

Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département : Génie civil et Hydraulique
Ref :.....



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم والتكنولوجيا
قسم: الهندسة المدنية والري
المرجع:.....

Thèse présentée en vue de l'obtention
Du diplôme de
Doctorat en Sciences en Génie Civil

Spécialité : Génie Civil
Option: Structures

Stabilité des colonnes dans les structures métalliques dont les connexions (poteaux-poutres) sont imparfaitement rigides

Présentée par:

Ismail MEGHEZZI LARAFI

Soutenue publiquement le : / 09 / 2024

Devant le jury composé de :

Nom & Prénom		Grade	Membres de jury	Etablissement
Chebili	Rachid	Pr	Président	Université de Biskra
Tati	Abdelouaheb	Pr	Rapporteur	Université de Biskra
Guenfoud	Mohamed	Pr	Examineur	Université de Guelma
Dimia	M ^{ed} Salah	Pr	Examineur	Université Batna 2, Batna

REMERCIEMENTS ET DÉDICACE

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à mon directeur de thèse, le professeur **TATI ABDELOUAHAB**, d'avoir dirigé le travail de cette recherche ainsi que pour les encouragements et les subtiles orientations prodiguées tout au long de cette étude ce qui m'a permis de mener cette thèse dans de bonnes conditions et avec un certain degré de liberté.

J'adresse mes sincères remerciements au professeur **CHEBILI RACHID**, de l'Université Mohamed Kheider BISKRA, Je suis reconnaissant pour ses conseils et ses enseignements qu'il m'a apporté durant mon cursus dans le domaine de la mécanique des structures. Je le remercie fortement d'avoir accepté de présider ce jury ainsi que pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail.

Je suis gré au professeur **GUENFOUD MOHAMED**, de l'Université 08 Mai 1945 de Guelma, de m'avoir fait l'honneur de participer à ce Jury. Je lui fus gré de ses conseils et ses enseignements qu'il m'a apporté durant toutes mes années d'études. C'est avec lui que j'ai mis les premiers pas dans le domaine de la modélisation. Je le remercie encore une fois d'avoir voulu faire partie de mon jury. Ma reconnaissance va au professeur **DIMIA MOHAMED SALAH**, de l'Université Mostfa Ben Boulaid de Batna 2, qui a bien voulu faire partie du jury, examiner mon travail et l'enrichir par ses inestimables remarques et critiques.

Mes remerciements chaleureux vont spécialement à ma chère mère et à ma femme **Amira** de m'avoir encouragé tout au long de cette période de recherche et de m'avoir soutenu pour pouvoir entreprendre ce défi et poursuivre ma recherche en déposant ma thèse. Ainsi qu'à mes filles **Soundous et Chifaa** ainsi que mon fils **Mohamed** pour leur compréhension et leur patience tout au long de cette thèse.

Mes remerciements vont spécialement aux éléments du Laboratoire de Génie Énergétique et Matériau (LGEM) et très particulièrement et de toutes forces je remercie mes frères et sœurs qui ont resté à mon côté pour l'élaboration de ce travail ainsi que mes collègues du département.

Je dédie ce travail à la mémoire de mon père et mon cher frère Hocine

RESUME

Les joints (jonction poteau-poutre) dans les structures métalliques à multi-étage permettent d'assurer la continuité entre les éléments, tels que les poteaux et les poutres. Ces joints ont une influence sur la stabilité de forme de ces structures. Alors, deux types de joints peuvent se présenter, à savoir le joint infiniment rigides ou parfaitement articulés. Cependant, dans la réalité le comportement de ces joints est semi-rigide. Par conséquent cette semi-rigidité peut conduit à une perte de stabilité (Flambement). Les incendies dans les bâtiments présentent un facteur très favorable pour l'accélération des phénomènes d'instabilité tel que le flambage, la prématuration de ces phénomènes constitue une source de rupture cruciale que les ingénieurs doivent faire face.

Le présent travail présente une procédure analytique et numérique pour l'analyse de la stabilité des colonnes dans les structures en acier contreventées en tenant compte de l'effet de flexibilité des joints (assemblage) par l'introduction de facteurs de fixité γ . l'effet de l'incendie est aussi introduit en tenant compte de la dégradation des paramètres mécaniques en fonction de la température conformément aux modèles Eurocode3. Une équation analytique et paramétrique est développée pour la détermination du coefficient K de la longueur effective ; un programme en Fortran est établi pour résoudre l'équation obtenue. La formulation d'un élément fini en plan basé sur la théorie des poutres de type Bernoulli est établi pour calculer la matrice de rigidité [K] et la matrice géométrique [K_G] dans le domaine non linéaire. Un deuxième programme est implémenté en MATLAB pour calculer les valeurs propres à partir des matrices précédentes pour l'évaluation de la charge critique de flambement.

Une validation des développements effectués précédemment est présentée. Les différentes configurations présentées montrent la précision des équations dérivées par rapport aux résultats de la littérature. L'analyse de la stabilité des portiques à température ambiante et à hautes températures a permis la validation de l'élément fini développé. Les résultats obtenus peuvent constituer un outil efficace pour l'étude de la stabilité structurelle des portiques en considérant l'effet de la connexion semi-rigide en situation normale et extrême en présence de l'action du feu.

Mots Clés: Flambement, Charge Critique, Facteur K, Facteur de Fixité, Élément fini, Matlab, feu.

ABSTRACT

Connections (column-beam) in multi-story steel structures ensure continuity between elements such as columns and beams. These connections have an influence on the structures stability. There are therefore two kinds of connection: infinitely rigid or perfectly articulated. However, in reality the behavior of these joints is semi-rigid. Consequently, this semi-rigidity can lead to a loss of stability (buckling). Fires in buildings are a very favorable factor for the rushing of instability phenomena such as buckling and the premature onset of these phenomena is a crucial source of failure that engineers have to deal with.

This work presents an analytical and numerical procedure for analyzing the stability of columns in braced steel structures, taking into account the effect of connection flexibility by introducing fixity factors γ . The effect of fire is also introduced by considering the degradation of mechanical parameters as a function of temperature in accordance with Eurocode3 models. An analytical and parametric equation is developed for the determination of the coefficient K of the effective length; a FORTRAN program is established to solve the equation obtained. The formulation of a finite element in a plane based on the theory of Bernoulli type beams is established to evaluate the stiffness matrix [K] and the geometric matrix [KG] in the non-linear domain. A second program is implemented in MATLAB to calculate the eigenvalues from the previous matrices for the evaluation of the critical buckling load.

A validation of the developments carried out previously is discussed. The different configurations presented show the accuracy of the equations derived compared with the results in the literature. Analysis of the stability of the frames at ambient temperature and at high temperatures has enabled the finite element developed to be validated. The results obtained can provide an effective tool for studying the structural stability of frames by considering the effect of the semi-rigid connection in normal and extreme situations in case fire actions.

Key Words: Buckling, Critical load, K-factor, Fixity factor, finite element, Matlab, fire.

ملخص

تضمن الوصلات (الأعمدة-العوارض) في الهياكل الفولاذية متعددة الطوابق الاستمرارية بين العناصر مثل الأعمدة والعوارض. تؤثر هذه الوصلات على ثبات شكل هذه الهياكل. ولذلك يوجد نوعان من الوصلات: متناهي الصلابة أو مفصلية تماماً. ومع ذلك، فإن سلوك هذه الوصلات في الواقع شبه صلبة. وبالتالي، يمكن أن تؤدي شبه الصلابة هذه إلى فقدان الثبات (الانبعاج). تعتبر الحرائق في المباني عاملاً مساعداً لتسريع ظواهر عدم الاستقرار مثل الانبعاج، كما أن البداية المبكرة لهذه الظواهر تعتبر مصدراً حاسماً للانهياب الذي يتعين على المهندسين التعامل معه.

يقدم هذا العمل إجراءً تحليلياً ورقمياً لدراسة ثبات الأعمدة في الهياكل الفولاذية ذات الدعامات، مع مراعاة تأثير مرونة المفاصل من خلال إدخال عوامل التثبيت γ . يتم أيضاً إدخال تأثير الحريق من خلال النظر في تدهور المعاملات الميكانيكية بدلالة درجة الحرارة وفقاً لنماذج Eurocode3. تم تطوير معادلة تحليلية ومعادلة ذات عوامل لتحديد المعامل K للطول الفعال؛ وتم وضع برنامج FORTRAN لحل المعادلة التي تم الحصول عليها.

تم وضع صياغة عنصر متناهي مستوى، بناءً على نظرية العوارض من نوع برنولي لحساب مصفوفة الصلابة $[K]$ والمصفوفة الهندسية $[K_G]$ في المجال غير الخطي. كما تم إعداد برنامج ثانٍ في MATLAB لحساب القيم الذاتية من المصفوفات السابقة لتقييم حمل الانبعاج الحرج. تم عرض التحقق من صحة التطورات التي أجريت سابقاً. تُظهر التكوينات المختلفة المقدمة دقة المعادلات المشتقة مقارنةً بالنتائج الواردة في المراجع. وقد مكن تحليل ثبات الإطارات في درجة الحرارة العادية وفي درجات الحرارة العالية من التحقق من صحة العناصر المحدودة التي تم تطويرها. يمكن أن توفر النتائج التي تم الحصول عليها أداة فعالة لدراسة الثبات الهيكلي للإطارات من خلال النظر في تأثير الوصلة شبه الصلبة في الحالات العادية والقوى في وجود حريق.

الكلمات المفتاحية: الانبعاج، الحمل الحرج، عامل K ، عامل التثبيت، عنصر متناهي، MATLAB، الحريق.

SOMMAIRE

Remerciements et dédicace	I
Résumé	II
Abstract	III
ملخص	IV
Liste des figures	VII
Liste des tableaux	IX
Liste des symboles	X
Introduction Générale	1
CHAPITRE I Recherche bibliographique	6
I.1. Introduction	7
I.2. Recherche sur la stabilité des charpentes métalliques en cas d'incendie	10
I.3. Classifications des assemblages	11
I.3.1 Introduction	11
I.3.2 Définition et rôle d'un assemblage	12
I.3.3 Comportement des assemblages métalliques	12
I.3.4 Classification des assemblages métalliques	13
I.3.4.1 Classification des assemblages selon la rigidité	13
I.3.5. Flexibilité d'assemblage	15
I.3.6 Facteur de fixité	16
I.4. Le phénomène du flambement	18
I.4.1 Description du phénomène	18
I.4.2. Mise en évidence du flambement	19
I.5. Forme et importance des phénomènes de flambement	20
I.6. Conclusion	21
CHAPITRE II Etude Théorique du Flambement des Barres	22
II.1. Introduction	23
II.2. Etat d'équilibre des barres	23
II.3. Méthodes directes	24
II.3.1. Cas d'une barre dont les deux extrémités sont articulées	24
II.3.2. Cas d'une barre dont une extrémité est libre et l'autre encastree	27
II.3.3. Cas d'une barre dont les deux extrémités sont encastrees	28
II.3.4. Cas d'une barre dont une extrémité est articulée et l'autre encastree	30
II.4. Méthode énergétique	32
CHAPITRE III Dérivation des Équations de flambement	40
III.1. Introduction	41
III.2. Modélisation de l'élément isolé	41
III.3. Dérivation des équations	41
III.3.1. Théorie des poutres	41
III.3.1.1. Cas d'une charge latérale concentré	41
III.3.1.2. Flexion d'une poutre soumise à un couple	44
III.3.1.3. Cas d'une poutre comprimée dont les extrémités sont encastrees élastiquement	46
III.3.2. Utilisation de la théorie des poutres au calcul des charges critiques	48
CHAPITRE IV Formulation par la Méthode des Eléments Finis	51
IV.1. Introduction	52

IV.2. Formulation de l'élément fini utilisé	52
IV.2.1. Description de l'élément cadre plan (poutre de Bernoulli)	52
IV.2.2. Hypothèses	53
IV.3. Champ des déplacements	53
IV.4. Les Fonctions d'interpolations	54
IV.5. Relations cinématique (Déformation-déplacement)	55
IV.5.1. Déformation linéaire	55
IV.5.2. Déformation non linéaire	56
IV.6. Évaluation de la stabilité des charpentes métalliques à température élevée	56
IV.6.1. Coefficient de dilatation linéaire	58
IV.6.2. Calcul des efforts et contraintes dans les barres chauffées	58
IV.7. Principe de l'énergie Energie potentielle total	59
IV.7.1. L'énergie de déformation interne	60
IV.8. Joint imparfaitement rigide	62
IV.9. Évaluation de la Matrice géométrique $[K_G]$	63
IV.10. Matrice de rigidité élémentaire dans le repère globale (Transformation)	64
IV.11. État de l'équilibre élastique	65
IV.11.1 Charge critique de flambement	66
IV.12. Présentation du programme	67
IV.12.1 Introduction	67
IV.12.2. Description des sous-routines principales du programme	67
IV.12.3 Présentation de l'organigramme du programme	68
CHAPITRE V Etude Paramétrique et Validation du Programme	74
V.1. Introduction	
V.2. Première partie : Evaluation analytique du facteur K pour une structure contreventée	74
V.2.1. Comparaison du facteur K cas de l'assemblage rigide $\gamma=1$	74
V.2.2. Comparaison du facteur K cas de l'assemblage semi-rigide $0 < \gamma < 1$	75
V.2.3. Effet du coefficient de rigidité relative	77
V.2.4. Effet du facteur de fixité γ	77
V.3. Exemple de calcul de portique étagé et contreventé : Étude numérique	78
V.4. Deuxième partie : Formulation de l'élément poutre pour le calcul au flambage	85
V.4.1. Analyse de la stabilité des portiques à froid	85
V.4.1.1. Exemple 1 : Portiques simples	86
V.4.1.2. Exemple 2 : Portique simple régulier à 3 étages	86
V.4.1.3. Exemple 3 : portique irrégulier	87
V.4.1.4. Exemple 4 : Comparaison avec d'autres approches numériques et analytiques	87
V.5. Stabilité des portiques en acier exposés aux hautes températures	89
V.5.1. Exemple 1 : structure en portique exposée à l'incendie	90
CONCLUSION GENERALE	93
Références Bibliographiques	97
ANNEXES	102

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE IV

Tableau (IV.1). Rôles des sousroutines	67
---	----

CHAPITRE V

Tableau (V.1). Comparaison du facteur de longueur effective (K) (Assemblage rigide $\gamma=1$).	74
Tableau (V.2). Facteur K pour un poteau d'une structure contreventée (assemblage rigide $\gamma = 1$).	76
Tableau (V.3). Facteur K pour un poteau d'une structure contreventée (assemblage semi- rigide $\gamma = 0.6$)	76
Tableau (V.4). Facteur K pour un poteau d'une structure contreventée (assemblage semi- rigide $\gamma = 0.3$).	76
Tableau (V.5). Facteur K des poteaux internes d'un portique.	84
Tableau (V. 6). Facteur K des poteaux d'un portique irrégulier.	87
Tableau (V. 7). Comparaison de valeur du facteur K.	88

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE I

Figure. (I.1). Courbe contrainte-déformation de l'acier à température élevée dans L'Eurocode 3	11
Figure. (I.2). Comportement des assemblages métalliques	12
Figure (I.3). Courbe moment – rotation d'un assemblage	13
Figure (I.4). Les types des assemblages en fonction de leur comportement : (a) articulation, (b) rigide et (c) semi-rigide	13
Figure (I.5). Limites de classification de rigidité	14
Figure (I.6). Assemblage Articulé	14
Figure (I.7). Assemblage parfaitement rigide	15
Figure (I.8). Assemblage semi-rigide	15
Figure (I.9). poteau-poutre	16
Figure (I.10). Courbe moment-rotation propre du joint	16
Figure (I.11). Courbe facteur de fixité γ -flexibilité λ de l'assemblage	17
Figure (I.12). Exemple d'utilisation de facteur de fixité γ	18
Figure (I.13). Poteau droit bi-articulé en compression	20
Figure (I.14). Les modes de flambement	21

CHAPITRE II

Figure (II.1). Etat d'équilibre	23
Figure (II.2). Poteau droit bi- articulé en compression	25
Figure (II.3). Les modes propres	26
Figure (II.4). Barre encastrée – libre	27
Figure (II.5). Flambement d'une barre bi-encastré	28
Figure (II.6). Barre encastrée-articulée	30
Figure (II.7). Longueurs de flambement	32
Figure (II.8). Barre rigide articulée en O, maintenue par un ressort de raideur k en A	32

CHAPITRE III

Figure. (III.1). Principe de l'isolation de la colonne	41
Figure. (III.2). Barre chargé par une force concentrée	42
Figure. (III.3). Barre soumise à un moment M_b	44
Figure. (III.4). Barre bi-articulée soumise à deux moments	45
Figure (III.5). La modélisation d'un poteau isolé	46
Figure (III.6). Organigramme de l'équation(III. 55)	49

CHAPITRE IV

Figure (IV.1). Poutre de Bernoulli	53
Figure (IV.2). Élément poutre et leur degré de liberté	54

Figure (IV.3). a. Portique en acier soumis à un incendie b. Colonne avec contraintes thermiques	57
Figure (IV.4). Module d'élasticité de l'acier en fonction de la température de l'acier	58
Figure (IV.5). Changement de repère	65
CHAPITRE V	
Figure. (V.1). Modélisation d'une colonne isolée dans une structure	76
Figure. (V.2). Variation du facteur K en fonction du coefficient de rigidité R	77
Figure. (V.3). Variation du facteur (K) de la longueur effective par rapport au facteur de fixité (γ)	78
Figure (V.4). Principe de l'isolation de la colonne. (a) portique contreventé, (b) portique équivalent	79
Figure. (V.5). Variation du facteur K en fonction de la position du poteau dans le portique	85
Figure. (V.6). Variation du facteur K en fonction du facteur de fixité γ	85
Figure. (V.7). Exemple de portiques (Timoshenko and Gere 1966)	86
Figure. (V.8). Portique simple (K. Girgin et al.) 2005	86
Figure (V.9). Portique irrégulier (K. Girgin et al.) 2005	87
Figure (V.10). Portique utilisé dans l'étude comparative (Slimani et al) 2023	88
Figure. (V.11). Réduction du Module élastique de l'acier en fonction de T	89
Figure. (V.12). La longueur L_f dans les portiques contreventés, selon l'Eurocode 3	90
Figure. (V.13). Analyse d'un étage intermédiaire exposé au feu (portique contreventé)	91
Figure (V.14). Variation de la longueur de flambage en fonction de la température.	91

LISTE DES SYMBOLES

ε	Champ de déformation
ε_l	Déformation linéaire
ε_{nl}	Déformation non linéaire
θ	L'angle de rotation totale
α	La rotation propre de joint
θ_A	La rotation de l'extrémité gauche
θ_B	La rotation de l'extrémité droite
α_A et α_B	La rotation appropriée gauche et droite respectivement
λ_A et λ_B	Flexibilité du joint
γ_A et γ_B	Facteur de fixité
φ_{cd}	Capacité de rotation d'assemblage
δ	Déplacement latéral
λ	Paramètre de flambement
Π	L'énergie fournie au système
ΔL	Raccourcissement de la barre
ΔT	Déférence de température
A	Section de la barre
C_A	Coefficient définissant le degré de fixation existant à l'extrémité droite de membre
C_B	Coefficient définissant le degré de fixation existant à l'extrémité gauche de membre
E	Module de young
E_T	Module de young à la température T
P. F	Charge de compression
P_{cr}	La charge critique de flambement
I_{min}	Moment d'inertie
K	Rapport des longueurs
L	Longueur de la barre
L_f	Longueur de flambement
$M(x)$	Moment fléchissant
M_a	Couple appliqué à l'extrémité gauche
M_b	Couple appliqué à l'extrémité droite
$M_{j,Rd}$	Moment résistant d'assemblage .
N	Fonction de forme
Q	La charge latérale
R_A	Coefficient définissant la rigidité relative droite à l'extrémité droite de membre
R_B	Coefficient définissant la rigidité relative droite à l'extrémité droite de membre
$S_{j,ini}$	Rigidité d'assemblage
T	Température finale
T_0	Température initiale
U	L'énergie de déformation interne
W	Le travail effectué par la force F de compression
$Y(x)$	L'équation de la courbe élastique
n	Nombre entier quelconque
u	Déplacement axial
w	Déplacement Transversal

INTRODUCTION GENERAL

Introduction Générale

Dans la pratique actuelle, les assemblages poteaux-poutres et les bases de poteaux dans les structures en charpentes métalliques sont souvent idéalisés comme des assemblages purement articulés ou totalement rigides. Cependant, de nombreuses recherches expérimentales ont montré depuis longtemps que le comportement de ces derniers se situe plutôt entre ces deux extrêmes (Monotone et Wu 1963; Beaulieu et Picard 1985 ; Association canadienne de normalisation 1989). Le comportement semi-rigide des assemblages poteaux-poutres des structures influe sur les efforts internes dans les éléments de la structure et par conséquent, sur les charges critiques de flambement et les longueurs effectives correspondantes des éléments comprimés (Simoes 1996 ; Webber et al 2015).

En outre, le problème de la stabilité structurelle des constructions métalliques en cas d'incendie a attiré plus l'attention au cours de ces dernières années. L'enquête sur l'effondrement des tours jumelles du World Trade Center (Kodur, 2003) a montré que l'effondrement des deux bâtiments a été causé par le flambage des colonnes d'acier à hautes températures plutôt qu'à leur fusion. Par conséquent, il est absolument impératif de développer une approche numérique, efficace pour déterminer la stabilité des structures en acier à la fois à la température ambiante et à des températures élevées.

Il est bien connu que la stabilité des structures est liée étroitement à la stabilité et la résistance des poteaux. Par conséquent, la détermination exacte de la charge critique de flambement en introduisant tous les paramètres influençant cette charge est d'une importance primordiale lors de la conception. La nature des connexions dans une structure joue un rôle important sur le comportement au flambement des colonnes au sein d'une structure métallique en tenant compte de l'effet du contreventement. La nature de la liaison peut compromettre la stabilité de forme des éléments structuraux qui est généralement la cause principale de rupture globale. Les liaisons adoptées sont généralement de trois types (rigide, articulée ou semi-rigide). La littérature par les différentes voies expérimentales, analytiques et numériques montre que la liaison la plus proche du modèle réel est de type semi-rigide, bien que l'introduction de l'influence du reste de la structure reste un point de recherche précieux et un challenge de la mécanique des structures. La technique de l'isolation est souvent utilisée en introduisant les effets des barres connectées au point de liaison. Le travail de cette thèse s'inscrit dans cette optique, en cherchant à analyser et modéliser le phénomène de flambage des colonnes en acier dans une structure métallique, en tenant compte de la nature de la liaison poteau-poutre et de l'influence du reste de la structure

par l'intermédiaire de ressorts linéaires et de rotation. La méthodologie utilisée est divisée en deux parties :

La première partie est dédiée à la proposition d'une procédure analytique sur la base de la dérivation de l'équation de stabilité élastique pour une colonne avec une liaison semi-rigide au sein d'un portique plan contreventé, les équations de flambement sont dérivées sur la base d'une relation non linéaire entre le moment et la rotation. La méthode d'évaluation consiste à calculer les facteurs K de la longueur effective en déterminant les coefficients de fixités des liaisons qui dépendent de la flexibilité de la liaison et la rigidité de la barre ainsi que la rigidité du portique.

L'effet de la rigidité de la structure sur les extrémités de la colonne isolée est modélisé par des ressorts de rotation dont les rigidités sont obtenues en appliquant des moments unités à ces extrémités et en calculant les angles de rotation correspondants. Le calcul des rotations est réalisé à l'aide d'un programme établi en FORTRAN. L'équation transcendante obtenue est résolue pour différentes rigidités des extrémités et facteurs de fixation en utilisant une boucle de calcul numérique. Des exemples de validation ont démontré que la méthode proposée est efficace pour estimer la charge critique de flambement et les facteurs K correspondants.

La deuxième partie a été consacrée à la formulation d'un élément fini poutre de type Bernoulli destiné au calcul de la stabilité des structures à joints semi-rigides en introduisant les coefficients de fixité dans la matrice de rigidité élémentaire pour tenir compte de la flexibilité des nœuds; les effets des forces axiales sont prises en compte par une matrice de rigidité géométrique $[K_G]$ indépendante des propriétés mécaniques qui est défini en fonction de la force axiale et la longueur de la barre. L'équilibre est établi sur la configuration déformée (effet du deuxième ordre). Le calcul développé est étendu aux hautes températures en considérant la dégradation des caractéristiques mécaniques en fonction de la température conformément aux modèles normatifs de l'eurocode3 partie feu. Le calcul de la charge critique de flambement et les valeurs des longueurs effectives (K -facteur) est élaboré par un programme implémenté dans le code MATLAB.

La thèse est scindée en cinq chapitres avec une introduction et une conclusion générale suivie de deux annexes à la fin du document.

Le premier chapitre présente une synthèse bibliographique détaillée en exposant des travaux de recherche expérimentaux, analytiques et numériques sur le comportement des assemblages semi-rigides et leur influence sur la stabilité des structures métallique, une attention particulière est donnée aux structures métalliques contreventées. Une partie de recherche bibliographique est

particulièrement consacrée au comportement des portiques et des colonnes exposées au feu. Les résultats obtenus sont analysés et discutés en détail. Les travaux de recherches ultérieurs sur les portiques non contreventés sont aussi exposés et analysés. Un aperçu est donné sur le comportement mécanique de l'acier en fonction de l'évolution de la température, une analyse détaillée est réservée aux modèles Eurocodes dans le but de rester dans l'aspect normatif. La dernière partie s'est consacré à la classification et le comportement des assemblages en mettant le point sur la flexibilité des joints en mettant le point sur le facteur de fixité γ , le phénomène du flambage est décrit et expliqué en détail.

Le deuxième chapitre est réservé particulièrement à l'étude théorique du flambage des barres par les méthodes analytiques directes et énergétiques en exposant l'équilibre énergétique au sein de l'élément déformé, différentes configurations sont analysées.

Le troisième chapitre est consacré à l'élaboration d'une procédure analytique basé sur l'isolation de l'élément en question. L'effet du reste de la structure et la flexibilité de l'assemblage sont remplacés par des ressorts d'extension et de rotation introduits aux extrémités de l'élément étudiés. La procédure est destinée à la détermination des longueurs effectives des éléments comprimées dans les structures contreventées à joint semi-rigides. La dernière partie du chapitre consiste en l'établissement d'un programme en FORTRAN permettant de déterminer la variable u de l'équation transcendante conduisant au calcul de la charge critique de flambement.

Le quatrième chapitre est dévoué à la formulation d'un élément fini basé sur la théorie des poutres de type Bernoulli destiné au calcul des charges critiques des éléments comprimés dans les structures à joints semi-rigides. L'effet des hautes températures est pris en compte par l'introduction de la réduction des paramètres mécaniques. Un programme en Fortran est établi pour le calcul des matrices de rigidité et géométrique dans le domaine non linéaire qui seront introduites dans un programme implémenté en MATLAB pour calculer les valeurs propres nécessaires au calcul de la charge critique de flambement.

La partie prenante du cinquième chapitre est consacré à la validation des calculs précédemment développés. La validation de la procédure analytique proposée dans la première partie de la thèse est effectuée par l'analyse de portiques étagés parfaitement encastres à la base en isolant des poteaux du RDC et de l'étage courant. Les résultats obtenus montrent la précision des équations dérivées par rapport aux résultats discutés. La deuxième partie dite analyse numérique est destinée à l'analyse de la stabilité des portiques à température ambiante et à hautes températures dans le but de valider les résultats du modèle proposé dans la deuxième partie de

cette thèse qui consiste à calculer la charge critique F_{cr} . Les différents exemples traités et analysés ainsi que les résultats obtenus montrent que la formulation élaborée peut constituer un outil efficace pour l'étude de la stabilité structurelle des portiques en considérant l'effet de la connexion semi-rigide en situation normale et extrême en présence de l'action du feu.

Une conclusion générale de ce travail est donnée qui englobe les résultats obtenus et les remarques faites concernant chaque exemple traité. En perspective les points suivants font la suite de travaux de recherche et de contribution entrepris dans cette thèse. L'introduction de la flexibilité des joints d'une manière explicite dans la formulation du problème ainsi que le comportement non linéaire des matériaux peut conduire à un comportement plus réaliste du flambage des colonnes en considérant l'influence de l'effet de la nature de l'assemblage. En situation d'incendie, la prise en compte des contraintes thermiques et thermomécaniques ainsi que les déformations transitoires et le chemin de chargement donneront une approche plus réaliste pour la modélisation des structures exposées aux hautes températures.

Deux annexes sont exposées à la fin du document donnant une illustration de l'utilisation des programmes développés.

CHAPITRE I
RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1.Introduction :

Depuis plusieurs années, le comportement semi rigide des nœuds poutre-poteau dans les structures métalliques fait l'objet de nombreuses recherches, tant sur le plan expérimental que théorique. De tel comportement permet aux nœuds de transmettre un moment de flexion, tout en permettant une rotation relative entre les éléments assemblés. Cependant, cette conception des nœuds doit être accompagnée par des méthodes de calcul fiables ; ces dernières doivent prendre en compte la semi-rigidité des nœuds d'une manière explicite.

Pour cerner les travaux en relation avec le thème de cette thèse seuls qui traitent les effets des assemblages semi-rigides sont cités dans ce travail. En 1917 déjà, Wilson et Moore ont effectué des essais sur la flexibilité des assemblages rivetés dans les structures métalliques, de nombreuses recherches expérimentales, analytiques et numériques font la suite de ce travail en mettant en application de différentes méthodes de conception envisageant le concept de la semi-rigidité. Cependant, ces méthodes n'ont pas traité le comportement semi-rigide des nœuds d'une manière implicite dans les développements proposés à cause du processus de calcul long dans les hypothèses établies (Al-Aasam, H. (2013)).

Chen, W. F., & Kishi, N. (1989), ont effectué une recherche bibliographique en exposant les relations moment-rotation établies par les travaux expérimentaux publiés à partir de 1936 jusqu'en 1986 sur les assemblages, ils ont établi une base de données sur les assemblages en acier. La conclusion de ces travaux montre que le comportement réel des nœuds diffère sensiblement du comportement prédit par les méthodes théoriques proposées.

La stabilité des structures métalliques est liée étroitement à la stabilité de ces éléments et plus particulièrement les colonnes. Diverses méthodes ont été proposées pour l'analyse de la stabilité au flambage selon le concept de longueur effective, la résistance au flambement d'un élément de compression de longueur L est égale à la résistance au flambement d'un élément équivalent, soumis à une force axiale, de longueur KL , où K est le facteur de longueur effective. Ce concept est considéré comme une partie essentielle de nombreuses procédures d'analyse et a été recommandé par presque toutes les spécifications de conception actuelles (EC3, AISC, 2005 ; CSA, 2009). Ces méthodes se divisent en trois approches, à savoir l'approche par sous-ensembles isolés, l'approche par étages et l'approche par système de flambement. Ces approches partent de l'hypothèse que l'on ne considère que l'effet des poutres et des poteaux, directement liés à la colonne considérée par le facteur de rigidité G (Bridge 1986), plutôt que l'effet de rigidité fourni par l'ensemble de la structure, elle prend également

en compte les contraintes de rotation fournies par les assemblages des colonnes et de poutres supérieures et inférieures pour fournir un moyen direct d'évaluer les facteurs K.

L'évaluation du facteur K pour les structures en acier contreventés avec jonctions poteaux-poutres à comportement semi-rigide a été étudiée par plusieurs chercheurs (Barakat et Chen 1990; Dumonteil 1992; Thomas et Kavanagh 1962; Tong et Wang 2004). Kishi et al (1998) ont proposé une procédure pour évaluer le facteur K de la longueur effective des poteaux pour les structures en acier contreventées sur la base du tableau d'alignement classique. Les auteurs ont introduit le facteur de rigidité relative modifié pour tenir compte de la rigidité non linéaire des connexions. Leur étude montre que le tableau d'alignement peut être appliqué pour déterminer le facteur K pour les structures rigides à joints flexibles et rigides en estimant la rigidité de la connexion tangente au flambement. Goto et al (1993) ont étudié la validité du facteur de longueur effective appliqué à la conception des cadres semi rigides en analysant le comportement critique et post-critique inélastique des cadres semi-rigides en considérant le comportement inélastique des connexions poutre-colonne, le mode chargement cyclique ainsi que les imperfections géométriques. Xu et Liu (2002) ont présenté une méthode pratique pour l'analyse de la stabilité des structures partiellement contreventées en acier. Ils ont introduit le concept de facteur de contreventement latéral. Les recherches citées ont montré que les charges critiques de flambement de la structure augmentent considérablement lorsque les facteurs de fixité d'extrémité passent de 0 à 0,3 pour les connexions entre poteaux-poutres. Une nouvelle méthode a été proposée par Tong et Wang (2004) pour déterminer la longueur effective des poteaux dans les structures symétriques non contreventés à une travée et à étages multiples (2 et 3 étages) en tenant compte de l'interaction inter-étage, les équations analytiques proposées ont été validées sur un grand nombre d'exemples. La Méthode précédente a été étendue par Xu et Liu (2002) aux cadres asymétriques à plusieurs travées. Ils ont considéré à la fois l'interaction entre les poteaux et l'interaction inter-étages et ont proposé une méthode d'évaluation de la charges critique de flambement pour les structures en acier non contreventées à plusieurs travées soumises à des différents chargements.

Webber et al (2015) ont proposé des améliorations à la méthode de la longueur effective qui consiste à isoler un poteau critique dans un cadre et à évaluer la contribution à la rigidité en rotation des contraintes d'extrémité par les colonnes situées au-dessus et au-dessous, et à la rigidité en translation des contraintes d'extrémité par d'autres colonnes dans le même étage. Premièrement, la charge axiale dans les poteaux adjacents est incorporée dans le calcul de la longueur effective. Deuxièmement, une modification du rapport de longueur effective est

proposée, pour permettre la prise en compte de la charge de flambement des colonnes adjacentes. Ces améliorations s'avèrent efficaces et fournissent des résultats à moins de 2 % de ceux calculés par les logiciels d'analyse structurelle, contrairement aux écarts pouvant atteindre 80 % observés avec les documents normatifs. Hellesland (2012) a proposé des formules approximatives pour l'évaluation de la longueur effective des éléments comprimés isolés pour les structures contreventées et non contreventées en utilisant la méthode de la longueur effective.

En présence de l'action thermique les phénomènes d'instabilité géométriques sont accentués et favorisant à des ruptures rapides et plus généralisées et plus particulièrement dans les structures en acier qui sont le siège d'importantes extensions et flexions en présence des hautes températures. La capacité de résistance au flambement des éléments en acier diminue d'une manière catégorique et intensive exposés aux températures élevées. L'accentuation du flambage est influencée par la dégradation des propriétés mécaniques de l'acier, la contrainte thermique, la déformation par fluage et d'autres facteurs.

Culver (1972) a étudié l'influence des hautes températures non uniforme sur la résistance au flambement de colonnes d'acier à larges ailes. Le flambage dans le domaine élastique et plastique est pris en compte. La charge critique du flambage est déterminée en résolvant l'équation représentative à l'aide de différences finies. L'influence de la température élevée sur les propriétés des matériaux et l'influence des contraintes résiduelles sur les charges de flambage sont prises en compte. Franssen et al. (1998) ont effectué deux séries d'essais en vraie grandeur sur des colonnes d'acier en température élevée. Une formule analytique pour le coefficient de flambement a été calibrée sur la base des résultats des essais. Wang (1997) a étudié l'effet de la continuité des portiques sur le comportement des colonnes d'acier dans des conditions d'incendie par une analyse en éléments finis. Yi Zhuang (2013) a conduit une recherche dans le cadre d'un thèse de doctorat sur la stabilité des portiques non contreventés à ambiante et haute températures. L'étude a conclu que la contrainte de rotation des éléments adjacents à la colonne flambée augmentait la capacité de résistance de déformation tout en limitant l'expansion thermique de la colonne. Dans une autre étude numérique menée par Valente et Neves (1999) sur la résistance des colonnes en acier au feu pour analyser l'influence des contraintes élastiques axiales et rotatives aux extrémités sur température critique. L'excentricité de la charge, l'élancement de la colonne ont été aussi considérés. En conclusion il a été démontré que la contrainte axiale diminuait la température critique tandis que la contrainte de rotation augmentait la température critique.

Huang et Tan (2003) ont étendu la formule traditionnelle de l'approche de Rankine pour prédire la température critique d'une colonne d'acier à contrainte axiale en utilisant un ressort linéaire à l'extrémité supérieure de la colonne pour simuler l'effet de la contrainte axiale sur une colonne isolée et chauffée.

Les recherches précédentes se sont concentrées sur la stabilité des poteaux en acier dans les portiques contreventés. Cependant, le comportement des poteaux dans un portique en acier non contreventé peut être différent en raison de l'interaction statique entre les éléments de portiques. De nombreuses études ont également été menées au cours des dernières décennies sur les colonnes dans les portiques en acier non contreventé. Rubert et Schaumann (1986) ont effectué une série d'essais à l'échelle un quart à un demi sur des sous-ensembles en acier soumis à des contraintes thermiques, au cours des quels les paramètres caractéristiques influençant la température critique des cadres en acier ont été étudiés. Wang et al. (1995) ont effectué une analyse par éléments finis pour des cadres en acier soumis à des températures élevées en tenant compte de la non-linéarité géométrique et matérielle, dans laquelle un certain nombre d'études paramétriques ont été réalisées pour étudier divers aspects du comportement des cadres en acier dans des conditions de température élevée. Bailey et al. (1999) ont présenté les résultats de deux essais d'incendie réalisés sur un bâtiment à ossature métallique de huit étages en grandeur réelle. L'intégrité restante du bâtiment après les nouveaux essais a montré que les codes de conception existants sont conservateurs, et que la principale contribution à la survie de la charpente provient du plancher composite. Une approche analytique simple pour déterminer la résistance ultime des portiques en acier exposés au feu en se basant sur le principe de Rankine, a été développée par Toh et al. (2001). L'approche utilisait une approximation de la résistance des portiques par une simple interaction entre deux comportements structurels idéalisés (résistance et stabilité). Il est à noter que la plupart des études précédentes présentaient des investigations expérimentales ou numériques. En outre, l'interaction de rigidité entre les colonnes d'un portique a été à peine abordée dans ces études. Il est donc souhaitable d'étendre le concept de flambement par étage à l'analyse de la stabilité des portiques métalliques non contreventées soumises à un incendie et de développer une approche pratique pour la conception.

I.2. Recherche sur la stabilité des charpentes métalliques en cas d'incendie :

La résistance au flambage des portiques en acier à température ambiante et à température élevée est très différente car la capacité de flambage est affectée par la dégradation des propriétés mécaniques sous l'action thermique, de la contrainte thermique, de la déformation de fluage et d'autres facteurs.

La dégradation mécanique de l'acier sous l'effet des températures élevées peut être modélisée en réduisant le module d'élasticité et la limite d'élasticité (Culver et al., 1973 ; Lie, 1992 ; CEN, 1992 ; BSI, 2005 ; CSA, 2014). A la base des résultats de diverses expériences menées par d'anciens chercheurs, tels que Outinen et Mäkeläinen (2002) et Hamarthy et Stanzak (1970). Des relations empiriques simples donnant le module d'élasticité et la limite d'élasticité ont été proposées par (Lie, 1992 ; Lie et Stanzak, 1974 ; Lie et Hamarthy, 1972) et adoptées dans le domaine basé sur la stabilité de l'étage (Xu et Zhuang, 2014; Zhuang, 2013), les modèles proposés restent loin de l'approche réaliste car le module d'élasticité est supposé être indépendant de la contrainte dans l'acier. En réalité, Hamarthy et Stanzak (1970) ont montré que la relation contrainte-déformation de l'acier de construction à des températures élevées supérieures à 400 °C n'est pas linéaire et ne présente pas de limite d'élasticité nette. Actuellement, un modèle rigoureux et largement accepté de la courbe contrainte-déformation de l'acier est disponible dans l'Eurocode 3, (BSI, 2005), basé sur les études expérimentales menées par Outinen et Mäkeläinen (2002).

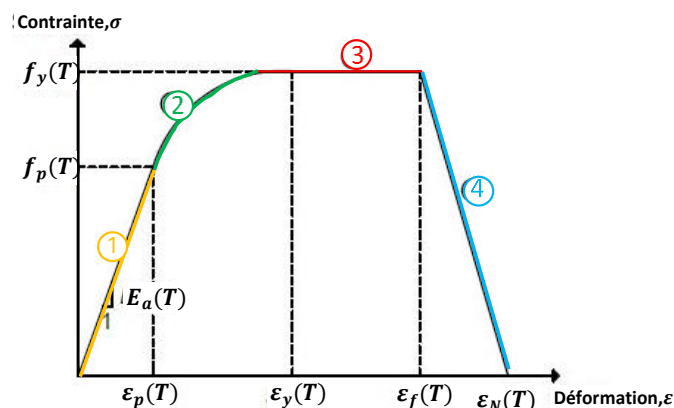


Figure. I.1. Courbe contrainte-déformation de l'acier à température élevée dans L'Eurocode 3.

I.3. Classifications des assemblages :

I.3.1 Introduction :

Les assemblages dans les structures en acier constituent des zones de discontinuité qui ont une influence sur le comportement global de la structure. La caractérisation du comportement des assemblages est assez complexe à cause de leur configuration géométrique et leur caractérisation mécanique. Cette complexité résulte du nombre d'éléments intermédiaires utilisés (boulons, platine, cornière...) ainsi que des formes géométriques variées et des propriétés matérielles différentes. Cela engendre de fortes discontinuités et conduit à un comportement global non linéaire de l'assemblage. La nature de l'assemblage

joue un rôle important sur le comportement et la stabilité des éléments assemblés. Les éléments assemblés de leur part affectent le comportement global de la structure en termes de résistance et de stabilité. La prise en compte de l'influence de la nature de l'assemblage est un point primordial dans la conception locale et globale des structures en acier contreventées et non contreventées en considérant les différentes situations de chargement. Les hautes températures présentent une action très défavorable qui influence le comportement de ces assemblages en charpente métallique.

I.3.2 Définition et rôle d'un assemblage :

La caractéristique essentielle des constructions métalliques est d'être composées d'un ensemble d'éléments barres (poteaux-poutres) en forme de (I ou H). Les liaisons entre ces différents éléments représentent ce qu'on appelle communément les assemblages. Ces derniers constituent des composants spécifiques à la construction métallique et jouent un rôle très important en assurant la transmission et la répartition des diverses sollicitations entre les éléments assemblés sans générer d'efforts parasites. (Elnashai, A. S., Elghazouli, A. Y., & Denesh-Ashtiani, F. A. (1998))

I.3.3 Comportement des assemblages métalliques :

L'analyse des structures métalliques est généralement effectuée en supposant que les assemblages répondent aux conditions parfaites d'un assemblage rigide ou articulé. En réalité, les assemblages peuvent transmettre un certain moment de flexion tandis que les assemblages les plus rigides autorisent toujours une rotation relative des pièces assemblées. Le concept de la semi-rigidité dans l'approche de calcul des structures a été introduit suite à la prise en considération de cette réalité.

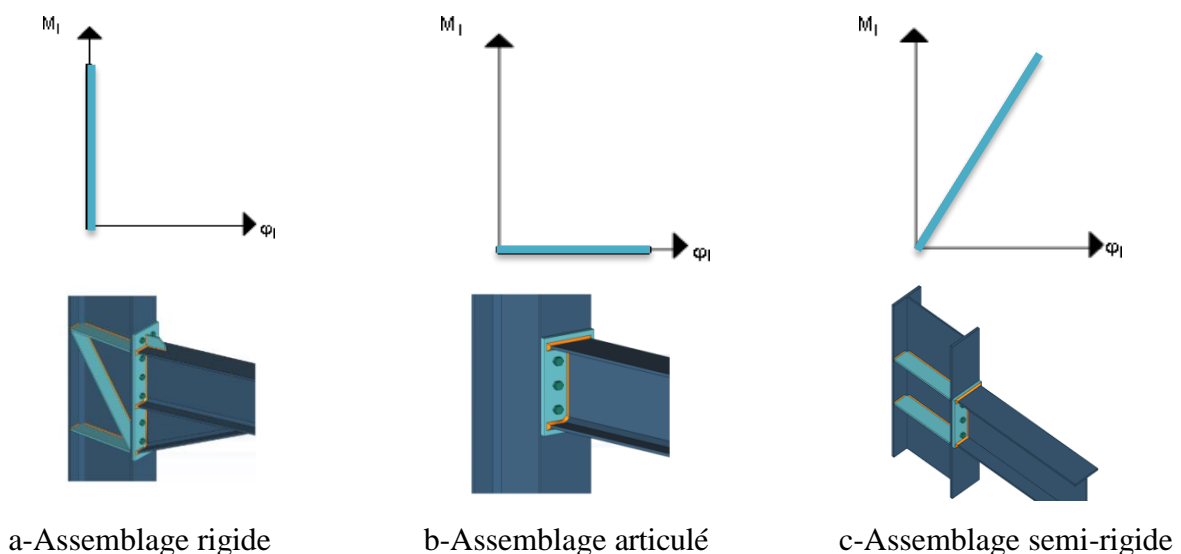
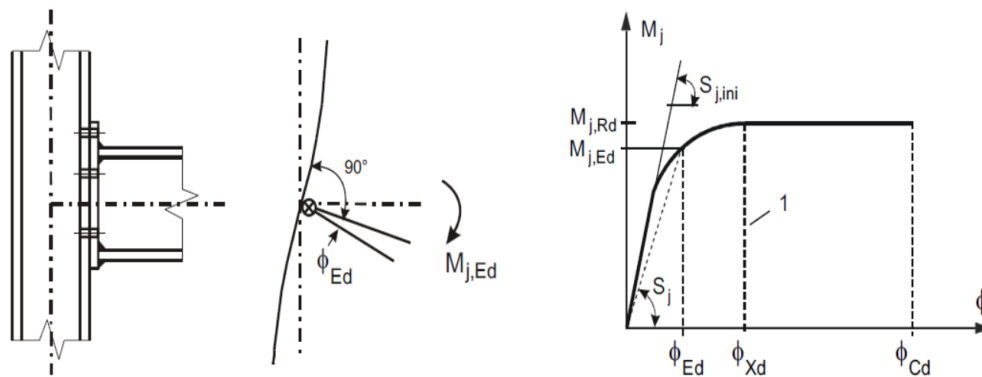
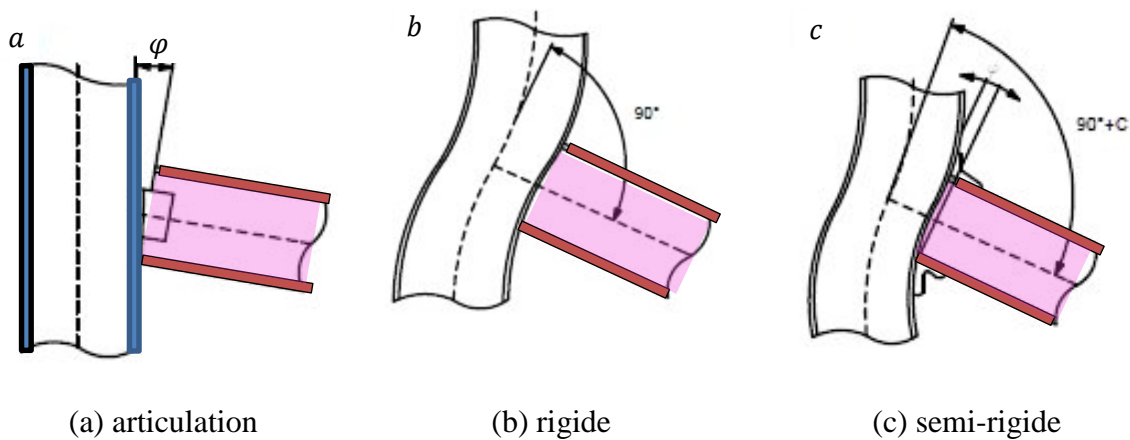


Figure. (I.2). Comportement des assemblages métalliques.

Le comportement mécanique d'un assemblage est caractérisé par trois caractéristiques principales à savoir : le moment résistant ($M_{j,Rd}$), la rigidité ($S_{j,ini}$ ou S_j) et la capacité de rotation (ϕ_{cd}). Ces caractéristiques sont obtenues à partir de la courbe moment-rotation représentée dans la figure (I.3).

**Figure. (I.3).** Courbe moment-rotation d'un assemblage.

Cependant les assemblages de poteau-poutre dans les structures métalliques sont répertoriés en trois catégories : rigide, articulée, ou semi-rigide montré symboliquement sur la figure (I.4).

**Figure. (I.4).** Type d'assemblage en fonction de leur comportement.**I.3.4 Classification des assemblages métalliques :**

Selon l'Eurocode3 (EC3), les assemblages doivent être modélisés en vue d'une analyse globale de la structure. Le type de modélisation des assemblages à adopter dépend de la classification en termes de rigidité (rigide, semi-rigide et articulé), de résistance (résistance complète ou partielle) et de capacité de rotation (moment résistant). Les critères de cette classification sont décrits ci-dessous :

I.3.4.1 Classification des assemblages selon la rigidité :

La rigidité initiale d'un assemblage qui caractérise sa réponse élastique peut influencer d'une

manière significative la stabilité des colonnes au flambage. L'EC3 offre une classification pratique des assemblages du point de vue de leur rigidité initiale. Il permet de classer les assemblages en trois grandes catégories selon leur rigidité : articulé, rigide ou semi-rigide.

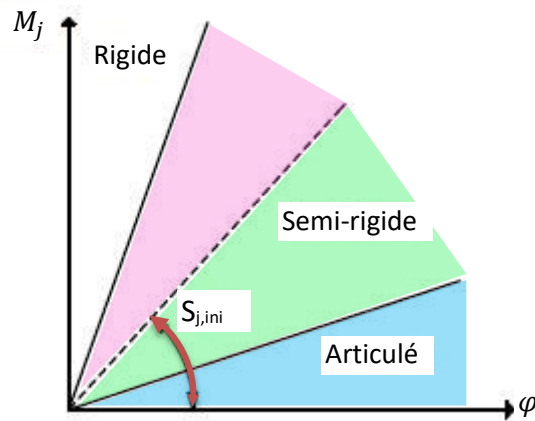


Figure. (I.5). Limites de classification de rigidité.

a. Assemblage articulé :

Un assemblage de type articulé doit être conçu et dimensionné de sorte qu'il ne puisse développer de moments significatifs susceptibles d'exercer une influence défavorable sur les éléments de la structure. Ainsi, une articulation parfaite élimine le moment de flexion et libère la rotation entre les barres assemblées.

Dans le cas d'un assemblage articulé, lorsque l'assemblage est soumis à un couple M , le poteau ne subit aucune rotation ϕ . Figure (I.6).

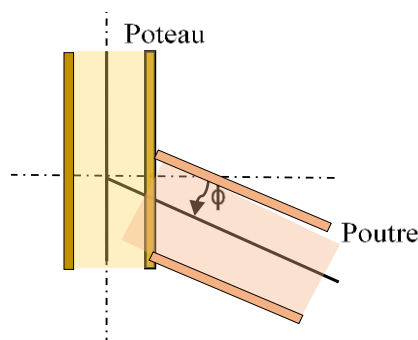


Figure. (I.6). Assemblage Articulé (Tati.A 1990).

b. Assemblages rigides :

L'assemblage rigide parfait élimine la rotation entre les barres attachées, il crée pour cela un moment de flexion considérable. On présente sur la figure (I.7) une schématisation d'un assemblage parfaitement rigide, attachant un poteau à une poutre et sous l'action d'un couple

M, l'assemblage subit une rotation totale φ .

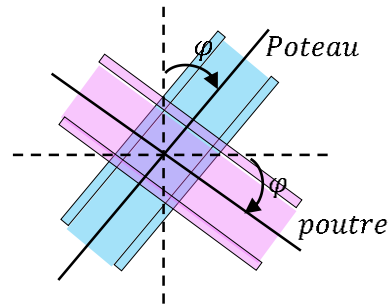


Figure. (I.7). Assemblage parfaitement rigide (Tati.A 1990)

c. Assemblage semi-rigides :

Les assemblages, qui ne satisfont pas aux critères des assemblages rigides et des assemblages articulés, sont considérés comme des assemblages semi-rigides. Leur utilisation doit être justifiée par des équations analytiques et empiriques vérifiées et validées vis-à-vis aux tests expérimentaux.

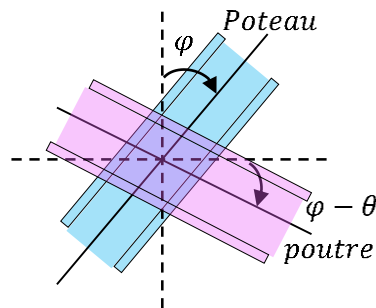


Figure. (I.8). Assemblage semi-rigide (Tati.A 1990).

I.3.5. Flexibilité d'assemblage :

On considère une poutre de longueur L , assemblée à un poteau par l'intermédiaire d'un assemblage. Si on applique une force P à l'extrémité libre de la poutre figure (I.9), on aura un moment M au niveau de l'assemblage tel que $M = P.L$ et ainsi une rotation totale de l'assemblage égale φ et une rotation propre du joint égale à θ se produisent. (Tati.A 1990)

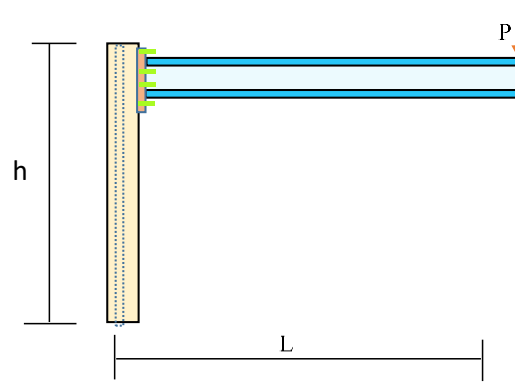


Figure. (I.9). Connexion flexible poteau-poutre.

En variant P de 0 jusqu'à la charge plastique, On peut tracer la courbe suivante :

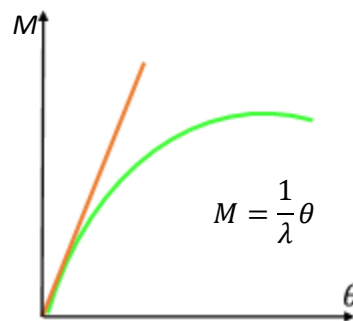


Figure. (I.10). Courbe moment-rotation propre du joint

On définit λ comme étant la pente de la courbe $\theta = M \cdot \lambda$ à son origine.

avec :

λ : flexibilité du joint.

θ : La rotation propre de l'assemblage.

φ : l'angle de rotation totale.

On peut écrire :

$$\varphi - \theta = \frac{Mh}{EI} \quad (\text{I.1})$$

$$\varphi - M\lambda = \frac{Mh}{EI} \quad (\text{I.2})$$

$$\varphi = M \left(\lambda + \frac{h}{EI} \right) = M \left(\frac{\lambda EI + h}{EI} \right) \quad (\text{I.3})$$

$$\text{d'où : } M = \frac{EI}{\lambda EI + h} \varphi \quad (\text{I.4})$$

La rigidité de l'assemblage semi-rigide est donc obtenue par la valeur :

$$R_{\text{imparfait}} = \frac{EI}{\lambda EI + h}$$

On remarque que la rigidité a diminué par rapport au cas parfait.

I.3.6. Facteur de fixité γ :

Dans le but de prendre en compte la flexibilité des assemblages dans les calculs, on introduit

un coefficient non dimensionnel appelé facteur de fixité γ dont la valeur varie entre 0 et 1. Les deux valeurs extrêmes correspondant respectivement à une articulation et à un encastrement parfait.

En 1963, Montforton et Wu (1963), ont établi la relation liant le facteur de fixité γ et la flexibilité λ d'un assemblage, soit :

$$\gamma = \frac{L}{L+3EI\lambda} \quad (I.5)$$

On remarque lorsque λ est nulle c'est-à-dire un assemblage parfaitement rigide, le facteur γ est égale à l'unité, alors que pour λ infini (cas d'articulation) γ est nulle. La courbe de la figure (I.11) illustre la variation de γ en fonction de λ

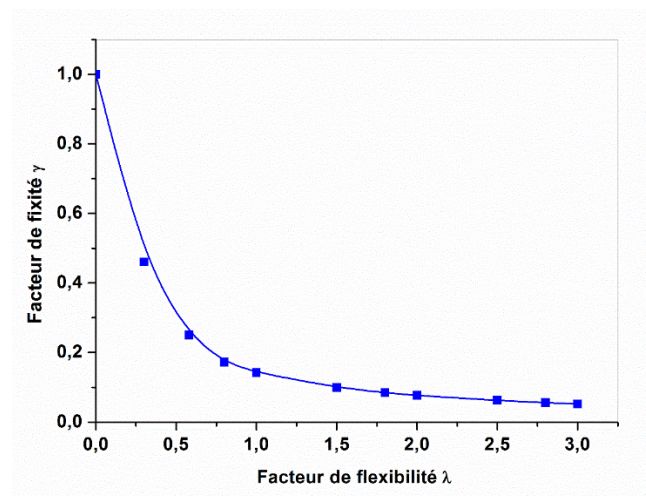


Figure. (I.11). Courbe facteur de fixité γ -flexibilité λ de l'assemblage

➤ **Utilisation du facteur de fixité γ :**

Considérons le portique montré sur la figure (I.12). Il comporte deux poteaux et une traverse. L'assemblage de l'extrémité droite de la traverse est considéré imparfaitement rigide, est modélisé par un ressort flexionnel et par conséquent possède un facteur de fixité compris entre 0 et 1 ($0 < \gamma < 1$)

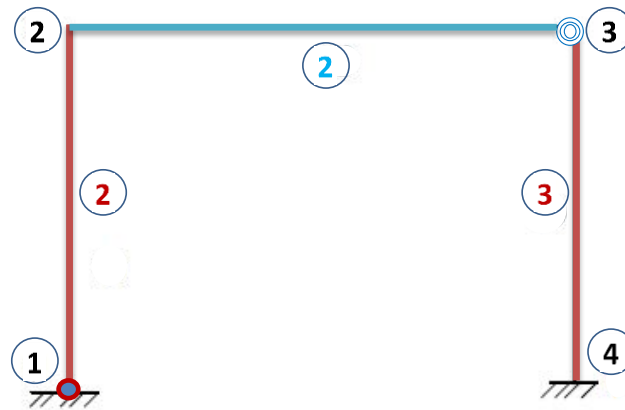


Figure. (I.12). Exemple d'utilisation de facteur de fixité γ

I.4. Le phénomène du flambement :

I.4.1 Description du phénomène :

Un élément élancé, soumis à un effort de compression axial, peut se déformer transversalement de façon importante sous de faibles charges.

L'une des hypothèses fondamentales dans le calcul élastique des poutres et des systèmes de poutres consiste à supposer de petites déformations (petits déplacements et petites déformations). On peut alors appliquer le principe de superposition d'états d'équilibre. En dehors de cette hypothèse, les conditions d'équilibre doivent être écrites par rapport à la configuration déformée de la structure. Les déplacements ne restent plus proportionnels aux forces extérieures et deviennent très grands sous l'effet de ces forces.

Les premières explications de ce phénomène sont mis en évidence par Euler (1744), qui définit une charge limite de compression dont le dépassement causera le flambage dite charge critique d'Euler F_{cr} . Si une tige mince rectiligne est soumise à une force verticale de compression F inférieure à la force critique F_{cr} , une seule position d'équilibre stable existe : celle où la tige reste rectiligne. Lorsque F est supérieure à la force critique F_{cr} , deux positions d'équilibre existent : l'une où la tige est fléchie et l'autre où la tige reste rectiligne mais est alors instable.

La théorie d'Euler, relative à la base à des poutres de forme élancée est restée longtemps sans application pratique. Les principaux matériaux de construction à l'époque étaient la pierre qui est utilisées dans des constructions où les phénomènes d'instabilité ne se posaient pas. La question du flambement s'est imposée avec le début de la construction des ponts en acier où des pièces minces prenaient une importance pratique. L'emploi de l'acier et des alliages à haute résistance pour toutes les constructions modernes et, en particulier pour les ponts, les navires et les avions, a fait de l'instabilité élastique un problème d'une importance considérable. L'expérience a prouvé

que des constructions de ce type peuvent dans certains cas, subir des dommages allant jusqu'à la rupture provoquée par l'instabilité élastique de pièces trop élancées ou de volumes dont les parois sont très minces.

La détermination de la force critique de flambement est d'un intérêt pratique dans le domaine de génie civil, notamment en considérant tous les éléments et paramètres déterminants tel que le type et la nature de la jonction, la position de l'élément dans l'étage, les caractéristiques géométriques et la nature et le mode de chargement en situation statique ou dynamique. L'intervention de la température peut rendre le phénomène du fluage plus crucial et plus complexe en amplifiant sa vulnérabilité dans les éléments structuraux susceptible à ce phénomène.

I.4.2. Mise en évidence du flambement :

Considérons une pièce élancée, de ligne moyenne rectiligne, de section droite constante, articulée à ces deux extrémités, et sollicitée en compression centrée.

Deux configurations peuvent être observées :

- Pour un effort F inférieur à une limite F_{cr} , le poteau reste rectiligne et se raccourcit seulement c'est le phénomène de bifurcation.
- Lorsque F atteint F_{cr} , la pièce fléchit brusquement et la rupture parviendra très rapidement. La flexion se produit suivant le moment quadratique le plus faible de la section de la pièce. Sur la figure (I.13) par exemple, la flexion se produit dans le plan (A, X, Y) , perpendiculaire à (G, Z) (rotation du poteau autour de l'axe Z).

Le phénomène du flambage est affecté par :

- La résistance du matériau : plus le matériau est résistant, plus la valeur de charge de flambement sera élevée.
- L'inertie et le rayon de giration de la barre : plus l'inertie est élevée, plus la résistance de flambement est élevée.
- La longueur de flambage : plus la longueur de flambage est grande, plus la résistance de flambement sera faible.

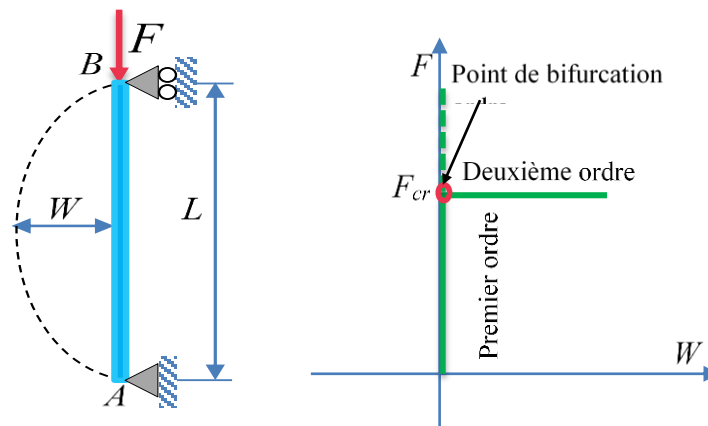


Figure. (I.13). Poteau droit bi articulé en compression.

➤ Les conditions d'appuis :

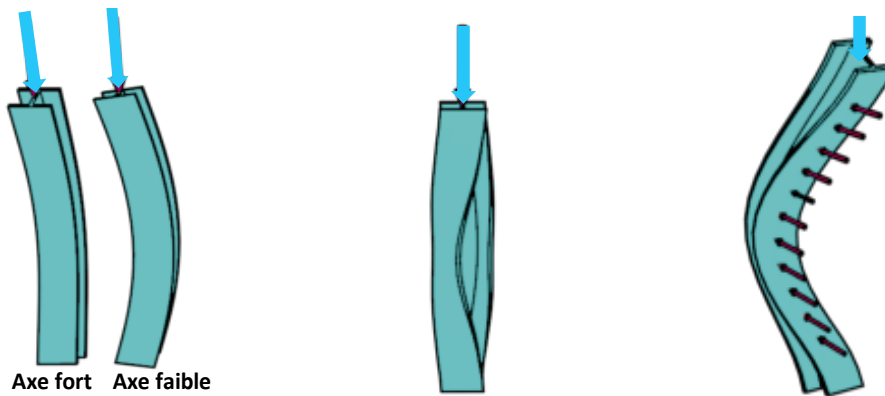
- Appui simple : Ce type de liaison est par exemple mis en œuvre à un joint de dilatation. La poutre prend appui sur le poteau, mais elle conserve un mouvement libre horizontal.
- Appui articulé : La liaison d'une poutre à un poteau est considérée comme articulée quand la flexibilité de la liaison autorise de faibles rotations.
- Appui encastrement : Dans le cas de continuité de poutres ou de poteaux, la liaison est complètement rigide. L'encastrement poteau-poutre peut se faire par soudure directe.

I.5. Forme et importance des phénomènes de flambement :

Le flambement affecte tous les éléments structuraux comprimés : colonnes des bâtiments, piles des ponts, barres des treillis, étais des fouilles, pylônes, tours, etc....

Il existe différents modes de flambage. Pour un élément de structure, il est souvent nécessaire d'en vérifier plusieurs et de s'assurer que les charges sont éloignées des charges critiques associées à chaque mode de flambement. Les modes typiques sont :

- flambage en flexion : Mode de flambement dans lequel un élément comprimé est fléchi latéralement sans tourner ni changer sa section transversale Figure (I.14.a).
- Flambage torsionnel : Mode de flambement dans lequel un élément de compression tourne autour de son centre de coupe Figure (I.14.b).
- Flambage flexo-torsionnel : Mode de flambement dans lequel un élément comprimé est simultanément fléchi et tourné sans modification de sa section transversale Figure (I.14.c).
- Flambage latéro-torsionnel : Mode de flambement d'un élément de flexion impliquant une déflexion normale au plan de flexion et tournant simultanément autour du centre de coupe



(a) Flambage par compression (b) Flambage torsionnel (c) Flambage flexo-torsionnel

Figure. (I.14). Les modes de flambement

I.6. Conclusion

Sur la lumière de la recherche bibliographique effectuée, l'investigation du comportement des éléments structuraux aux phénomènes d'instabilité en considérant l'influence de la nature de la connexion par les voies expérimentale, analytique et numérique présente un challenge pour le chercheur dans la mécanique de la structure qu'il faut entreprendre. L'étude d'une manière implicite du comportement au flambement des colonnes en acier avec des assemblages imparfaitement rigides dans des structures contreventées en tenant compte de l'influence du reste de la structure sur les extrémités de la colonne étudiée reste un point flottant. C'est dans ce contexte que cette recherche est développée. L'étendue de ces développements dans le cas de l'incendie présente un deuxième volet pour mettre cette problématique plus détaillée et qui englobe les deux situations durable et accidentelle.

CHAPPITRE II

ETUDE THEORIQUE DU FLAMBEMENT DES BARRES

II.1. Introduction :

La première contribution importante à la théorie de flambement des poteaux a été présentée par Euler en 1744. Cette approche classique reste valable pour les poteaux élancés possédants une variété de mode de fixation aux extrémités.

Dans ce chapitre nous allons présenter quelques études concernant le calcul de la charge critique de stabilité pour différents cas de fixations, en utilisant l'une ou l'autre des méthodes suivantes :

- Résolution directe des équations différentielles de l'équilibre qui donnent les valeurs exactes de la charge critique.
- L'utilisation des méthodes énergétiques dont la résolution par les méthodes numériques conduit à l'analyse des différents phénomènes physiques complexes tels que le flambage.

II.2. Etat d'équilibre des barres :

Une barre est simplement soumise à une compression axiale reste rectiligne si la force P reste inférieure à la valeur critique figure (II.1). Cette forme rectiligne de l'équilibre est élastique et stable. En augmentant graduellement P , on arrive à un état où la forme rectiligne et l'équilibre devient instable. La charge critique (ou charge d'Euler) est alors définie comme étant la charge axiale suffisante pour que la barre conserve une forme légèrement fléchie. Cette charge peut être calculée au moyen de l'équation différentielle de la ligne élastique et en supposant que la poutre est légèrement courbée.

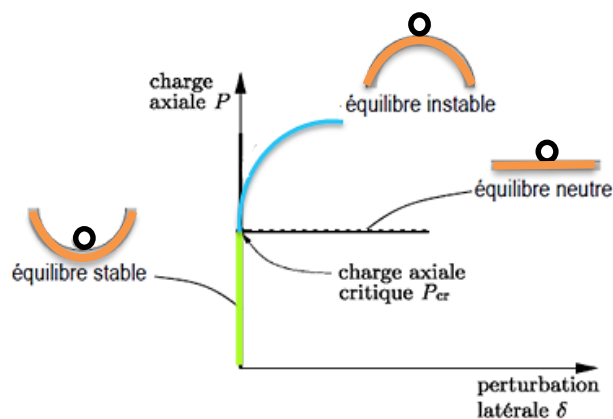


Figure. (II.1). Etats d'équilibre.

D'une manière générale, on peut définir la stabilité comme la capacité d'un système physique à revenir à l'équilibre lorsqu'il est perturbé légèrement. Pour un système mécanique, on peut adopter la définition donnée par Dirichlet : l'équilibre d'un système mécanique est stable si, lorsque l'on déplace les points du système de leur position d'équilibre d'une quantité

infinitésimale et en leur donnant à chacun d'eux une faible vitesse initiale, les déplacements des différents points du système restent, pendant le déplacement, contenus dans des limites imposées faibles.

Si on considère un système élastique conservatif, initialement en état d'équilibre sous l'action d'un ensemble de forces, le système s'écartera de cet état d'équilibre seulement s'il subit une force perturbatrice temporaire. Si l'énergie fournie au système par cette force est Π , on a alors :

$$\Pi_{tot} = W_c + U_p = \text{constant}$$

C'est le principe de conservation de l'énergie.

Dans cette relation, W_c représente l'énergie cinétique du système et U_p l'énergie potentielle. Une faible augmentation de W_c s'accompagne d'une diminution faible identique de U et vice versa.

Pour des corps rigides, la stabilité peut être illustrée par l'exemple bien connu de la bille sur un support courbe. Si la bille repose sur une surface concave, l'équilibre est stable ; si l'on donne à la bille une vitesse initiale faible, elle commencera à osciller, mais restera à proximité de son état d'équilibre. D'un autre côté, si le système n'est pas dans une configuration de U minimum (énergie potentielle), alors le fait de lui donner une impulsion va conduire très rapidement à de grands déplacements et vitesses et on dit que le système est instable. C'est le cas lorsque la bille repose au sommet d'une surface convexe. Si la bille repose sur un plan horizontal, l'équilibre est dit neutre.

II.3. Méthodes directes :

Les poutres ont souvent des sections constantes et se déforment dans leurs plans moyens. Les conditions aux limites sont assurées par des blocs de liaison démontable qui permettent d'avoir les configurations suivantes :

II.3.1. Cas d'une barre dont les deux extrémités sont articulées :

Pour étudier le flambement et déterminer la Force critique, faisons appel à l'équation différentielle approchée de la ligne élastique de la poutre.

$$EI_{min} \frac{d^2y}{dx^2} = M(x) \tag{II.1}$$

Le moment fléchissant par rapport au centre de gravité de la section à l'état fléchi

$$M(x) = Fy \tag{II.2}$$

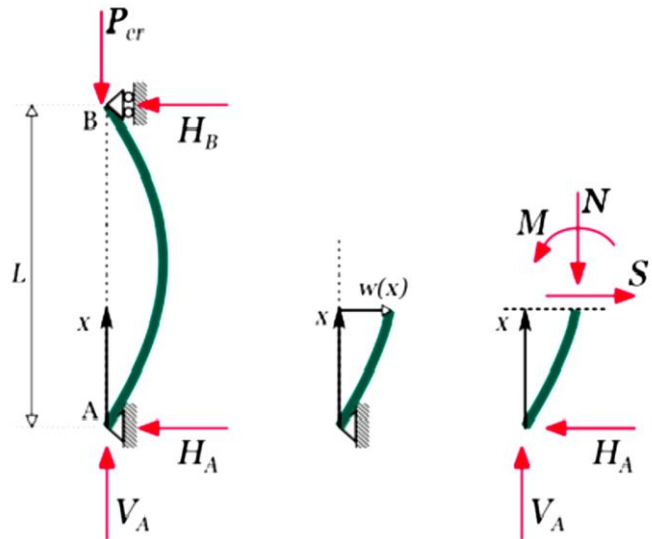


Figure. (II.2). Poteau droit bi-articulé en compression

On remplace $M(x)$ dans l'équation (II.2) on obtient :

$$EI_{min} \frac{d^2y}{dx^2} = -Fy(x) \quad (\text{II.3})$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{F}{EI_{min}} y(x) = 0 \quad (\text{II.4})$$

Une équation différentielle du second ordre à coefficients constants, sans second membre, pour laquelle on pose $k^2 = F/EI_{min}$, on a alors :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + k^2 y(x) = 0 \quad (\text{II.5})$$

Solution générale de cette équation est de la forme :

$$y(x) = A \cos kx + B \sin kx \quad (\text{II.6})$$

Où A et B sont les constantes d'intégration qui se déterminent à partir des conditions aux limites.

➤ Pour $x = 0, y(0) = 0$

En reprenant la condition en $x = 0$ et en la reportant dans l'équation (II.6) on peut alors écrire :

$$0 = A \times 1 + B \times 0, \quad A = 0$$

➤ Pour $x = l, y(l) = 0$

En reprenant la condition en $x = l$ et en la reportant dans l'équation (II.6) on peut écrire :

$$0 = 0x \cos kl + B \sin kl \Rightarrow B \sin kl = 0 \quad (\text{II.7})$$

L'équation (II.7) admet une première solution $B = 0$ mais celle-ci est sans intérêt pour notre problème car pour toute valeur de F la flèche $y(x) = 0 \times \cos kx + 0 \times \sin kx = 0$ ce qui signifie que la barre est toujours rectiligne et donc ne flambe pas.

La deuxième solution est $\sin kL = 0$ soit $kL = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi$, $k = n\pi/L$ ce qui donne comme solution de l'équation (II.7) :

$$y(x) = B \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (\text{II.8})$$

Cette équation montre qu'on ne peut pas connaître quantitativement la valeur de la flèche car la constante B reste indéterminée, il y a une infinité de positions d'équilibre.

On en tire $k^2 = \frac{F}{EI_{\min}}$ et $k = \frac{n\pi}{L}$ on peut donc écrire :

$$\frac{n^2\pi^2}{L^2} = \frac{F}{EI_{\min}}$$

La charge critique prend donc les valeurs particulières ci-dessous

$$F_{cr} = \frac{n^2\pi^2 EI_{\min}}{L^2} \quad (\text{II.9})$$

On remarque que pour $n = 1$ la déformée est une arche de sinus, pour $n = 2$ une double arche et ainsi de suite figure (II.3) :

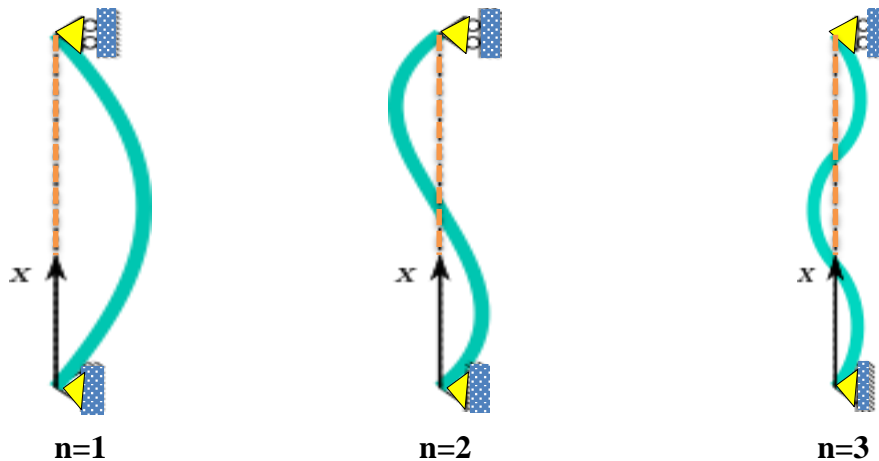


Figure. (II.3). Les modes propres.

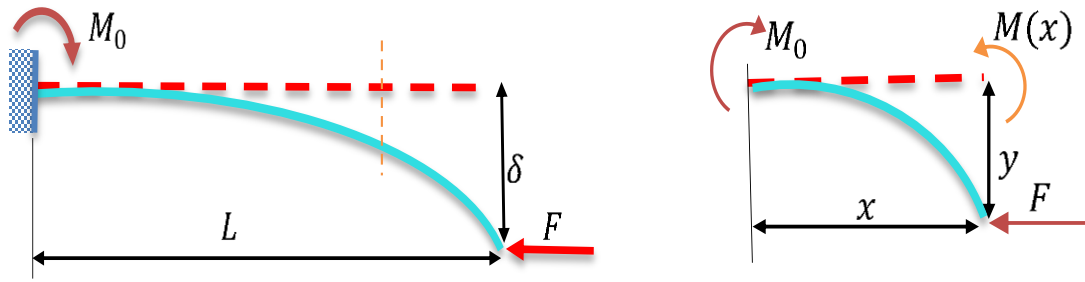
Pour $n = 2$ et les valeurs supérieures, l'équilibre est instable (purement théorique) on ne retiendra donc que la valeur $n = 1$. Dans ce cas la barre AB est bien flambée.

Où n est un nombre de demi-onde.

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{L^2} \quad (\text{II.10})$$

C'est ce qu'on appelle la formule d'Euler.

II.3.2. Cas d'une barre dont une extrémité est libre et l'autre encastrée :



(a) Barre en console flambée

(b) Méthode des sections

Figure. (II.4). Barre encastrée – libre

Le moment fléchissant est :

$$\begin{aligned}
 M(x) &= Fy + M_0 \\
 M_0 &= -F\delta \\
 M(x) &= Fy - F\delta = F(y - \delta)
 \end{aligned}
 \tag{II.11}$$

L'équation de la déformée permet d'écrire : $EI \frac{d^2y}{dx^2} = -M(x)$

On remplace $M(x)$ dans l'équation (II.11) on obtient :

$$\begin{aligned}
 EI \frac{d^2y}{dx^2} &= -Fy + F\delta \\
 \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{F}{EI}y &= \frac{F}{EI}\delta
 \end{aligned}
 \tag{II.12}$$

En introduisant la notation $k^2 = F/EI_{min}$ on obtient :

L'équation différentielle de la déformée est :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + k^2y = k^2\delta
 \tag{II.13}$$

La solution générale de cette équation est :

$$y(x) = A \cos kx + B \sin kx + \delta
 \tag{II.14}$$

Les conditions aux extrémités de la barre sont :

- $X = 0 \Rightarrow y(X) = 0$

$$0 = A \times 1 + B \times 0 + \delta \Rightarrow A = -\delta$$

$$\frac{dy}{dx} = -Ak \sin kx + Bk \cos kx$$

$$x = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$$

$$0 = -Ak \times 0 + Bk \times 1 \Rightarrow B = 0$$

Alors l'équation (II.14) s'écrit :

$$y(x) = \delta(1 - \cos kx) \tag{II.15}$$

- $x = L \Rightarrow y(x) = \delta$

$$\delta = \delta(1 - \cos kL) \Rightarrow \cos kL = 0$$

Pour trouver la charge critique dans ce cas on a :

$$\cos kL = 0 \Rightarrow kL = (2n - 1) \frac{\pi}{2} \tag{II.16}$$

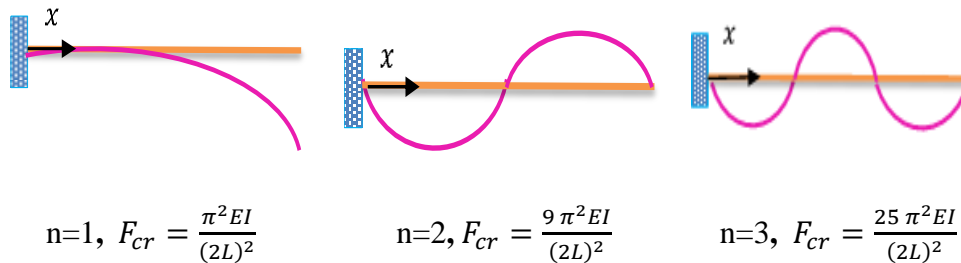
La plus petite valeur de kl qui satisfait l'équation (II.16) correspond à $n = 1$. Dans ce cas

$$k^2 = \frac{F_{cr}}{EI} = \frac{\pi^2}{4L^2}$$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(2L)^2} \tag{II.17}$$

d'où $L_f = 2L$

En faisant successivement $n = 1, 2, 3, \dots$, dans l'équation (II.16), on obtient pour les valeurs correspondantes de la force de compression.



II.3.3. Cas d'une barre avec les deux extrémités encastées :

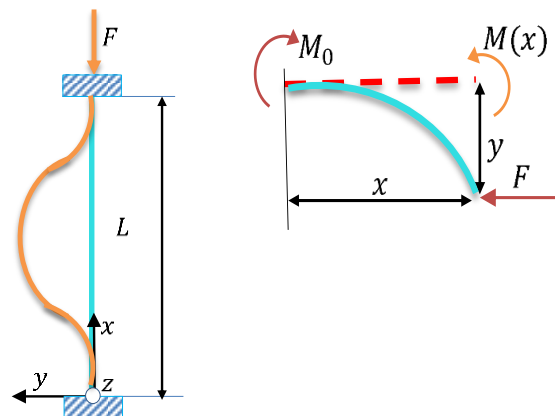


Figure. (II.5). Flambement d'une barre bi-encastée

$$M(x) = Fy + M_0$$

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -M(x) \quad (\text{II.18})$$

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -Fy - M_0$$

$$E \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{F}{EI}y = -\frac{M_0}{EI} \quad (\text{II.19})$$

En posant $k^2 = \frac{F}{EI}$ donc l'équation différentielle de la déformée est :

$$E \frac{d^2y}{dx^2} + k^2 y = \frac{-M_0}{EI} \quad (\text{II.20})$$

La solution générale de cette équation est :

$$y(x) = A \cos kx + B \sin kx - \frac{M_0}{F} \quad (\text{II.21})$$

A et B sont les constantes d'intégration qui se déterminent à partir des conditions aux limites.

Les conditions aux limites sont :

- $x = 0 \Rightarrow y(x) = 0$

$$0 = A \times 1 + B \times 0 - \frac{M_0}{F} \Rightarrow A = \frac{M_0}{F}$$

- $x = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$

$$\frac{dy}{dx} = -Ak \sin kx + Bk \cos kx$$

$$0 = -Ak \times 0 + Bk \times 1 \Rightarrow B = 0$$

Alors l'équation (II.21) s'écrit :

$$y(x) = \frac{M_0}{F} \cos kx - \frac{M_0}{F}$$

- $X = L \Rightarrow y(X) = 0$

$$\frac{M_0}{F} (\cos kL - 1) = 0$$

Pour trouver la charge critique dans ce cas il faut :

$$\cos kL - 1 = 0 \Rightarrow kL = 2n\pi \Rightarrow k = \frac{2n\pi}{L}$$

$$k^2 = \frac{F}{EI} = \frac{4n^2\pi^2}{L^2}$$

$$F_{cr} = \frac{4(n\pi)^2 EI_{\min}}{L^2} \quad (\text{II.22})$$

La charge critique la plus faible correspond à $n = 1$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{(0.5L)^2}$$

$$\text{d'où } L_f = 0.5L$$

II.3.4. Cas d'une barre avec une extrémité articulée et l'autre encastrée :

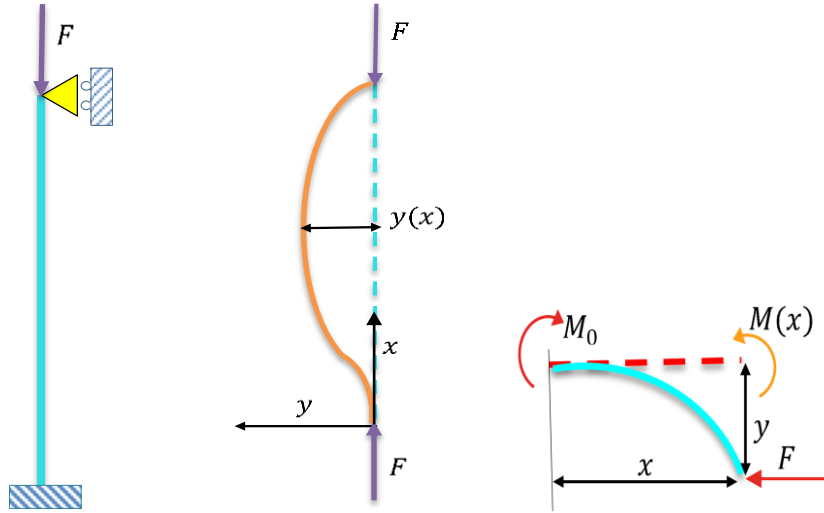


Figure. (II.6). Barre encastrée-articulée.

Le moment est :

$$M(x) = Fy - Hx + M_0$$

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -M(x)$$

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -Fy + Hx - M_0 \quad (\text{II.23})$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{F}{EI}y = -\frac{M_0 + Hx}{EI}$$

On posant $k^2 = \frac{F}{EI}$ donc l'équation différentielle de la déformée est :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + k^2y = \frac{Hx - M_0}{EI} \quad (\text{II.24})$$

La solution générale de cette équation est :

$$y(x) = A \cos kx + B \sin kx + \frac{Hx - M_0}{F} \quad (\text{II.25})$$

Les conditions aux extrémités de la barre sont :

- $x = 0 \Rightarrow y(x) = 0$

$$0 = A \times 1 + B \times 0 - \frac{M_0 + H \cdot 0}{F} \Rightarrow A = \frac{M_0}{F}$$

$$\frac{dy}{dx} = -Ak \sin kx + Bk \cos kx + \frac{H}{F}$$

- $x = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$

$$0 = -Ak \times 0 + Bk \times 1 + \frac{H}{F} \Rightarrow B = \frac{-H}{kF}$$

Alors l'équation (II.23) s'écrit :

$$y(x) = \frac{M_0}{F} \cos kx - \frac{H}{kF} \sin kx + \frac{Hx - M_0}{F} \quad (\text{II.26})$$

- $x = L \Rightarrow y(x) = 0$

$$0 = \frac{M_0}{F} \cos kL - \frac{H}{kF} \sin kL + \frac{HL - M_0}{F}$$

$$\text{tel que } H = \frac{M_0}{L} \text{ et } kL = u$$

$$\frac{M_0}{F} \left(\cos u - \frac{1}{u} \sin u \right) = 0$$

Pour trouver la charge critique dans ce cas on a :

$$\cos u - \frac{1}{u} \sin u = 0$$

$$\Rightarrow \text{tgu} = u \Rightarrow u = 4.493 \Rightarrow kL = 4.493 \Rightarrow k = \frac{4.493}{L}$$

$$k^2 = \frac{F}{EI} \Rightarrow F_{cr} = k^2 EI = \frac{(4.4934)^2 EI}{L^2} = \frac{2.045\pi^2 EI}{L^2}$$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(0.699L)^2} \quad (\text{II.27})$$

$$\text{où } L_f = 0.699L$$

En générale la charge critique d'Euler peut s'écrire :

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{(KL)^2} \quad (\text{II.28})$$

Où K est le coefficient de réduction de la longueur de la barre, qui dépend du mode de fixation des extrémités,

$L_f = KL$, c'est la longueur de flambement, donnée par la longueur effective multipliée par le coefficient (K).

Les valeurs de la longueur effective (l) d'une barre isolée, selon les modes de fixation.

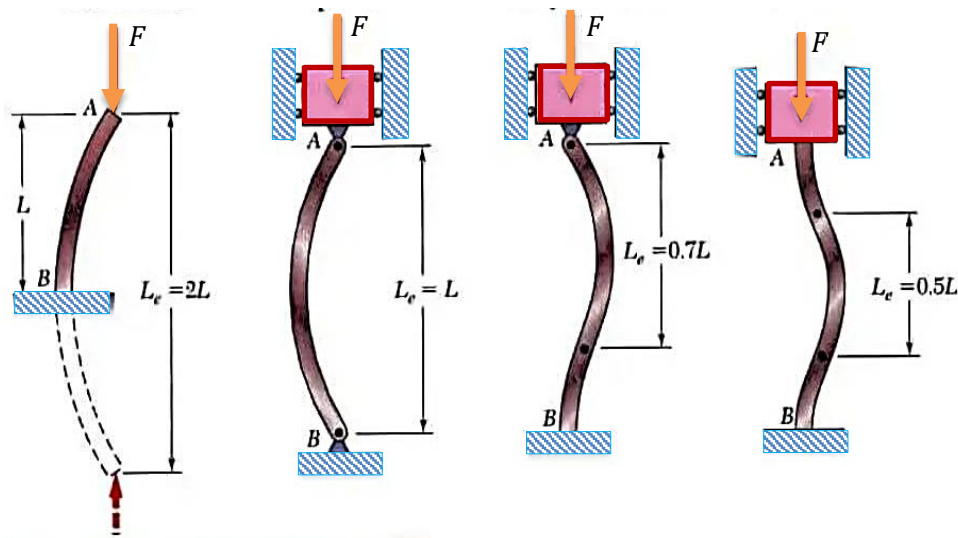


Figure. (II.7). Longueurs de flambement

II.4. Méthode énergétique :

Considérant une barre verticale OA, absolument rigide, est articulée à la base et supportée par un ressort AB à sa partie supérieure ; elle est, de plus, soumise à l'action d'une charge F dirigée suivant son axe.

Si cette charge n'atteint que des valeurs faibles, la position verticale de la barre est stable, et si une force perturbatrice produit un certain déplacement latéral en A, la barre revient à sa position d'équilibre sous l'action du ressort AB. La valeur critique de la charge F peut être calculée en considérant l'énergie du système. Supposons un petit déplacement latéral en A, tel que la barre s'incline, par rapport à la verticale

Si cette charge n'atteint que des valeurs, d'un petit angle φ (figure.II.8.a).

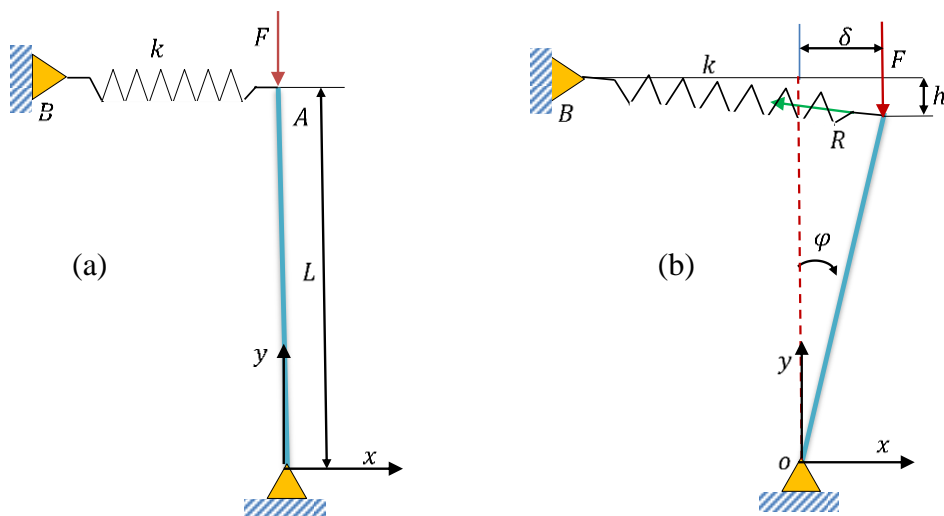


Figure. (II.8). Barre rigide articulée en O, maintenue par un ressort de raideur k en A

En raison du déplacement la charge F est diminuée de :

$$l(1 - \cos \varphi) \approx \frac{l\varphi^2}{2}$$

En même temps, le ressort AB s'allonge de la quantité $\delta = l\varphi$. La diminution de l'énergie potentielle de la charge F est :

$$\frac{Fl\varphi^2}{2}$$

L'accroissement d'énergie du ressort, si l'on désigne par k la constante élastique du ressort, est :

$$\frac{k(l\varphi)^2}{2}$$

Si $\frac{k(l\varphi)^2}{2} > \frac{Fl\varphi^2}{2}$; le système est stable

Si $\frac{k(l\varphi)^2}{2} < \frac{Fl\varphi^2}{2}$; le système est instable

On trouve la valeur critique de la charge F d'après la condition :

$$\frac{k(l\varphi)^2}{2} = \frac{Fl\varphi^2}{2}$$

D'où

$$F_{cr} = kl$$

On peut obtenir le même résultat en considérant l'équilibre des forces agissant sur la barre. Si, sous l'effet d'une perturbation quelconque, la barre prend une position légèrement inclinée figure (II.8.b), il y aura deux forces agissant sur le sommet A de cette barre à savoir la force verticale F et la force horizontale $R = k\varphi l$ du ressort. Si le moment de la force exercée par le ressort par rapport à O est supérieur à celui de la force F, c'est-à-dire, si

$$k\varphi l^2 > F\varphi l$$

Nous avons évidemment affaire à un équilibre stable et le ressort ramènera la barre à sa position initiale. Inversement si

$$k\varphi l^2 < F\varphi l$$

La position verticale est instable et le système s'effondrera. La valeur critique de la charge F est tirée de l'équation suivante :

$$k\varphi l^2 = F\varphi l$$

Soit

$$F_{cr} = kl$$

Nous pouvons donc obtenir la valeur critique par deux méthodes, l'une faisant appel à l'énergie et l'autre à la statique.

Lorsque nous utilisons la première méthode, nous commençons par donner une légère déformation latérale au système, ce qui signifie un accroissement ΔU de son énergie de déformation. En même temps, la charge F , se déplaçant d'une petite distance, effectuera un travail ΔW . La forme rectiligne de la barre comprimée sera stable

si :

$$\Delta U > \Delta W$$

et sera instable si :

$$\Delta U < \Delta W$$

La valeur critique de la charge est déterminée par l'équation :

$$\Delta U = \Delta W \tag{II.29}$$

Ces deux méthodes qui permettent de résoudre des problèmes de stabilité peuvent s'appliquer au cas du flambement de barres élastiques. Dans les premiers paragraphes de ce chapitre, la charge critique a été calculé à partir des équations différentielles exprimant les conditions d'équilibre de la barre.

Nous allons maintenant appliquer la méthode de l'énergie dans ces cas et utiliser l'équation (II.29). Le facteur ΔU de cette équation représente l'énergie de flexion qui s'ajoute à l'énergie de la barre et ΔT est le travail effectué par la force F de compression.

Comme première application, considérons le cas représenté par la figure (II.3). La courbe élastique de la barre qui présente un léger flambement est donné par l'équation (II.17) :

$$y(x) = \delta \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2l} \right) \tag{II.30}$$

Le moment de flexion pour une section transversale est :

$$M(x) = F(y - \delta) = -F\delta \cos \frac{\pi x}{2l} \tag{II.31}$$

Et l'énergie correspondante est :

$$\Delta U = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EI} \tag{II.32}$$

$$\int_0^l M^2 dx = F^2 \delta^2 \int_0^l \cos^2 \frac{\pi x}{2l} dx = F^2 \delta^2 \frac{l}{2} \tag{II.33}$$

$$\Delta U = \frac{F^2 \delta^2 l}{4EI} \quad (\text{II.34})$$

Le travail correspondant produit par F est $\Delta W = \lambda F$

Le mouvement vertical de la charge F pendant le flambement est égal à :

$$\lambda = \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx \quad (\text{II.35})$$

Le travail devient :

$$\Delta W = \frac{F}{2} \int_0^l \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx$$

$$\Delta W = \frac{F \delta^2 \pi^2}{16l} \quad (\text{II.36})$$

À état critique de l'équilibre on aura : $\Delta U = \Delta W$

$$\frac{F^2 \delta^2 l}{4EI} = \frac{F \delta^2 \pi^2}{16l} \quad (\text{II.37})$$

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4l^2} = \frac{\pi^2 EI}{(2l)^2} \quad (\text{II.38})$$

On trouve pour la charge critique la même valeur que celle donnée par l'équation (II.27). La valeur que l'on trouve ici est la valeur exacte de la charge critique puisqu'on a employé l'expression exacte de la courbe élastique obtenue par l'intégration de l'équation différentielle.

De la même façon, la ligne élastique pour le cas fondamental de la figure (I.6) est :

$$y(x) = B \sin \frac{\pi x}{l} \quad (\text{II.39})$$

Le moment de flexion est :

$$M(x) = Fy = FB \sin \frac{\pi x}{l} \quad (\text{II.40})$$

D'où

$$\Delta U = \int_0^l \frac{M^2}{2EI} dx \quad (\text{II.41})$$

$$\int_0^l M^2 dx = F^2 B^2 \int_0^l \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx \quad (\text{II.42})$$

$$\Delta U = \frac{F^2 B^2 l}{4EI} \quad (\text{II.43})$$

Le travail devient :

$$\Delta W = F\lambda = \frac{F\pi^2 B^2}{4l} \quad (\text{II.44})$$

L'égalisation de ΔU et ΔT donne :

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (\text{II.45})$$

C'est la charge critique d'Euler pour une colonne articulée aux extrémités. Le développement effectué montre que la méthode de l'énergie donne la valeur exacte de la charge critique, connaissant la forme réelle de la courbe de flexion. Cette forme cependant n'est pas connue dans de nombreux cas. Cette méthode peut être utilisée pour trouver une valeur approchée de cette valeur critique de la charge.

Dans ce chapitre les différentes formulations de la théorie du flambage sont exposées en considérant les différentes liaisons mécaniques, les équations représentatives de la courbe de flambement sont résolues et la longueur de flambement est calculée. Ces équations seront ensuite utilisées dans les formulations à développer par la suite.

CHAPITRE III

DERIVATION DES EQUATIONS DE FLAMBEMENT

III.1. Introduction :

En général les poteaux forment la partie essentielle de la structure auto-stable d'un bâtiment, leur défaillance en résistance ou en instabilité conduit directement au déséquilibre et à la ruine de la structure. Le flambage est le phénomène le plus prépondérant au quel un poteau est soumis ; une formulation plus réaliste de ce phénomène s'impose et nécessaire qui prendra en compte tous les paramètres influant les mécanismes de rupture d'un poteau au sein de la structure ou isolé. Le mode d'assemblage du poteau est lié aux éléments de la structure aux quels le poteau est connecté. Une formulation plus exacte du comportement du poteau isolé au phénomène de flambage doit impérativement prendre l'effet du reste de la structure par son degré de fixation. En général la méthode dite d'isolation, ne considère que les barres concourant ce nœud. Dans ce travail il ne sera pas tenu des éléments jumelés aux extrémités du poteau mais l'effet de tous les éléments de la structure sera pris dans la dérivation des équations représentatives du flambement, l'effet de flexibilité et la perte de rigidité du joint sera aussi introduite dans ces équations.

III.2. Modélisation de l'élément isolé :

Considérant le poteau isolé AB de la structure représentée dans la figure (II.1.a), l'effet de la rigidité du reste de la structure sur les extrémités de ce poteau, peut être remplacé par des ressorts spiraux de rigidité flexionnelle C_A et C_B (raideur) qui sont obtenus en appliquant des moments unités sur ces extrémités, bien que l'effet élastique des éléments reliés aux extrémités de ce poteau AB « assemblage » est représenté par deux autres ressorts ayant des coefficients de flexibilité λ_A et λ_B

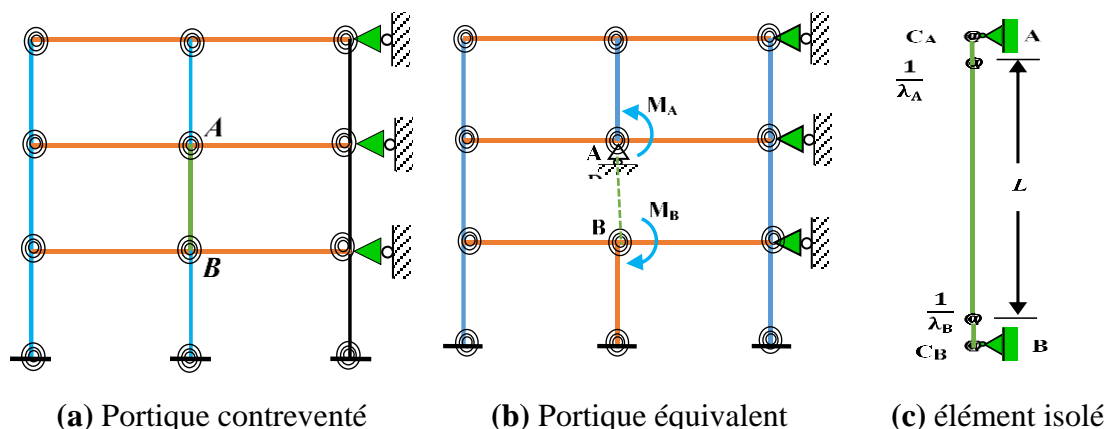


Figure. (III.1). Principe de l'isolation de la colonne

III.3. Dérivation des équations :

III.3.1. Théorie des poutres :

III.3.1.1. Cas d'une charge latérale concentrée :

Dans ce premier exemple, on considère une poutre de longueur l reposant sur deux appuis simples Figure (III.2), supportant une seule charge latéral Q située à une distance (c) de l'extrémité droite de la poutre. Les moments de flexion dus à la charge Q agissant seule peuvent être déterminés aisément par la statique. Ce pendant dans ce cas, la force axiale F produit des moments de flexion qui ne peuvent être connus avant que les déplacements ne soient déterminés. La poutre est donc statiquement indéterminée en se basant sur les équations différentielles de la courbure le problème peut être résolu (Timoshenko et Gere 1966).

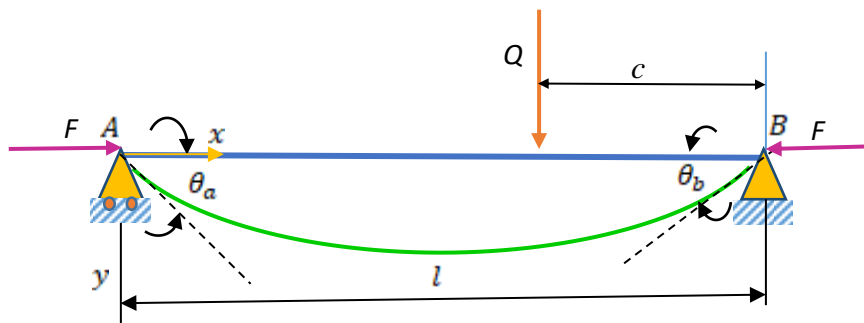


Figure. (III.2). Barre horizontale chargé par une force concentrée

Les moments de flexion à gauche et à droite de la force, pour la poutre de la figure (III.2), sont respectivement :

$$M = \frac{QC}{l}x + Fy \quad (\text{III.1})$$

$$M = \frac{Q(l-C)}{l}(l-x) + Fy \quad (\text{III.2})$$

En utilisant l'équation de la courbure de la ligne moyenne de la poutre, on obtient :

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{QC}{l}x - Fy \quad (\text{III.3})$$

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{Q(l-C)}{l}(l-x) - Fy \quad (\text{III.4})$$

On pose $k^2 = F/EI$

L'équation (III.3) devient :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + k^2y = -\frac{QC}{l}x \quad (\text{III.5})$$

La solution générale de cette équation est :

$$y(x) = A \cos kx + B \sin kx - \frac{QC}{Fl}x \quad (\text{III.6})$$

De même, la solution générale de l'équation (III.4) est :

$$y(x) = C \cos kx + D \sin kx - \frac{Q(l-C)}{Fl}(l-x) \quad (\text{III.7})$$

Les constantes d'intégration A , B , C et D sont déterminées par les conditions aux limites de la poutre.

Puisque les déplacements aux extrémités de la barre sont nuls, nous avons

$$A = 0, \quad C = -D \tan kl \quad (\text{III.8})$$

$$y(x) = B \sin kx - \frac{QC}{Fl} x \quad (\text{III.9})$$

$$y(x) = -D \tan kl \cos kx + D \sin kx - \frac{Q(l-C)}{Fl} (l-x) \quad (\text{III.10})$$

$$\dot{y} = Bk \cos kx - \frac{QC}{Fl} \quad (\text{III.11})$$

$$\dot{y} = Dk \tan kl \sin kx + Dk \cos kx + \frac{Q(l-C)}{Fl} \quad (\text{III.12})$$

Au point d'application de la charge Q , la continuité est exprimée par le fait que le déplacement et la tangente sont les mêmes de chaque côté de ce point.

On en déduit :

$$B \sin k(l-C) - \frac{QC}{Fl} (l-C) \quad (\text{III.13})$$

$$= D [\sin k(l-C) - \tan kl \cos k(l-C)] - \frac{QC}{Fl} (l-C)$$

$$Bk \cos k(l-C) - \frac{QC}{Fl} = Dk \left[\cos k(l-C) + \tan kl \sin k(l-C) + \frac{Q(l-C)}{Fl} \right] \quad (\text{III.14})$$

D'où

$$B = \frac{Q \sin kC}{Fk \sin kl} \quad \text{et} \quad D = -\frac{Q \sin k(l-C)}{Fk \tan kl} \quad (\text{III.15})$$

En remplaçant dans les équations (III.6) et (III.7) les constantes par leurs valeurs, on obtient les équations suivantes pour les deux parties de la courbe :

$$y = \frac{Q \sin kC}{Fk \sin kl} \sin kx - \frac{QC}{Fl} x \quad 0 \leq x \leq l-C \quad (\text{III.16})$$

$$y = \frac{Q \sin k(l-C)}{Fk \sin kl} \sin k(l-x) - \frac{Q(l-C)}{Fl} (l-x) \quad l-C \leq x \leq l \quad (\text{III.17})$$

On constate que l'on peut passer de l'équation (III.16) à l'équation (III.17) en changeant c en $l-c$ et $l-x$ en x . En différenciant les équations (III.16) et (III.17), on obtient les équations suivantes qui seront utiles par la suite :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Q \sin kC}{F \sin kl} \cos kx - \frac{QC}{Fl} \quad 0 \leq x \leq l-C \quad (\text{III.18})$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{Q \sin k(l-C)}{F \sin kl} \cos k(l-x) - \frac{Q(l-C)}{Fl} \quad l-C \leq x \leq l \quad (\text{III.19})$$

$$\frac{d^2y}{d^2x} = -\frac{Qk \sin kC}{F \sin kl} \sin kx \quad (\text{III.20})$$

$$\frac{d^2y}{d^2x} = -\frac{Qk \sin k(l-C)}{F \sin kl} \sin k(l-x) \quad (\text{III.21})$$

III.3.1.2. Flexion d'une poutre soumise à un moment:

De la solution obtenue dans le cas d'une force concentrée Q Figure (III.2), il est facile de déduire l'équation de la ligne élastique d'une poutre soumise à un moment à son extrémité. Supposons que la distance c de la Figure (III.2) tende vers zéro et qu'en même temps Q augmente de telle façon que le produit $(Q.c)$ reste fini et égal à M_b . De cette façon, on réalise à la limite de flexion d'une barre sous l'action d'un couple M_b appliqué à l'extrémité B (Figure III.3). La ligne élastique est alors obtenue depuis l'équation (III.8) en remplaçant $\sin kc$ par kc et $Q.c$ par M_b

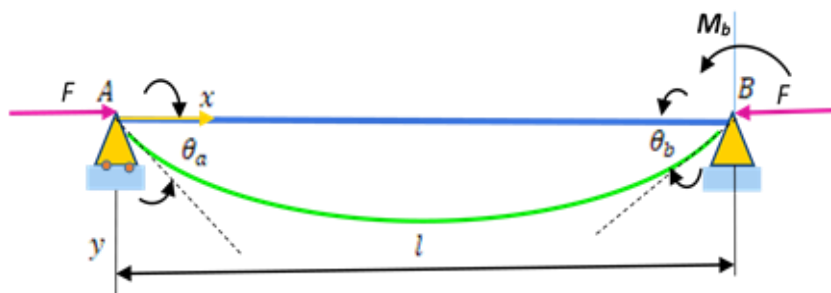


Figure. (III.3). Barre bi-articulée soumise au moment M_b

$$y = \frac{M_b}{F} \left(\frac{\sin kx}{\sin kl} - \frac{x}{l} \right) \quad (\text{III.22})$$

Il nous sera nécessaire ultérieurement de disposer des formules donnant les petits angles de rotation θ_a et θ_b aux extrémités de la barre. Ces angles seront comptés positivement lorsque les extrémités tournent dans le sens des moments de flexion positifs, comme indiqué sur la (Figure.III.3). En dérivant l'équation (III.22), on obtient :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{M_b}{F} \left(\frac{k \cos kx}{\sin kl} - \frac{1}{l} \right) \quad (\text{III.23})$$

En mettant $2u = kl$ on trouve :

$$\theta_a = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = \frac{M_b}{F} \left(\frac{k}{\sin kl} - \frac{1}{l} \right) = \frac{M_b l^3}{6EIu} \left(\frac{1}{\sin 2u} - \frac{1}{2u} \right) \quad (\text{III.24})$$

$$\theta_b = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=l} = -\frac{M_b}{F} \left(\frac{k \cos kl}{\sin kl} - \frac{1}{l} \right) = \frac{M_b l^3}{3EI2u} \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\tan 2u} \right) \quad (\text{III.25})$$

Nous voyons que les facteurs $M_b l / 6EI$ et $M_b l / 3EI$ qui donnent la valeur des angles de rotation quand le couple M_b agit seul, est multiplié par des facteurs trigonométriques représentant

l'influence de la force axiale F sur la rotation des extrémités considérées. Il est facile de montrer que ces facteurs tendent vers l'unité quand u tend vers $\pi/2$. Nous introduisons maintenant les fonctions suivantes pour simplifier les notations :

$$\varphi(u) = \frac{3}{u} \left(\frac{1}{\sin 2u} - \frac{1}{2u} \right) \quad (\text{III.26})$$

$$\psi(u) = \frac{3}{2u} \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\tan 2u} \right) \quad (\text{III.27})$$

Si les moments M_a et M_b sont appliqués aux extrémités A et B de la barre (Figure III.4)

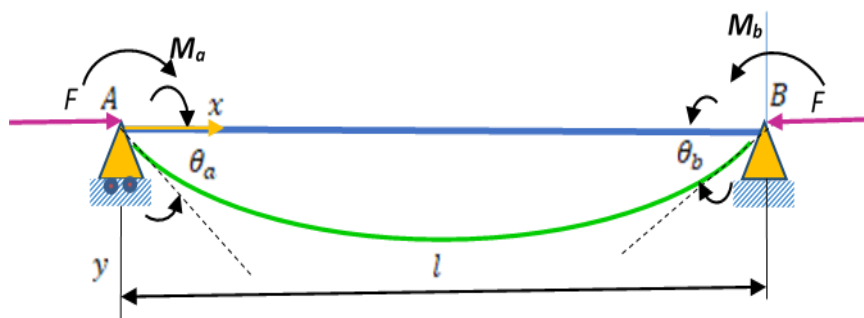


Figure. (III.4). Barre bi-articulée soumise à deux moments

De l'équation (III.22), nous obtenons les déformations produites par le moment M_b . Ensuite, substituant M_a à M_b et $(l-x)$ à x dans la même équation, nous déterminons les déformations produites par le couple M_a . L'addition de ces résultats nous donne la ligne élastique pour le cas de la Figure (III.4) :

$$y = \frac{M_b}{F} \left(\frac{\sin kx}{\sin kl} - \frac{x}{l} \right) + \frac{M_a}{F} \left[\frac{\sin k(l-x)}{\sin kl} - \frac{l-x}{l} \right] \quad (\text{III.28})$$

Les angles θ_a et θ_b donnant la rotation des extrémités de la poutre de la (Figure III.4) sont obtenus à partir des équations (III.18) et (III.19) et en utilisant les fonctions (III.26) et (III.27). Alors, par superposition, nous obtenons :

$$\theta_a = \frac{M_a l}{3EI} \psi(u) + \frac{M_b l}{6EI} \varphi(u) \quad (\text{III.29})$$

$$\theta_b = \frac{M_b l}{3EI} \psi(u) + \frac{M_a l}{6EI} \varphi(u) \quad (\text{III.30})$$

Ces équations seront employées souvent par la suite dans l'étude de différents cas de poutres statiquement indéterminées avec contraintes surabondantes aux extrémités.

III.3.1.3. Cas d'une poutre comprimée dont les extrémités sont encastrées élastiquement :

Considérant un poteau avec des assemblages semi-rigide de la Figure (III.5), les rotations des angles aux extrémités A et B de ce poteau, compte tenu du large déplacement et les propres rotations des assemblages sont donnés par :

$$\theta_A - \alpha_A = \frac{M_A L}{3EI} \psi + \frac{M_B L}{6EI} \varphi \quad (\text{III.31})$$

$$\theta_B - \alpha_B = \frac{M_A L}{6EI} \varphi + \frac{M_B L}{3EI} \psi \quad (\text{III.32})$$

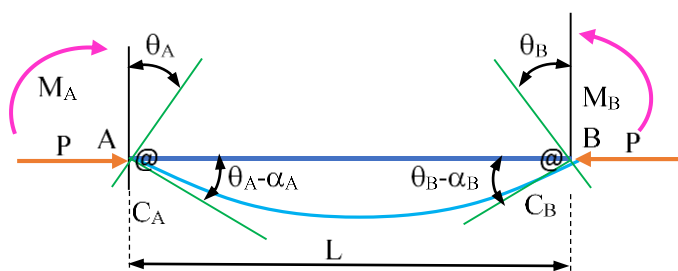


Figure. (III.5). Modélisation d'une barre isolée

Où α_A et α_B sont des rotations appropriées respectivement aux extrémités A et B des assemblages.

E : Le module de Young du poteau,

I : Le moment d'inertie du poteau,

L : Hauteur du poteau,

φ et ψ sont des fonctions de la charge de compression F .

Où :

$$u = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{P}{EI}} \quad (\text{III.33})$$

Les rotations appropriées des assemblages A et B sont liés aux moments des extrémités M_A et M_B par :

$$\alpha_A = \lambda_A M_A \quad (\text{III.34})$$

$$\alpha_B = \lambda_B M_B \quad (\text{III.35})$$

Où λ_A et λ_B sont respectivement les flexibilités adéquates des assemblages A et B.

λ_A et λ_B sont liés à des facteurs de fixité des assemblages A et B (Montforton, Wu 1963):

$$\gamma_A = \frac{L}{L + 3EI \lambda_A} \quad (\text{III.36})$$

$$\gamma_B = \frac{L}{L + 3EI \lambda_B} \quad (\text{III.37})$$

Pour un barre avec des extrémités rigides, les valeurs correspondantes de γ_A et γ_B égalent l'unité parce que les valeurs λ_A et λ_B sont considérées comme nulles.

Pour une barre avec des extrémités purement articulés, les flexibilités des assemblages λ_A et λ_B doivent être infinies et les valeurs correspondantes de γ_A et γ_B sont nuls.

Les valeurs de γ_A et γ_B sont entre zéro et l'unité pour une barre avec des extrémités semi-rigides. La valeur du facteur de fixité est déterminée expérimentalement et dépend du type des assemblages utilisé pour assembler les différentes barres du portique de la structure (Picard and Beaulieu 1985) Les flexibilités supérieure et inférieure des assemblages sont liées à des facteurs de fixité correspondant à :

$$\lambda_A = \frac{L}{3EI} \frac{1 - \gamma_A}{\gamma_A} \quad (\text{III.38})$$

$$\lambda_B = \frac{L}{3EI} \frac{1 - \gamma_B}{\gamma_B} \quad (\text{III.39})$$

Enfin, les équations (III. 31) et (III. 32) peuvent être exprimées en termes de facteurs de fixité des extrémités par :

$$\theta_A = \frac{M_A L}{3EI} \left(\psi + \frac{1 - \gamma_A}{\gamma_A} \right) + \frac{M_B L}{6EI} \varphi \quad (\text{III.40})$$

$$\theta_B = \frac{M_A L}{6EI} \varphi + \frac{M_B L}{3EI} \left(\psi + \frac{1 - \gamma_B}{\gamma_B} \right) \quad (\text{III.41})$$

➤ **Dérivation de l'équation du facteur K d'une barre avec des extrémités semi-rigides :**

Les rotations θ_A et θ_B des assemblages A et B du portique Figure (III.1 (b)) sont liés à des moments unité de torsion M_A et M_B et par les coefficients de rigidité C_A et C_B , fournis par toute la structure du portique.

$$C_A = \frac{M_A}{\theta_A}, C_B = \frac{M_B}{\theta_B} \quad (\text{III.42})$$

C_A et C_B sont déterminés par l'application des moments unité ($M_A=M_B= 1$) aux assemblages supérieur et inférieur A et B du poteau de portique Figure (III.1.b). En substituant l'équation (III. 42) dans les équations (III. 40et III.41), nous pouvons obtenir les expressions suivantes :

$$M_A \left(\frac{1}{C_A} + \frac{L}{3EI} \left(\psi + \frac{1 - \gamma_A}{\gamma_A} \right) \right) + M_B \frac{L}{6EI} \varphi = 0 \quad (\text{III.43})$$

$$M_A \frac{L}{6EI} \varphi + M_B \left(\frac{1}{C_B} + \frac{L}{3EI} \left(\psi + \frac{1 - \gamma_B}{\gamma_B} \right) \right) = 0 \quad (\text{III.44})$$

III.3.2. Utilisation de la théorie des poutres au calcul des charges critiques :

Au lieu d'utiliser l'équation différentielle de la ligne élastique pour déterminer les charges critiques précédemment citées dans le Chapitre II, on montre, pour certaines valeurs de la force de compression F , que les déformations et les moments de flexion dans une poutre tendent à croître indéfiniment. Ces valeurs de la charge de compression F sont évidemment des valeurs critiques.

Les expressions (III. 33) et (III. 34) peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{C_A} + \frac{L}{3EI} \left(\psi + \frac{1 - \gamma_A}{\gamma_A} \right) & \frac{L}{6EI} \varphi \\ \frac{L}{6EI} \varphi & \frac{1}{C_B} + \frac{L}{3EI} \left(\psi + \frac{1 - \gamma_B}{\gamma_B} \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \end{Bmatrix} = 0 \quad (\text{III.45})$$

Ce système d'équations peut avoir deux solutions possibles :

- La première est la solution insignifiante de $M_A = M_B = 0$, dans ce cas le flambement ne se produit pas.
- La deuxième solution qui caractérise l'état de flambement est donnée par :

$$\det \begin{bmatrix} \frac{1}{C_A} + \frac{L_c}{3EI_c} \left(\psi + \frac{1 - \gamma_A}{\gamma_A} \right) & \frac{L_c}{6EI_c} \varphi \\ \frac{L_c}{6EI_c} \varphi & \frac{1}{C_B} + \frac{L_c}{3EI_c} \left(\psi + \frac{1 - \gamma_B}{\gamma_B} \right) \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{III.46})$$

La charge de flambement d'Euler du poteau est donnée par :

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{Lf^2} = F_{cr} = \frac{4u^2 EI}{Lf^2} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (\text{III.47})$$

Dans ce cas, K représente le facteur de la longueur effective. En donnant

$$R_A = \frac{EI}{LC_A}, \quad R_B = \frac{EI}{LC_B} \quad (\text{III.48})$$

$\frac{EI}{L^3}$: c'est la rigidité du poteau en flexion.

L'équation générale peut être exprimée comme suit :

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \frac{3}{2u} \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\tan \frac{1}{2u}} \right) + u^3 (\tan(u) - u) = 0 \quad (\text{III.49})$$

Dans la quelle :

$$F_1 = 12R_A \gamma_A (1 - \gamma_B) + 12R_B \gamma_B (1 - \gamma_A) \quad (\text{III.50})$$

$$F_2 = 4(1 - \gamma_A)(1 - \gamma_B) \quad (\text{III.51})$$

$$F_3 = 36R_A R_B \gamma_A \gamma_B \tag{III.52}$$

$$F_4 = 4(\gamma_A + \gamma_B - 2\gamma_A \gamma_B) \tag{III.53}$$

En pratique, les assemblages dans une structure de portique sont identiques et ont presque le même comportement, et par conséquent les mêmes facteurs de fixité. Alors, dans ce cas particulier, on peut considérer que :

$$\gamma_A = \gamma_B = \gamma \tag{III.54}$$

Ainsi, l'équation régissant peut-être réduite à :

$$G_1 + G_2 + G_3 + G_4 \frac{3}{2u} \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\tan \frac{1}{2u}} \right) + u^3 (\tan(u) - u) = 0 \tag{III.55}$$

$$G_1 = 12(R_A + R_B)\gamma(1 - \gamma) \tag{III.56}$$

$$G_2 = 4(1 - \gamma)^2 \tag{III.57}$$

$$G_3 = 36R_A R_B \gamma^2 \tag{III.58}$$

$$G_4 = 8\gamma(1 - \gamma) \tag{III.59}$$

À partir de l'équation (III. 47)

$$F_{cr} = \frac{4u^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \Rightarrow K = \frac{\pi}{2u} \tag{III.60}$$

Pour résoudre l'équation (III.55), on utilise un programme en FORTRAN qui à l'organigramme suivant :

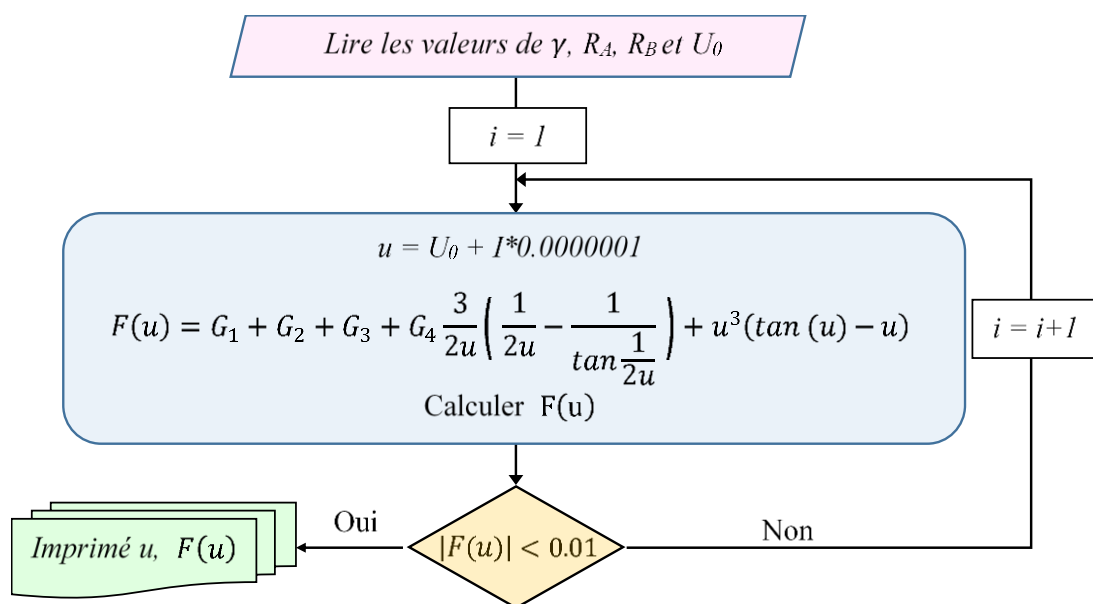


Figure. (III.6). Organigramme du programme en FORTRAN de l'équation (III.55).

Dans les développements effectués précédemment, la dérivation des équations analytiques est établie pour le calcul du flambage d'un poteau dans une structure en portique contreventée afin d'éliminer l'influence du déplacement globale de la structure ainsi que le déplacement inter-étage. Les différentes configurations de connexions sont considérées, La méthode d'isolation (substructuring) est utilisée et les paramètres déterminants tel que l'influence du reste de la structure et l'effet de tous les éléments connectés à l'élément considérés sont implémentés dans les équations développées en considérant des ressorts de rotation modélisant l'effet de la structure et la flexibilité de l'assemblage. Un programme en FORTRAN est établi pour la résolution de l'équation obtenue. La validation de l'équation est exposée au chapitre 5 sur des exemples académiques de la littérature et pratiques en utilisant le logiciel Robot.

CHAPITRE IV
FORMULATION PAR LA MÉTHODE
DES ÉLÉMENTS FINIS

IV.1. Introduction :

Le flambement dans les barres peut se produire comme conséquence des forces membranaires. La force de membrane dans une barre (ou colonne) est la charge axiale. Le flambage se produit lorsqu'un élément dans une structure convertit l'énergie membranaire en énergie de flexion sans changement de la charge extérieure appliquée. Une condition critique, à laquelle le flambage est imminent, existe lorsqu'il est possible que l'état de déformation change légèrement de manière à ce que la perte d'énergie de déformation de la membrane soit numériquement égale à l'augmentation d'énergie de déformation de la flexion. En conséquence, les petites déformations de la membrane peuvent stocker une grande quantité d'énergie de déformation, mais des déviations latérales et des rotations de la section transversale relativement importantes sont nécessaires pour absorber cette énergie dans les déformations de flexion.

L'une des méthodes numériques la plus puissante et la plus utilisée en mécanique des structures est la méthode des éléments finis. Cette méthode offre la possibilité de résoudre plusieurs types de problèmes mécaniques et physiques avec différents niveaux de complexité. En particulier, toute forme complexe d'un domaine géométrique où un problème s'il est bien exposé avec ses conditions aux limites est facilement traitée par la méthode des éléments finis.

Dans ce chapitre, la formulation de l'élément finis en plan de type poutre de Bernoulli en utilisant le principe de l'énergie potentielle minimale sera exposée en détail. L'annulation de la première variation de l'énergie potentielle totale permet d'obtenir l'équilibre statique ou l'effet de l'imperfection des jonctions (poteau-poutre) sera introduit. Alors que l'annulation de la deuxième variation de l'énergie potentielle totale permettra d'obtenir le problème de valeur propre afin de déterminer la charge critique de flambement.

Un programme en FORTRAN est développé pour le calcul des matrices de rigidité et géométrique. Les matrices obtenues sont introduites dans un programme en MATLAB développé pour le calcul des valeurs propres du flambement par la résolution du système d'équations linéaires de type $[K - \lambda K_g]\{u\} = 0$.

IV.2. Formulation de l'élément fini :

IV.2.1. Description de l'élément poutre (poutre de Bernoulli) :

La poutre est un élément unidirectionnel de structure dont les dimensions transversales sont généralement petites par rapport à la longueur. La poutre est susceptible de reprendre les sollicitations (effort normal, cisaillement et moments) dans toutes les directions (en plan).

Le problème plan d'une poutre prismatique ($EA = c^{te}$; $EI = c^{te}$) est étudié dans cette partie en combinant les comportements axial et flexionnel figure (IV.1). Deux modes énergétiques sont considérés :

- Axial
- Flexionnel

La matrice de rigidité de l'élément est la combinaison directe des $[K_m]$ et $[K_b]$.

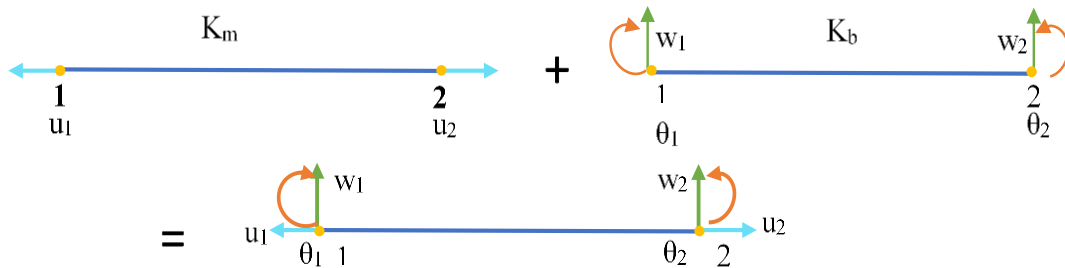


Figure. (IV.1). Poutre de Bernoulli

IV.2.2. Hypothèses :

- Les points situés sur l'axe neutre ne se déplacent que dans le sens transversal ;
- Les charges extérieures n'agissent que dans le sens transversal et supposées agir sur l'axe neutre ;
- La contrainte normale dans le sens transversal est nulle ;
- Les déformations dues au cisaillement transversal sont négligées

IV.3. Champ de déplacements :

Pour formuler un élément fini de poutre prismatique, on considère une poutre à deux nœuds 1 et 2 avec 6 inconnus nodaux, soient u_1 et u_2 pour représenter le comportement axial d'une part, et w_1 , θ_1 , w_2 , θ_2 pour représenter le comportement flexionnel d'autre part Figure (IV.2). Les degrés de liberté (DLL) sont 6 inconnus présents par le vecteur :

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

Où :

u_1 , u_2 sont des déplacements axiaux, w_1 , w_2 sont des déplacements transversaux et θ_1 , θ_2 sont les rotations aux nœuds, on obtient ainsi six inconnus en choisissant :

* Champ de déplacement axial :

Le champ de déplacements $u(x)$ est représenté par le polynôme linéaire :

$$u(x) = b_1 + b_2x \quad (IV.1)$$

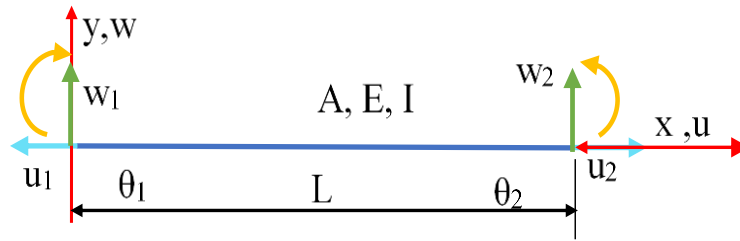


Figure. (IV.2). L'élément poutre et leur degré de liberté

* Champ de déplacement transversal : Le champ de déplacement transversal est représenté par un polynôme non linéaire du troisième degré :

$$w(x) = b_3 + b_4 x + b_5 x^2 + b_6 x^3 \quad (\text{IV.2})$$

Où les rotations θ sont données par :

$$\theta(x) = \frac{dw}{dx} \quad (\text{IV.3})$$

IV.4. Les Fonctions d'interpolation :

Les fonctions de forme sont des fonctions qui relient le déplacement de n'importe quel point de l'élément aux déplacements nodaux. Le vecteur de déplacement (combinant le comportement axial et flexionnel) à l'intérieur de l'élément et lié aux déplacements nodaux par les fonctions de forme.

$$\delta(x) = \begin{Bmatrix} u(x) \\ w(x) \\ \theta(x) \end{Bmatrix} = N_i(x) \langle d_e \rangle$$

Où :

$\delta(x)$: Vecteur de déplacements en un point quelconque de l'élément.

$N_i(x)$: Fonction de forme.

$\langle d_e \rangle$: Vecteur de déplacements nodaux de l'élément.

Il est aisé de trouver les six fonctions d'interpolation de cet élément, le champ s'écrit :

$$u(x) = u_1 N_1 + u_2 N_2 \quad (\text{IV.4})$$

$$w(x) = w_1 N_3 + \theta_1 N_4 + w_2 N_5 + \theta_2 N_6 \quad (\text{IV.5})$$

$$\theta(x) = w_1 \frac{dN_3}{dx} + \theta_1 \frac{dN_4}{dx} + w_2 \frac{dN_5}{dx} + \theta_2 \frac{dN_6}{dx} \quad (\text{IV.6})$$

Si les D.D.L sont en fonction de constantes $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6$ on peut écrire alors :

$$u|_{x=0} = u_1 ; \quad u|_{x=L} = u_2$$

$$w(x) = w_1 N_3 + \theta_1 N_4 + w_2 N_5 + \theta_2 N_6$$

$$\theta(x) = w_1 \frac{dN_3}{dx} + \theta_1 \frac{dN_4}{dx} + w_2 \frac{dN_5}{dx} + \theta_2 \frac{dN_6}{dx}$$

$$w|_{x=0} = w_1 ; \quad w|_{x=l} = w_2$$

$$\theta|_{x=0} = \theta_1 ; \quad \theta|_{x=l} = \theta_2$$

En substituant les conditions imposées dans les équations (IV.1) et (IV.2) ; les fonctions d'interpolation suivantes sont obtenues :

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - \frac{x}{L} \\ N_2 &= \frac{x}{L} \\ N_3 &= 1 - \frac{3}{L^2}x^2 + \frac{2}{L^3}x^3 \\ N_4 &= x - \frac{2}{L}x^2 + \frac{1}{L^2}x^3 \\ N_5 &= \frac{3}{L^2}x^2 - \frac{2}{L^3}x^3 \\ N_6 &= -\frac{1}{L}x^2 + \frac{1}{L^2}x^3 \end{aligned}$$

IV.5. Relations cinématiques (Déformation-déplacement) :

Les déformations aux différents points de l'élément peuvent être obtenues à partir de la fonction de déplacement par une différentiation dont la forme exacte dépend du type de problème traité.

- Pour un problème d'élasticité plane, les déformations correspondent aux dérivées premières des déplacements.
- Pour le problème de flexion, les déformations sont associées à la courbure de l'élément et correspondent aux dérivées secondes.

La poutre dans la Figure (IV.2) peut avoir le déplacement axial $u = u(x)$ et le déplacement transversale $w = w(x)$. La déformation de membrane est $\varepsilon_x = \{u,x\}_{lin\grave{e}aire} + \left\{\frac{1}{2} w,x^2\right\}_{non\ lin\grave{e}aire}$. A une distance z de l'axe centrale de la poutre, la contribution de la flexion à la déformations axial est : $\varepsilon = -zw_{,xx}$, toute la déformation axiale d'une fibre arbitrairement localisée est donc :

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} - Z \frac{d^2w}{dx^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 \quad (IV.7)$$

Le champ de déformation se compose de deux modes :

$$\{\varepsilon_x\} = \{\varepsilon_l\} + \{\varepsilon_{nl}\} \quad (IV.8)$$

Avec :

$\{\varepsilon_l\}$: Déformation linéaire.

$\{\varepsilon_{nl}\}$: Déformation non linéaire.

IV.5.1. Déformation linéaire :

Le champ de déformation linéaire est déduit du champ de déplacement par l'opérateur dérivé $[D^\circ]$.

$$\{\varepsilon_l\} = [D^\circ]\{\delta\} = [D^\circ][N]\{d_e\} = [B]\{d_e\} \quad (\text{IV.9})$$

La matrice $[B]$ est donnée par :

$$[B] = [D^\circ][N]$$

$$u = \begin{bmatrix} \frac{dN_1}{dx} & 0 & 0 & \frac{dN_2}{dx} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad \text{ou} \quad [N] \begin{bmatrix} \frac{L-x}{L} & 0 & 0 & \frac{x}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[B_m] = [D^\circ][N] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$[B]$ = fonction de la géométrie.

$$w = \begin{bmatrix} 0 & \frac{d^2N_3}{dx^2} & \frac{d^2N_4}{dx^2} & 0 & \frac{d^2N_5}{dx^2} & \frac{d^2N_6}{dx^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

$$[B_b] = [D^\circ][N] = \frac{d^2N}{dx^2} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{6}{L^2} + \frac{12x}{L^3} & -\frac{4}{L} + \frac{6x}{L^2} & 0 & \frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3} & -\frac{2}{L} + \frac{6x}{L^2} \end{bmatrix}$$

IV.5.2. Déformation non linéaire :

Le champ de déformation non linéaire donné par :

$$\{\varepsilon_{nl}\} = \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \quad (\text{IV.10})$$

$$\left(\frac{dw}{dx} \right) = [G]\{d_e\} \quad \text{avec} \quad [G] = [D^\circ][N] = \left[\frac{dN_i}{dx} \right]; i = 3,4,5,6$$

Il relie les contraintes internes $\{\sigma_x\}$ aux déformations linéaires $\{\varepsilon_l\}$ et aux déplacements nodaux $\{d_e\}$. Il est clair que les propriétés élastiques de l'élément devront être considérées.

En général :

$$\{\sigma_x\} = [D]\{\varepsilon_l\}$$

Où $[D]$ est la matrice d'élasticité et contient les propriétés élastiques de l'élément :

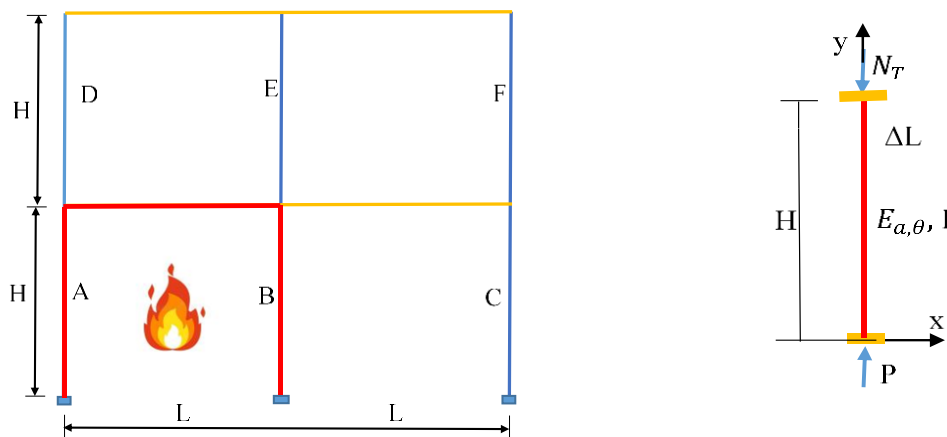
$$\{\sigma_x\} = [D][B]\{d_e\} \quad (\text{IV.11})$$

IV.6. Stabilité des structures métalliques aux températures élevées :

Les structures à ossatures en acier sont conçues pour supporter les différentes charges et maintenir la stabilité à température ambiante. En cas d'incendie, l'intégrité de la structure est supposée assurée par l'utilisation de matériaux de protection. L'évaluation de la stabilité d'un poteau exposé à des températures élevées dans des portiques en acier est différente de celle à température ambiante en raison des effets thermiques. La stabilité des colonnes d'acier à température élevée a été étudiée par les biais d'investigations expérimentales et analytiques en se basant sur des développements théoriques. En réalité, l'incendie dans un compartiment se produit de manière aléatoire et il est difficile de le prévoir à l'avance.

En cas d'incendie la température élevée n'entraîne pas seulement la détérioration du matériau, mais induit également une contrainte de compression supplémentaire sur la colonne exposée à l'incendie fournie par les éléments adjacents qui ne sont pas exposés, en raison de la présence d'une contrainte thermique axiale associée par la température Figure (IV.3. a.).

Sur la base du concept de flambage par étage, une colonne devient instable en raison de l'augmentation des charges appliquées. En situation d'incendie, la colonne peut devenir instable à une température donnée même si les charges appliquées restent constantes. En effet, la dégradation des caractéristiques mécaniques en particulier le module d'élasticité et la limite d'élasticité (E_a et f_y) en fonction de la température accélère l'instabilité au flambement du poteau. Cette instabilité est strictement liée à la connexion avec les éléments adjacents de la structure. Cette section vise à examiner les effets de la charge axiale, de la température élevée et des contraintes thermiques sur l'instabilité des poteaux en acier dans les portiques non contreventés. Dans les développements et les simulations suivantes, Les modèles Eurocode 3 (BSI, 2005) sont optés dans cette étude. Figure (IV.4).



(a) Portique en acier exposé à l' incendie

(b) Colonne avec contraintes thermiques

Figure.(IV.3) : Modélisation de la colonne en situation d'incendie

Pour le modèle analytique illustré à la figure (III.3.b), P est la charge externe appliquée et N_T est la force axiale interne de la colonne. $E_{a,\theta}$ est le module d'Young élastique à la température T . La déformation et la contrainte sont dites positives lorsque la colonne se dilate et que la colonne est en traction, la déformation normale totale de la colonne est $\varepsilon_t = \varepsilon_m + \varepsilon_T$, avec respectivement ε_m et ε_T les déformations mécanique et thermique de la colonne.

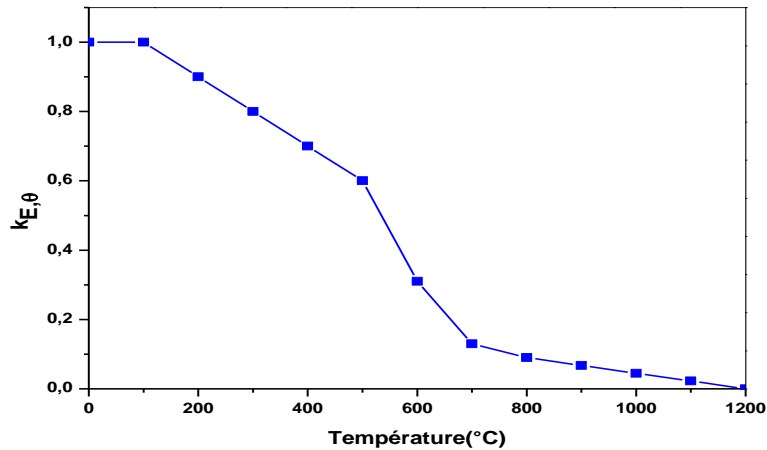


Figure. (IV.4). Dégradation du module d'élasticité de l'acier en fonction de la température

IV.6.1. Coefficient de dilatation linéaire :

Le coefficient de dilatation thermique linéaire α d'un matériau est l'allongement (le raccourcissement) que subit l'unité de longueur de ce matériau soumis à une élévation (diminution) de température de 1°C .

Soit une barre de longueur $l_0 \neq 1\text{m}$ soumise à une différence de température ΔT :

$$\Delta T = T - T_0 \neq 1^\circ\text{C} \quad (\text{IV.12})$$

Ou T : Température finale

T_0 : Température initiale

En fonction de α on obtient la variation de longueur Δl due à une variation de température ΔT :

$$(\Delta l)_T = \alpha \Delta T l_0 \quad (\text{IV.13})$$

On remarque que Δl et ΔT ont le même signe alors $T > T_0$ $\Delta T > 0$ $\Delta l > 0$ est l'allongement.

La longueur après dilatation thermique l_T s'écrit :

$$\begin{aligned} l_T &= l_0 + (\Delta l)_T = l_0 + \alpha \Delta T l_0 \\ l_T &= l_0 (1 + \alpha \Delta T) \end{aligned} \quad (\text{IV.14})$$

IV.6.2. Calcul des efforts et contraintes dans les barres chauffées :

Soit une barre bloquée à ces extrémités de longueur L et de section A , son matériau est caractérisé par α et E , L est donc invariable, on chauffe cette barre de manière à ce que sa température passe de T_0 à $T^\circ C$ avec $T > T_0$.

$$(\Delta l)_T = \frac{-N_{comp}}{A \cdot E} < 0 \quad (IV.15)$$

$$\text{Avec : } (\Delta l)_T + (\Delta l)_\sigma = 0$$

$$\alpha \cdot (\Delta T) + \frac{-N_{comp}}{A \cdot E_{a,\theta}} = 0$$

$$N = \alpha \cdot (\Delta T) A E_{a,\theta} \quad (IV.16)$$

Pour les éléments en acier, la dégradation de l'acier sous l'effet des températures élevées peut être modélisée en réduisant le module d'élasticité et la limite d'élasticité.

Résultant les efforts :

$$\sigma = E_{a,\theta} \varepsilon - \sigma_T = E_{a,\theta} (\varepsilon_{20} + z k_x) - E_{a,\theta} \alpha \Delta T \quad (IV.17)$$

$$N = \int_A \sigma dA = b \int_{-h/2}^{h/2} \sigma dz \quad (IV.18)$$

$$N = b \int_{-h/2}^{h/2} E_{a,\theta} (\varepsilon_{20} + z k_x) dz - E_{a,\theta} A \alpha \Delta T \quad (IV.19)$$

$$N = b \int_{-h/2}^{h/2} E_{a,\theta} (\varepsilon_0 + z k_x) dz = E_T b h \varepsilon_0 + E_{a,\theta} b \int_{-h/2}^{h/2} z dz k_x \quad (IV.20)$$

$$= E_{a,\theta} A \varepsilon_{20} - E_{a,\theta} A \alpha \Delta T$$

$$M = \int_A z \sigma dA = b \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma dz \quad (IV.21)$$

$$M = b \int_{-h/2}^{h/2} E (\varepsilon_0 + z k_x) z dz \quad (IV.22)$$

$$M = b \int_{-h/2}^{h/2} E (\varepsilon_0 + z k_x) z dz = \quad (IV.23)$$

$$E b \int_{-h/2}^{h/2} \varepsilon_0 z dz + E b \int_{-h/2}^{h/2} z^2 dz k_x = E I k_x$$

IV.7. Principe de l'énergie potentielle totale :

L'énergie potentielle totale de la structure déformée est :

$$\Pi = U - W \quad (IV.24)$$

Où :

U : L'énergie de déformations interne.

W : Travail des forces extérieures.

IV.7.1. L'énergie de déformation interne :

Si les déplacements arbitrairement sont imposés produisent des déformations $\{\varepsilon_x\}$ aux points de l'élément où les contraintes réelles sont $\{\sigma_x\}$, alors le travail interne (l'énergie de déformation interne) par unité de volume est donné par :

$$(U)_e = \frac{1}{2} \int_{v_e} \{\varepsilon_x\}^T \{\sigma_x\} dV \quad (\text{IV.25})$$

On sait de l'équation (IV.9) que les déformations en chaque point de l'élément sont exprimées en fonction des déplacements nodaux alors :

$$(U)_e = \frac{1}{2} \int_{v_e} [B] \{d_e\}^T \{\sigma_x\} dV \quad (\text{IV.26})$$

En substituant l'équation (IV. 9) dans l'équation du travail interne, on obtient :

$$(U)_e = \frac{1}{2} \int_{v_e} [B] \{d_e\}^T [D] [B] \{d_e\} dV \quad (\text{IV.27})$$

L'expression de l'énergie de déformation s'écrit comme suit :

$$(U)_e = \frac{1}{2} \{d_e\}^T [K_e] \{d_e\} \quad (\text{IV.28})$$

Avec :

$$[K_e] = \int_{v_e} [B^T] \{D\} \{B\} dV \quad (\text{IV.29})$$

$[K_e]$: c'est la matrice de rigidité de l'élément (e).

Le travail extérieur produit par les forces nodales réelles est :

$$(V)_e = \{d_e\}^T [F_e] \quad (\text{IV.30})$$

Avec :

$[F_e]$: est le vecteur des forces nodales réelles.

➤ Le potentiel total d'un élément est :

$$\Pi_e = \frac{1}{2} \{d_e\}^T [K_e] \{d_e\} - \{d_e\}^T [F_e] \quad (\text{IV.31})$$

➤ Calcul global :

Toutes les variables sont rapportées aux systèmes d'axes globaux.

L'énergie potentielle totale de la structure s'obtient par simple sommation des énergies potentielles totales élémentaires, soit :

$$\Pi = \sum_e^n \Pi_e = \sum_e^n (U - W)_e \quad (\text{IV.32})$$

n : nombre total d'éléments.

➤ Position d'équilibre :

Travail externe = Énergie de déformation interne

Finalement, le principe de l'énergie potentielle totale est appliqué. Pour qu'il y ait équilibre de la structure, il faut que la première variation de l'énergie potentielle totale soit nulle ($\partial\Pi = 0$). Pour que le modèle soit en équilibre, il faut et il suffit que toutes ses composantes (éléments) soient en équilibre.

$$\Pi = \delta\left(\sum_e^{nelt} \Pi_e\right) = 0 \rightarrow \sum_e^{nelt} (\delta\Pi_e) = 0 \quad (IV.33)$$

$$\delta\Pi = \frac{1}{2} 2\{\delta d_e\}^T [K]\{d\} - \{\delta d_e\}^T [F] = 0 \quad (IV.34)$$

$$\delta\Pi = [K]\{d\} - \{F\} = 0 \quad (IV.35)$$

$$[K]\{d\} = \{F\} \quad (IV.36)$$

Où :

$[K]$ = Matrice de rigidité élastique globale

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

Les efforts pour l'élément de portique en fonction des déplacements sont donnés par :

$$N_1 = \frac{AE}{L}u_1 + 0 + 0 - \frac{AE}{L}u_2 + 0 + 0 \quad (IV.37)$$

$$T_1 = 0 + \frac{12EI}{L^3}w_1 + \frac{6EI}{L^2}\theta + 0 - \frac{12EI}{L^3}w_2 + \frac{6EI}{L^2}\theta_2 \quad (IV.38)$$

$$M_1 = 0 + \frac{6EI}{L^2}w_1 + \frac{4EI}{L}\theta_1 + 0 - \frac{6EI}{L^2}w_2 + \frac{2EI}{L}\theta_2 \quad (IV.39)$$

$$N_2 = -\frac{AE}{L}U_1 + 0 + 0 + \frac{AE}{L}U_2 + 0 + 0 \quad (IV.40)$$

$$T_2 = 0 - \frac{12EI}{L^3}w_1 - \frac{6EI}{L^2}\theta_1 + 0 + \frac{12EI}{L^3}w_2 - \frac{6EI}{L^2}\theta_2 \quad (IV.41)$$

$$M_2 = 0 + \frac{6E I}{L^2} w_1 + \frac{2E I}{L} \theta_1 + 0 - \frac{6E I}{L^2} w_2 + \frac{4E I}{L} \theta_2 \quad (\text{IV.42})$$

Sous forme matricielle s'écrivent :

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ T_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ T_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

IV.8. Joint imparfaitement rigide :

L'assemblage Subit une rotation propre θ égale à λM tels que θ et M sont respectivement la rotation propre du joint et le moment sollicitant le joint. Alors dans ce cas, la rotation nodale est remplacée par la rotation $(\varphi - \theta)$.

L'imperfection des joints permet d'avoir :

$$\alpha_1 = \lambda_1 M_1 \quad (\text{IV.43})$$

$$\alpha_2 = \lambda_2 M_2$$

En substituant la rotation φ par la nouvelle rotation $(\varphi - \theta)$ on obtient l'écriture matricielle suivante :

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{6EI}{L^2} w_1 + \frac{4EI}{L} (\theta_1 - \alpha_1) - \frac{6EI}{L^2} w_2 + \frac{2EI}{L} (\theta_2 - \alpha_2) \\ M_2 &= \frac{6EI}{L^2} w_1 + \frac{2EI}{L} (\theta_1 - \alpha_1) - \frac{6EI}{L^2} w_2 + \frac{4EI}{L} (\theta_2 - \alpha_2) \end{aligned} \quad (\text{IV.44})$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \frac{6EI}{L^2} & 1 + \frac{4EI}{L} \lambda_1 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \lambda_2 \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \lambda_1 & -\frac{6EI}{L^2} & 1 + \frac{4EI}{L} \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ (\theta_1 - \alpha_1) \\ w_2 \\ (\theta_2 - \alpha_2) \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{Bmatrix}$$

En introduisant les facteurs de fixité γ_1 et γ_2 donnés par l'Équation de Montforton, Wu (1963)

$$\gamma_1 = \frac{L}{L + 3EI\lambda_1} ; \quad \gamma_2 = \frac{L}{L + 3EI\lambda_2}$$

La matrice de rigidité flexionnelle s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{6}{L^2} EI \gamma_1 \frac{\gamma_2 + 2}{\gamma_1 \gamma_2 - 4} & -\frac{12}{L} EI \frac{\gamma_1}{\gamma_1 \gamma_2 - 4} & -\frac{6}{L^2} EI \gamma_1 \frac{\gamma_2 + 2}{\gamma_1 \gamma_2 - 4} & -\frac{6}{L} EI \gamma_1 \frac{\gamma_2}{\gamma_1 \gamma_2 - 4} \\ \frac{6}{L^2} EI \gamma_2 \frac{\gamma_1 + 2}{\gamma_1 \gamma_2 - 4} & -\frac{6}{L} EI \frac{\gamma_2}{\gamma_1 \gamma_2 - 4} & \frac{6}{L^2} EI \gamma_2 \frac{\gamma_1 + 2}{\gamma_1 \gamma_2 - 4} & -\frac{12}{L} EI \frac{\gamma_1}{\gamma_1 \gamma_2 - 4} \end{bmatrix}$$

Et de la même manière pour le cisaillement T et en posant :

$$\theta_1 = \theta - \alpha_1 \quad \theta_2 = \varphi - \alpha_2$$

$$\begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^2} w_1 & \frac{6EI}{L^2} \theta_1 - \alpha_1 & -\frac{12EI}{L^2} w_2 & \frac{6EI}{L^2} \theta_2 - \alpha_2 \\ -\frac{12EI}{L^2} w_1 & -\frac{6EI}{L^2} \theta_1 - \alpha_1 & \frac{12EI}{L^2} w_2 & -\frac{6EI}{L^2} \theta_2 - \alpha_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{2\gamma_1 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} & \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \\ \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} & -\frac{2\gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} \left(\frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & \frac{6EI}{L^2} \left(\frac{2\gamma_1 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & -\frac{12EI}{L^3} \left(\frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & \frac{6EI}{L^2} \left(\frac{2\gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) \\ -\frac{12EI}{L^3} \left(\frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & -\frac{6EI}{L^2} \left(\frac{2\gamma_1 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & \frac{12EI}{L^3} \left(\frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & -\frac{6EI}{L^2} \left(\frac{2\gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) \end{bmatrix}$$

La matrice de rigidité [K] dans le cas des joints imparfaitement rigide s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} \left(\frac{\gamma_1 \gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & \frac{6EI}{L^2} \left(\frac{2\gamma_1 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & 0 & -\frac{12EI}{L^3} \left(\frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & \frac{6EI}{L^2} \left(\frac{2\gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} \left(\frac{2\gamma_1 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & \frac{12EI}{L^3} \left(\frac{\gamma_1}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & 0 & -\frac{6EI}{L^2} \left(\frac{2\gamma_1 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & \frac{6EI}{L^2} \left(\frac{\gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} \left(\frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & -\frac{6EI}{L^2} \left(\frac{2\gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & 0 & \frac{12EI}{L^3} \left(\frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & -\frac{6EI}{L^2} \left(\frac{2\gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} \left(\frac{2\gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & \frac{6EI}{L^2} \left(\frac{\gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & 0 & -\frac{6EI}{L^2} \left(\frac{2\gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) & \frac{12EI}{L} \left(\frac{\gamma_2}{4 - \gamma_1 \gamma_2} \right) \end{bmatrix}$$

IV.9. Évaluation de la Matrice géométrique [K_G] :

Les effets des forces de membrane sont pris en compte par une matrice [K_G] qui complète la matrice de rigidité conventionnelle [K]. Dans ce qui suit nous donnons le nom de [K_G] à la matrice de rigidité géométrique, qui est défini par la géométrie, le champ de déplacement et l'état de contrainte d'un élément, la matrice de rigidité [K_G] est indépendante des propriétés d'élasticité (Robert D.Cook 1989).

Durant un petit déplacement latéral $w = w(x)$, la Force axiale P dans la barre reste pratiquement constante. Chaque longueur élémentaire dx s'allonge d'une quantité $\varepsilon_{nl} dx$, l'énergie de déformation membranaire stockée est d'une quantité $P \cdot \varepsilon_{nl} dx$. Donc la variation de l'énergie membranaire est :

$$U_m = P \int_0^L \varepsilon_{nl} dx = \frac{1}{2} \int_0^L P \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx \quad (\text{IV.44})$$

À partir de cette intégrale, la matrice $[K_G]$ est obtenue.

Elle décrit le travail effectué et l'énergie de déformation stockée lorsque le déplacement latéral w provoque un étirement des éléments différentiels à une somme $\int_0^L \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx$ en présence d'une force axiale constante P .

La matrice $[K_G]$ pour un élément barre est développée à partir de l'expression intégrale suivante, avec le DDL nodale $\{d\} = [w_1 \theta_1 w_2 \theta_2]^T$ et les fonctions d'interpolation $[N]$:

$$\left(\frac{dw}{dx} \right) = [G]\{d\} \quad (\text{IV.45})$$

$$\text{où} \quad [G] = \begin{bmatrix} \frac{dN_3}{dx} & \frac{dN_4}{dx} & \frac{dN_5}{dx} & \frac{dN_6}{dx} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.46})$$

L'intégrale (IV.44) devient :

$$U_m = \frac{1}{2} \int_0^L P \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^L \{d\}^T [G]^T P [G] \{d\} dx \quad (\text{IV.47})$$

$[K_G]$ Est donnée par :

$$[K_G] = \int_0^L [G]^T P [G] dx \quad (\text{IV.48})$$

Alors :

$$U_m = \frac{1}{2} \{d\}^T [K_G] \{d\} \quad (\text{IV.49})$$

L'introduction des fonctions d'interpolation $[N]$ permet d'écrire la matrice géométrique par :

$$[K_G] = \frac{P}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.50})$$

IV.10. Matrice de rigidité élémentaire dans le repère global (Transformation de coordonnées) :

La matrice de rigidité déterminée $[K]$ est obtenue dans le repère local de l'élément. Pour une structure donnée, la matrice de rigidité de chaque élément dans le repère local doit être transformé du système de coordonnées locales au système de coordonnées globales.

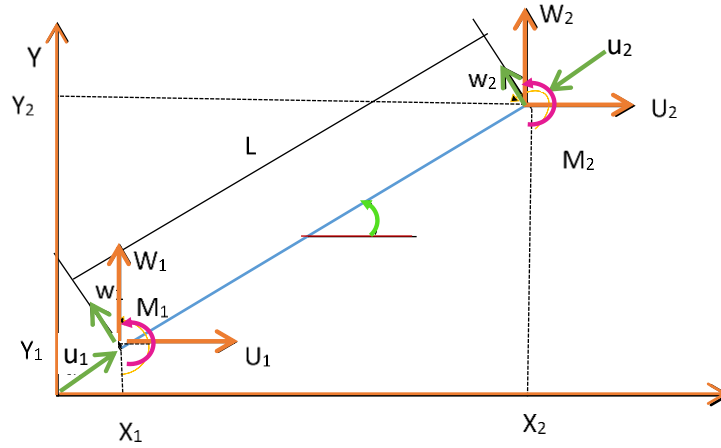


Figure. (IV.5). Changement de repère.

$$\begin{Bmatrix} n_1 \\ t_1 \\ m_1 \\ n_2 \\ t_2 \\ m_2 \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} N_1 \\ T_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ T_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} U_1 \\ W_1 \\ \theta_1 \\ U_2 \\ W_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

Soit :

$$\{f\} = [K]\{u\} \quad (IV.51)$$

Où :

$$\{U\} = [T]\{u\} \text{ et } \{F\} = [T]\{f\} \quad (IV.52)$$

$$\{F\} = [T][k][T]^{-1}\{U\} \quad (IV.53)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c = \cos \theta = \frac{x_2 - x_1}{L}$$

$$s = \sin \theta = \frac{y_2 - y_1}{L}$$

IV.11. État de l'équilibre élastique :

L'état d'équilibre d'un corps élastique est donné par le signe de la seconde variation de l'énergie potentielle totale. On appelle état d'équilibre critique (indifférent), celui pour lequel l'équilibre cesse d'être stable, le niveau de charge correspondant est aussi dit critique.

Cela correspond à l'annulation de la deuxième variation de l'énergie potentielle.

$$\delta^2 \Pi = \delta^2 U - \delta^2 V = 0 \quad (IV.54)$$

En posant $P_{cr} = \lambda P$, l'expression précédente s'écrit :

$$\delta^2 U - \lambda \delta^2 V = 0 \quad (IV.55)$$

Avec :

$\delta^2 U$: est la deuxième variante de l'énergie de déformation stockée dans chaque élément.

$\lambda \delta^2 V$: est la deuxième variante du travail effectué sur chaque élément par la charge critique.

$\delta^2 V$: représente la deuxième variation du travail qu'est fait sur une charge la configuration initiale.

λ : Paramètre de flambement.

En substituant (IV.25) et (IV.54) dans (IV.55), elles deviennent :

$$\delta^2 \Pi = \{\delta de\}^T [K] \{\delta de\} - \lambda \{\delta de\}^T [K_G] \{\delta de\} = 0 \quad (IV.56)$$

$$\delta^2 \Pi = \{\delta de\}^T ([K] - \lambda [K_G]) \{\delta de\} = 0 \quad (IV.57)$$

Ce qui permet d'avoir :

$$([K] - \lambda [K_G]) \{\delta de\} = 0 \quad (IV.58)$$

Après l'introduction des conditions aux limites dans les matrices de rigidité de l'équation (IV.58), l'équation peut être utilisée pour déterminer la charge de flambement de la structure. L'équation (IV.58) définit un problème linéaire de valeurs propres. Pour qu'il y ait flambage, il faut

$\{\delta de\} \neq 0$; dans ce cas :

$$\det ([K] - \lambda [K_G]) = 0 \quad (IV.59)$$

Cela permet de trouver les valeurs propres de flambement.

La recherche du flambement se ramène au calcul des vecteurs propres et valeurs propres qui sont respectivement les modes de flambement et les coefficients d'amplification des charges. La charge critique correspond à la plus petite valeur propre, c'est à dire le plus petit coefficient d'amplification du chargement initial. Le mode propre associé correspond à la déformée de ce coefficient d'amplification.

IV.11.1 Charge critique de flambement :

Les charges de flambement sont les charges appliqué dans les barres multiplié par la plus petite valeur propre λ , qui peut être décrite par la relation :

$$\{P\}_{cr} = \lambda \{P\} \quad (IV.60)$$

Où :

$\{P\}_{cr}$: est le vecteur des charges de flambage.

$\{P\}$: est le vecteur des efforts internes.

IV.12. Présentation du programme :

IV.12.1 Introduction :

La mise au point d'un programme efficace de calcul des structures est liée à la connaissance de trois disciplines scientifiques :

- La mécanique des structures.
- L'analyse numérique.
- L'informatique.

Le programme est divisé en trois parties, une pour l'introduction des données, une deuxième pour effectuer les calculs et exécuter les instructions, la dernière est réservée surtout à l'affichage des résultats.

Dans cette étude on utilise un programme en FORTRAN et un autre programme en MATLAB, le premier programme permet de résoudre l'équation $F = K U$, qui permet de calculer la matrice de rigidité $[K]$ et la matrice géométrique $[K_G]$, le deuxième programme destiné pour le calcul des valeurs propres à partir de la résolution de l'équation suivante :

$$\det ([K] - \lambda[K_G]) = 0 \quad (\text{IV.61})$$

IV.12.2. Description des sousroutines principales du programme :

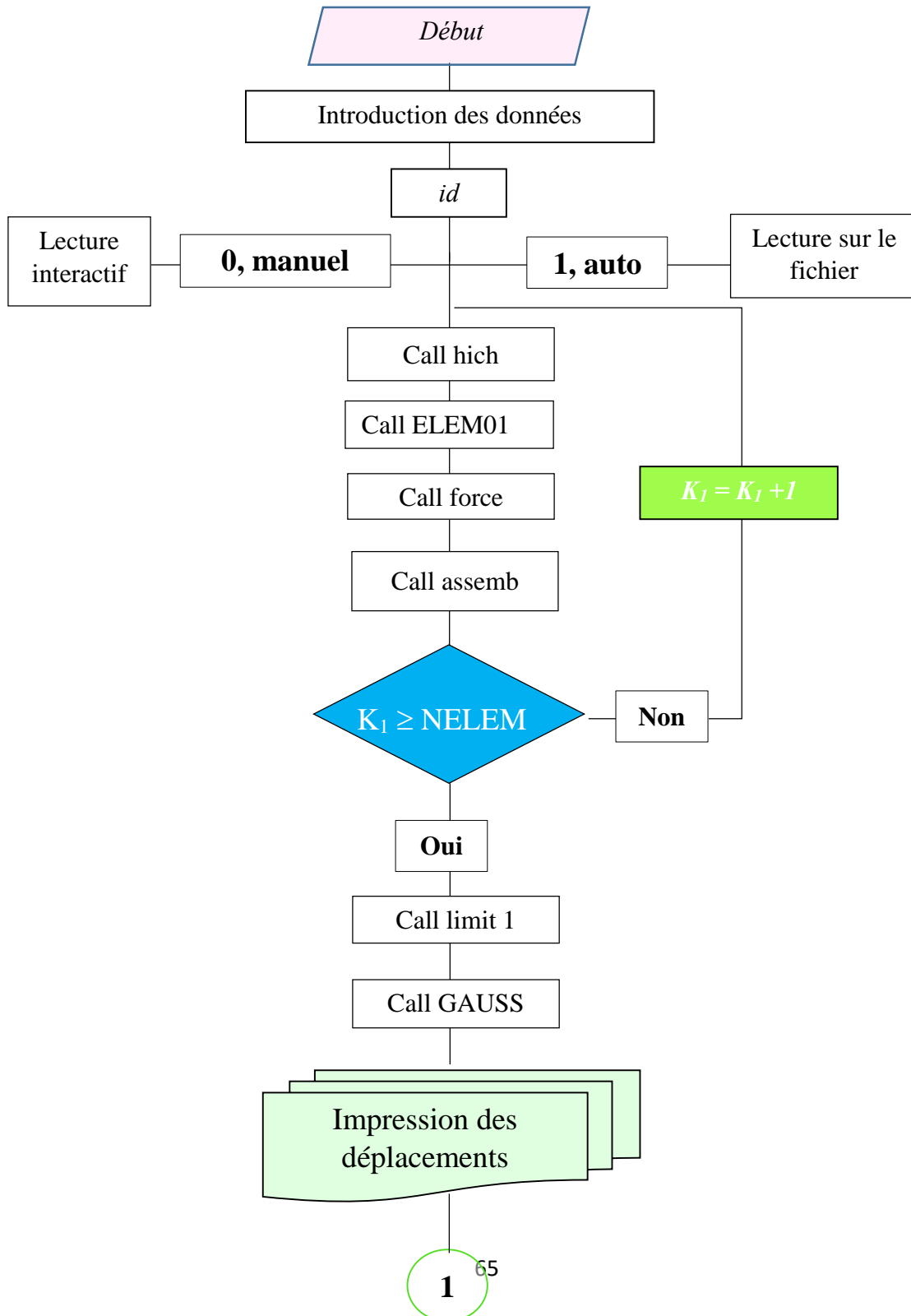
Le programme est divisé en plusieurs sousroutines présentées dans le tableau IV.1 :

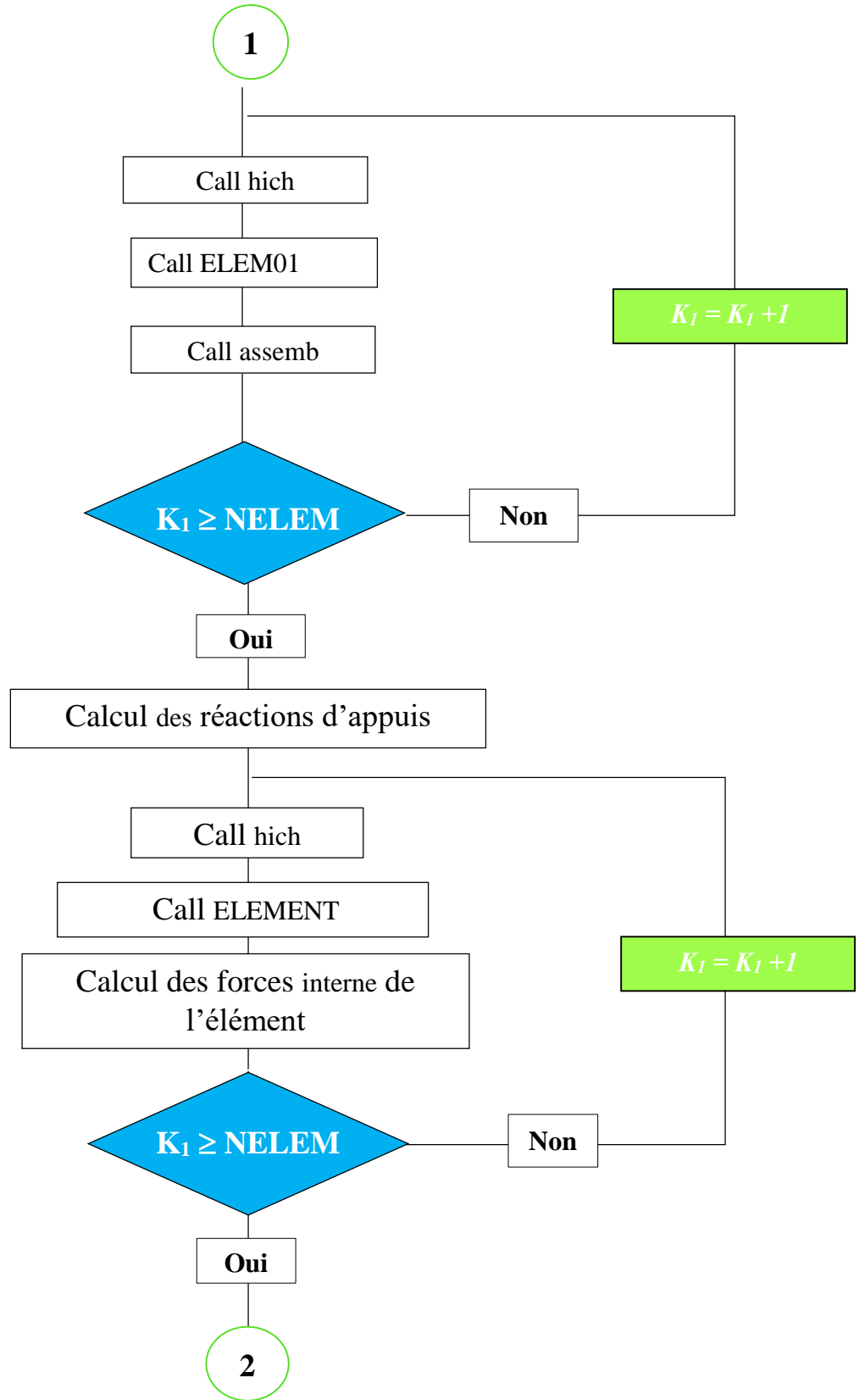
Tableau (IV.1). Rôles des sousroutines du programme

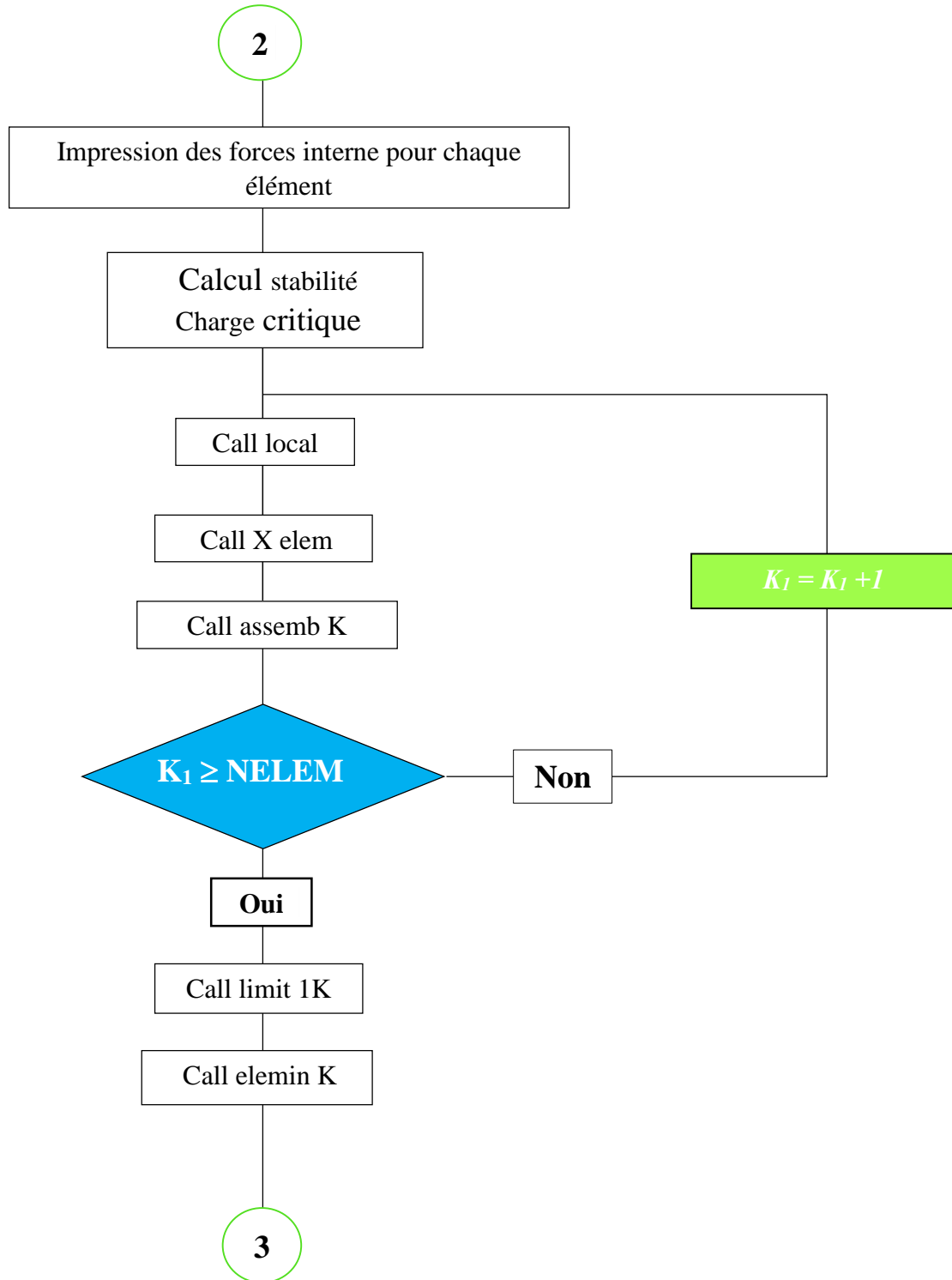
Les sousroutines	Le rôle
Force	Création du vecteur de forces élémentaires.
Hich	Construction du tableau de localisation.
ELEM01	Création de la matrice de rigidité élémentaire dans le repère globale.
Assemb	Assembler les matrices de rigidité élémentaire.
Limit 1	Introduire les conditions aux limites.
GAUSS	Résolution du système et calculer des déplacements à partir de l'équation $F = K . U$
ELEMENT	Création de la matrice de rigidité élémentaire dans le repère local.
Local	Localiser les matrices locales réduites dans la matrice globale.
Xelem	Réduire la matrice de rigidité élémentaire de 6x6 à 4x4.
Assemb k	Assembler les matrices de rigidité élémentaires réduites
Limit1 K	Introduire les conditions aux limites dans la matrice de rigidité réduite.
Elimin K	Éliminations les lignes et les colonnes de la matrice de rigidité réduite dans les éléments sont nulles.
Stability	Création de la matrice de rigidité géométrique élémentaire.
Assemb g	Assembler les matrices de rigidité géométrique.
Limit1 g	Introduire les conditions aux limites dans la matrice de rigidité géométrique.

Elimin g	Eliminations les lignes et les colonnes de la matrice géométrique dans les éléments sont nuls.
----------	--

IV.12.3 Présentation de l'organigramme du programme :







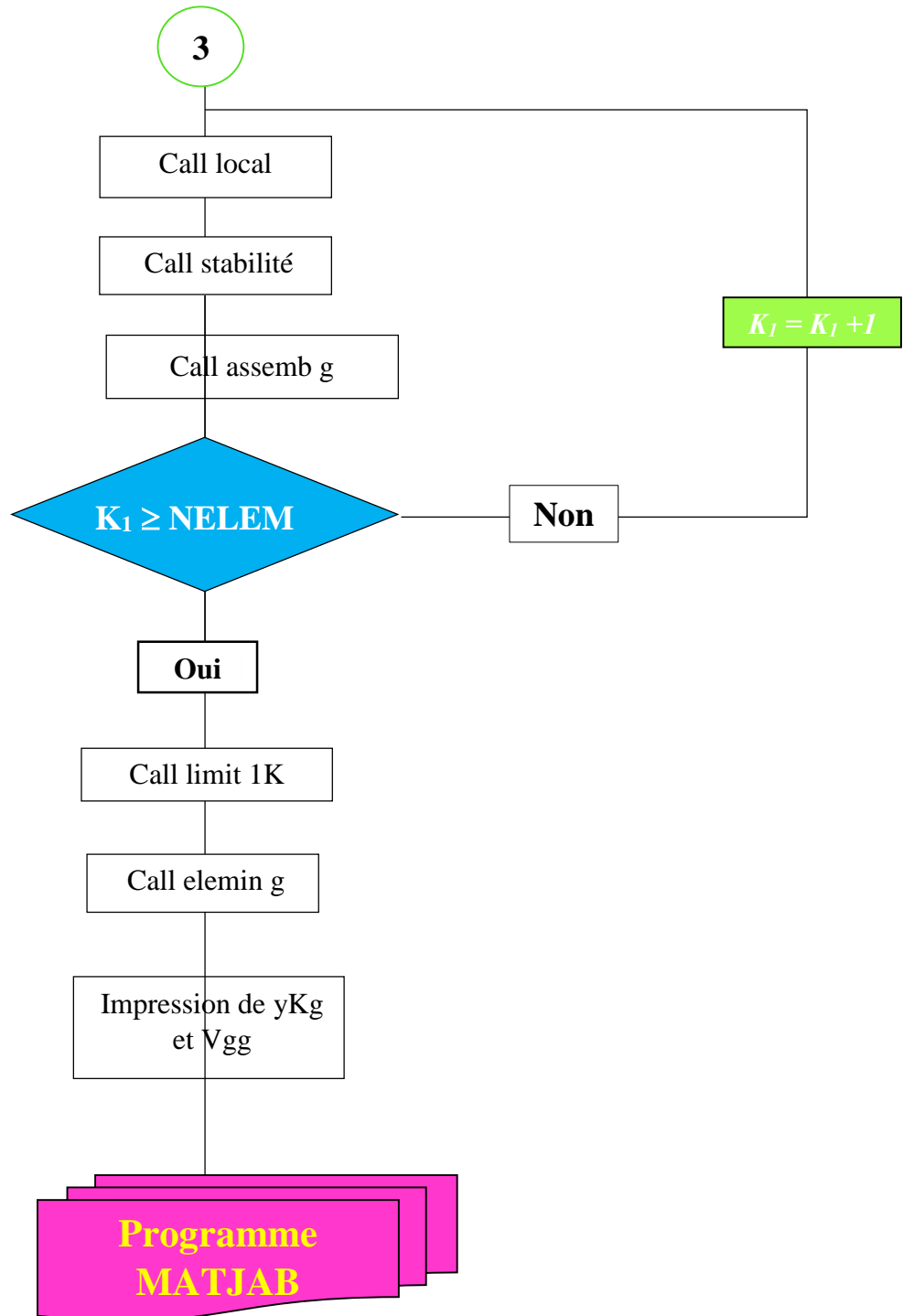


Figure.(IV.6).Organigramme du programme

Après l'impression de yK_g et V_{gg} , un programme en Matlab est élaboré pour la résolution de :

$$\text{Det} (yK_g - \lambda V_{gg}) = 0 \quad (\text{IV.62})$$

Avec :

$yK_g = [K]$: Matrice de rigidité globale.

$V_{gg} = [K_g]$: Matrice de rigidité géométrique globale.

CHAPITRE V
ETUDE PARAMETRIQUE ET VALIDATION DU
PROGRAMME

V.1. Introduction :

Le présent chapitre est consacré à la présentation de la validation des développements analytiques et numériques élaborés dans les chapitres 3 et 4. La première formulation est consacrée au calcul du coefficient de flambage K pour différentes configuration d'assemblage en s'accroissant sur la liaison semi rigide d'une colonne isolée dans le cas des structures contreventées par l'introduction de la rigidité de la structure (R) aux extrémités de la colonne étudiée et des coefficients de fixités γ . Les résultats analytiques et expérimentales de la littérature sont analysés et comparés aux résultats trouvés. La deuxième formulation numérique est destinée à la modélisation du phénomène de flambage des colonnes au sein des structures contreventées et non contreventées à étages multiples en considérant la flexibilité des assemblages dans la situation normale et en cas d'incendie. Les résultats obtenus sont comparés et validés par rapports aux modèles analytiques et numériques existants.

V.2. Première partie : Evaluation analytique du facteur K pour une structure contreventée

Afin de valider la formulation développée concernant le coefficient du flambage K ($l_f = K.L$) pour les différentes configurations d'assemblage considérées, dans le but d'illustrer la précision de la procédure analytique proposée dans la première partie de la thèse. Une étude comparative est menée en se basant sur des exemples académiques et des études analytiques et expérimentales ultérieures ainsi que des modèles de calcul proposés dans la littérature.

V.2.1. Comparaison du facteur K cas de l'assemblage rigide $\gamma=1$:

Les résultats obtenus de la résolution de l'équation (III.55) sont comparés à celles donnés par les relations proposées par Dumonteil (1992) dans les règles françaises et Helleland (2012), qui sont basés sur le modèle et les équations exactes proposées par Barakat et Chen (1990) pour les portiques contreventés et non contreventés dans le cas des assemblages rigides ($\gamma=1$) respectivement. Les équations proposées permettent le calcul des coefficients relatifs de rigidité donnés par les relations suivantes :

$$G_{A,B} = \left(\frac{\sum \left(\frac{EI}{L} \right)_c}{\sum \left(\frac{EI}{L} \right)_b} \right)_{A,B}$$

Avec : $\sum \left(\frac{EI}{L} \right)_c$ somme des rigidités linéaires des colonnes connectés au nœud considéré

$\sum \left(\frac{EI}{L} \right)_b$: somme des rigidités linéaires des poutres connectées au nœud considéré

Ces coefficients sont utilisés pour le calcul des coefficients d'influence de la structure sur le comportement de l'assemblage nommés R_A et R_B déterminés par la méthode graphique proposée par Barakat du diagramme $M-\theta$. La formulation de Barakat est adoptée par Dumonteil

(1992) et Hellesland (2012). Tout les résultats sont présentés dans le tableau (V.1), qui montrent la comparaison du facteur K calculé par l'équation développée aux modèles proposés. Il est bien constaté que les équations dérivées montrent une précision parfaite par rapport aux résultats examinés. Ces équations peuvent être considérer comme un outil fiable pour le calcul du coefficient de flambage.

Tableau. (V.1). Comparaison du facteur K (Assemblage rigide $\gamma=1$).

G_A	G_B	R_A	R_B	K		
				Présent Travail	Hellesland (2012)	Dumonteil (1992)
0,10	0,400	0,050	0,200	0,6030	0,603	0,608
0,25	0,250	0,125	0,125	0,6110	0,611	0,619
0,10	0,900	0,050	0,450	0,6480	0,648	0,651
0,25	0,750	0,125	0,375	0,6717	0,672	0,677
0,50	0,500	0,250	0,250	0,6862	0,686	0,692
0,10	1,900	0,050	0,950	0,6829	0,683	0,685
0,25	1,750	0,125	0,875	0,7158	0,716	0,721
0,50	1,500	0,250	0,750	0,7510	0,751	0,756
1,00	1,000	0,500	0,500	0,7742	0,774	0,778
0,50	4,500	0,250	2,250	0,7923	0,792	0,798
1,00	4,000	0,500	2,000	0,8402	0,840	0,844
2,50	2,500	1,250	1,250	0,8772	0,877	0,879
0,50	9,500	0,250	4,750	0,8064	0,806	0,813
1,00	9,000	0,500	4,500	0,8583	0,858	0,862
2,50	7,500	1,250	3,750	0,9129	0,913	0,914
5,00	5,000	2,500	2,500	0,9302	0,930	0,931
50,0	4,000	25,00	2,000	0,9524	0,952	0,953
50,0	10,00	25,00	5,000	0,9770	0,977	0,977
100,0	50,00	50,00	25,00	0,9940	0,994	0,994

V.2.2. Comparaison du facteur K cas de l'assemblage semi-rigide $0 < \gamma < 1$

Afin d'évaluer les valeurs du facteur de flambage (K) pour différentes conditions de liaisons et différentes valeurs de facteurs de fixité d'une colonne dans une structure contreventée à étages multiples figure (V.1). Les équations transcendantes (III.49) et (III.54) sont résolues à l'aide d'une méthode itérative par le programme développé en Fortran. Les résultats obtenus pour le facteur K sont présentés dans les tableaux (V.2, V.3 et V.4). Le facteur K a été évalué en variant les coefficients de rigidité R_A et R_B entre les valeurs limites encastree et articulée ($0 \leq R_A \leq 10$) et ($0 \leq R_B \leq 10$) en considérant trois valeurs du facteur de fixité ($\gamma = 1, \gamma = 0,6$ et $\gamma = 0,3$). Les résultats montrent que pour $R_A = R_B = 10$, la colonne est sensiblement considérée comme une colonne bi-articulé dont le facteur $K=0.9805$ converge vers la valeur théorique $K=1.0$.

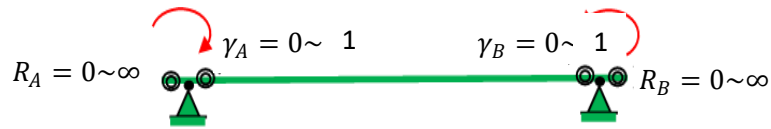


Figure. (V.1). Modélisation d'une colonne isolée dans une structure

Tableau. (V.2). Facteur K pour une colonne d'une structure contreventée
(Assemblage rigide $\gamma = 1$)

$R_A \backslash R_B$	0,0	0,25	0,50	0,75	1,00	2,00	5,00	10,00
0,00	0,5000	0,5895	0,6260	0,6445	0,6555	0,6750	0,6889	0,6939
0,25	0,5895	0,6863	0,7287	0,7510	0,7647	0,7892	0,8070	0,8136
0,50	0,6260	0,7287	0,7743	0,7982	0,8133	0,8402	0,8599	0,8672
0,75	0,6445	0,7510	0,7982	0,8237	0,8392	0,8675	0,8884	0,8961
1,00	0,6555	0,7647	0,8133	0,8392	0,8553	0,8846	0,9061	0,9140
2,00	0,6750	0,7892	0,8402	0,8676	0,8846	0,9156	0,9385	0,9470
5,00	0,6889	0,8070	0,8599	0,8884	0,9061	0,9385	0,9625	0,9714
10,00	0,6939	0,8136	0,8672	0,8961	0,9140	0,9470	0,9714	0,9805

Tableau. (V.3). Facteur K pour une colonne d'une structure contreventée
(Assemblage semi-rigide $\gamma = 0.6$)

$R_A \backslash R_B$	0,0	0,25	0,50	0,75	1,00	2,00	5,00	10,00
0,00	0,6721	0,7178	0,7413	0,7554	0,7648	0,7836	0,7989	0,8049
0,25	0,7178	0,7670	0,7925	0,8080	0,8184	0,8392	0,8563	0,8630
0,50	0,7413	0,7925	0,8193	0,8355	0,8465	0,8685	0,8865	0,8937
0,75	0,7554	0,8080	0,8355	0,8523	0,8636	0,8864	0,9051	0,9126
1,00	0,7648	0,8184	0,8465	0,8636	0,8751	0,8984	0,9176	0,9253
2,00	0,7836	0,8392	0,8685	0,8864	0,8984	0,9228	0,9430	0,9510
5,00	0,7989	0,8563	0,8865	0,9051	0,9176	0,9430	0,9640	0,9640
10,00	0,8049	0,8630	0,8937	0,9126	0,9253	0,9510	0,9724	0,9809

Tableau. (V.4). Facteur K pour une colonne d'une structure contreventée
(Assemblage semi-rigide $\gamma = 0.3$)

$R_A \backslash R_B$	0,0	0,25	0,50	0,75	1,00	2,00	5,00	10,00
0,00	0,8278	0,8428	0,8529	0,8603	0,8659	0,8792	0,8928	0,8991
0,25	0,8428	0,8581	0,8686	0,8762	0,8820	0,8957	0,9097	0,9162
0,50	0,8529	0,8686	0,8793	0,8871	0,8930	0,9070	0,9213	0,9280
0,75	0,8603	0,8762	0,8871	0,8950	0,9010	0,9152	0,9298	0,9366
1,00	0,8659	0,8820	0,8930	0,9010	0,9070	0,9215	0,9362	0,9431
2,00	0,8792	0,8957	0,9070	0,9152	0,9215	0,9363	0,9515	0,9586
5,00	0,8928	0,9097	0,9213	0,9298	0,9362	0,9515	0,9672	0,9745
10,00	0,8991	0,9162	0,9280	0,9366	0,9431	0,9586	0,9745	0,9819

V.2.3. Effet du coefficient de rigidité relative :

Les courbes de la (Figure. V.2) montrent l'évolution du facteur K par rapport aux coefficients de rigidité ($R = R_A = R_B$) des extrémités des colonnes dans une ossature contreventée pour différentes valeurs du facteur de fixité γ c'est-à-dire les valeurs de la diagonale des tableaux précédents. Selon les courbes présentées; les facteurs K convergent vers l'unité pour des coefficients de rigidité relative $R > 3,0$. Les colonnes de l'ossature se comportent comme des éléments articulés aux extrémités. Toutefois, le facteur de fixité est sans effet sur les assemblages quand le coefficient de rigidité relative est supérieur à 3,0.

Les courbes montrent également que pour les valeurs du facteur de fixité supérieures à 0,6, les valeurs du facteur K sont plus proches les unes des autres. Cependant, pour γ inférieure à 0,4 le comportement de l'assemblage est trop proche de celui d'un poteau à extrémités articulées.

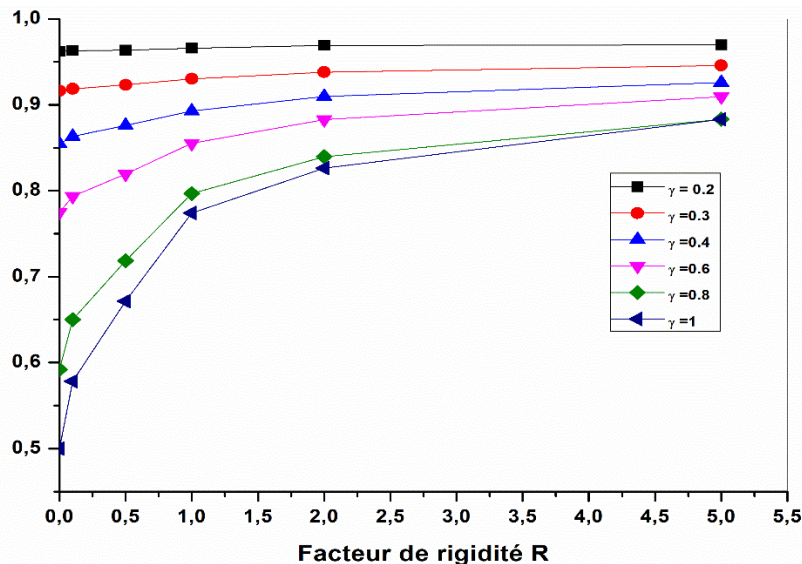


Figure. (V.2). Variation du facteur K en fonction du coefficient de rigidité R

V.2.4. Effet du facteur de fixité γ :

En pratique, Les assemblage poutre-poteau des éléments de portique sont idéalisés et considérés comme parfaitement rigides ou articulés. Cependant, le comportement réel d'un assemblage est compris entre ces deux idéalizations. Afin de connaître l'effet des assemblages partiellement rigides sur la charge critique de flambement d'un poteau dans des portiques contreventés, une étude paramétrique est conduite pour des assemblages avec différentes valeurs du coefficient de rigidité relative R.

Les courbes de la (Figure. V.3) montrent la variation du facteur K en fonction du facteur de fixité pour différentes valeurs de R. Pour des valeurs minimales du coefficient de rigidité R (entre 0 et 0, 5), lorsque la structure est contreventée donc elle fournit une bonne retenue aux extrémités du poteau considéré et donc l'effet du facteur de fixité est très important et les

valeurs des facteurs K diminuent rapidement avec l'augmentation des valeurs de fixité (γ). Le facteur de fixité n'a pratiquement aucun effet sur les structures flexibles en portiques, en particulier pour les valeurs de R supérieures à 5. Le facteur K est presque constant ce qui s'explique par l'asymptote presque horizontale des courbes de K pour $0,5 \leq R \leq 5$.

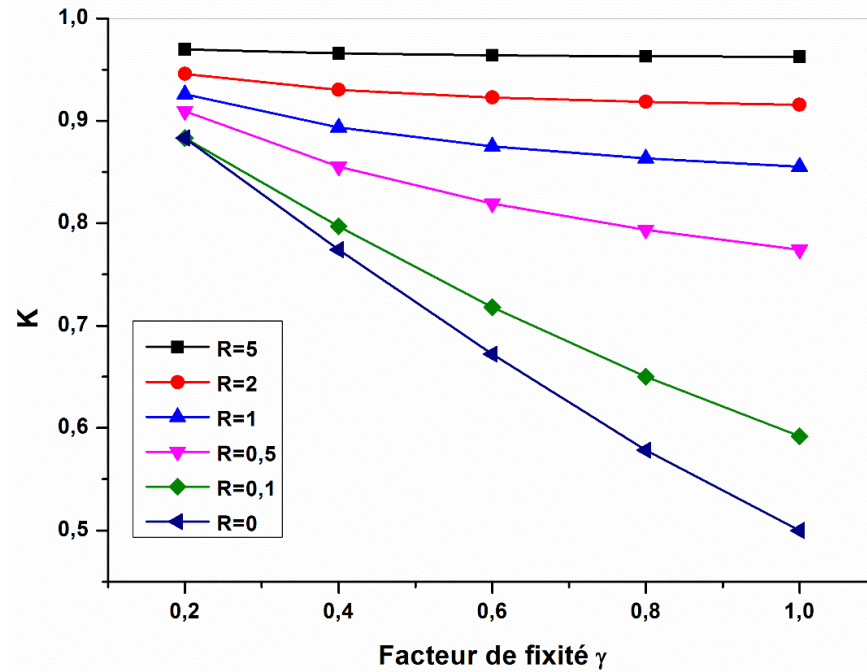


Figure. (V.3). Variation du facteur (K) de la longueur effective par rapport au facteur de fixité (γ)

V.3. Exemple de calcul de portique étagé et contreventé : Étude numérique

Considérons le portique en acier de trois étages montrés sur la Figure(V.4). Les moments d'inertie de la poutre et du poteau sont respectivement $I_b = 2I$ et $I_c = I$. Le module de Young de l'acier $E = 200$ GPa. Les assemblages sont considérés semi-rigides avec des facteurs de fixité égaux aux deux extrémités de chacun des éléments ($\gamma = 1,0$, $\gamma = 0,6$ et $\gamma = 0,3$). Le processus d'évaluation de la valeur du facteur de flambage (facteur K) du poteau central du portique est présenté ci-dessous :

Étape 1 : détermination respectivement des rigidités C_A et C_B des assemblages supérieure et inférieure A et B, en calculant θ_A et θ_B correspondant à $M_A = M_B = I$ pour l'étage considéré. Pour cela, un programme de calcul des structures planes est utilisé.

Étape 2 : Calcul des coefficients de rigidité relative R_A et R_B à partir de l'équation (III.48).

Étape 3 : Résolution de l'équation (III.55) pour évaluer la valeur de K de la longueur effective du poteau pour une valeur donnée du facteur de fixité γ .

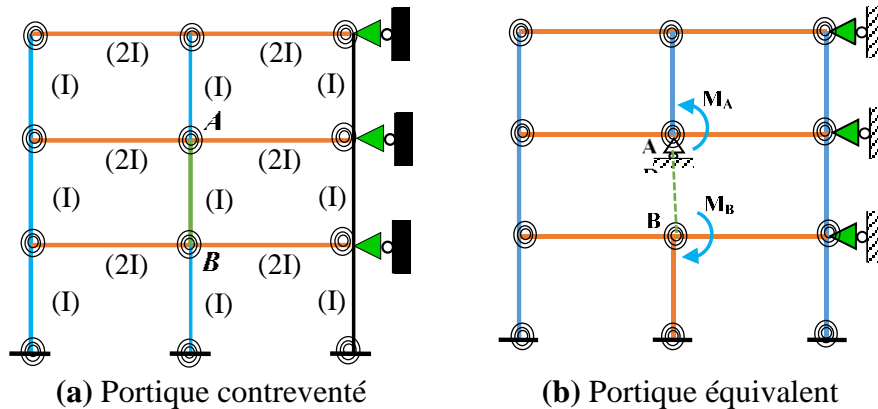


Figure. (V.4). Principe de l'isolation de la colonne

Cas 1 : Poteau du RDC :

Pour la valeur de $\gamma = 1$

- Les Charges appliquées dans les nœuds sont :

NOEUD	Selon X	Selon Y	Moment
5	.00E+00	.00E+00	.10E+01

- Déplacements dans les nœuds sont :

DDL	U	V	Teta
1	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
2	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
3	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
4	.15300510E-08	-.42620730E-09	-.24239080E-09
5	.14588330E-08	.45465290E-10	.13831630E-08

$$\theta = 1,3831630E - 09 \text{ rad} \quad \Rightarrow \quad C_A = \frac{M}{\theta} = 722980588,694 \text{ N. cm}$$

$$R_A = \frac{EI}{LC_A} = \frac{2 * 10^7 * 1317}{400 * 722980588,694} = 0,091081$$

L'équation (III.55) donne :

$$\text{Pour } F(u) \approx 0 \Rightarrow u = 2,8997$$

$$\text{La valeur de rapport } K = \frac{L_f}{L} = \frac{\pi}{2u} \Rightarrow K = 0,5417$$

Pour la valeur de $\gamma = 0.6$

- Charges appliquées dans les nœuds sont

NOEUD	Selon X	Selon Y	Moment
5	.00E+00	.00E+00	.10E+01

Déplacements des nœuds

DDL	U	V	Teta
1	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
2	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
3	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
4	.12588900E-08	-.39322440E-09	-.26727160E-09
5	.12425450E-08	.36428240E-10	.26362830E-09

$$\theta = 2,6362830E - 09 \Rightarrow C_A = \frac{M}{\theta} = 379321946,847N.cm$$

$$R_A = \frac{EI}{LC_A} = \frac{2 * 10^7 * 1317}{400 * 379321946,847} = 0,173599$$

Pour $F(u) \approx 0 \Rightarrow u = 2,2209$

La valeur de rapport $K = \frac{L_f}{L} = \frac{\pi}{2u} \Rightarrow K = 0,7072$

Pour la valeur de $\gamma = 0.3$

- Charges appliquées dans les nœuds

NOEUD	Selon X	Selon Y	Moment
5	.00E+00	.00E+00	.10E+01

- Déplacements des nœuds

DDL	U	V	Teta
1	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
2	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
3	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
4	.11142170E-08	-.37060400E-09	-.27703360E-09
5	.11122480E-08	.34152420E-10	.55385690E-08

$$\theta = 5,5385690E - 09 \Rightarrow C_A = \frac{M}{\theta} = 180552052,344N.cm$$

$$R_A = \frac{EI}{LC_A} = \frac{2 * 10^7 * 1317}{400 * 180552052,344} = 0,364714$$

Pour $F(u) \approx 0 \Rightarrow u = 1,8526$

La valeur de rapport $K = \frac{L_f}{L} = \frac{\pi}{2u} \Rightarrow K = 0,8478$

Cas 2 : poteau d'un étage moyen :

Pour la valeur de $\gamma = 1$

- Charges appliquées dans les nœuds

NOEUD	Selon X	Selon Y	Moment
5	.00E+00	.00E+00	.10E+01
8	.00E+00	.00E+00	-.10E+01

• Déplacements des nœuds

DDL	U	V	Teta
5	-.12360560E-08	.70693480E-12	.13594060E-08
6	.00000000E+00	.43286220E-10	-.27776900E-09
7	-.10096850E-08	.35970040E-09	.30465340E-09
8	-.11694180E-08	-.70147740E-09	-.14179790E-08

$$\theta_A = 1,4179790E - 09 \quad \text{et} \quad \theta_B = \frac{M}{\theta} = 1,3594060E - 09$$

$$C_A = 705229061,925\text{N.cm} \quad \text{et} \quad C_B = 735615408,494\text{N.cm}$$

$$R_A = 0,093373 \quad \text{et} \quad R_B = 0,089516$$

Pour $F(u) \approx 0 \quad \Rightarrow \quad u = 2,685135$

La valeur de rapport $K = \frac{L_f}{L} = \frac{\pi}{2u} \quad \Rightarrow \quad K = 0,5859$

Pour la valeur de $\gamma = 0.6$

• Charges appliquées dans les nœuds

NOEUD	Selon X	Selon Y	Moment
5	.00E+00	.00E+00	.10E+01
8	.00E+00	.00E+00	-.10E+01

• Déplacements des nœuds

DDL	U	V	Teta
5	-.11696500E-08	.23457520E-12	.26187280E-08
6	.00000000E+00	.30242500E-10	-.29216880E-09
7	-.98372410E-09	.35135180E-09	.30052180E-09
8	-.10898900E-08	-.64380720E-09	-.26502430E-08

$$\theta_A = 2,6502430E - 09 \quad \text{et} \quad \theta_B = \frac{M}{\theta} = 2,6187280E - 09$$

$$C_A = 377323890,677\text{N.cm} \quad \text{et} \quad C_B = 381864783,207\text{N.cm}$$

$$R_A = 0,174518 \quad \text{et} \quad R_B = 0,172443$$

Pour $F(u) \approx 0 \quad \Rightarrow \quad u = 2,1103$

La valeur de rapport $K = \frac{L_f}{L} = \frac{\pi}{2u} \Rightarrow K = 0,7443$

Pour la valeur de $\gamma = 0.3$

- Charges appliquées dans les nœuds

[NOEUD]	Selon X	Selon Y	Moment
5	.00E+00	.00E+00	.10E+01
8	.00E+00	.00E+00	-.10E+01

- Déplacements des nœuds

[DDL]	U	V	Teta
5	-.10908660E-08	.77892560E-13	.55280220E-08
6	.00000000E+00	.16238060E-10	-.29109260E-09
7	-.99093310E-09	.34938560E-09	.29160710E-09
8	-.10438330E-08	-.58945600E-09	-.55434860E-08

$$\theta_A = 5,5434860E - 09 \quad \text{et} \quad \theta_B = \frac{M}{\theta} = 5,5280220E - 09$$

$$C_A = 180391905,021\text{N.cm} \quad \text{et} \quad C_B = 180896530,441\text{N.cm}$$

$$R_A = 0,365038 \quad \text{et} \quad R_B = 0,364020$$

$$\text{Pour } F(u) \approx 0 \quad \Rightarrow \quad u = 1,80828$$

La valeur de rapport $K = \frac{L_f}{L} = \frac{\pi}{2u} \Rightarrow K = 0,8686$

Cas 3 : Poteau du dernier étage :

Pour la valeur de $\gamma = 1$

- Charges appliquées dans les nœuds

[NOEUD]	Selon X	Selon Y	Moment
8	.00E+00	.00E+00	.10E+01
11	.00E+00	.00E+00	-.10E+01

- Déplacements des nœuds

[DDL]	U	V	Teta
8	-.77599070E-09	.13358880E-11	.14205350E-08
9	.00000000E+00	-.46834240E-09	-.36000140E-09
10	-.67282100E-09	.11179590E-08	.64545590E-09
11	-.33641050E-09	.19521210E-09	-.22228340E-08

$$\theta_A = 2,2228340E - 09 \quad \text{et} \quad \theta_B = \frac{M}{\theta} = 1,4205350E - 09$$

$$C_A = 449876149,096N.cm \quad \text{et} \quad C_B = 703960127,698N.cm$$

$$R_A = 0,146373 \quad \text{et} \quad R_B = 0,093542$$

Pour $F(u) \approx 0 \quad \Rightarrow \quad u = 2,59063$

La valeur de rapport $K = \frac{L_f}{L} = \frac{\pi}{2u} \quad \Rightarrow \quad K = 0,6063$

Pour la valeur de $\gamma = 0.6$

- Charges appliquées dans les nœuds

NOEUD	Selon X	Selon Y	Moment
8	.00E+00	.00E+00	.10E+01
11	.00E+00	.00E+00	-.10E+01

- Déplacements des nœuds

	DDL	U	V	Teta
8	-.92417580E-09	.61017590E-12	.26486250E-08	
9	.00000000E+00	-.40442450E-09	-.33601930E-09	
10	-.32561830E-09	.10023950E-08	.65424270E-09	
11	-.16280910E-09	-.20506060E-09	-.40367460E-08	

$$\theta_A = 4,0367460E - 09 \quad \text{et} \quad \theta_B = \frac{M}{\theta} = 2,6486250E - 09$$

$$C_A = 247724280,893N.cm \quad \text{et} \quad C_B = 377554391,429N.cm$$

$$R_A = 0,265819 \quad \text{et} \quad R_B = 0,174411$$

Pour $F(u) \approx 0 \quad \Rightarrow \quad u = 2,07291$

La valeur de rapport $K = \frac{L_f}{L} = \frac{\pi}{2u} \quad \Rightarrow \quad K = 0,7577$

Pour la valeur de $\gamma = 0.3$

- Charges appliquées dans les nœuds

NOEUD	Selon X	Selon Y	Moment
8	.00E+00	.00E+00	.10E+01
11	.00E+00	.00E+00	-.10E+01

• Déplacements des nœuds

	-----	DDL	U		V		Teta		-----
8	-	.97865460E-09		.22266040E-12		.55410250E-08			
9	.	00000000E+00		-.37275320E-09		-.31096460E-09			
10	-	.14234610E-09		.93375110E-09		.64723620E-09			
11	-	.71173050E-10		-.30844650E-09		-83454010E-08			

$$\theta_A = 8,3454010E - 09 \quad \text{et} \quad \theta_B = \frac{M}{\theta} = 5,55410250E - 09$$

$$C_A = 119826476,882N.cm \quad \text{et} \quad C_B = 180472024,580N.cm$$

$$R_A = 0,549544 \quad \text{et} \quad R_B = 0,364876$$

$$\text{Pour } F(u) \approx 0 \quad \Rightarrow \quad u = 1,7938$$

$$\text{La valeur de rapport } K = \frac{L_f}{L} = \frac{\pi}{2u} \quad \Rightarrow \quad K = 0,8756$$

Le tableau ci-dessous résume les valeurs du coefficient de la longueur effective (K) pour les poteaux calculés par la méthode proposée. La (Figure. V.5) montre la variation du coefficient (K) des poteaux dans chaque étage, le poteau le plus faible est à l'étage supérieur parce que les rigidités relatives fournies à leurs assemblages sont inférieures à celles des poteaux inférieurs. Selon la (Figure. V.5) les trois courbes sont presque identiques et ont la même allure. Selon la (Figure. V.6) il est montré que le facteur K du poteau dans un étage est linéaire par rapport à un facteur de fixité et vice versa.

Tableau. (V.5). Facteur K des poteaux internes d'un portique

Facteur de fixité	étage	R_A	R_B	K
1,0	1	0,091081	0	0,5417
	2	0,093373	0,089516	0,5859
	3	0,146373	0,093542	0,6063
0,6	1	0,173599	0	0,7072
	2	0,174518	0,172443	0,7443
	3	0,265819	0,174411	0,7577
0,3	1	0,364714	0	0,8478
	2	0,365038	0,364020	0,8686
	3	0,549544	0,364876	0,8756

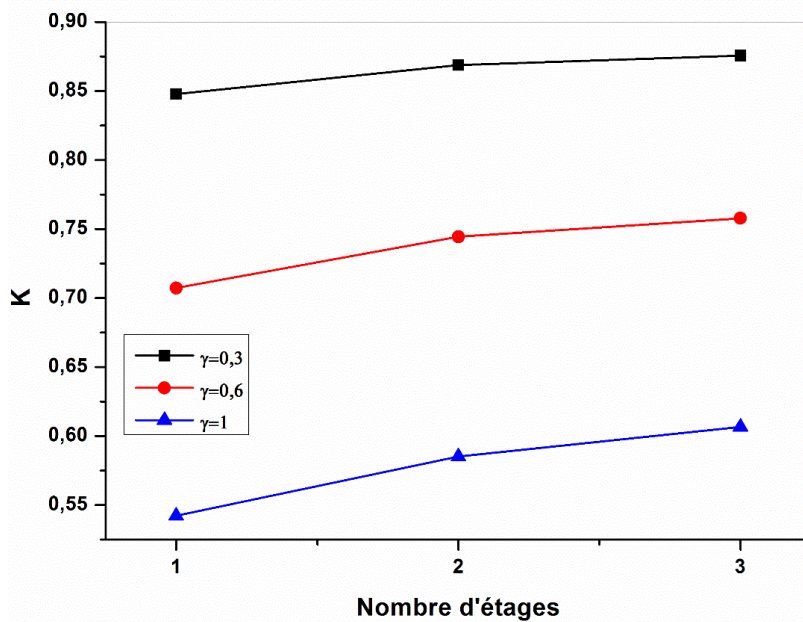
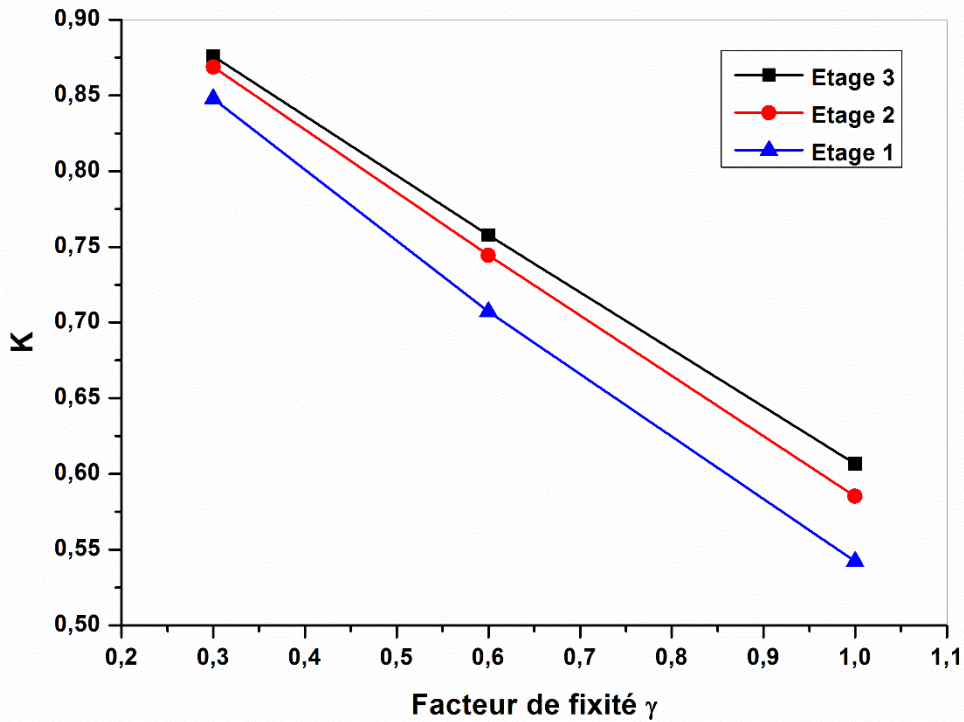


Figure. (V.5). Variation du facteur K en fonction de la position du poteau dans le portique.

Figure. (V.6). Variation du facteur K en fonction du facteur de fixité γ

V.4. Deuxième partie : Formulation de l'élément poutre pour le calcul au flambage :

V.4.1. Analyse de la stabilité des portiques à froid :

Dans le but de valider le modèle proposé dans la deuxième partie de cette thèse, la charge critique F_{cr} est calculée par le programme élaboré qui consiste à résoudre un problème de

valeurs propres en considérant la matrice de rigidité mécanique classique d'un élément et en l'associant à la matrice de rigidité géométrique. Les valeurs obtenues pour F_{cr} sont comparées aux valeurs théoriques (exacte) de la charge critique donnée par (Timoshenko and Gere 1966).

V.4.1.1. Exemple 1 : Portiques simples

Le portique représenté sur la figure (V.7), la barre verticale est à encastrement rigide à sa fondation et à encastrement élastique au sommet. Dans ce cas $\gamma_1 = 1$ et $\gamma_2 = 0$.

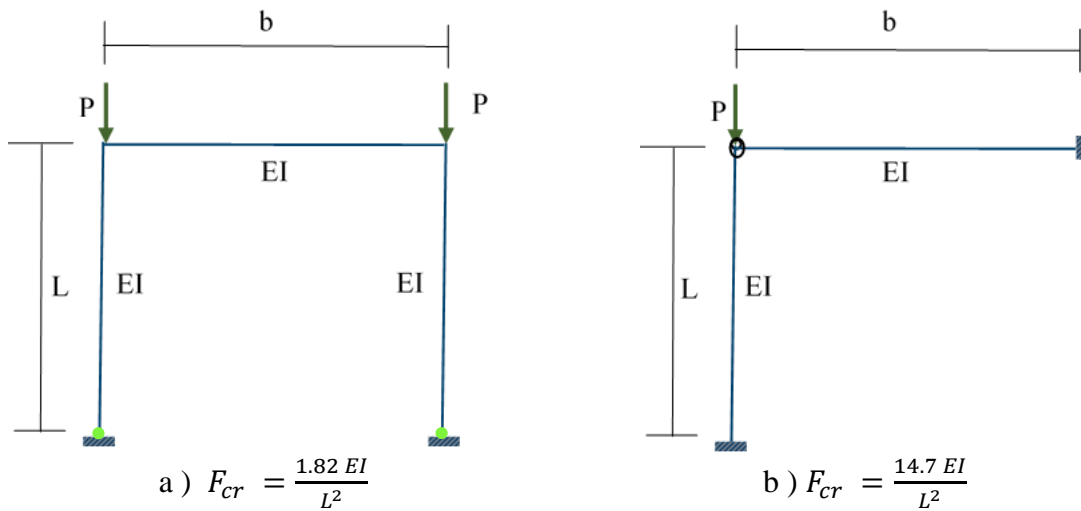


Figure. (V.7). Exemple de portiques (Timoshenko and Gere 1966)

$E = 200 \text{ GPa}$, $I = 100 \text{ cm}^4$, $L = b = 100 \text{ cm}$ et $P = 10000 \text{ N}$

Résultats :

a) $F_{cr} = 3.64 \cdot 10^5 \text{ N}$ b) $F_{cr} = 2.94 \cdot 10^6 \text{ N}$
 $F_{cr \text{ programme}} = 3.61 \cdot 10^5 \text{ N}$ $F_{cr \text{ programme}} = 2.94 \cdot 10^6 \text{ N}$

V.4.1.2. Exemple 2 : Portique simple régulier à 3 étages

Le portique régulier avec les caractéristiques géométriques et mécaniques représenté sur la figure (V.8) (K. Girgin et al.) 2006, est étudié pour le calcul de la charge critique de flambage ; la valeur calculée est comparée à la valeur analytique donnée par K. Girgin.

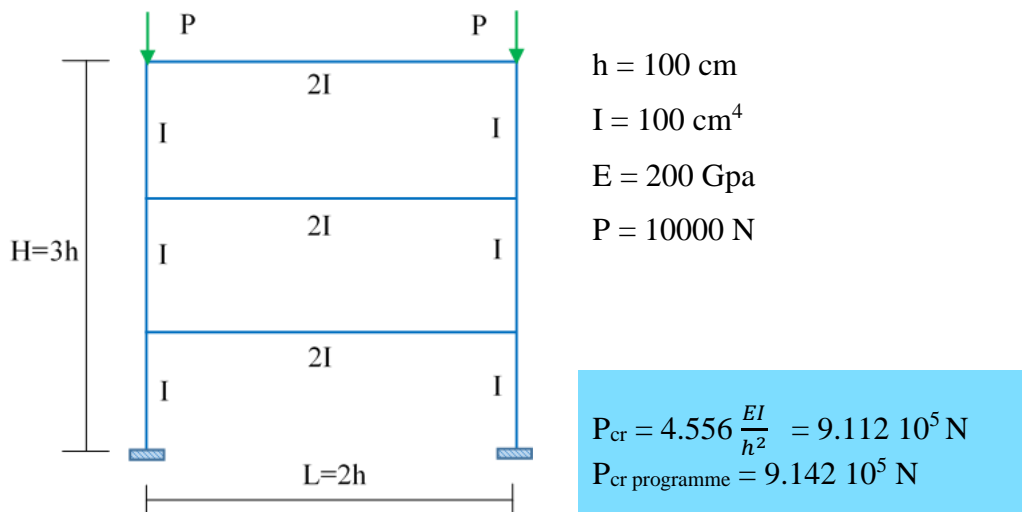


Figure. (V.8). Portique simple (K. Girgin et al.) 2006

V.4.1.3. Exemple 3 : portique irrégulier :

Le calcul est porté sur le portique irrégulier représenté sur la figure (V.9) (K. Girgin et al.)2005,

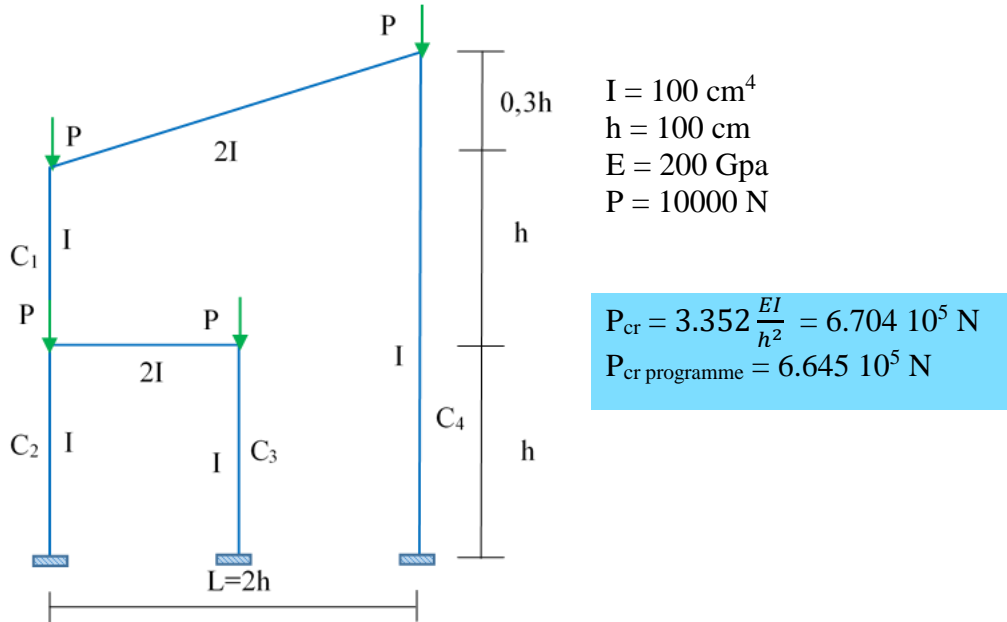


Figure. (V.9). Portique irrégulier (K. Girgin et al.)2005

Le facteur $K = \sqrt{\frac{\pi^2 EI}{P_{cr} h^2}}$ pour différent cas de poteau du portique est représenté dans le tableau suivant :

Tableau. (V. 6) Facteur K des poteaux du portique irrégulier

Poteau	L	K (K. Girgin)	K (Eurocode3)	K programme
C1	h	1.72	1.24	1.72
C2	h	1.21	1.16	1.21
C3	h	1.72	1.08	1.72
C4	2.3h	0.75	1.04	0.74

V.4.1.4. Exemple 4 : Comparaison avec d'autres approches numériques et analytiques :

Une comparaison des valeurs du facteur du flambage efficace K obtenu est établie en utilisant différentes approches. La première approche analytique consiste à comparer les résultats obtenus aux résultats analytiques donnés par Slimani et al (2023). La seconde est basée sur un calcul numérique en utilisant le logiciel ROBOT (Autodesk Robot Structural Analysis (2023)). D'autres approches proposées par Le Messurier (1977), Lui (1992), Smyrell (1994) et Raftoyiannis (2005) sont examinées et analysées. Pour cet objectif, l'exemple de portique

rectangulaire présenté sur la figure (V.9) a été adopté. Le portique (a) correspond à la situation où les supports sont des encastremets, bien que le portique (b) représente la situation avec des supports articulés.

Les portiques dans lesquels les effets de la modification de la géométrie et des conditions aux limites ont été pris en compte sont illustrés dans l'exemple considéré. Les valeurs du facteur K pour les poteaux (1) et (2) obtenues dans cette étude comparative sont données dans le tableau (V.7) ci-dessous.

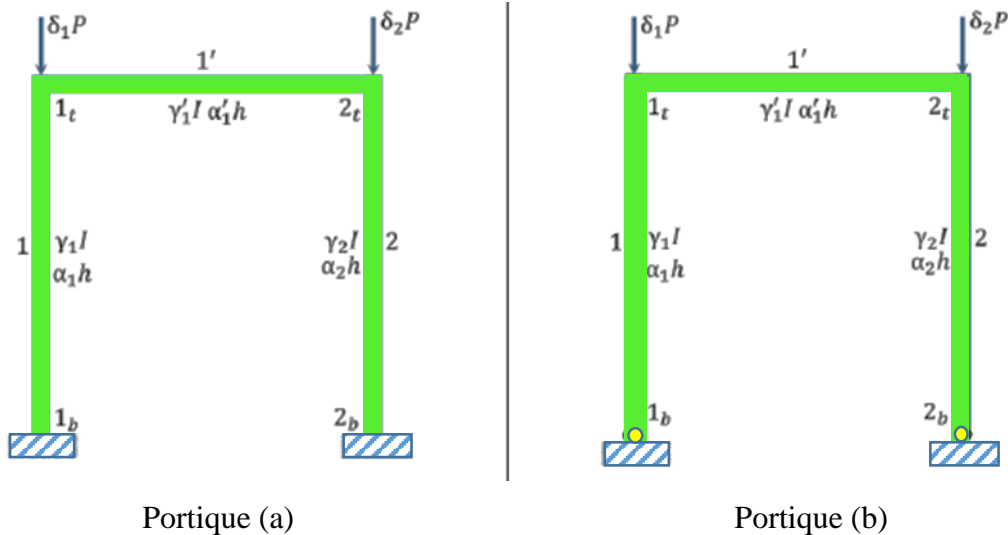


Figure. (V.10). Portiques utilisés dans l'étude comparative (Slimani et al) 2023

Les résultats obtenus par la présente étude sont proches de ceux donnés par le logiciel d'analyse structurelle Robot (2023) (l'erreur trouvée est inférieure à 2%). Ces résultats constituent un test de validation pour la présente étude de la deuxième partie.

Tableau. (V. 7) Comparaison des valeurs du facteur K

Poteaux		LeMessurier (1977)	Lui (1992)	Smyrell (1994)	Raftoyiannis (2005)	Robot (2023)	Slimani (2023)	Présent travail
cas(1) : $\delta_i = 1$; $\gamma_i = 1$; $\alpha_i = 1$; $\gamma'_1 = 1$; $\alpha'_1 = 1$								
Portique (a)	1	1.167	1.170	1.156	1.156	1.154	1.156	1.158
	2	1.167	1.170	1.156	1.156	1.154	1.156	1.158
Portique (b)	1	2.340	2.379	2.324	2.328	2.33	2.328	2.333
	2	2.340	2.379	2.324	2.328	2.33	2.328	2.333
cas(2) : $\delta_i=1$; $\gamma_1 = 1$; $\gamma_2 = 0.5$; $\alpha_i=1$; $\gamma'_1 = 1$; $\alpha'_1 = 1$								
Portique (a)	1	1.347	1.490	1.156	/	1.325	1.320	1.32
	2	0.891	1.028	1.082	/	0.917	0.933	0.934
Portique (b)	1	2.702	2.905	2.324	/	2.687	2.665	2.669
	2	1.776	2.003	2.189	/	1.857	1.884	1.887

cas(3) : $\delta_i=1$; $\gamma_i=1$; $\alpha_1=1$; $\alpha_2=0.5$; $\gamma'_1=1$; $\alpha'_1=1$								
Portique (a)	1	0.738	0.723	1.156	/	0.771	0.760	0.775
	2	1.626	1.445	1.276	/	1.541	1.521	1.55
Portique (b)	1	1.480	1.214	2.324	/	1.647	1.607	1.65
	2	3.342	2.427	2.620	/	3.295	3.214	3.30
cas(4) : $\delta_i=1$; $\gamma_i=1$; $\alpha_i=1$; $\gamma'_1=0.5$; $\alpha'_1=1$								
Portique (a)	1	1.286	1.303	1.276	1.279	1.285	1.279	1.281
	2	1.286	1.303	1.276	1.279	1.285	1.279	1.281
Portique (b)	1	2.642	2.759	2.620	2.635	2.667	2.635	2.639
	2	2.642	2.759	2.620	2.635	2.667	2.635	2.639
cas(5) : $\delta_1=1$; $\delta_2=2$; $\gamma_i=1$; $\alpha_i=1$; $\gamma'_1=1$; $\alpha'_1=1$								
Portique (a)	1	1.429	1.727	1.156	/	1.413	1.417	1.42
	2	1.010	1.221	1.156	/	1	1.002	1.004
Portique (b)	1	2.866	3.261	2.324	/	2.8556	2.853	2.86
	2	2.027	2.306	2.324	/	2.019	2.018	2.022
cas(6) : $\delta_1=2$; $\delta_2=1$; $\gamma_1=2$; $\gamma_2=1$; $\alpha_1=2$; $\alpha_2=1$; $\gamma'_1=2$; $\alpha'_1=2$								
Portique (a)	1	0.830	0.760	1.156	/	0.755	0.747	0.745
	2	1.660	1.520	1.156	/	1.465	1.494	1.518
Portique (b)	1	1.655	1.270	2.324	/	1.535	1.520	1.5
	2	3.310	2.477	2.324	/	2.990	3.039	3.094

V.5. Stabilité des portiques en acier exposés aux hautes températures :

La longueur de flambement d'un poteau à des températures élevées diffère généralement de celle à température ambiante (Fernando et al.). La longueur de flambement L_f d'un poteau pour le calcul en situation des hautes températures doit être déterminée comme pour le calcul à température ambiante, en tenant compte de la réduction du module d'élasticité de l'acier, la dégradation de ce module en fonction de l'évolution de la température (T) est représentée sur la figure (V.11).

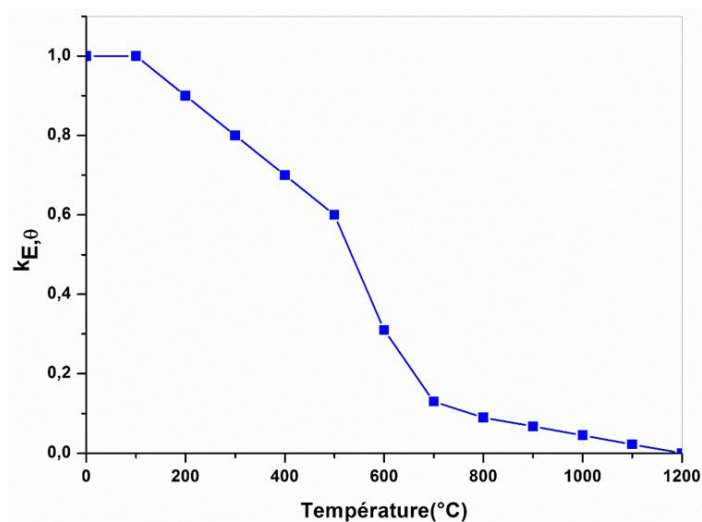


Figure. (V.11). Réduction du Module élastique de l'acier en fonction de T

L'Eurocode 3 partie 1-2 utilise des règles simples pour déterminer la longueur de flambement L_f d'un poteau en acier pour la conception d'une structure exposée à l'incendie. Dans le cas d'un portique contreventé dans lequel chaque étage comprend un compartiment coupe-feu séparé avec une résistance au feu suffisante, l'Eurocode 3 suggère que la longueur de flambement peut être prise à : $L_f = 0,5L$ dans un étage intermédiaire et $L_f = 0,7L$ dans l'étage supérieur Figure (V.12).

Les analyses de stabilité pour l'évaluation de la longueur de flambement et de la charge critique des poteaux montrent que la méthode l'Eurocode 3 peut être pénalisante dans de nombreuses situations pratiques. Pour déterminer la longueur de flambement à des températures élevées un programme est élaboré dans l'optique de mettre en pratique une méthode plus précise et d'améliorer la règle actuelle de l'Eurocode 3 partie 1.2.

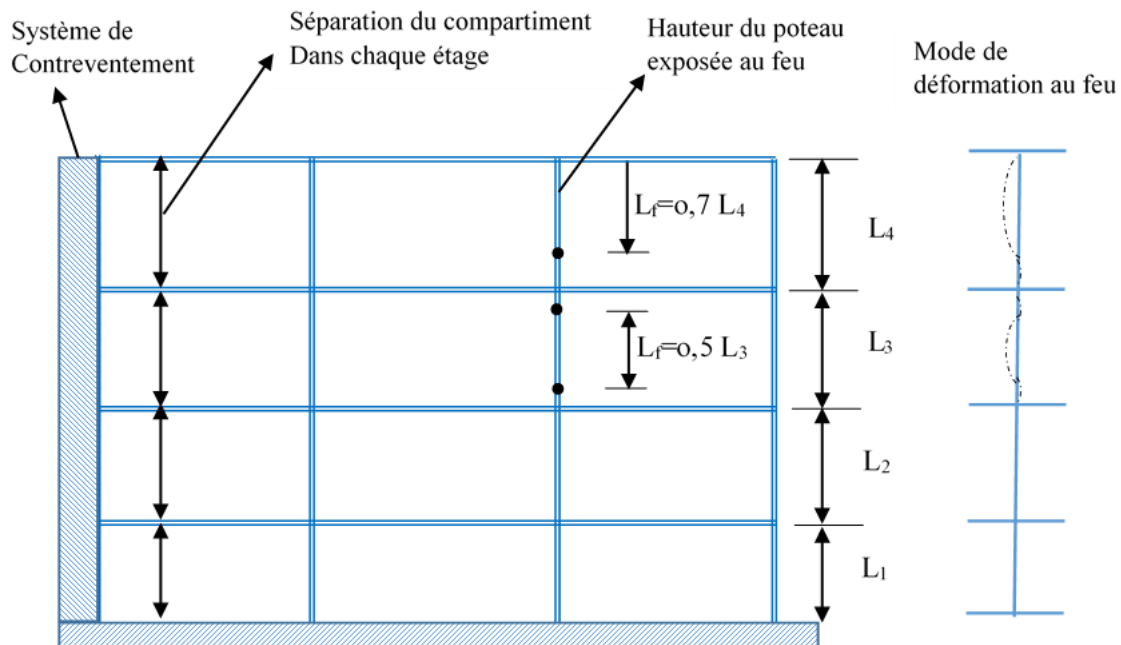


Figure. (V.12). La longueur L_f dans les portiques contreventés, selon l'Eurocode 3

V.5.1. Exemple 1 : structure en portique exposée à l'incendie :

Pour l'analyse de l'influence de la température sur la stabilité élastique, le portique régulier contreventé représenté sur la figure (V.13) est choisi pour modèle de calcul. La structure étudiée fait partie d'une structure globale, la rigidité K_b des poutres supérieures et inférieures des étages non exposés à l'incendie est affectée par le facteur $\frac{1}{2}$ de sorte que les présents résultats sont tout à fait généraux.

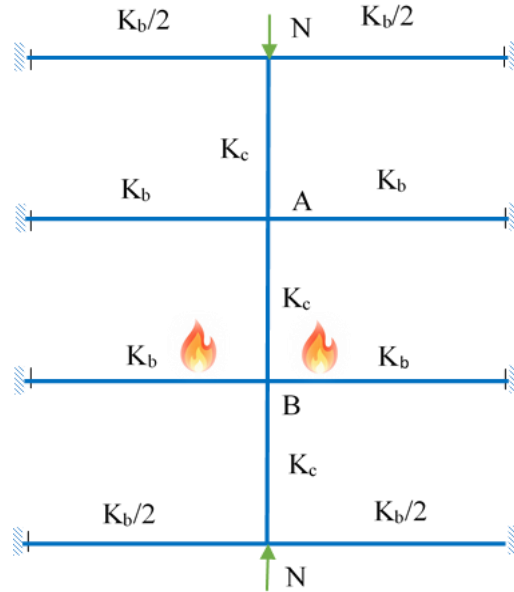


Figure. (V.13). Analyse d'un étage intermédiaire exposé au feu (portique contreventé).

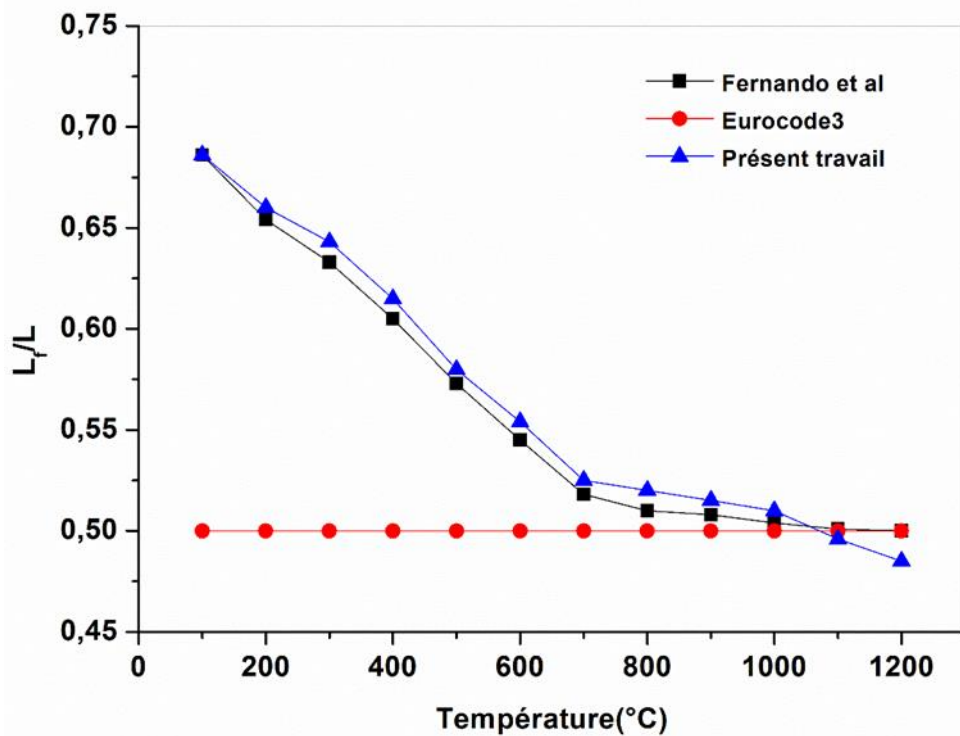


Figure. (V.14). Variation de la longueur de flambage en fonction de la température

L'analyse de la stabilité de l'élément considéré montre que la longueur de flambement du poteau intermédiaire diminue selon le facteur de réduction $K_{E\theta}$ de la Figure (V.14). Il est bien constaté que les modèles numériques sont plus prédictifs du comportement au flambage des poteaux exposés au feu. L'influence des connexions est bien considérée dans le modèle de Fernando et al (2007) et de la présente étude, ils suivent la même évolution. Ce paramètre n'est pas considéré dans le modèle Eurocode. La validation des développements analytiques et

numériques élaborés pour l'analyse du comportement au flambage des colonnes en acier avec différentes configuration d'assemblage dans les portiques contreventés en situation normale et à hautes températures montre bien la fiabilité des résultats obtenus.

CONCLUSION GENERALE-PERSPECTIVE

CONCLUSION GENERALE

La prédiction des phénomènes d'instabilité dans les éléments structuraux en particulier le phénomène du flambage en considérant tous les paramètres géométriques et mécaniques qui peuvent générer ce phénomène et plus objectivement l'influence de la rigidité du reste de la structure et la flexibilité des assemblages. Les méthodes courantes de calcul précisent que l'évaluation du facteur K de la longueur effectif est essentielle pour le dimensionnement des portiques métalliques à joints semi-rigides et donc son évaluation avec exactitude permettra un calcul de la charge critique du flambage d'une manière plus exacte et plus réaliste. Dans ce travail, l'équation qui permet de déterminer le facteur K d'un poteau pour des portiques métalliques contreventés est mis sous diverses conditions aux limites en utilisant l'approche de résolution d'une équation mathématique basée sur la résistance du matériau. Il a été montré selon l'étude comparative que l'équation développée donne des valeurs convergentes et proches des valeurs des modèles analytiques et numériques examinés. L'étude paramétrique a permis de mettre en évidence l'influence de la rigidité du reste de la structure sur le comportement des colonnes étudiées au flambage ainsi que l'influence des barres directement connectées aux extrémités de la colonne. En effet, le coefficient de rigidité relative des extrémités d'un poteau fourni par le reste de la structure, pour différentes valeurs du facteur de fixité γ , a été examiné et analysé. Les résultats montrent que pour des valeurs de $R > 3$, le facteur K atteint l'unité et le poteau se comporte comme un poteau articulé à ces extrémités pour toutes valeurs du facteur de fixité γ . En outre, l'effet de la flexibilité des assemblages poteaux-poutres a été étudié en termes de facteur de fixité et les résultats ont montré que l'effet de γ est très important pour les structures rigides ($R < 0,5$). Cependant, l'effet du facteur de fixité n'a aucun effet pour les structures en portiques flexibles et le facteur K est sensiblement constant, en particulier pour des valeurs de $R > 5$.

Une formulation en élément fini est mise en équations en tenant compte de la flexibilité des assemblages pour déterminer la charge critique de flambement pour différent type de portique simples et à étages multiples non contreventé où les irrégularités géométriques et le type chargement sont pris en compte, les résultats obtenus ont été encourageante et en bon accord avec les résultats des travaux de la littérature examinée.

La stabilité des portiques métalliques contreventés en cas d'incendie est examinée et étudiée La résistance au flambement des portiques métalliques à température élevée est fortement

influencée par la dégradation des propriétés mécaniques de l'acier et en particulier le module élastique. En situations d'incendie, la longueur de flambement des poteaux a un effet considérable sur la stabilité des portiques en acier. Les résultats du calcul numérique effectué pour le coefficient K de la longueur de flambement ont été validés et comparés aux résultats des exemples analysés de la littérature.

PERSPECTIVES :

Les développements élaborés dans le cadre de cette recherche ont permis de mieux comprendre le comportement au flambage des colonnes dans les structures contreventées par une contribution analytique et numérique ; l'extension de ce travail à d'autres envergures est un challenge à entreprendre. Les perspectives suivantes sont dressées.

- 1- La détermination implicite des coefficients de fixité et de rigidité permettra de mieux introduire l'influence de la structure et la flexibilité de l'assemblage.
- 2- L'introduction du comportement non linéaire des matériaux pourra être un point déterministe pour reprendre le comportement réaliste vis-à-vis au flambage.
- 3- La prise compte du comportement thermomécanique des matériaux en fonction de l'évolution des températures et l'introduction des contraintes thermiques et thermomécaniques en conséquence permettra d'analyser de près l'effet de la température sur la stabilité des éléments comprimés au flambage.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Abidelah, A. (2009). Analyse numérique du comportement d'assemblages métalliques. Approche numérique et validation expérimentale (Doctoral dissertation, Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II).
- Adel Slimani, Toufik Belaid, Messaoud Saidani, Fatiha Ammari and Redouane (2023)
A new method for determining the effective length factor of columns in partially braced frames on elastic supports *Int. J. Structural Eng. and Mechanics*, Volume 85, Number 6, March 25 2023, Pages 825-835.
- Al-Aasam, H. (2013). *Modern Engineering Design: Analytical and numerical modelling of semi-rigid connections*. The University of Manchester (United Kingdom).
- AHMED, A., KISHI, N., MATSUOKA, K., & KOMURO, M. (2001). Nonlinear Analysis on Prying of Top-and Seat-Angle Connections. *Journal of Applied Mechanics*, 4, 227–236. doi:10.2208/journalam.4.227
- AISC (2017). *Steel construction manual*. Chicago, IL, fifteenth edition
- Anderson, D., Colson, A., & Jaspart, J. P. (1994). Connection and frame design for economy. *Bouwen met Staal: Kwartaaltijdschrift Gewijd aan Staal en Staalconstructies*, 34-38.
- Barakat M., W.F. Chen (1990) Practical analysis of semi-rigid frames, *AISC Eng. J.* 54–6827 (2).
- Beaulieu D., A. Picard (1985) Behaviour of a simple column base connection, *Revue canadienne de génie civil*, 12(1): 126-136, 10.1139/l85-013.
- Bjorhovde, R., Colson, A., & Brozzetti, J. (1990). Classification System for Beam-to-Column Connections. *Journal of Structural Engineering*, 116(11), 3059–3076. doi:10.1061/(asce)0733-9445(1990)116:11(3059)
- Bridge R.Q., D.J.(1986) Fraser Improved G-factor method for evaluating effective lengths of columns, *J StructEng*, ASCE 1986,113(6):1341–56.
- Bridge R.Q., N.S. (1977) Trahair Effects of translational restraint on frame buckling, *CivEng Trans*, IE Aust 1977,19(2):176–83.
- BSI (2005). BS EN 1993-1.2: 2005 Eurocode 3, Design of steel structures, Part 1.2: General Rules - Structural fire design. British Standards Institution, London, UK.
- Chen, W. F. (2011). *Semi-rigid connections handbook*. J. Ross Publishing.
- Chen, W. F., & Lui, E. M. (1991). *Stability design of steel frames*. CRC press.
- Chen, W. F., & Kishi, N. (1989). Semirigid steel beam-to-column connections: Data base and modeling. *Journal of Structural Engineering*, 115(1), 105-119.
- Citipitioglu, A. M., Haj-Ali, R. M., & White, D. W. (2002). Refined 3D finite element modeling of partially-restrained connections including slip. *Journal of Constructional Steel Research*, 58(5-8), 995–1013. doi:10.1016/s0143-974x(01)00087-6.

- Citipitioglu, A. M., Haj-Ali, R. M., & White, D. W. (2002). Refined 3D finite element modeling of partially-restrained connections including slip. *Journal of Constructional Steel Research*, 58(5-8), 995–1013. doi:10.1016/s0143-974x(01)00087-6.
- Canadian standards association, (1989) Cold formed steel structural members, CAN/CSAS16.1-M89, Rexdale, Ontario.
- Cook R, Malkus D, Pelesha M,(1989) CONCEPTS AND APPLICATIONS OF FINITE ELEMENT ANALYSIS: JOHN WILEY AND SONS New York Chichester Brisbane Toronto Singapore Third Edition.
- De Alvarenga, A. R. (2020). Plastic-zone advanced analysis – Formulation including semi-rigid connection. *Engineering Structures*, 212, 110435. doi:10.1016/j.engstruct.2020.110435.
- Dhillon, B. S., & O'Malley III, J. W. (1999). Interactive Design of Semirigid Steel Frames. *Journal of Structural Engineering*, 125(5), 556–564. doi:10.1061/(asce)0733-9445(1999)125:5(556)
- Dumonteil P., (1992) Simple equations for effective length factor, *AISC Eng. J.* 29 (3) 111–119.
- Fernando C.T, Paulo M. Providencia e Costa, Joao Paulo C. Rodrigues, Ildefonso C. Neves(2007). Buckling length of a steel column for fire design ,*Engineering Structures* 29 (2007) 2497–2502
- Gantes J.C, GE. (2005) Mageirou Improved stiffness distribution factors for evaluation of effective buckling lengths in multi-story sway frames, *Engineering Structures*, 27:1113–1124.
- Goto Y., S. Suzuki, W.F. Chen (1993) Stability behavior of semi-rigid sway frames, *Engineering Structures*, 15(3):209–19.
- Hellesland J. (2012) Evaluation of effective length formulas and applications in system instability analysis, *Engineering Structures*, 45: 405–420.
- Hellesland J. (2007) Mechanics and effective lengths of columns with positive and negative end restraints, *Engineering Structures*, 29(12):3464–74.
- Kishi N., W.F. Chen, Y. Goto, M. Komuro (1998) Effective length factor of columns in flexibly jointed and braced frames, *Journal of Constructional Steel Research*, 47 93–118.
- Konuralp Girgin, Gunay Ozmen, Engin Orakdogen (2006) Buckling lengths of irregular frame columns *Journal of Constructional Steel Research* 62 (2006) 605–613
- Monotone G.R., T.S. Wu (1963) Matrix analysis of semi-rigidly connected frames, *Journal of Structural Division, ASCE*, 89(6):13–42.
- Simoes L. M. C., (1996) Optimization of frames with semi-rigid connections, *computers & structures* Vol. 60. No. 4, pp. 531539.
- TATI Abdelouaheb., « Procédure d'évaluation du facteur K dans des portiques contreventés avec des joints semi-rigides »

- TATI Abdelouaheb., «Etude expérimentale des joints poteau-entremises dans les bâtiments industriels légers » thèse de maîtrise, université laval. Décembre 1990.
- Thomas C., Kavanagh (1962) Effective length of framed columns, T.Am. Soc. Civ. Eng., 127 (2) 81–101.
- Timoshenko S.P., J.M. Gere (1966) Théorie de la stabilité élastique, DUNOD Paris.
- Trahair N.S. (1969) Interaction buckling of plane frames, Steel Construct, Aust ISC, 3(1):2–12.
- Tong G.S., J.P. Wang (2004) Column effective length considering the inter-story interaction, Advances in Structural Engineering, 7(5):415–25.
- Webber A., J.J. Orr, P. Shepherd, K. Crothers (2015) The effective length of columns in multi-storey frames, Engineering Structures, Volume 102, 32-143, ISSN 0141-0296.
- Xu L., X.H. Wang (2007) Stability of multi-storey unbraced steel frames subjected to variable loading, Journal of Constructional Steel Research 63 1506–1514.
- Xu L., Y. Liu (2002) Story stability of semi-braced steel frames, Journal of Constructional Steel Research 58 467–491.

ANNEXES

Annexe I : première partie calcul analytique :
Exemples d'une structure encastree à la base :
1-Poteau de RDC :

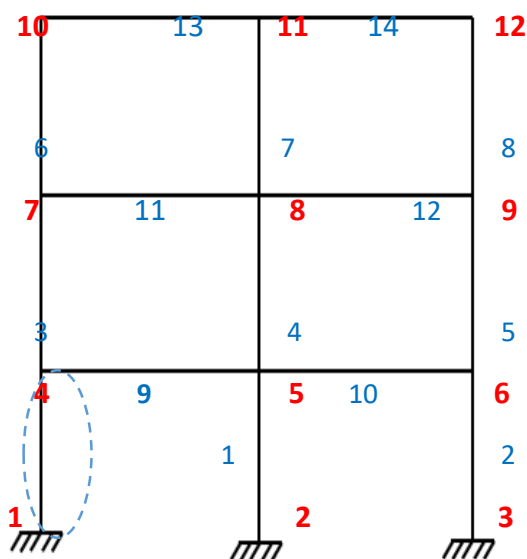


Figure I.1 : Structure analysée

Coordonnées des nœuds

NOEUD	XCOORD	YCOORD	RETH	RETV	RETR
1	.00	.00	1.	1.	1.
2	800.00	.00	1.	1.	1.
3	1600.00	.00	1.	1.	1.
4	.00	400.00	0.	0.	0.
5	800.00	400.00	0.	0.	0.
6	1600.00	400.00	1.	0.	0.
7	.00	800.00	0.	0.	0.
8	800.00	800.00	0.	0.	0.
9	1600.00	800.00	1.	0.	0.
10	.00	1200.00	0.	0.	0.
11	800.00	1200.00	0.	0.	0.
12	1600.00	1200.00	1.	0.	0.

Caractéristiques des barres

BARRE	NDI	NDJ	GAMMAI	GAMMAJ	A	I	E
1	1	4	.60	.60	.239E+02	.132E+04	.200E+08
2	3	6	.60	.60	.239E+02	.132E+04	.200E+08
3	4	7	.60	.60	.239E+02	.132E+04	.200E+08
4	5	8	.60	.60	.239E+02	.132E+04	.200E+08
5	6	9	.60	.60	.239E+02	.132E+04	.200E+08

6	7	10	.60	.60	.239E+02	.132E+04	.200E+08
7	8	11	.60	.60	.239E+02	.132E+04	.200E+08
8	9	12	.60	.60	.239E+02	.132E+04	.200E+08
9	4	5	.60	.60	.334E+02	.263E+04	.200E+08
10	5	6	.60	.60	.334E+02	.263E+04	.200E+08
11	7	8	.60	.60	.334E+02	.263E+04	.200E+08
12	8	9	.60	.60	.334E+02	.263E+04	.200E+08
13	10	11	.60	.60	.334E+02	.263E+04	.200E+08
14	11	12	.60	.60	.334E+02	.263E+04	.200E+08

Charges appliquées dans les nœuds

NOEUD	Selon X	Selon Y	Moment
5	.00E+00	.00E+00	.10E+01

Déplacements des nœuds

DDL	U	V	Teta
1	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
2	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
3	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
4	.12588900E-08	-.39322440E-09	-.26727160E-09
5	.12425450E-08	.36428240E-10	.26362830E-08
6	.00000000E+00	.39322430E-09	-.26829390E-09
7	-.10403740E-08	-.36703520E-09	.50031820E-10
8	-.11782610E-08	.36279440E-10	-.20550400E-09
9	.00000000E+00	.36718390E-09	.48588550E-10
10	.46099760E-10	-.36856210E-09	-.12219350E-10
11	.68023680E-10	.35907080E-10	.21851280E-10
12	.00000000E+00	.36908320E-09	-.10295270E-10

Les résultants de programme des équations (III.54)

247	2.220924700000289	4.405270477292334E-007
248	2.220924800000290	1.007299326394318E-006
249	2.220924900000291	1.574071468946059E-006
250	2.220925000000292	2.140843476272636E-006
251	2.220925100000293	2.707615347707915E-006
252	2.220925200000294	3.274387083695984E-006
253	2.220925300000296	3.841158683570711E-006
254	2.220925400000297	4.407930148220274E-006
255	2.220925500000298	4.974701477200583E-006
256	2.220925600000299	5.541472670511638E-006
257	2.220925700000300	6.108243727931395E-006
258	2.220925800000301	6.675014649903943E-006
259	2.220925900000303	7.241785436207238E-006
260	2.220926000000304	7.808556086841278E-006

261	2.220926100000305	8.375326601806066E-006
262	2.220926200000306	8.942096981101599E-006
263	2.220926300000307	9.508867224727879E-006
264	2.220926400000308	1.007563733290695E-005

2-Poteau d'un étage courant

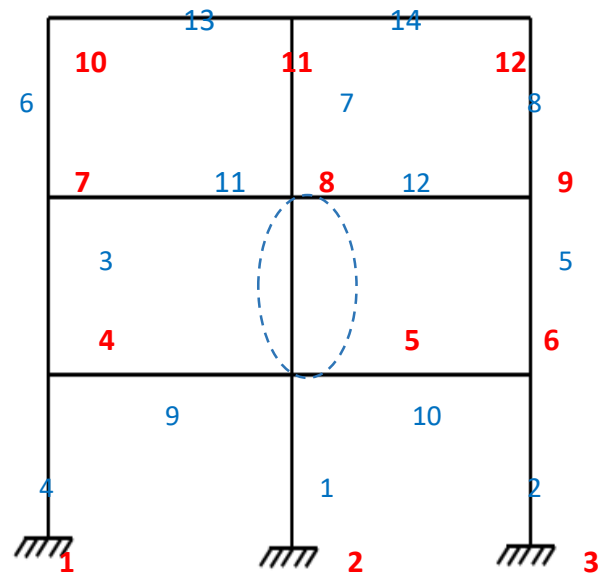


Figure I.1 : Structure analysée

Coordonnées des nœuds

NOEUD	XCOOR	YCOOR	RETH	RETV	RETR
1	.00	.00	1.	1.	1.
2	800.00	.00	1.	1.	1.
3	1600.00	.00	1.	1.	1.
4	.00	400.00	0.	0.	0.
5	800.00	400.00	0.	0.	0.
6	1600.00	400.00	1.	0.	0.
7	.00	800.00	0.	0.	0.
8	800.00	800.00	0.	0.	0.
9	1600.00	800.00	1.	0.	0.
10	.00	1200.00	0.	0.	0.
11	800.00	1200.00	0.	0.	0.
12	1600.00	1200.00	1.	0.	0.

Caractéristiques des barres

BARRE	NDI	NDJ	GAMMAI	GAMMAJ	A	I	E
1	2	5	1.00	1.00	.239E+02	.132E+04	.200E+08
2	3	6	1.00	1.00	.239E+02	.132E+04	.200E+08

3	4	7	1.00	1.00	.239E+02	.132E+04	.200E+08
4	1	4	1.00	1.00	.239E+02	.132E+04	.200E+08
5	6	9	1.00	1.00	.239E+02	.132E+04	.200E+08
6	7	10	1.00	1.00	.239E+02	.132E+04	.200E+08
7	8	11	1.00	1.00	.239E+02	.132E+04	.200E+08
8	9	12	1.00	1.00	.239E+02	.132E+04	.200E+08
9	4	5	1.00	1.00	.334E+02	.263E+04	.200E+08
10	5	6	1.00	1.00	.334E+02	.263E+04	.200E+08
11	7	8	1.00	1.00	.334E+02	.263E+04	.200E+08
12	8	9	1.00	1.00	.334E+02	.263E+04	.200E+08
13	10	11	1.00	1.00	.334E+02	.263E+04	.200E+08
14	11	12	1.00	1.00	.334E+02	.263E+04	.200E+08

Charges appliquées dans les nœuds

NOEUD	Selon X	Selon Y	Moment
5	.00E+00	.00E+00	.10E+01
8	.00E+00	.00E+00	-.10E+01

Déplacements des nœuds

DDL	U	V	Teta
1	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
2	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
3	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
4	-.87133610E-09	-.43993160E-10	-.27605320E-09
5	-.12360560E-08	.70693480E-12	.13594060E-08
6	.00000000E+00	.43286220E-10	-.27776900E-09
7	-.10096850E-08	.35970040E-09	.30465340E-09
8	-.11694180E-08	-.70147740E-09	-.14179790E-08
9	.00000000E+00	-.36040730E-09	.30736790E-09
10	.94365700E-09	.30437030E-09	-.15148010E-09
11	.11364040E-08	-.70180440E-09	.28284360E-09
12	.00000000E+00	-.30475010E-09	-.14718060E-09

Les résultants de programme des équations (III.54)

1	2.685135100000001	7.761416742635419E-007
2	2.685135200000002	1.291644387446667E-006
3	2.685135300000003	1.807147164578637E-006
4	2.685135400000005	2.322650005437410E-006
5	2.685135500000006	2.838152909800940E-006
6	2.685135600000007	3.353655877447181E-006
7	2.685135700000008	3.869158909042270E-006
8	2.685135800000009	4.384662004364159E-006
9	2.685135900000010	4.900165163634895E-006
10	2.685136000000012	5.415668385744255E-006
11	2.685136100000013	5.931171671802460E-006
12	2.685136200000014	6.446675021809512E-006
13	2.685136300000015	6.962178435321320E-006
14	2.685136400000016	7.477681912781975E-006
15	2.685136500000017	7.993185453969431E-006
16	2.685136600000019	8.508689057773466E-006
17	2.685136700000020	9.024192726414526E-006
18	2.685136800000021	9.539696457894209E-006
19	2.685136900000022	1.005520025332274E-005
20	2.685137000000023	1.057070411270011E-005

Annexe II. Deuxième partie calcul numérique :

Exemple : Portiques ou les effets de la modification de la géométrie et les conditions aux limites ont été prisent en compte.

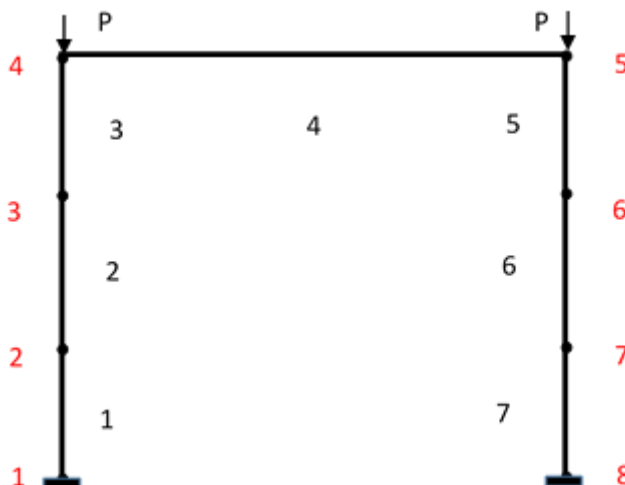


Figure II.1: Structure analysée

Coordonnées des nœuds

NOEUD	X _{COORD}	Y _{COORD}	RET _H	RET _V	RET _R
1	.00	.00	1.	1.	1.
2	.00	100.00	0.	0.	0.
3	.00	200.00	0.	0.	0.
4	.00	300.00	0.	0.	0.
5	300.00	300.00	0.	0.	0.
6	300.00	200.00	0.	0.	0.
7	300.00	100.00	0.	0.	0.
8	300.00	.00	1.	1.	1.

Caractéristiques des barres

BARRE	NDI	NDJ	GAMMAI	GAMMAJ	A	I	E
1	1	2	1.00	1.00	.285E+02	.194E+04	.210E+08
2	2	3	1.00	1.00	.285E+02	.194E+04	.210E+08
3	3	4	1.00	1.00	.285E+02	.194E+04	.210E+08
4	4	5	1.00	1.00	.285E+02	.194E+04	.210E+08
5	5	6	1.00	1.00	.285E+02	.194E+04	.210E+08

6	6	7	1.00	1.00	.285E+02	.194E+04	.210E+08
7	7	8	1.00	1.00	.285E+02	.194E+04	.210E+08
8	9	12	1.00	1.00	.285E+02	.194E+04	.210E+08

Charges appliquées dans les nœuds

[NOEUD]	Selon X	Selon Y	Moment
4	.00E+00	-.10E+05	.10E+01
5	.00E+00	-.10E+05	-.10E+01

Déplacements des nœuds

DDL	U	V	Téta
1	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00
2	-.45903050E-19	-.16708438E-02	.92168042E-21
3	-.16156553E-18	-.33416876E-02	.13933789E-20
4	-.34897811E-18	-.50125313E-02	.25753748E-20
5	-.34893370E-18	-.50125313E-02	.72619240E-21
6	-.22123099E-18	-.33416876E-02	.15646184E-20
7	-.72111002E-19	-.16708438E-02	.13151962E-20
8	.00000000E+00	.00000000E+00	.00000000E+00

Réactions dans les nœuds

noeud	Rx(kN)	Ry(KN)	M(kN.m)
1	.000	10.000	.000
8	.000	10.000	.000

Efforts dans les barres

noeud	N(kN)	T(KN)	M(KN.m)
barre 1			
1	10000.000	.000	.000
2	-10000.000	.000	.000
barre 2			
2	10000.000	.000	.000
3	-10000.000	.000	.000
barre 3			
3	10000.000	.000	.000
4	-10000.000	.000	.000

RESUME



Les joints (jonction poteau-poutre) dans les structures métalliques à multi-étage permettent d'assurer la continuité entre les éléments, tels que les poteaux et les poutres. Ces joints ont une influence sur la stabilité de forme de ces structures. Alors, deux types de joints peuvent se présenter, à savoir le joint infiniment rigides ou parfaitement articulés. Cependant, dans la réalité le comportement de ces joints est semi-rigide. Par conséquent cette semi-rigidité peut conduit à une perte de stabilité (Flambement). Les incendies dans les bâtiments présentent un facteur très favorable pour l'accélération des phénomènes d'instabilité tel que le flambage, la prématuration de ces phénomènes constitue une source de rupture cruciale que les ingénieurs doivent faire face.

Le présent travail présente une procédure analytique et numérique pour l'analyse de la stabilité des colonnes dans les structures en acier contreventées en tenant compte de l'effet de flexibilité des joints (assemblage) par l'introduction de facteurs de fixité γ . l'effet de l'incendie est aussi introduit en tenant compte de la dégradation des paramètres mécaniques en fonction de la température conformément aux modèles Eurocode3. Une équation analytique et paramétrique est développée pour la détermination du coefficient K de la longueur effective ; un programme en Fortran est établi pour résoudre l'équation obtenue. La formulation d'un élément fini en plan basé sur la théorie des poutres de type Bernoulli est établi pour calculer la matrice de rigidité [K] et la matrice géométrique [K_G] dans le domaine non linéaire. Un deuxième programme est implémenté en MATLAB pour calculer les valeurs propres à partir des matrices précédentes pour l'évaluation de la charge critique de flambement.

Une validation des développements effectués précédemment est présentée. Les différentes configurations présentées montrent la précision des équations dérivées par rapport aux résultats de la littérature. L'analyse de la stabilité des portiques à température ambiante et à hautes températures a permis la validation de l'élément fini développé. Les résultats obtenus peuvent constituer un outil efficace pour l'étude de la stabilité structurelle des portiques en considérant l'effet de la connexion semi-rigide en situation normale et extrême en présence de l'action du feu.

Mots Clés: Flambement, Charge Critique, Facteur K, Facteur de Fixité, Élément fini, Matlab, feu.

ABSTRACT

Connections (column-beam) in multi-story steel structures ensure continuity between elements such as columns and beams. These connections have an influence on the structures stability. There are therefore two kinds of connection: infinitely rigid or perfectly articulated. However, in reality the behavior of these joints is semi-rigid. Consequently, this semi-rigidity can lead to a loss of stability (buckling). Fires in buildings are a very favorable factor for the rushing of instability phenomena such as buckling and the premature onset of these phenomena is a crucial source of failure that engineers have to deal with.

This work presents an analytical and numerical procedure for analyzing the stability of columns in braced steel structures, taking into account the effect of connection flexibility by introducing fixity factors γ . The effect of fire is also introduced by considering the degradation of mechanical parameters as a function of temperature in accordance with Eurocode3 models. An analytical and parametric equation is developed for the determination of the coefficient K of the effective length; a FORTRAN program is established to solve the equation obtained. The formulation of a finite element in a plane based on the theory of Bernoulli type beams is established to evaluate the stiffness matrix [K] and the geometric matrix [K_G] in the non-linear domain. A second program is implemented in MATLAB to calculate the eigenvalues from the previous matrices for the evaluation of the critical buckling load.

A validation of the developments carried out previously is discussed. The different configurations presented show the accuracy of the equations derived compared with the results in the literature. Analysis of the stability of the frames at ambient temperature and at high temperatures has enabled the finite element developed to be validated. The results obtained can provide an effective tool for studying the structural stability of frames by considering the effect of the semi-rigid connection in normal and extreme situations in case fire actions.

Key Words: Buckling, Critical load, K-factor, Fixity factor, finite element, Matlab, fire.

ملخص

تضمن الوصلات (الأعمدة-العوارض) في الهياكل الفولاذية متعددة الطوابق الاستمرارية بين العناصر مثل الأعمدة والعوارض. تؤثر هذه الوصلات على ثبات شكل هذه الهياكل. ولذلك يوجد نوعان من الوصلات: متناهية الصلابة أو مفصلية تماماً. ومع ذلك، فإن سلوك هذه الوصلات في الواقع شبه صلبة. وبالتالي، يمكن أن تؤدي شبه الصلابة هذه إلى فقدان الثبات (الانبعاج). تعتبر الحرائق في المباني عاملاً مساعداً لتسريع ظواهر عدم الاستقرار مثل الانبعاج، كما أن البداية المبكرة لهذه الظواهر تعتبر مصدراً حاسماً للانهييار الذي يتعين على المهندسين التعامل معه.

يقدم هذا العمل إجراء تحليلياً ورقمياً لدراسة ثبات الأعمدة في الهياكل الفولاذية ذات الدعامات، مع مراعاة تأثير مرونة المفاصل من خلال إدخال عوامل التثبيت γ . يتم أيضاً إدخال تأثير الحريق من خلال النظر في تدهور المعاملات الميكانيكية بدلالة درجة الحرارة وفقاً لنماذج Eurocode3. تم تطوير معادلة تحليلية ومعادلة ذات عوامل لتحديد المعامل K للطول الفعال؛ وتم وضع برنامج FORTRAN لحل المعادلة التي تم الحصول عليها.

تم وضع صياغة عنصر متناهي مستوى، بناءً على نظرية العوارض من نوع برنولي لحساب مصفوفة الصلابة [K] والمصفوفة الهندسية [K_G] في المجال غير الخطي. كما تم إعداد برنامج ثانٍ في MATLAB لحساب القيم الذاتية من المصفوفات السابقة لتقييم حمل الانبعاج الحرج. تم عرض التحقق من صحة التطورات التي أجريت سابقاً. تُظهر التكوينات المختلفة المقدمة دقة المعادلات المشتقة مقارنةً بالنتائج الواردة في المراجع. وقد مكن تحليل ثبات الإطارات في درجة الحرارة العادية وفي درجات الحرارة العالية من التحقق من صحة العناصر المحدودة التي تم تطويرها. يمكن أن توفر النتائج التي تم الحصول عليها أداة فعالة لدراسة الثبات الهيكلي للإطارات من خلال النظر في تأثير الوصلة شبه الصلبة في الحالات العادية والقصى في وجود حريق.

الكلمات المفتاحية: الانبعاج، الحمل الحرج، عامل K، عامل التثبيت، عنصر متناهي، MATLAB، الحريق.