, Gauthier-Villars (1867).

(4) Christopher B., Krebs, ed. Caesar: Bellum Gallicum Book VII. Cambridge University Press (2023).

Polymathematics :
is mathematics a single science or a set of arts?

V.I. Arnold
Steklov Mathematics Institute, Moscow
CEREMADE, Université Paris-Dauphine *†

The shaft becomes too deep ... and if new veins would not be discovered, places for geometry in the Academy will become what already are the Arabic chairs at the Universities.
Lagrange to D'Alembert, 1781

All mathematics is divided into three parts: cryptography (paid for by CIA, KGB and the like), hydrodynamics (supported by manufacturers of atomic submarines) and celestial mechanics (financed by military and by other institutions dealing with missiles, such as NASA.).

Cryptography has generated number theory, algebraic geometry over finite fields, algebra [1], combinatorics and computers.

Hydrodynamics procreated complex analysis, partial derivative equations, Lie groups and algebra theory, cohomology theory and scientific computing.

Celestial mechanics is the origin of dynamical systems, linear algebra, topology, variational calculus and symplectic geometry.

The existence of mysterious relations between all these different domains is the most striking and delightful feature of mathematics (having no rational explanation).

The experience of the past centuries shows that the development of mathematics was due not to technical progress (consuming most of the efforts of mathematicians at any given moment), but rather to discoveries of unexpected interrelations between different domains (which were made possible by these efforts).

*Partially supported by the Russian Basic Research Foundation, project 99-01-01109, and by the Institut Universitaire de France.

†The author thanks I. Mazella and J.-O. Moussafir for the typing help.

[1] The creator of modern algebra, Viète, was the cryptographer of King Henry IV of France.

1

الشكل﴿18﴾ — 1. الصفحة الأولى لمقال أرنولد(1) موضح عليها الأسطر الأولى و"الديباجة".. المسكوت عنها[مقتبسة من رسالة لاجرانج إلى دالمبير](3)

JOHN D. COOK
CONSULTING

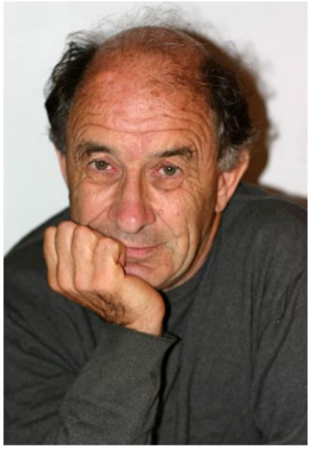
MATH STATS PRIVACY WRITING ABOUT

(832) 422-8646

CONTACT

Cryptography, hydrodynamics, and celestial mechanics

Posted on **21 October 2022** by **John**



Last night I was reading a paper by the late Russian mathematician V. I. Arnold "Polymathematics: is mathematics a single science or a set of arts?" and posted a lightly edited extract of it on Twitter. It begins

> All mathematics is divided into three parts: cryptography, hydrodynamics, and celestial mechanics.

Arnold is alluding to the opening line to Julius Caesar's Gallic Wars [1] which suggests he's being a little playful. The unedited version leaves no doubt that he's being playful or cynical.

> All mathematics is divided into three parts: cryptography (paid for by CIA, KGB and the like), hydrodynamics (supported by manufacturers of atomic submarines), and celestial mechanics (financed by military and other institutions dealing with missiles, such as NASA).

I edited out the parenthetical remarks, in part edit the sentence down to a tweet, but also because when you take out the humor/cynicism he makes a valid if hyperbolic point. He goes on to back this up.

> **Cryptography** has generated number theory, algebraic geometry over finite fields, algebra, combinatorics and computers.
>
> **Hydrodynamics** has procreated complex analysis, partial differential equations, Lie groups and algebra theory, cohomology theory and scientific computing.
>
> **Celestial mechanics** is the origin of dynamical systems, linear algebra, topology, variational calculus and symplectic geometry.

Arnold adds a footnote to the comment about cryptography:

> The creator of modern algebra, Viète, was the cryptographer of King Henry IV of France.

Of course not all mathematics was motivated by cryptography, hydrodynamics, and celestial mechanics, but an awful lot of it was. And his implicit argument that applied math gives birth to pure math is historically correct. Sometimes pure math gives rise to applied math, but much more often it's the other way around.

Search ...

Search

John D. Cook, PhD

My colleagues and I have decades of consulting experience helping companies solve complex problems involving data privacy, math, statistics, and computing.

Let's talk. We look forward to exploring the opportunity to help your company too.

Email address

Your company's project ...

SEND

الشكل﴿18﴾ — 2. صورة للصفحة التي ورد فيها تحليل John D. Cook[2] [وذلك فقط لجزء من مقدمة] ورقة Vladimir I. Arnold[1]

368 CORRESPONDANCE

167.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Berlin, ce 21 septembre 1781.

J'ai reçu, mon cher et illustre ami, votre dernière Lettre, et je suis infiniment sensible aux nouvelles marques qu'elle contient de la continuation de votre amitié. Je voulais attendre, pour vous récrire, que j'eusse quelque chose d'intéressant à vous mander ou à vous faire passer, mais je ne puis m'empêcher de profiter de l'offre obligeante que M. le baron de Bagge (1) a bien voulu me faire de se charger d'une de mes Lettres pour vous, ne fût-ce que pour vous donner simplement de mes nouvelles et me recommander à votre souvenir. Les chaleurs de l'été, qui ont été cette année très-fortes ici, m'ont empêché de terminer, comme je me l'étais proposé, différentes choses que j'ai depuis quelque temps sur le métier; je vais maintenant les reprendre, mais je ne puis encore prévoir ce qu'elles deviendront. D'ailleurs, je commence à sentir que ma force d'inertie augmente peu à peu, et je ne réponds pas que je fasse encore de la Géométrie dans dix ans d'ici. Il me semble aussi que la mine est presque déjà trop profonde, et qu'à moins qu'on ne découvre de nouveaux filons il faudra tôt ou tard l'abandonner.

La Physique et la Chimie offrent maintenant des richesses plus brillantes et d'une exploitation plus facile; aussi le goût du siècle paraît-il entièrement tourné de ce côté-là, et il n'est pas impossible que les places de Géométrie dans les Académies ne deviennent un jour ce que sont actuellement les chaires d'arabe dans les Universités.

Le Volume de 1779 est imprimé, mais je n'ai pu encore en avoir un

(1) Charles-Ernest, baron de Bagge, chambellan du roi de Prusse. Il se rendit ridicule à Paris et ailleurs par ses manies musicales. Il avait la passion du violon, jouait faux, et se croyait le premier virtuose de son temps. Joseph II lui fit un jour ce compliment ironique, qu'il prit au sérieux : « Baron, je n'ai jamais entendu personne jouer du violon comme vous. » *Voir* entre autres, sur lui, les *Mémoires secrets de la République des Lettres* aux dates de février 1782 et des 3 et 5 juin 1783.

DE LAGRANGE AVEC D'ALEMBERT. 369

exemplaire pour vous l'envoyer. Je compte que vous aurez reçu les deux précédents, que j'avais mis dans un paquet adressé, il y a quelque temps, à M. de Condorcet. Ce paquet contenait aussi des exemplaires de mes derniers Mémoires pour MM. de Condorcet et de la Place, et voici deux Planches que je vous prie de vouloir bien leur remettre de ma part pour compléter ces exemplaires. Elles n'étaient pas encore prêtes lorsque je fis le paquet. Comme ces Mémoires ne contiennent que des choses ordinaires, et que d'ailleurs vous recevez régulièrement nos Volumes, j'ai cru devoir me dispenser de vous en envoyer aussi un exemplaire à part; mais je vais donner à l'imprimeur mon travail sur la libration de la Lune, et, aussitôt qu'il y en aura un exemplaire de prêt, je tâcherai de vous le faire parvenir. Je profiterai aussi de la première occasion que j'aurai pour vous envoyer les nouveaux Volumes de Gœttingue, que j'ai chez moi depuis quelque temps, ainsi que notre nouveau Volume.

Voudriez-vous bien avoir la bonté de dire à M. de Condorcet que j'ai reçu les deux Lettres qu'il m'a fait l'honneur de m'écrire par MM. Caillard et Poterat? Comme ils n'ont fait l'un et l'autre que passer ici, je n'ai pu que les voir un moment, et j'ai fort regretté de n'avoir pu cultiver leur connaissance autant que leur mérite me l'avait fait désirer. Je remercie M. de Condorcet de tout mon cœur de me l'avoir procurée. Je vous prie aussi de lui dire que depuis longtemps je n'ai reçu aucun de vos Volumes et que le dernier que je possède est celui de 1776. Je crois qu'il a paru aussi le neuvième Volume des *Mémoires présentés* (1), que je n'ai pas non plus. La partie historique de ces Volumes est une des choses que je lis avec le plus de plaisir et d'intérêt, et c'est ce qui me fait principalement souhaiter de les recevoir. Si vous avez des nouvelles du marquis Caraccioli, je vous prie de m'en donner; je remets à lui écrire à la fin de l'année, et je serais bien aise de savoir si l'on doit adresser les Lettres directement à Palerme ou bien à Naples.

Adieu, mon cher et illustre ami; portez-vous bien et conservez-moi

(1) C'est-à-dire du Recueil intitulé *Mémoires de Mathématiques et de Physique présentés à l'Académie royale des Sciences par divers savants et lus dans ses assemblées.*

XIII. 47

« .. بينما بدأت أشعر بأن قوة عطالتي تتزايد تدريجياً، ولا أقول بأنني سأمارس الهندسة بعد عشرة أعوام من الآن. يبدو لي أيضًا .. أن المنجم بالفعل عميق جدًا، وأنه مالم يتم اكتشاف عروق جديدة، سيتم التخلي عنه عاجلاً أم آجلاً. تقدم الفيزياء والكيمياء ثراء أكثر إشراقًا وأسهل استغلالًا؛ كما يبدو بأن طعم القرن قد تحول بالكامل في هذا الاتجاه، وليس من المستحيل [أو المستبعد] بأن تصبح مكانة الهندسة في الأكاديميات ذات يوم ماهي عليه حالة الكراسي العربية [أقسام دراسات العلوم العربية] داخل الجامعات في الوقت الحاضر.»

« .. D'ailleurs, je commence à sentir que ma force d'inertie augmente peu a peu, et je ne réponds pas que je fasse encore de la Géométrie dans dix ans d'ici. Il me semble aussi que la mine est presque déjà trop profonde, et qu'à moins qu'on ne découvre de nouveaux filons il faudra tôt ou tard l'abandonner. La Physique et la Chimie offrent maintenant des richesses plus brillantes et d'une exploitation plus facile; aussi le goût du siècle paraît-il entièrement tourné de ce côté-là, et il n'est pas impossible que les places de Géométrie dans les Académies ne deviennent un jour ce que sont actuellement les chaires d'arabe dans les Universités.»

«The shaft becomes too deep . . and if new veins would not be discovered, places for geometry in the Academy will become what already are the Arabic chairs at the Universities. »
Lagrange to D'Alembert, 1781

370 CORRESPONDANCE

votre précieuse amitié, à laquelle je réponds par toute la tendresse de la mienne. Je vous embrasse de tout mon cœur.

168.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 14 décembre 1781.

J'ai reçu, mon cher et illustre ami, votre dernière Lettre par M. le baron de Bagge. Je n'y ai pas répondu plus tôt parce que je n'avais rien d'intéressant à vous mander, et que je respecte vos moments, mieux employés qu'à lire mes fadaises. Cependant, vous trouverez ci-joint un mot que je vous prie de faire insérer dans le prochain Volume de votre Académie, s'il est possible. C'est peu de chose, et c'est à peu près tout ce que je puis faire à présent en Mathématiques; mais c'est une petite correction pour les *Mémoires de Berlin* de 1746, et pour mon septième Volume d'*Opuscules* (1).

Je vous félicite d'avoir pu reprendre avec l'automne vos profonds travaux, et j'attends avec grande impatience vos belles recherches sur la libration de la Lune. Quoique je ne sois plus guère capable d'application, je ferai un effort pour lire ce Mémoire intéressant. J'ai reçu les paquets que vous m'avez envoyés, et je les ai remis à leur destination. Je me suis aussi acquitté de vos commissions pour M. de Condorcet. Il m'a dit que vous recevriez incessamment les Volumes de l'Académie qui vous manquent, et que peut-être vous avez maintenant reçus. Vous avez bien raison d'en aimer la partie historique (2). Les *Éloges* surtout sont très-intéressants et sont entendus avec le plus grand plaisir à nos séances publiques.

(1) Cette petite correction figure dans le Volume de 1780 (p. 376-378), sous le titre *Extrait d'une Lettre de M. d'Alembert à M. de la Grange, du 14 décembre 1781.*
(2) La partie historique des *Mémoires* de l'Académie et les *Éloges* sont faits par Condorcet.

الشكل ﴿18﴾ — 3. رسالة (167) لاجرانج إلى دالمبير المؤرخة في 21 سبتمبر 178 والصفحة الأولى للرد (168) المؤرخ في 14 ديسمبر 1781[3]

﴿19﴾ يعيدنا هذا إلى مقولة السير هيرمان بوندي: "إن العلم ببساطة ليس شيئا أكثر من منهجه، ..".
العلم .. منهج (أو كما أقول دائمًا[أ] .. منهج، موضوع ومصطلح)، أما المناهج الرياضية الثلاثة فيمكن مقارنتها بمناهج الفيزياء (والميكانيكا في القلب منها) التي صنفها يويتشيرو نامبو[ب].

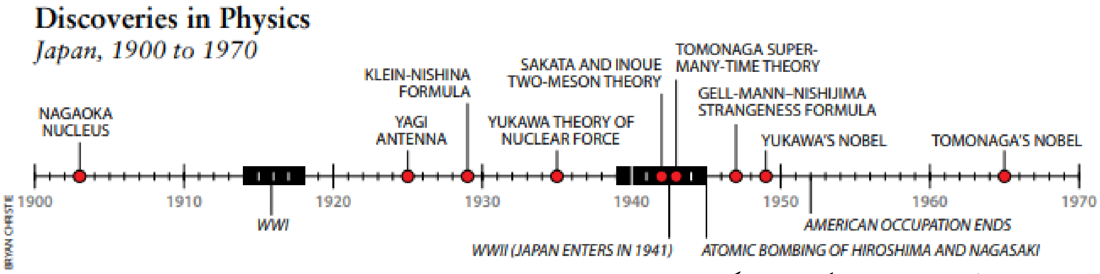
(أ) بمعنى .. كيف ترتبط الرياضيات (علم الأرض) بفلسفة الطبيعة؟ وكيف تحولت فلسفة الطبيعة (الطبيعيات) إلى علم .. الميكانيكا (علم الأثقال) فيما بعد جاليليو وقبل فارينيون ودالمبير .. وصولاً إلى لاجرانج[1]؟

(ب) « عُرف نامبو [يويتشيرو نامبو (1921-2015) 南部 陽一郎،حاز جائزة نوبل للفيزياء عام 2008] بهدوئه، سلوكه الرصين وأسلوبه الأخاذ، بعكس فاينمان الذي كان عاشقا للمزاح وأينشتاين الذي كان يزدري التقاليد الاجتماعية الفخمة أو جيلمان طفل الفيزياء المربك للآخرين. كان نامبو يحمل مزاج اليابانيين التقليديين الأكثر محافظة والذين يصفهم البعض بأنهم أكثر مقدرة على التفكير من أندادهم الغربيين"المتهورين". كان لنامبو مزاج متجدد مختلف يميل إلى فسح المجال أمام إنجازاته لتتحدث عن نفسها في سوق الأفكار المكتظ حيث يقدر الإنجاز المتمثل بطرح فكرة جديدة في الفيزياء بكثير من الغيرة والحسد. يعني ذلك، أن نامبو لم يدّع الأولوية على الرغم من إسهاماته الكبيرة في عدد من الاكتشافات الأساسية في الفيزياء. ويحدث غالبًا في عالم الفيزياء أن تربط الاكتشافات بالأسماء من خلال إجماع عام، على الرغم من أن ذلك يفتقر إلى الدقة من الوجهة التاريخية.» [2]
لم تحظ إنجازات نامبو العظيمة بالاهتمام المناسب حين ظهورها لأنه كان على الدوام سابقا لزمنه. وكما أشار زميله لوري براون من جامعة نورثوسترن « إن نامبو هو رائد بكل ما في الكلمة من معنى، إذ أن ابتكاراته تهيئ على الدوام لقفزات واسعة لا يلحظ الآخرون إمكان تحقيقها لعدة عقود.»[3]
لقد غدا مثلا سائدا بين الفيزيائيين، إن كنت ترغب بمعرفة أحوال الفيزياء في العقد القادم، .. فما عليك إلا أن تقرأ أعمال نامبو. حاول في حديث له عام 1985 إيجاز مناهج التفكير التي استخدمها فيزيائيو الماضي العظماء التي أوصلتهم إلى اكتشافاتهم الخارقة المعروفة. دعا نامبو هذه المناهج بمنهج ديراك ومنهج يوكاوا.[4] يرتبط منهج يوكاوا بعمق بالمعلومات التجريبية. أما منهج ديراك فالأصل فيه يعود للقفزة الحدسية المستندة إلى المنطق الرياضي البحت والمفضية إلى نسق من الاكتشافات المذهلة كنظرية ديراك للمادة المضادة، تصنف نظرية اينشتاين في النسبية ضمن منهج ديراك.
خلال احتفال أقيم عام 1985 بمناسبة عيد ميلاد نامبو الخامس والستين، حيث تم استعراض أهم إنجازاته العلمية، طرح زملاؤه على شرفه منهجا آخر إلى جانب المنهجين الآنفي الذكر: منهج نامبو ويضم أفضل ميزات المنهجين السابقين إذ أنه يحاول تفسير محصلة التجارب باللجوء إلى الرياضيات الملهبة للخيال واللامتناهية في التجريد ويمكن رد أصول نظرية الوتر الفائق إلى منهج نامبو في التفكير.

1. Miloud Zellouf, “Beyond Avesena: The Natural Quest for the Theory of the Impulsion” Draft unpublished manusicript.
2. Michio Kaku & Jenifer Triner, “Beyond Einstein: The Cosmic Quest for the Theory of the Universe” Sterling Pub. (1986).
3. Laurie M. Brown, “Yoichiro Nambu: The First Forty Years” Progress in Theoretical Physics, Supplement “Brief Personal History”, no. 86 (1986), pp. 1–11, draft of manuscript, p. 5, courtesy of Prof. Laurie Brown, Northwestern University.
4. Morris Low, Science and The Building of a New Japan, Palg-Macmillan (2005)
5. Laurie M. Brown & Yoichiro Nambu, “Physicists in Wartime Japan,” Scientific American, vol. 279, no. 6 (December 1998), pp. 96–103. — Laurie Brown & Yoichiro Nambu often collaborate on projects involving the history of Japanese physics.

« Hideki Yukawa (1907–1981), Japan’s first Nobel Prize winner in physics. Yoshio Nishina (1890–1951) proved to be a father figure for Shin-Ichirō Tomonaga (1906–1979), and upon his death, Tomonaga would take on many of the leadership roles that Nishina had served in. The stories of the lives and careers of these and other physicists, and how they contributed to building a new Japan after the war.»[4]

« In 1959 Leo Esaki, a doctoral student at the University of Tokyo, submitted a thesis on the quantum behavior of semiconductors, work that eventually led to the development of transistors. He would bring home a third Japanese Nobel in physics, shared with Ivar Giaever and Brian D. Josephson, in 1973.»[5]



الشكل﴿19﴾ — 1. كرونولوجيا إكتشافات مدرسة الفيزياء النظرية في اليابان، من عام 1900 إلى 1970.[5]

شجرة النسب الأكاديمي(۞)

و

ملحق المنشورات

(۞) The Academic Family Tree: https://www.academictree.org

(--) The publications:

M. Zellouf, N. Moummi, A. Labed and K. Aoues, (2011) Multiple solutions and stability of multi-sided lid-Driven cavity flows, Revue ANDRU 1(3): 156–165.

M. Zellouf, N. Moummi, A. Labed and K. Aoues (2016) Multiple solutions for flow mode-transition in an inclined cavity generated by natural convection, Journal of Applied Engineering Science & Technology, 2(2): 75-85

MULTIPLE SOLUTIONS AND STABILITY OF MULTI-SIDED LID-DRIVEN CAVITY FLOWS

Miloud ZELLOUF✉, Noureddine MOUMMI, Kamel AOUES, Adnane LABED

Mechanical Engineering Department, University of Mohamed Khider Biskra, P.O. Box 145, Biskra 07000, Algeria.

Contents

ABSTRACT– multiple solutions and stability of multi-sided lid-driven cavity flows

This work is concerned with numerical simulations of multi-sided lid-driven square cavity flows. Firstly the well-known case of a single-sided lid-driven cavity is simulated before treating the problem incorporating more than one lid-driven. In the two-sided driven cavity configuration, the upper wall is moved to the right and the left wall to the bottom with equal speeds. Three sided lid driven cavity problem are not discussed herein for saving the symmetric structure of flow field and limiting the breaking symmetry effect just by the main control parameter; for that the four-sided driven cavity case is considered, where the upper wall is moved to the right, the lower wall to the left, while the left wall is moved downwards and the right wall upwards, with all four walls moving with equal speeds. At low Reynolds numbers, the resulting flow field is symmetric with respect to one of the cavity diagonals for the two-sided driven cavity, while it is symmetric with respect to both cavity diagonals for the four-sided driven cavity. At a critical Reynolds number of 1175 for

✉ Corresponding author. Tel.: +213 (0) 662 380 866; Fax: +213 (0) 33 73 39 89
E-mail address: zellouf_miloud@hotmail.com (Miloud Zellouf).

the two-sided driven cavity and 125 for the four-sided driven cavity, the flow field bifurcates from a stable symmetric state to a stable asymmetric state. Three possible flow solutions exist above the critical Reynolds number, an unstable symmetric solution and two stable asymmetric solutions. All three possible solutions are recovered in the present study and flow bifurcation diagrams are constructed.

KEYWORDS–Fluid mechanics, Incompressible flow, Multi-sided lid-driven cavity, Multiplicity of states and multiple solutions, Stability and bifurcation.

INTRODUCTION

Flow in an enclosure driven by moving boundaries is a fundamental problem in fluid mechanics. This type of flow can be found in large variety of natural, industrial and biomedical applications, or in academic research, where, the popularity of the problem is due to the simplicity of the geometry while retaining a plethora of interesting fluid flow phenomena such as vortex dynamics, hydrodynamic stability, flow bifurcations and transition to turbulence and it may be used as a benchmark problem for testing various numerical methods and hydrodynamic stability problems. A classic example is the case where a flow is induced by the tangential movement of either one or both facing cavity boundaries (i.e. one-sided lid-driven (OSLD) cavity flow or two-sided lid-driven (TSLD) cavity flow, respectively). One-sided lid-driven cavity flow was studied extensively in the literature and dates back to the pioneering works of Burggraf [1] and Pan & Acrivos [2]. Experimental and numerical studies in this context have been performed for over 40 years. For exemple the work by Bogatyrev & Gorin [3], Prasad & Koseff [4], Botella & Peyret [5] and Peng et al. [6].

The one-sided lid-driven cavity flow problem was extended to the case of two-sided lid-driven cavity flow by Kuhlmann & al. [7, 8], where the flow is driven by the parallel or antiparallel motion of two facing walls. The facing walls could be either the left and right walls or the upper and lower walls. At low Reynolds number, the flow consists of separate co-or counter-rotating primary vortices that form adjacent to each moving wall. At higher Reynolds numbers, instabilities arise in the flow due to the interaction between the two primary vortices. Moreover, their results showed that multiple flow solutions may exist, depending on the cavity aspect ratio and the value of the Reynolds number. Numerical simulations of two-sided lid driven cavity flow with temperature gradient and accompanied by heat and mass transport were also reported by Alleborn & al. [9] and Luo & Yang [10].

The majority of papers dealing with the numerical solution of the lid-driven cavity problem have been concerned with the two-dimensional problem. Papers for the two-dimensional problem incorporating more than one lid-driven have also appeared in the recent literature [7, 10]. Recently, Wahba [11] has considered the case of a two sided non-facing lid-driven (TSNFLD) cavity in which the flow is driven by two non-facing walls and the four-sided lid driven cavity.

The three-dimensional transport phenomena often differ from the two-dimensional cases under the same boundary conditions due to the threedimensionality effects. 3D structures, called Taylor–Görtler (TG) or Taylor–Görtler–like (TGL) vortices can be found in most of real flows. For example, the instability problem of transient Couette flow in a cylinder is closely related with that of TG vortices. Of note is that TGL were first observed in 1983 by Street and co-workers [12]. Different Reynolds numbers and spanwise aspect ratios were considered in their series of experiments [13-15]. According to their work, in a cavity of spanwise aspect ratio (SAR) 3:1:1, eight pairs of TGL vortices were observed at Re = 3000. With increasing Reynolds number 11 pairs of TGL vortices reported at Re = 6000. In the range 6000< Re < 8000 the cavity is crowded with too many TGL vortices so that heir interactions excite the unstable flow to such a degree that the flow system is more adequately classified as turbulent. While experimental work has been conducted at Re = 1000 and 2000, numerical results have seldom been discussed. We can cited in this context the work by Cortes & Miller [16], Chiang & al [17], Albensoeder & Kuhlmann [18] and Bouffanais & al [19], where the TGL vortices first predicted numerically by Freitas & al [20], the majority of these studies have been carried out at Re = 3200 for a cavity of either SAR 1:1:1, [16] or 3:1:1, [20]. In the light of these 3D numerical studies, shear-driven cavity flow can be referred to as being nearly 2D at low Reynolds numbers. As the Reynolds number is increased, working variables become appreciable in the third dimension. Such a distinction is mainly attributable to presence of two end walls. With increasing Reynolds number the presence of large disturbances may suddenly open the door to chaotic fluctuation and give rise to flow turbulence. More recently, Chicheportiche & al. [21] studied instabilities in the 3D-LDC flow with span wise periodic boundary-conditions (to suppress the role of the end walls) at Re = 1000.The authors identified by DNS and global linear stability the mechanisms of transition and found a 3D steady TGL flow. This means that the rigid end-walls suppress TGL vortices in driven cavities with low span length.

A review of the available literature shows that the 3D cavity flows with more than one moving wall have not been discussed by previous researchers. Very recently, Beya & Lili [22] extend the 2D-TSNFLD cavity flow which were developed in [11] in three dimensions where the top wall is moving to right, while the left vertical wall is moving down with the same constant velocity. According to [11], was regarded the bifurcation reported in their approach for the 3D–TSNFLD with no-slip end walls in the span wise direction cannot leads to TGL vortices. As a result, we propose for a systematic analysis in this first part of study we present only the 2D-TSNFLD cavity flow according to [11] for comparison and validation, but our main purpose is to give extensive numerical results for both low and high Reynolds number, hoping these results could serve as benchmark.

PROBLEM FORMULATION AND NUMERICAL SOLUTION

The lid-driven cavity flow is modeled by the two-dimensional incompressible Navier–Stokes equations. This set of governing equations is of nonlinear nature and hence the existence of multiple solutions is possible. To solve the governing equations, they are re-written in terms of a non-dimensional stream function-vorticity formulation as follows:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u\frac{\partial \omega}{\partial x} + v\frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re}\left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}\right] \quad (01)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \omega \quad (02)$$

A pseudo-transient approach for a finite difference scheme with second order central differencing based on the vorticity and stream-function of the two-dimensional incompressible Navier–Stokes equations. Solve the parabolic vorticity transport equation by means of the alternatives directions implicit (ADI) method and the elliptic Poisson equation by the successive over-relaxation (SOR) scheme with optimum relaxation factors. The global convergence was guaranteed by controlling the residuals norm of all equations to be solved by setting its variation to less then 10^{-6}. Moreover, all reported flow cases were simulated by using the boundary-refined grid = 121 × 121.

VALIDATION STUDY

Prior to predicting the flow physics of interest in the multi-sided lid-driven cavity, it is best to conduct a validation study to confirm the analysis tools. For purposes of validation and evaluation we consider the well-known case of a one-sided lid driven cavity flow at Reynolds number (Re = 1000) where the grid independence is reported in *table I*. The boundary conditions and the vortices generated in this configuration are shown in figure I.
The computed streamlines and vortices are given in *figure II*. The maximum absolute values for the stream-function and vorticity within the primary vortex is reported in *table II* and compared with other numerical results available in the literature. In *figure III*, the present computed velocity profiles along the vertical and horizontal centerlines of the cavity are compared with the results of Erturk & al. [23]. This confirmation study supports the conclusion that the present numerical procedure agree quantitatively well with other numerical results reported in the literature.

Table I. Grid independence for the one-sided lid-driven cavity flow (Re = 1000).

Grid	Spatial accuray	ψ	x	y
081×081	Δh^2	0.1154	0.5325	0.5660
097×097	Δh^2	0.1165	0.5325	0.5655
121×121	Δh^2	0.1173	0.5320	0.5650
145×145	Δh^2	0.1173	0.5320	0.5650
153×153	Δh^2	0.1175	0.5315	0.5650

Figure I. Stream traces of the OSLD cavity flow (Re = 1000).

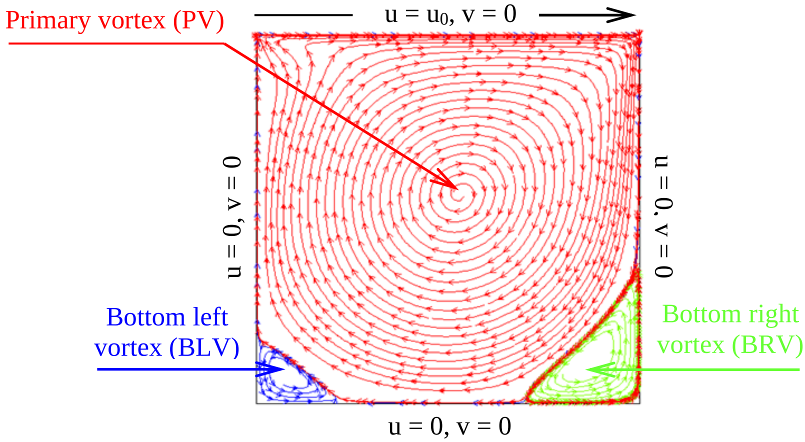


Table II. Properties of the primary vortex for OSLD cavity flow (Re = 1000).

References	N°	Grid	Spatial accuray	ψ	ω	x	y
Present		121×121	Δh^2	0.1173	2.0621	0.5320	0.5650
Botella & Peyret	Ref.[05]	N = 128	N = 128	0.1189	2.0677	0.5308	0.5652
Wahba	Ref.[11]	200×200	Δh^2	0.1175	-	0.5315	0.5650
Ertruk & al.	Ref.[23]	601×601	Δh^2	0.1187	2.0655	0.5300	0.5650
Goyon	Ref.[25]	129×129	Δh^2	0.1157	-	0.5312	0.5625

Figure II. Streamlines and vorticity contours for the OSLD cavity flow (Re =1000).

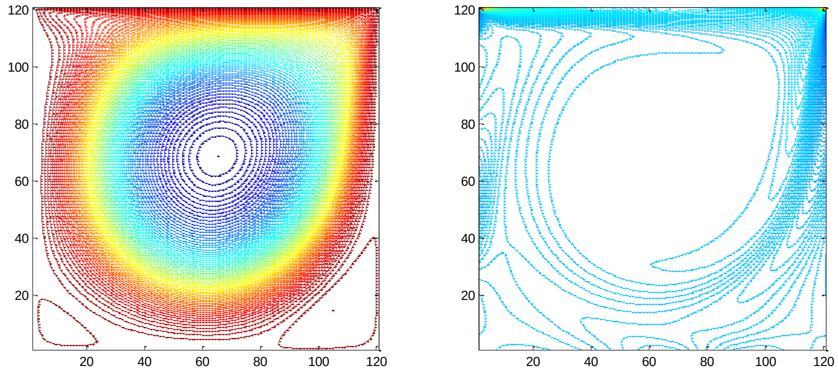
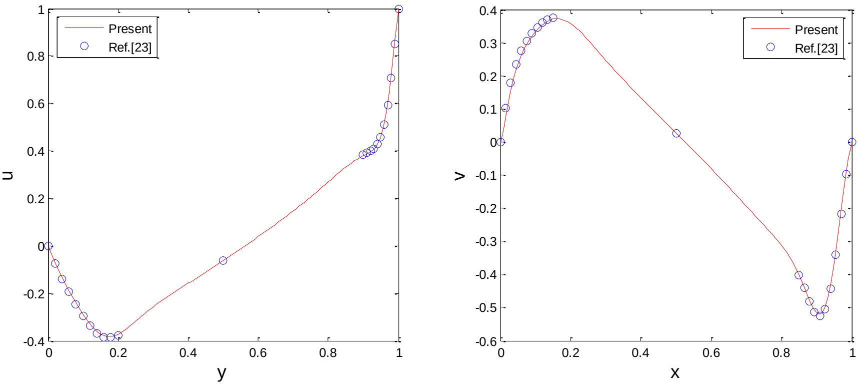


Figure III. Velocity profiles along centerlines of the OSLD cavity (Re = 1000).



COMPUTED RESULTS AND DISCUSSION

TWO-SIDED NON-FACING LID-DRIVEN CAVITY FLOW

The test problem was that of the two-sided non-facing lid-driven (TSNFLD) cavity flow, where the upper wall is moved to the right, while the left wall is moved to the bottom with equal speeds. The right and bottom walls are kept stationary. Due to such wall motion, two primary and two secondary vortices are formed, with the resulting flow field being symmetric about the first cavity diagonal, this behavior of the flow structure is illustrated in *figure IV*.

The Reynolds numbers considered were 250, 500, 750, 1000, 1250, 1500 and 2000. Regarding this series of calculations, it is worthwhile to explain why we focused our attention on Re = 1500. The rationale can be briefly described as follows. Prior to Re = 250 the fluid flow will most likely display a diagonal symmetry. In the range Re = 500-1000 the flow gradually develops into a stable steady-state and the symmetry of the flow is strongly appeared. At Re = 1500 the symmetric pattern-preserving behavior disappears from the cavity, whereas the existence of a single stable solution branch is no longer a definitive outcome. Suffice it to say that when Re > 1000, transient analysis needs to account for the flow unsteadiness. The quest for the critical Reynolds number that gives a hint of the onset of breaking-symmetry phenomenon by Collapse of the diagonal order of vortices is thus of importance.

By return to the range Re = 1000-1500, many numerical exercises for different Reynolds numbers values in this range reveal that between Reynolds number values of 1150 and 1200, the flow is shown to bifurcate from a stable symmetric state to a stable asymmetric state. Hence, the critical Reynolds number for flow bifurcation in two-sided non-facing lid driven cavity is evaluated to be 1175. This value is within an estimated error of ± 2.4%.

Figure IV. Stream traces of the TSNFLD cavity flow (Re = 1000).

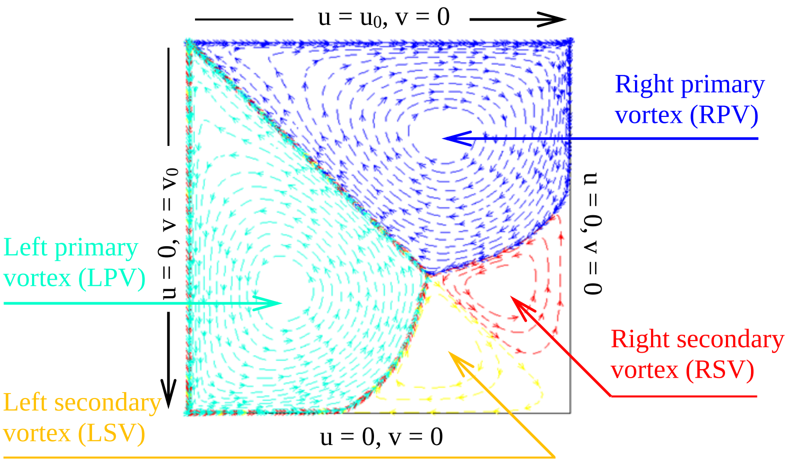


Figure V. Increasing Reynolds number for the TSNFLD cavity flow.

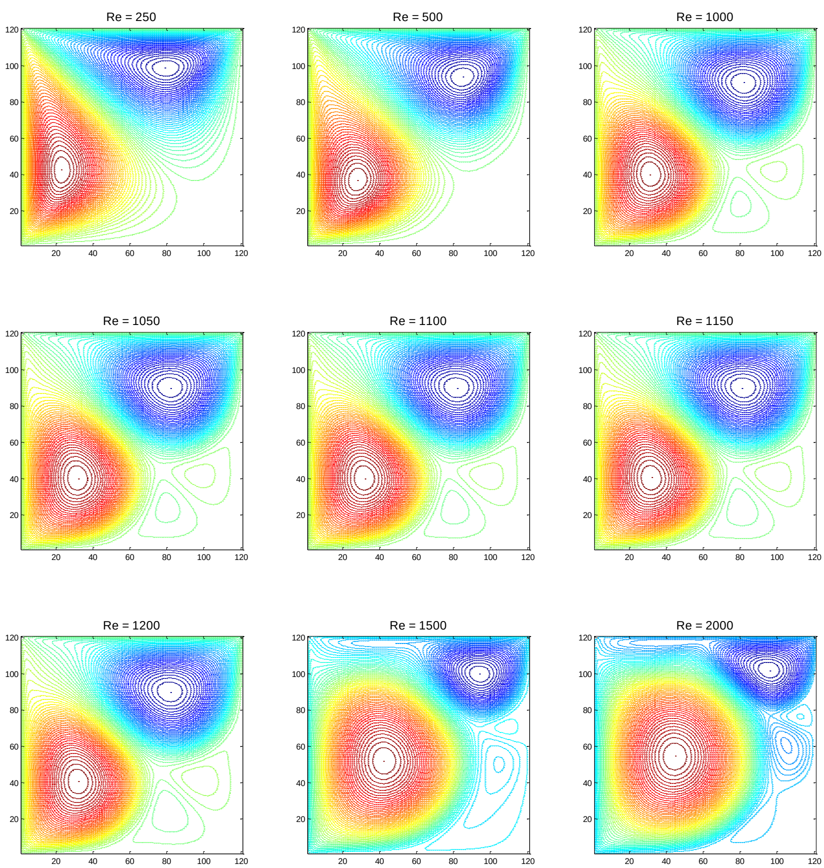
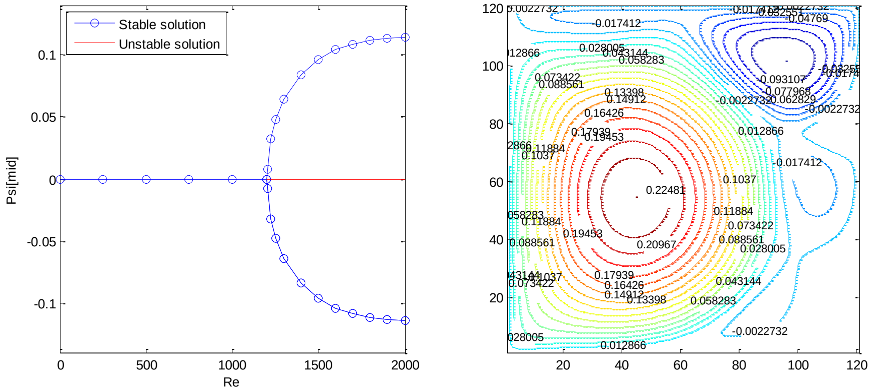


Figure VI. Bifurcation diagram for the TSNFLD cavity flow.



The main purpose of depicting the flow structure in *figure V* is to illustrate the evolution of the flow field as the Reynolds number is increased. It can be seen that as the Reynolds number increases, the size of the secondary vortices increases at the expense of the primary vortices. To give us a clear picture of the flow mode transition, we construct the flow bifurcation diagram, as seen in *figure VI*, where the multiple steady-state flow solutions are successfully recovered.

FOUR-SIDED LID DRIVEN CAVITY FLOW

The geometry for the four-sided lid driven cavity problem is described in *figure VII*. The upper wall is moved to the right, the lower wall to the left, while the left wall is moved downwards and the right wall upwards, with all four walls moving with equal speeds. Four distinct vortices are formed, with the resulting flow field being symmetric about both cavity diagonals. The effect of increasing Reynolds number on the flow field is shown in *figure VIII*. Between Reynolds number values of 120 and 130, the flow is shown to bifurcate from a stable symmetric state to a stable asymmetric state. Hence, the critical Reynolds number for flow bifurcation in the four-sided driven cavity is evaluated to be 125. This value is within an estimated error of ± 4.2%.

The flow bifurcation diagram is constructed by plotting the value of the stream function at the geometric cavity center against the Reynolds number. The resulting bifurcation diagram is shown in *figure IX*. Only one solution branch exists for Reynolds number values lower than the critical value, representing the stable symmetric flow solution. However, for Reynolds number values higher than the critical value, two stable branches exist, representing the two possible stable asymmetric solutions, while the dotted horizontal line represents the unstable symmetric flow solution.

Figure VII. Stream traces of the FSLD cavity flow at Reynolds number (Re = 100).

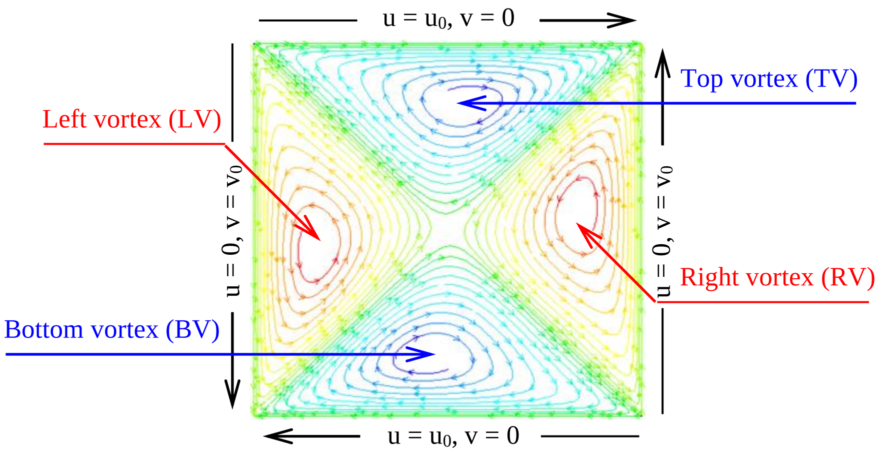


Figure VIII. Increasing Reynolds number for the FSLD cavity flow.

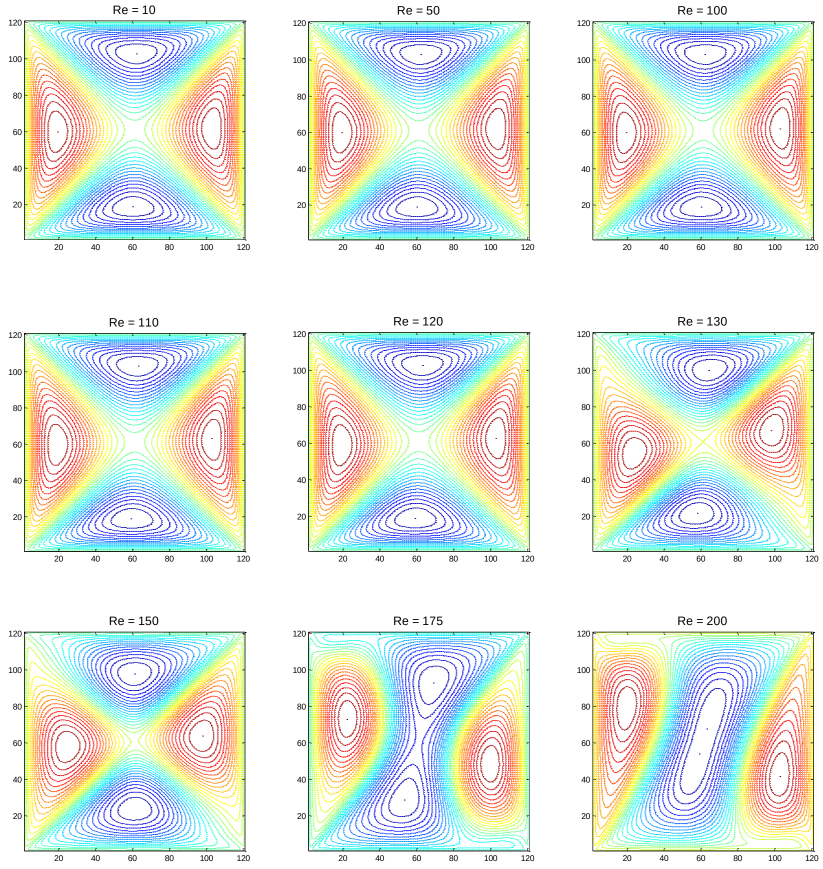
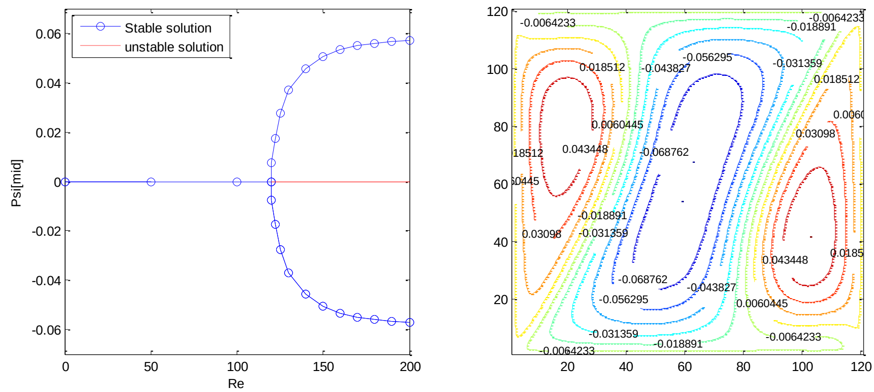


Figure IX. Bifurcation diagram for the FSLD cavity flow.



RECOVERY OF MULTIPLE FLOW SOLUTIONS

In general, multiple stable and unstable steady-state flow solutions are successfully determined using the continuation method [10]. However, Wahba [11, 26] showed that, for the case of plane sudden expansion flows and the case of multi-sided lid driven cavity, multiple solutions can also be recovered simply by adjusting the iterative solver. Indeed, in [26], even the unstable solution could be recovered by fine tuning the iterative solver. A similar procedure is adopted in the present study to recover multiple solutions for the two-sided and four-sided lid driven cavity flows.

In *figure V*, one of the two stable asymmetric solutions for the two-sided driven cavity flow, at Re = 2000, is recovered. It should be noted that in this asymmetric solution, the value of the stream function at the center of the left primary vortex is greater than the value of the stream function at the center of the right primary vortex.

To recover the other asymmetric solution, the sweeping direction of the line implicit solver for the stream function and vorticity transport equations is reversed where the flow domain is now swept repeatedly from right to left. This change in the numerical procedure immediately leads to the recovery of the other asymmetric solution. For this solution, the stream function value at the center of the left primary vortex is now smaller than the corresponding stream function value for the right primary vortex.

To recover the unstable symmetric solution, a zero value for the stream function is enforced along the line of symmetry (i.e. cavity diagonal). Note that this zero stream function value is equal to the value of the stream function enforced along the four walls enclosing the square cavity.

As a summary, all three possible flow solutions for Re = 2000 are shown in *figure X*. The first asymmetric solution, asymmetric (1), is the one obtained by sweeping the flow domain from left to right, while the second asymmetric solution, asymmetric (2), is obtained by using the opposite sweeping direction i.e. from right to left. Stream function values at the geometric cavity center are given in *table III* for three grids considered in the present study.

Figure X. Multiple flow solutions for the TSNFLD cavity problem (Re = 2000).

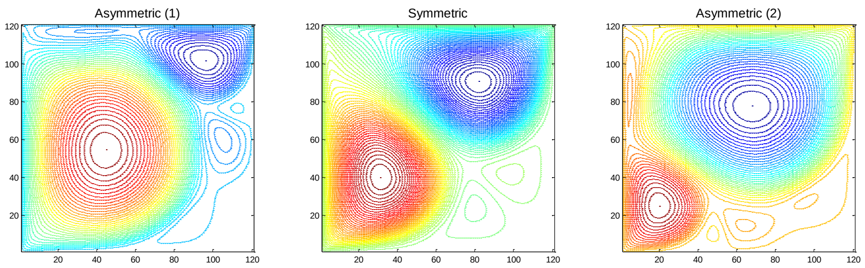


Table III. ψ_{mid} values for the two-sided lid-driven cavity flow (Re = 2000).

Grid	Asymmetric (1)	Symmetric	Asymmetric (2)
097×097	ψ_{mid} = 0.1105	ψ_{mid} = 0.0000	ψ_{mid} = - 0.1105
121×121	ψ_{mid} = 0.1124	ψ_{mid} = 0.0000	ψ_{mid} = - 0.1124
145×145	ψ_{mid} = 0.1130	ψ_{mid} = 0.0000	ψ_{mid} = - 0.1130

Figure XI. Multiple flow solutions for the FSLD cavity problem (Re = 200).

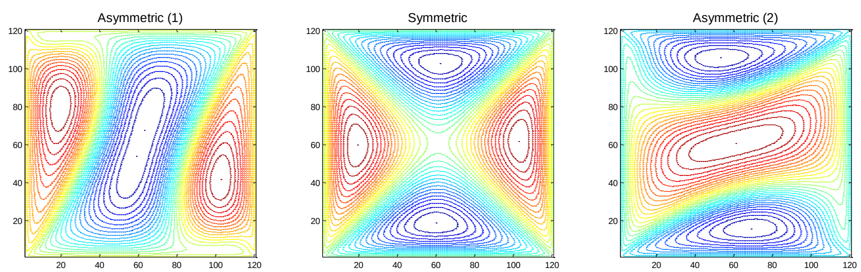


Table IV. ψ_{mid} values for the four-sided lid-driven cavity flow (Re = 200).

Grid	Asymmetric (1)	Symmetric	Asymmetric (2)
097×097	ψ_{mid} = - 0.0535	ψ_{mid} = 0.0000	ψ_{mid} = 0.0535
121×121	ψ_{mid} = - 0.0572	ψ_{mid} = 0.0000	ψ_{mid} = 0.0572
145×145	ψ_{mid} = - 0.0575	ψ_{mid} = 0.0000	ψ_{mid} = 0.0575

A similar procedure is applied to recover all possible flow solutions for the four-sided lid driven cavity flow at Re = 200, one of the two asymmetric solutions is recovered, as shown in *figure VIII*. To recover the other asymmetric flow solution, a horizontal tri-diagonal solver is used instead of the vertical one, and the flow domain is swept repeatedly upwards till convergence. Such a procedure results in the recovery of the second asymmetric solution. Moreover, to recover the unstable symmetric flow solution, a zero value for the stream function is enforced along one of the cavity diagonals and a solution satisfying the governing equations is guaranteed by monitoring the residual for the stream function and vorticity transport equations at all points within the flow domain, including the points located on the cavity diagonal. All three possible flow solutions for the four-sided lid driven cavity problem are given in *figure XI*. Stream function values at the geometric center of the cavity are given in *table IV* for three grids considered in the present study. It is worth noting that flow solutions reported in the present study were further duplicated using a variety of alternative iterative schemes; the details of these methods are not discussed herein. Finally, it should be noted that, from a physical point of view, the stable asymmetric solution to be realized experimentally would of course depend on the imposed initial conditions and flow perturbations.

CONCLUSIONS

Numerical simulations by using the pseudo-transient approach for a finite difference scheme with second order central differencing, based on the vorticity and stream-function formulation of the 2-D incompressible multi-sided lid-driven cavity flow are presented to obtain multiple steady solutions for two- and four-sided lid-driven square cavities. For low Reynolds number flows, the resulting flow field is symmetric about one of the cavity diagonals for the two-sided non-facing lid-driven cavity and about both cavity diagonals for the four-sided lid-driven cavity.

At a critical Reynolds number of 1175 for the (TSNFLD) cavity flow and 125 for the (FSLD) cavity flow, instabilities arise causing the flow to loose symmetry and an asymmetric flow field prevails. Flow bifurcation diagrams are constructed, showing the existence of three possible solutions beyond the bifurcation point. Two of the three flow solutions are stable and asymmetric, while the third solution is unstable and symmetric. All three possible solutions are recovered for the specific cases of Re = 2000 for the two-sided problem and Re = 200 for the four-sided problem.

NOMENCLATURE

L	length of square cavity side
t	time
u	horizontal component of velocity
v	vertical component of velocity
u_0	velocity of the driven cavity side (top and/or bottom)
v_0	velocity of the driven cavity side (left and/or right)
x	horizontal location
y	vertical location
ν	kinematic viscosity
Ψ	stream function
ω	vorticity
Re	Reynolds number = u_0L/ν

OSLD	one-sided non-facing lid-driven (cavity flow)
TSNFLD	two-sided non-facing lid-driven (cavity flow)
FSLD	four-sided lid-driven (cavity flow)
PV	primary vortex for OSLD cavity flow
BLV	bottom left vortex for OSLD cavity flow
BRV	bottom right vortex for OSLD cavity flow
LPV	left primary vortex for TSNFLD cavity flow
RPV	right primary vortex for TSNFLD cavity flow
LSV	left secondary vortex for TSNFLD cavity flow
RSV	right secondary vortex for TSNFLD cavity flow
TV	top vortex for FSLD cavity flow
BV	bottom vortex for FSLD cavity flow
LV	left vortex for FSLD cavity flow
RV	right vortex for FSLD cavity flow
TGL	Taylor–Görtler–like vortices
SAR	spanwise aspect ratio
ADI	alternatives directions implicit (method)
SOR	successive over-relaxation (scheme)

REFERENCES

[01] O. R. Burggraf, Analytical and numerical studies of the structure of steady separated flows, J. Fluid Mech. 24 (1966) 113–151.

[02] F. Pan and A. Acrivos, Steady flows in rectangular cavities, J. Fluid Mech. 28 (1967) 643–655.

[03] V. Ya. Bogatyrev and A. V. Gorin, End effects in rectangular cavities, Fluids Mech.–Sov. Res. 7 (1978) 101–106.

[04] A. K. Prasad and J. R. Koseff, Reynolds number and end-wall effects on a lid-driven cavity flow, Phys. Fluids. A. 1 (1989) 208–218.

[05] O. Botella and R. Peyret, Benchmark spectral results on the lid-driven cavity flow, Comput & Fluids. 27(1998) 421–433.

[06] Y. F. Peng, Y. H. Shiau and R. R. Hwang, Transition in a 2D lid-driven cavity flow, Comput & Fluids. 32 (2003) 337–352.

[07] H. C. Kuhlmann, M. Wanschura and H. J. Rath, Flow in two-sided lid-driven cavities: non-uniqueness, instabilities, and cellular structures, J. Fluid Mech. 336(1997) 267–299.

[08] H. C. Kuhlmann, M. Wanschura and H. J. Rath, Elliptic instability in two-sided lid-driven cavity flow, Eur. J. Mech. B/Fluids. 17 (1998) 561–569.

[09] N. Alleborn, H. Raszillier and F. Durst, Lid-driven cavity with heat and mass transport, Int. J. Heat Mass Transfer. 42 (1999) 833–853.

[10] W. J. Luo and R. J. Yang, Multiple fluid flow and heat transfer solutions in a two-sided lid-driven cavity, Int. J. Heat Mass Transfer. 50 (2007) 2394–2405.

[11] E. M. Wahba, Multiplicity of states for two-sided and four-sided lid-driven cavity flows, Comput & Fluids. 38 (2009) 247–253.

[12] J. R. Koseff, R. L. Street, P. M. Gresho, C. D. Upson, J. A. C. Humphrey and W. M. To, A three-dimensional lid-driven cavity flow: experiment and simulation, Proc. 3rd Int. conf. on Numerical Methods in laminar and Turbulent Flow, Seattle. WA, August (1983) 564–581.

[13] J. R. Koseff and R. L. Street, Visualization studies of a shear driven three-dimensional recirculating flow, ASME J. Fluid Eng. 106 (1984) 21–29.

[14] J. R. Koseff and R. L. Street, On the end wall effects in a lid-driven cavity flow, ASME J. Fluid Eng. 106 (1984) 385–389.

[15] J. R. Koseff and R. L. Street, The lid-driven cavity flow: a synthesis of qualitative and quantitative observation, ASME J. Fluid Eng. 106 (1984) 390–398.

[16] A. B. Cortes and J. D. Miller, Numerical experiments with the lid driven cavity flow problem, Comput. Fluids. 23 (1994) 1005–1027.

[17] T. P. Chiang, R. R. Hwang and W. H. Sheu, Finite volume analysis of spiral motion in a rectangular lid-driven cavity, Int. J. Numer. Methods. Fluids. 23(1996) 325–346.

[18] S. Albensoeder and H. C. Kuhlmann, Accurate three-dimensional lid-driven cavity flow, J. Comput. Phys. 206 (2005) 536–558.

[19] R. Bouffanais, M. O. Deville, P. F. Fischer, E. Leriche and D. Weill, Large-eddy simulation of the lid-driven cubic cavity flow by the spectral element method, J. Sci. Comput. 27 (2006) 151–162.

[20] C. J. Freitas, R. L. Street, A. N. Findikakis and J. R. Koseff, Numerical simulation of three-dimensional flow in a cavity, Int. J. Numer. Methods. Fluids. 5 (1985) 561–575.

[21] J. Chicheportiche, X. Merle, X. Gloerfelt and J. C. Robinet, Direct numerical simulation and global stability analysis of three-dimensional instabilities in a lid-driven cavity, C. R. Mecanique. 336 (2008) 714–723.

[22] B. B. Beya and T. Lili, Three-dimensional incompressible flow in a two-sided non-facing lid-driven cubical cavity, C. R. Mecanique. 336 (2008) 863–872.

[23] E. Erturk, T. C. Corke and C. Gökçöl, Numerical solutions of 2D steady incompressible driven cavity flow at high Reynolds numbers, Int. J. Numer. Meth. Fluids. 48 (2005) 747–774.

[24] E. Erturk and C. Gökçöl, Fourth Order Compact Formulation of Navier-Stokes Equations and Driven Cavity Flow at High Reynolds Numbers, Int. J. Numer. Meth. Fluids. 50 (2006) 421–436.

[25] O. Goyon, High-Reynolds number solutions of Navier–Stokes equations using incremental unknowns, Comput. Meth. Appl. Mech, Eng. 130 (1996) 319–335.

[26] E. M. Wahba, Iterative solvers and inflow boundary conditions for plane sudden expansion flows, Appl. Math, Modeling. 31 (2007) 2553–2563.

J. Appl. Eng. Sci. Technol. (2016) 2(2): 75-85

Multiple solutions for flow mode−transition in an inclined cavity generated by natural convection

Miloud Zellouf[1], Noureddine Moummi[2], Adnane Labed[2], Kamel Aoues[1]

1 *Laboratoire de Génie Energétique et Matériaux (LGEM), Université de Biskra, B.P. 145 R.P. 07000, Biskra, Algeria*

2 *Laboratoire de Génie Mécanique (LGM) Université de Biskra B.P. 145 R.P. 07000, Biskra, Algeria*

Received 22 August 2014
Revised 19 August 2015
Accepted 29 February 2016
Published online: 20 December 2016

Keywords
Natural convection
inclined cavity
hysteresis phenomenon
flow mode transition
Sizing calculations

Abstract: An investigation of natural convection in a rectangular cavity (AR = 4) filled with air (Pr = 0.71) heated from the side with adiabatic horizontal walls is carried out numerically. To describe the flow regime, we propose a description of the influence of the angle of inclination and Rayleigh number on the flow patterns likely to develop in this configuration. The numerical analysis of the governing equations of the problem is based on finite volume method with non-staggered grids arrangement and is solved through the iterative SIMPLEC algorithm. Results indicate that the angle of inclination has a significant effect on flow mode transition. The existence of multi-steady solutions closely depends on the value of the Rayleigh number. For that the Hysteresis phenomenon (multi−steady solutions) for Ra ≥ 2000 are demonstrated and parameter maps of Ra vs. ϕ are proposed.

1. Introduction

Natural convection in fluid enclosures has received much attention and extensively studied both experimentally and theoretically (Bodenshatz et al. 2000). The interest in this class of flows has been motivated by diverse engineering problems. It is the result of complex interaction between finite−size fluid systems in thermal communication with all the walls that confine it. The thermal convection in inclined cavities represent the typical behavior of many physical systems (e.g., collection of solar energy such as solar collectors, storage devices, operation and safety of nuclear reactors, effective cooling of electronic components and machinery, energy efficient design of buildings and rooms, double or multi−pane slope windows and skylights, material processing equipment such as melting and crystal growth reactor) (See Huppert and Turner 1981 and Turner 1985).

Most of published research in this field that exit until today can be classified into two groups:

i) differentially heated enclosures (conventional convection) and ii) enclosures heated from below and cooled from above (classical Rayleigh−Bénard convection), (See also Ostrach 1972 and Catton 1978). The natural convection in inclined enclosures combined the two class of flows mentioned above with special interest because the associated flow mode−transition and hysteresis phenomenon (dual or multi−steady solutions) in a 2−D heated inclined enclosure, that had been observed and reported by many researchers:

Although experimental studies, Hart (1971), Hollands and Konicek (1973), Ozoe et al. (1975), Arnold et al. (1976) and Hamady et al. (1989), it is found that, the heat transfer decreases and reaches its lowest value, and then gradually increases again when the tilt angle changes from 0° to 90°. The minimum point occurs at the angle where the flow changes its mode from the three-dimensional roll pattern (caused by the thermal instability) to the two-dimensional circulation (caused by the hydrodynamic effect). These research studied cavities with small to medium aspect ratios, with maximum aspect ratio of 15.5, except the study of Hollands and Konicek (1973) that have used an enclosure with aspect ratio equal to 44. In the study of Elsherbiny et al. (1982) and Elsherbiny (1996), six aspect ratios between 5 and 110 were experimentally examined to find the influence of the tilt angle and the aspect ratio on the heat transfer rate. A correlation for tilt angle 60° was developed.

Many numerical studies were also performed to solve the problem of natural convection in inclined enclosures. Soong et al. (1996) in order to investigate the effect of inclination angle from 0° to 90° on flow mode−transition in an inclined rectangular enclosure heated from below and cooled from above with two insulated side walls. Different aspect ratios were considered (AR = 1, 3 and 4) with Rayleigh number ranged from 1.5×10^3 to 2×10^4, flow mode−transition and hysteresis phenomenon for Ra>2000 were demonstrated. In addition hysteresis effect were also reported by Corcione (2003), thus confirming that bidirectional differential heating with various thermal conditions imposed on

Corresponding author. E-mail address: zellouf_miloud@hotmail.com

Nomenclature

AR	aspect ratio, H/L
g	gravitational acceleration [m s $^{-2}$]
H	height of the side wall [m]
L	length of the side wall [m]
Nu	mean Nusselt number
P	pressure [Kg m $^{-1}$ s^{-2}]
Pr	Prandtl number, ν/α
Q	error in energy balance
Ra	Rayleigh number, $\rho g\beta(T_h-T_c)H^3/\alpha\mu$
T	temperature [k°]
$\vec{U}$	vector of velocity
u, v	dimensionless velocity components
x, y	dimensionless coordinates
%	value of percent deviation

Greeks symbols

α	thermal diffusivity [m^2 s $^{-1}$]
β	coefficient for thermal expansion [k° $^{-1}$], $-(\partial\rho/\partial T)_P/\rho$
$\vec{\delta}$	cosines director $\vec{\delta} = \sin(\phi)\vec{\imath} + (\phi)\vec{\jmath}$
Δ	Laplacian operator $\Delta = \nabla^2 = (\partial^2/\partial x^2) + (\partial^2/\partial y^2)$
$\vec{\nabla}$	Nabla operator, $\vec{\nabla} = (\partial/\partial x)\vec{\imath} + (\partial/\partial y)\vec{\jmath}$
θ	dimensionless temperature function, $(T-T_c)/(T_h-T_c)$
μ	kinematic viscosity [kg m^{-1} s^{-1}]
ν	kinematic viscosity [m^2 s^{-1}]
ρ	fluid density [kg m $^{-3}$]
ϕ	(Phi) inclination angle [deg]
ψ	dimensionless stream function
ω	dimensionless vorticity.

Subscripts

c	cold wall or critical
h	hot wall
H	horizontal wall
V	vertical wall
max	maximum
min	minimum
0	related to the mean temperature
→	related to the vector value

the side walls of the cavity, has a significant effect on flow mode-transition of natural convection inside horizontal enclosures heated from below and cooled on the top. Wang and Hamed (2006) also, carried out a numerical investigation on the effect of some heating configurations that was previously considered by Corcione (2003), they combined the cavity inclination angle of flow-pattern of natural convection that was reported by Soong et al. (1996) with imperfect thermal boundary conditions in rectangular enclosure with single aspect ratio of 4.

Recently Khezzar et al. (2012) investigated numerically the flow structure and heat transfer behavior due to natural convection in enclosures of aspect ratios 1, 3, 6 and 12 for Ra = 10^4, 10^5 and 10^6 and for inclination angles between 0° and 180° and (Pr = 10). The flow–mode transition and the Nusselt variation with the inclination angle have been presented.

More recently, Chang (2014) carried out a numerical study of two-dimensional natural convection in differentially heated enclosure, in order to investigate the effect of the aspect ratio and inclination angle on flow and heat transfer for (AR = 1, 2, 4 and 8, 0°≤ ϕ ≤ 180° and Ra = 10^3, 10^4, 10^5 and 10^6 with Pr = 0.71), moreover many correlations for average heat transfer in horizontal (ϕ = 0°) and vertical (ϕ = 90°) configuration are proposed.

In our laboratories, there have been many investigations on the natural convection in confined enclosures (Labed et al. 2005, Aoues et al. 2007 and Zellouf et al. 2014), and many contributions on the enhancement and testing of thermal performances of solar FPCs designed for heating, cooling and drying applications, e.g. (Moummi et al. 2004, Moummi et al. 2010, Aoues et al. 2011, Labed et al. 2012, 2013, 2014 and 2015). In all these studies, the authors studied the heat transfer the air channel duct. The aim of the present paper is to investigate the natural convection in an inclined rectangular cavity heated from below with insulated vertical walls (at ϕ = 0°). The study is conducted numerically under the assumption of steady laminar flow, the Rayleigh number based on the cavity width in the range between 10^3 and 10^4, and the inclination angle changes from horizontal to vertical position, whose effect on the flow patterns formation, the heat transfer rates and the temperature distributions are examined. Hysteresis phenomenon occurring in the inverse courses of inclination is also studied. Parameter maps of Ra vs. ϕ are proposed, in which flow patterns characterized by various mode are designated.

2. Mathematical formulation of the problem

The geometry and computational domain considered in the proposed model are depicted schematically in Fig. 1 and Table 1. A two-dimensional Cartesian coordinate system is selected such that the y-axis points positively upwards while the gravitational force acts downwards. The rectangular enclosure of height (H) and length (L) filled with air is differentially heated on a sidewall, while the other opposite wall is kept at uniform cold temperature. The top and bottom sidewalls are assumed adiabatic (at ϕ = 90°), and can be rotated around the horizontal axis (x). Each configuration is defined by the angle of inclination.

2. 1. Governing equations

The buoyancy–driven flow is considered to be 2D–steady and laminar. The fluid is assumed incompressible, with constant physical properties and negligible viscous dissipation. The buoyancy effects upon momentum transfer are taken into account through the Oberbeck–Boussinesq approximation (see Oberbeck 1879, Boussinesq 1903 and Zeytounian 2003).

Once the above assumptions are considered for solving the conservation equations of mass, momentum and energy, we can write the dimensionless governing equations as follows (see Jaluria 1980):

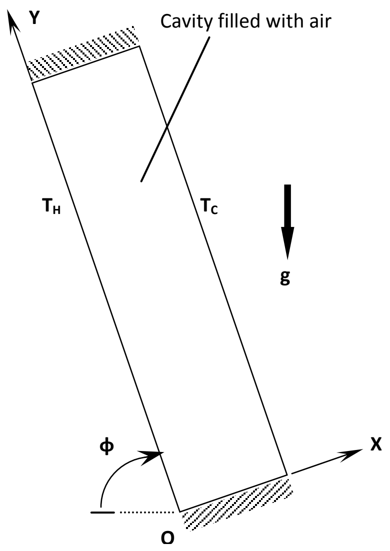


Fig. 1. Physical model, boundary conditions and the coordinate system of problem.

Table 1. Summary of geometric and model parameters.

	Fixed parameters	Variable parameters
Geometric parameters	AR = 4 (H = 4, L = 1)	ϕ = 0° - 90°
Ranges of model parameters	Pr = 0.71	Ra = 10^3 - 10^4

The equation of continuity:

$$\vec{\nabla}.\vec{U} = 0 \quad (1)$$

The equations of motion are given by:

$$(\vec{U}.\vec{\nabla}).\vec{U} = -\vec{\nabla}P + \Delta\vec{U} + Pr^{-1}Ra\theta.\vec{\delta} \quad (2)$$

The equation of energy is as follows:

$$\vec{U}.\vec{\nabla}\theta = Pr^{-1}\Delta\theta \quad (3)$$

Where:

$\theta = (T - T_c)/(T_h - T_c)$: the temperature function,

$\vec{\delta} = \sin(\phi)\,\vec{i} + \cos(\phi)\,\vec{j}$: the cosines director,

$Ra = \dfrac{\rho g \beta (T_h - T_c) H^3}{\alpha\mu}$: the Rayleigh number,

$Pr = \dfrac{\nu}{\alpha}$: the Prandtl number, set to 0.71.

The well–known Oberbeck–Boussinesq approximation is employed, i.e., those physical properties are constant except for the density in the buoyancy term, which is assumed to vary with temperature only according to:

$$\rho = \rho_0\,[1 - \beta(T - T_0)]$$

Where:

$$\beta = \left[\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)\right]_P \text{ : is the coefficient for thermal expansion.}$$

2. 2. Boundary conditions

The left and right walls are maintained at constant temperatures; hot temperature ($\theta = 1$) is applied to the left sidewall while the other right wall is kept at uniform cold temperature ($\theta = 0$). The remaining walls are assumed insulated from the surrounding. Thus, the boundary conditions (in vertical position ϕ = 90°) are as follows:

$$\left.\begin{array}{ll} u = v = 0 & \text{at four walls} \\ \partial\theta/\partial y = 0 \text{ at } y = 0 \text{ and } y = AR & \\ \theta = 1 \text{ at } x = 0 \text{ and } \theta = 0 \text{ at } x = 1 & \end{array}\right\} \quad (4)$$

Where AR = H/L, is the height–to–length aspect ratio of the enclosure, set to 4.

No slip boundary condition (u = v = 0) is imposed at the four walls of the cavity. Two side walls are thermally insulated, whereas the other two opposite walls are kept at the uniform temperatures (T_h) and (T_c), respectively.

3. Computational procedure

3. 1. Numerical algorithm

The above system of equations (1–3) with the boundary conditions (4) is solved through a control-volume formulation based of the finite-difference method. The pressure-velocity coupling is handled by using the SIMPLE–C algorithm (Van Doormaal and Raithby 1984), which is essentially a more implicit variant of the SIMPLE algorithm proposed by Patankar and Spalding (1972). The convective fluxes across the surfaces of the control volumes are evaluated by using the power–law discretization scheme, recommended by Patankar (1980). The discretized governing equations are solved iteratively through a line–by–line application of the Thomas algorithm. Under–relaxation is used to ensure the convergence of the iterative procedure.

3. 2. Domain discretization

The computational domain is covered with a non-equidistant grid, having a concentration of grid lines near the boundary surfaces and a uniform spacing in the interior of the cavity. Furthermore, since multi-cell flow structures are expected, especially at the largest height–to–length aspect ratios investigated, and the location of the cell interfaces is not known a priori, a fine mesh spacing is used everywhere in the vertical direction. The solution is considered to be fully converged when the maximum absolute value of the mass source and the percent changes of the dependent variables at any grid–node from iteration to iteration are smaller than a prescribed value, i.e., 10^{-6} and 10^{-8}, respectively. In addition, the percent difference between the in-coming and out-coming heat transfer rates is used as a further indication of the accuracy of the solution achieved. After convergence is attained, the average Nusselt number Nu_H of each horizontal boundary wall and the average Nusselt number Nu_V of each vertical boundary wall are calculated:

$$Nu_H = \int_0^1 \left.\frac{\partial\theta}{\partial y}\right|_{wall} dx \quad \text{and} \quad Nu_V = \frac{1}{AR}\int_0^{AR} \left.\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{wall} dy \quad (5)$$

3. 3. Grid dependence test

In thermal convection problems grid density strongly depend on Rayleigh number. For an inclined enclosure, grid density also depends on flow patterns, which in turns strongly depend on the cavity angle of inclination. A grid dependence test was performed for Rayleigh number in the range between 10^3 and 10^4. For each model, grid test was performed at seven angles of inclination; 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° and 90°. A sample of the results of this grid dependence test of the average Nusselt number at the cavity cold wall, the maximum velocities u_{max} and v_{max}, and the error in energy balance Q_{error} at Ra = 10^4 is listed in Table 2. The 62×242 grid was found appropriate for all configurations considered in the present study. Results of grid dependence test for inclination angles (ϕ) = 0°, 30°, 60°, 90° degree at Ra = 10^4. Values between brackets indicate absolute percent difference to the 62×242 grid.

3. 4. Numerical calculations

Since mode transition is very sensitive to the initial conditions or initial guess as indicated in Hart (1971), Hollands and Konicek (1973), and the investigation of the hysteresis phenomenon is one of the major objectives of the present study, the sequence used to carry out the numerical calculations will be specified clearly. In calculations of the case of ϕ increasing from 0° to 90°, flow and temperature fields at a constant Ra and ϕ = 0° are first calculated using 0 as initial guess for the velocity and the temperature fields. The ϕ = 0° solution is then used as initial condition for solution of the subsequent case of inclination with ϕ = 5°, which is then used as an initial condition for the subsequent case of ϕ = 10°, and so on. As the value of ϕ at which mode-transition occurs is determined, say between 30° and 35°, calculations are then repeated starting from 30° with increments of 1° in order to locate mode–transition angle within 1° accuracy. A similar procedure is employed for calculations with ϕ decreasing starting from 90° back to 0°, using the 90° solution obtained from the ϕ increasing case as an initial condition for ϕ = 85°and so on.

In order to check the accuracy of the results obtained using the present numerical algorithm, results were compared with those available in the literature. Numerical results of flow and thermal fields and average Nusselt numbers obtained at Ra = 10^4, AR = 4,

Pr = 0.71, and ϕ between 0° to 90° were compared and found in good agreement with those reported in Soong et al. (1996), Corcione (2003) and Wang and Hamed (2006).

4. Results and discussion

Numerical simulations are performed for Pr = 0.71 (air is the working fluid) for different values Rayleigh number (10^3 ≤ Ra ≤ 10^4) and cavity inclination angle (0°≤ ϕ ≤ 90°). In order to point out the influence of Ra and ϕ upon the flow structure type and the temperature distributions throughout the cavity, sample local results are reported in terms of isotherms and streamlines. In all the isotherm plots, the contour lines correspond to equi–spaced values of the dimensionless temperature θ in the range between 0 and 1. In all the streamline plots, the contour lines correspond to equi–spaced absolute values of the normalized dimensionless stream function ψ in the range between 0 and 1, where the dimensionless stream function ψ is defined as usual through: $u = \partial \psi / \partial y$ and $v = -\partial \psi / \partial x$.

4. 1. Heat transfer rates

The mean heat transfer rates (Nu) at various Rayleigh numbers and inclination angles (ϕ) from 0° to 90° are presented in Fig. 2. For zero-inclination, the critical Rayleigh number is about 1708, Nu is still kept as 1.0 for subcritical (Ra < Ra_C) state, where no convection was observed and conduction was the dominating mode of heat transfer. As the enclosure is tilted, the upward buoyant flow along the upslope wall is built.

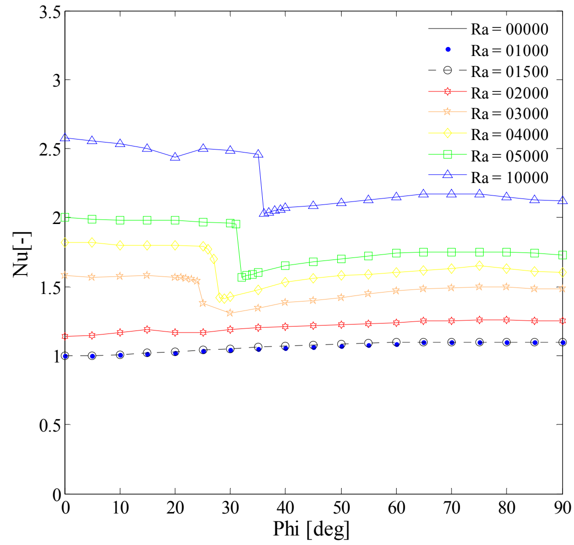


Fig. 2. Average Nusselt numbers at various ϕ and Ra.

Table 2. Results of grid dependence test for inclination angles (ϕ) = 0°, 30°, 60°, 90° degree at Ra = 10^4. Values between brackets indicate absolute percent difference to the 62×242 grid.

Angle (ϕ)	Nombre of grid points	Nu-cold wall	(%)	v_{max} × 10^{-4}	(%)	u_{max} × 10^{-4}	(%)	Q_{error}
00°	32X122	1.55	(1.31)	26.8	(1.52)	72.5	(1.49)	0.39
30°	32X122	1.79	(1.13)	22.1	(1.38)	69.5	(1.84)	0.50
60°	32X122	2.09	(0.48)	27.1	(1.50)	56.3	(1.23)	0.56
90°	32X122	2.47	(0.00)	45.0	(2.39)	40.9	(3.99)	0.49
00°	62X242	1.53	(0.00)	26.4	(0.00)	73.6	(0.00)	0.16
30°	62X242	1.77	(0.00)	21.8	(0.00)	70.8	(0.00)	0.17
60°	62X242	2.08	(0.00)	26.7	(0.00)	57.0	(0.00)	0.17
90°	62X242	2.47	(0.00)	46.1	(0.00)	42.6	(0.00)	0.15
00°	92X362	1.53	(0.00)	26.4	(0.00)	73.5	(0.14)	0.12
30°	92X362	1.77	(0.00)	21.7	(0.46)	70.8	(0.00)	0.12
60°	92X362	2.08	(0.00)	26.7	(0.00)	57.2	(0.35)	0.12
90°	92X362	2.47	(0.00)	46.2	(0.22)	42.7	(0.23)	0.11

The heat convection contributes gradually, and the Nu departs from the conduction state (Nu = 1). For a higher Rayleigh number, Ra = 2000, which lies at a supercritical ($Ra > Ra_C$) state, Nu for ϕ = 0° is around 1.1, the convection contributed immediately as evident by the value of Nusselt number.

As Ra further increased, e.g. Ra = 3000, 4000, 5000 or 10000, a noticeable drop in Nusselt number appeared as (ϕ) was increased. This drastic change in the rate of heat transfer implied a mode–transition of the flow pattern.

4. 2. Flow–mode transition

The evolution of flow structure and temperature field illustrates by the contour lines of ψ and θ for the range $10^3 \leq Ra \leq 10^4$ in Figs. 3–7.

In Fig. 3, Ra = 1000, the fluid in this subcritical ($Ra < Ra_C$) state is still regarded as stationary. As the enclosure is inclined, ϕ = 1°, the shear flow along the two longitudinal walls results a large circulation in which there are two weak sub–cells rotating in the same sense as the primary cell. This two cellular mode disappears at ϕ between 48° and 50° due to stronger up–slope/down–slope flows along the x–direction.

For ϕ ≥ 50°, the flow pattern is one cell mode, a similar evolution behaviour with almost the same values are presented in Fig. 4 for Ra = 1500. The isotherms lines in Fig. 3 and Fig. 4 illustrate a gradual change from a stratification state to a skew–symmetric distortion due to the cellular motion.

Figure 5 shows the case of Ra = 2000, in which the flow appears as a four–cell structure at ϕ = 0°. In this slightly super–critical state ($Ra > Ra_C$), the cellular motion of flow pattern is weak, the left–most cell at the upper end of the inclined enclosure cannot resist the upward flow coming from the hot wall and, then, it is smeared out at ϕ ≤ 2°.

Hereinafter, the flow structure turns to the three–cells and the isotherms show the attendant change in temperature field. As the inclination angle increases, the flow pattern changes to a two–in–one cell mode at ϕ = 15°, and the latter structure persists until ϕ = 44°.

At ϕ = 45°, the flow pattern turns to one-cell mode. For a relatively higher Rayleigh number, Ra = 5000 in Fig. 6, the cellular motion of flow pattern becomes relatively stronger due to larger buoyancy, hence the four–cells structure can maintain for inclination angle up to ϕ = 13°. The flow pattern turns to a three–cells structure at ϕ = 14° and retains the same pattern up to ϕ = 30°. Subsequently, the one cell mode prevails in the range of 31° ≤ ϕ ≤ 90°.

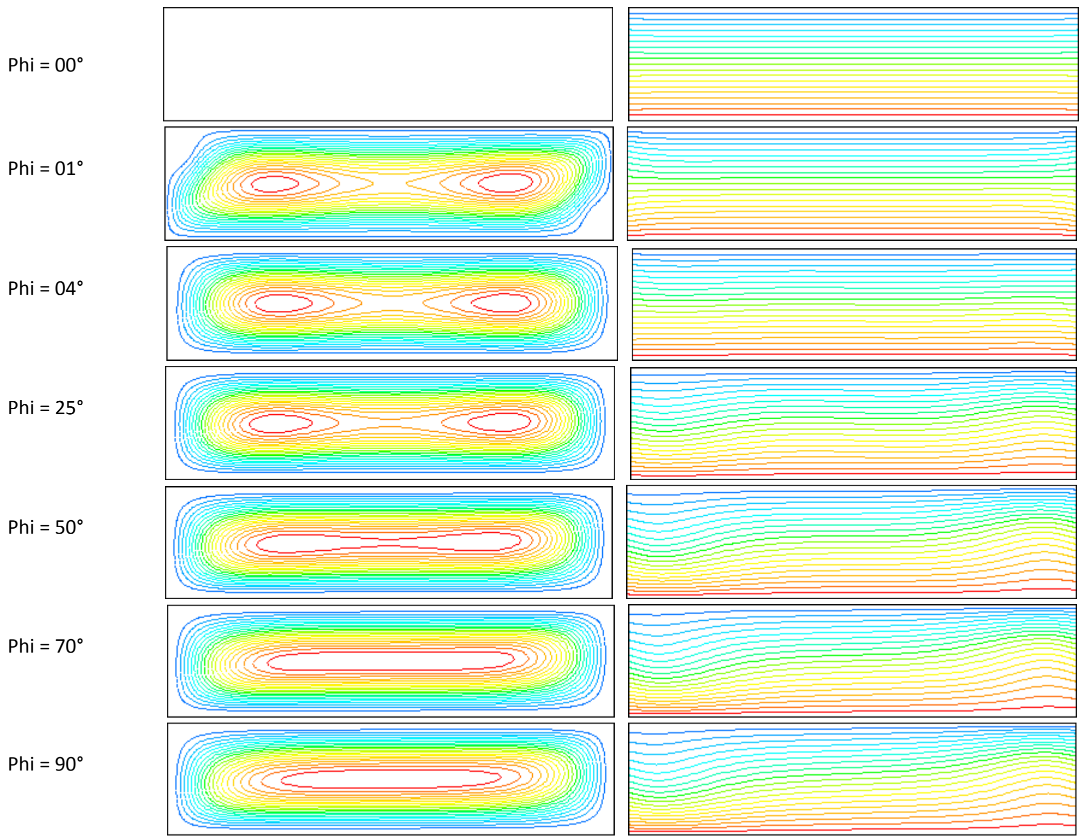


Fig. 3. Streamlines (left column) and isotherms (right column) for Ra = 1000 and ϕ increasing.

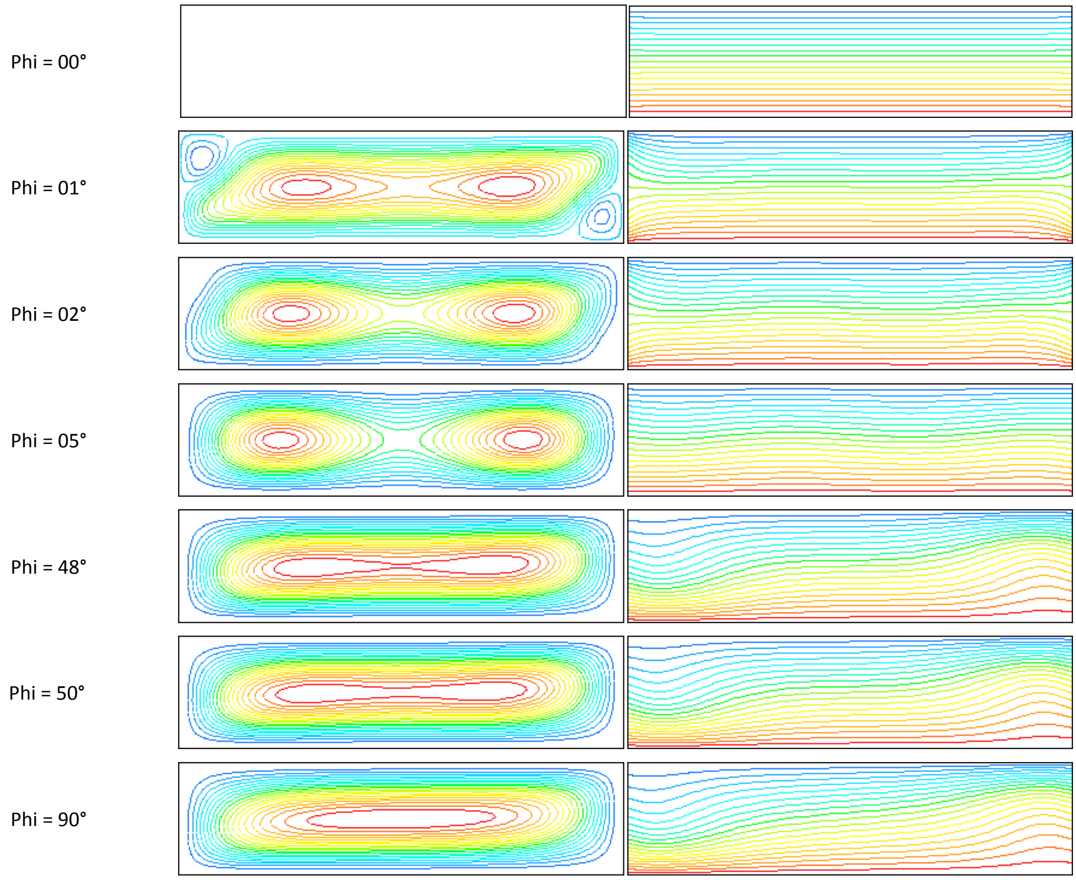


Fig. 4. Streamlines (left column) and isotherms (right column) for Ra = 1500 and ϕ increasing.

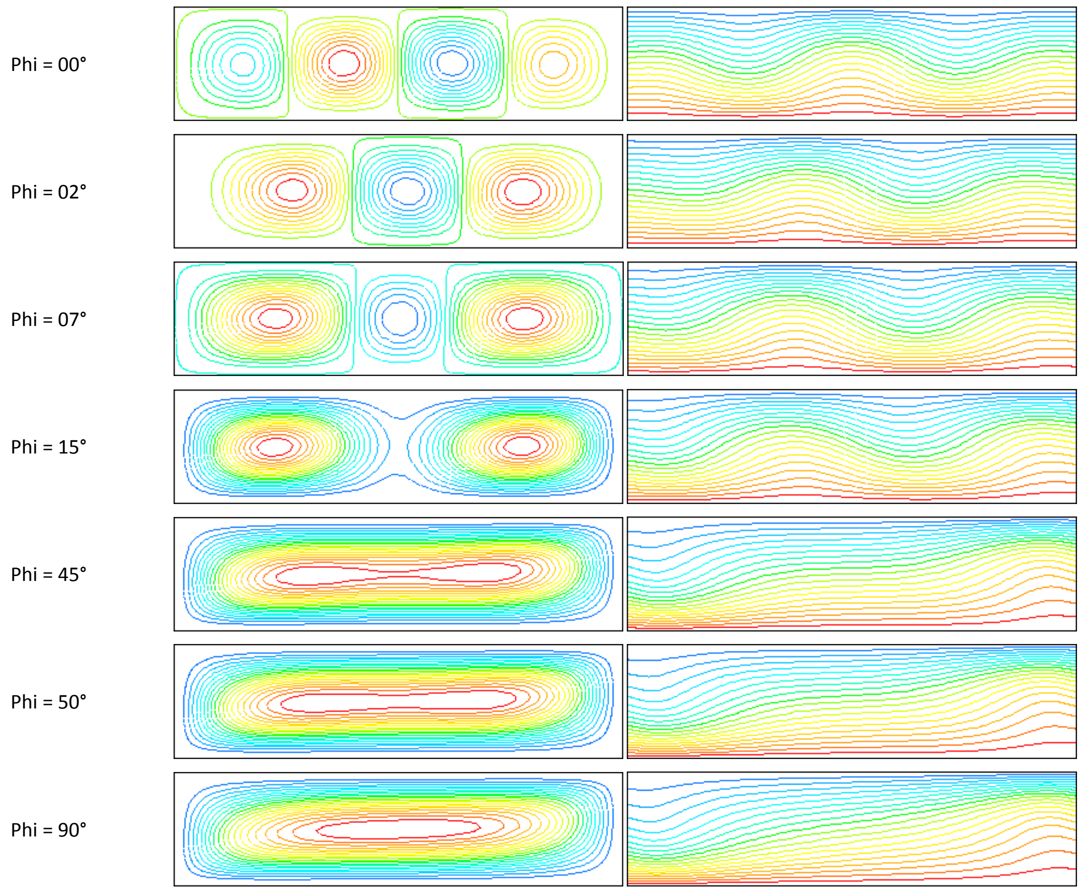


Fig. 5. Streamlines (left column) and isotherms (right column) for Ra = 2000 and ϕ increasing.

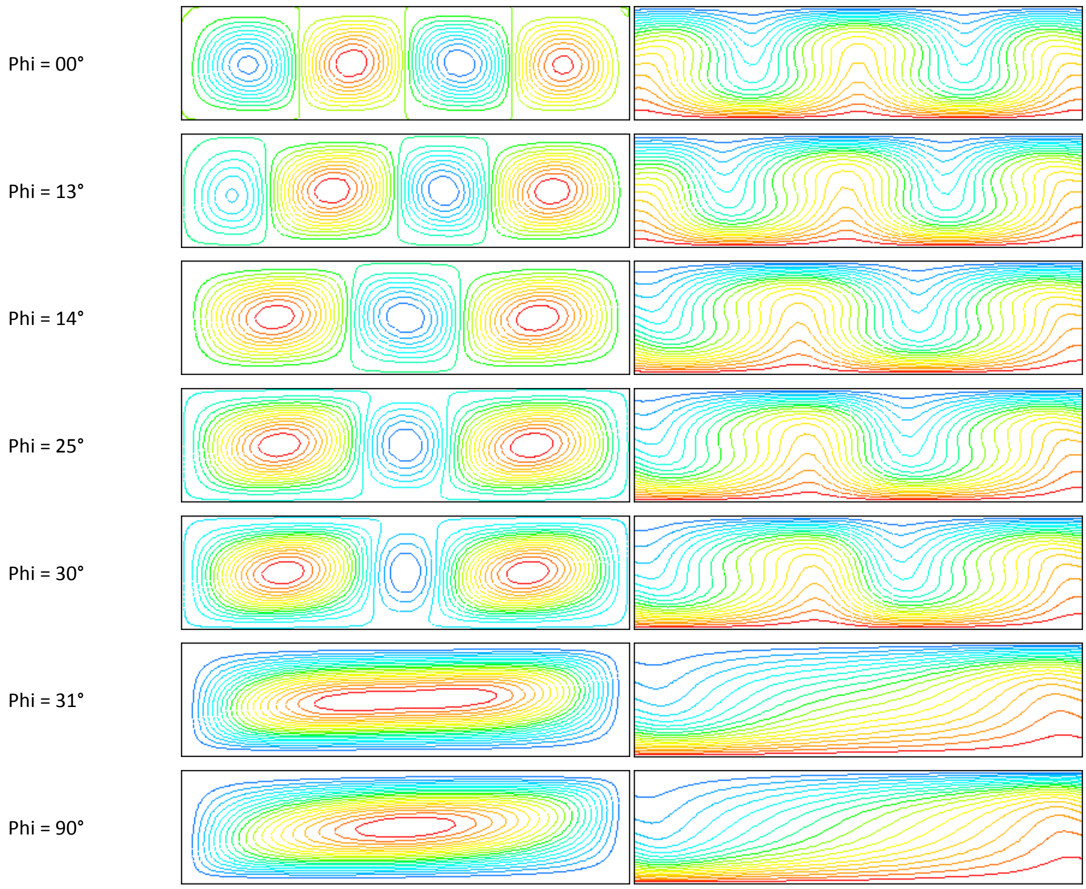


Fig. 6. Streamlines (left column) and isotherms (right column) for Ra = 5000 and ϕ increasing.

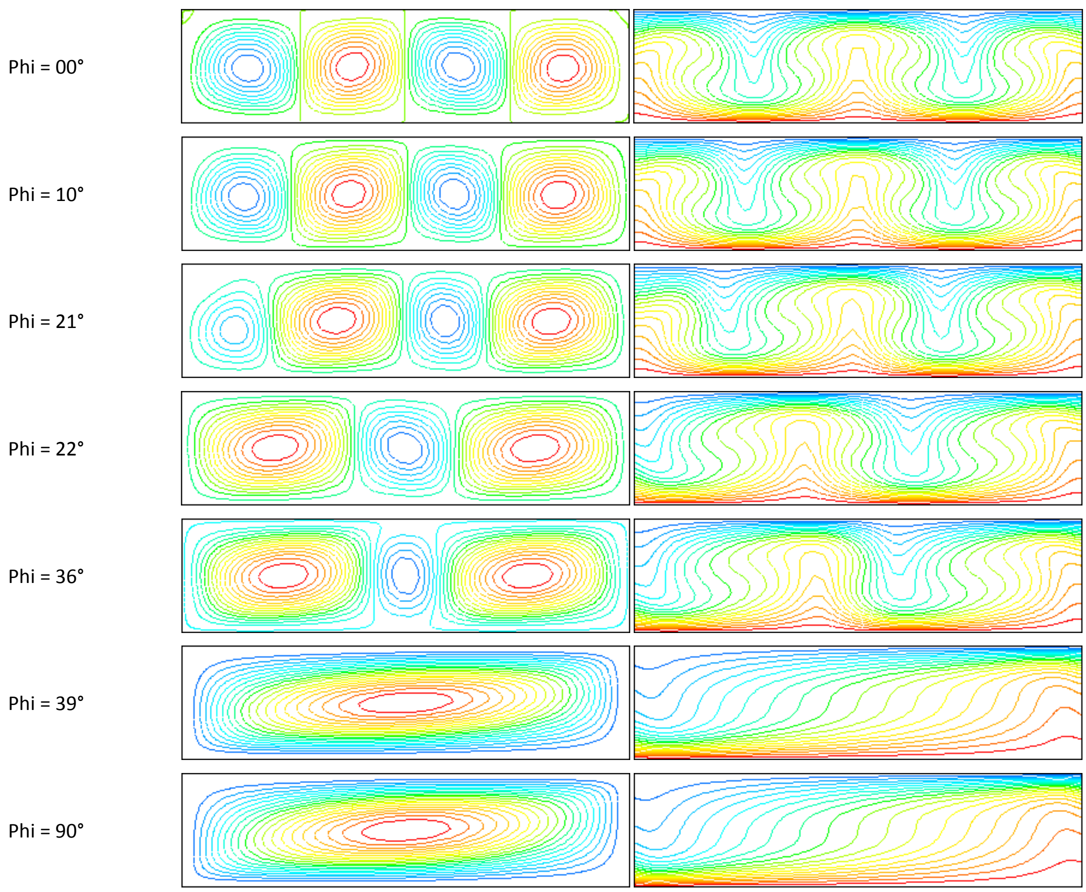


Fig. 7. Streamlines (left column) and isotherms (right column) for Ra = 10000 and ϕ increasing.

The isotherms change from a highly-distorted state for multi–cells structures at low-ϕ to a simple pattern for one–cell mode at ϕ ≥ 31°. As the Rayleigh number further increases, the occurrence of the flow mode–transition from four–cells to three-cells can be postponed to a higher value of ϕ, e.g. ϕ = 22° for Ra = 10000 in Fig. 7. Also, in the high–Ra case, the mult–cells flow pattern turns to one cell mode at a higher inclination (ϕ = 39°).

4. 3. Hysteresis phenomenon

The exits of multiple solutions are possible, where caused by the nonlinear nature of the problem. To investigate the hysteresis phenomenon, the course of the computations are reversed, in Fig. 8 shows the comparisons of the calculated mean Nusselt numbers for increasing and decreasing ϕ. For Ra < 2000, no significant difference between the results obtained in the two courses of changing ϕ. At Ra = 2000, two solutions deviate in a small region of inclination in the range of ϕ < 10°. For a higher Rayleigh number, Ra = 5000, an additional hysteresis region near ϕ = 30° emerges and the two dual–solution regions enlarge with increasing Ra. As Ra further increases to Ra = 10000, the hysteresis prevails in a considerable range of lower inclination.

The bifurcation point moves toward high ϕ as Ra increases. It implies the complexities of the flow field at high heating rates. As an illustrative example of the hysteresis phenomena, the mode transition of the flow and temperature fields at Ra = 10000 and with ϕ–decreasing are shown in Fig. 9 and compared with those for ϕ increasing in Fig. 7. Comparison shows that the flow–mode transition can be significantly influenced by the course of changing inclination ϕ.

4. 4. Parameter maps

The parameter maps can be very useful tools in summarizing the flow patterns for various combinations of the parameters involved and controlled the system. In the present work, only the enclosure of AR = 4 is considered as a typical example to illustrate the diversity of the flow structure and the difference in parameter maps for the ϕ–increasing and ϕ–decreasing courses.

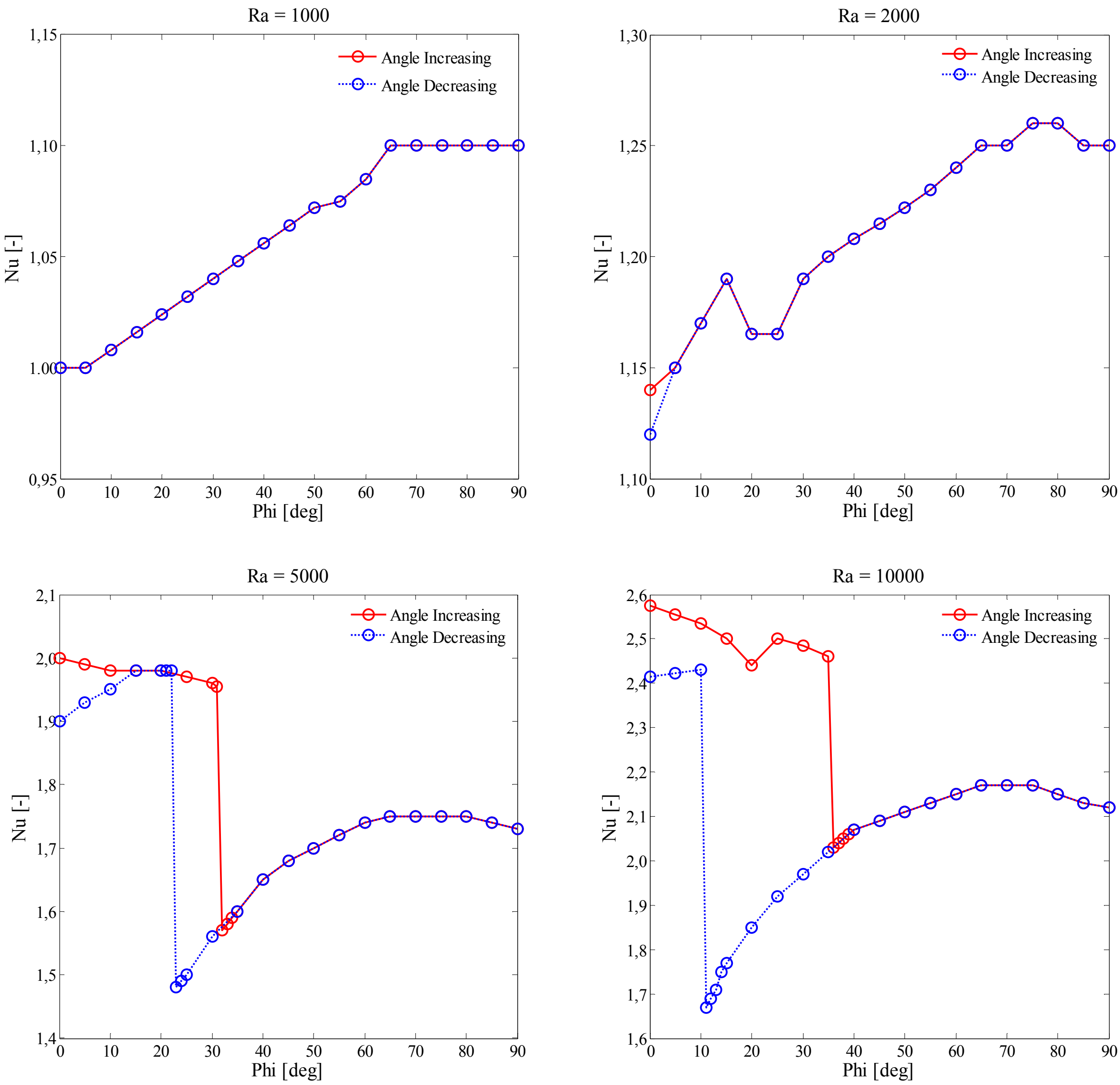


Fig. 8. Hysteresis phenomena denoted by average Nusselt numbers at various Rayleigh numbers for the case of angle increasing and decreasing.

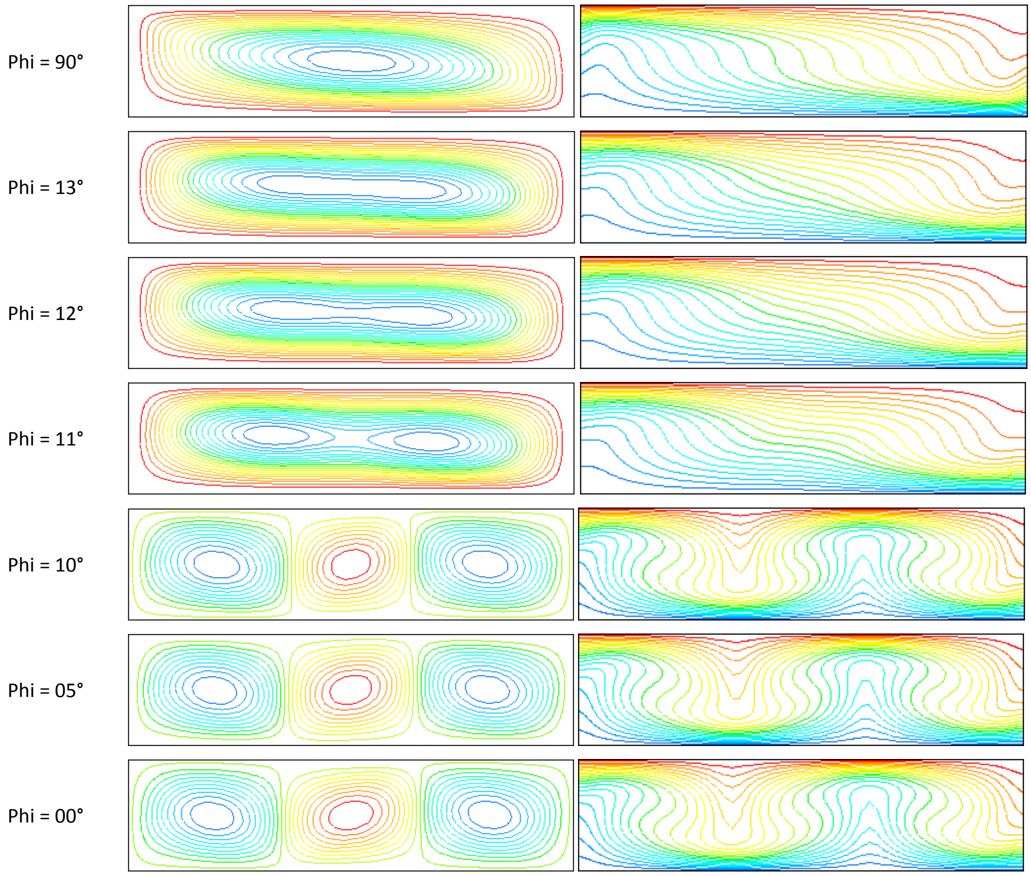


Fig. 9. Streamlines (left column) and isotherms (right column) for Ra = 10000 and ϕ decreasing.

In Fig. 10 (a) for ϕ−increasing, the multi-cell structures exist in low−ϕ cases, in which the thermal instability mechanism dominates. With increasing Rayleigh number, the flow regimes of multi-cell structures become large. It is also attributed to the dominant role of the convection cells, while for the high inclination, the one cell mode is prevailing due to the strong upslope flow along the hotter isothermal wall caused by large buoyancy force component in that direction. The strong longitudinal flow destroys the multi-cell structures.

In Fig. 10 (b) for ϕ−decreasing, the flow mode transition is distinct from that for ϕ−increasing. Since the flow field at large inclination angles are of simple one cell structure, the flow tends to maintain the one cell structure as ϕ decreases from 90°.

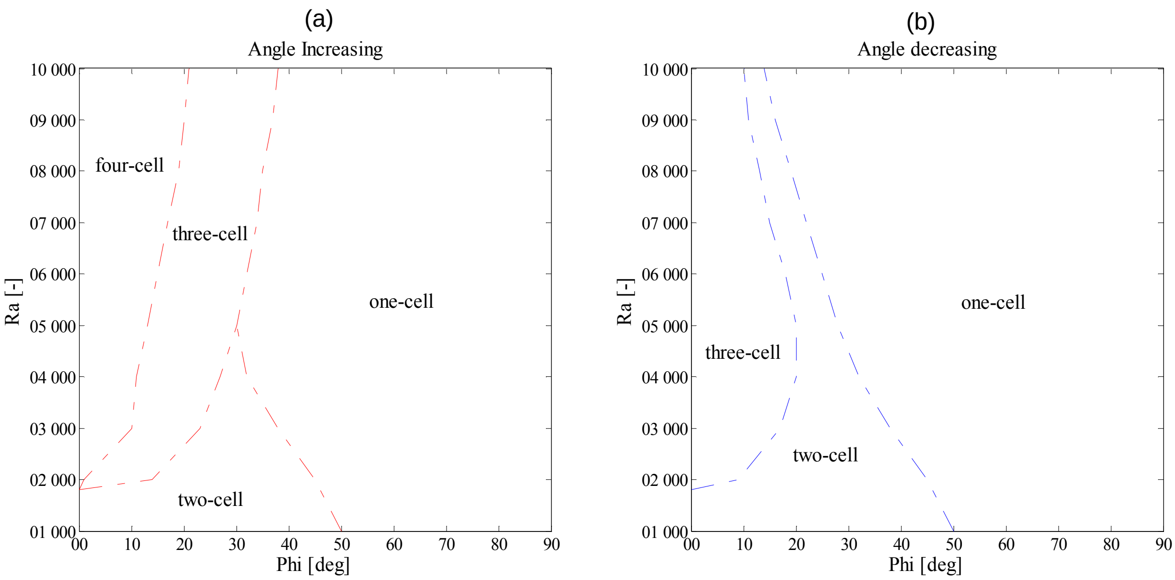


Fig. 10. Parameter maps for natural convection in two-dimensional inclined enclosure for the case of AR = 4 with angle (a) increasing and (b) decreasing.

Therefore, a larger one cell region is shown in the parameter map. Similarly, the simple structure of two−in−one cell can exist at the lower ϕ, especially in the cases of high Ra. Relatively, the complex flows of the three−cell structure are restricted in a smaller regime, and the four-cell mode even disappears in this ϕ−decreasing course.

5. Conclusion

A numerical study of natural convection in a 2−D differentially heated rectangular cavity (AR = 4) is carried out, in order to investigate the effect of Rayleigh number and inclination angle on flow and heat transfer over the range $0° \leq \phi \leq 90°$ and $10^3 \leq Ra \leq 10^4$.

The results showed that the calculation program leads to consistent results and very good agreement with experimental and simulation data in the literature. The possible flow patterns are four-cells, three-cells, two-in-one cell and one cell. For a fixed value of Ra, the transition of the flow mode strongly depends on the competition of the buoyant flow and the shear flow due to inclination.

The occurred heat transfer has a close relationship with the flow structure transition, a sudden decrease in Nu occurred when three-cells or two-in-one cell structure changed into a single cell. The multi-cells structures can exist at low inclination angles, Nu reached its maximum value at ϕ = 0° for all Ra >2000. Hysteresis phenomenon appeared when ϕ decreased from 90° to 0°, and the flow pattern maps are different when ϕ increased, in the process of changing from a single cell to a multi cells structure.

References

Aoues, K., A. Labed, M. Zellouf, N. Moummi (2007) Convection with double diffusion in a rectangular cavity agitated by parallel gradients, Int. Conference on Modelling and Simulation, Algiers.

Aoues, K., N. Moummi, M. Zellouf, A. Benchabane (2011) Thermal performance improvement of solar air flat plate collector: a theoretical analysis and an experimental study in Biskra, Algeria. International Journal of Ambient Energy 32(2): 95–102.

Arnold, J.N., I. Catton, D.K. Edwards (1976) Experimental investigation of natural convection in inclined rectangular regions of differing aspect ratios. Journal of Heat Transfer 98(1): 67–71.

Bodenshatz, E., W. Pesh, G. Ahlers (2000) Recent developments in Rayleigh-Bénard convection. Annual review of fluid mechanics 32(1): 709–778.

Boussinesq, J. (1903) Théorie Analytique de la Chaleur. Vol. 2, Gauthier-Villars, Paris.

Catton, I. (1978) Natural convection in enclosures. Proceedings of the sixth international heat transfer conference, Vol. 6, pp. 13-31.

Chang, B.H. (2014) Numerical study of flow and heat transfer in differentially heated enclosures. Thermal Science 18(2): 451-463.

Corcione, M. (2003) Effect of thermal boundary conditions at the sidewalls upon natural convection in rectangular enclosures heated from below and cooled from above. International Journal of Thermal Sciences 42(2): 199-208.

Elsherbiny, S.M., G.D. Raithby, K.G.T. Hollands (1982) Heat transfer by natural convection across vertical and inclined air layers. Journal of Heat Transfer 104(1): 96-102.

Elsherbiny, S.M (1996) Free convection in inclined air layers heated from above. International journal of heat and mass transfer 39(18): 3925-3930.

Hamady, F.J., J.R. Lloyd, H.Q. Yang, K.T. Yang (1989) Study of local natural convection heat transfer in an inclined enclosure. International Journal of Heat and Mass Transfer 32(9): 1697-1708.

Hart, E.J. (1971) Stability of the flow in differentially heated inclined box. Journal of Fluid Mechanics 47(3): 547-576.

Hollands, K.G.T., L. Konicek (1973) Experimental study of the stability of differentially heated inclined air layers. International Journal of Heat and Mass Transfer 16(7): 1467-1476.

Huppert, H.E., J.S. Turner (1981) Double-diffusive convection. Journal of Fluid Mechanics 106: 299-329.

Jaluria, Y. (1980) Natural Convection Heat and Mass Transfer, Oxford, Pergamon Press.

Khezzar, L., D. Siginer, I. Vinogradov (2012) Natural convection in inclined two dimensional rectangular cavities. Heat and Mass Transfer 48(2): 227-239.

Labed, A., A. Aliouali, K. Aoues, M. Zellouf (2005) Etude numérique de la convection naturelle thermosolutale bidimensionnelle dans une enceinte fermée, Journées d'Etudes Nationale de La Mécanique, Ouargla.

Labed, A., N. Moummi, A. Benchabane, K. Aoues, A. Moummi (2012) Performance investigation of single-and double-pass solar air heaters through the use of various fin geometries. International Journal of Sustainable Energy 31(6): 423-434.

Labed, A., N. Moummi, K. Aoues, M. Zellouf (2013) Etude expérimentale des performances thermiques et des pertes de charges de différentes configurations de capteurs solaires plans à air, 16ème Edition des Journées Internationales de Thermique, Marrakech.

Labed, A., N. Moummi, M. Zellouf, K. Aoues, A. Rouag (2014) Effect of different parameters on the solar drying of henna; experimental investigation in the region of Biskra (Algeria). 13th Int. conference on clean energy, Istanbul.

Labed, A., A. Rouag, A. Benchabane, N. Moummi, M. Zerouali (2015) Applicability of solar desiccant cooling systems in Algerian Sahara: Experimental investigation of flat plate collectors. Journal of Applied Engineering Science & Technology, 1 (2): 61-69.

Moummi, N., S. Youcef-Ali, A. Moummi, J.Y. Desmons (2004) Energy analysis of a solar air collector with rows of fins. Renewable Energy 29(13) 2053,2064.

Moummi, N., A. Moummi, K. Aoues, C. Mahboub, S. Youcef-Ali (2010) Systematic forecasts of solar collector's performance in various sites of different climates in Algeria. International journal of sustainable energy 29(3): 142–150.

Oberbeck, A. (1879) Über die, Wärmeleitung der Flüssigkeiten bei Berücksichtigung der Strömungen infolge von Temperatur-differenzen. Annalen der Physik 243(6), 271-292.

Ostrach, S. (1972) Natural convection in enclosures. Advances in heat transfer 8, 161-227.

Ozoe, H., H. Sayama, S.W. Churchill (1975) Natural convection in an inclined rectangular channel at various aspect ratios and angles – experimental measurements. International Journal of Heat and Mass Transfer 18(12): 1425-1431.

Patankar, S.V., D.B. Spalding (1972) A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. International journal of heat and mass transfer 15(10): 1787-1806.

Patankar, S.V. (1980) Numerical heat transfer and fluid flow. McGraw-Hill, New York.

Soong, C.Y., P.Y. Tzeng, D.C. chiang, T.S. Sheu (1996) Numerical study on mode-transition of natural convection in differentially heated inclined enclosures. International Journal of Heat and Mass Transfer 39(14): 2869-2882.

Turner, J.S. (1985) Multicomponent convection. Annual Review of Fluid Mechanics 17(1): 11-44.

Van Doormaal, J.P., G.D. Raithby (1984) Enhancement of the simple method for predicting incompressible fluid flow. Numerical heat transfer 7(2): 147-163.

Wang, H., M.S. Hamed (2006) Flow mode-transition of natural convection in inclined rectangular enclosures subjected to bidirectional temperature gradients. International journal of thermal sciences 45(8): 782-795.

Zellouf, M., N. Moummi, K. Aoues, A. Labed (2014) Numerical study on heat transfer and flow mode-transition of natural convection in inclined cavity. Proceedings of 2nd Int. Conference on Applied Energetic and Pollution, Constantine, Vol. 2, pp. 524-532.

Zeytounian, R.K. (2003) Joseph Boussinesq and his approximation: a contemporary view. Comptes Rendus Mecanique 331(8): 575-586.

Multiple Solutions for Free Convection Flow in Inclined Enclosures

Miloud Zellouf[*], Kamel Aoues
Laboratory of Energy Engineering and Materials, LGEM
University of Biskra, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Science and Technology,
P. O. Box 145 R.P. 07000, Biskra, Algeria.
m.zellouf@univ-biskra.dz / zellouf_miloud@hotmail.com

Noureddine Moummi, Adnane Labed
Laboratory of Mechanical Engineering, LGM
University of Biskra, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Science and Technology,
P. O. Box 145 R.P. 07000, Biskra, Algeria.

Abstract — **In this paper, we investigated the free convection flow in inclined rectangular enclosures filled with air. The analysis is carried out by a numerical solution of the full governing equations of the problem employing the finite volumes approach with staggered grid arrangement by the iterative SIMPLE-C algorithm. We propose for three aspect ratio's AR = 3, 4 and 8 a parametric description illustrated the influence of the inclination angles $0° \leq \varphi \leq 90°$ and Rayleigh number $10^3 \leq Ra \leq 10^4$, on the flow patterns likely to develop in each configuration. The results indicate that the effects of inclination on flow mode transition and multiplicity of solutions for each aspect ratio at various Rayleigh numbers, the existence of such multi-steady solutions strongly depends on the value of the Rayleigh number. For that the Hysteresis phenomenon for Ra ≥ 2000 are demonstrated and also the parameter maps of Ra vs φ are constructed.**

Keywords — Free Convection Flow; Inclined Enclosures; Multiple Solutions; Flow-mode Transition; Hysteresis Phenomenon.

I. INTRODUCTION

The free convection flow in inclined enclosures represent the typical behavior of many physical systems, e.g., collection of solar energy such as solar collectors, storage devices, operation and safety of nuclear reactors, effective cooling of electronic components and machinery, energy efficient design of buildings and rooms, double or multi-pane slope windows and skylights, material processing equipment such as melting and crystal growth reactors.

Many numerical studies performed to solve the problem of free convection in inclined enclosures. But a few studies focused on the hysteresis phenomenon, it was first studied in our knowledge by Soong et al. [1] in order to investigate the effect of inclination angle from 0° to 90° on flow mode-transition in an inclined rectangular enclosure heated from below and cooled from above with two insulated side walls. Different aspect ratios were considered (AR = 1, 3 and 4) with Rayleigh number ranged from 1.5×10^3 to 2×10^4, flow mode-transition and hysteresis phenomenon for Ra>2000 were demonstrated. Recently the hysteresis effect were also qualitatively (i.e. was not summarized in parameter maps) reported by Khezzar et al. [2], when investigated numerically the flow structure and heat transfer behavior due to free convection in enclosures of aspect ratios 1, 3, 6 and 12 for Ra = 10^4, 10^5 and 10^6 and for inclination angles between 0° and 180° and (Pr = 10). The flow-mode transition and the Nusselt variation with the inclination angle have been presented.

The aim of the present paper is to investigate the free convection flow in an inclined rectangular cavities for three aspect ratio's AR = 3, 4 and 8, heated from below with insulated vertical walls (at φ = 0°). The study is conducted numerically under the assumption of steady laminar flow, the Rayleigh number based on the cavity height in the range between 10^3 and 10^4, and the inclination angle changes from horizontal to vertical position, whose effect on the flow patterns formation. Hysteresis phenomenon occurring in the inverse courses of inclination is also studied. Parameter maps of Ra vs φ are proposed, in which flow patterns characterized by various mode are designated.

II. MATHEMATICAL AND NUMERICAL PROCEDURE

The physical model to be considered in this study is depicted schematically in figure 1. The buoyancy-driven flow is considered to be two dimensional, steady and laminar. The fluid is assumed to be incompressible, with constant physical properties and negligible viscous dissipation. The buoyancy effects upon momentum transfer are taken into account through the Oberbecck–Boussinesq approximation. Once the above assumptions are employed into the conservation equations of mass, momentum and energy, we can write the dimensionless governing equations as follows:

$$\vec{\nabla}.\vec{U} = 0 \tag{1}$$

$$(\vec{U}.\vec{\nabla}).\vec{U} = -\vec{\nabla}P + \Delta\vec{U} + Pr^{-1}Ra\theta.\vec{\delta} \tag{2}$$

$$\vec{U}.\vec{\nabla}\theta = Pr^{-1}\Delta\theta \tag{3}$$

Where:

$\theta = (T - T_c)/(T_h - T_c)$ and $\vec{\delta} = \cos(\varphi)\,\vec{i} + \sin(\varphi)\,\vec{j}$

The system of equations (1) – (3) with the boundary conditions (show figure 1) is solved through a control-volume formulation of the finite-difference method. The pressure-velocity coupling is handled by using the SIMPLE-C algorithm by Van Doormaal and Raithby [3], which is essentially a more implicit variant of the SIMPLE algorithm by Patankar and Spalding [4]. The convective fluxes across the surfaces of the control volumes are evaluated by using the power law discretization scheme recommended by Patankar [5]. The discretized governing equations are solved iteratively through a line-by-line application of the Thomas algorithm. Under-relaxation is used to ensure the convergence of the iterative procedure. Details on the SIMPLE procedure and on the discretization of the convective fluxes may be found in [5].

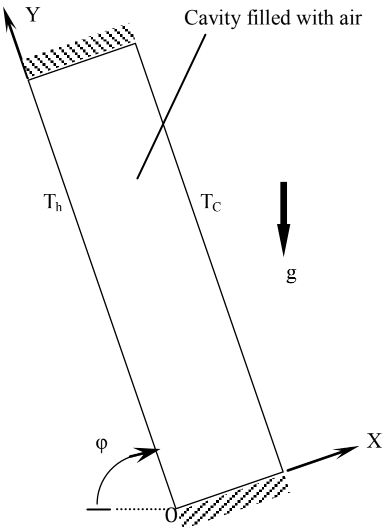
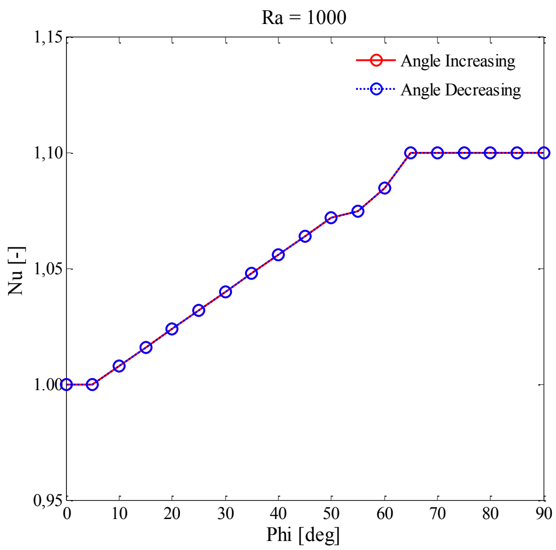
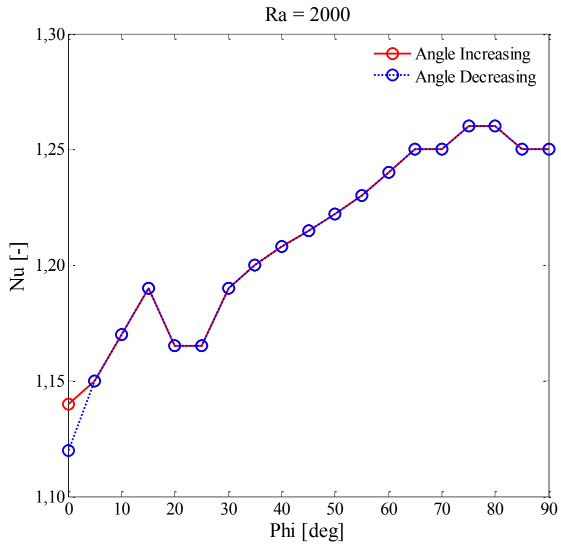


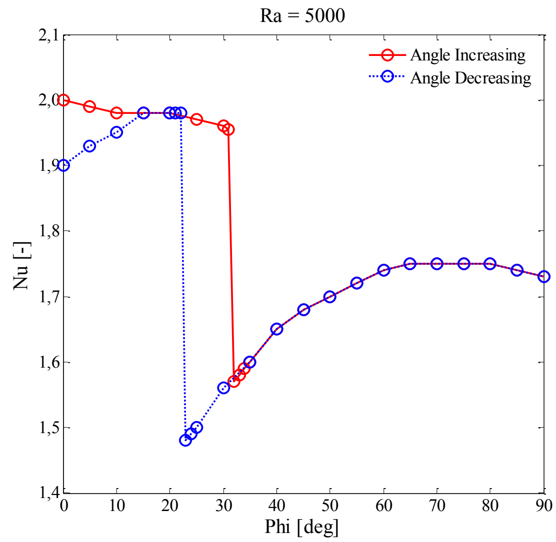
Figure 1. Physical Model, Boundary Conditions and The Coordinate System.

III. RESULTATS AND DISCUSSION

The existence of multiple solutions is possible, caused by the nonlinear nature of the problem. To investigate the hysteresis phenomenon, the course of the computations is reversed, the comparisons of the calculated mean Nusselt numbers for increasing and decreasing φ at AR = 4 are shown in figure 2. For Ra < 2000, no significant difference between the results obtained in the two courses of changing φ. At Ra = 2000, two solutions deviate in a small region of inclination in the range of φ < 10°. For a higher Rayleigh number, Ra = 5000, an additional hysteresis region near φ = 30° emerges and the two dual-solution regions enlarge with increasing Ra. As Ra further increases to Ra = 10000, the hysteresis prevails in a considerable range of lower inclination.







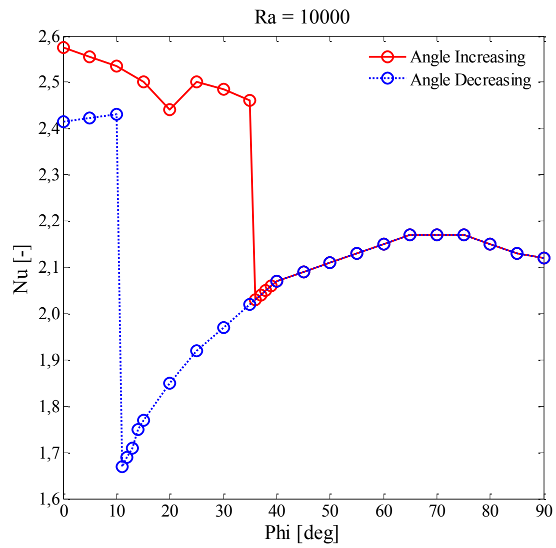


Figure 2. Hysteresis Phenomenon for Aspect Ratio AR = 4 Denoted by Average Nusselt Numbers at Various Rayleigh Numbers for the Case of Angle Increasing and Decreasing.

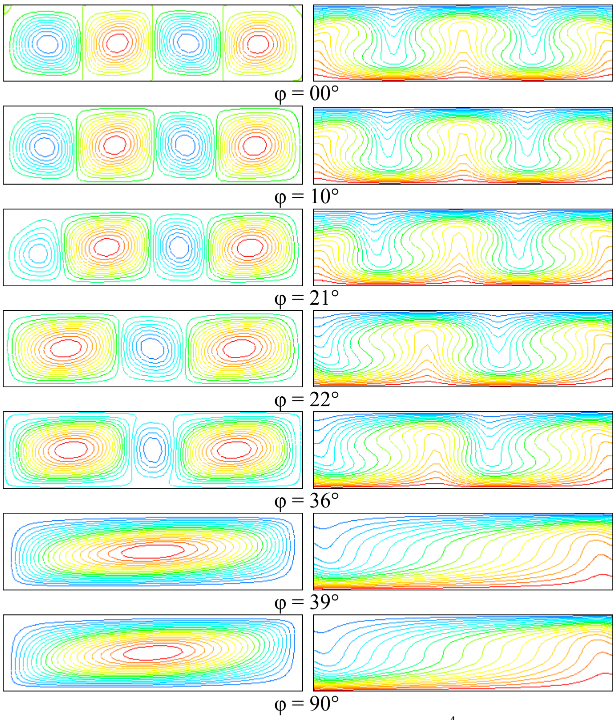


Figure 3. Streamlines and Isotherms for AR = 4, Ra = 10^4 and φ Increasing.

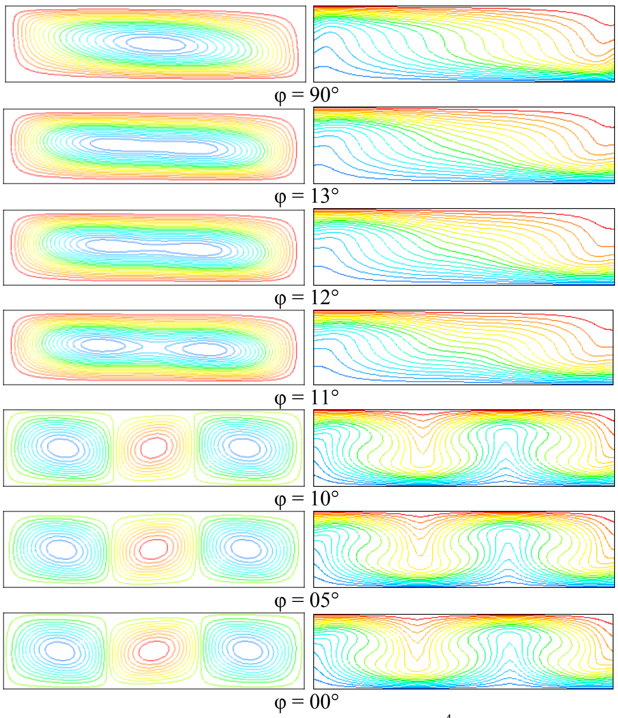


Figure 4. Streamlines and Isotherms for AR = 4, Ra = 10^4 and φ Decreasing.

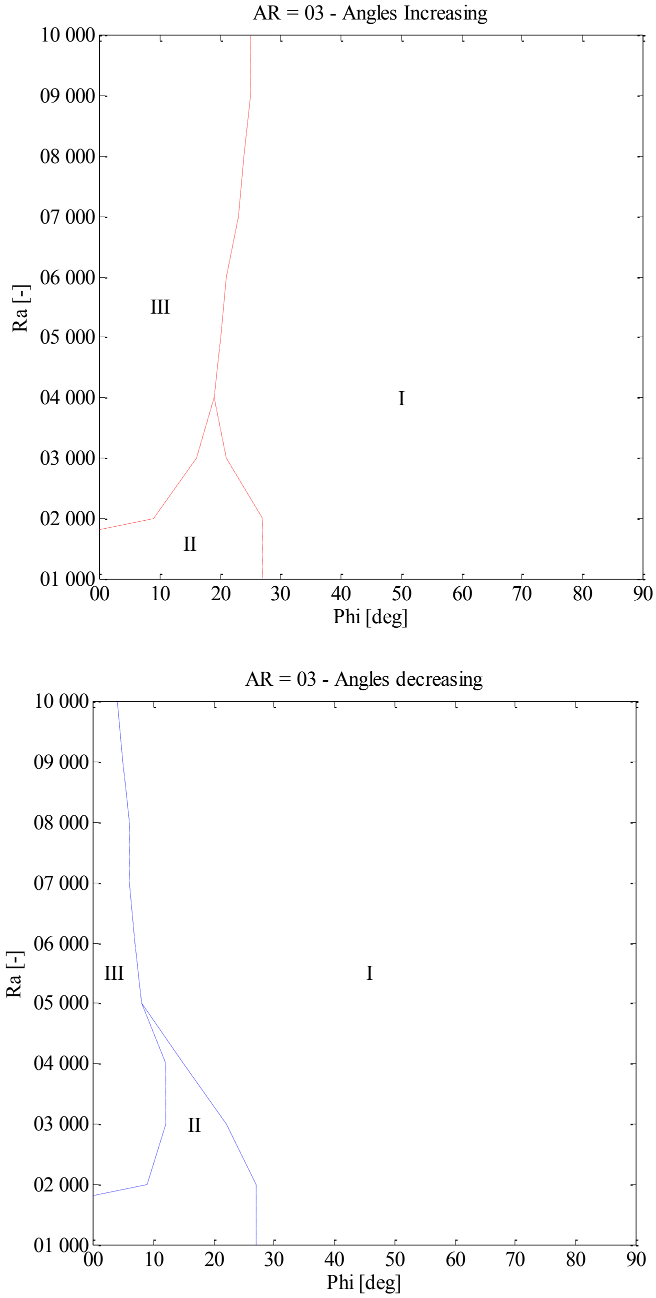


Figure 5. Parameter Maps for AR = 3 with φ Increasing and Decreasing.

The bifurcation point moves toward high φ as Ra increases. It implies the complexities of the flow field at high heating rates. As an illustrative example of the hysteresis phenomena, the mode transition of the flow and temperature fields at Ra = 10^4 and with φ-decreasing are shown in figure 4 and compared with those for φ increasing in figure 3. Comparison shows that the flow-mode transition can be significantly influenced by the course of changing inclination φ.

The parameter maps can be very useful tools in summarizing the flow patterns for various combinations of the parameters involved and controlled the system. In a small aspect ratio enclosure the flow structure is simpler, e.g. one cell mode prevails in steady flow regime for all Ra number at AR = 1. Although the complexity of the flow structure in large AR can be expected, the construction of the parameter maps is very expensive in a computational viewpoint. In the present work, by considering both the interest in the flow complexity and the computational efforts, only the enclosure of AR = 3, 4 and 8 are considered as a typical examples to illustrate the diversity of the flow structure and the difference in parameter maps for the φ-increasing and φ-decreasing courses.

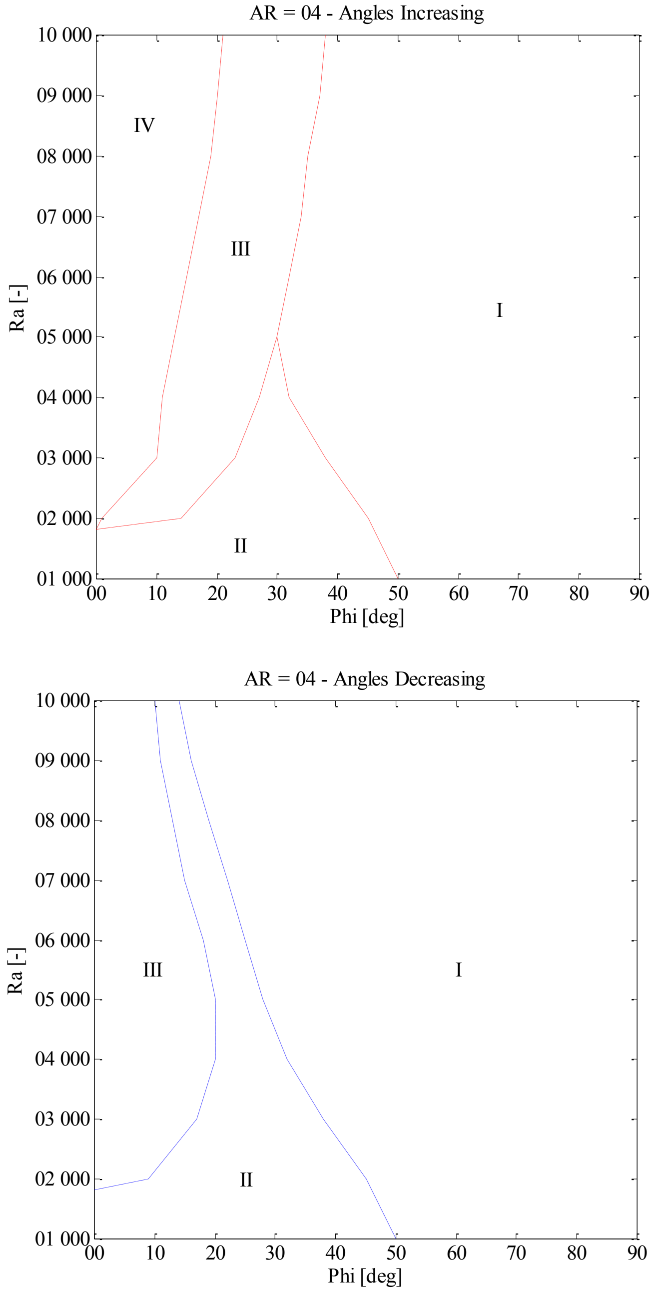


Figure 6. Parameter Maps for AR = 4 with φ Increasing and Decreasing.

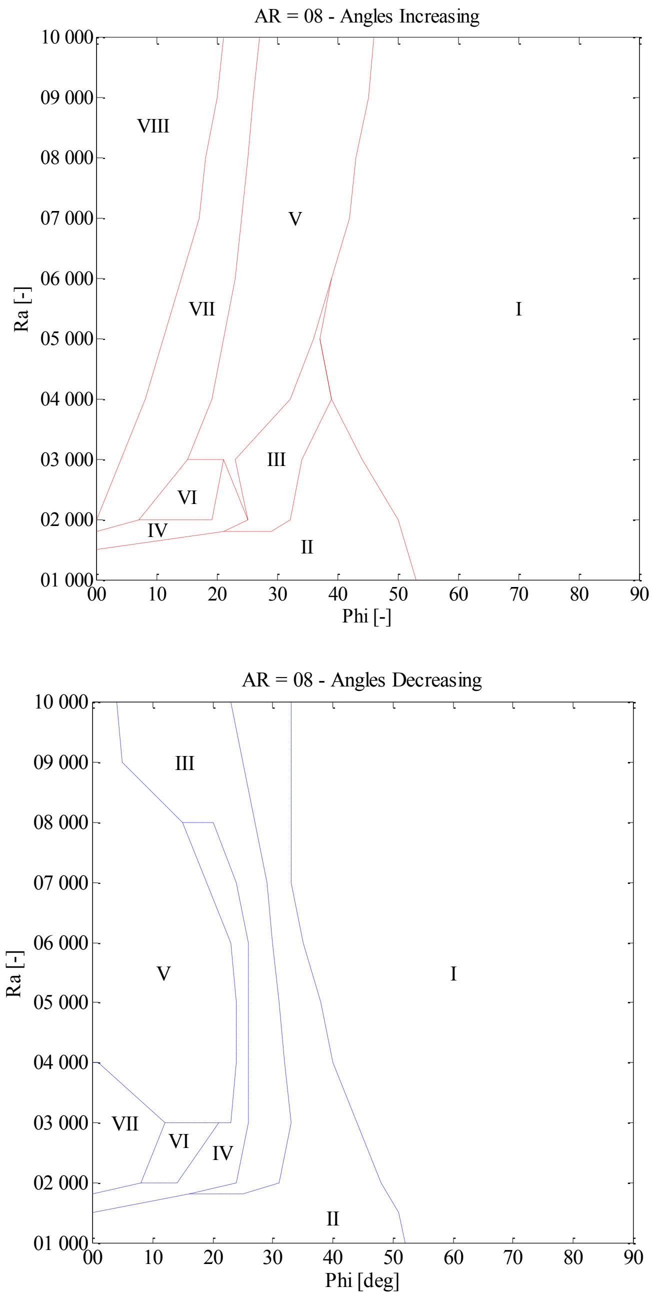


Figure 7. Parameter Maps for AR = 8 with φ Increasing and Decreasing.

IV. Conclusion

In the present work, we propose for three aspect ratio's AR = 3, 4 and 8 a parametric study of this class of flow for Rayleigh number in the range between 10^3 and 10^4, and the inclination angle φ change from horizontal to vertical position and vice-versa. The results indicate to effect of the inclination direction on flow-mode transition and multiplicity of solutions, i.e. the difference between flow patterns carried out by φ-increasing and φ-decreasing courses; which proves the existence of well-known hysteresis phenomenon that characterizes a behavior of many problems and presented in an elegant way by the parameter maps.

References

[1] C. Y. Soong, P. Y. Tzeng, D. C. Chiang, and T. S. Sheu, "Numerical Study on Mode-Transition of Natural Convection in Differentially Heated Inclined Enclosures," International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 39, pp. 2869–2882, 1996.

[2] L. Khezzar, D. Siginer, and I. Vinogradov, "Natural Convection in Inclined Two Dimensional Rectangular Cavities," Journal of Heat Mass Transfer, vol. 48, pp. 227–239, 2012.

[3] J. P. Van Doormaal, and G.D. Raithby, "Enhancement of the Simple Method for Predicting Incompressible Fluid Flow," Numerical Heat Transfer, vol. 17, pp. 147–163, 1984.

[4] S. V. Patankar, and D. B. Spalding, "A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows," Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 15, pp. 1787–1806, 1972.

[5] S. V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, 1980.

The Academic Family Tree

Building a single, interdisciplinary academic genealogy

Participating fields:

Neuroscience
Experimental Psychology
Education
Linguistics
Primatology
Communication Sciences
Ingestive Behavior

History
Philosophy
Political Science
Public Policy
Law
Literature
Music
Art History
Theology

Economics
Architecture
City Planning
Management
Industrial/Organizational Psychology
Organizational Communication
Advertising
Sociology
Anthropology

Chemistry
Physics
Mathematics
Computer Science
Engineering
Astronomy
Crystallography

Physiology
Anatomy
Drosophila Genetics
Fission Yeast Genetics
Mycology and Fungal Genetics
Plant Biology
Microbiology
Human Genetics
Telomere and Telomerase
Cell and Gene Therapy
Cell Biology
Cancer
Developmental Biology

Entomology
Evolutionary Biology
Terrestrial Ecology
Environmental Engineering
Marine Ecology
Marine Mammal Science
Coastal & Estuarine Science
Oceanography
Meteorology
Geoscience
Geography

Nursing
Pediatric Pulmonology
Pediatric Surgery
Oral & Maxillofacial Surgery
Neurosurgery
Neuropathology
Neuro-oncology
Urology

Infectious Disease
Epidemiology
Computational Biology
Science and Techology Studies
Robotics
Biomechanics
Kinesiology
NEW! - Biomedical Informatics - NEW!
Biomedical Engineering

Browse - Search:

Is your research area missing from this list? Learn more about us, or contact us at *admin at neurotree.org* to find out how to set up a tree for your field.

What's new:

Apr 22, 2021: We're upgrading the web/database servers this week. There may be some intermittent downtime. Please alert us if you notice any persistent problems. admin at neurotree.org. Thanks!

Aug 17, 2019: Our Open Collective account is live! You can now make a contribution of any size to keep this site running. Read more here.

Jan 1, 2019: New publication based on Academic Family Tree data: Intellectual Synthesis in Mentorship Determines Success in Academic Careers

More news ...

Home - News - About

?
Al-Shaykh al-Raʾīs Abū ʿAlī al-Ḥusayn ibn ʿAbd Allāh ibn Sīnā (Avicenna) — University of Isfahan (Philosophy Tree)
Abū al-Ḥasan Bahmanyār ibn al-Marzubān al-ʿAdjāmī al-Azerbaīdjānī — University of Isfahan (Philosophy Tree)
Ghiyāth al-Dīn Abū al-Fatḥ ʿUmar ibn Ibrāhīm al-Khayyām al-Nīsābūrī — University of Neyšābūr
Sharaf al-Dīn Muḥammad ibn Masʿūd ibn Muḥammad al-Masʿūdī al-Marwazī — School of Marw
Fakhr al-Dīn Abou Abdūllāh Muḥāmmād ibn ʿUmar ibn al-Hāssān ibn al-Hūsseīn ibn Alī al-Rāzī (Ibn Khaṭīb Rayy) — University of Neyšābūr
Qutb al-Dīn Ibrāhim inb 'Ali ibn Muhammad al-solāmī al-Māghrībī al-Mīsrī — University of Herāt, khūrāsān
Athīr al-Dīn ibn ʿUmar ibn al-Mufaḍḍal al-Samarqandī al-Abharī — Sharafiyya School in Baghdad

?
Sharaf al-Din al-Tusi — Observatory of Maragha
Abū al-Fatḥ Kamāl al-Dīn Mūsá ibn Yūnis ibn Muḥammad ibn Manʿat al-Shāfiʿī — Badriyya School in Mosul (Iraq)

Abū Jaʿfar Naṣīr al-Dīn Muḥammad ibn Muḥammad ibn al-Hasan al-Tūsī — Observatory of Maragha
Shams al-Din al-Bukhari — Observatory of Maragha
Gregor Chioniades — Tabriz (Options)
Manuel Bryennius — Constantinople (MathTree)
Theodore Metochites — Nicaea (Options)
Nicephorus Gregoras — Constantinople
Gregory Palamas — Mount Athos Monastery
Nilus Cabasilas — Constantinople (Theology Tree)
Demetrios Kydones — Constantinople (Philosophy Tree)

Georgios Gemistos Plethon — Constantinople, Mystras (Philosophy Tree)
Manuel Chrysoloras — University of Florence, Constantinople

Demetrios Chalcocondyles — University of Padua, University of Florence (Philosophy Tree)
George Hermonymus — Université Paris-Sorbonne (Theology Tree)
Basilios Bessarion — (Philosophy Tree)
Johannes Argyropoulos — Rome, University of Florence (LinguisTree)

Janos Lascaris — University of Florence (LinguisTree)
Johannes Regiomontanus
Domenico Maria Novara da Ferrara
Nicolaus Copernicus — Frombork (Options)
Georg Joachim von Leuchen Rheticus — Leucorea Universität Wittenberg, Kraków

Sebastian Dietrich — Leucorea Universität Wittenberg
Caspar Peucer — Leucorea Universität Wittenberg
Moritz Steinmetz — Universität Leipzig
Valentin Otto — Leucorea Universität Wittenberg

Christoph Meurer — Universität Leipzig
Sethus Calvisius — Universität Leipzig (Neurotree)
Philipp Müller — Universität Leipzig
Erhard Weigel — University of Jena

Gottfried Wilhelm Leibniz — Court of the Duke of Brunswick-Lüneburg in Hanover
Georg Götze — University of Jena (Theology Tree)
Johann Christoph Sturm — University of Altdorf (MathTree)

Christian Wolff — University of Marburg (LinguisTree)
Nicolas Malebranche
Pierre Varignon — Académie royale des sciences de Paris
Jacob Bernoulli — Universität Basel
Léonor Caron — Universite de Paris
Jacques Cassini — Académie royale des sciences de Paris
Jean-Baptiste le Rond d'Alembert — Académie française

Charles Bossut — École Polytechnique
Gaspard Monge — École Polytechnique
Pierre-Simon Laplace
Nicolas de Condorcet (Literature Tree)
Dominique-Joseph Garat — ENS Paris (Literature Tree)

Jean-Baptiste Biot — École Polytechnique
Siméon-Denis Poisson — École Polytechnique
Jacob G.S. van Breda — Leiden (Chemistry Tree)

Alfred Des Cloizeaux — Muséum national d'histoire naturelle (Paris) (Crystallography Tree)
Henri Étienne Sainte-Claire Deville — Université de Paris-Sorbonne (Chemistry Tree)
Louis Pasteur — Strasbourg University (ID Tree)

Harry Luman Russell — UW Madison (ID Tree)
Albert L. C. Calmette — Pasteur Institute, Lille (ID Tree)
Nikolai Fedorovich Gamaleia — Odessa Bacteriological Institute (ID Tree)
Victor Babes — Carol Davila University of Medicine and Pharmacy (ID Tree)
Giuseppe Sanarelli — Rome University (ID Tree)
Philippe Édouard Léon Van Tieghem — (E-Tree)
Adrien Joseph Jean Loir — Université de Lyon (Chemistry Tree)
Jules Violle — Conservatoire national des arts et métiers
Edmond Isidore Etienne Nocard — Institut Pasteur (ID Tree)
Alexandre Yersin — Institut Pasteur (ID Tree)
Emile F. Duclaux — Institut Pasteur (ID Tree)
Emile Roux — Institut Pasteur (ID Tree)
Ilya (Elie) Mechnikov — Institut Pasteur (ID Tree)

Jules Macé de Lepinay — Université de Marseille (Chemistry Tree)
Henri Abraham — ENS Paris
Charles Camichel — Université de Toulouse (Chemistry Tree)
Pierre Weiss — ETH Zürich, Strasbourg
Aimé Cotton — Université Paris-Sorbonne
Jean Perrin — Universite de Paris

Adrien Jacques-Léon Foch — Institut électrotechnique de Toulouse (IETMA) - Laboratoire d'hydraulique
Maximilien Teissié-Solier — Université de Toulouse (Robotree)
André Fortier — Université Paris-Sorbonne (E-Tree)

Raymond COMOLET — Universite Paris 6 (E-Tree)
Michel Le Ray — Université Pierre et Marie Curie (Paris 6) (E-Tree)
Hunter Rouse — University of Iowa (E-Tree)

Noureddine Mouumi — Université de Valenciennes (E-Tree)
Miloud Zellouf — University of Biskra

P+ P- C+ C- +

لعلماء الجمعية .. إلى فيلسوف الحضارة، .. وصاحب الإنّيّة والأصالة

تمت بحمد الله